بسم الله الرحمن الرحیم

# دانش فنی تخصصی

رشته الکتروتکنیک

گروه برق و رایانه

شاخهٔ فنی و حرفه‌ای

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

**وزارت آموزش و پرورش**
**سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی**

**نام کتاب:** دانش فنی تخصصی (رشته الکتروتکنیک) ـ ۲۱۲۲۶۳
**پدیدآورنده:** سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
**مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:** دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای وکاردانش
**شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف:** علی اکبر مطیع بیرجندی، شهرام خدادادی، امیرحسین ترکمانی، مجتبی انصاری‌پور، محمدحسن اسلامی، علیرضا حجرگشت و نقی اصغری آقاباقر (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
نقی اصغری آقاباقر، امیر حسین ترکمانی (پودمان اول)، علی عراقی، شهرام خدادادی(پودمان دوم)، علی‌اکبر مطیع بیرجندی (پودمان سوم)، فتح‌اله نظریان، نقی اصغری آقاباقر، امیرحسین ترکمانی (پودمان چهارم)، شبنم رهبر (پودمان پنجم) (اعضای گروه تألیف)
**مدیریت آماده‌سازی هنری:** ادارهٔ کلّ نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
**شناسه افزوده آماده‌سازی:** مجید ذاکری یونسی (مدیر هنری) ـ مجید کاظمی و خدیجه محمدی(صفحه‌آرا) ـ صبا کاظمی دوانی (طراح جلد)ـ الهام محبوب، فاطمه رئیسیان فیروزآباد و فتح‌اله نظریان (رسام)
**نشانی سازمان:** تهران: خیابان ایرانشهر شمالی ـ ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش (شهیدموسوی)
تلفن: ۹ـ۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹
وب‌گاه: www.chap.sch.ir و www.irtextbook.ir
**ناشر:** شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران ـ کیلومتر ۱۷ جادهٔ مخصوص کرج ـ خیابان ۶۱ (دارو پخش) تلفن: ۵ ـ ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۹ـ ۳۷۵۱۵
**چاپخانه:** شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»
**سال انتشار و نوبت چاپ:** چاپ دوم ۱۳۹۸

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به‌صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

**شابک ۵- ۳۲۳۵ - ۰۵ - ۹۶۴ - ۹۷۸** **ISBN 978 – 964 – 05 – 3235–5**

ملت شریف ما اگر در این انقلاب بخواهد پیروز شود باید دست از آستین برآرد و به کار بپردازد. از متن دانشگاه‌ها تا بازارها و کارخانه‌ها و مزارع و باغستان‌ها تا آنجا که خودکفا شود و روی پای خود بایستد.

**امام خمینی (قُدِّسَ سِرُّهُ)**

# فهرست


| | |
|---|---|
| پودمان اول: تحلیل مدارهای الکتریکی | ۹ |
| ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان اوّل | ۸۳ |
| پودمان دوم:تحلیل ماشین‌های الکتریکی (ترانسفورماتورهای تک‌فاز) | ۸۵ |
| ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان دوم | ۱۱۰ |
| پودمان سوم: تحلیل ماشین‌های الکتریکی سه فاز (موتورهای القایی) | ۱۱۳ |
| ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان سوم | ۱۵۸ |
| پودمان چهارم: کاربرد اتوماسیون صنعتی (اینورتر) | ۱۶۱ |
| ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان چهارم | ۱۹۲ |
| پودمان پنجم: کسب اطلاعات فنی (زبان فنی) | ۱۹۵ |
| ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان پنجم | ۲۳۱ |
| منابع و مآخذ | ۲۳۳ |

## سخنی با هنرجویان عزیز

شرایط در حال تغییر دنیای کار در مشاغل گوناگون، توسعه فناوری‌ها و تحقق توسعه پایدار، ما را بر آن داشت تا برنامه‌های درسی و محتوای کتاب‌های درسی را در ادامه تغییرات پایه‌های قبلی براساس نیاز کشور و مطابق با رویکرد سند تحول بنیادین آموزش‌وپرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران در نظام جدید آموزشی بازطراحی و تألیف کنیم.
مهم‌ترین تغییر در کتاب‌های درسی تغییر رویکرد آموزشی، آموزش و ارزشیابی مبتنی بر شایستگی است. شایستگی، توانایی انجام کار در محیط واقعی بر اساس استاندارد عملکرد تعریف شده است. توانایی شامل دانش، مهارت و نگرش می‌شود. در رشته تحصیلی ـ حرفه‌ای شما، چهار دسته شایستگی در نظر گرفته شده است:

۱ـ شایستگی‌های فنی برای جذب در بازار کار مانند کاربرد اینورتر در صنعت اتوماسیون
۲ـ شایستگی‌های غیرفنی برای پیشرفت و موفقیت در آینده مانند مسئولیت‌پذیری، نوآوری و مصرف بهینه انرژی
۳ـ شایستگی‌های فناوری اطلاعات و ارتباطات مانند کار با نرم‌افزارها و انواع شبیه‌سازها
۴ـ شایستگی‌های مربوط به یادگیری مادام‌العمر مانند کسب اطلاعات از منابع دیگر

بر این اساس دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی‌وحرفه‌ای و کاردانش مبتنی بر اسناد بالادستی و با مشارکت متخصصان برنامه‌ریزی درسی فنی‌وحرفه‌ای و خبرگان دنیای کار مجموعه اسناد برنامه درسی رشته‌های شاخه فنی‌وحرفه‌ای را تدوین نموده‌اند که مرجع اصلی و راهنمای تألیف برای هر یک از کتاب‌های درسی در هر رشته است.
درس دانش فنی تخصصی، از خوشه دروس شایستگی‌های فنی می‌باشد که ویژه رشته الکتروتکنیک برای پایه ۱۲ تألیف شده است. کسب شایستگی‌های فنی و غیرفنی این کتاب برای موفقیت آینده شغلی و توسعه آن براساس جدول توسعه حرفه‌ای بسیار ضروری است. هنرجویان عزیز سعی نمایید تمام شایستگی‌های آموزش داده شده در این کتاب را کسب و در فرایند ارزشیابی به اثبات رسانید.
این کتاب نیز شامل پنج پودمان است. هنرجویان عزیز پس از طی فرایند یاددهی ـ یادگیری هر پودمان می‌توانند شایستگی‌های مربوط به آن را کسب کنند. در پودمان «کسب اطلاعات فنی » هدف توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای شما بعد از اتمام دوره

تحصیلی در مقطع کنونی است تا بتوانید با درک مطالب از منابع غیر فارسی در راستای یادگیری در تمام طول عمر گام بردارید و در دنیای متغیر و متحول کار و فناوری اطلاعات خود را به روزرسانی کنید. هنرآموز محترم شما مانند سایر دروس این خوشه برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات منظور می‌نماید. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می‌باشد. در صورت احراز نشدن شایستگی پس از ارزشیابی اول، فرصت جبران و ارزشیابی مجدد تا آخر سال تحصیلی وجود دارد. در کارنامه شما این درس شامل ۵ پودمان است که هر پودمان از دو بخش نمره مستمر و نمره شایستگی تشکیل می‌شود و چنانچه در یکی از پودمان‌ها نمره قبولی را کسب نکردید، لازم است در همان پودمان مورد ارزشیابی قرار گیرید. همچنین این درس دارای ضریب ۴ بوده و در معدل کل شما تأثیر می‌گذارد.

همچنین در کتاب **همراه هنرجو** واژگان پرکاربرد تخصصی در رشته تحصیلی ـ حرفه‌ای شما آورده شده است. **کتاب همراه هنرجوی خود را هنگام یادگیری، آزمون و ارزشیابی حتماً همراه داشته باشید.** در این درس نیز مانند سایر دروس اجزایی دیگر از بسته آموزشی در نظر گرفته شده است و شما می‌توانید با مراجعه به وبگاه رشته خود با نشانی www.tvoccd.oerp.ir از عناوین آنها مطلع شوید.

فعالیت‌های یادگیری در ارتباط با شایستگی‌های غیرفنی مانند مدیریت منابع، اخلاق حرفه‌ای، حفاظت از محیط‌زیست و شایستگی‌های یادگیری مادام‌العمر و فناوری اطلاعات و ارتباطات همراه با شایستگی‌های فنی، طراحی و در کتاب درسی و بسته آموزشی ارائه شده است. شما هنرجویان عزیز کوشش نمایید این شایستگی‌ها را در کنار شایستگی‌های فنی آموزش ببینید، تجربه کنید و آنها را در انجام فعالیت‌های یادگیری به‌کار گیرید.

امیدواریم با تلاش و کوشش شما هنرجویان عزیز و هدایت هنرآموزان گرامی، گام‌های مؤثری در جهت سربلندی و استقلال کشور و پیشرفت اجتماعی و اقتصادی و تربیت مؤثر و شایسته جوانان برومند میهن اسلامی برداشته شود.

**دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش**

## سخنی با هنرآموزان گرامی

در راستای تحقق اهداف سند تحول بنیادین آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی‌ایران و تغییرات سریع عصر فناوری و نیازهای متغیر جامعه بشری و دنیای کار و مشاغل، برنامه‌درسی رشته الکتروتکنیک باز طراحی و بر اساس آن محتوای آموزشی نیز تألیف گردید. این کتاب و درس از خوشه دروس شایستگی‌های فنی می‌باشد که در سبد درسی هنرجویان برای سال دوازدهم تدوین و تألیف شده است و مانند سایر دروس شایستگی و کارگاهی دارای ۵ پودمان می‌باشد. کتاب دانش فنی تخصصی مباحث نظری و تفکیک شده دروس کارگاهی و سایر شایستگی‌های رشته را تشکیل نمی‌دهد بلکه پیش‌نیازی برای شایستگی‌های لازم در سطوح بالاتر صلاحیت حرفه‌ای ـ تحصیلی می‌باشد. هدف کلی کتاب دانش‌فنی تخصصی آماده‌سازی هنرجویان برای ورود به مقاطع تحصیلی بالاتر و تأمین نیازهای آنان در راستای محتوای دانش نظری است. یکی از پودمان‌های این کتاب با عنوان «کسب اطلاعات فنی » با هدف یادگیری مادام‌العمر و توسعه شایستگی‌های هنرجویان بعد از دنیای آموزش و ورود به بازار کار، سازماندهی محتوایی شده است. این امر با آموزش چگونگی استخراج اطلاعات فنی موردنیاز از متون فنی غیرفارسی و جداول، راهنمای ماشین‌آلات و تجهیزات صنعتی، دستگاه‌های اداری، خانگی و تجاری و درک مطلب آنها در راستای توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای محقق خواهد شد. تدریس کتاب در کلاس درس به‌صورت تعاملی و با محوریت هنرآموز و هنرجوی فعال صورت می‌گیرد.

به مانند سایر دروس، هنرآموزان گرامی برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات برای هر هنرجو ثبت کنند. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می‌باشد و نمره هر پودمان از دو بخش ارزشیابی پایانی و مستمر تشکیل می‌شود. این کتاب مانند سایر کتاب‌ها جزئی از بسته آموزشی تدارک دیده شده برای هنرجویان است. شما می‌توانید برای آشنایی بیشتر با اجزای بسته، روش‌های تدریس کتاب، شیوه ارزشیابی مبتنی بر شایستگی، مشکلات رایج در یادگیری محتوای کتاب، بودجه‌بندی زمانی، نکات آموزشی شایستگی‌های غیرفنی، آموزش ایمنی و بهداشت و دریافت راهنما و پاسخ برخی از فعالیت‌های یادگیری و تمرین‌ها به کتاب راهنمای هنرآموز این درس مراجعه کنید. در هنگام ارزشیابی استاندارد عملکرد از ملزومات کسب شایستگی می‌باشند.

کتاب دانش فنی تخصصی شامل پودمان‌هایی به شرح زیر است:

**پودمان اول:** تحلیل مدارهای الکتریکی

**پودمان دوم:** تحلیل ماشین‌های الکتریکی تک‌فاز (ترانسفورماتور)

**پودمان سوم:** تحلیل ماشین‌های الکتریکی سه فاز (موتورهای القایی)

**پودمان چهارم:** کاربرد اتوماسیون صنعتی (اینورتر)

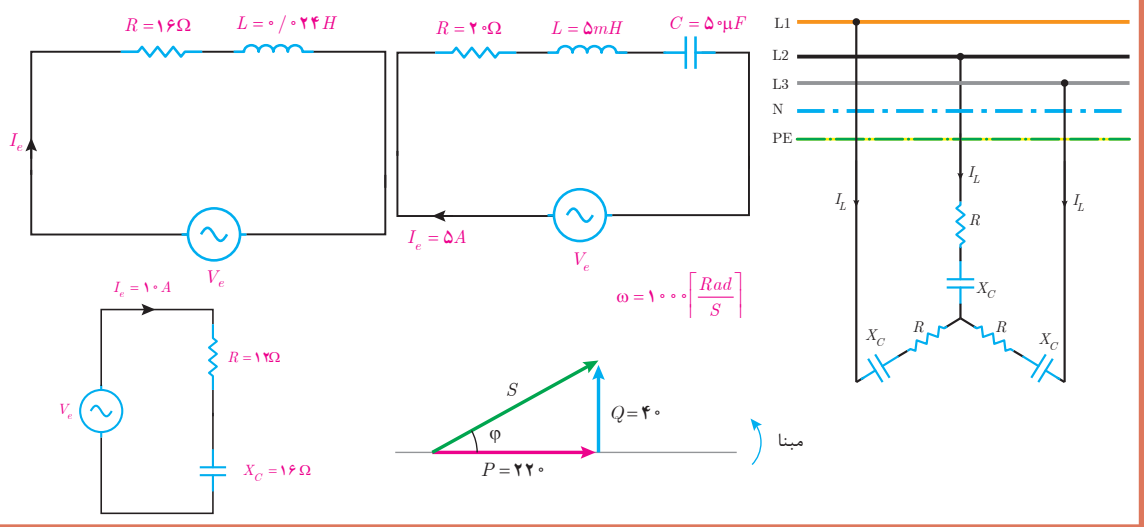
**پودمان پنجم:** کسب اطلاعات فنی (زبان فنی)

هنرآموزان گرامی در هنگام یادگیری و ارزشیابی، هنرجویان باید کتاب همراه هنرجو را با خود داشته باشند.

**دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش**

# پودمان اول

# تحلیل مدارهای الکتریکی



# واحد یادگیری ۱

## آیا می‌دانید

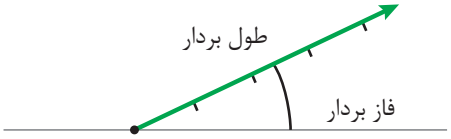
۱ـ برایند و تفاضل بردارها چگونه به‌دست می‌آید؟
۲ـ مدارهای الکتریکی R_L سری برای معادل‌سازی کدام یک از تجهیزات الکتریکی به‌کار می‌رود؟
۳ـ وضعیت پس‌فاز یا پیش‌فاز بدون جریان نسبت به ولتاژ در چه مدارهایی رخ می‌دهد؟
۴ـ در مدارات RLC سری درچه وضعیتی رفتار مدار اهمی است؟
۵ـ تفاوت‌های اساسی مدارات الکتریکی سه‌فاز ستاره و مثلث چیست؟

استاندارد عملکرد

پس از پایان این پودمان هنرجویان قادر خواهند بود تحلیل برداری مدارهای الکتریکی متناوب تک‌فاز و سه‌فاز را انجام داده و مسائل مربوط به مدارات R_L، R_C و R_L_C سری را تجزیه و تحلیل کنند.

## ۱ـ۱ بردار

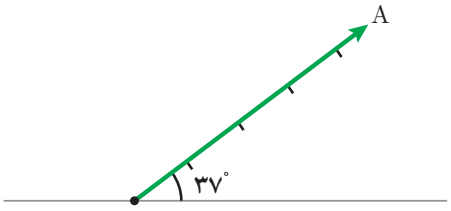
بردار[۱] در تحلیل مدارهای الکتریکی برای نمایش کمیت‌هایی استفاده می‌شود که علاوه بر مقدار[۲] دارای موقعیت یا فاز [۳] نیز باشد. طول بردار نشان‌دهنده مقدار کمیت الکتریکی و زاویه بین بردار با مبنا بیانگر موقعیت یا فاز آن می‌باشد (شکل ۱).



شکل ۱

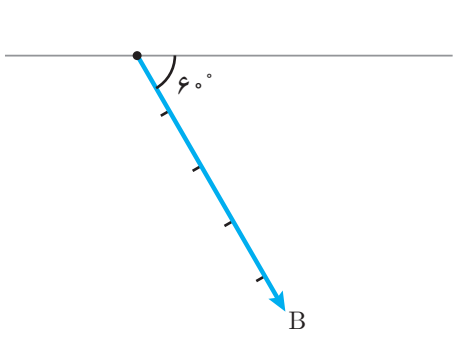
مبنا به‌طور معمول در تحلیل مدارهای الکتریکی خط افق اختیار می‌شود که در این صورت فاز آن صفر خواهد شد.

علامت زاویه فاز در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت مثبت و در جهت حرکت عقربه‌های ساعت منفی می‌باشد. خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت را «جهت مثلثاتی» گویند.



شکل ۲

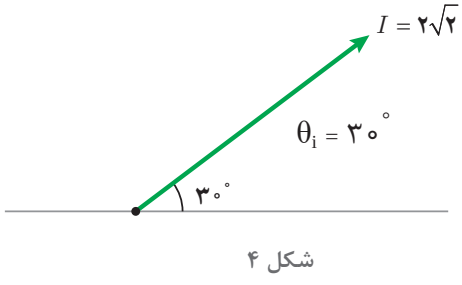
نشان $\vec{A}$ برای معرفی برداری به‌نام A استفاده می‌شود و $\vec{A}$ به‌صورت «بردار A» خوانده می‌شود. در شکل ۲، $\vec{A}$ به مقدار ۵ واحد با زاویه $+37^\circ$ نشان داده شده است.



شکل ۳

می‌توان $\vec{A}$ را به‌صورت $A = 5\angle 37^\circ$ نشان داد که‌این شیوه نوشتن را «فرم قطبی[۴]» گویند. در فرم قطبی علاوه بر اندازه بردار، زاویه‌بردار با مبنا نیز بیان می‌شود.

در شکل ۳، $\vec{B}$ نشان داده شده است.



شکل ۴

می‌توان $\vec{B}$ را به فرم قطبی $B = 5\angle -60^\circ$ نیز نوشت.

کمیت‌های الکتریکی متناوب نظیر ولتاژ، جریان و توان را نیز می‌توان با بردار نشان داد.

جریان متناوب سینوسی به معادله زمانی $i(t) = 2\sqrt{2}\sin(500t + 30^\circ)$ در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل طول بردار بیانگر مقدار

۱ـ Vector
۲ـ Value
۳ـ phase
۴ـ Polar form

ماکزیمم جریان و زاویه‌بردار تا مبنا، فاز جریان را نشان می‌دهد.

مقدار مؤثر جریان برابر است با:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲\ [A]$$

فاز جریان برابر است با: $\theta_i = +۳۰^\circ$

جریان متناوب $i(t)$ به فرم قطبی به‌صورت $I = ۲\sqrt{۲}\angle ۳۰^\circ$ نوشته می‌شود.

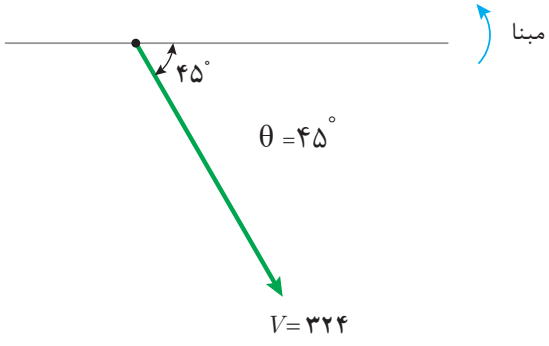
مثال

بردار ولتاژ متناوب سینوسی به معادله $v(t) = ۳۲۴ \sin (۱۰۰۰t - ۴۵^\circ)$ را رسم کنید و فرم قطبی آن را بنویسید.

**حل:**

فاز ولتاژ برابر است با: $\theta_V = -۴۵^\circ$

مبنا را ترسیم می‌کنیم و جهت مثلثاتی را نشان می‌دهیم. با توجه به مقدار ماکزیمم و فاز بردار V ترسیم می‌شود (شکل۵).



شکل ۵

ولتاژ متناوب سینوسی $v(t)$ به فرم قطبی به‌صورت $V=۳۲۴\angle -۴۵^\circ$ نوشته می‌شود.

مقدار مؤثر ولتاژ برابر است با: $\theta_V = -۴۵^\circ$

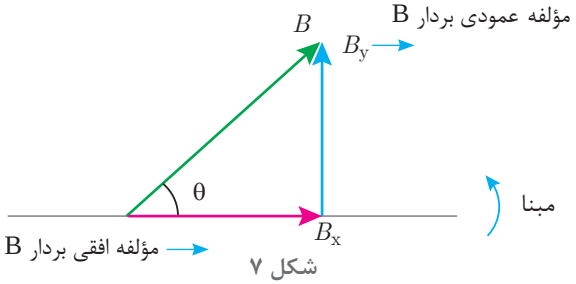
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۳۲۴}{\sqrt{۲}} = ۲۳۱\ [V]$$

## ۲ـ۱ تجزیه‌بردار

تجزیه‌بردار برای به‌دست آوردن مؤلفه‌های افقی و عمودی‌بردار مایل استفاده می‌شود. هر بردار با توجه به فاز آن به سه صورت افقی، عمودی و مایل رسم می‌شود (شکل ۶).

شکل ۶

برای به‌دست آوردن مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل لازم است از ابتدای بردار به‌صورت افقی و عمودی به انتهای بردار حرکت کنیم تا به شکل مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شود.
مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل B در شکل ۷ ترسیم شده است.



شکل ۷

مقادیر مؤلفه‌های افقی و عمودی از نسبت‌های مثلثاتی به‌صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه}\theta}{\text{وتر}} \rightarrow \cos\theta = \frac{B_x}{B} \Rightarrow B_x = B\cos\theta$$

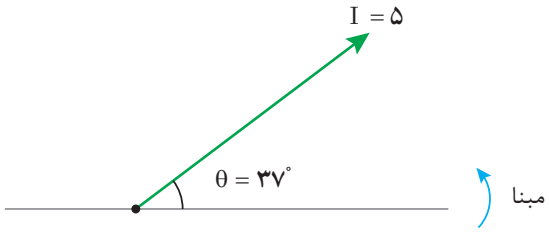
$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه}\theta}{\text{وتر}} \rightarrow \sin\theta = \frac{B_y}{B} \Rightarrow B_y = B\sin\theta$$

در مثلث قائم‌الزاویه‌بردارها، وتر مثلث قائم‌الزاویه برآیند مؤلفه‌های افقی و عمودی نامیده می‌شود.

مثال

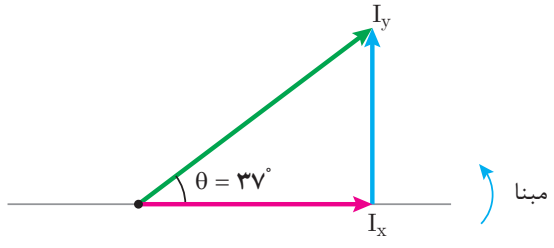
بردار جریان $I = ۵\angle ۳۷^\circ$ را ترسیم کنید و مؤلفه‌های افقی و عمودی آن را محاسبه نمایید.

**حل:**
ابتدا مبنا و جهت مثلثاتی مشخص می‌شود و بردار I به مقدار ۵ آمپر و زاویه $+۳۷^\circ$ ترسیم خواهد شد (شکل۸).



شکل ۸

مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل I را ترسیم می‌نماییم تا مثلث قائم‌الزاویه شکل بگیرد مؤلفه افقی Ix و مؤلفه عمودی $I_y$ نامیده می‌شود(شکل۹).



شکل ۹

با توجه به نسبت‌های مثلثاتی مقادیر $I_x$ و $I_y$ محاسبه خواهد شد.

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \cos ۳۷^\circ = \frac{I_x}{۵} \Rightarrow I_x = ۵\cos ۳۷^\circ$$

$$I_x = ۵ \times ۰/۸ = ۴[A]$$

$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \sin ۳۷^\circ = \frac{I_y}{۵} \Rightarrow I_y = ۵\sin ۳۷^\circ$$

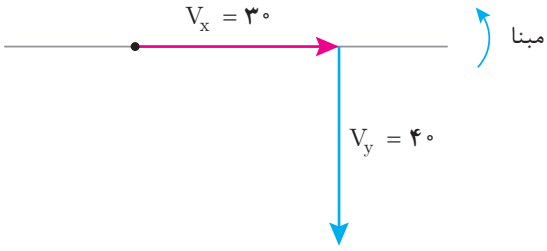
$$I_y = ۵ \times ۰/۶ = ۳[A]$$

مثال

مؤلفه‌های افقی و عمودی ولتاژ به ترتیب $+۳۰V$ , $-۴۰V$ می‌باشد. مقدار و فاز بردار ولتاژ را به‌دست آورید و به فرم قطبی بنویسید.

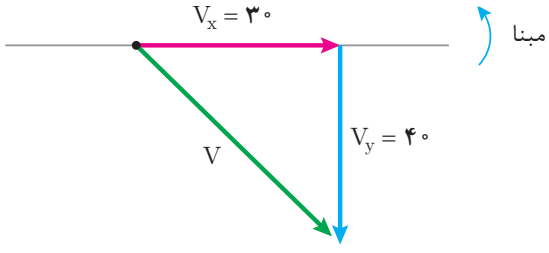
**حل:**

مؤلفه‌های افقی و عمودی ترسیم می‌شود (شکل ۱۰).



شکل ۱۰

با وصل ابتدای بردار مؤلفه افقی به انتهای مؤلفه عمودی وتر مثلث قائم‌الزاویه به‌دست می‌آید(شکل ۱۱).



شکل ۱۱

مقدار ولتاژ برابر اندازه وتر است و از رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید.

$$V = \sqrt{V_x^۲ + V_y^۲} = \sqrt{۳۰^۲ + ۴۰^۲} = ۵۰[v]$$

فاز ولتاژ برابر زاویه وتر تا مبنا می‌باشد و از نسبت‌های مثلثاتی قابل محاسبه است.

$$\text{Cos}\theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه}\theta}{\text{وتر}} \rightarrow \text{Cos}\theta = \frac{V_x}{V}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{۳۰}{۵۰} = ۰/۶$$

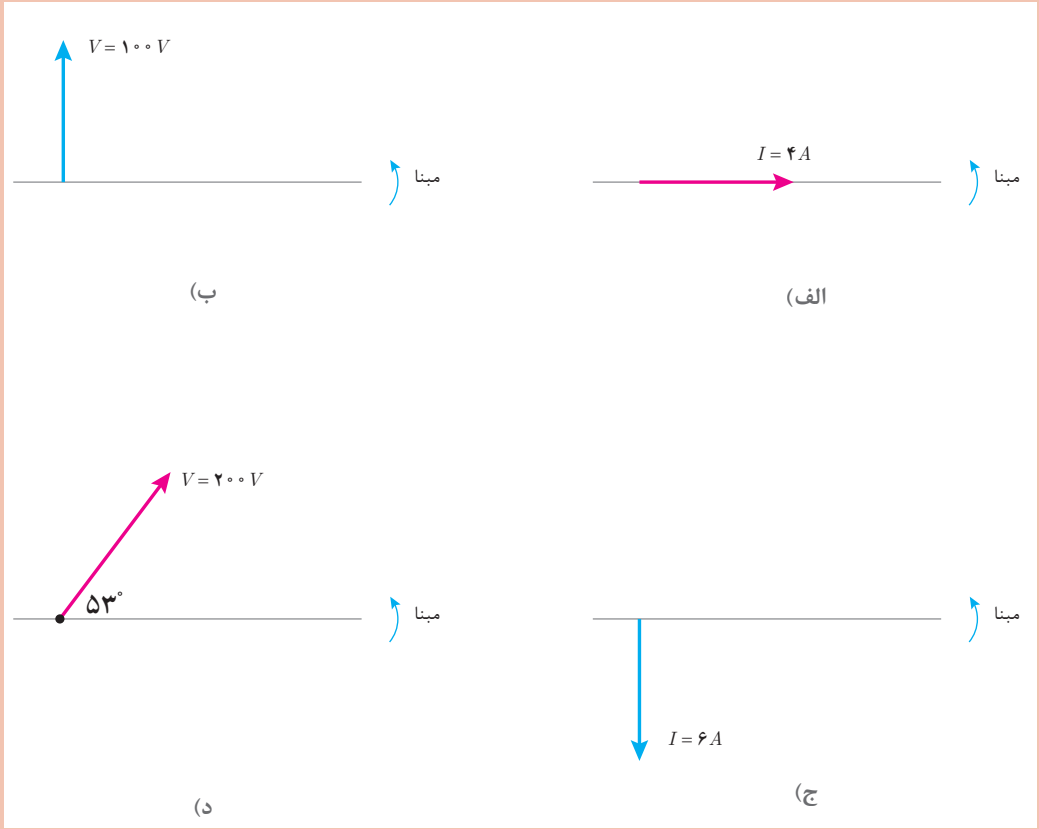
$$\text{Cos}^{-۱}(۰/۶) = ۵۳^\circ$$

چون فاز بردار V در خلاف جهت مثلثاتی است لذا با علامت منفی به‌صورت $\theta_V = -۵۳$ نوشته می‌شود و فرم قطبی ولتاژ خواهد شد.

$$V = ۵۰\angle -۵۳^\circ$$

تمرین

۱ـ فرم قطبی بردارهای نمایش داده شده زیر را بنویسید.




۲ـ بردارهای ولتاژ و جریان زیر را رسم کنید.

الف) $I = ۵\angle +۳۰^\circ$

ب) $V = ۱۵۰\angle -۶۰^\circ$

ج) $V = ۱۰۰\angle +۱۳۵^\circ$

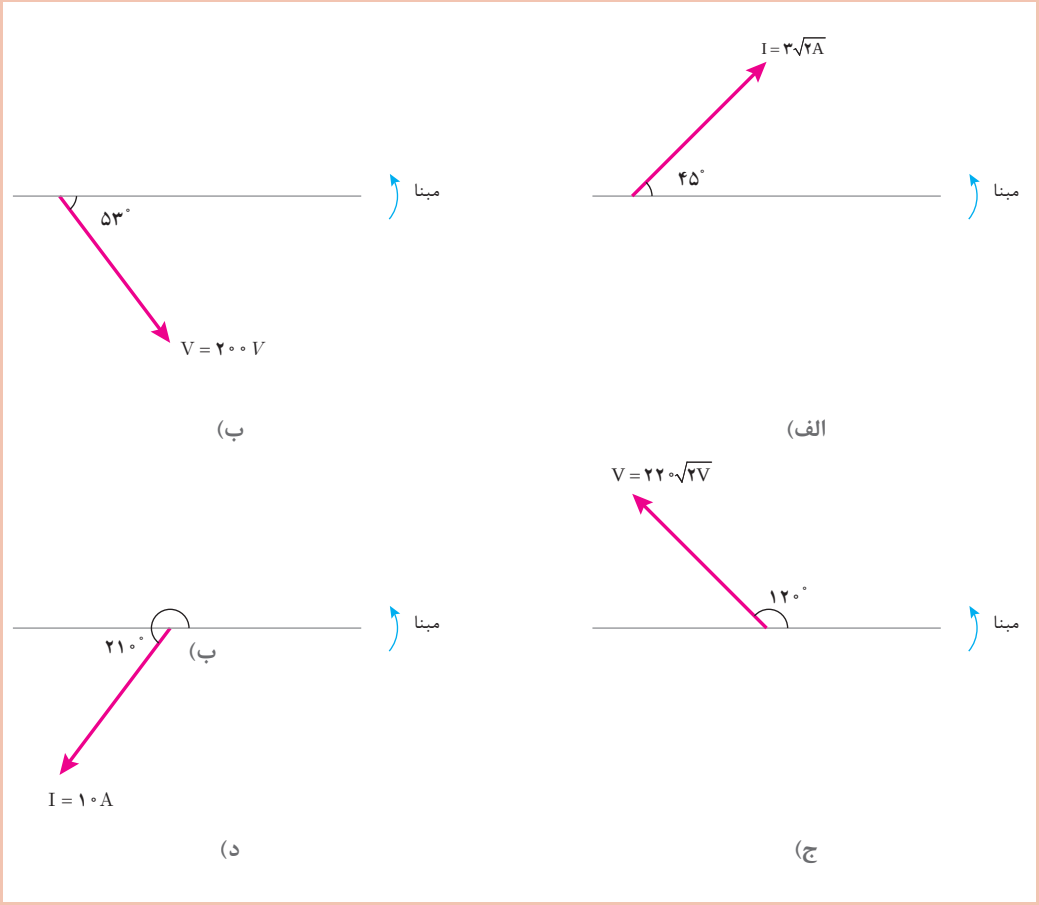
د) $I = ۲\angle +۱۸۰^\circ$

۳ـ معادله‌های زمانی جریان و ولتاژ متناوب سینوسی زیر را به‌صورت بردار نمایش دهید و فرم قطبی آنها را بنویسید.

الف) $i(t)=۳\sin(۵۰۰t-\frac{\pi}{۶})$ ب) $v(t)=۲۲۰\sin(۳۱۴t+۳۰^\circ)$

ج) $i(t)=\sin(۲۵۰t)$ د) $v(t)=۱۰۰\sin(۱۰۰۰t-\frac{\pi}{۲})$

۴ـ مؤلفه افقی و عمودی بردارهای زیر را به‌دست آورید.




۵ـ مؤلفه‌های افقی و عمودی جریان متناوبی به ترتیب $-۸A$ و $۶A$ می‌باشد مقدار و فاز جریان را به‌دست آورید و به فرم قطبی بنویسید.

۶ـ برای یک ولتاژ متناوب $۲۰۰V$ مقدار $V_x=۱۰۰\sqrt{۳}$ ولت می‌باشد. مؤلفه $V_y$ را به‌دست آورید و فرم قطبی بردار ولتاژ را بنویسید.

## ۳ـ۱ـ برآیند بردارها

برآیند بردارها در تحلیل مدارهای الکتریکی متناوب برای جمع کمیت‌های الکتریکی هم‌واحد مانند جریان ولتاژ و توان و... به‌کار می‌رود. عملیات جمع بردارها با توجه به مقدار و فاز بردار صورت می‌گیرد.
برای این عملیات دو روش تحلیلی و هندسی ارائه شده است.

**الف)روش تحلیلی:**

روش تحلیلی برای جمع چندین بردار به‌کار می‌رود. در این روش هر یک از بردارهای مایل به مؤلفه‌های افقی و عمودی تجزیه می‌شود. از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های افقی«مجموع مؤلفه‌های افقی » به‌دست می‌آید. با توجه به علامت به‌صورت افقی ترسیم خواهد شد. همچنین «مجموع مؤلفه‌های عمودی » که از جمع جبری تک‌تک مؤلفه‌های عمودی به‌دست می‌آید با توجه به علامت به‌صورت عمودی از انتهای «مجموع مؤلفه‌های افقی» ترسیم می‌شود.
اکنون با وصل ابتدای «مجموع مؤلفه‌های افقی » به انتهای «مجموع مؤلفه‌های عمودی » وتر مثلث قائم‌الزاویه به‌دست می‌آید. وتر مثلث قائم‌الزاویه برآیند بردارها می‌باشد.
برآیند بردارها جایگزین چندین بردار خواهد شد و از رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید.

مثال

برآیند بردارهای شکل ۱۲ را به روش تحلیلی به‌دست آورید.

شکل ۱۲

**حل:**

مؤلفه‌های افقی و عمودی بردارهای $I_۲$ , $I_۱$ مطابق شکل ۱۳ ترسیم می‌شود.

شکل ۱۳

مقادیر مؤلفه‌های افقی و عمودی محاسبه می‌شود.

$$I_{۱x} = I_۱\cos\theta_۱ = ۳\cos ۳۷° = +۲/۴$$
$$I_{۱y} = I_۱\sin\theta_۱ = ۳\sin ۳۷° = +۱/۸$$
$$I_{۲x} = I_۲\cos\theta_۲ = ۳\cos ۵۳° = -۱/۸$$
$$I_{۲y} = I_۲\sin\theta_۲ = ۳\sin ۵۳° = +۲/۴$$

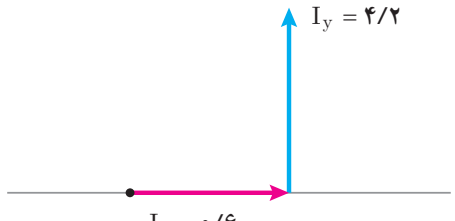
علامت (+) بیانگر این است که مؤلفه‌ها در جهت محورهای دستگاه مختصات قرار دارند و علامت (-) بیانگر این است که مؤلفه‌ها در خلاف جهت محورهای دستگاه مختصات قرار دارند.

«مجموع مؤلفه‌های عمودی » با $I_x$ نشان داده شده است که از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های افقی به‌دست می‌آید.

$$I_x=I_{1x}+I_{2x}=+2/4+(-1/8)=+0/6$$

«مجموع مؤلفه‌های عمودی » با $I_y$ نشان داده شده است که از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های عمودی به‌دست می‌آید.

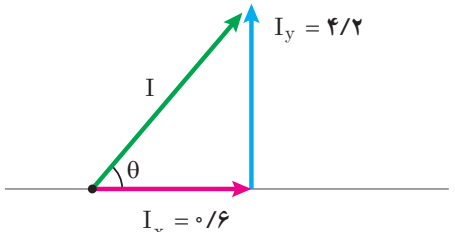
$$I_y=I_{1y}+I_{2y}=+1/8+2/4=+4/2$$



شکل ۱۴

مبنا

$I_x$ با توجه به علامت (+) به‌صورت افقی در جهت محور x دستگاه مختصات و $I_y$ با توجه به علامت (+) نیز به‌صورت عمودی در جهت محور y دستگاه مختصات از انتهای $I_x$ ترسیم می‌شود (شکل۱۴).



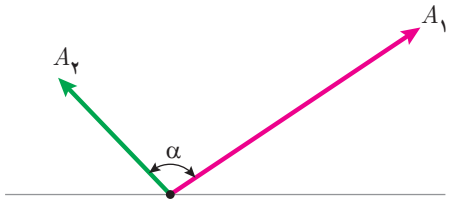
شکل ۱۵

مبنا

اکنون با وصل ابتدای $I_x$ به انتهای $I_y$ وتر مثلث قائم‌الزاویه یا برآیند رسم می‌شود (شکل۱۵).

I برآیند بردارهای $I_1$, $I_2$ از رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید.

$$I=\sqrt{I_x^2+I_y^2}=\sqrt{0/6^2+4/2^2}=4/24[A]$$

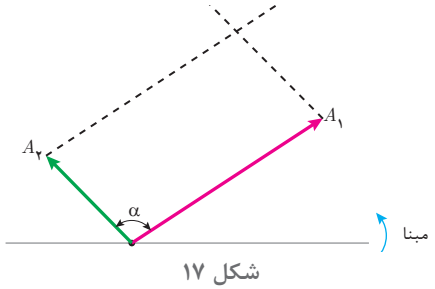


شکل ۱۶

مبنا

**ب) روش هندسی:**

روش هندسی برای جمع دو بردار به‌کار می‌رود. دو بردار $A_1$, $A_2$ که با یکدیگر زاویه α می‌سازند در نظر است (شکل ۱۶).

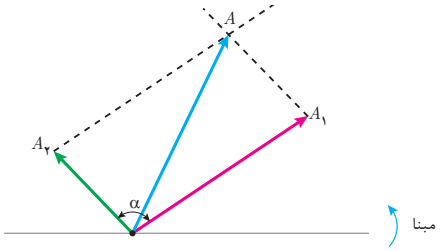


شکل ۱۷

مبنا

برای ترسیم برآیند بردارهای $A_1$, $A_2$ از انتهای بردار $A_1$ به موازات بردار $A_2$ خط‌چین ترسیم می‌شود. همچنین از انتهای بردار $A_2$ به موازات بردار $A_1$ خط‌چین ترسیم می‌شود (شکل۱۷).

بردار برآیند A از ابتدای بردارهای $A_1$ , $A_2$ به محل تقاطع دو خط چین ترسیم می‌شود (شکل۱۸).
مقدار برآیند از رابطه زیر به‌دست می‌آید.



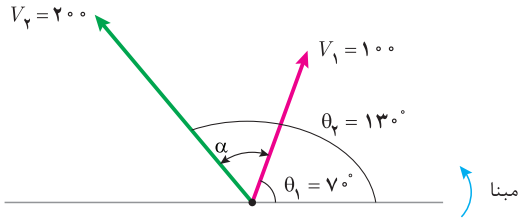
شکل ۱۸

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\alpha}$$

که در این رابطه
A مقدار بردار برآیند دو بردار
$A_1$ مقدار بردار اول
$A_2$ مقدار بردار دوم
α زاویه بین بردار $A_1$ با $A_2$ است.

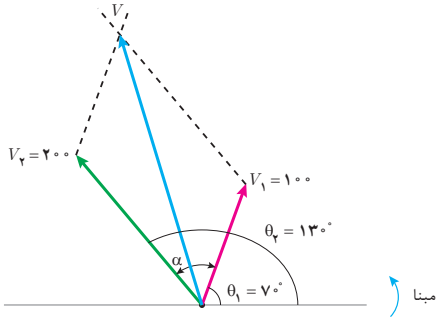
مثال

برآیند دو بردار ولتاژ $V_1=100\angle+70^\circ$ و $V_2=200\angle+130^\circ$ را به روش هندسی به‌دست آورید (شکل ۱۹).



شکل ۱۹

**حل:**
بردارهای $V_1$ و $V_2$ ترسیم می‌شود.
V برآیند بردارهای $V_1$ و $V_2$ ترسیم می‌شود (شکل ۲۰).



شکل ۲۰

α زاویه بین دو بردار $V_1$ و $V_2$ محاسبه می‌شود.

$$\alpha=\theta_2-\theta_1=130-70=60^\circ$$

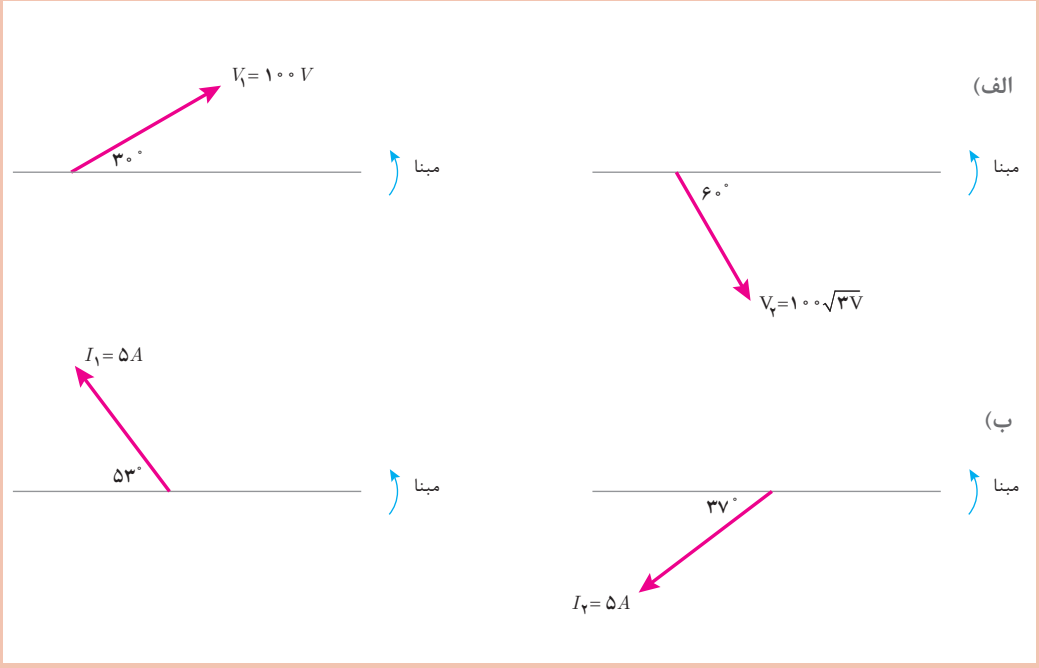
V برآیند بین دو بردار $V_1$ و $V_2$ محاسبه می‌شود.

$$V=\sqrt{V_1^2+V_2^2+2V_1V_2\cos\alpha}$$

$$V=\sqrt{100^2+200^2+2(100)(200)\cos 60^\circ}=264/57[V]$$

تمرین

۱ـ برآیند بردارها را در هر قسمت به روش تحلیلی محاسبه کنید و آن را به فرم قطبی بنویسید.

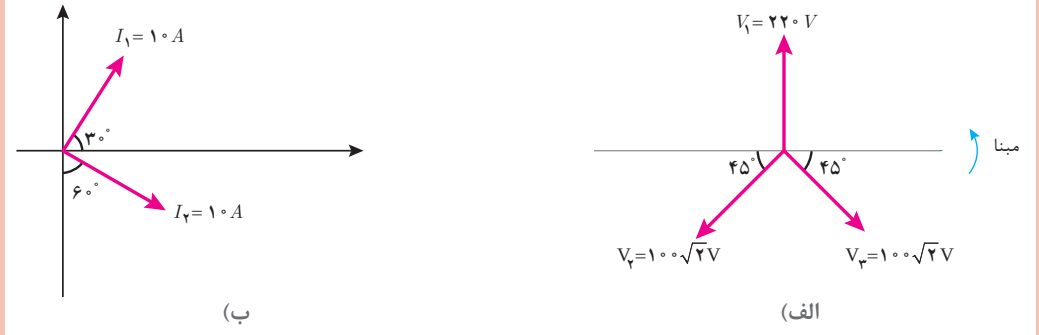



۲ـ بردارهای ولتاژ و جریان داده شده زیر را رسم کنید سپس برآیند آنها را به روش تحلیلی بیابید.

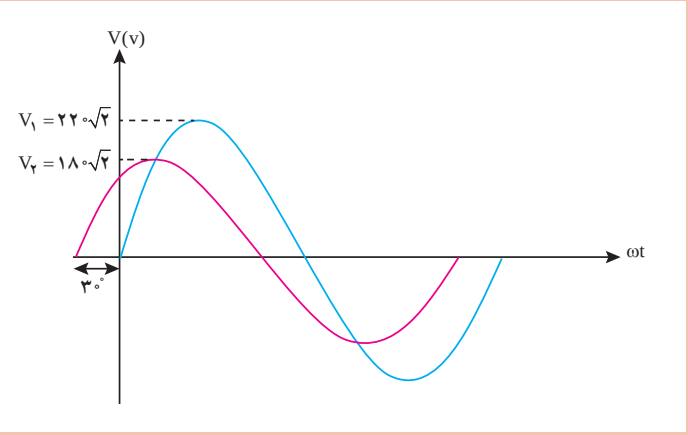
الف) $V_۱=۱۰۰\angle ۰$ و $V_۲=۱۰۰\angle +۱۲۰$ و $V_۳=۱۰۰\angle -۱۲۰$

ب) $I_۱=۵\angle +۴۵$ و $I_۲=۵\angle +۱۳۵$ و $I_۳=۵\angle -۹۰$

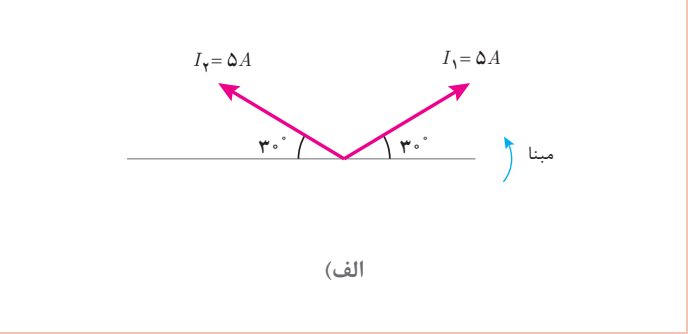
۳ـ در هر یک از شکل‌های زیر برآیند بردارها را به روش تحلیلی محاسبه کنید.



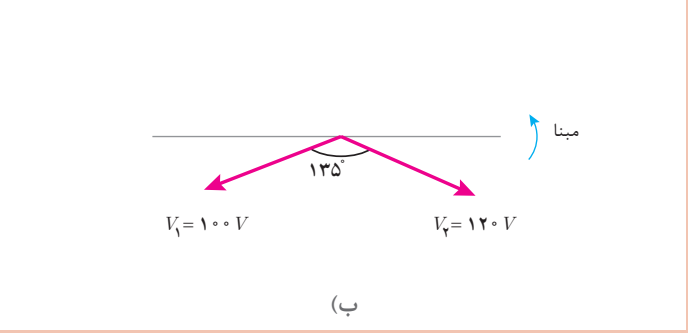
۴ـ شکل موج سینوسی دو ولتاژ متناوب به‌صورت زیر است، فرم قطبی هر کدام را بنویسید سپس برآیند آنها را محاسبه کنید.




۵ـ برآیند بردارهای زیر را به روش هندسی محاسبه نمایید.




الف)



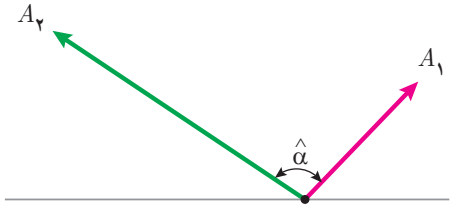

ب)

۶ـ برآیند دو بردار $I_۱ = ۴A$ و $I_۲ = ۳A$ برابر $I = ۵A$ می‌باشد. زاویه بین دو بردار $I_۱$ و $I_۲$ چند درجه است؟

۷ـ برآیند دو بردار $V_۱ = ۲۰۰\angle ۳۰^\circ$ و $V_۲ = ۲۰۰\sqrt{۳}V$ برابر $V = ۴۰۰V$ می‌باشد. زاویه بین دو بردار $V_۱$ و $V_۲$ را به‌دست آورید. $V_۲$ را به فرم قطبی بنویسید. بردار $V_۲$ چند حالت خواهد داشت؟

## ۴ـ۱ـ تفاضل دو بردار

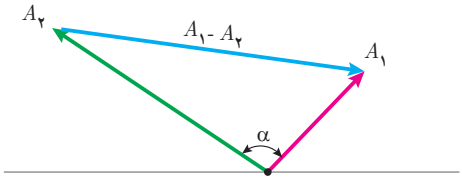
تفاضل دو بردار در تحلیل مدارهای الکتریکی برای تفریق کمیت‌های الکتریکی هم واحد مانند جریان، ولتاژ و توان ... به‌کار می‌رود. عملیات تفریق بین دو بردار از روش هندسی انجام می‌گیرد. دو بردار $A_۱$, $A_۲$ که با یکدیگر زاویه $\alpha$ می‌سازند در نظر است (شکل ۲۱)




مبنا

شکل ۲۱

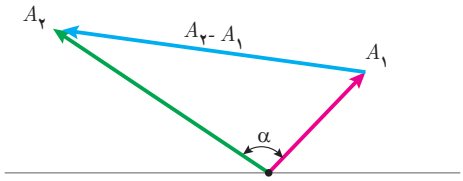
تفاضل بردارهای $\overrightarrow{A_۱}$ ـ $\overrightarrow{A_۲}$ از انتهای بردار $A_۲$ به انتهای بردار $A_۱$ ترسیم می‌شوند. (شکل ۲۲)




مبنا

شکل ۲۲

و تفاضل بردارهای $\overrightarrow{A_۱}$ ـ $\overrightarrow{A_۲}$ از انتهای بردار $A_۱$ به انتهای بردار $A_۲$ ترسیم می‌شود (شکل ۲۳).




مبنا

شکل ۲۳

تفاضل بردارهای $\overrightarrow{A_۱}$ ـ $\overrightarrow{A_۲}$ و یا $\overrightarrow{A_۲}$ ـ $\overrightarrow{A_۱}$ را با $A'$ نشان می‌دهند و مقدار $A'$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$A' = \sqrt{A_۱^۲ + A_۲^۲ - ۲A_۱A_۲\cos\alpha}$$

که در این رابطه:

$A'$ مقدار تفاضل دو بردار

$A_۱$ مقدار بردار اول

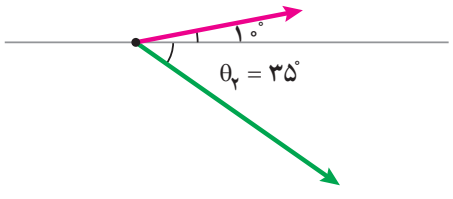
$A_۲$ مقدار بردار دوم

$\alpha$ زاویه بین بردار $A_۱$ , $A_۲$ می‌باشد.

مثال

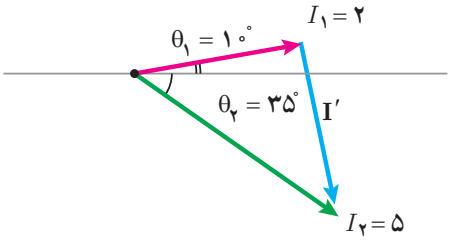
تفاضل دو بردار جریان $I_۱ = ۲\angle ۱۰^\circ$ و $I_۲ = ۵\angle -۳۵^\circ$ به روش هندسی را به‌دست آورید و $\overrightarrow{I_۱} - \overrightarrow{I_۲}$ را رسم کنید.

**حل:** بردارهای $I_۱$ , $I_۲$ ترسیم می‌شود (شکل ۲۴).




مبنا

شکل ۲۴



شکل ۲۵

$I'$ تفاضل بردارهای $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ ترسیم می‌شود (شکل ۲۵).

زاویه بین دو بردار $I_1$ , $I_2$ محاسبه می‌شود.

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 = ۱۰ + ۳۵ = ۴۵^\circ$$

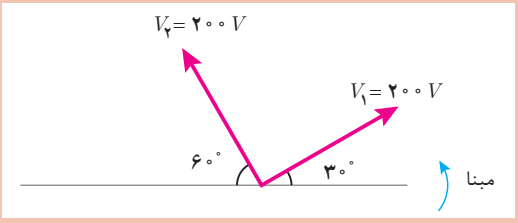
$I'$ تفاضل بین دو بردار $I_1$ , $I_2$ محاسبه می‌شود.

$$I' = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1 I_2 \cos\alpha}$$

$$I' = \sqrt{۲^2 + ۵^2 - ۲(۲)(۵)\cos ۴۵^\circ} = ۳/۸۶ [A]$$

تمرین

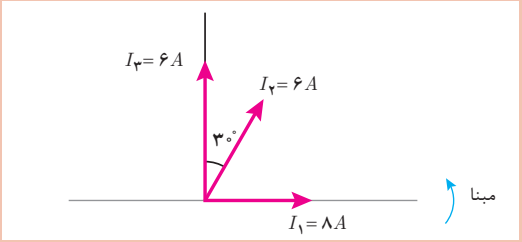
۱ـ در شکل روبه‌رو اندازه بردار $\vec{V}_1 - \vec{V}_2$ را محاسبه کنید و بردار آن را رسم کنید.




۲ـ درستی یا نادرستی هر قسمت را مشخص کنید ($I_1$ و $I_2$ بردارهای جریان هستند).

| | صحیح | غلط |
|---|---|---|
| الف) اندازهٔ $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ و $\vec{I}_2 - \vec{I}_1$ با هم برابر است. | ☐ | ☐ |
| ب) بردار $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ و $\vec{I}_2 - \vec{I}_1$ هم جهت هستند. | ☐ | ☐ |
| ج) اندازه بردار $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ حتماً از $I_1$ و $I_2$ کمتر است. | ☐ | ☐ |
| د) با افزایش زاویه بین دو بردار $I_1$ و $I_2$ اندازه $I_1 - I_2$ کاهش می‌یابد. | ☐ | ☐ |

۳ـ با توجه به شکل روبه‌رو مطلوب است:




الف) $\vec{I}_2 - \vec{I}_3$

ب) $\vec{I}_3 - \vec{I}_1$

ج) $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$

۴ـ ولتاژهای متناوب $v_1(t) = ۲۰۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t)$ و $v_2(t) = ۱۵۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t - \frac{\pi}{۶})$ مفروض است مطلوب است:

الف) بردارهای ولتاژ را رسم کنید.

ب) اندازه تفاضل آنها را بیابید.

ج) تفاضل $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$ را رسم کنید.

۵ـ برآیند دو بردار جریان $I_1 = 3A$ و $I_2 = 4A$ برابر $5A$ می‌باشد. تفاضل آنها را به‌دست آورید.

۶ـ در هر حالت مورد خواسته شده را به‌دست آورید.

الف) $I' = ?$ , $I_2 = 4\angle 120^\circ$ و $I_1 = 4\angle 0$

ب) $\alpha = 60$ , $I' = 6$ , $I_2 = ?$ و $I_1 = 6A$ ( زاویه بین دو بردار $I_1$ و $I_2$ )

ج) $\alpha = ?$ , $I' = 5\sqrt{3}$ , $I_2 = 5A$ و $I_1 = 5A$

د) $\frac{I'}{I} = ?$ , $\alpha = 60^\circ$ و $I_1 = I_2$

۷ـ برآیند دو بردار $I_1 = 8\angle 0$ و $I_2$ برابر $I = 6\angle 90$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه مقدار $I_2$ و زاویه بین دو بردار $I_2$ و $I_1$.

## ۵ـ۱ـ توان الکتریکی در جریان متناوب

توان الکتریکی در جریان متناوب از حاصل ضرب بردار ولتاژ $V\angle \theta_v$ در بردار جریان $I\angle \theta_i$ به دست می‌آید و به سه شکل توان مؤثر و غیرمؤثر و ظاهری قابل اندازه‌گیری و محاسبه می‌باشند.

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان به کار الکتریکی تبدیل می‌شود را «توان مؤثر » گویند و واحد آن وات است و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$P = V_e I_e \cos\varphi$$

در این رابطه:

$P$ توان مؤثر $[W]$

$V_e$ توان مؤثر $[V]$

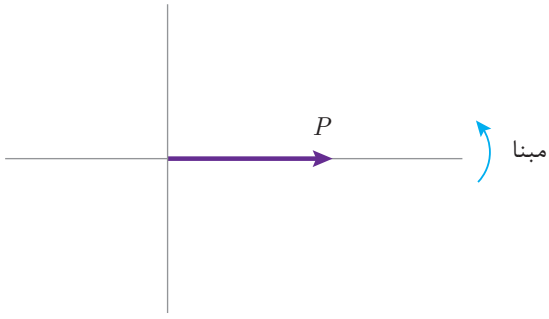
$I_e$ توان مؤثر $[A]$

$\varphi$ زاویه بین فاز ولتاژ با فاز جریان است.

$\varphi$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

توان مؤثر با یک بردار افقی در جهت مثبت محور xها نشان داده می‌شود (شکل ۲۶).



شکل ۲۶

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان ذخیره می‌شود وکارالکتریکی انجام نمی‌دهد را «توان غیر مؤثر» گویند و واحد آن ولت آمپر راکتیو است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = V_e I_e \sin\varphi$$

در این رابطه

$Q$ توان غیر مؤثر $[VAR]$

$V_e$ ولتاژ مؤثر $[V]$

$I_e$ جریان مؤثر $[A]$

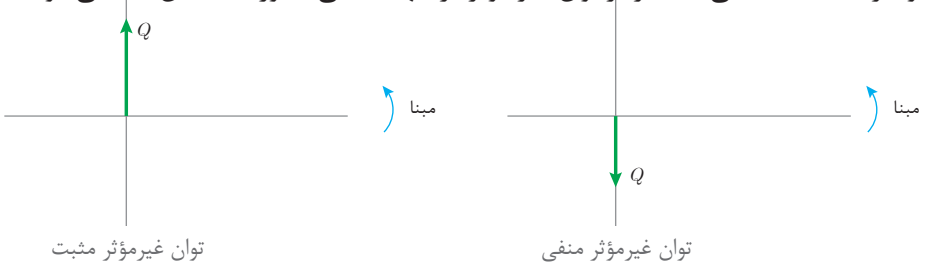
$\varphi$ زاویه بین فاز ولتاژ با فاز جریان است.

φ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

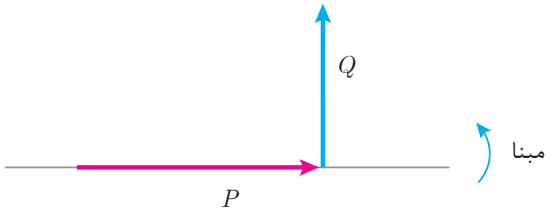
در مدارهای پس فاز، زاویه اختلاف فاز φ مقداری مثبت است لذا علامت Q مثبت خواهد شد اما در مدارهای پیش فاز، زاویه اختلاف فاز φ مقداری منفی است لذا علامت Q منفی خواهد شد.

توان غیرمؤثر با یک بردار عمودی نشان داده می‌شود. اگر علامت Q مثبت باشد بردار توان غیرمؤثر در جهت مثبت محور yها و اگر علامت Q منفی باشد بردار توان غیر مؤثر در جهت منفی محور yها نشان داده می‌شود (شکل ۲۷).



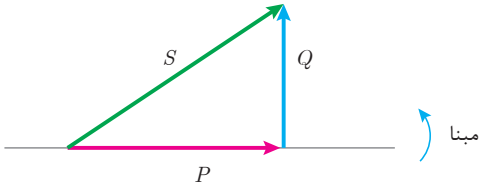

شکل ۲۷

در مدارهای پس‌فاز بردار توان مؤثر p به صورت افقی در جهت مثبت محور xها و بردار توان غیرمؤثر Q عمودی در جهت مثبت محور yها ترسیم می‌شود (شکل ۲۸).



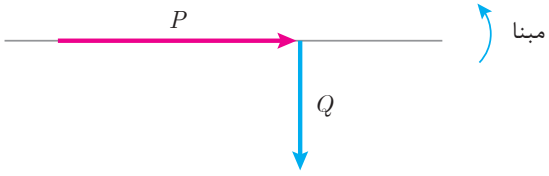

شکل ۲۸

توان ظاهری برآیند بردار P و Q می‌باشد. برای ترسیم برآیند بردارهای P و Q کافی است از ابتدای بردار P به انتهای بردار Q وصل شود تا مثلث قائم‌الزاویه شکل گیرد. این مثلث، مثلث توان پس فاز نامیده می‌شود که وتر آن بردار توان ظاهری است (شکل ۲۹).



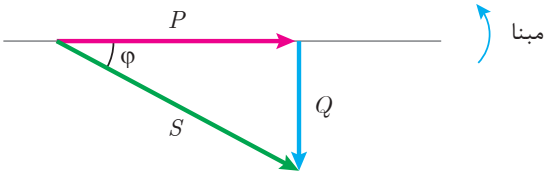

شکل ۲۹

در مدارهای پیش فاز بردار توان P به صورت افقی در جهت مثبت محور xها و بردار توان غیرمؤثر Q عمودی در جهت منفی محور yها ترسیم می‌شود. (شکل ۳۰)




شکل ۳۰

توان ظاهری برآیند بردار P و Q می‌باشد. با ترسیم برآیند بردارهای P و Q مثلث توان پیش فاز شکل می‌گیرد. (شکل ۳۱)




شکل ۳۱

در مثلث توان زاویه بردار توان ظاهری همان $\varphi$ می‌باشد. فرم قطبی بردار توان ظاهری به‌صورت $S\angle\varphi$ است.

در مثلث توان نسبت‌های مثلثاتی زیر را می‌توان نوشت:

$$\cos\varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{P}{S}$$

$$\sin\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{Q}{S}$$

$$\tan\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{Q}{P}$$

که در این روابط:

$\cos\varphi$ ضریب توان مؤثر

$\sin\varphi$ ضریب توان غیرمؤثر

$\tan\varphi$ ضریب کیفیت می‌باشد.

در مثلث توان مقدار بردار توان ظاهری از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

اگر در رابطه توان ظاهری $V_e I_e \cos\varphi$ به‌جای $P$ و $V_e I_e \sin\varphi$ به‌جای $Q$ جای‌گذاری شود می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{(V_e I_e \cos\varphi)^2 + (V_e I_e \sin\varphi)^2}$$

با به توان رساندن می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2 \cos^2\varphi + V_e^2 I_e^2 \sin^2\varphi}$$

فاکتورگیری از $V_e^2 I_e^2$:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2 (\cos^2\varphi + \sin^2\varphi)}$$

از اتحاد مثلثاتی $\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$ استفاده می‌شود:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2}$$

$$S = V_e I_e$$

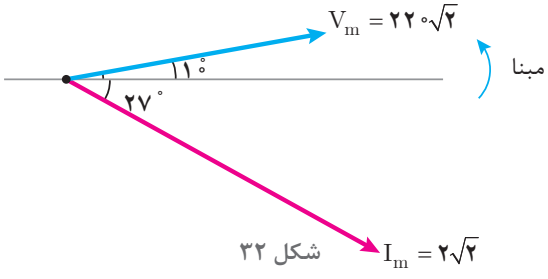
این رابطه نشان می‌دهد مقدار توان ظاهری از حاصل ضرب ولتاژ مؤثر در جریان مؤثر قابل محاسبه است.

**مثال**

معادلات زمانی ولتاژ و جریان یک مدار الکتریکی به‌صورت $v(t) = 220\sqrt{2}\sin(1000t + 10)$ و $i(t) = 2\sqrt{2}\sin(1000t - 27)$ می‌باشد.

توان‌های مدار را محاسبه کنید و مثلث توان آن را رسم نمایید.

**حل:** بردارهای ولتاژ و جریان ترسیم می‌شود (شکل ۳۲):




مبنا

شکل ۳۲

مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان محاسبه می‌شود:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲۲۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲۲۰[V]$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲\,[A]$$

زاویه اختلاف فاز محاسبه می‌شود:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i = ۱۰ - (-۲۷) = +۳۷^\circ$$

زاویه φ مثبت شده است و نشان می‌دهد مدار پس فاز می‌باشد که این موضوع در شکل نیز مشخص می‌باشد.

توان مؤثر محاسبه می‌شود:

$$P = V_e I_e \cos\varphi = ۲۲۰ \times ۲ \times \cos ۳۷^\circ = ۳۵۲[w]$$

توان غیر مؤثر محاسبه می‌شود:

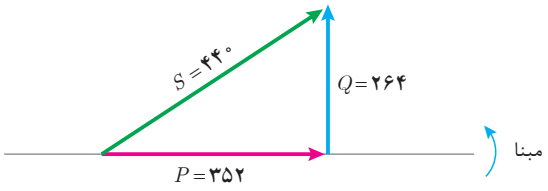
$$Q = V_e I_e \sin\varphi = ۲۲۰ \times ۲ \times \sin ۳۷^\circ = +۲۶۴[VAR]$$

چون φ مثبت است مدار پس‌فاز است لذا Q مثبت در نظر گرفته می‌شود.

توان ظاهری محاسبه می‌شود.

$$S = \sqrt{P^۲ + Q^۲} = \sqrt{۳۵۲^۲ + ۲۶۴^۲} = ۴۴۰[VA]$$

مثلث توان ترسیم می‌شود (شکل ۳۳).




شکل ۳۳

**مثال**

یک مصرف‌کننده الکتریکی پیش فاز با توان مؤثر ۶۰w و توان ظاهری ۱۰۰VA با ولتاژ $V = ۲۲۰\sqrt{۲}\angle ۰$ در نظر است

مطلوب است:

الف) توان غیرمؤثر

ب) جریان مصرف‌کننده

ج) رسم بردارهای جریان و ولتاژ

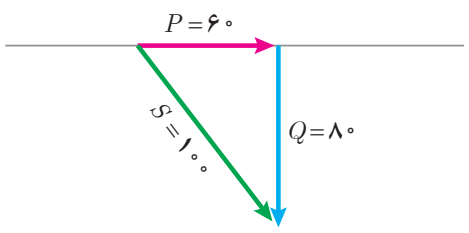
**حل:**

الف) از رابطه توان ظاهری، توان غیرمؤثر محاسبه می‌شود:

$$S=\sqrt{P^{۲}+Q^{۲}}$$

$$Q=\sqrt{S^{۲}-P^{۲}}=\sqrt{۱۰۰^{۲}-۶۰^{۲}}=۸۰[VAR]$$

مبنا چون مصرف‌کننده از نوع پیش فاز است توان غیرمؤثر منفی در نظر گرفته می‌شود یعنی $Q=-۸۰$ و مثلث توان ترسیم خواهد شد (شکل ۳۴).




شکل ۳۴

از رابطه توان ظاهری مقدار جریان مؤثر محاسبه می‌شود:

$$S=V_e I_e$$

$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=۲۲۰[V]$$

$$I_e=\frac{S}{V_e}=\frac{۱۰۰}{۲۲۰}=۰/۴۵[A]$$

$$I_m=I_e\sqrt{۲}=۰/۶۳\ [A]$$

از مثلث توان $\cos\varphi$ محاسبه می‌شود.

$$\cos\varphi=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\cos\varphi=\frac{P}{S}=\frac{۶۰}{۱۰۰}=۰/۶$$

$$\cos^{-۱}(۰/۶)=۵۳^{\circ}$$

مصرف‌کننده پیش فاز است و علامت $\varphi$ منفی خواهد شد:

$$\varphi=-۵۳^{\circ}$$

از رابطه زاویه اختلاف فاز $\varphi$ مقدار $\theta_i$ محاسبه می‌شود:

$$\varphi=\theta_v-\theta_i$$

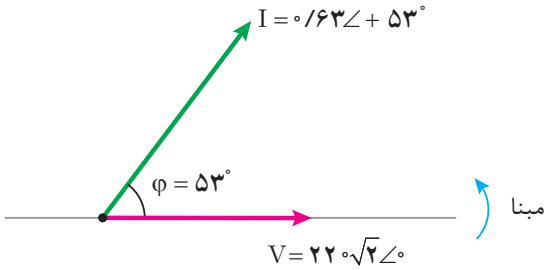
$$-۵۳=۰-\theta_i$$

$$\theta_i=+۵۳^{\circ}$$

فرم قطبی بردار جریان و ولتاژ مطابق شکل ۳۵ خواهد شد:

$$V=۲۲۰\sqrt{۲}\angle ۰$$

$$I=۰/۶۳\angle ۵۳$$



شکل ۳۵

## ۶ـ۱ـ توان ظاهری بار شبکه الکتریکی

توان ظاهری بار شبکه الکتریکی شامل چندین مصرف‌کننده، از برآیند مجموع توان‌های مؤثر و غیرمؤثر هر مصرف‌کننده به‌دست می‌آید. برای این منظور با تحلیل هر مصرف‌کننده توان مؤثر و غیرمؤثر محاسبه می‌شود سپس توان‌های مؤثر مصرف‌کننده با یکدیگر جمع می‌شوند تا «توان مؤثر شبکه P» به‌دست آید:

$$P = P_۱ + P_۲ + \cdots P_n \ [w]$$

P توان مؤثربار شبکه

$P_۱$ توان مؤثر مصرف‌کننده اول

$P_۲$ توان مؤثر مصرف‌کننده دوم

$P_n$ توان مؤثر مصرف‌کننده nام

همچنین توان‌های غیرمؤثر مصرف‌کننده با توجه به پس‌فاز یا پیش‌فاز بودن و با رعایت علامت جبری با یکدیگر جمع می‌شوند تا «توان غیرمؤثر بار شبکه Q» به‌دست آید:

$$Q = Q_۱ + Q_۲ + \cdots Q_n \ [VAR]$$

Q توان غیرمؤثر شبکه

$Q_۱$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده اول

$Q_۲$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده دوم

$Q_n$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده nام

با توجه به مقادیر P و Q و رعایت علامت جبری Q که ناشی از پس فاز یا پیش فاز بودن شبکه است بردارهای P و Q و برآیند آنها S ترسیم می‌شود تا مثلث توان به‌دست آید و از رابطه فیثاغورث مقدار توان ظاهری بار شبکه S و از نسبت‌های مثلثاتی ضریب توان مؤثر بار شبکه محاسبه می‌شود.

$$S = \sqrt{P^۲ + Q^۲}$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

مثال

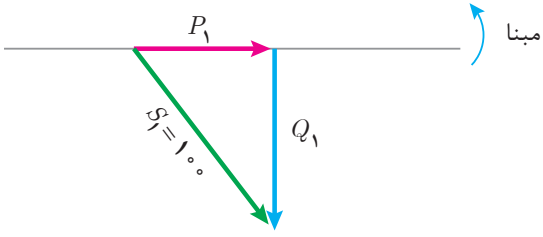
شبکه الکتریکی شامل دو مصرف‌کننده با مشخصات زیر در نظر است:

پیش‌فاز، $\cos\varphi_۱ = ۰/۶$ , ۱۰۰ [VA] مصرف‌کننده اول

پس‌فاز، $\cos\varphi_۲ = ۰/۸$ , ۲۰۰ [VA] مصرف‌کننده دوم

توان ظاهری کل و ضریب توان مؤثر بار شبکه را به‌دست آورید.

**حل:** مصرف‌کننده اول پیش‌فاز است. توان غیرمؤثر منفی در نظر گرفته می‌شود و مثلث توان مطابق شکل ۳۶ ترسیم خواهد شد:



شکل ۳۶

$$\cos\varphi_۱ = \frac{P_۱}{S_۱} \rightarrow P_۱ = S_۱ \cos\varphi_۱$$

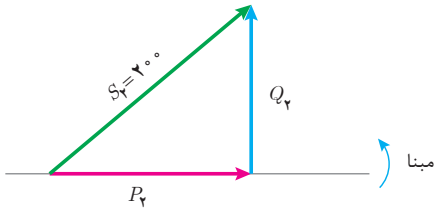
$$P_۱ = ۱۰۰ \times ۰/۶ = ۶۰ \ [w]$$

$$\sin\varphi_۱ = \frac{Q_۱}{S_۱} \rightarrow Q_۱ = S_۱ \sin\varphi_۱$$

$$Q_۱ = ۱۰۰ \times ۰/۸ = ۸۰ \ [VAR]$$

چون مصرف‌کننده اول از نوع پیش‌فاز است لذا $Q$ = ۸۰- خواهد شد.

مصرف‌کننده دوم پس‌فاز است توان غیرمؤثر مثبت در نظر گرفته می‌شود و مثلث توان ترسیم خواهد شد (شکل ۳۷).



شکل ۳۷

$$\cos\varphi_۲ = \frac{P_۲}{S_۲} \rightarrow P_۲ = S_۲ \cos\varphi_۲$$

$$P_۲ = ۲۰۰ \times ۰/۸ = ۱۶۰ \ [w]$$

$$\sin\varphi_۲ = \frac{Q_۲}{S_۲} \rightarrow Q_۲ = S_۲ \sin\varphi_۲$$

$$Q_۲ = ۲۰۰ \times ۰/۶ = +۱۲۰ \ [VAR]$$

توان مؤثر بار شبکه از مجموع توان مؤثر مصرف‌کننده‌های اول و دوم به‌دست می‌آید.

$$P = P_۱ + P_۲$$

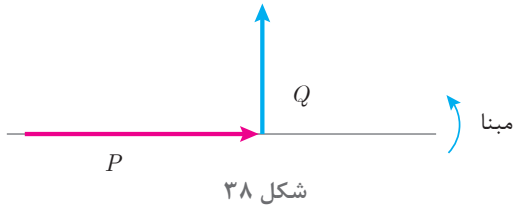
$$P = ۶۰ + ۱۶۰ = ۲۲۰ \ [w]$$

توان غیرمؤثر بار شبکه از مجموع توان غیرمؤثر مصرف‌کننده‌های اول و دوم با رعایت علامت جبری به‌دست می‌آید.

$$Q = Q_۱ + Q_۲$$

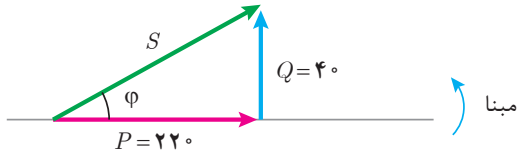
$$Q = (-۸۰) + (+۱۲۰) = +۴۰ \ [VAR]$$

بردارهای P و Q ترسیم می‌شود (شکل ۳۸).



شکل ۳۸

بردار توان ظاهری برآیند بردارهای P و Q ترسیم می‌شود (شکل ۳۹).



شکل ۳۹

از رابطه فیثاغورث مقدار توان ظاهری S به‌دست می‌آید:

$$S=\sqrt{P^{۲}+Q^{۲}}$$

$$S=\sqrt{(۲۲۰)^{۲}+(۴۰)^{۲}}=۲۲۳/۶[VA]$$

ضریب توان مؤثر شبکه از نسبت مثلثاتی کسینوس به‌دست می‌آید.

$$\cos\varphi=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\cos\varphi=\frac{P}{S}=\frac{۲۲۰}{۲۲۳/۶}=۰/۹۸$$

$$\cos^{-۱}(۰/۹۸)=۱۱/۴۸^{\circ}$$

توان غیرمؤثر بار شبکه مثبت شده است. لذا بار شبکه پس‌فاز می‌باشد و علامت φ مثبت خواهد شد:

$\varphi = ۱۱/۴۸^{\circ}$

فرم قطبی بردارهای توان بار شبکه خواهد شد.

$S = ۲۲۳/۶ \angle ۱۱/۴۸^{\circ}$

$P = ۲۲۰ \angle ۰$

$Q = ۴۰ \angle ۹۰^{\circ}$

تمرین

۱ـ در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف) توان ظاهری را می‌توان از حاصل‌ضرب ولتاژ مؤثر در ..... به‌دست آورد.

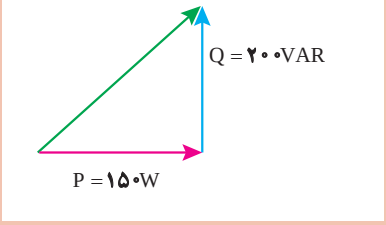
ب) در مثلث توان ضلع مقابل به ضلع مجاور ضریب ..... نام دارد.

ج) در مدارهای پیش‌فاز بردار توان غیرمؤثر در راستای محور ..... و در جهت.....ترسیم می‌شود.

د) توانی که انرژی الکتریکی را تبدیل می‌کند ..... نام دارد و واحد آن ..... است.

۲ـ در یک مصرف‌کننده الکتریکی $P = ۸۰۰ [w]$ و $Q = +۸۰۰ [VAR]$ می‌باشد، توان ظاهری را به‌صورت قطبی به‌دست آورید.

۳ـ مثلث توان یک مصرف‌کننده الکتریکی به‌صورت زیر است، مطلوب است:




الف) نوع مصرف‌کننده

ب) توان ظاهری

ج) ضریب توان مؤثر

۴ـ معادلات زمانی جریان و ولتاژ یک مدار الکتریکی به‌صورت $v(t)=۱۱۰\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t-۲۷^{\circ})$ و $i(t)=۲\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t+۱۰^{\circ})$ می‌باشد.

توان‌های مدار را به دست آورید و مثلث توان آن را رسم کنید.

۵ـ یک مصرف‌کننده الکتریکی پس‌فاز با توان غیرمؤثر ۸۰۰[VAR] و توان ظاهری ۱۰۰۰[VA] با

جریان $\vec{I} = ۱۰۰\angle ۰$ را در نظر بگیرید، مطلوب است:

الف) ولتاژ مصرف‌کننده به فرم قطبی

ب) رسم مثلث توان

ج) توان مؤثر

د) ضریب توان مؤثر

۶ـ یک شبکه الکتریکی دو مصرف‌کننده با مشخصات زیر را تغذیه می‌کند.

پس فاز $[VAR]\ Q_۱ = ۳۰۰\ ,\ [w]\ P_۱ = ۴۰۰$: مصرف‌کننده ۱

پیش فاز $[VAR]\ Q_۲ = ۹۰۰\ ,\ [w]\ P_۲ = ۴۰۰$: مصرف‌کننده ۲

الف) مثلث توان هر مصرف‌کننده

ب) مثلث توان شبکه

ج) توان ظاهری شبکه

د) ضریب توان مؤثر شبکه

۷ـ توان مؤثر و ضریب توان مؤثر شبکهٔ $P = ۳\ [kw]$ و $\cos\varphi = ۰/۶$ پس‌فاز می‌باشد با ورود مصرف‌کننده‌ای با توان مؤثر $P = ۲\ [kw]$ ضریب توان شبکه $\cos\varphi = ۰/۸$ پس‌فاز می‌شود. نوع مصرف‌کننده و توان‌های آن را به‌دست آورید.

## ۷ـ۱ـ مدار الکتریکی RL سری

مدارهای الکتریکی جریان متناوب تک‌فاز برای معادل‌سازی سیم‌پیچی موتورهای الکتریکی، ترانسفورماتورها و سایر تجهیزات الکتریکی به‌کار می‌رود. معادل‌سازی سیم‌پیچ با عناصر الکتریکی نظیر مقاومت الکتریکی اهمی R، ضریب خودالقایی سلف L و ظرفیت C انجام می‌شود.

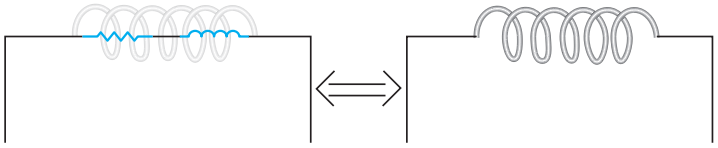
کمیت‌های الکتریکی نظیر شدت جریان، ولتاژ و توان الکتریکی در موتور الکتریکی، ترانسفورماتور و سایر تجهیزات الکتریکی با نصب آمپرمتر، ولت‌متر و وات‌متر قابل اندازه‌گیری می‌باشند. حال آنکه به کمک روابط ریاضی و قوانین فیزیک الکتریسیته و مغناطیس و با تحلیل مدار الکتریکی معادل آنها می‌توان کمیت‌های الکتریکی را محاسبه نمود.

مدارالکتریکی RL سری برای معادل‌سازی سیم‌پیچ به‌کار می‌رود. سیم‌پیچ‌ها جزء اصلی وسایل الکتریکی مانند موتورها یا ترانسفورماتورها می‌باشند.

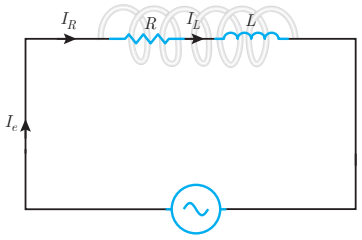
سیم‌پیچ علاوه بر ضریب خودالقایی L، مقاومت الکتریکی اهمی R نیز دارد. مقاومت الکتریکی اهمی‌ناشی از جنس، طول و سطح مقطع هادی سیم‌پیچ است و ضریب خودالقایی ناشی از نیروی محرکه القایی می‌باشد که در اثر تغییرات جریان به‌وجود می‌آید.

مدار الکتریکی که از معادل‌سازی سیم‌پیچ به‌دست می‌آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی اهمی R

و سلف با ضریب خودالقایی L می‌باشد و آن را مدار الکتریکی RL سری می‌نامند (شکل ۴۰).



شکل ۴۰




شکل ۴۱

مدار الکتریکی RL سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت‌های الکتریکی در شکل ۴۱ نشان داده شده است.

با اتصال مدار الکتریکی RL سری به منبع متناوب در مدار جریان $I_e$ جاری می‌شود. با توجه به شکل ۴۱ جریان $I_e$ از مقاومت الکتریکی اهمی R و سلف با ضریب خودالقایی L عبور می‌کند. لذا جریان منبع $I_e$ با جریان مقاومت اهمی $I_R$ و جریان سلف $I_L$ برابر می‌باشد که از ویژگی‌های مدارهای سری است و می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L$$

جریان الکتریکی متناوب $I_e$ از مقاومت الکتریکی اهمی R عبور می‌کند و در آن افت ولتاژ ایجاد می‌نماید و با عبور از سلف با ضریب خودالقایی L نیروی محرکه خودالقایی به‌وجود می‌آورد. نیروی محرکه خودالقایی سلف با جاری شدن جریان $I_e$ مخالفت می‌کند. مخالفت سلف در مقابل عبور جریان الکتریکی متناوب $I_e$ ناشی از اثر خودالقایی را «مقاومت القایی[۱]» گویند. مقاومت القایی را با $X_L$ نشان می‌دهند و واحد آن اهم است. مقدار مقاومت القایی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$X_L = \omega . L$$

در این رابطه:

$X_L$ مقاومت القایی $[\Omega]$

$\omega = 2\pi f$ سرعت زاویه‌ای $\left[\frac{Rad}{s}\right]$

L ضریب خودالقایی سلف $[H]$ است.

مثال

جریان الکتریکی متناوب با معادله زمانی $i(t) = 5\sqrt{2}\sin(1000t)$ از یک سلف با ضریب خودالقایی ۰/۰۵ هانری عبور می‌کند، مقاومت القایی سلف چند اهم است؟

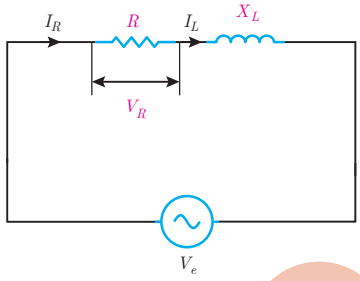
۱- Induction Reactance

**حل:** از رابطه مقاومت القایی می‌توان نوشت:

$$X_L = \omega . L$$

$$X_L = ۱۰۰۰ \times ۰/۰۵ = ۵۰ \ [\Omega]$$

در مدارهای RL سری با عبور جریان $I_R$ از مقاومت الکتریکی R در آن افت ولتاژ $V_R$ ایجاد می‌شود که بنا بر قانون اهم با توجه به شکل ۴۲ به‌دست می‌آید:



شکل ۴۲

جریان× مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R . I_R$$

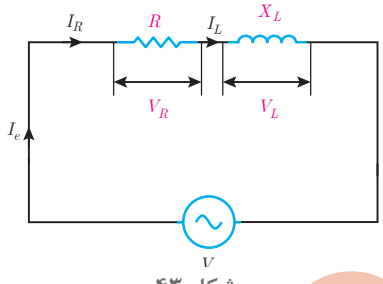
چون در مدار RL سری $I_R = I_e$ است. پس در این رابطه:

$$V_R = R . I_e$$

$V_R$ ولتاژ مقاومت الکتریکی اهمی [V]

$I_e$ جریان منبع [A] است.

همچنین در مدار RL سری با عبور جریان $I_L$ از سلف با ضریب خودالقایی L و پدید آمدن مقاومت القایی $X_L$ در آن نیروی محرکه خودالقایی $V_L$ ایجاد می‌شود که بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۴۳ به‌دست می‌آید:



شکل ۴۳

جریان× مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L . I_L$$

چون در مدار RL سری $I_L = I_e$ است. پس در این رابطه:

$$V_L = X_L . I_e$$

در این رابطه:

$V_L$ ولتاژ دو سر سلف [V]

$I_e$ جریان منبع [A]

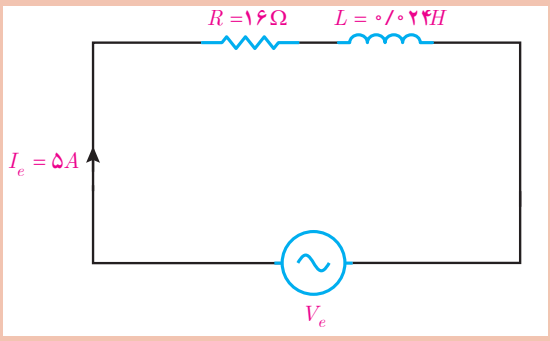
$X_L$ مقاومت القایی سلف [Ω] است.

مثال

ولتاژ متناوب $v(t) = ۱۰۰\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t + ۳۷^\circ)$ به یک سیم‌پیچ با مدار معادل شکل ۴۴ وصل شده است. مطلوب است:

الف) ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی

ب) ولتاژ دو سر سلف



شکل ۴۴

حل: با توجه به ویژگی مدار سری می‌توان نوشت:

$I_e = I_R = I_L = ۵ \ [A]$

الف) ولتاژ دو سر مقاومت، $V_R$ بنابر قانون اهم به صورت زیر خواهد بود:

جریان× مقاومت = ولتاژ

$V_R = R.I_R$

$V_R = ۱۶ \times ۵ = ۸۰ \ [V]$

ب) مقاومت القایی سلف برابر است با:

$X_L = \omega . L$

$X_L = ۵۰۰ \times ۰/۰۲۴ = ۱۲ \ [\Omega]$

ولتاژ دو سر سلف، $V_L$ بنابر قانون اهم خواهد بود:

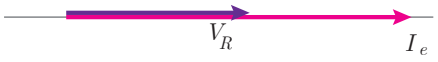
جریان× مقاومت = ولتاژ

$V_L = X_L . I_L$

$V_L = ۱۲ \times ۵ = ۶۰ \ [V]$

افت ولتاژ دو سر مقاومت $V_R$ با جریان عبوری از مقاومت $I_e$ هم‌فاز است. با فرض اینکه $\theta_i = ۰$ در نظر گرفته شود. بردارهای $V_R$ و $I_e$ مطابق شکل ۴۵ می‌باشد:

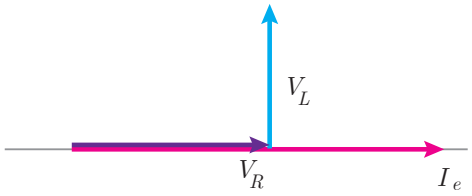
مبنا




شکل ۴۵

نیروی محرکه خودالقایی سلف $V_L$ از جریان عبوری سلف $I_e$ به اندازه ۹۰° جلوتر است. با فرض اینکه $\theta_i = ۰$ در نظر گرفته شود بردارهای $V_R, I_e,$ $V_L$ مطابق شکل ۴۶ می‌باشد.

مبنا

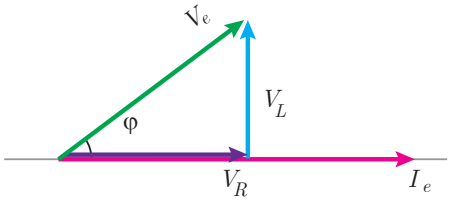



شکل ۴۶

ولتاژ منبع $V_e$ از برآیند $V_R$ و $V_L$ به‌دست می‌آید (شکل ۴۷) .

شکل ۴۷ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RL سری را نشان می‌دهد.

مبنا




شکل ۴۷

نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «دیاگرام برداری » گویند.

شکل ۴۷ نشان می‌دهد در مدار الکتریکی RL سری جریان منبع $I_e$ از ولتاژ منبع به اندازه φ عقب‌تر است. لذا مدار الکتریکی RL سری «مدار پس‌فاز » است.

در مدارهای پس فاز جریان منبع $I_e$ از ولتاژ منبع $V_e$ به اندازه φ درجه عقب‌تر است. بر حسب مقدار R و

$X_L$ مقدار $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ می‌باشد.

بردارهای $V_R$ و $V_L$ و $V_e$ شکل ۴۷ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

و نسبت‌های مثلثاتی برابر است با:

ضریب توان مؤثر $\cos\varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$

ضریب توان غیرمؤثر $\sin\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_L}{V_e}$

ضریب کیفیت $\tan\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{V_L}{V_R}$

مثال

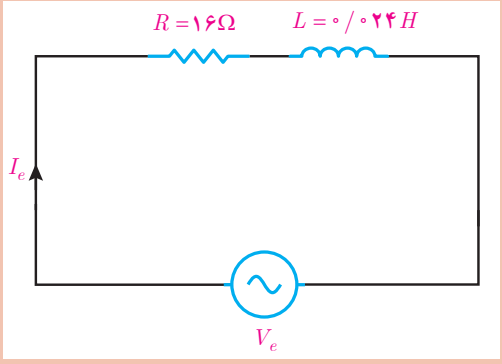
مدار معادل الکتریکی سیم‌پیچ یک وسیله الکتریکی مطابق شکل ۴۸ در اتصال به ولتاژ متناوب به‌صورت $i(t) = 5\sqrt{2}\sin(500t)$ می‌باشد؛ مطلوب است:

الف) محاسبه $V_R$ و $V_L$

ب) محاسبه $V_e$

ج) فرم قطبی $V_e$

د) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار




شکل ۴۸

حل: از معادله جریان مقدار مؤثر به‌دست می‌آید:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \rightarrow I_e = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5[A]$$

از ویژگی‌های مدار سری می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = 5\ [A]$$

الف) بنابر قانون اهم می‌توان نوشت:

جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R.I_R$$

$$V_R = 16 \times 5 = 80\ [V]$$

مقاومت القایی سلف برابر است با:

$$X_L = \omega . L$$

$$X_L = 500 \times 0/024 = 12\ [\Omega]$$

ولتاژ سلف از قانون اهم حساب می‌شود:

$$V_L = X_L . I_L$$
$$V_L = ۱۲ \times ۵ = ۶۰ \ [V]$$

ب) بنابر رابطه فیثاغورث بین $V_L, V_e$ و $V_R$ می‌توان نوشت:

$$V_e = \sqrt{V_R^۲ + V_L^۲}$$

$$V_e = \sqrt{۸۰^۲ + ۶۰^۲} = ۱۰۰[v]$$

ج) برای نمایش بردار $V_e$ به فرم قطبی نیاز به $\varphi$ است. لذا با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی می‌توان نوشت:

$$\cos\varphi = \frac{V_R}{V_e} = \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۰/۸$$

$$\cos^{-۱}(۰/۸) = ۳۷^\circ$$

مدار RL پس‌فاز است؛ مقدار $\varphi$ مثبت می‌باشد.

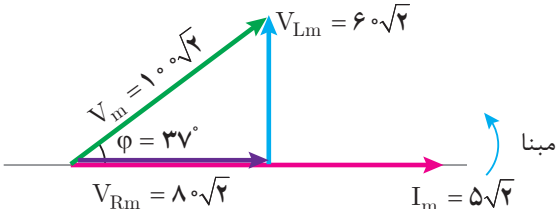
با توجه به معادله زمانی جریان $\theta_i = ۰$ است و از رابطه $\varphi = \theta_v - \theta_i$ مقدار $\theta_v$ محاسبه می‌شود:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$
$$+۳۷ = \theta_v - ۰$$
$$\theta_v = +۳۷^\circ$$

فرم قطبی $V_e$ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$V_m = V_e \times \sqrt{۲} = ۱۰۰ \times \sqrt{۲} = ۱۰۰\sqrt{۲}$$
$$V = V_m \angle \theta_m$$
$$V = ۱۰۰\sqrt{۲} \angle +۳۷^\circ$$

د) با توجه به $\theta_i = ۰$ بردار $I_e$ منطبق بر مبنا است و بردارهای $V_L, V_R$ و $V_e$ به‌صورت شکل ۴۹ ترسیم می‌شوند:




شکل ۴۹

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری » گویند و آن را با Z نشان می‌دهند. مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر به‌دست می‌آید.

ولتاژ، جریان، مقاومت

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه:

$Z$ مقاومت ظاهری مدار $[\Omega]$

$V_e$ ولتاژ مؤثر منبع $[V]$

$I_e$ جریان مؤثر منبع $[A]$ می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدارهای RL سری از رابطه زیر نیز به‌دست می‌آید:

$$Z=\sqrt{R^{۲}+X_L^{۲}}$$

فعالیت

رابطه $Z=\sqrt{R^{۲}+X_L^{۲}}$ را اثبات نمایید.

مثال

مقاومت ظاهری سیم‌پیچ یک وسیله الکتریکی با مقاومت اهمی $R=۶\Omega$ و ضریب خودالقایی $L=۸mH$ در اتصال به منبع ولتاژ متناوب با سرعت زاویه‌ای $\omega=۱۰۰۰ {}^{R}/_{S}$ چند اهم است؟

**حل:** مقاومت القایی سلف برابر است با:

$$X_L=\omega L$$

$$X_L=۱۰۰۰\times ۸\times ۱۰^{-۳}=۸\ [\Omega]$$

مقاومت ظاهری به‌دست می‌آید:

$$Z=\sqrt{R^{۲}+X_L^{۲}}$$

$$Z=\sqrt{۶^{۲}+۸^{۲}}=۱۰[\Omega]$$

فعالیت

ثابت کنید در مدار RL سری $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$ می‌باشد.

مثال

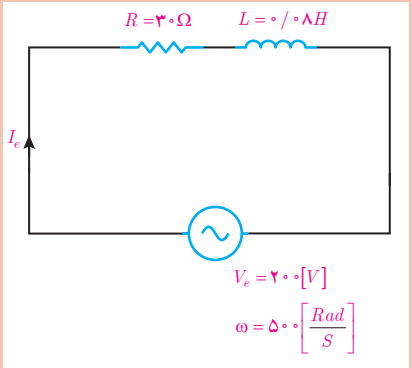
مدار الکتریکی معادل سیم‌پیچ در شکل ۵۰ نشان داده شده است.

مطلوب است محاسبه:

الف) مقاومت ظاهری مدار

ب) ضریب توان مؤثر مدار

ج) جریان مدار




شکل ۵۰

**حل:**

الف)

ـ مقاومت القایی سلف به‌دست می‌آید:

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = ۵۰۰ \times ۰/۰۸ = ۴۰\ [\Omega]$$

ـ مقاومت ظاهری برابر است با:

$$Z = \sqrt{R^۲ + X_L^۲}$$

$$Z = \sqrt{۳۰^۲ + ۴۰^۲} = ۵۰[\Omega]$$

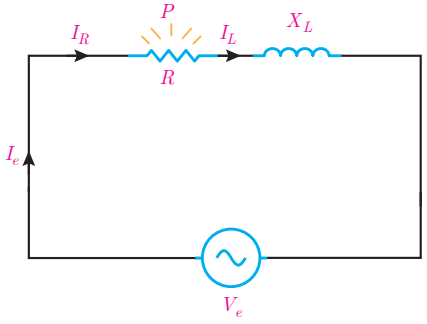
ب) ضریب توان به‌دست می‌آید:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{۳۰}{۵۰} = ۰/۶$$

ج) از قانون اهم جریان مدار به‌دست می‌آید:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{۲۰۰}{۵۰} = ۴[A]$$




شکل ۵۱

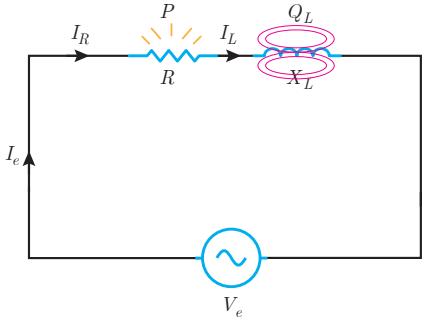
در مدار الکتریکی RL سری با عبور جریان $I_R$ از مقاومت الکتریکی R انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می‌شود. ( شکل ۵۱)

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی R به حرارت تبدیل می‌شود را توان مؤثر می‌نامند. توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور Xها می‌باشد و به روش زیر به‌دست می‌آید:

مجذور جریان × مقاومت = توان

چون در مدار RL سری $I_R = I_e$ است پس:

$$P = RI_e^۲$$




شکل ۵۲

همچنین با عبور جریان $I_L$ از سلف با ضریب خودالقایی L انرژی الکتریکی در سلف ذخیره می‌شود. (شکل ۵۲)

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می‌شود را توان «غیرمؤثر سلف» می‌نامند. توان غیرمؤثر سلف مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور yها می‌باشد و با توجه به مقدار مقاومت القایی سلف $X_L$ به روش زیر به‌دست می‌آید:

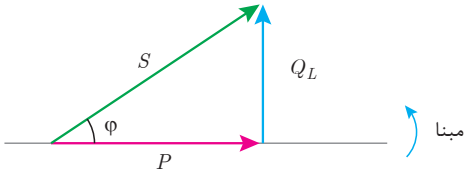
مجذور جریان × مقاومت = توان

$$Q_L = X_L I_e^2$$

چون در مدار RL سری $I_L = I_e$ است پس:

$$Q_L = X_L I_e^2$$

مثلث توان RL که پس‌فاز است در شکل ۵۳ نشان داده شده است.




شکل ۵۳

توان ظاهری در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S = \sqrt{P^2 + Q_L^2} \quad [VA]$$

از طرفی توان ظاهری از مقاومت ظاهری نیز قابل محاسبه است.

مجذور جریان × مقاومت = توان

$$S = ZI_e^2 \quad [VA]$$

همچنان روابط زیر در محاسبه توان‌ها برقرار است:

$$P = V_e I_e \cos\varphi \quad [w]$$

$$Q_L = V_e I_e \sin\varphi \quad [VAR]$$

$$S = V_e I_e \quad [V.A]$$

مثال

یک سیم‌پیچ در اتصال به منبع ولتاژ متناوب به معادله $v(t) = ۱۰۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t + ۵۳^\circ)$ دارای جریان $i(t) = ۵\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t)$ می‌شود مطلوب است محاسبه:

الف) توان‌های مدار ب) مقادیر $L, R$

**حل:** الف) مقدار مؤثر ولتاژ و جریان حساب می‌شود:

از ویژگی مدار سری می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = ۵ \text{ [A]}$$

φ از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

$$\varphi = ۵۳ - ۰$$

توان مؤثر از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\varphi = ۵۳$$

$$P = V_e I_e \cos\varphi$$

$$P = ۱۰۰ \times ۵ \times \cos ۵۳$$

$$P = ۵۰۰ \times ۰/۶ = ۳۰۰ \quad [w]$$

توان غیرمؤثر از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$Q = V_e I_e \sin\varphi$$

$$Q = ۱۰۰ \times ۵ \times \sin ۵۳$$

$$Q = ۵۰۰ \times ۰/۸ = ۴۰۰ \quad [VAR]$$

توان ظاهری از رابطه فیثاغورث S,Q,P به‌دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P^۲ + Q^۲}$$

$$S = \sqrt{۳۰۰^۲ + ۴۰۰^۲} = ۵۰۰[VA]$$

ب) مقدار R را می‌توان از رابطه زیر به‌دست آورد:

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{توان}}{\text{مجذور جریان}}$$

$$R = \frac{P}{I_R^۲}$$

$$R = \frac{۳۰۰}{۲۵} = ۱۲[\Omega]$$

مقاومت القایی به‌صورت زیر حساب می‌شود:

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{توان}}{\text{مجذور جریان}}$$

$$X_L = \frac{Q}{I_L^۲}$$

$$X_L = \frac{۴۰۰}{۲۵} = ۱۶[\Omega]$$

ضریب خودالقایی، L به صورت زیر حساب می‌شود:

$$X_L = \omega . L$$

$$۱۶ = ۱۰۰۰ \times L$$

$$L = \frac{۱۶}{۱۰۰۰} H = ۱۶[mH]$$

تمرین

## تمرین‌های RL سری:

۱ـ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید:

ـ سیم‌پیچ علاوه بر مقاومت الکتریکی اهمی، ..... نیز دارد.

ـ مقاومت الکتریکی اهمی سیم‌پیچ ناشی از طول و سطح مقطع و ..... است.

ـ نیروی محرکه خود القایی سلف با ..... مخالفت می‌کند.

ـ در RL سری نسبت $\frac{V_R}{V_e}$ را ضریب ..... مدار می‌نامند.

ـ مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را ..... می‌گویند.
ـ مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می‌شود ..... نام دارد.
ـ توان ظاهری مدار RL سری از حاصل‌ضرب ولتاژ مؤثر در ..... به‌دست می‌آید.

۲ـ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید:

ـ سیم‌پیچ موتورهای الکتریکی را می‌توان با عناصر الکتریکی نظیر مقاومت الکتریکی اهمی R، ضریب خود القایی سلف L معادل کرد.
صحیح ☐ غلط ☐

ـ در مدار الکتریکی RL سری جریان‌های $I_R$ و $I_L$ و $I_e$ با هم برابر هستند.
صحیح ☐ غلط ☐

ـ در مدار الکتریکی RL سری ولتاژهای $V_R$ و $V_L$ و $V_e$ با هم برابر هستند.
صحیح ☐ غلط ☐

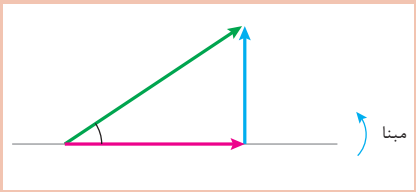
ـ با افزایش فرکانس ولتاژ متناوب منبع مدار RL، مقدار مقاومت القایی تغییر نخواهد کرد.
صحیح ☐ غلط ☐

ـ در مدار RL سری بردار $V_R$ نسبت به جریان مدار، $I_e$ مقدار ۹۰ درجه اختلاف فاز دارد.
صحیح ☐ غلط ☐

ـ در مدار RL سری نسبت $\frac{V_L}{V_R}$ ضریب توان غیر مؤثر نام دارد.
صحیح ☐ غلط ☐

۳ـ توان مؤثر در مدار RL سری را تعریف کنید و رابطه آن را بنویسید.

۴ـ مثلث توان روبه‌رو را برای یک مدار RL سری کامل کنید.

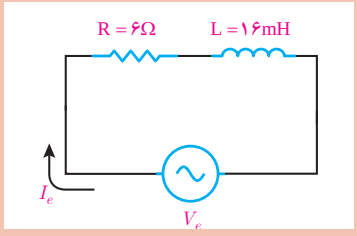



۵ـ رابطه $\sin\varphi = \frac{X_L}{Z}$ را در مدار RL سری به دست آورید.

۶ـ معادل الکتریکی یک سیم‌پیچ به صورت RL سری با مقادیر $R = ۳[\Omega]$ و $L = ۲mH$ می‌باشد. با اتصال سیم‌پیچ به ولتاژ متناوب $v(t) = ۱۰۰ \sin(۲۰۰۰t + ۵۳^\circ)$ مطلوب است:

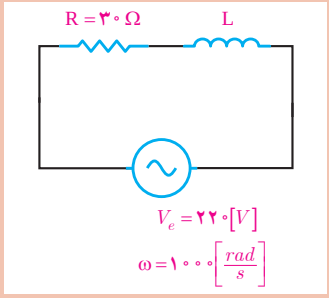
الف) مقاومت ظاهری مدار
ب) $V_R$ و $V_L$
ج) جریان مدار
د) فرم قطبی جریان مدار

۷ـ در مدار شکل روبه‌رو ولتاژ سیم‌پیچ $v(t) = ۲۵۰\sqrt{۲}(۵۰۰t + ۳۷)$ می‌باشد.

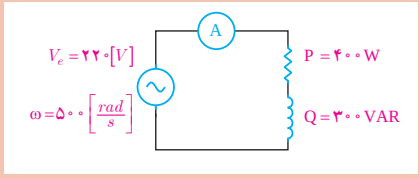



مطلوب است:
الف) مقاومت ظاهری
ب) جریان مدار
ج) $V_R$ و $V_L$
د) فرم قطبی ولتاژ و جریان منبع
هـ) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژها

۸ـ ضریب توان مؤثر شکل روبه‌رو ۰٫۶ است. مطلوب است محاسبه:
الف) مقاومت ظاهری
ب) ولتاژهای $V_R$ و $V_L$
ج) $L$ و $X_L$
د) توان‌های مدار




۹ـ در شکل روبه‌رو جریان عبوری ازآمپرمتر را بیابید.

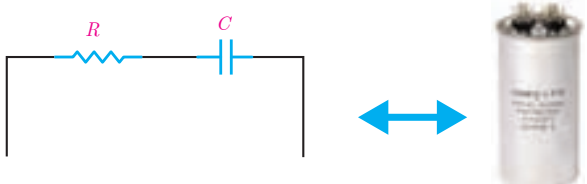



۱۰ـ بااتصال ولتاژ $v(t) = ۲۰۰\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t)$ به یک سیم پیچ جریان الکتریکی $i(t) = ۴\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t + ۵۳)$ از آن عبور می‌کند مقدار $R$ و $X_L$ را به‌دست آورید.

## ۸ـ۱ مدار الکتریکی RC سری

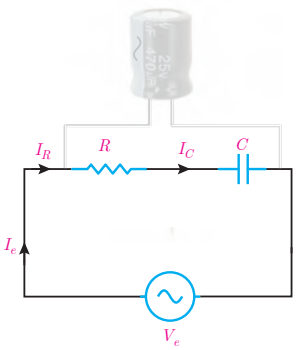
معادل‌سازی خازن با مدار الکتریکی RC سری انجام می‌شود. خازن‌ها در وسایل الکتریکی و مدار الکترونیکی استفاده می‌شوند.

خازن علاوه بر ظرفیت C، مقاومت الکتریکی اهمی R نیز دارد. مقاومت الکتریکی اهمی R ناشی از جنس، ضخامت و مساحت صفحات خازن است. مقدار ظرفیت C به مشخصات فیزیکی خازن شامل مساحت صفحات خازن و فاصله بین آنها و همچنین جنس دی‌الکتریک بستگی دارد.
مدار الکتریکی که از معادل‌سازی خازن به‌دست می‌آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی اهمی R و ظرفیت C می‌باشد و آن را مدار الکتریکی RC سری می‌نامند(شکل ۵۴).




شکل ۵۴ـ مدار الکتریکی معادل خازن

مدار الکتریکی RC سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت‌های الکتریکی در شکل ۵۵ نشان داده شده است.




شکل ۵۵ـ مدار الکتریکی RC

با اتصال مدار الکتریکی RC سری به منبع متناوب در مدار جریان متناوب $I_e$ جاری می‌شود. با توجه به شکل ۵۵ جریان $I_e$ از مقاومت الکتریکی اهمی R و ظرفیت خازن C عبور می‌کند. جریان منبع $I_e$ با جریان مقاومت

اهمی $I_R$ و جریان ظرفیت خازن $I_C$ برابر می‌باشد که از ویژگی‌های مدارهای سری است و می‌توان نوشت :

$$I_e = I_R = I_C$$

جریان الکتریکی متناوب $I_e$ از مقاومت الکتریکی اهمی R عبور می‌کند و در آن افت ولتاژ $V_R$ ایجاد می‌نماید. این جریان با عبور از ظرفیت خازن C در آن افت ولتاژ $V_C$ به‌وجود می‌آورد. افت ولتاژ $V_C$ با جاری شدن جریان در ظرفیت خازن مخالفت می‌کند. مخالفت ظرفیت خازن به خاطر تغییرات ولتاژ متناوب آن در مقابل عبور جریان را «مقاومت خازنی[1] » گویند. مقاومت خازنی را با $X_C$ نشان می‌دهند و واحد آن اهم است. مقدار مقاومت خازنی از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

در این رابطه :

$X_C$ مقاومت خازنی $[\Omega]$

$\omega = 2\pi f$ سرعت زاویه‌ای $\left[\frac{Rad}{s}\right]$

C ظرفیت خازن $[F]$

می‌باشد.

مثال

مقاومت خازنی را برای یک خازن با ظرفیت $500\mu F$ در فرکانس $50Hz$ به‌دست آورید.

**حل :**

مقدار سرعت زاویه‌ای به‌صورت زیر حساب می‌شود :

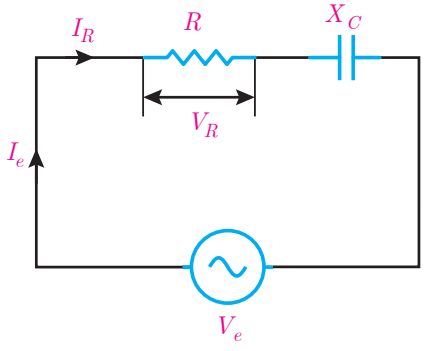
$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2 \times 3/14 \times 50 = 314\ [\Omega]$$

از رابطه $X_C = \frac{1}{\omega C}$ مقدار مقاومت خازنی به‌دست می‌آید :

$$X_C = \frac{1}{314 \times 500 \times 10^{-6}} = 6/37[\Omega]$$

در مدارهای RC سری با عبور جریان $I_R$ از مقاومت الکتریکی R در آن افت ولتاژ $V_R$ ایجاد می‌شود که بنابر قانون اهم اندازه آن با توجه به شکل ۵۶ به‌دست می‌آید:

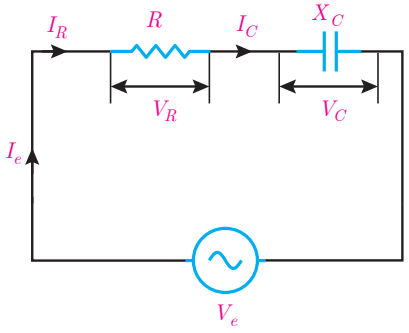


شکل ۵۶

جریان× مقاومت = ولتاژ

$$V_R = RI_R$$

۱- Capactior Reactance




شکل ۵۷

چون در مدار RC سری $I_R = I_e$ است پس :

$$V_R = RI_e$$

در این رابطه :

$V_R$ اندازه ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی [V]

$I_e$ جریان مؤثر منبع [A] می‌باشد. همچنین در مدار RC سری با عبور جریان $I_C$ از ظرفیت خازن C و پدید آمدن مقاومت خازنی $X_C$ در آن افت ولتاژ $V_C$ ایجاد می‌شود که بنا بر قانون اهم اندازه آن با توجه به شکل ۵۷ به‌دست می‌آید:

جریان× مقاومت = ولتاژ

$$V_C = X_C I_C$$

چون در مدار RC سری $I_C = I_e$ است پس :

$$V_C = X_C I_e$$

در این رابطه :

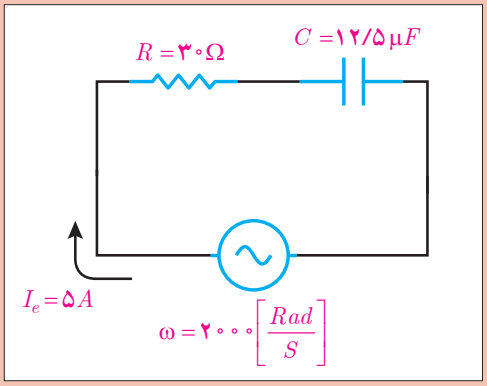
$V_C$ ولتاژ دو سر ظرفیت خازن [V]

$I_e$ جریان مؤثر منبع [A]

$X_C$ مقاومت خازنی [Ω] می‌باشد.

مثال

ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی و ظرفیت خازن را در شکل ۵۸ به‌دست آورید.




شکل ۵۸ـ مدار الکتریکی

**حل :** مقاومت خازنی $X_C$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$X_C = \frac{۱}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{۱}{۲۰۰۰ \times ۱۲/۵ \times ۱۰^{-۶}} = ۴۰[\Omega]$$

با توجه به ویژگی مدارهای سری $I_e = I_R = I_C$ است. پس :

$$I_R = I_C = ۵[A]$$

ولتاژ دو سر مقاومت خازنی، $V_C$ از قانون اهم محاسبه می‌شود :

جریان× مقاومت = ولتاژ

$V_C = X_C \cdot I_C$

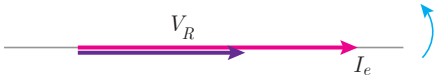
$V_C = ۴۰ \times ۵ = ۲۰۰ \ [V]$

ولتاژ دو سر مقاومت اهمی به صورت زیر محاسبه می‌شود :

جریان× مقاومت = ولتاژ

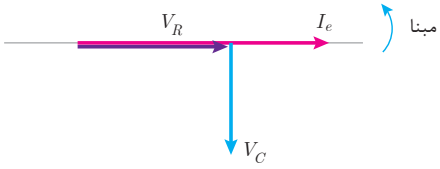
$V_R = R.I_R$

$V_R = ۳۰ \times ۵ = ۱۵۰ [V]$



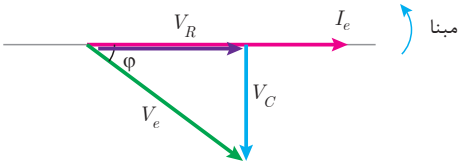

شکل ۵۹ ـ بردار $V_r$، $I_e$

افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی $V_R$ با جریان عبوری از آن $I_e$ هم‌فاز است. با فرض اینکه $\theta_i = ۰$ در نظر گرفته شود، بردارهای $V_R$ و $I_e$ مطابق شکل ۵۹ می‌باشد:




شکل ۶۰ـ بردارهای $V_C$، $V_R$ و $I_e$

افت ولتاژ دو سر ظرفیت خازن $V_C$ از جریان عبوری $I_e$ به اندازه $۹۰^\circ$ عقب تر است. با فرض اینکه $\theta_i = ۰^\circ$ درنظر گرفته شود، بردارهای $V_C$، $V_R$ و $I_e$ مطابق شکل ۶۰ می‌باشد.




شکل ۶۱ـ دیاگرام برداری

ولتاژ منبع $V_e$ از برایند بردارهای $V_R$ و $V_C$ به‌دست می‌آید (شکل ۶۱) .

نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «دیاگرام برداری[۱] » گویند.

شکل ۶۱ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RC سری را نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود جریان منبع $I_e$ از ولتاژ منبع $V_e$ به اندازه φ جلوتر است لذا مدار الکتریکی RC سری «مدار پیش‌فاز» است. در مدارهای پیش فاز جریان منبع $I_e$ از ولتاژ منبع $V_e$ به اندازه φ درجه جلوتر است. برحسب مقدار R و $X_C$ مقدار $-۹۰^\circ < \varphi < ۰$ می‌باشد. بردارهای $V_R$، $V_C$ و $V_e$ شکل ۶۱ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید.

$$V_e = \sqrt{V_R^۲ + V_C^۲}$$

۱ـ Vector Diagram

و نسبت‌های مثلثاتی برابر است با :

$$\cos\varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\sin\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_C}{V_e}$$

$$\tan\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{V_C}{V_R}$$

در این رابطه $\cos\varphi$ «ضریب توان مؤثر»، $\sin\varphi$ «ضریب توان غیرمؤثر» و $\tan\varphi$ «ضریب کیفیت» نامیده می‌شوند.

مثال

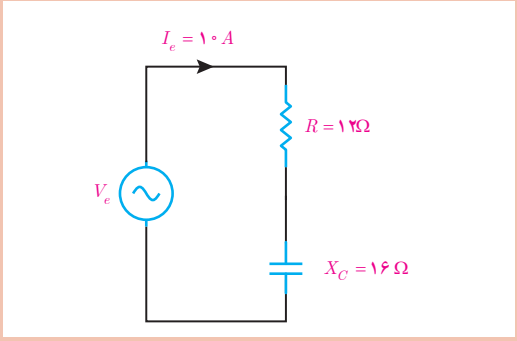
در شکل ۶۲ مطلوب است محاسبه:

الف) $V_R$ و $V_C$

ب) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژها

ج) $V_e$

د) $\sin\varphi$ و $\cos\varphi$




شکل ۶۲ـ مدار الکتریکی

**حل :**

الف) با توجه به ویژگی مدارهای سری می‌توان نوشت :

$$I_e = I_R = I_C = ۱۰\,[A]$$

ولتاژ دو سر مقاومت، $V_R$ از قانون اهم حساب می‌شود :

جریان× مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R.I_R$$

$$V_R = ۱۲ \times ۱۰ = ۱۲۰\,[V]$$

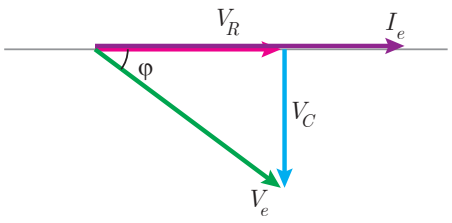
ولتاژ دو سر ظرفیت خازن، $V_C$ از قانون اهم به دست می‌آید :

جریان× مقاومت = ولتاژ

$$V_C = X_C \cdot I_C$$

$$V_R = ۱۶ \times ۱۰ = ۱۶۰\,[V]$$

ب) دیاگرام برداری جریان ولتاژهای مدار RC سری مبنا به‌صورت روبه‌رو است:




شکل ۶۳ـ دیاگرام برداری

ج) $V_e$ به کمک رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید :

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$V_e = \sqrt{۱۲۰^2 + ۱۶۰^2} = ۲۰۰[V]$$

د) از نسبت‌های مثلثاتی می‌توان ضریب توان مؤثر و غیرمؤثر را محاسبه کرد :

$$\cos\varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\cos\varphi = \frac{۱۲۰}{۲۰۰} = ۰/۶$$

$$\sin\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_C}{V_e}$$

$$\sin\varphi = \frac{۱۶۰}{۲۰۰} = ۰/۸$$

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با Z نشان می‌دهند.
مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر منبع به‌دست می‌آید.

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه :
Z مقاومت ظاهری مدار [Ω]
$V_e$ ولتاژ مؤثر منبع خازن [V]
$I_e$ جریان مؤثر منبع [A] می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدار R_C سری از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ نیز به‌دست می‌آید.

فعالیت

رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ را اثبات نمایید.

فعالیت

ثابت کنید در مدار RC سری $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ می‌باشد.

مثال

معادل الکتریکی خازن به صورت مدار RC سری با مقادیر $R = ۱۰\Omega$ و $C = ۱۰۰\mu f$ می‌باشد. مقاومت ظاهری را در $\omega = ۵۰۰\frac{Rad}{s}$ به‌دست آورید.

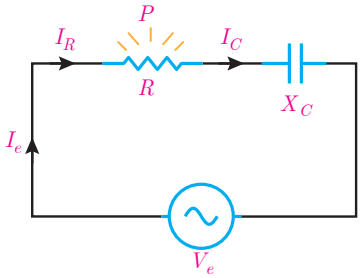
**حل :** مقاومت خازنی از رابطه $X_C = \frac{۱}{\omega.C}$ به‌دست می‌آید:

$$X_C = \frac{۱}{\omega.C}$$

$$X_C = \frac{۱}{۵۰۰\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}} = ۲۰[\Omega]$$

مقاومت ظاهری از رابطه $Z = \sqrt{R^۲ + x_C^۲}$ به دست می‌آید :

$$Z = \sqrt{۱۰^۲ + ۲۰^۲} = ۲۲/۳۶[\Omega]$$



شکل ۶۴

در مدار الکتریکی RC سری با عبور جریان $I_R$ از مقاومت الکتریکی R انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می‌شود (شکل ۶۴) .

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی R به حرارت تبدیل می‌شود «توان مؤثر» می‌نامند. توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور Xها می‌باشد و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

مجذور جریان × مقاومت = توان

$$P = RI_R^۲$$

چون در مدار RC سری $I_R = I_e$ است پس :

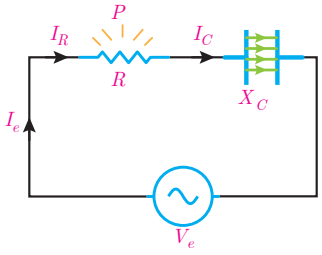
$$P = RI_e^۲$$

که در این رابطه:

P توان مؤثر [W]

R مقاومت الکتریکی اهمی [Ω]

$I_e$ جریان مؤثر [A] می‌باشد.



شکل ۶۵

همچنین با عبور جریان $I_C$ از ظرفیت خازن C، انرژی الکتریکی در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود (شکل ۶۵).

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود را «توان غیرمؤثر خازن» می‌نامند. توان غیرمؤثر خازن مقداری منفی است و بردار آن در جهت منفی محور Yها می‌باشد و با توجه به

مقاومت خازنی $X_C$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

مجذور جریان × مقاومت = توان

$$Q_C = -X_C I_e^2$$

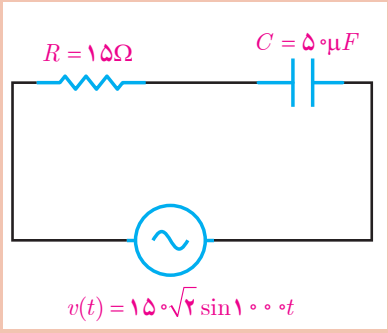
چون در مدار RC سری $I_C = I_e$ است پس :

$$Q_C = -X_C I_e^2$$

در این رابطه :
$Q_C$ توان غیرمؤثر خازن [VAR]
$X_C$ مقاومت خازنی [Ω]
$I_e$ جریان مؤثر [A] می‌باشد.

مثال

در مدار شکل ۶۶ توان‌های مدار را محاسبه کنید.




شکل ۶۶ـ مدار الکتریکی

**حل:** مقاومت خازنی محاسبه می‌شود:

$$X_C = \frac{1}{\omega . C}$$

$$X_C = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}} = 20\,[\Omega]$$

مقاومت ظاهری به‌دست می‌آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$Z = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25[\Omega]$$

مقدار مؤثر ولتاژ از معادله زمانی به‌دست می‌آید:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150\,[V]$$

از قانون اهم مقدار مؤثر جریان به‌دست می‌آید:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{150}{25} = 6[A]$$

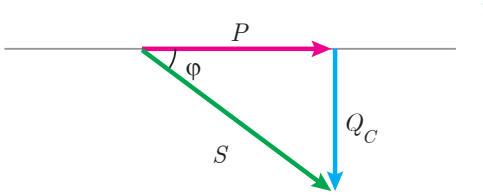
مجذور جریان × مقاومت = توان

توان مؤثر محاسبه می‌شود :

$$P = RI_R^2 = ۱۵(۶)^2 = ۵۴۰[W]$$

$$Q = X_C I_C^2 = -۲۰(۶)^2 = -۷۲۰[VAR]$$

$$Q = X_C I_C^2 = -۲۰(۶)^2 = -۷۲۰[VAR]$$




شکل ۶۷ـ مثلث توان مدار RC

مثلث توان مدار RC که پیش فاز است در شکل ۶۷ نشان داده شده است:

توان ظاهری در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است :

$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2}\ [VA]$$

در این رابطه :

S توان ظاهری [VA]

P توان مؤثر [W]

$Q_C$ توان غیرمؤثر خازنی [VAR]

می‌باشد. از طرفی توان ظاهری از مقاومت ظاهری نیز قابل محاسبه است.

مجذور جریان × مقاومت = توان

$$S = ZI_e^2\ [VA]$$

که در این رابطه :

S توان ظاهری [VA]

Z امپدانس [Ω]

$I_e$ جریان مؤثر [A]

می‌باشد.

همچنان روابط زیر در محاسبه توان‌ها برقرار است :

$$P = V_e I_e \cos\varphi\ [W]$$

$$Q_C = V_e I_e \sin\varphi\ [VAR]$$

$$S = V_e I_e\ [VA]$$

مثال

معادله زمانی ولتاژ و جریان یک مدار RC سری به‌صورت $v(t) = ۲۰۰\sin(۱۰۰۰t - ۳۷^\circ)$ و $i(t) = ۱۰\sin(۱۰۰۰t)$ می‌باشد. مطلوب است:

الف) توان‌های مدار

ب) رسم مثلث توان

**حل :**

مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان به‌دست می‌آید :

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲۰۰}{\sqrt{۲}} = ۱۰۰\sqrt{۲}\ [V]$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}} = ۵\sqrt{۲}\ [A]$$

زاویه اختلاف فاز ولتاژ و جریان به‌دست می‌آید:

$$\varphi = \theta v - \theta i = (-۳۷) - (۰)$$

$$\varphi = -۳۷^\circ$$

مقدار $\varphi$ منفی است زیرا مدار پیش‌فاز است.

توان مؤثر به‌دست می‌آید :

$$P = V_e I_e \cos\varphi$$

$$P = ۱۰۰\sqrt{۲} \times ۵\sqrt{۲} \times \cos ۳۷^\circ = ۸۰۰\ [W]$$

توان غیرمؤثر به‌دست می‌آید:

$$Q_C = V_e I_e \sin\varphi$$

$$Q_C = ۱۰۰\sqrt{۲} \times ۵\sqrt{۲} \times \sin ۳۷^\circ = ۶۰۰$$

چون مدار RC پیش‌فاز است. لذا:

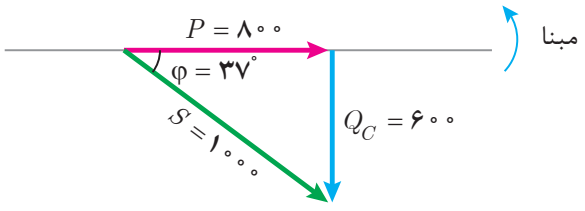
$$Q_C = -۶۰۰\ [VAR]$$

توان ظاهری محاسبه می‌شود:

$$S = V_e I_e$$

$$S = ۱۰۰\sqrt{۲} \times ۵\sqrt{۲} = ۱۰۰۰\ [VA]$$

مثلث توان RC پیش‌فاز است و رسم می‌شود:




شکل ۶۸ـ مثلث توان RC

تمرین

## تمرین‌های RC سری :

۱ـ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف) مقاومت الکتریکی R در خازن ناشی از .....، ..... و مساحت صفحات خازن است.

ب) مقاومت خازنی با سرعت زاویه‌ای و ..... رابطه عکس دارد.

ج) افت ولتاژ دو سر خازن از جریان عبوری آن به اندازه $۹۰^\circ$ ..... است.

د) مقدار انرژی الکتریکی که در واحد زمان در خازن ذخیره می‌شود ..... نام دارد.

۲ـ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) مدار الکتریکی که از معادل‌سازی خازن به‌دست می‌آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی و ظرفیت خازن است.

صحیح ☐ غلط ☐

ب) توان ظاهری در مدار RC را می‌توان از رابطه $V_e I_e \sin\varphi$ محاسبه کرد.

صحیح ☐ غلط ☐

ج) در مدار RC سری جریان منبع از ولتاژ منبع به اندازه $\varphi$ جلوتر است.

صحیح ☐ غلط ☐

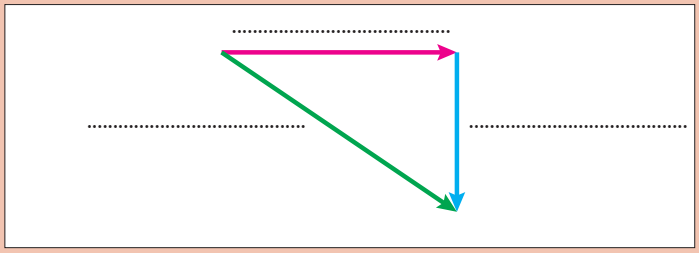
د) در مدار RC سری نسبت $\frac{V_R}{V_L}$ ضریب توان مؤثر است.

صحیح ☐ غلط ☐

۳ـ مقاومت خازنی را تعریف کنید و عوامل مؤثر بر آن را نام ببرید.

۴ـ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار RC سری را رسم کنید.

۵ـ مثلث توان زیر را برای مدار RC سری کامل کنید.



شکل ۶۹ـ مثلث توان

۶ـ رابطه $\sin\varphi = \frac{X_C}{Z}$ را در مدار RC سری به دست آورید.

۷ـ معادل الکتریکی یک خازن به صورت RC سری با مقادیر $R = ۳\Omega$ و $C = ۲۵۰\mu F$ می‌باشد. با اتصال خازن به ولتاژ متناوب جریان $i(t) = ۵\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t + ۵۳^\circ)$ از آن می‌گذرد. مطلوب است محاسبه :

الف) Z

ب) $V_R$ و $V_C$

ج) $V_e$

د) فرم قطبی جریان و ولتاژ منبع

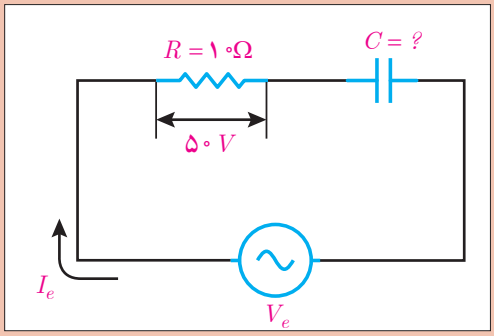
۸ـ در مدار شکل روبه‌رو $v(t) = ۱۰۰\sin(۵۰۰t-۳۷)$ می‌باشد. مطلوب است:

الف) ظرفیت خازن

ب) فرم قطبی جریان منبع

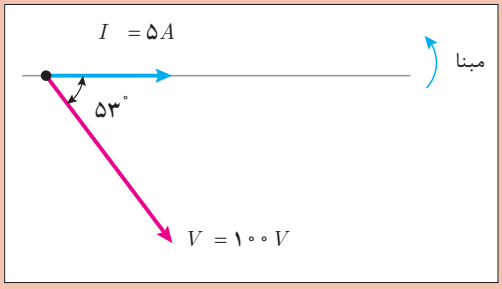
ج) توان‌های مدار

د) رسم مثلث توان




شکل ۷۰

۹ـ دیاگرام برداری یک RC سری مطابق شکل روبه‌رو است. توان‌های مدار را به‌دست آورید و فرم قطبی توان ظاهری را بنویسید.




شکل ۷۱ـ دیاگرام برداری

۱۰ـ جریان و ولتاژ یک مدار RC به صورت $I = ۵\angle ۰$ و $V = ۲۰۰\angle -۳۷^\circ$ می‌باشد. در صورتی‌که $\omega = ۲۰۰۰$ Rad/s باشد، مطلوب است:

الف) R و C

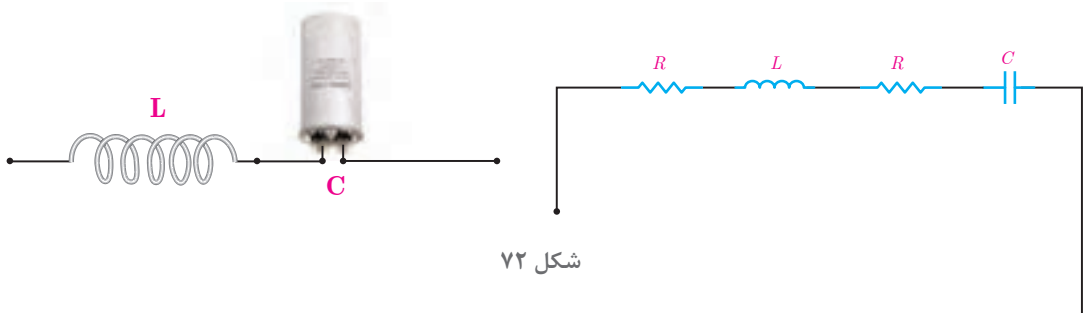
ب) دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

## ۹ـ۱ـ مدارهای RLC سری

مدار RLC سری برای معادل‌سازی اتصال سری یک سیم‌پیچ با خازن به‌کار می‌رود. اتصال سری سیم‌پیچ با خازن در موتورهای الکتریکی تک‌فاز استفاده می‌شود.

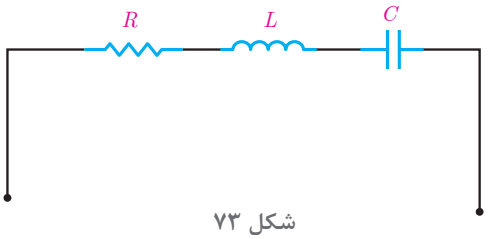
سیم‌پیچ علاوه بر ضریب خودالقایی L مقاومت الکتریکی اهمی و همچنین خازن علاوه بر ظرفیت C مقاومت الکتریکی اهمی نیز دارد.

مدار الکتریکی که از معادل‌سازی اتصال سری سیم‌پیچ با خازن به دست می‌آید در شکل ۷۲ نشان داده شده است.



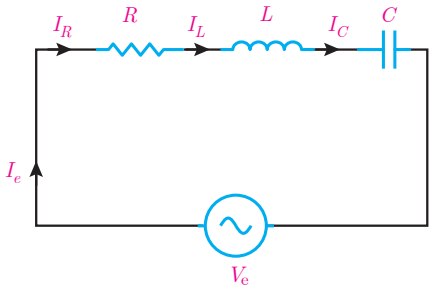

شکل ۷۲

در شکل ۷۲ مقاومت اهمی‌سیم‌پیچ و مقاومت اهمی‌خازن سری هستند . با جایگزینی معادل آنها شکل ۷۳ به‌دست می‌آید.




شکل ۷۳

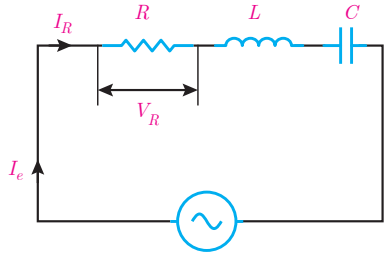
شکل ۷۳ اتصال سری مقاومت اهمی R و ضریب خود القایی L و ظرفیت خازن C را نشان می‌دهد که آن را مدار RLC سری می‌نامند.




شکل ۷۴

مدار الکتریکی RLC سری متصل به‌منبع ولتاژ متناوب به‌منظور محاسبه کمیت‌های الکتریکی در شکل ۷۴ نشان داده شده است.

با اتصال مدار الکتریکی RLC سری به منبع متناوب در مدار جریان متناوب $I_e$ جاری می‌شود. با توجه به شکل ۷۴ جریان $I_e$ از مقاومت الکتریکی اهمی R و سلف با ضریب خودالقایی L و ظرفیت خازن C عبور می‌کند. لذا جریان منبع $I_e$ با جریان مقاومت اهمی $I_R$ و جریان سلف $I_L$ و جریان خازن $I_C$ برابر می‌باشد که از ویژگی‌های مدارهای سری است و می‌توان نوشت :




شکل ۷۵

$$I_e = I_R = I_L = I_C$$

جریان الکتریکی متناوب $I_e$ از مقاومت اهمی R عبور می‌کند و در آن افت ولتاژ $V_R$ ایجاد می‌نماید که بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۷۵ به‌دست می‌آید:

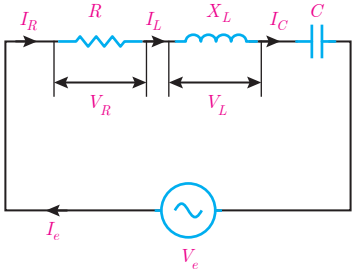
چون در مدار RLC سری $I_R = I_e$ است پس :

ولتاژ = مقاومت × جریان

$$V_R = R\, I_R$$

$$V_R = R\, I_e$$

در این رابطه:
$V_R$ افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی [V]
R مقاومت اهمی [Ω]
$I_e$ جریان مؤثر منبع [A] می‌باشد.
همچنین در مدار RLC سری با عبور جریان $I_L$ از سلف با ضریب خودالقایی L و پدید آمدن مقاومت القایی $X_L$ در آن نیروی محرکه خودالقایی ایجاد می‌شود که برابر افت ولتاژ دو سر سلف $V_L$ می‌باشد و بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۷۶ به‌دست می‌آید:



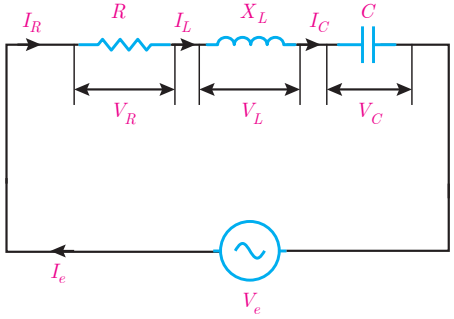
شکل ۷۶

چون در مدار RLC سری $I_L=I_e$ است پس :

جریان× مقاومت = ولتاژ
$V_L=X_L \cdot I_L$

$V_L=X_L \cdot I_e$

در این رابطه
$V_L$ ولتاژ دو سر سلف [V]
$I_e$ جریان منبع [A]
$X_L = \omega L$ مقاومت القایی سلف [Ω] است.
همچنین با عبور جریان $I_C$ از ظرفیت خازن C در آن افت ولتاژ $V_C$ ایجاد می‌شود که بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۷۷ به‌دست می‌آید.



شکل ۷۷

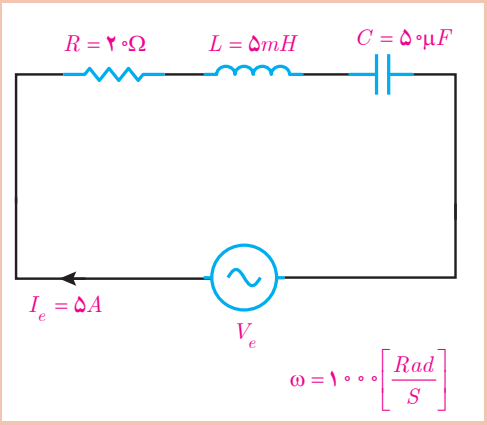
چون در مدار RLC سری $I_C = I_e$ است پس :

جریان× مقاومت = ولتاژ
$V_L= X_C \cdot I_C$
$V_C= X_C \ I_e$

در این رابطه :
$V_C$ ولتاژ دو سر ظرفیت خازن [V]
$I_e$ جریان مؤثر خازن [A]
$X_C$ مقاومت خازنی [Ω] می‌باشد.

مثال

در مدار الکتریکی شکل ۷۸ ولتاژهای $V_C$, $V_L$,$V_R$ را بیابید.




شکل ۷۸

**حل :** از ویژگی‌های مدار RLC می‌توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = ۵\ A$$

از قانون اهم ولتاژ $V_R$ حساب می‌شود :

مجذور جریان × مقاومت = توان

$$V_R = R \cdot I_R$$
$$V_R = ۲۰ \times ۵ = ۱۰۰\ [V]$$

از رابطه مقاومت القایی $X_L = \omega \cdot L$ حساب می‌شود:

$$X_L = \omega \cdot L = ۱۰۰۰ \times ۵ \times ۱۰^{-۳} = ۵[\Omega]$$

از قانون اهم ولتاژ $V_L$ به‌دست می‌آید:

جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \times I_L$$
$$V_L = ۵ \times ۵ = ۲۵\ [V]$$

مقاومت خازنی از رابطه $X_C = \frac{۱}{\omega C}$ به‌دست می‌آید:

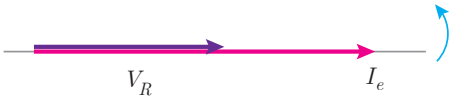
$$X_C = \frac{۱}{\omega C} \Rightarrow X_C = \frac{۱}{۱۰۰۰ \times ۵۰ \times ۱۰^{-۶}}$$
$$X_C = \frac{۱۰^{۶}}{۵۰۰۰۰} = \frac{۱۰۰}{۵} = ۲۰\ [\Omega]$$

از قانون اهم ولتاژ $V_C$ به‌دست می‌آید :

جریان× مقاومت = ولتاژ

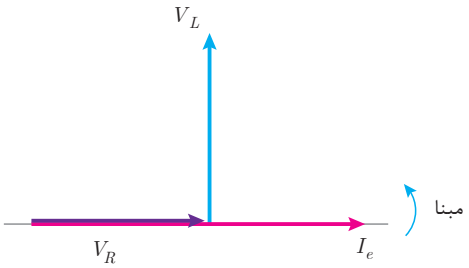
$$V_C = X_C \cdot I_C$$
$$V_C = ۲۰ \times ۵ = ۱۰۰\ [V]$$

افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی $V_R$ با جریان عبوری از آن $I_e$ هم‌فاز است. با فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ بردارهای $V_R$ و $I_e$ مطابق شکل ۷۹ می‌باشد.



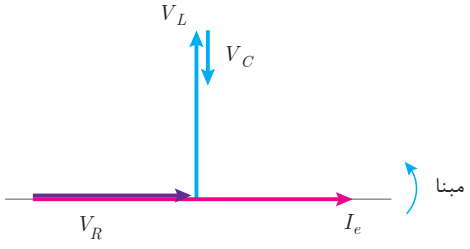
شکل ۷۹

افت ولتاژ دو سر سلف $V_L$ از جریان عبوری $I_e$ به اندازه $90^\circ$ جلوتر است. بر فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ درنظر گرفته شود بردارهای $V_L$ , $V_R$ و $I_e$ مطابق شکل ۸۰ می‌باشد.



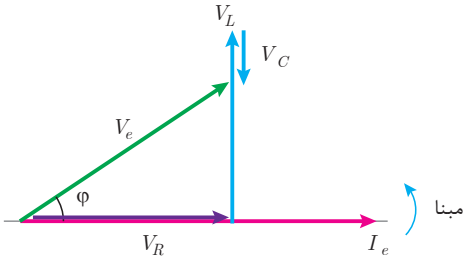
شکل ۸۰

افت ولتاژ دو سر ظرفیت خازن $V_C$ از جریان عبوری $I_e$ به اندازه $90^\circ$ عقب‌تر است. بر فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ در نظر گرفته شود بردارهای $V_R$ , $V_L$ , $V_C$ و $I_e$ با فرض $V_L > V_C$ مطابق شکل ۸۱ است.



شکل ۸۱

ولتاژ منبع $V_e$ از برایند بردارهای $V_R$ , $V_L$ , $V_C$ به‌دست می‌آید. (شکل ۸۲) .



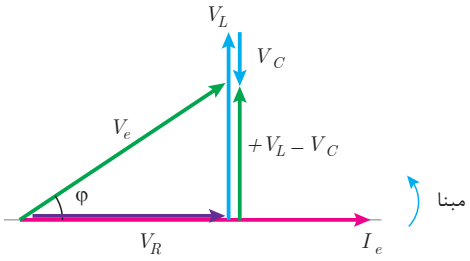
شکل ۸۲

نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «**دیاگرام برداری**» گویند. شکل ۸۲ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RLC سری را نمایش می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود جریان منبع $I_e$ از ولتاژ منبع $V_e$ به اندازه φ عقب‌تر است. لذا مدار الکتریکی RLC سری که در آن $V_L > V_C$ است «مدارپس فاز» می‌باشد. درصورتی که $V_C > V_L$ باشد جریان منبع $I_e$ از ولتاژ منبع $V_e$ به اندازه φ جلوتر خواهد شد. در این صورت «**مدار پیش‌فاز**» می‌باشد.

فعالیت

دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار RLC سری که $V_C > V_L$ است را رسم نمایید و نتیجه بگیرید مدار پیش‌فاز است.

برایند بردارهای $V_L$ یا $V_C$ به صورت $(+V_L - V_C)$ در شکل ۸۲ قابل محاسبه است. علامت (+) بیانگر این است که $V_L$ در جهت محور y دستگاه مختصات باشد و علامت (−) بیانگر این است که $V_C$ درخلاف جهت محور y دستگاه مختصات باشد (شکل ۸۳).




شکل ۸۳

بردارهای $V_R$،$V_e$ و $+V_L - V_C$ شکل ۸۳ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + (+V_L - V_C)^2}$$

که در این رابطه:

$V_e$ ولتاژ مؤثر منبع [V]

$V_R$ افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی [v]

$V_L$ افت ولتاژ دو سر مقاومت سلفی [V]

$V_C$ افت ولتاژ دوسر مقاومت خازنی [V]

و نسبت‌های مثلثاتی برابر است با :

$$\cos\varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\sin\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_L - V_C}{V_e}$$

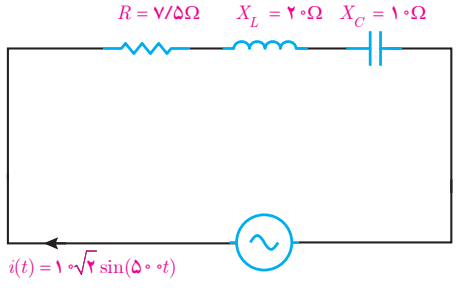
$$\tan\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{+V_L - V_C}{V_R}$$

مثال

در مدار شکل ۸۴ مطلوب است محاسبه:

الف) $V_R$،$V_L$،$V_C$، $V_e$

ب) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار




شکل ۸۴

**حل :** جریان مؤثر $I_e$ به صورت زیر به‌دست می‌آید :

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۱۰\,[A]$$

از ویژگی مدار RLC سری می‌توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = ۱۰\ A$$

ولتاژ $V_R$ از قانون اهم به‌دست می‌آید :

جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \times I_R$$

$$V_R = ۷/۵ \times ۱۰ = ۷۵\ [V]$$

ولتاژ $V_L$ از قانون اهم به‌دست می‌آید :

$$V_L = X_L \times i_L$$

$$V_L = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰\,[V]$$

ولتاژ $V_C$ از قانون اهم به‌دست می‌آید :

$$V_C = X_C \times I_C$$

$$V_C = ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰\,[V]$$

ولتاژ $V_e$ به صورت زیر محاسبه می‌شود :

$$V_e = \sqrt{V_R^۲ + (V_L - V_C)^۲} = \sqrt{۷۵^۲ + (۲۰۰ - ۱۰۰)^۲} = \sqrt{۷۵^۲ + ۱۰۰^۲} = ۱۲۵\,[v]$$

با توجه به $\theta_i = ۰^\circ$ بردار $I_e$ به‌صورت روبه‌رو رسم می‌شود :

شکل ۸۵

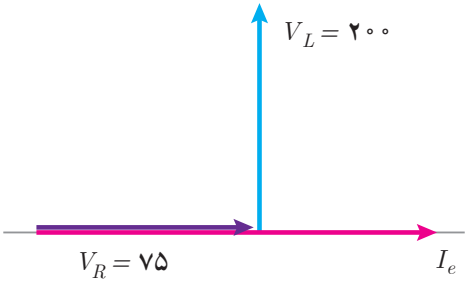
مبنا

بردار $V_R$ هم فاز با $I_e$ می‌باشد و به‌صورت افقی رسم می‌شود.

شکل ۸۶

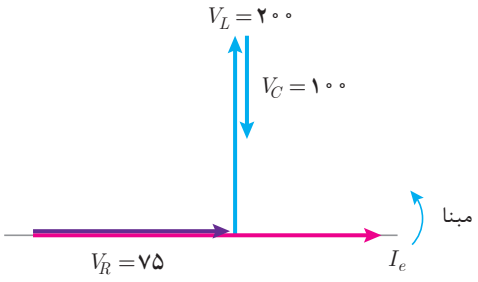
مبنا

بردار $V_L$ از $I_e$ به اندازه $۹۰^\circ$ جلوتر است، به‌صورت روبه‌رو رسم می‌شود :



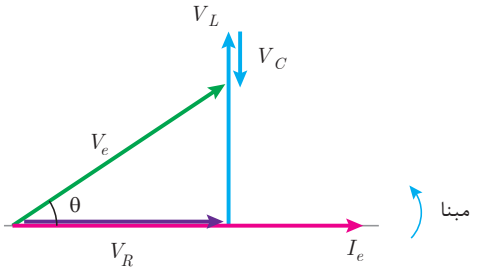

شکل ۸۷

بردار $V_e$ از $I_e$ به‌اندازه ۹۰° عقب‌تر است، به‌صورت روبه‌رو رسم می‌شود :




شکل ۸۸

بردار $V_e$ از ابتدای $V_R$ به انتهای $V_C$ وصل می‌شود:




شکل ۸۹

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با Z نشان می‌دهند.
مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به‌جریان مؤثر منبع به‌دست می‌آید.

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه :
Z مقاومت ظاهری مدار [Ω]
$V_e$ ولتاژ مؤثر منبع [V]
$i_e$ جریان مؤثر منبع [A] می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدار R-L-C از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ به‌دست می‌آید.

فعالیت

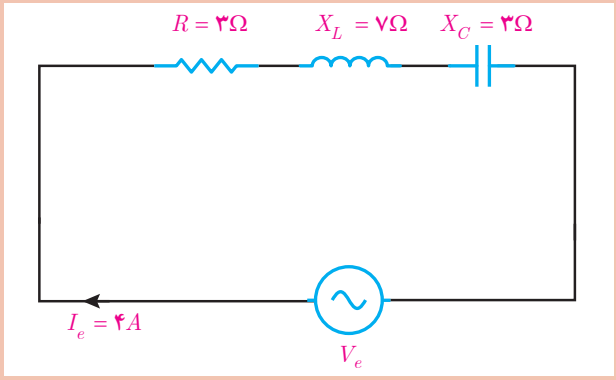
رابطه $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ را اثبات نمایید.

فعالیت

ثابت کنید در مدار RLC سری $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ می‌باشد.

مثال

در مدار الکتریکی شکل ۹۰ مطلوب است :
الف) امپدانس مدار
ب) ولتاژ منبع
ج ) ضریب توان مؤثر مدار



شکل ۹۰

**حل :**

الف) از رابطه $Z = \sqrt{R^{۲} + (X_L - X_C)^{۲}}$ استفاده می‌شود :

$$Z = \sqrt{۳^{۲} + (۷-۳)^{۲}} = \sqrt{۹+۱۶} = \sqrt{۲۵} = ۵\ [\Omega]$$

ب) ولتاژ منبع از قانون اهم به‌دست می‌آید:

جریان × مقاومت = ولتاژ

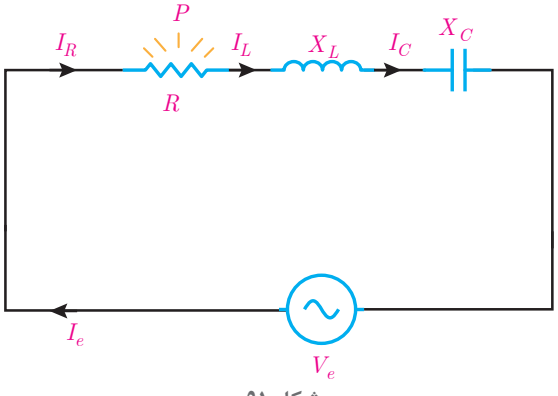
$$V_e = I_e \times Z$$

$$V_e = ۵ \times ۴ = ۲۰\ [V]$$

ج) ضریب توان مؤثر مدار از رابطه $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ به‌دست می‌آید:

$$\cos\varphi = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

در مدار الکتریکی RLC سری با عبور جریان $I_R$ از مقاومت الکتریکی R انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می‌شود (شکل ۹۱).



شکل ۹۱

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی R به حرارت تبدیل می‌شود را«توان مؤثر» می‌نامند.

توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت Xها می‌باشد و از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

توان = مقاومت × مجذور جریان

$P = R\, I_R^2$

چون در مدار RLC سری $I_R = I_e$ پس:

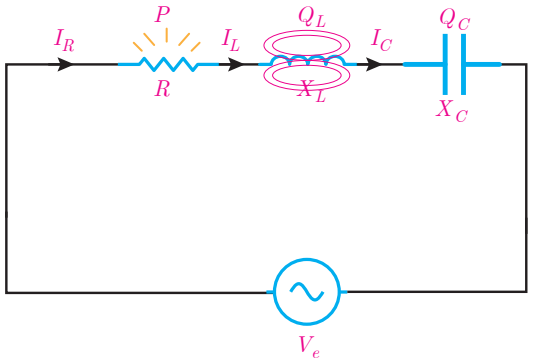
$P = R\, I_e^2$

که در این رابطه :

P توان مؤثر [W]

R مقاومت الکتریکی اهمی [Ω]

$I_e$ جریان مؤثر [A] می‌باشد.




شکل ۹۲

همچنین با عبور جریان $I_L$ از سلف با ضریب خودالقایی L انرژی الکتریکی در سلف ذخیره می‌شود (شکل ۹۲).

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می‌شود را توان غیرمؤثر سلف می‌نامند. توان غیرمؤثر سلف مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور yها می‌باشد و با توجه به مقدار مقاومت القایی سلف $X_L$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

توان = مقاومت × مجذور جریان

$Q_L = X_L \cdot I_L^2$

چون در مدار RLC سری $I_L = I_e$ پس :

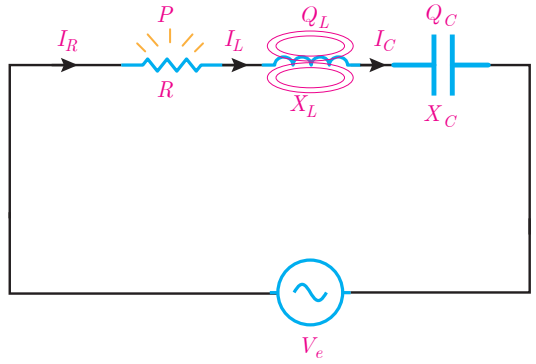
$Q_L = X_L \cdot I_e^2$

که در این رابطه :

$Q_L$ توان غیرمؤثر سلف [VAR]

$X_L$ مقاومت القایی سلف [Ω]

$I_e$ جریان مؤثر [A] می‌باشد.




شکل ۹۳

همچنین با عبور جریان $I_c$ از ظرفیت خازن C، انرژی الکتریکی در خازن ذخیره می‌شود (شکل ۹۳)

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود را توان غیرمؤثر خازن می‌نامند. توان غیرمؤثر خازن مقداری منفی است و بردار آن در جهت منفی محور yها می‌باشد و با توجه به مقاومت خازنی $X_C$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

توان = مقاومت × مجذور جریان

$$Q_C = X_C \cdot I_C^2$$

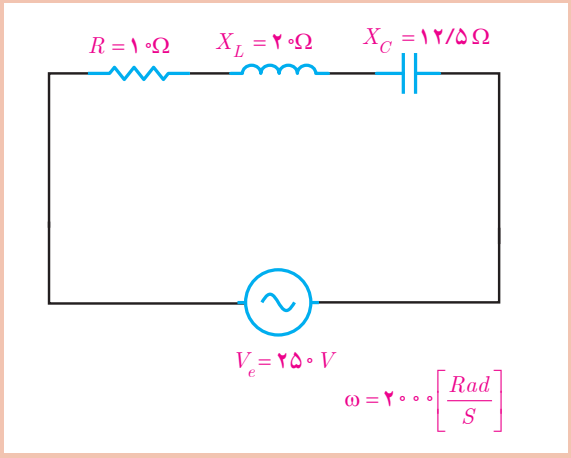
چون در مدار RLC سری $I_e = I_C$ است پس:

$$Q_C = -X_C \cdot I_e^2$$

در این رابطه:
$Q_C$ توان غیرمؤثر خازن [VAR]
$X_C$ مقاومت خازن [Ω]
$I_e$ جریان مؤثر [A] می‌باشد.

مثال

در مدار الکتریکی شکل ۹۴ مطلوب است:
الف) محاسبه جریان
ب) محاسبه توان‌های مؤثر و غیرمؤثر




شکل ۹۴

**حل :**

الف) مقاومت ظاهری مدار به دست می‌آید :

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 12/5)^2} = \sqrt{100 + 56/25} = 12/5[\Omega]$$

به کمک قانون اهم جریان به‌دست می‌آید :

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{250}{12/5} = 20[A]$$

از ویژگی مدار RLC سری می‌توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 20\,A$$

ب) توان مؤثر به صورت زیر محاسبه می‌شود :

$$P = R\, I_R^{۲} \quad \rightarrow \quad P=۱۰(۲۰)^{۲} = ۴۰۰۰ [W]$$

توان غیرمؤثر سلف به‌صورت زیر محاسبه می‌شود :

$$Q_L = +X_L\, I_L^{۲} \quad \rightarrow \quad Q_L = ۲۰(۲۰)^{۲} = ۸۰۰۰ \ [VAR]$$

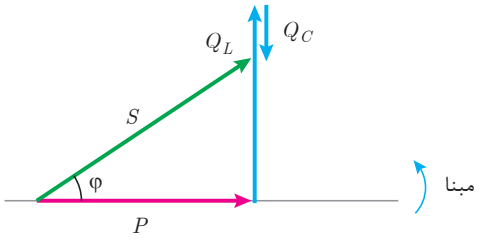
توان غیرمؤثر خازن از رابطه زیر تعیین می‌شود :

$$Q_C = -X_C\, I_C^{۲} \ = -۱۲/۵(۲۰)^{۲} = -۵۰۰۰ [VAR]$$

توان غیرمؤثر مدار به‌صورت زیر است :

$$Q = Q_L + Q_C \quad \rightarrow \quad Q = ۸۰۰۰+(-۵۰۰۰) = ۳۰۰۰ \ [VAR]$$

مثلث توان در مدار RLC سری با توجه به اینکه $Q_L > Q_C$ است «**پس فاز**» می‌باشد در شکل ۹۵ نشان داده شده است.



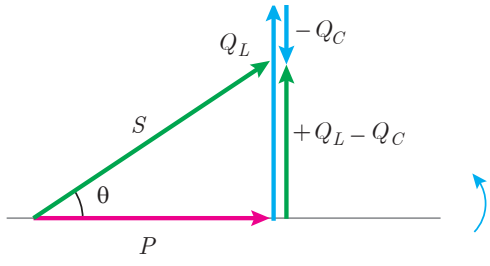

شکل ۹۵

در صورتی که $Q_C > Q_L$ باشد در این صورت مدار «**پیش‌فاز**» می‌باشد.

فعالیت

مثلث توان مدار RLC سری که $Q_L < Q_C$ است را رسم نمایید.

برآیند بردارهای $Q_L$ با $Q_C$ به‌صورت $(+Q_L-Q_C)$ شکل ۹۵ قابل محاسبه است. علامت (+) بیانگر این است که $Q_L$ در جهت محور y دستگاه مختصات می‌باشد و علامت (-) بیانگر این است که $Q_C$ در خلاف جهت محور y دستگاه مختصات می‌باشد. (شکل ۹۶)




شکل ۹۶

بردارهای $+Q_L-Q_C$ , S , P شکل ۹۶ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آید :

$$S = \sqrt{P^{۲} + (+Q_L - Q_C)^{۲}}$$

که در این رابطه:

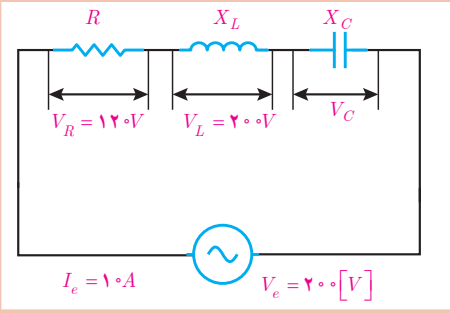
S توان ظاهری منبع [VA]

P توان مؤثر مقاومت اهمی [W]
$Q_L$ توان غیرمؤثر سلف [VAR]
$Q_C$ توان غیرمؤثر خازن [VAR] می‌باشد.
همچنان روابط زیر محاسبه توان‌ها برقرار است :

$$P = V_e I_e \cos\varphi \ [W]$$
$$Q = V_e I_e \sin\varphi \ [VAR]$$
$$S = V_e I_e \ [VA]$$

مثال

در مدار الکتریکی شکل ۹۷ مطلوب است :
الف) محاسبه توان مؤثر و غیرمؤثر درصورتی که $X_L > X_C$ باشد.
ب) رسم مثلث توان



شکل ۹۷

**حل :** الف) برای مقاومت الکتریکی R می‌توان نوشت :

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$
$$R = \frac{V_R}{I_R}$$

از طرفی طبق ویژگی مدار RLC می‌توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = ۱۰ A$$
$$R = \frac{۱۲۰}{۱۰} = ۱۲ [\Omega]$$

در نتیجه توان مؤثر در مقاومت الکتریکی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = R I_R^{۲} = ۱۲(۱۰)^{۲} = ۱۲۰۰ \ [W]$$

برای $X_L$ می‌توان از قانون اهم به صورت زیر استفاده کرد:

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$
$$X_L = \frac{V_L}{I_L}$$
$$X_L = \frac{۲۰۰}{۱۰} = ۲۰ [\Omega]$$

توان غیرمؤثر سلف به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$Q_L = +X_L I_L^{۲} = ۲۰(۱۰)^{۲} = ۲۰۰۰ \ [VAR]$$

توان ظاهری از رابطه $S=V_e I_e$ به‌دست می‌آید:

$$S=۲۰۰\times۱۰=۲۰۰۰\ [VA]$$

از رابطه مثلث توان می‌توان نوشت:

$$S=\sqrt{P^۲+(Q_L-Q_C)^۲}$$

$$۲۰۰۰=\sqrt{۱۲۰۰^۲+(Q_L-Q_C)^۲}$$

مقدار $X_L$ بیشتر از $X_C$ می‌باشد. در نتیجه خاصیت مدار پس‌فاز است پس :

$$(Q_L-Q_C)^۲=۲۰۰۰^۲-۱۲۰۰^۲=۲۵۶۰۰۰۰$$

$$Q_L-Q_C=\sqrt{۲۵۶۰۰۰۰}=۱۶۰۰$$

$$۲۰۰۰-Q_C=۱۶۰۰\rightarrow Q_C=۴۰۰$$

با توجه به خاصیت پیش‌فاز بودن خازن و رابطه $Q_C$ می‌توان نوشت :

$$Q_C=-۴۰۰\ [VAR]$$

پرسش

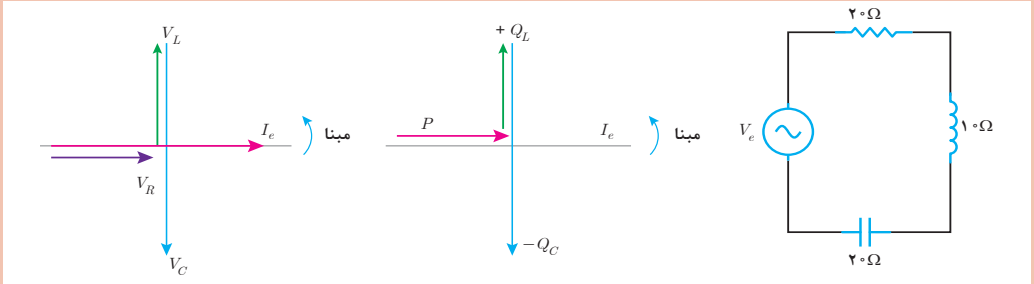
## تمرین‌های RLC سری

۱ـ کاربرد مدار RLC سری را بنویسید.

۲ـ چگونگی معادل‌سازی مدار RLC را شرح دهید.

۳ـ مدار RLC سری را تعریف کنید.

۴ـ در هر یک از شکل‌های زیر پس‌فاز یا پیش‌فاز بودن مدار را تعیین کنید.




۵ـ ویژگی‌های مدار RLC سری را بنویسید.

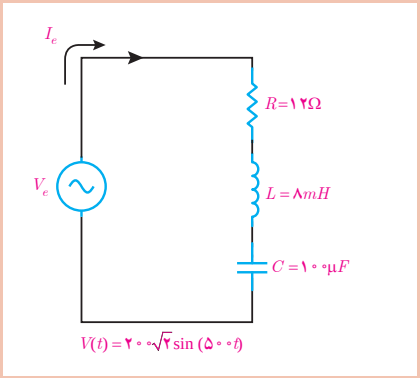
۶ـ مثلث توان یک مدار RLC سری را در حالت $Q_L < Q_C$ رسم نمایید.

۷ـ در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو مطلوب است:

الف) ولتاژ هر کدام از عناصر مدار

ب) ضریب توان مؤثر و ضریب توان غیرمؤثر

ج) توان‌های مدار و مثلث توان

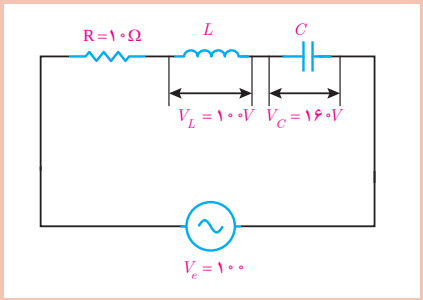



۸ـ در مدار الکتریکی RLC سری روبه‌رو مطلوب است :

الف) $V_R$ و $I_R$

ب) Z

ج) $X_L$ و $X_C$

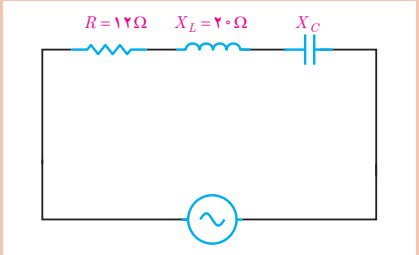



۹ـ در یک مدار RLC سری معادله زمانی ولتاژ منبع $v(t)=۲۰۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t)$ و $i(t)=۴\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t-۳۷^\circ)$ و $C=۱۰۰\mu F$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه L و R.

۱۰ـ در مدار الکتریکی RLC سری شکل روبه‌رو در صورتی که ضریب توان مؤثر ۰/۶ باشد مطلوب است محاسبه مقدار $X_C$ دردوحالت زیر:

الف) مدار پیش‌فاز باشد.

ب) مدار پس‌فاز باشد.

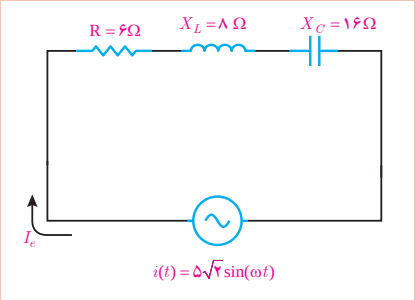



۱۱ـ در مدار الکتریکی RLC سری روبه‌رو مطلوب است :

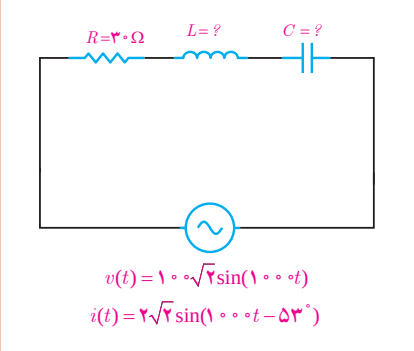
الف) مقاومت ظاهری مدار

ب) ولتاژ منبع و رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان

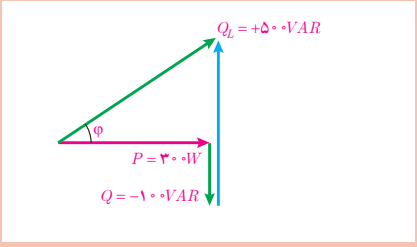
ج) توان‌های مدار و رسم مثلث توان



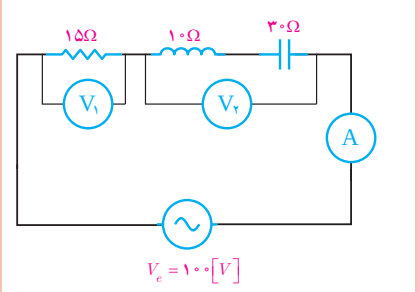
۱۲ـ در مدار RLC سری شکل روبه‌رو $V_L = 5V_C$ می‌باشد.
مطلوب است محاسبه:
الف) L و C




۱۳- مثلث توان یک مدار RLC سری به صورت مقابل است.
مطلوب است:
الف) توان‌های مؤثر و غیرمؤثر مدار
ب) توان ظاهری و ضریب قدرت مؤثر
ج) در صورتی که $I_e = 5[A]$ باشد ولتاژ منبع را بیابید.

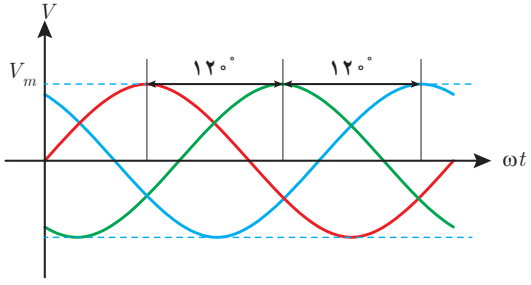



۱۴- در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو ولت‌متر $V_1$ مقدار ۶۰ را نشان می‌دهد. مقداری که ولت‌متر $V_2$ و آمپرمتر نشان می‌دهد را به‌دست آورید.




## ۱۰ـ۱ مدارهای الکتریکی سه فاز

مدارهای الکتریکی سه فاز برای معادل‌سازی اتصال مصرف‌کننده‌های سه فاز به شبکه سه فاز به‌کار می‌روند. شبکه الکتریکی که شامل سه‌ولتاژ با اختلاف فاز ۱۲۰ درجه نسبت به یکدیگر و دامنه ولتاژ برابر باشد را «شبکه الکتریکی سه فاز» گویند (شکل ۹۸).

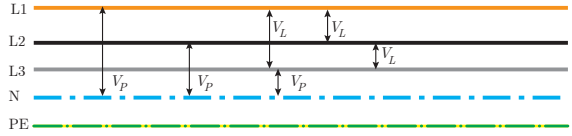



شکل ۹۸

در شبکه‌های توزیع انرژی الکتریکی برای تغذیه مصرف‌کننده‌های الکتریکی از شبکه الکتریکی سه‌فاز به‌صورت پنج سیمه استفاده می‌شود که شامل سه‌فاز، سیم نول و سیم حفاظتی زمین می‌باشد. سه فاز را با حروف $L_1$، $L_2$، $L_3$ نشان می‌دهند و از حرف N برای نشان دادن سیم نول و از حرف PE برای نشان دادن سیم حفاظتی زمین استفاده می‌شود (شکل ۹۹).

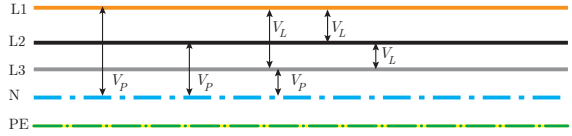
شکل ۹۹

ولتاژ در شبکه‌های سه فاز به‌صورت ولتاژ فازی و ولتاژ خطی قابل محاسبه و اندازه‌گیری می‌باشد. اختلاف پتانسیل الکتریکی هر فاز با سیم نول را «ولتاژ فازی » گویند و آن را با $V_P$ نمایش می‌دهند (شکل ۱۰۰).




شکل ۱۰۰

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو فاز را «ولتاژ خط » گویند و آن را با $V_L$ نمایش می‌دهند (شکل ۱۰۱).




شکل ۱۰۱

رابطه بین ولتاژ خطی با ولتاژهای فازی به‌صورت زیر است:

$$V_L = \sqrt{3}V_P$$

در این رابطه:
$V_L$ ولتاژ خطی [v]
$V_p$ ولتاژ فازی [v] می‌باشد.

مثال

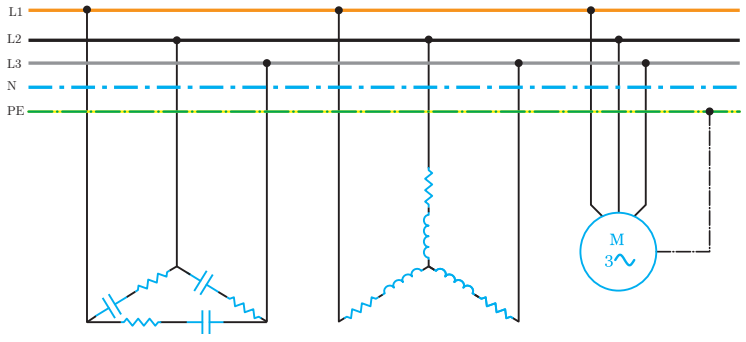
در شبکه توزیع انرژی الکتریکی ایران اختلاف پتانسیل بین دو فاز غیرهم‌نام ۴۰۰v است. ولتاژفازی این شبکه چند ولت می‌باشد؟

ازرابطه $V_L = \sqrt{3}\,V_P$ می‌توان ولتاژ فازی را به‌دست آورد.

$$۴۰۰ = \sqrt{۳}V_P \rightarrow V_P = \frac{۴۰۰}{\sqrt{۳}} = ۲۳۰\,[v]$$

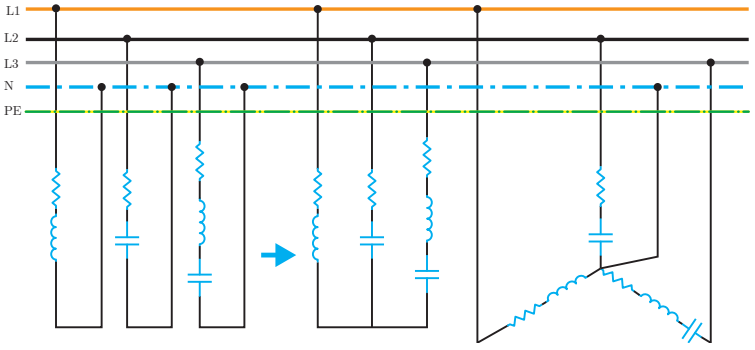
شبکه‌های سه فاز برای تغذیه مصرف‌کننده‌های سه فاز و تک‌فاز به‌کار می‌روند.

مصرف‌کننده‌های سه فاز با اتصال ستاره یا مثلث از شبکه سه فاز تغذیه می‌شوند (شکل ۱۰۲).




شکل ۱۰۲

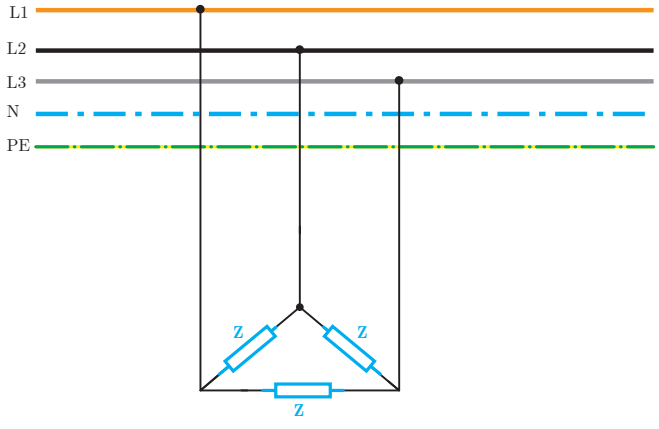
مصرف‌کننده‌های تک‌فاز نیز با اتصال به شبکه سه فاز تغذیه می‌شوند. اتصال مصرف‌کننده‌های تک‌فاز به شبکه سه فاز باعث شکل‌گیری اتصال ستاره نامتعادل خواهد شد (شکل ۱۰۳).




شکل ۱۰۳

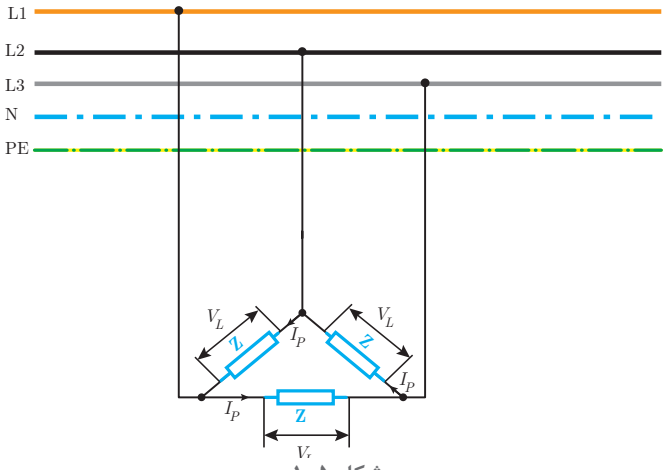
## مدار الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث

مدار الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث در شکل ۱۰۴ نشان داده شده است.




شکل ۱۰۴

در اتصال مثلث هر یک از مقاومت‌های ظاهری z باید ولتاژ خطی را تحمل کنند. اعمال ولتاژ خطی $V_L$ به مقاومت ظاهری Z در آن جریان جاری می‌نماید. جریانی که در هریک از مقاومت‌های ظاهری مصرف‌کننده سه فاز جاری می‌شود را «جریان فازی» گویند و آن را با $I_P$ نشان می‌دهند (شکل ۱۰۵).



شکل ۱۰۵

جریان فازی $I_P$ با توجه به قانون اهم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

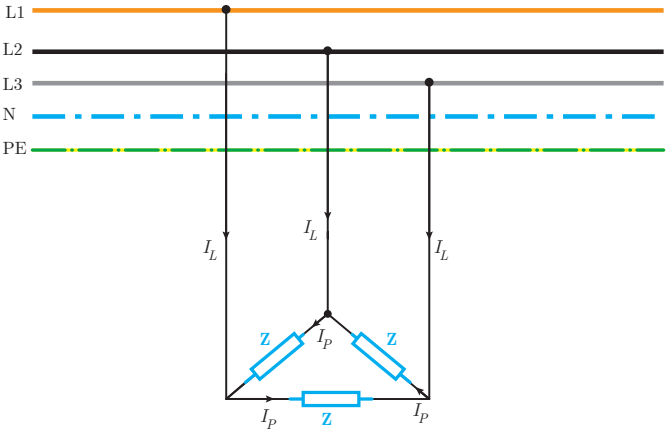
در این رابطه:

$I_P$ جریان فازی [A]

$V_L$ ولتاژ خطی [V]

Z مقاومت ظاهری [Ω] است.

در اثر جاری شدن جریان فازی $I_P$ در مقاومت‌های ظاهری z، جریانی بین بار مثلث و شبکه سه فاز برقرار می‌شود. جریانی که مصرف‌کننده سه فاز از شبکه دریافت می‌نماید را «جریان خطی» می‌گویند و آن را با $I_L$ نشان می‌دهند (شکل ۱۰۶).



شکل ۱۰۶

در اتصال مثلث رابطه زیر بین جریان خطی $I_L$ و جریان فازی $I_P$ برقرار است:

$$I_L = \sqrt{3}\, I_P$$

در این رابطه:
$I_L$ جریان خطی [A]
$I_P$ جریان فازی [A] است.

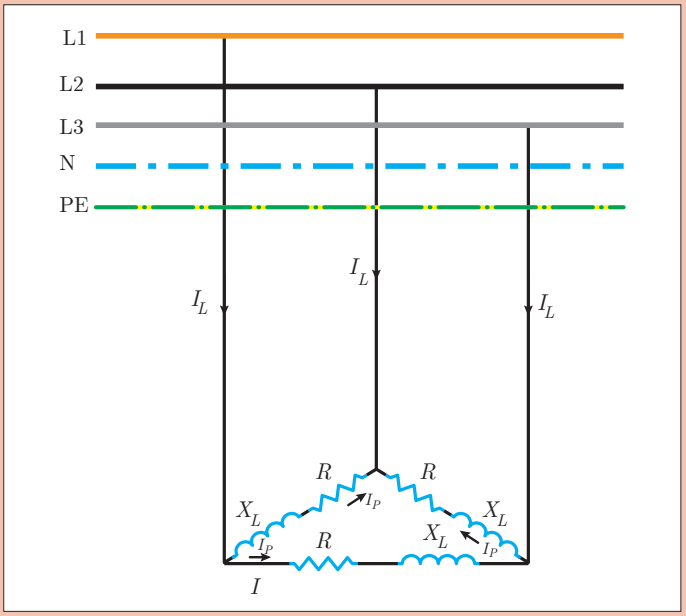
مثال

یک مصرف‌کننده الکتریکی سه‌فاز با اتصال مثلث مطابق شکل ۱۰۷ به شبکه سه‌فاز با $V_L = ۴۰۰[v]$ متصل شده است. اگر $R = ۱۲[\Omega]$ و $X_L = ۱۶[\Omega]$ باشد. مطلوب است محاسبه:

الف) مقاومت ظاهری Z

ب) جریان فاز

ج) جریان خط




شکل ۱۰۷

**حل:** الف) هر Z به‌صورت مدار RL سری است پس مقاومت ظاهری به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Z = \sqrt{R^۲ + X_L^۲} = \sqrt{۱۲^۲ + ۱۶^۲} = ۲۰\ [\Omega]$$

ب) جریان فاز از رابطه قانون اهم به‌دست می‌آید:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

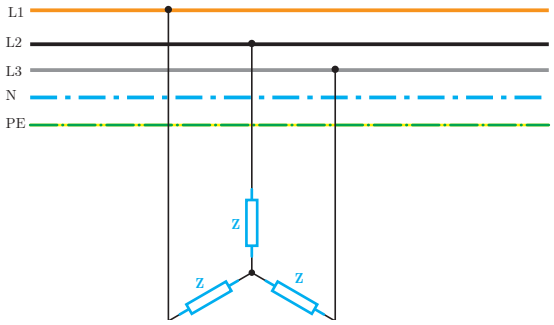
$$I_P = \frac{۴۰۰}{۲۰} = ۲۰[A]$$

ج) جریان خطی از رابطه $I_L = \sqrt{3}\, I_P$ به‌دست می‌آید:

$$I_L = \sqrt{۳} \times ۲۰ = ۳۴/۶۴[A]$$

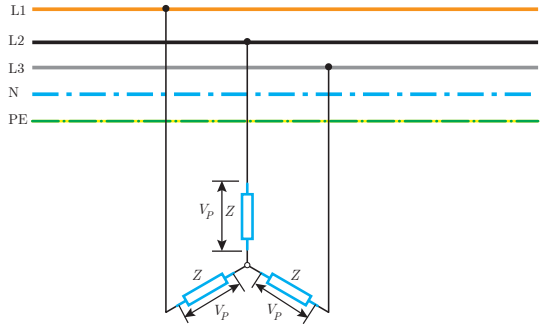
## مدار الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره

مدار الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره در شکل ۱۰۸ نشان داده شده است.



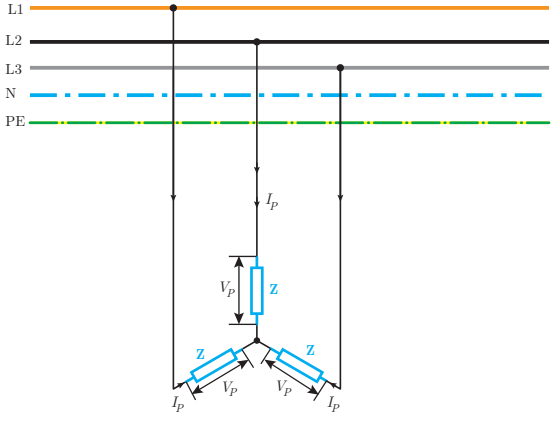

شکل ۱۰۸

پتانسیل محل اتصال مقاومت ظاهری Z به یکدیگر در اتصال ستاره مصرف‌کننده‌های سه فاز «صفر» است. محل اتصال مقاومت‌ها به یکدیگر در مصرف‌کننده‌های سه فاز با اتصال ستاره را «نقطه صفر» گویند. اختلاف پتانسیل بین هر فاز با نقطه صفر برابر ولتاژ فازی $V_P$ می‌باشد (شکل ۱۰۹).




شکل ۱۰۹

در اتصال مصرف‌کننده سه فاز با اتصال ستاره هر یک از مقاومت‌های ظاهری Z ولتاژ فازی $V_P$ را باید تحمل کند. با اعمال ولتاژ فازی $V_P$ به مقاومت ظاهری Z در آن جریان جاری می‌شود. جریانی که در هر یک از مقاومت‌های ظاهری جاری می‌شود را «جریان فازی» می‌گویند و آن را با $I_P$ نشان می‌دهند (شکل ۱۱۰).




شکل ۱۱۰

جریان فازی $I_P$ با توجه به قانون اهم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

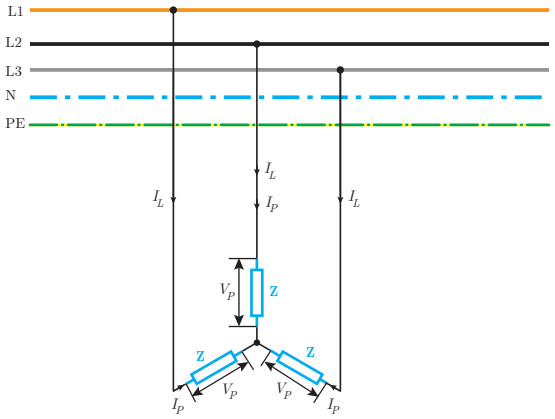
که در این رابطه:

$I_P$ جریان فازی [A]

$V_P$ ولتاژفازی [V]

Z مقاومت ظاهری [Ω]می‌باشد.

در اثر جاری شدن جریان فازی $I_P$ در مقاومت‌های ظاهری Z جریان بین بار ستاره و شبکه سه فاز برقرار می‌شود. جریانی که مصرف‌کننده سه فاز از شبکه سه فاز دریافت می‌نماید را «جریان خطی» می‌گویند و آن را با $I_L$ نشان می‌دهند (شکل ۱۱۱).




شکل ۱۱۱

جریان خطی $I_L$ در اتصال ستاره با جریان فازی $I_P$ برابر است یعنی:

$$I_L = I_P$$

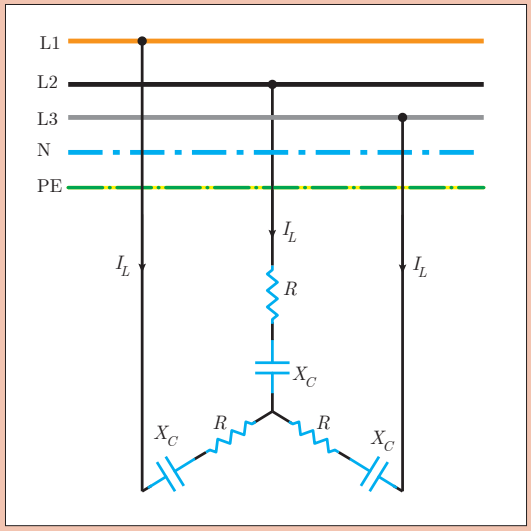
مثال

یک مصرف‌کننده الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره مطابق شکل ۱۱۲ از شبکه سه‌فاز با ولتاژ $V_L = ۳۸۰[v]$ تغذیه می‌کند. اگر $R = ۸[\Omega]$ و $X_C = ۶[\Omega]$ مطلوب است:

الف) محاسبه مقاومت ظاهری

ب) جریان فازی

ج) جریان خطی




شکل ۱۱۲

**حل:** الف) هر فاز مصرف‌کننده الکتریکی سه فاز به‌صورت مدار RC سری می‌باشد و مقاومت ظاهری آن به صورت زیر حساب می‌شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10[\Omega]$$

ب) ولتاژ فازی به‌صورت زیر حساب می‌شود:

$$V_L = V_P\sqrt{3} \rightarrow V_P = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220V$$

$$I_L = I_P = 22\ [A]$$

جریان فازی از قانون اهم قابل محاسبه است:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

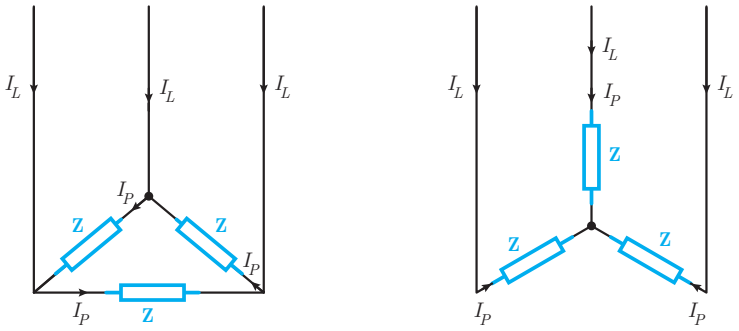
$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{220}{10} = 22[A]$$

ج) در اتصال ستاره جریان خطی ($I_L$) با جریان فازی $I_P$ برابر است پس:

$$I_L = I_P = 22\ [A]$$

## توان مدارهای الکتریکی سه فاز

توان مدارهای الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره یا مثلث از توان هر یک از مقاومت‌های ظاهری Z به‌دست می‌آید. در اتصال مصرف‌کننده سه فاز با حالت ستاره یا مثلث به شبکه الکتریکی سه فاز، جریان فازی $I_P$ در هر یک از مقاومت‌های ظاهری جاری می‌شود و هر یک از آنها توان الکتریکی خواهند داشت (شکل ۱۱۳).




شکل ۱۱۳

توان مؤثر هر یک از مقاومت‌های ظاهری $P_Z$ در اتصال ستاره از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$P_Z = V_P I_P \cos\varphi$$

توان مؤثر مصرف‌کننده سه فاز $P_{3\varphi}$ از جمع توان مؤثر در سه مقاومت ظاهری به‌دست خواهد آمد:

$$P_{3\varphi} = P_Z + P_Z + P_Z$$

توان ظاهری هر یک از مقاومت‌های ظاهری با یکدیگر برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_{۳\varphi}=۳P_Z$$

با جایگزینی رابطه $P_Z$ خواهیم داشت:

$$P_{۳\varphi}=۳V_PI_P\cos\varphi$$

در این رابطه:

$P_{۳\varphi}$ توان مؤثر مصرف‌کننده سه‌فاز [W]

$V_P$ ولتاژفازی [V]

$I_P$ جریان فازی [A]

$\cos\varphi$ ضریب توان مؤثر است.

توان مؤثردر اتصال ستاره یا مثلث رامی‌توان از رابطه زیر نیز به‌دست آورد.

$$P_{۳\varphi}=\sqrt{۳}\,V_LI_L\cos\varphi$$

در این رابطه:

$P_{۳\varphi}$ توان مؤثر مصرف‌کننده سه‌فاز [W]

$V_L$ ولتاژخطی [v]

$I_L$جریان خطی [A] می‌باشد.

توان غیرمؤثر هر یک از مقاومت‌های ظاهری $Q_Z$ در اتصال ستاره از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$Q_Z = V_PI_P\sin\varphi$$

توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه فاز $Q_{۳\varphi}$ از جمع توان غیرمؤثر در سه مقاومت ظاهری به‌دست خواهد آمد:

$$Q_{۳\varphi}= Q_Z + Q_Z + Q_Z$$

توان غیرمؤثر هر یک از مقاومت‌های ظاهری با یکدیگر برابر است و می‌توان نوشت:

$$Q_{۳\varphi}= ۳Q_Z$$

با جایگزینی رابطه $Q_Z$ خواهیم داشت:

$$Q_{۳\varphi}= ۳V_PI_P\sin\varphi$$

در این رابطه:

$Q_{۳\varphi}$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه فاز [VAR]

$V_P$ ولتاژفازی [V]

$I_P$ جریان فازی [A]

$\sin\varphi$ ضریب توان غیرمؤثر است.

توان راکتیو در اتصال ستاره یا مثلث از رابطه زیر نیز به‌دست می‌آید:

$$Q_{۳\varphi}=\sqrt{۳}\,V_LI_L\sin\varphi$$

در این رابطه:

$Q_{۳\varphi}$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه فاز [VAR]

$V_L$ ولتاژخطی [V]

$I_L$ جریان خطی [A]

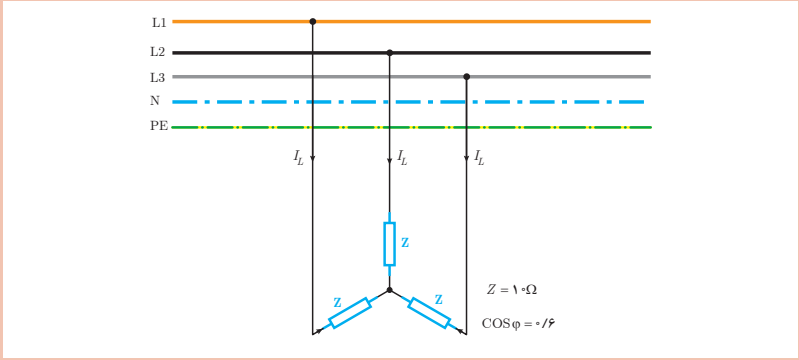
$\sin\varphi$ ضریب توان غیرمؤثر است.

مثال

یک مصرف‌کننده الکتریکی سه‌فاز در حالت ستاره به شبکه الکتریکی سه فاز با $V_L = ۲۰۰\sqrt{۳}$ متصل است. مطلوب است محاسبه:

الف) جریان فازی و خطی

ب) توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه فاز




شکل ۱۱۴

**حل:** در اتصال ستاره ولتاژ مقاومت‌های ظاهری برابر ولتاژ فازی است.

الف) در اتصال ستاره ولتاژ فازی به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}}$$

$$V_P = \frac{۲۰۰\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = ۲۰۰[v]$$

جریان فازی از قانون اهم به‌دست می‌آید:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z}$$

$$I_P = \frac{۲۰۰}{۱۰} = ۲۰[A]$$

در اتصال ستاره $I_P = I_L$ می‌باشد:

$$I_L = I_P = ۲۰[A]$$

ب) از رابطه زیر $\sin\varphi$ به‌دست می‌آید:

$$\sin\varphi = \sqrt{۱ - \cos\varphi^۲} = \sqrt{۱ - (۰/۶)^۲} = ۰/۸$$

توان غیرمؤثر سه فاز از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$Q_{۳\varphi} = ۳ V_P I_P \sin\varphi$$

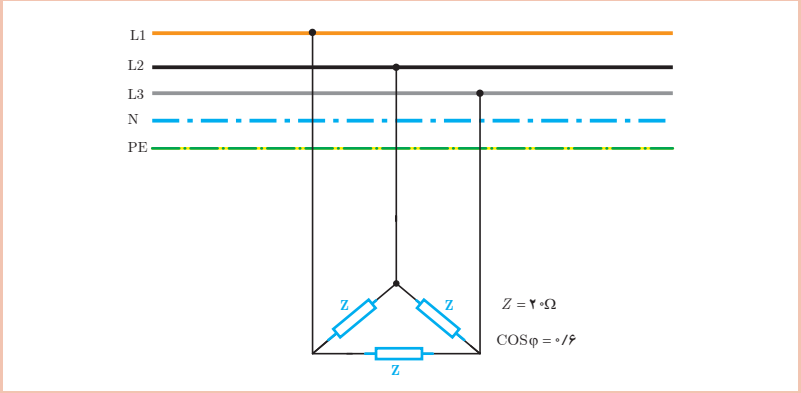
$$Q_{۳\varphi} = ۳ \times ۲۰۰ \times ۲۰ \times ۰/۸ = ۹۶۰۰ \ [VAR]$$

مثال

یک مصرف‌کننده الکتریکی سه فاز مطابق شکل ۱۱۵ از شبکه الکتریکی سه‌فاز $V_L = ۴۰۰[V]$ تغذیه می‌شود. مطلوب است محاسبه:

الف) جریان‌های فازی و خطی

ب) توان مؤثر مصرف‌کننده




شکل ۱۱۵

**حل:** در اتصال مثلث ولتاژ مقاومت‌های ظاهری Z برابر ولتاژ خطی است.

الف) جریان فازی در اتصال مثلث از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

$$I_P = \frac{۴۰۰}{۲۰} = ۲۰[A]$$

در اتصال مثلث جریان خط به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$I_L = I_P\sqrt{۳} \rightarrow I_L = ۲\sqrt{۳}[A]$$

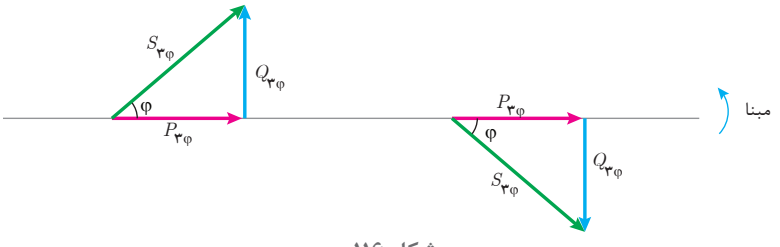
ب) توان مؤثر سه فاز به صورت زیر حساب می‌شود:

$$P_{۳\varphi}=۳V_L I_P \cos\varphi$$

$$P_{۳\varphi}=۳\times۴۰۰\times۲۰\times۰/۶$$

$$P_{۳\varphi}=۱۴۴۰۰[W]$$

مثلث توان مصرف‌کننده‌های سه فاز در دو حالت پس‌فاز و پیش‌فاز در شکل ۱۱۶ نشان داده شده است.




شکل ۱۱۶

توان ظاهری سه فاز در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S_{3\varphi} = \sqrt{P_{3\varphi}^{2} + Q_{3\varphi}^{2}}$$

که در این رابطه:

$S_{3\varphi}$ توان ظاهری مصرف‌کننده سه فاز [VA]

$P_{3\varphi}$ توان مؤثر مصرف‌کننده سه فاز [W]

$Q_{3\varphi}$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه فاز [VAR] است.

با جایگزینی رابطه $P_{3\varphi}$ و $Q_{3\varphi}$ در رابطه $S_{3\varphi}$ رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$S_{3\varphi} = 3V_P I_P$$

که در این رابطه:

$S_{3\varphi}$ توان ظاهری مصرف‌کننده سه فاز [VA]

$V_P$ ولتاژفازی [V]

$I_P$ جریان فازی [A] است.

توان ظاهری از رابطه زیر نیز به‌دست می‌آید:

$$S_{3\varphi} = \sqrt{3}\, V_L I_L$$

که در این رابطه:

$S_{3\varphi}$ توان ظاهری مصرف‌کننده سه فاز [VA]

$V_L$ ولتاژخطی [v]

$I_L$ جریان خطی [A] است.

مثال

یک مصرف‌کننده سه فاز در حالت مثلث از شبکه الکتریکی با ولتاژ خط $V_L = 380[v]$ تغذیه می‌شود. در صورتی‌که مقاومت ظاهری $Z = 20[\Omega]$ و ضریب توان مؤثر ۰/۶ باشد توان‌های مصرف‌کننده را به‌دست آورید.

**حل:**

در اتصال مثلث ولتاژ مقاومت‌های ظاهری برابر ولتاژ خطی $V_L$ است.

جریان فازی از قانون اهم به‌دست می‌آید:

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

$$I_P = \frac{380}{20} = 19[A]$$

توان مؤثر سه فاز از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{3\varphi} = 3V_L I_P \cos\varphi$$

$$P_{3\varphi} = 3 \times 380 \times 19 \times 0/6 = 12996[W]$$

از رابطه مثلثاتی می‌توان $\sin\varphi$ را محاسبه کرد:

$$\sin\varphi = \sqrt{1 - \cos\varphi^{2}} = \sqrt{1 - (0/6)^{2}} = 0/8$$

توان غیرمؤثر سه فاز از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_{3\varphi}=3V_L I_P \sin\varphi$$
$$Q_{3\varphi}=3\times380\times19\times0/8=17328[VAR]$$

توان ظاهری سه فاز به صورت زیر حساب می‌شود:

$$S_{3\varphi}=3V_P I_P$$
$$S_{3\varphi}=3\times380\times19=21660[V.A]$$

فعالیت

ثابت کنید توان ظاهری مصرف‌کننده سه‌فاز در اتصال مثلث و ستاره از رابطه $S_{3\varphi}=\sqrt{3}\,V_L I_L$ به‌دست می‌آید.

مثال

یک مصرف‌کننده سه‌فاز از شبکه الکتریکی سه‌فاز با ولتاژ خط $V_L = 200[v]$ تغذیه می‌شود. اگر جریان دریافتی مصرف‌کننده از شبکه الکتریکی $15[A]$ باشد توان ظاهری سه فاز را به‌دست آورید.

**حل:** از رابطه توان ظاهری سه فاز می‌توان نوشت:

$$S_{3\varphi}=\sqrt{3}\,V_L I_L$$
$$S_{3\varphi}=\sqrt{3}\times200\times15=3000\sqrt{3}[VA]$$
$$S_{3\varphi}=3000\sqrt{3}\times10^{-3}=3\sqrt{3}[KVA]$$

تمرین

۱ـ مفاهیم زیر را تعریف کنید

الف) شبکه الکتریکی سه فاز

ب) ولتاژ فازی

ج) جریان خطی

۲ـ در جای خالی کلمات مناسب بنویسید.

الف) مدارهای الکتریکی سه فاز برای ..... اتصال مصرف‌کننده‌های سه فاز استفاده می‌شود.

ب) ولتاژ در شبکه‌های سه فاز به‌صورت ..... و ..... قابل اندازه‌گیری است.

ج) اتصال مصرف‌کننده‌های تک‌فاز به شبکه سه‌فاز ..... ایجاد می‌کند.

۳ـ درستی و نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

الف) اختلاف پتانسیل بین دوفاز را ولتاژ خطی گویند.

☐ صحیح ☐ غلط

ب) جریانی که مصرف‌کننده سه فاز از شبکه دریافت می‌کند را جریان فازی گویند.

☐ صحیح ☐ غلط

ج) برای محاسبه جریان خطی از رابطه $I_L=\frac{V_P}{Z}$ استفاده می‌شود.

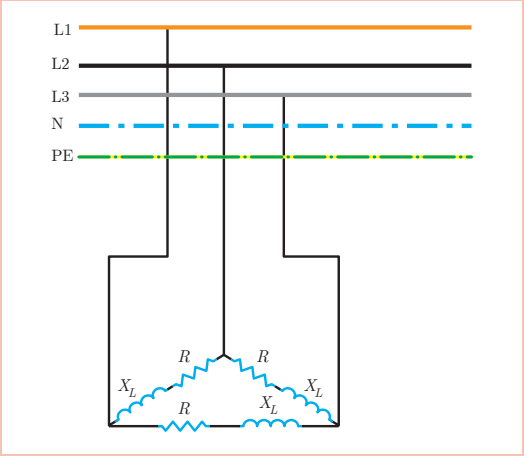
☐ صحیح ☐ غلط

۴ـ یک مصرف‌کننده الکتریکی مطابق شکل روبه‌رو به شبکه سه‌فاز ۴۰۰ ولت متصل شده است. اگر $R=۲۰\Omega$ و $X_L=۲۰\Omega$ باشد، مطلوب است:

الف)جریان فازی و خطی

ب) توان‌های مدار

ج) رسم مثلث توان

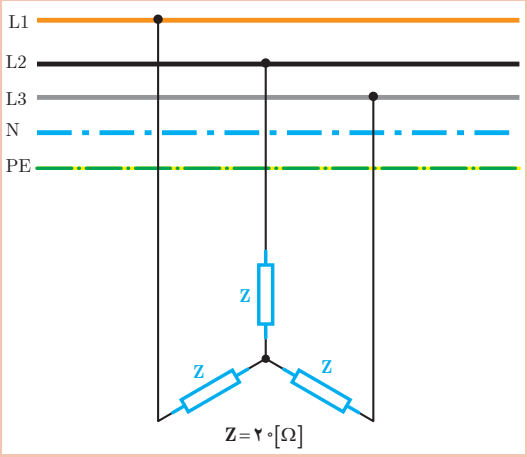



۵ـ یک مصرف‌کننده سه فاز مطابق شکل روبه‌رو به شبکه سه فاز [V] ۴۰۰ متصل شده است مطلوب است.

الف) توان ظاهری

ب) اگر اتصال مصرف‌کننده به حالت مثلث درآید توان ظاهری را محاسبه کنید.

ج) از مقایسه توان ظاهری دو حالت ستاره و مثلث چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

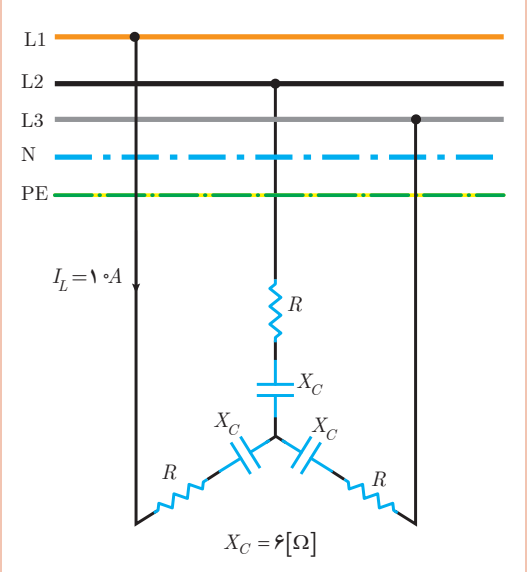



۶ـ توان مؤثر مصرف‌کننده الکتریکی شکل مقابل [kW] ۲/۴ است. مطلوب است محاسبه:

الف) مقدار R

ب) ضریب توان

ج) رسم مثلث توان




* برای حل تمرین‌ها از کتاب همراه هنرجو استفاده کنید.

## ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان تحلیل مدارهای الکتریکی

**استاندارد ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مبتنی بر شایستگی درس دانش فنی تخصصی الکتروتکنیک**

| عنوان پودمان | تکالیف عملکردی (واحدهای یادگیری) | استاندارد عملکرد (کیفیت) | نتایج مورد انتظار | شاخص تحقیق | نمره |
|---|---|---|---|---|---|
| پودمان ۱ | تحلیل مدارهای الکتریکی | تجزیه‌بردار با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی ـ تفاضل و برآیند دو بردار به کمک فیثاغورث ـ برآیند بردارها با استفاده از مؤلفه‌های آن ـ محاسبه توان در مدار الکتریکی با استفاده از روابط آن ـ محاسبه توان شبکه الکتریکی با روش تجزیه ـ محاسبه کمیت‌های الکتریکی مدار RC و RL و RLC سری به کمک قانون اهم و روابط توان ـ محاسبه کمیت‌های الکتریکی مدار سه‌فاز با اتصال مثلث و ستاره به کمک قانون اهم و روابط توان | بالاتر از حد انتظار | از کل سؤالات به هفت تا ده سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد. | ۳ |
| | | | در حد انتظار | از کل سؤالات به شش سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد. | ۲ |
| | | | پایین‌تر از حد انتظار | از کل سؤالات به یک تا پنج سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد. | ۱ |
| | **نمره مستمر از ۵** | | | | |
| | **نمره شایستگی پودمان** | | | | |
| | **نمره پودمان از ۲۰** | | | | |

**هدف‌گذاری و سنجش:**

برای کسب شایستگی در این پودمان اگر هنرجو:

از کل سؤالات به یک تا پنج سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد شایستگی پایین‌تر از حد انتظار خواهد بود.

از کل سؤالات به شش سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد شایستگی در حد انتظار خواهد بود.

از کل سؤالات به هفت تا ده سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد شایستگی بالاتر از حد انتظار خواهد بود.

**توجه:** سؤالات ارائه شده همگی هم‌ارزش بوده و در سطح یادگیری در حد انتظار است. معیار ارزشیابی نتیجه‌محور است.

سؤال ۱ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۲ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۳ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۴ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۵ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۶ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۷ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۸ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۹ـ ..... (۲ نمره)

سؤال ۱۰ـ ..... (۲ نمره)