

فصل ۷

آمار و احتمال



با استفاده از نمودارهای آماری و بررسی تغییرات این اطلاعات در زمان‌های مشخص می‌توان اتفاق‌های بعدی را پیش‌بینی کرد.

برای مثال، تغییرات قیمت طلا، قیمت نفت و آب و هوا این امکان را می‌دهد که وضعیت روزهای آینده‌ی بازار یا هوا را با دقّت خوبی حدس بزنیم یا پیش‌بینی کنیم.



حل مسئله

۱- می خواهیم عدهای 112 , 117 , 107 را مقایسه کنیم. راه حل های ۴ داشت آموز را کامل کنید و هر کدام را توضیح دهید.

پروانه : من از رقم صدگان شروع می کنم. چون رقم صدگان سه عدد مساوی است به سراغ رقم دهگان می روم. رقم دهگان عدد 107 صفر است، پس از همه کوچک تر است. رقم دهگان عدهای 112 و 117 برابر است، پس :

ستاره : من عدها را به صورت گسترده می نویسم و سپس با هم مقایسه می کنم :

$$\begin{array}{ccc} 117 & 107 & 112 \\ 100+10+7 & 100+0+7 & 100+10+2 \end{array}$$

عدد 100 در هر سه عدد مشترک است و آن را کنار می گذارم. سپس

نسرين : من عدها را روی محور نشان می دهم :

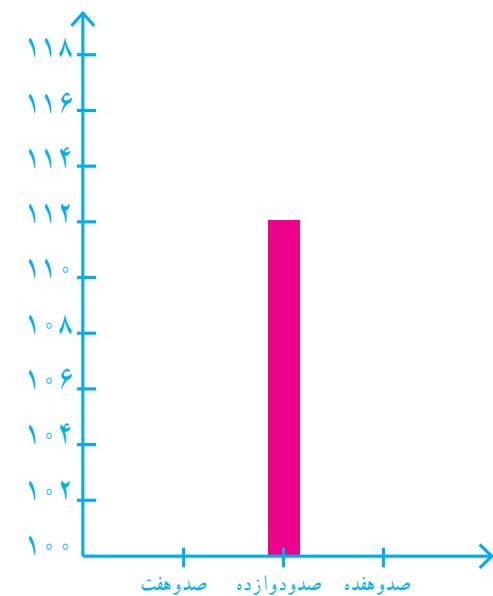


چرا نسرین محور خود را از عدد 100 شروع کرده است؟

مونا : من عدها را با نمودار ستونی نمایش می دهم :

محور عمودی شکل از چه عددی شروع شده است؟

تقسیم‌های این محور چندتا چندتاست؟



در هر ۴ روش، این دانش آموزان چگونه مسئله خود را آسان‌تر کرده‌اند؟ توضیح دهید.

حل مسئله‌ی ساده‌تر، حدس و آزمایش

۲- حسن یک سکه را 10° مرتبه انداخته و رو یا پشت آمدن آن را یادداشت کرده است. جدول او را به صورت حدسی ادامه دهید.

جدول ۱

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش
									ر	وضعیت سکه

در جدول شما چندبار رو نوشته شده است؟ چند بار پشت نوشته شده است؟

حالا شما این آزمایش را انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید.

جدول ۲

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش
										وضعیت سکه

آیا تعداد رو یا پشت آمدن آزمایش‌های شما با جدول ۱ تفاوت دارد؟

۳- اگر از کيسه‌ی روبه‌رو بدون نگاه کردن به داخل آن یک مهره در بیاوریم، به احتمال بیشتر چه رنگی خواهد داشت؟ پاسخ دو دانش‌آموز به صورت زیر است:



امیر: فرقی نمی‌کند؛ چون در کيسه دو رنگ داریم.

علی: احتمال بیرون آمدن رنگ سبز بیشتر است؛ چون تعداد سبزها بیشتر است.
کدام یک درست گفته‌اند؟ چرا؟

حالا این آزمایش را ده بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید. حدس کدام دانش‌آموز در این آزمایش تأیید شد؟

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش
										رنگ

نمودار خط شکسته

در سال گذشته جدول تعداد علاقهمندان به ورزش‌های فوتبال، والیبال و بسکتبال یکی از دبستان‌ها را برای دانش‌آموزان کلاس‌های چهارم، پنجم و ششم به صورت زیر مشاهده کردید.

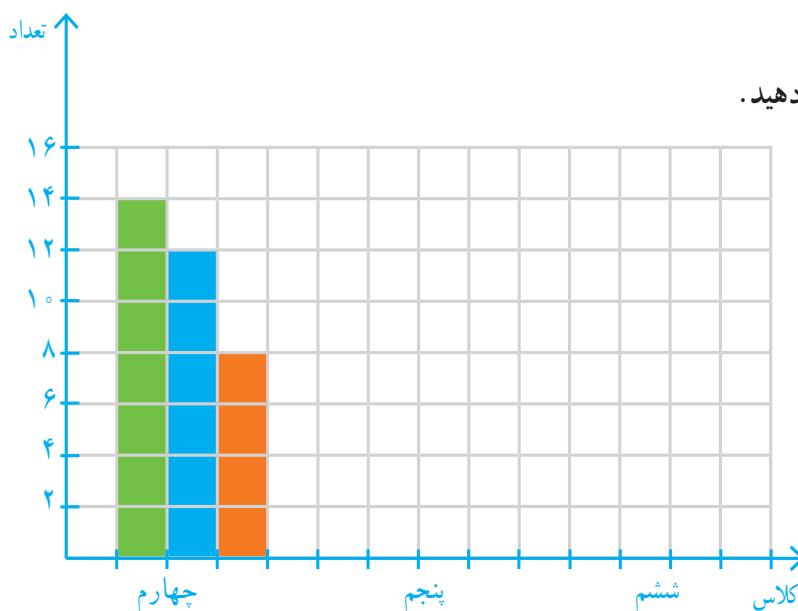
ششم			پنجم			چهارم		
ب	و	ف	ب	و	ف	ب	و	ف
۱۰	۱۲	۱۰	۱۴	۱۰	۱۲	۸	۱۲	۱۴

- ف : فوتبال
- و : والیبال
- ب : بسکتبال



فعالیت

حالا می‌خواهیم نمودار ستونی این اطلاعات را رسم کنیم. از سه رنگ مشخص شده‌ی بالا استفاده می‌کنیم. برای نمونه، شکل مربوط به کلاس چهارم انجام شده است.

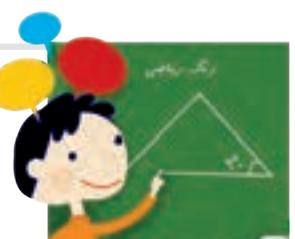


شما بقیه‌ی نمودار را کامل کنید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
در کدام کلاس علاقهمندان به بسکتبال بیشتر است؟

در کلاس پنجم، کدام ورزش علاقهمندان بیشتری دارد؟
تعداد دانش‌آموزان کلاس چهارم علاقهمند به این سه رشته چند نفر است؟

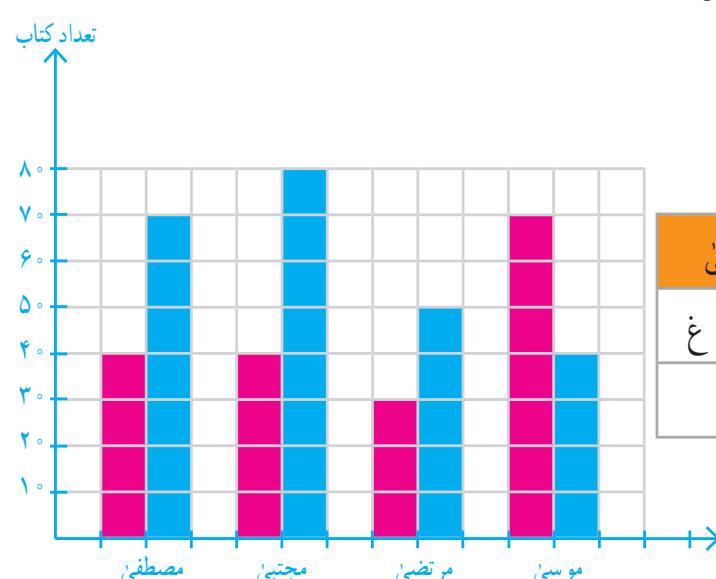
در مجموع، چند نفر به همه‌ی ورزش‌ها علاقهمندند؟

نمودار زیر تعداد کتاب‌های داستان و غیرداستان خوانده شده توسط ۴ دانش‌آموز را نشان می‌دهد.
با توجه به نمودار رسم شده، جدول را کامل کنید.



- کتاب داستان
- کتاب غیر داستان

کار در کلاس



مصطفی	مرتضی	مجتبی	موسی
د	غ	د	غ
غ	د	غ	د
د	غ	د	غ
غ	د	غ	د

– چه کسی بیشترین کتاب را خوانده است؟



فعالیت

۱- قیمت هر بشکه نفت ایران در ده هفته در جدول زیر مشخص شده است.

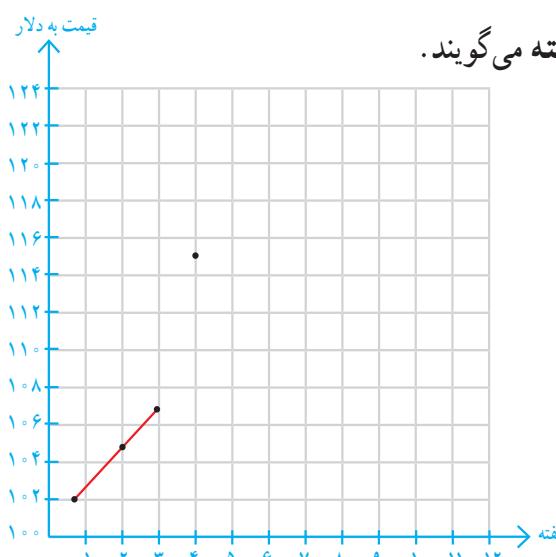
قیمت به دلار	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
هفته	۱۰۲	۱۰۵	۱۰۷	۱۱۵	۱۲۰	۱۲۲	۱۱۷	۱۱۲	۱۱۰	۱۱۰

برای اینکه تغییرات قیمت نفت را بهتر نشان دهیم، ابتدا مانند نمونه قیمت مربوط به هر هفته را با یک نقطه در نمودار نشان می‌دهیم.
شما بقیه‌ی نقاط را پیدا کنید.

(توجه داشته باشید که قیمت‌ها از ۱۰۰ شروع شده‌اند.)

حالا نقطه‌ها را به هم وصل کنید. به این نمودار، نمودار خط‌شکسته می‌گویند.
با توجه به نمودار، به سوال‌های زیر پاسخ دهید.

- در بین کدام دو هفته، تغییرات از همه بیشتر بوده است؟
- قیمت نفت در کدام هفته‌ها افزایش داشته است؟
- قیمت نفت از کدام هفته شروع به کم شدن کرده است؟
- در این نمودار معنی چیست؟
- با توجه به این نمودار فکر می‌کنید که در هفته‌ی بعد چه اتفاقی می‌افتد؟



۲- نمره‌های ریاضی یک دانشآموز کلاس هفتم به صورت زیر است :

ماه مهر: ۱۶، ماه آبان: ۱۴، ماه آذر: ۱۶، ماه دی: ۱۸، ماه بهمن: ۱۷، ماه اسفند: ۱۵

برای نمایش بهتر این اطلاعات، دو دانشآموز روش‌های زیر را انتخاب کرده‌اند.
کار آنها را کامل کنید.

ماه	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند	نمره
	۱۶	۱۴	۱۶	۱۸	۱۷	۱۵	

روش یگانه

روش یکتا

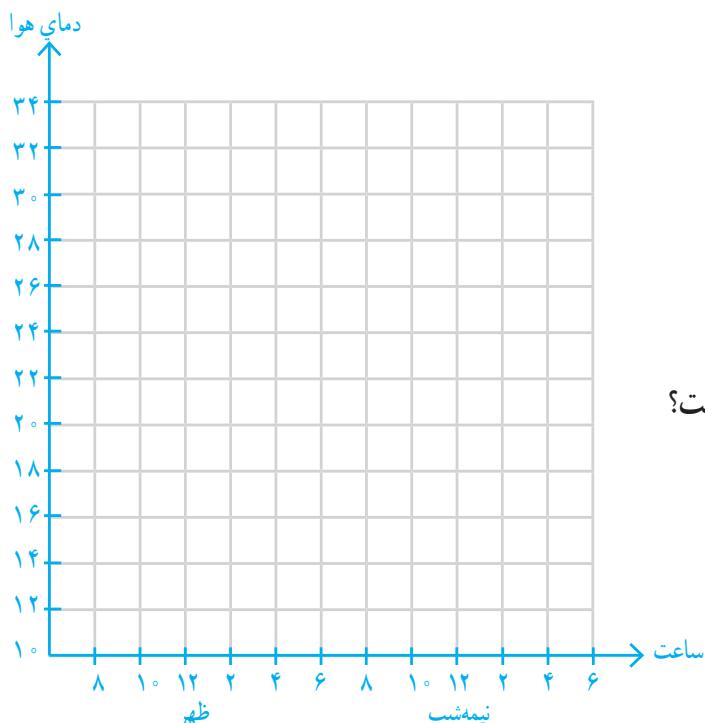
برای فهمیدن تغییرات نمره‌های این دانشآموز در درس ریاضی، کدام روش مناسب‌تر است؟ چرا؟

دماهی هوای یک شهر در یک شبانه‌روز هر دو ساعت یک بار اندازه‌گیری شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، ابتدا جدول را کامل و سپس نمودار خط شکسته‌ی آن را رسم کنید.

صبح: ۱۸	۱۰ صبح: ۲۲	۱۲ ظهر: ۲۶	۲۹ بعداز ظهر: ۴	بعداز ظهر: ۲
سب: ۲۵	۱۰ شب: ۱۲	۱۳ شب: ۲	۱۴ صبح: ۶	۱۶ صبح: ۶



صبح	نیمه شب	شب	ظهر	صبح	زمان
					دما



با توجه به جدول و نمودار، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

بین کدام ساعت‌ها بیشترین تغییر دما دیده می‌شود؟

اختلاف دما بین ساعت‌های ۱۰ صبح و ۱۲ ظهر چند درجه است؟

بیشترین دما و کمترین دما در چه ساعت‌هایی بوده است؟

اختلاف بین بیشترین و کمترین دما چند درجه است؟

با توجه به نمودار، توضیح دهید که تغییرات دماهی روز و شب

این شهر چگونه است؟

انجام بدہ.



یک عدد دورقیمی انتخاب کنید. جای رقم‌های یکان و دهگان را عوض کنید تا یک عدد دورقیمی دیگر به دست آید. این دو عدد دورقیمی را از هم کم کنید. حاصل تفاضل را بر ۹ تقسیم کنید. آیا این تقسیم، باقی‌مانده دارد؟ این کار را سه بار دیگر تکرار کنید.

۱- یک پرستار هر ساعت ضربان قلب یک بیمار را در دقیقه گرفته و در جدول زیر نوشته است.

بعداز ظهر	ظهر	صبح	زمان	ضربان
۱	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۷۰	۷۰	۷۲	۷۵	۷۸
۱	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۷۰	۷۰	۷۲	۷۵	۷۸
۸	۸	۷	۶	۵
۸۰	۸۰	۷۸	۸۰	۸۰
۴	۴	۳	۲	۱
۸۲	۸۰	۸۰	۸۵	۸۵
۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵



- نمودار خط شکسته را رسم کنید.

- بین کدام ساعت‌ها تغییرات ضربان زیاد بوده است؟

- اگر ضربان قلب کمتر از 70° برای این بیمار خطرناک باشد،

در چه ساعتی این بیمار به مراقبت ویژه احتیاج داشته است؟

۲- برای رسم نمودار خط شکسته‌ی تعداد ضربان قلب در سؤال ۱ از چه عددی شروع می‌کنید؟ چرا؟

تقسیم‌های محور را چندتایی در نظر می‌گیرید؟ تا کجا ادامه می‌دهید؟

۳- دمای هوای یک شهر در ماه‌های یک سال در جدول زیر آمده است.

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۲۱	۲۵	۳۰	۳۱	۳۴	۲۷	۲۴	۱۵	۱۰	۱۰	۸	۱۰	۱۴

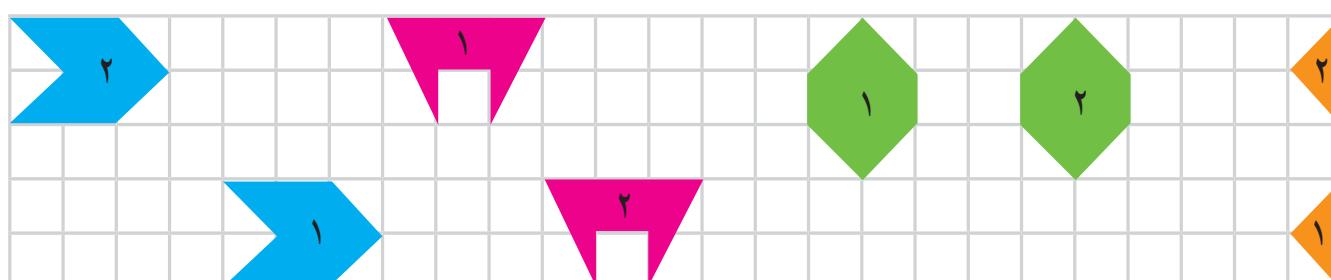
● گرم‌ترین و سردترین ماه را پیدا کنید.

● بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه بوده است؟

● کمترین تغییر دما بین کدام دو ماه بوده است؟

توضیح بدہ.

توضیح دهید هر شکل با چه حرکتی بر شکل مشابه خود منطبق می‌شود.



احتمال



فعّالیت

۱- همان‌طور که سال‌های قبل یادگرفتید، از عبارت «احتمال دارد» در زندگی روزمره هم بسیار استفاده می‌کنیم. گاهی نیز عبارت‌های «به احتمال بیشتر» یا «به احتمال کمتر» یا «به احتمال برابر» را به کار می‌بریم. با این توضیح مانند نمونه و با توجه به جمله‌ی داخل کادر برای هر یک از موارد زیر، عبارتی مناسب انتخاب کنید و دلیل انتخاب خود را توضیح دهید.

به طور حتم اتفاق نمی‌افتد	به احتمال کمتر	به احتمال برابر	به احتمال بیشتر	به طور حتم اتفاق می‌افتد
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

اینکه بدون نگاه کردن به کیسه، یک مهره در آوریم و مهره قرمز باشد،



(الف)

<input type="radio"/>				
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------



(ب)

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------------------



ج) چون هر سه مهره قرمز است.

<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	----------------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

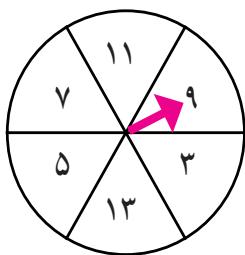


د) چون یکی از مهره‌ها قرمز است و دو تای دیگر قرمز نیست.

<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	----------------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------



(ه)



۲- چرخنده‌ای به صورت شکل رو به رو داریم. عقربه‌ی چرخنده هر بار پس از ایستادن عددی را نشان می‌دهد.

برای هر یک از موارد زیر یکی از پنج عبارت بالا را انتخاب کنید و دلیل انتخاب خود را بنویسید.

الف) روی عدد زوج بایستد : به طور حتم اتفاق نمی‌افتد.

دلیل : _____

الف) روی عدد زوج بایستد : _____

دلیل : _____

ب) روی عدد فرد بایستد : _____

دلیل : _____

ج) روی عدد کمتر از ۳ بایستد : _____

دلیل : _____

د) روی عدد بزرگ‌تر از ۹ بایستد : _____

دلیل : _____

ه) روی یکی از عددهای بزرگ‌تر از ۵ بایستد : _____

دلیل : _____

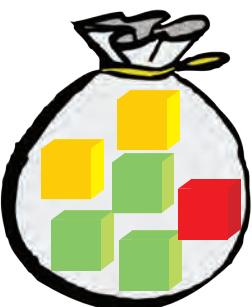
و) روی یک عدد بزرگ‌تر از ۱۵ بایستد : _____



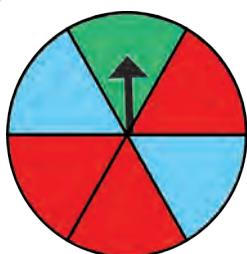
کار در کلاس

رنگ سیب	تعداد
سبز	۷
قرمز	۳
زرد	۵

۱- جدول رو به رو تعداد سیب هایی را که به رنگ های مختلف در یخچال موجودند، نشان می دهد. اگر بخواهیم بدون نگاه کردن یک سیب برداریم، این احتمال را که آن سیب به رنگ قرمز باشد، با عبارت مناسب مشخص کنید و دلیل این انتخاب را بنویسید.



۲- از کیسه هی رو به رو بدون نگاه کردن به داخل آن یک مکعب در می آوریم، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ مکعب بیشتر است؟ چرا؟
احتمال بیرون آمدن کدام رنگ مکعب کمتر است؟ چرا؟



۱- چرخنده ای به شکل رو به رو داریم.
در این چرخنده، احتمال این را که عقربه روی هر رنگ بیفت، با یک عبارت مشخص کنید.

قرمز : آبی : سبز : زرد :



فعالیت

اگر عقربه ای این چرخنده را 20° بار بچرخانیم، انتظار داریم کدام رنگ بیشتر بیاید؟ چرا؟

۲- این آزمایش را انجام دهید: عقربه ای چرخنده را 20° بار بچرخانید و پس از ایستادن، رنگ آن را یادداشت کنید.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
																			آزمایش

چند مرتبه روی رنگ قرمز ایستاد؟

آیا تعداد دفعات ایستادن عقربه روی رنگ قرمز بیشتر از بقیه است؟

آیا در کلاس شما داشت آموزی هست که در آزمایش او رنگ قرمز کمتر از بقیه رنگ ها باشد؟

آیا انتظار شما درباره رنگ آبی و سبز هم اتفاق افتاد؟ (تعداد دفعات ایستادن عقربه روی رنگ آبی بیشتر از سبز است.)



۱- اگر یک سکه را بیندازیم، یا رو می‌آید یا پشت.

احتمال رو یا پشت آمدن سکه را با چه عبارتی بیان می‌کنید؟ چرا؟



کار در کلاس

اگر سکه را ۲۰ بار بیندازیم، پیش‌بینی می‌کنید چند مرتبه رو و چند مرتبه پشت آن باید؟ چرا؟

- یک سکه را ۲۰ بار بیندازید و هر بار رو یا پشت آمدن آن را در جدول زیر یادداشت کنید.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱

تعداد پشت آمدن:

تعداد رو آمدن:

آیا این آزمایش مطابق انتظار شما بود؟

آیا در کلاس شما دانش‌آموزی هست که در آزمایش او سکه ۱۰ بار به رو و ۱۰ بار به پشت آمد باشد؟

۲- ساناز عقره‌ی یک چرخنده را ۲۰ بار چرخاند و هر بار رنگ آن را یادداشت کرده است. نتیجه‌ی آزمایش او را در جدول رو به رو می‌بینید.

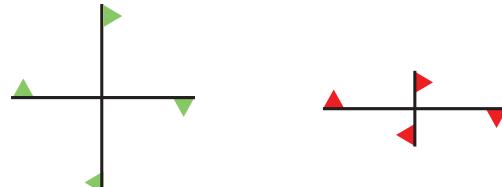
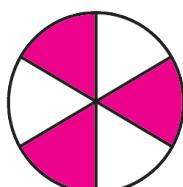
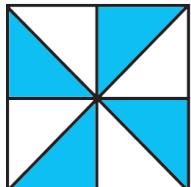
تعداد	رنگ
۷	آبی
۱۱	سبز
۲	نارنجی

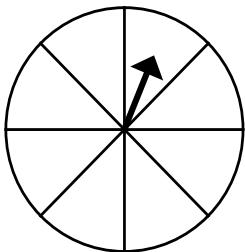
اگر ساناز یک بار دیگر عقره‌ی را بچرخاند، احتمال آمدن رنگ نارنجی را با بیان یک عبارت پیش‌بینی کنید.

دلیل خود را توضیح دهید.

خلق باش

هر کدام از شکل‌های زیر، چند درجه باید بچرخند تا دوباره روی خودشان بیفتدند؟





۱- چرخنده‌ی رو به رو ۸ قسمت دارد. آن را طوری رنگ کنید که احتمال قرار گرفتن عقربه روی رنگ سبز بیشتر و روی رنگ‌های آبی و قرمز کمتر باشد.



تمرین



۲- روی یک تاس عددهای ۱ تا ۶ وجود دارد. این احتمال را که پس از انداختن تاس

عدد زوج باید، با یک عبارت مناسب مشخص کنید.
پاسخ دو دانشآموز را ببینید.

کدام یک درست می‌گویند؟ چرا؟

۳- برای هر کدام از عبارت‌های «به طور حتم اتفاق می‌افتد» و «به طور حتم اتفاق نمی‌افتد» یک مثال بزنید.

به طور حتم اتفاق می‌افتد :

به طور حتم اتفاق نمی‌افتد :

۴- اگر از هر کیسه یک مهره خارج کنیم، در کدام یک احتمال بیرون آمدن مهره‌ی سیاه بیشتر است؟ تعداد مهره‌ها روی کیسه نوشته شده است. دلیل خود را بنویسید.



۵- در یک کیسه ۳ مهره‌ی سبز، ۵ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی زرد هست. قسمت پیش‌بینی جدول را برای ۲۰ بار آزمایش کامل کنید.

۶- بار آزمایش درآوردن مهره از کیسه را انجام دهید و جدول را کامل کنید.

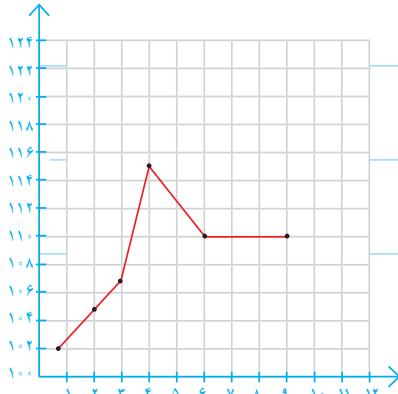
رنگ	تعداد مهره	پیش‌بینی	آزمایش
سبز			
قرمز			
زرد			

مرور فصل

فرهنگ نوشتن



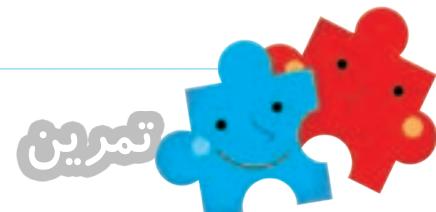
۱- توضیح دهید چه زمانی عدهای محور عمودی را از صفر شروع نمی‌کنند.



۲- نمودار خط شکسته برای چه موضوعاتی مناسب است؟ توضیح دهید.

۳- در نمودار خط شکسته، شکل‌های و و و چه معنای دارند؟

۴- سه جمله بنویسید که در آنها از عبارت‌های «به احتمال بیشتر»، «به احتمال کمتر» و «به طور حتم» استفاده شده باشد.



۱- رتبه‌ی یک دانشآموز در ۵ امتحان ریاضی «خیلی خوب» بوده است. اگر نمودار خط شکسته‌ی رتبه‌های این دانشآموز را رسم کنیم، به چه شکلی در می‌آید؟ چرا؟

۲- قیمت یک ربع سکه‌ی بهار آزادی در یک هفته به صورت زیر تغییر کرده است.

پنج شنبه	چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	روز	قیمت (تومان)
۲۶۲۰۰۰	۲۵۵۰۰۰	۲۷۰۰۰۰	۲۶۰۰۰۰	۲۶۵۰۰۰	۲۵۴۰۰۰		

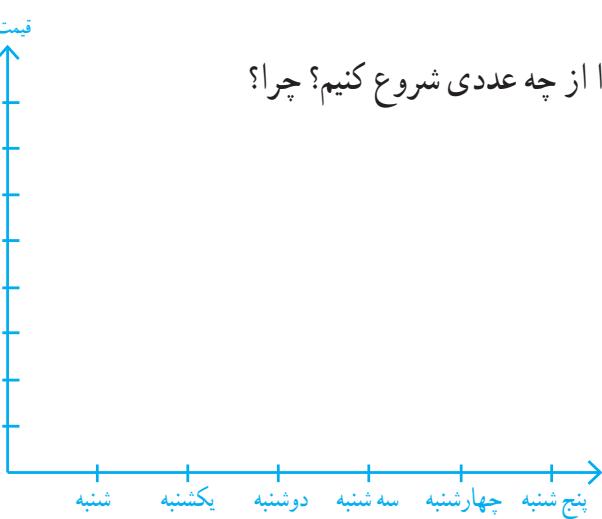
— می‌خواهیم نمودار خط شکسته‌ی آن را رسم کنیم. محور قیمت را از چه عددی شروع کنیم؟ چرا؟

— محور را چندتا تقسیم‌بندی کنیم؟

نمودار خط شکسته را رسم کنید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

— آیا قیمت ربع سکه در این هفته بدون تغییر بوده است؟

— در کدام روزها بیشترین تغییر را داشته است؟



۳- یک تاس را می اندازیم. این احتمال را که هریک از اتفاق‌های زیر بیفتد، با یک عبارت مناسب بیان کنید و دلیل خود را بنویسید.

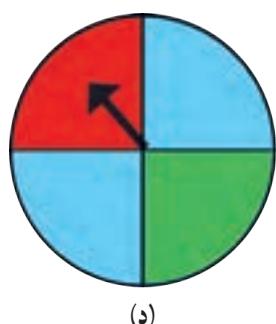
● عدد ۶ بیاید.

● عدد ۷ بیاید.

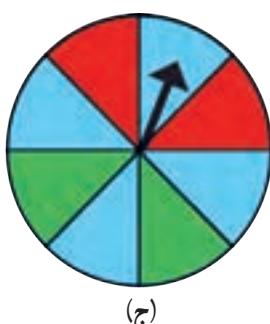
● عدد بزرگ‌تر از ۲ بیاید.

● یکی از عدهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ بیاید.

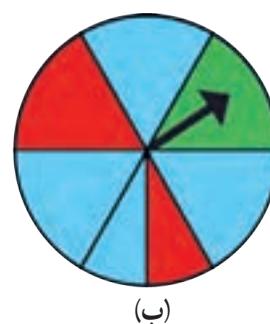
۴- در کدام یک از چرخندهای زیر احتمال ایستادن عقربه روی رنگ آبی بیشتر است؟ چرا؟



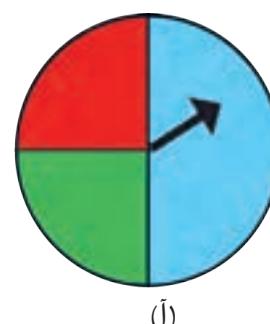
(د)



(ج)



(ب)



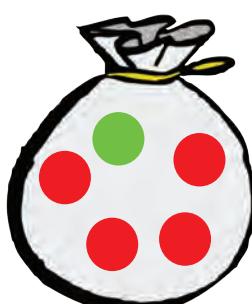
(آ)

۵- یک سکه را انداختیم؛ رو آمد. دوباره انداختیم؛ رو آمد. اگر بار سوم آن را بیندازیم، رو می آید یا پشت؟ چرا؟

۶- اگر یک سکه را 2000 مرتبه بیندازیم، انتظار داریم چند مرتبه رو بیاید؟

چرا؟

۷- در کیسه‌ی زیر تعدادی مهره قرار دارد. احتمال این را که بدون نگاه کردن، یک مهره درآوریم و یکی از اتفاق‌های زیر بیفتد، با یک عبارت بیان کنید.



● مهره قرمز باشد.

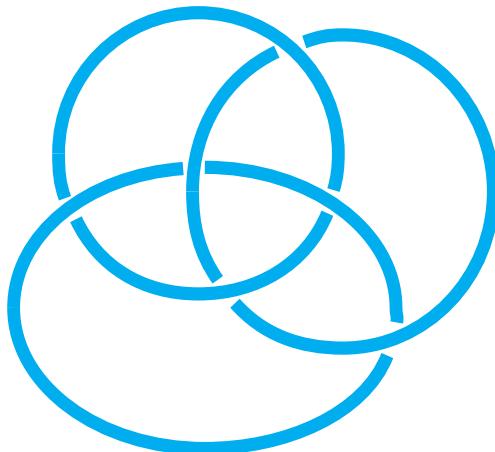
● مهره سبز باشد.

● مهره آبی باشد.

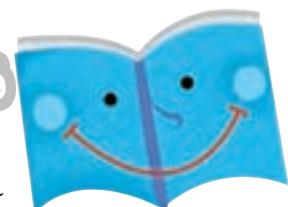
معمّا و سرگرمی



در شکل زیر سه حلقه به هم متصل دیده می‌شوند. اگر هر کدام از حلقه‌ها را حذف کنیم، دو حلقه‌ی دیگر از هم جدا می‌شوند. این حلقه را با طناب درست کنید و با بریدن یک طناب و حذف آن حلقه، باز شدن دو حلقه‌ی دیگر را مشاهده کنید.



فرهنگ خواندن



آیا با نگاه کردن به آسمان هنگام صبح می‌توان فهمید که احتمال بارش باران در طول روز کم یا زیاد است؟ به طور حتم باران خواهد بارید و یا نخواهد بارید؟ آیا با این اطلاعات که از نگاه کردن به آسمان به دست می‌آوریم، می‌توان تصمیم گرفت که بهتر است با خود چتر ببریم یا نه؟ آیا می‌توانیم تصمیم بگیریم که لباس مناسب پوشیم یا نه؟ آیا با درنظر گرفتن دما می‌توان آمدن برف را پیش‌بینی کرد؟ آیا می‌توان با این اطلاعات تصمیم گرفت که لازم است دستکش، شال و کلاه به همراه برد و یا اینکه آیا زنجیر چرخ برای ماشین لازم است یا نه؟

