



## فصل ۶

# شاپستگی‌های پایه فنی

## اتحادها

$$(x+y)^r = x^r + rx y + y^r$$

$$(x-y)^r = x^r - rx y + y^r$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+y)^r = x^r + rx^r y + rx y^r + y^r$$

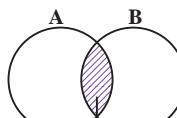
$$(x-y)^r = x^r - rx^r y + rx y^r - y^r$$

$$x^r - y^r = (x-y)(x^{r-1} + xy + y^{r-1})$$

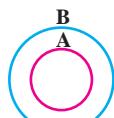
$$x^r - y^r = (x-y)(x^{r-1} + xy + y^{r-1})$$

$$x^r + y^r = (x+y)(x^{r-1} - xy + y^{r-1})$$

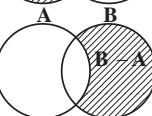
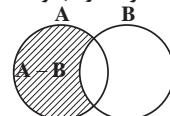
## مجموعه ها



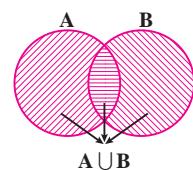
اشتراع دو مجموعه



زیر مجموعه



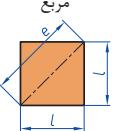
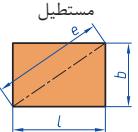
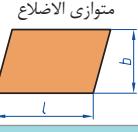
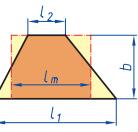
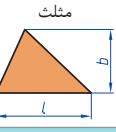
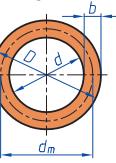
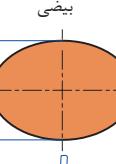
تفاضل دو مجموعه

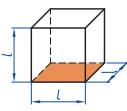
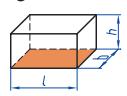
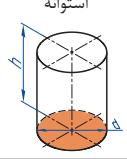
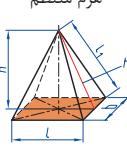
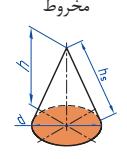


اجتماع دو مجموعه

## نمایش مجموعه به صورت بازه

نمایش مجموعه	نمایش روی محور	نمایش بازه
$\{x \in \mathbb{R}   a \leq x \leq b\}$		$[a, b]$
$\{x \in \mathbb{R}   a < x \leq b\}$		$(a, b]$
$\{x \in \mathbb{R}   a \leq x < b\}$		$[a, b)$
$\{x \in \mathbb{R}   a < x < b\}$		$(a, b)$
$\{x \in \mathbb{R}   a < x\}$		$(a, +\infty)$
$\{x \in \mathbb{R}   x \leq b\}$		$(-\infty, b]$

	<b>مربع</b> L طول ضلع e قطر A مساحت	$A = L^2$ $e = \sqrt{2} \cdot L$
	<b>لوزی</b> b ارتفاع L طول ضلع A مساحت	$A = L \cdot b$
	<b>مستطيل</b> e قطر b عرض L طول A مساحت	$e = \sqrt{L^2 + b^2}$ $A = L \cdot b$
	<b>متوازي الاضلاع</b> l طول b عرض A مساحت	$A = L \cdot b$
	<b>ذوزنقه</b> A مساحت L <sub>1</sub> طول قاعده بزرگ L <sub>2</sub> طول قاعده بزرگ L <sub>m</sub> طول متوسط b عرض	$L_m = \frac{L_1 + L_2}{2}$ $A = l_m \cdot b$ $A = \frac{L_1 + L_2}{2} \cdot b$
	<b>مثلث</b> A مساحت L طول قاعده b ارتفاع	$A = \frac{L \cdot b}{2}$
	<b>حلقه دائري</b> A مساحت D قطر خارجي d قطر داخلي d <sub>m</sub> قطر متوسط b عرض	$d_m = \frac{D + d}{2}$ $A = \pi \cdot d_m \cdot b$ $A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$
	<b>بيضي</b> A مساحت D قطر بزرگ d قطر كوچك U محيط	$U = \frac{\pi}{4} \cdot (D + d)$ $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$

<b>مكعب</b> 	<b>A<sub>o</sub></b> مساحت <b>L</b> طول ضلع <b>V</b> حجم	$A_o = 6L^2$ $V = L^3$
<b>مكعب مستطيل</b> 	<b>b</b> عرض <b>h</b> ارتفاع <b>A<sub>o</sub></b> مساحت <b>L</b> طول قاعدة <b>V</b> حجم	$V = L.b.h$ $A_o = 2(L.b + L.h + b.h)$
<b>استوانة</b> 	<b>A<sub>m</sub></b> مساحت جانبی <b>h</b> ارتفاع <b>V</b> حجم <b>A<sub>o</sub></b> مساحت	$A_u = \pi.d.h$ $V = \frac{\pi.d^2}{4}.h$ $A_s = \pi.d.h + 2 \frac{\pi.d^2}{4}$
<b>هرم منتظم</b> 	<b>h</b> ارتفاع <b>h<sub>s</sub></b> ارتفاع وجه <b>b</b> عرض قاعدة <b>L<sub>1</sub></b> طول يال <b>L</b> طول قاعدة <b>V</b> حجم	$V = \frac{L.b.h}{3}$ $L_1 = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$ $h_s = \sqrt{h^2 + \frac{L^2}{4}}$
<b>مخروط</b> 	<b>V</b> حجم <b>d</b> قطر <b>h</b> ارتفاع <b>h<sub>s</sub></b> طول يال <b>A<sub>M</sub></b> مساحت جانبی	$h_s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$ $A_M = \frac{\pi.d.h_s}{2}$ $V = \frac{\pi.d^2}{4}.h$
<b>كرة</b> 	<b>A<sub>o</sub></b> مساحت <b>V</b> حجم <b>d</b> قطر كرة	$A_s = \pi.d^2$ $V = \frac{\pi.d^3}{6}$

## نسبت و تنااسب

**۱** در حالت کلی، دو نسبت  $a$  به  $b$  و  $c$  به  $d$  مساوی‌اند، هرگاه برای یک عدد مانند  $k$  داشته باشیم:

$$c=kd \quad a=kb \quad \text{یا} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

**۲** اگر  $a$  و  $b$  مقادیر متناظر دو کمیت باشند که با هم رابطه معکوس دارند، مقدار  $k=a \times b$  ثابت است و اگر  $c$  و  $d$  دو مقدار متناظر دیگر از همین کمیت باشند، داریم:

$$a=\frac{k}{b} \quad c=\frac{k}{d} \quad \text{یا} \quad k=a \times b=c \times d$$

## ۳ خواص عملیات

در عبارت‌های زیر، فرض بر آن است که مخرج‌ها مخالف صفر هستند.

$\frac{a}{b} = \frac{ca}{cb} \quad (c \neq 0)$	$c \times \frac{a}{b} = \frac{ca}{b}$	$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$	$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$	
$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	

$$a \times d = b \times c \quad \text{معادل است با} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{تساوی}$$

## درصد و کاربردهای آن

**۱** معادله درصد: رابطه بین مقدار اولیه، درصدی از مقدار اولیه و مقدار نهایی را نشان می‌دهد.

$$b = x \times a \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{مقدار نهایی} \\ \downarrow \\ \text{درصد به صورت عدد} \end{matrix}$$

اعشاری / کسری

**۲** درصد تغییر: برای هر کمیتی مقدار

$$\frac{\text{مقدار اولیه} - \text{مقدار نهایی}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 = \frac{\text{میزان تفاوت در مقدار}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 \times \text{نسبت تغییر} = 100 \times \frac{\text{مقدار اولیه}}{\text{مقدار اولیه}}$$

را درصد تغییر آن کمیت می‌نامند.

درصد تغییر می‌تواند منفی هم باشد که به معنای کاهش است.

## معادله درجه دوم

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{معادله ریشه ندارد} \end{array} \right.$$

## نامعادله درجه دوم

نامساوی هایی به صورت  $ax^2 + bx + c \geq 0$  یا  $ax^2 + bx + c \leq 0$  که در آن  $a, b, c$  اعداد داده حقیقی هستند ( $a \neq 0$ ) را نامعادله درجه دوم می‌نامند. مقدارهایی از  $x$  که نامعادله را به یک نامساوی درست تبدیل می‌کنند، جواب‌های نامعادله می‌نامند.

## توان و ریشه یابی

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \quad (a \neq 0)$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0)$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{ab}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

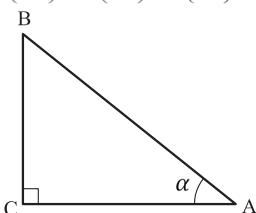
$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

## مثلثات

**۱** یکی از حالات تشابه دو مثلث، تساوی زاویه‌های آن دو مثلث می‌باشد.

**۲** رابطه فیثاغورس: در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  داریم:

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

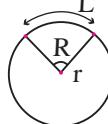


## ۲ نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه تند:

در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه تند  $\alpha$  را در نظر بگیرید. بنا به تعریف داریم:

$$\tan \alpha = \frac{\alpha}{\text{طول ضلع روبروی زاویه}} = \frac{\text{طول ضلع مجاور زاویه}}{\text{طول ضلع مجاور زاویه}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\pi = \frac{3}{14} \quad R = \frac{L}{r} \quad (\text{رادیان})$$



$$\sin \alpha = \frac{\alpha}{\text{وتر}} = \frac{\text{طول ضلع روبروی زاویه}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{L}{r} = \frac{\pi}{180} D \quad (\text{درجه})$$

$$\cos \alpha = \frac{\alpha}{\text{وتر}} = \frac{\text{طول ضلع مجاور زاویه}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{AB}$$

$$D = \frac{180}{\pi} R \quad (\text{درجه})$$

## ۳ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (\text{ب})$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (\text{الف})$$

$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$	$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$	$\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$
$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$	$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$	$\tan(\pi + \theta) = \tan \theta$
$\sin(-\theta) = -\sin \theta$	$\cos(-\theta) = \cos \theta$	$\tan(-\theta) = -\tan \theta$
$\sin(2\pi + \theta) = \sin \theta$	$\cos(2\pi + \theta) = \cos \theta$	$\tan(2\pi + \theta) = \tan \theta$
$\sin(2\pi - \theta) = -\sin \theta$	$\cos(2\pi - \theta) = \cos \theta$	$\tan(2\pi - \theta) = -\tan \theta$

Angle A in degrees	Angle A in radians	sin A	cos A	tan A	cot A
۰°	۰	۰	۱	۰	$\infty$
۱۵°	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$2 - \sqrt{3}$	$2 + \sqrt{3}$
۳۰°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
۴۵°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	۱	۱
۶۰°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
۷۵°	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$2 + \sqrt{3}$	$2 - \sqrt{3}$
۹۰°	$\frac{\pi}{2}$	۱	۰	$\pm\infty$	۰

Angle A in degrees	Angle A in radians	sin A	cos A	tan A	cot A
105°	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$-\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$-(2 + \sqrt{3})$	$-(2 - \sqrt{3})$
120°	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	-1
150°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$
165°	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$-\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$-(2 - \sqrt{3})$	$-(2 + \sqrt{3})$
180°	$\pi$	0	-1	0	$\pm\infty$

### لگاریتم و خواص آن:

اگر  $a$  یک عدد حقیقی مثبت مخالف 1 باشد و اعداد حقیقی  $b$  و  $c$  به گونه‌ای باشند که:  $b = a^c$  آنگاه  $c$  را لگاریتم  $b$  در مبنای  $a$  می‌نامند و با  $\log_a b$  نشان می‌دهند. به عبارت دیگر داریم:

$$\log_a b = c$$

■ فقط اعداد مثبت لگاریتم دارند، یعنی عبارت  $\log_a b$  فقط برای  $b > 0$  تعریف می‌شود.

$$\log(bc) = \log b + \log c$$

■ برای  $b, c > 0$  داریم:

$$\log(a+b) \neq \log a + \log b$$

■ در حالت کلی: برای هر  $a, b > 0$  داریم:

$$\log \frac{b}{c} = \log b - \log c$$

■ برای  $b, c > 0$  داریم:

$$\log(a-b) \neq \log a - \log b$$

■ در حالت کلی: برای هر  $a, b > 0$  داریم:

$$\log b^x = x \log b$$

■ برای  $b > 0$  و هر عدد حقیقی  $x$  داریم:

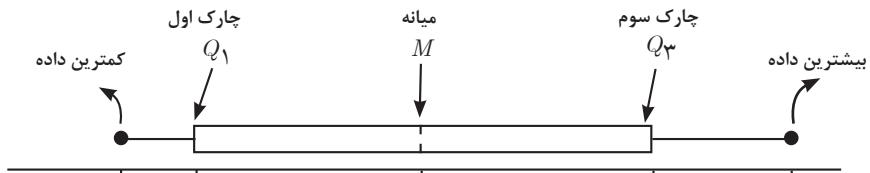
$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

■ برای  $a \neq 1$  و  $a, b > 0$  داریم:

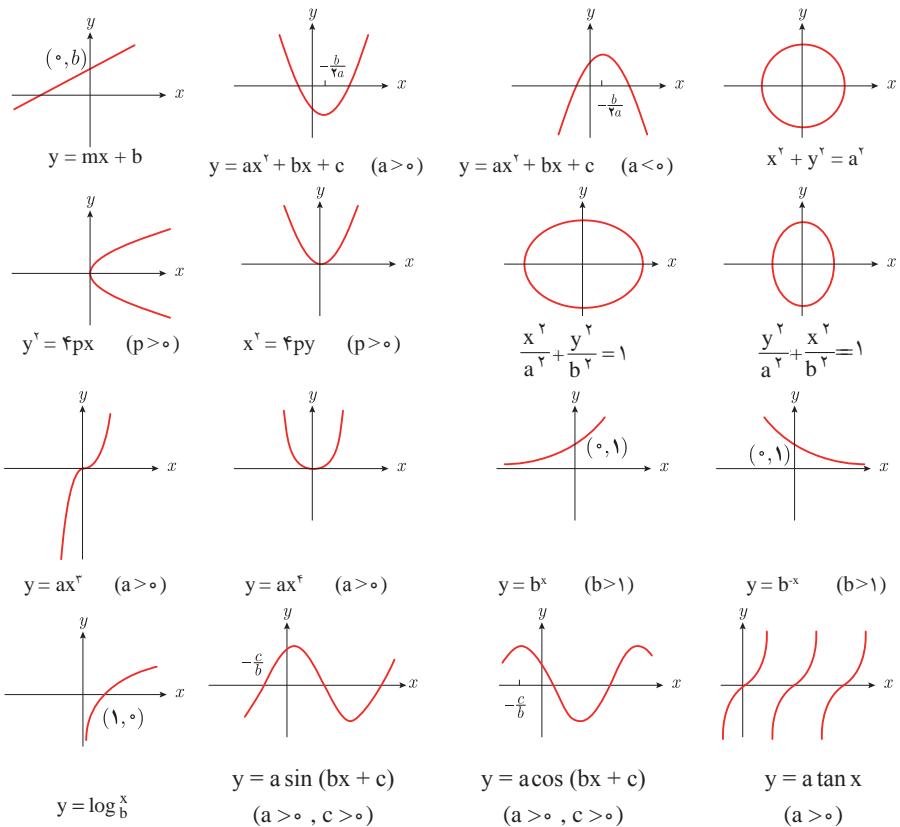
## آمار توصیفی: ✓

- نمودار پراکنش دو کمیت، مجموعه‌ای از نقاط در صفحه مختصات است که طول و عرض هر نقطه، داده‌های مربوط به اندازه‌گیری‌های متناظر دو کمیت است.
- $x$  و  $y$  دو کمیت مرتبط هستند. اگر مقادیر این دو کمیت برای بخشی از  $x$ ها در یک بازه، مشخص باشد، پیش‌بینی مقادیر  $y$  به ازای  $x$ ‌های مشخص در این بازه به کمک خط پرازش را برونوی می‌نماید.
- پس از مرتب کردن مقادیر داده‌ها، عددی را که تعداد داده‌های قبل از آن با تعداد داده‌های بعد از آن برابر است را میانه می‌نامند.

## نمودار جعبه‌ای



## نمودارها و منحنی‌ها



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = B \Leftarrow \text{اگر}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k \quad \lim_{x \rightarrow a} [k.f(x)] = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k.A$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = A \pm B$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x).g(x)] = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)].[\lim_{x \rightarrow a} g(x)] = A.B$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{A}{B} \quad B \neq 0$$

$$p(x) \quad \text{چند جمله‌ای باشد} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} p(x) = p(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^k = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^k = A^k$$

### ■ پیوستگی و ناپیوستگی تابع‌ها

تابع  $f$  و یک نقطه  $a$  از دامنه آن را در نظر بگیرید. گوییم تابع  $f$  در نقطه  $a$  پیوسته است، هرگاه حد  $f$  در  $a$  موجود باشد و

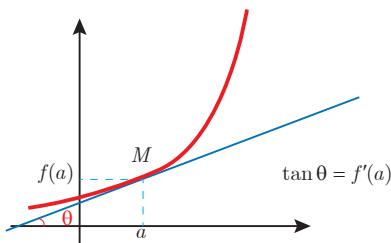
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

در غیر این صورت گوییم تابع  $f$  در نقطه  $a$  ناپیوسته است. اگر تابعی در همه نقاط دامنه خود پیوسته باشد، آن را تابعی پیوسته می‌نامند.

## مشتق و شب خط مماس بر نمودار تابع ✓

فرض کنید تابع  $f$  در نقطه  $a$  از دامنه خود مشتق پذیر باشد. در این صورت،  $(a, f'(a))$  نشان‌دهنده

شب خط مماس بر نمودار این تابع در نقطه  $a$  است.  $M = \begin{bmatrix} a \\ f(a) \end{bmatrix}$



## مشتق تابع

$$m_{\tan} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = k \quad f'(x) = 0.$$

$$f(x) = x^n \quad f'(x) = nx^{n-1}$$

$$f(x) = k \cdot g(x) \quad f'(x) = k \cdot g'(x)$$

$$f(x) = u(x) \pm v(x) \quad f'(x) = u'(x) \pm v'(x).$$

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) \quad f'(x) = u(x) \cdot v'(x) + v(x) \cdot u'(x).$$

$$f(x) = u(x)/v(x) \quad f'(x) = \frac{v(x) \cdot u'(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}.$$

$$y = f[g(x)] \quad \frac{dy}{dx} = f'[g(x)] \cdot g'(x).$$

## اندازه‌گیری و دستگاه بین‌المللی یکایها

### کمیت‌های اصلی و یکای آنها

نام یکا	نام یکا	کمیت
m	متر	طول
kg	کیلوگرم	جرم
s	ثانیه	زمان
K	کلوین	دما
mol	مول	مقدار ماده
A	آمپر	حریان الکتریکی
cd	کندها (شمع)	شدت روشنایی

### یکای فرعی

یکای فرعی	SI	کمیت
m/s	m/s	تنددی و سرعت
m/s <sup>r</sup>	m/s <sup>r</sup>	شتاب
kg.m/s <sup>r</sup>	(N)	نیرو
kg/ms <sup>r</sup>	(Pa)	فشار
kgm <sup>r</sup> /s <sup>r</sup>	(J)	انرژی

### مقادیر تقریبی برخی طول‌های اندازه‌گیری شده

متر	جسم	متر	جسم
$9 \times 10^1$	طول زمین فوتیال	$2 / 8 \times 10^{21}$	فاصله منظومه شمسی تا نزدیک‌ترین کهکشان
$5 \times 10^{-3}$	طول بدن نوعی مگس	$4 \times 10^{16}$	فاصله منظومه شمسی تا نزدیک‌ترین ستاره
$1 \times 10^{-4}$	اندازه ذرات کوچک گرد و خاک	$9 \times 10^{15}$	یک سال نوری
$1 \times 10^{-5}$	اندازه یاخته‌های بیشتر موجودات زندگی	$1 / 50 \times 10^{11}$	شعاع مدار میانگین زمین به دور خورشید
$0 / 2 - 2 \times 10^{-6}$	اندازه بیشتر میکروب‌ها	$3 / 84 \times 10^8$	فاصله میانگین ماه از زمین
$1 / 06 \times 10^{-10}$	قطر اتم هیدروژن	$6 / 40 \times 10^6$	فاصله میانگین زمین
$1 / 75 \times 10^{-15}$	قطر هسته اتم هیدروژن (قطر پروتون)	$3 / 6 \times 10^7$	فاصله ماهواره‌های مخابراتی از زمین

## مقادیر تقریبی برخی جرم‌های اندازه‌گیری شده

جسم (kg)	جسم (kg)	جسم
$7 \times 10^1$	انسان	$1 \times 10^{53}$ عالم قلیل مشاهده
$1 \times 10^{-1}$	قورباغه	$7 \times 10^{41}$ کهکشان راه شیری
$1 \times 10^{-5}$	پشه	$2 \times 10^{30}$ خورشید
$1 \times 10^{-15}$	باکتری	$6 \times 10^{24}$ زمین
$1/6 \times 10^{-27}$	اتم هیدروژن	$7/34 \times 10^{22}$ ماه
$9/1 \times 10^{-31}$	الکترون	$1 \times 10^{-3}$ کوسمه

## مقادیر تقریبی برخی از بازه‌های اندازه‌گیری شده

بازه زمانی	ثانیه
سن عالم	$5 \times 10^{17}$
سن زمین	$1/43 \times 10^{17}$
میانگین عمر یک انسان	$2 \times 10^9$
یک سال	$3/15 \times 10^7$
یک روز	$8/6 \times 10^4$
زمان بین دو ضربان عادی قلب	$8 \times 10^{-1}$

## واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی

### ۱ واحدهای اندازه‌گیری طول

۱ میلی‌متر (mm) =  $25/4$  سانتی‌متر (cm) =  $2/5$  اینچ (in)

۱ فوت (ft) = ۱۲ اینچ (in)

۱ فوت (ft) =  $36$  اینچ (in)  $\cong 90$  سانتی‌متر (cm)

۱ فوت (ft) =  $5280$  متر (m)  $= 1609/344$  اینچ (in)  $= 63360$  mil (mil) مایل خشکی

۱ فوت (ft) =  $1853$  متر (m)  $\cong 6080$  مایل دریایی

۱ مایل خشکی  $= 1/15$  مایل دریایی

ضریب تبدیل (با تقریب کمتر از ۰/۰۱)	به	برای تبدیل از
۱/۶۱	کیلومتر	مایل
۲/۵۴	سانتی‌متر	اینچ
۰/۳۱	متر	فوت
۰/۹۱	متر	یارد
۰/۶۲	مایل	کیلومتر
۰/۳۹	اینچ	سانتی‌متر
۳/۲۸	فوت	متر
۱/۰۹	یارد	متر

## ۲ واحدهای اندازه‌گیری جرم

$$1 \text{ اونس (oz)} = 0/035 \text{ گرم (g)} \quad 1 \text{ گرم (g)} = 28 \text{ اونس (oz)}$$

$$1 \text{ کیلوگرم (kg)} = 35/27 \text{ اونس (oz)} \quad 1 \text{ اونس (oz)} = 16 \text{ پوند (lb)}$$

$$1 \text{ کیلوگرم (kg)} = 0/45 \text{ پوند (lb)} \quad 1 \text{ پوند (lb)} = 220 \text{ تن (T)}$$

## ۳ واحدهای اندازه‌گیری حجم

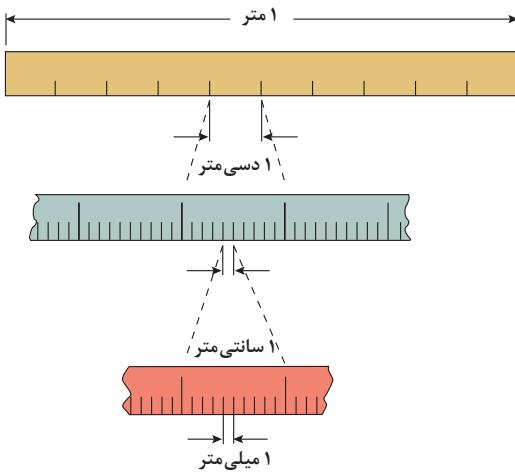
$$1 \text{ میلی‌لیتر (ml)} = 5 \text{ قاشق چایخوری (tsp)}$$

$$1 \text{ میلی‌لیتر (ml)} = 15 \text{ قاشق سوپ‌خوری (tbsp)}$$

$$1 \text{ میلی‌لیتر (ml)} = 240 \text{ فنجان (C)}$$

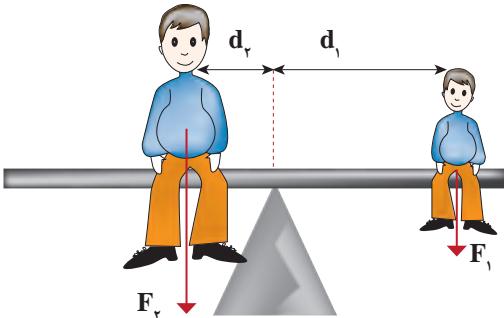
## پیشوندهای مورد استفاده در دستگاه SI

نماد	پیشوند	ضریب	نماد	پیشوند	ضریب
y	یوکتو	$10^{-24}$	Y	یوتا	$10^{24}$
z	زیتو	$10^{-21}$	Z	زتا	$10^{21}$
a	آتو	$10^{-18}$	E	اگزا	$10^{18}$
f	فِمتو	$10^{-15}$	P	پِتا	$10^{15}$
p	پیکو	$10^{-12}$	T	تِرا	$10^{12}$
n	نانو	$10^{-9}$	G	گیگا (جیگا)	$10^9$
$\mu$	میکرو	$10^{-6}$	M	مِگا	$10^6$
m	میلی	$10^{-3}$	k	کیلو	$10^3$
c	سانتی	$10^{-2}$	h	هِکتو	$10^2$
d	دِسی	$10^{-1}$	da	دِکا	$10^1$

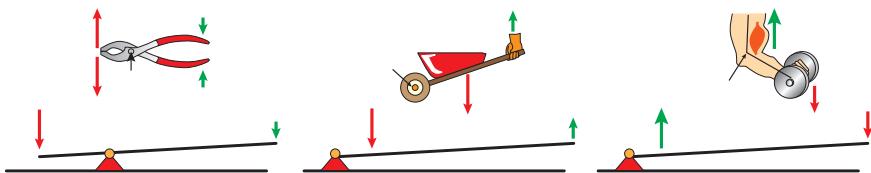


پیشوندهای کوچک کننده یکای متر

اهرم ها



گشتاور نیروی ساعتگرد = گشتاور نیروی پاد ساعتگرد  
 $d_2 \times f_2 = d_1 \times f_1$

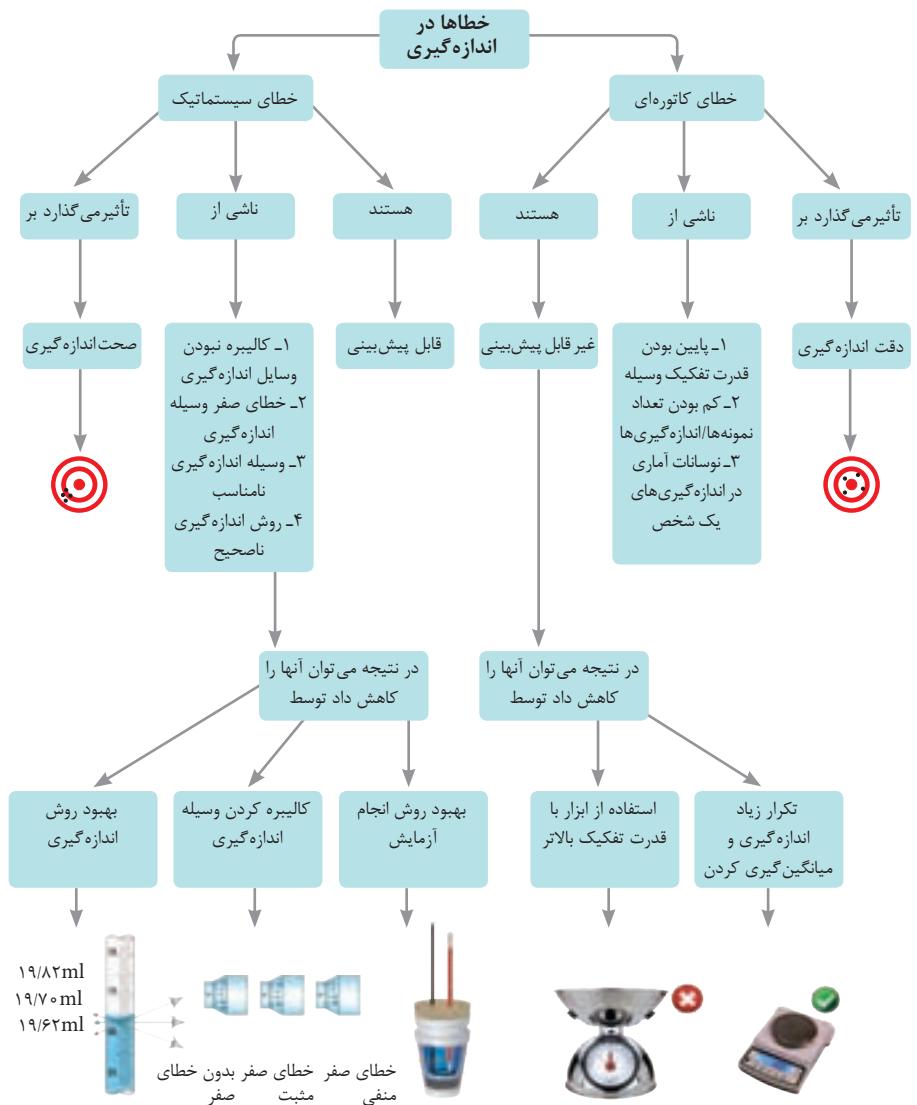


مزیت مکانیکی

$$\text{مزیت مکانیکی} = \frac{\text{بازوی محرك}}{\text{بازوی مقاوم}} = \frac{\text{اندازه نیروی مقاوم}}{\text{اندازه نیروی محرك}}$$

کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)
جریان مقاومت‌های موازی	$I_1 + I_2 + I_3 = I_{eq}$
ولتاژ مقاومت‌های موازی	$V_1 = V_2 = V_3 = V_{eq}$
مقاومت معادل مقاومت‌های موازی	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{eq}}$
فشار و ارتباط آن با نیروی عمودی و سطح تماس	$P = \frac{F}{A}$
اختلاف فشار دو نقطه شاره ساکن	$P_3 - P_1 = +\rho g \Delta h$
فشار یک نقطه شاره ساکن	$p = \rho g \Delta h + p_{atm}$
اصل پاسکال	$P_3 = P_1 \Rightarrow \frac{F_3}{A_3} = \frac{F_1}{A_1}$
چگالی	$\rho = \frac{m}{v}$
چگالی نسبی	$d = \frac{\rho_3}{\rho_1}$
رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس فارنهایت	$F = \frac{9}{5}\theta + 32$
رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس کلوین	$T = \theta + 273$
رابطه دما در مقیاس فارنهایت و مقیاس کلوین	$T = (F + 459) \div 1.8$
مقدار گرمایی داده شده به یک جسم	$Q = mC(\theta_3 - \theta_1) = mC\Delta\theta$
تعادل گرمایی	$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$
گرمای منتقل شده از طریق رسانش	$Q = \frac{KAt(T_3 - T_1)}{L} = \frac{KAt\Delta T}{L}$
انبساط خطی	$L_3 - L_1 = \alpha L_1 \Delta \theta$ $L_3 = L_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$
انبساط سطحی	$A_3 - A_1 = 2\alpha A_1 \Delta \theta$ $A_3 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta \theta)$
انبساط حجمی	$V_3 - V_1 = 3\alpha V_1 \Delta \theta$ $V_3 = V_1 (1 + 3\alpha \Delta \theta)$

کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)	کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)
نیروی وزن	$g = \frac{w}{m} \rightarrow w = mg$	بازه زمانی	$\Delta t = t_f - t_i$
بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی	$f_{s(max)} = \mu_s N$	جلجایی	$\Delta x = x_f - x_i$
نیروی اصطکاک جنبشی	$f_k = \mu_k N$	سرعت متوسط	$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
شدت جریان الکتریکی متوسط	$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$	رابطه مکان زمان حركت یکنواخت	$x = vt + x_0$
قانون اهم	$R = \frac{V}{I}$	شتاب متوسط	$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
مقاومت رساناهای فلزی در دمای ثابت	$R = \frac{\rho L}{A}$	شتاب لحظه‌ای حرکت با شتاب ثابت	$a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
انرژی الکتریکی مصرفی	$U = I^2 R t$	رابطه سرعت زمان حركت با شتاب ثابت	$v = v_0 + at$
توان مصرفی	$P = I^2 R$ و $P = \frac{U}{t}$ $P = V I$ و $P = \frac{V^2}{R}$	سرعت متوسط در حركت با شتاب ثابت	$\bar{v} = \frac{v_f + v_i}{2}$
جریان مقاومت‌های متواالی (سری)	$I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq}$	رابطه مستقل از زمان در حركت با شتاب ثابت	$v_f - v_i = 2a(x - x_0)$
ولتاژ مقاومت‌های متواالی (سری)	$V_1 + V_2 + V_3 = V_{eq}$	رابطه جابه‌جایی در حركت با شتاب ثابت	$\Delta x = x_f - x_i = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$
مقاومت معادل مقاومت‌های متواالی (سری)	$R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$	قانون دوم نیوتون	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$



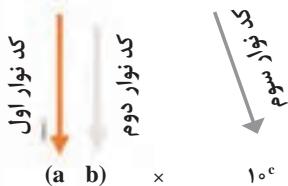
## کدهای رنگی مقاومت



انواع مقاومت ثابت



درصد خطای مقاومت



نحوه خواندن مقاومت رنگی

رنگ	کد رنگ	درصد خطای
سیاه	۰	-
قهوه‌ای	۱	۱ درصد
قرمز	۲	۲ درصد
نارنجی	۳	۳ درصد
زرد	۴	۴ درصد
سبز	۵	-
آبی	۶	-
بنفش	۷	-
خاکستری	۸	-
سفید	۹	-
طلایی	-	۵ درصد
نقره‌ای	-	۱۰ درصد

## ضریب انبساط طولی برخی اجسام

ماده	$\frac{1}{k}$	ماده	$\frac{1}{k}$
الجاس	$1/2 \times 10^{-6}$	مس	$17 \times 10^{-6}$
شیشه پرکس	$3/2 \times 10^{-6}$	برنج	$19 \times 10^{-6}$
شیشه معمولی	$9-12 \times 10^{-6}$	آلومینیوم	$23 \times 10^{-6}$
فولاد	$11-13 \times 10^{-6}$	سرپ	$29 \times 10^{-6}$
بتن	$10-14 \times 10^{-6}$	( $^{\circ}\text{C}$ )	$51 \times 10^{-6}$

## گرمای ویژه برشی از مواد\*

ضریب انبساط حجمی چند مایع در  
دهمای حدود  $20^{\circ}\text{C}$

گرمای ویژه $\text{J/kg.K}$	ماده	دسته بندی
۱۲۸	سرپ	۱
۱۳۴	تندگستان	۱
۲۳۶	نقره	۱
۳۸۶	مس	۱
۹۰۰	آلومینیوم	۱
۳۸۰	برنج	۲
۴۵۰	نوعی فولاد (آلیاژ آهن با ۲٪ کربن)	۲
۴۹۰	فولاد زنگ نزن	۲
۱۳۵۶	چوب	۲
۷۹۰	گرانیت	۲
۸۰۰	بنزون	۲
۸۴۰	شیشه	۲
۲۲۲۰	یخ	۲
۱۴۰	جیوه	۳
۲۴۳۰	اتانول	۳
۳۹۰۰	آب دریا	۳
۴۱۸۷	آب	۳

ماده	ضریب انبساط طولی $\frac{1}{\text{K}}$
جیوه	$0/18 \times 10^{-3}$
آب	$0/27 \times 10^{-3}$
گلیسیرین	$0/49 \times 10^{-3}$
روغن زیتون	$0/70 \times 10^{-3}$
پارافین	$0/76 \times 10^{-3}$
بنزین	$1/00 \times 10^{-3}$
اتانول	$1/09 \times 10^{-3}$
استیک اسید	$11/0 \times 10^{-3}$
بنزن	$12/5 \times 10^{-3}$
کلروفرم	$12/7 \times 10^{-3}$
استون	$14/3 \times 10^{-3}$
اتر	$16/0 \times 10^{-3}$
آمونیاک	$24/5 \times 10^{-3}$

## \* تمام نقاط غیر از یخ در دمای $20^{\circ}\text{C}$

### چگالی برشی مواد متداول

$\rho(\text{kg/m}^3)$	ماده	$\rho(\text{kg/m}^3)$	ماده
$1/00 \times 10^3$	آب	$0/917 \times 10^3$	یخ
$1/26 \times 10^3$	گلیسیرین	$2/70 \times 10^3$	آلومینیوم
$0/806 \times 10^3$	اتیل الکل	$7/86 \times 10^3$	آهن
$0/879 \times 10^3$	بنزن	$8/92 \times 10^3$	مس
$13/6 \times 10^3$	جیوه	$10/5 \times 10^3$	نقره
$1/29$	هوای	$11/3 \times 10^3$	سرپ
$1/79 \times 10^{-1}$	هليم	$19/1 \times 10^3$	اورانیوم
$1/43$	اکسیژن	$19/3 \times 10^3$	طلاء
$8/99 \times 10^{-3}$	هیدروژن	$21/4 \times 10^3$	پلاتین

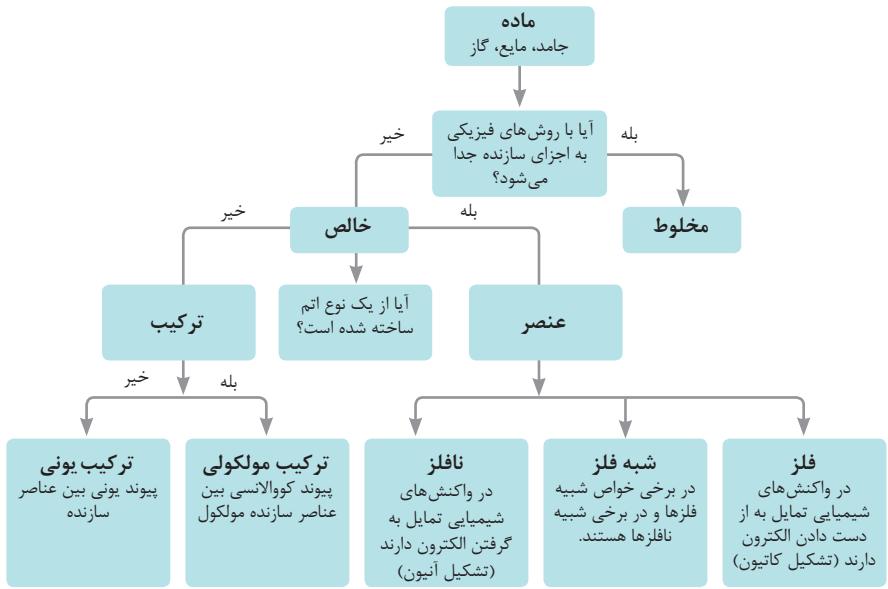
داده های این جدول در دمای صفر درجه ( $0^{\circ}\text{C}$ ) سلسیوس و فشار یک اتمسفر اندازه گیری و گزارش شده اند.

جدول تناوبی عنصرها

## ثابت تفکیک اسیدها (Ka) و بازها (Kb)

**توجه:** در شرایط یکسان (دما و غلظت) هر چه ثابت تفکیک اسید یا بازی بزرگ‌تر باشد، آن اسید یا باز قوی‌تر است.

ثابت تفکیک (Ka)	فرمول شیمیابی	نام اسید	ثابت تفکیک (K <sub>a</sub> )	فرمول شیمیابی	نام اسید
$6.9 \times 10^{-3}$	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	فسفریک اسید	اسید قوی	HClO <sub>4</sub>	پر کلریک اسید
$1.3 \times 10^{-3}$	CH <sub>3</sub> ClCO <sub>2</sub> H	کلرو استیک اسید	اسید قوی	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	سولفوریک اسید
$7.4 \times 10^{-4}$	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> O <sub>7</sub>	سیتریک اسید	اسید قوی	HI	هیدروکلریک اسید
$6.3 \times 10^{-4}$	HF	هیدروفلوئوریک اسید	اسید قوی	HCl	هیدروکلریک اسید
$5.6 \times 10^{-4}$	HNO <sub>2</sub>	نیترو اسید	اسید قوی	HNO <sub>3</sub>	نیتریک اسید
$6.2 \times 10^{-5}$	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> CO <sub>2</sub> H	بنزوئیک اسید	$2.2 \times 10^{-1}$	CCl <sub>3</sub> CO <sub>2</sub> H	تری کلرواستیک اسید
$1.7 \times 10^{-5}$	CH <sub>3</sub> CO <sub>2</sub> H	استیک اسید	$1.8 \times 10^{-1}$	H <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	کرومیک اسید
$4.5 \times 10^{-7}$	H <sub>2</sub> CO <sub>2</sub>	کربنیک اسید	$1.7 \times 10^{-1}$	HIO <sub>3</sub>	یدیک اسید
$8.9 \times 10^{-8}$	H <sub>2</sub> S	هیدروسولفوریک اسید	$5.6 \times 10^{-1}$	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> O <sub>4</sub>	اگرالیک اسید
$4 \times 10^{-8}$	HClO	هیپوکلرو اسید	$5 \times 10^{-3}$	H <sub>3</sub> PO <sub>3</sub>	فسفو اسید
$5.4 \times 10^{-10}$	H <sub>3</sub> BO <sub>3</sub>	بوریک اسید	$4.5 \times 10^{-1}$	CHCl <sub>3</sub> CO <sub>2</sub> H	دی کلرواستیک اسید
			$1.4 \times 10^{-3}$	H <sub>2</sub> SO <sub>3</sub>	سولفورو اسید
ثابت تفکیک (K <sub>b</sub> )	فرمول شیمیابی	نام باز	ثابت تفکیک (K <sub>b</sub> )	فرمول شیمیابی	نام باز
$4 \times 10^{-4}$	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>2</sub>	بوتیل آمین	باز قوی	KOH	پتاسیم هیدروکسید
$6.3 \times 10^{-5}$	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> N	تری متیل آمین	باز قوی	NaOH	سدیم هیدروکسید
$1.8 \times 10^{-5}$	NH <sub>3</sub>	آمونیاک	باز قوی	Ba(OH) <sub>2</sub>	باریم هیدروکسید
$1.7 \times 10^{-9}$	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> N	پیریدین	باز قوی	Ca(OH) <sub>2</sub>	کلسیم هیدروکسید
$7.4 \times 10^{-10}$	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>2</sub>	آنیلین	$5.4 \times 10^{-4}$	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> NH	دی متیل آمین
			$4.5 \times 10^{-4}$	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>2</sub>	اتیل آمین



نمک طعام



آب



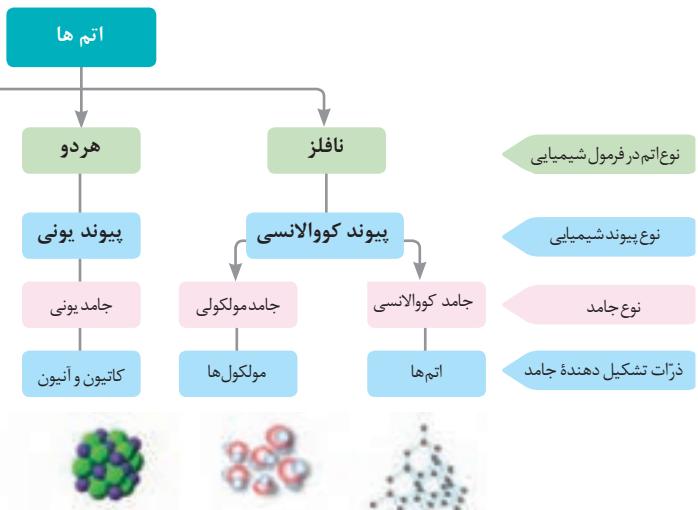
گوگرد



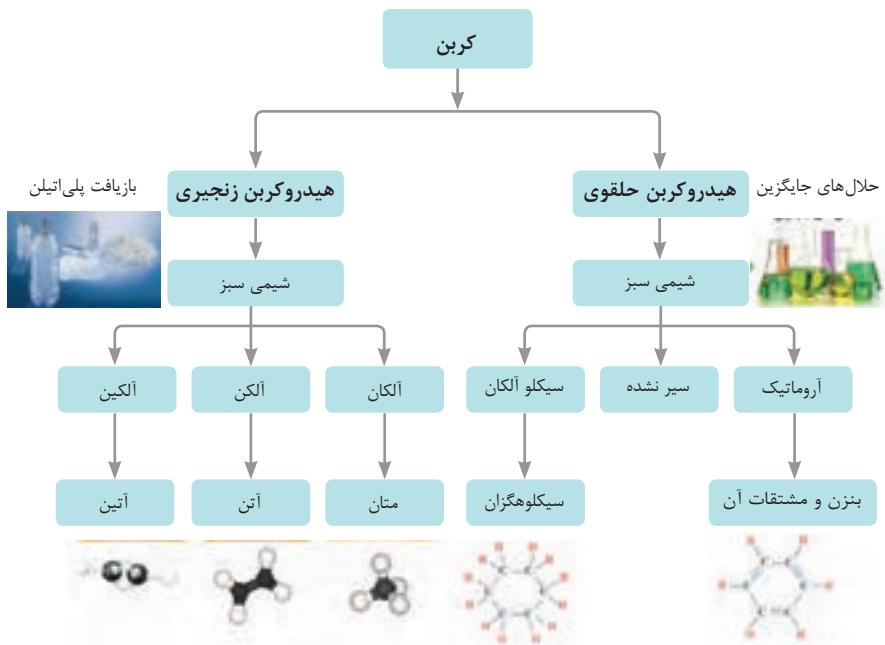
ژرمانیوم

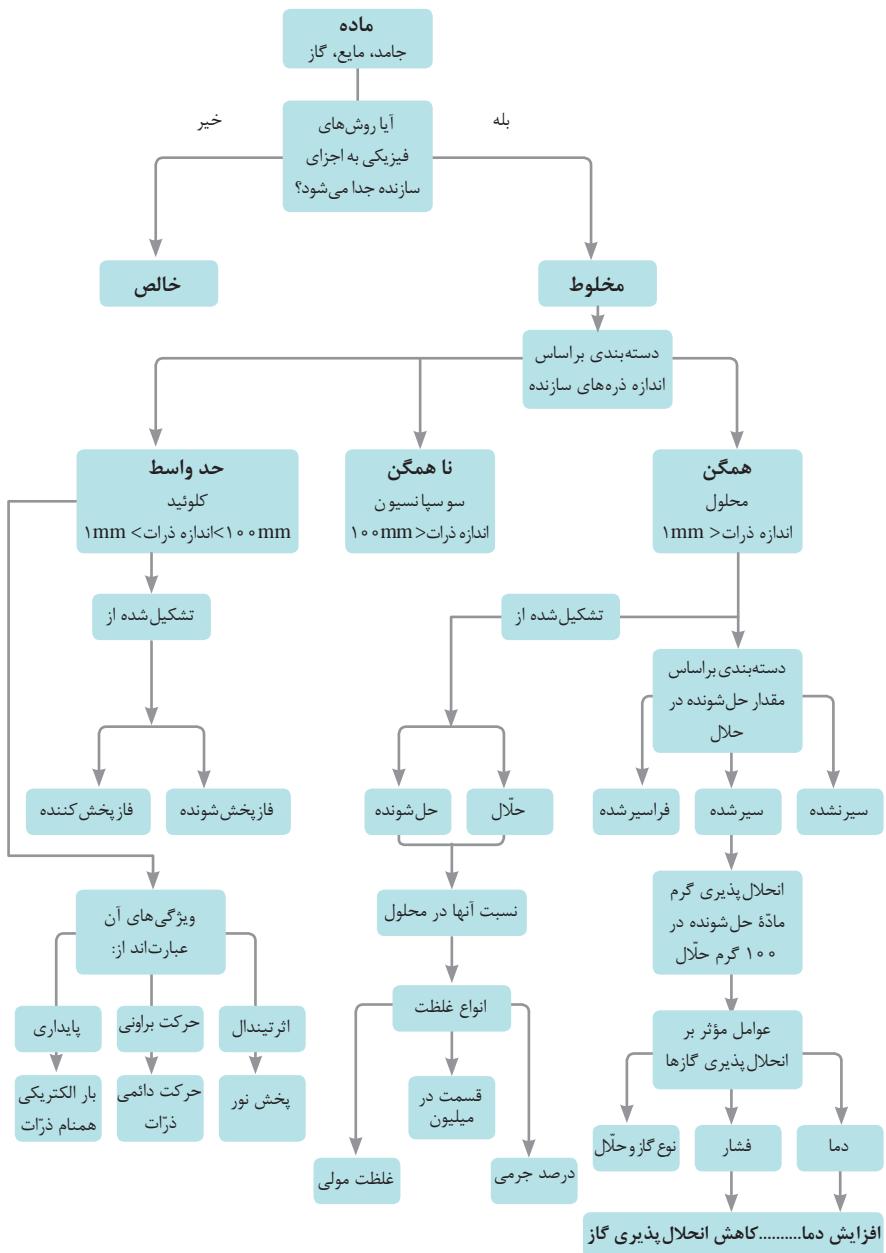


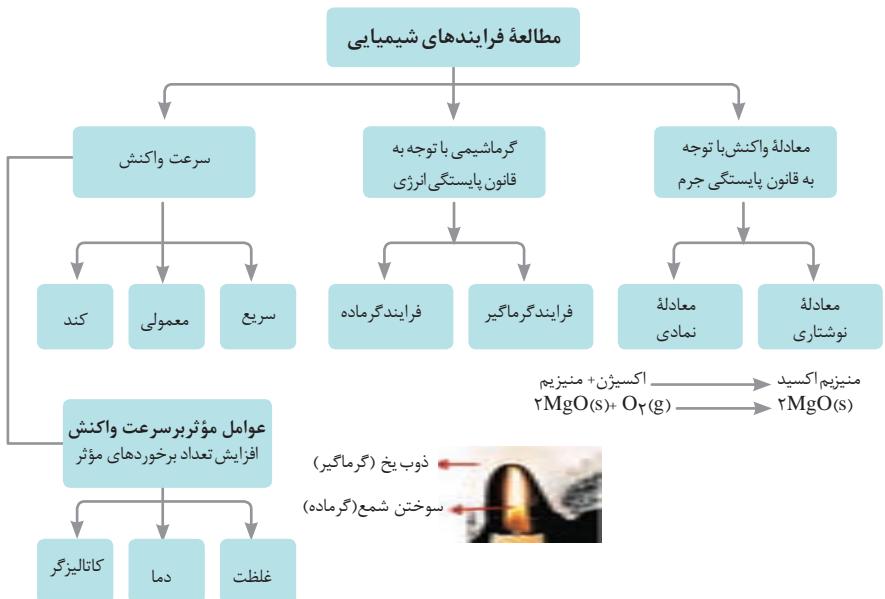
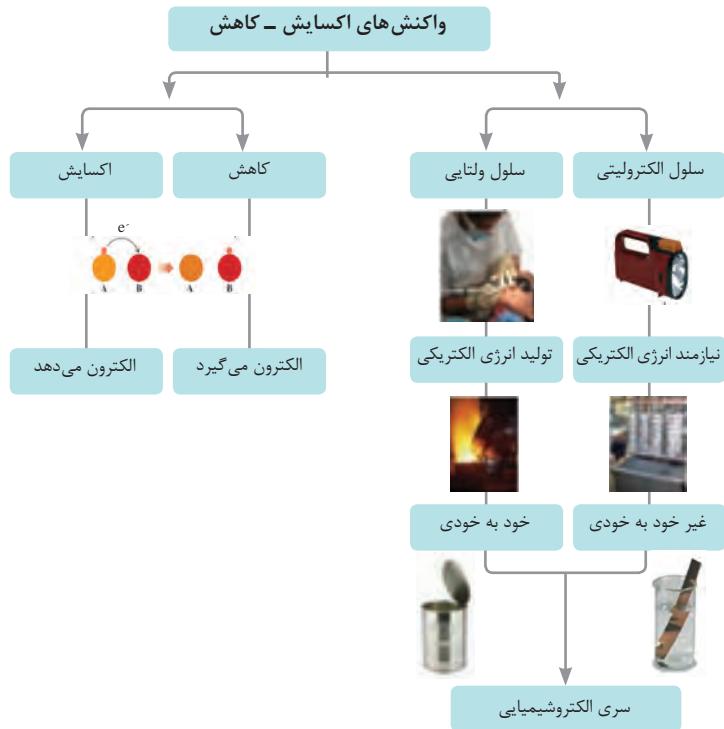
طلاء



نمونه‌ها	نام کلوئید	حالت فیزیکی	نوع کلوئید	فاز پخش کننده	فاز پخش شونده
-	-	-	-	گاز	گاز
کفت صابون	کفت	مایع	گاز در مایع	مایع	
سنگ پا، یونالیت	کفت جامد	جامد	گاز در جامد	جامد	
مه، افسانه‌ها (اسپری‌ها)	آبروسول مایع	گاز	مایع در گاز	گاز	مایع
شیر، کره، مایونز	امولسیون	مایع	مایع در مایع	مایع	
ژله، ژل موی سر	ژل	جامد	مایع در جامد	جامد	
دود، غبار	آبروسول جامد	گاز	جامد در گاز	گاز	جامد
رنگ‌های روغنی، چسب مایع	سول	مایع	جامد در مایع	مایع	
سرامیک، شیشه، رنگی، یاقوت، لعل، فیروزه	سول جامد	جامد	جامد در جامد	جامد	





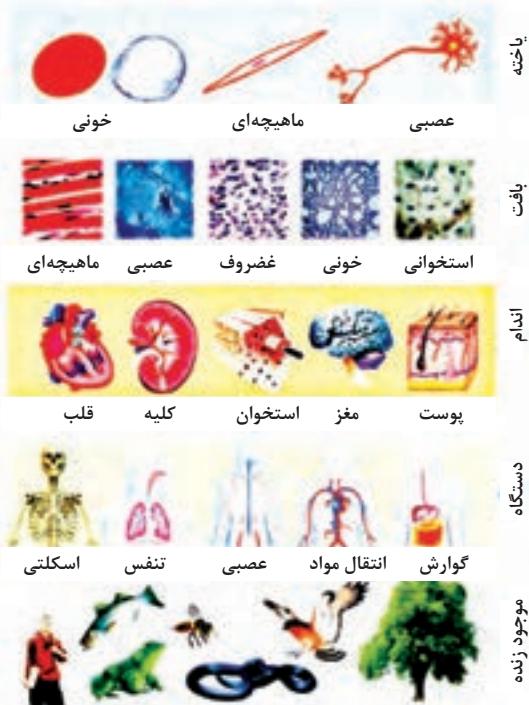


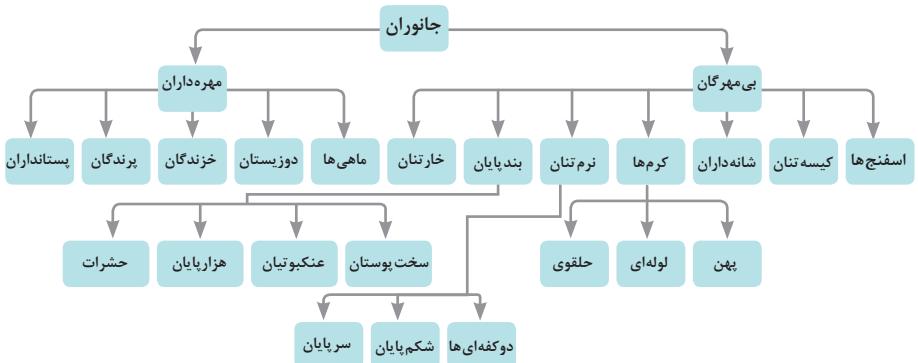
## زیست شناسی

ساختار سلولی	درشت مولکول	واحد سازنده	نام
			گلوکز
			اسید نوکلئیک
			پروتئین
			چرب

تصویر انواع درشت مولکول‌های شرکت‌کننده در ساختار یاخته‌ها

### سازمان‌بندی یاخته‌ها

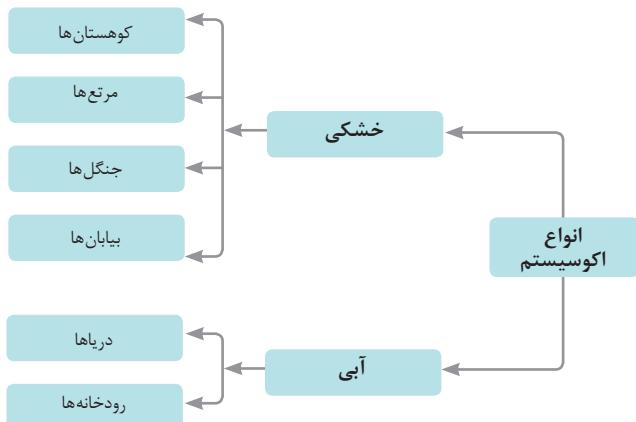




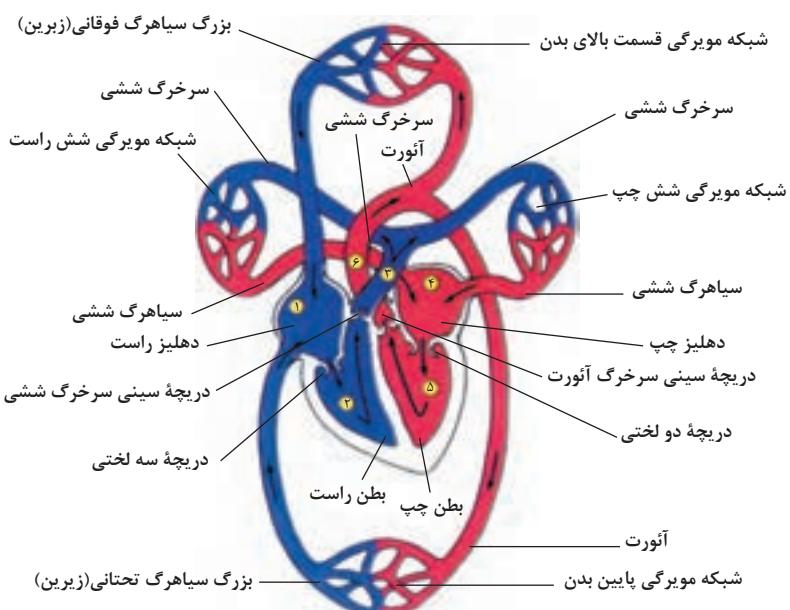
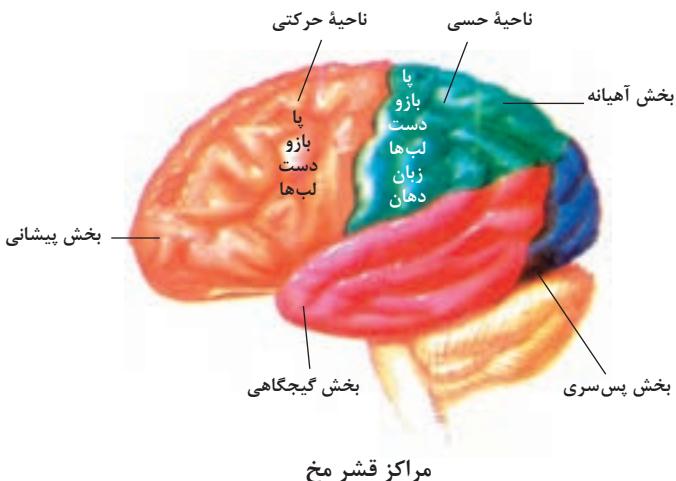
تصویر گروه های اصلی جانوران

جدول فهرست منابع طبیعی

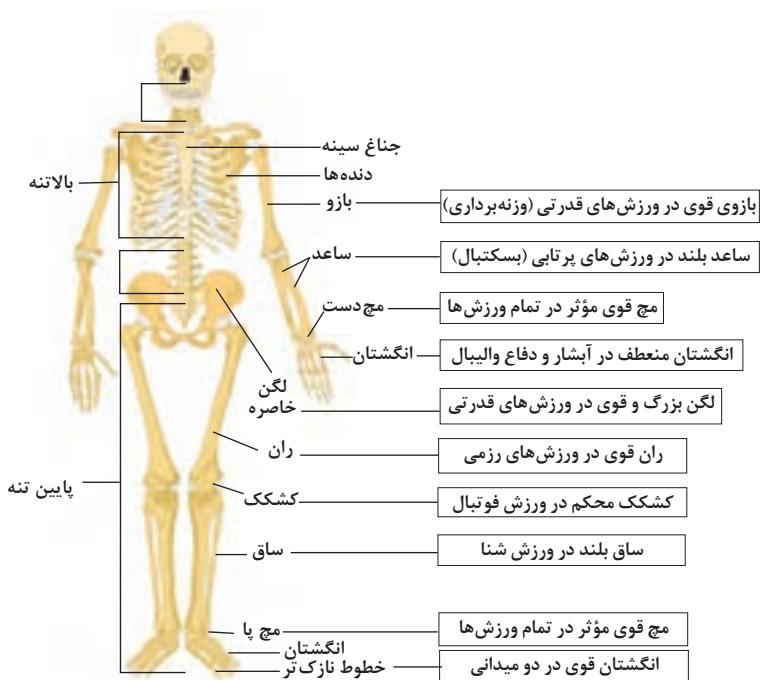
موضوعات	نوع منبع
جنگل ها و مراع و کشاورزی	منابع گیاهی
حيات وحش و دامپروری	منابع جانوری
مجموعه قارچ ها و باکتری ها	منابع میکروبی
مدت زمان دریافت نور، شدت نور خورشید، دما، شدت باد، رطوبت، ابرناکی و انواع بارش	منابع جوی
انواع آب: سفره های آب زیرزمینی، چشمه ها، روان آب ها، آبگیرها، دریاچه ها، دریاها و آقیانوس ها	منابع آبی
انواع خاک و بستر سنگی - کوه، تپه، دره و دشت	منابع خاکی
فلزات و سنگ های قیمتی	منابع کانی
نفت، گاز و زغال سنگ	منابع فسیلی
تمام افراد جامعه	منابع انسانی



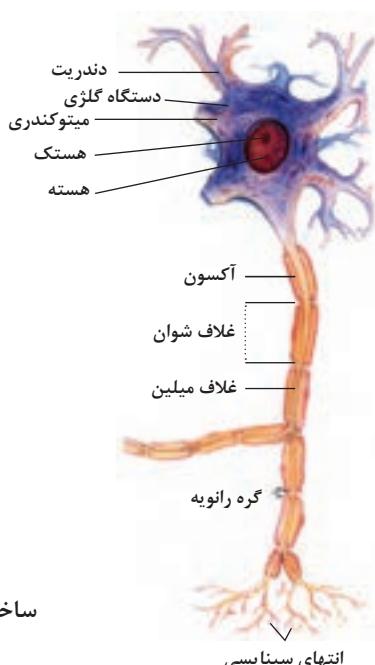
## زیست‌شناسی در مورد انسان



شکل بالا گردش خون را در بدن نشان می‌دهد. شماره ۳، ۲، ۴ آغاز و پایان گردش ششی و ۱، ۵ و ۶ آغاز و پایان گردش عمومی خون را نشان می‌دهد.



### تنوع استخوان ها و کاربرد آنها در ورزش



### ساختمان نرون

- ۱ سند تحول بنیادین آموزش و پرورش، مصوب شورای عالی انقلاب فرهنگی، ۱۳۸۹.
- ۲ برنامه درسی ملی ایران، مصوب شورای عالی آموزش و پرورش، ۱۳۹۰.
- ۳ سند طراحی مفهومی آموزش‌های فنی و حرفه‌ای، دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ۱۳۹۴.
- ۴ توصیه‌نامه آموزش فنی و حرفه‌ای، یونسکو، ۲۰۱۵ و ۲۰۱۲.
- ۵ اسمعیلی، مهدی. طراحی و تدوین فرایند برنامه‌ریزی درسی در آموزش‌های فنی و حرفه‌ای، سازمان برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ۱۳۹۰.
- ۶ اسمعیلی، مهدی، «آموزش مبتنی بر شایستگی»، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف آموزش‌های فنی و حرفه‌ای، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، ۱۳۸۹.
- ۷ اسمعیلی، مهدی، «برنامه درسی کل نگر»، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف آموزش‌های فنی و حرفه‌ای، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، ۱۳۹۰.
- ۸ اسمعیلی، مهدی، «شایستگی‌های غیرفنی دنیای کار»، همایش بین‌المللی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۹.
- ۹ آزاد، ابراهیم، «چارچوب صلاحیت حرفه‌ای»، سازمان فنی و حرفه‌ای، ۱۳۸۸.
- ۱۰ Team Handbal “Step to Success” , Reita E.Clanton,Mary Phil Dwight,1997,Human Kinetics.
- ۱۱ Basic Handball ‘Methods/Tactics/TechniQue By Janusz Czerwinski and Frantisek Taborsky,2000,Uropean Handball Federation.
- ۱۲ Lino Cervar,The Future of Handball.August,2015.
- ۱۳ Physical Education Learning Packets,Team Handball,2005,The Advantage Press,Inc.

۱۴ EHF Conference “Handball at School”.2006.

۱۵ BASIC HANDBALL – The traditional game,EHF.

۱۶ اردستانی،عباس،۱۳۹۰،"آمادگی جسمانی "،تهران،گویش نو،

۱۷ Basic Handball Exercises for schools,EHF



دیبران محترم، صاحب نظران بزرگیان عزیز و اولیای آنان می توانند نظرهای اصلاحی خود را درباره مطالب این کتاب

از طریق نامه بثنانی تهران - صندوق پستی ۴۸۷۴ / ۱۵۸۷۵ - کروه دری مربوط و یا پایام نگار

ارسال نمایند. وب گاه: [tvoccd.erp.ir](http://tvoccd.erp.ir)

و ترتیب کتاب بهی دری فن و حرفه ای و کارداش

