

فصل ۱

علوم پایه

■ اگر دو کمیت (الف) و (ب) بایکدیگر مرتبط باشند و با مشخص شدن مقدار کمیت (الف)، یک مقدار معین برای کمیت (ب) بدست آید، در این صورت کمیت (ب) را تابعی از کمیت (الف) می‌نامند.

مقادیری که کمیت (الف) می‌تواند داشته باشد را دامنه این تابع می‌نامند و قانونی را که، مقادیر
کمیت (ب) را برحسب مقادیر کمیت (الف) به دست می‌دهد، قانون یا ضابطه این تابع می‌نامند.

شکل کلی تابع درجه اول و درجه دوم:

قانون یا ضابطه تابع	دامنه	شکل کلی تابع با دامنه \mathbb{R} برحسب مقدار a
تابع خطی درجه اول $f(x) = ax + b$	\mathbb{R} یا زیرمجموعه‌ای از \mathbb{R}	
تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$	\mathbb{R} یا زیرمجموعه‌ای از \mathbb{R}	

نمایش مجموعه به صورت بازه

نمایش مجموعه	نمایش روی محور	نمایش بازه
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$		$[a, b]$
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$		$(a, b]$
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$		$[a, b)$
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$		(a, b)
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$		$(a, +\infty)$
$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$		$(-\infty, b]$

حل معادله از طریق رسم

معادله	تابع	جواب	مثال
۱ معادله درجه ۱ $ax + b = 0$	رسم تابع خطی درجه اول $f(x) = ax + b$	محل برخورد با محور x ها در صورت وجود	 $x = -\frac{b}{a}$ جواب
۲ معادله درجه ۲ $ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$	رسم تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$	محل برخورد با محور x ها در صورت وجود	 $x=n$ و $x=m$ جواب
۳ معادله درجه ۲ $ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$	رسم تابع درجه ۲ $f(x) = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$	محل برخورد با محور x ها در صورت وجود	 جواب ندارد زیرا نمودار با محور x برخورد نمی کند.

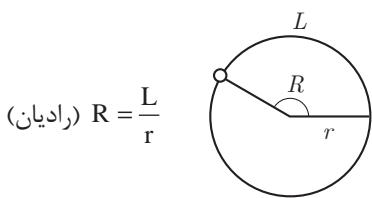
■ نامساوی های به صورت $ax^2 + bx + c \leq 0$ که در آن a, b, c اعداد داده حقیقی هستند ($a \neq 0$) را نامعادله درجه دوم می نامند. مقدارهایی از x که نامعادله را به یک نامساوی درست تبدیل می کنند، جواب های نامعادله می نامند.

حل نامعادله از طریق رسم تابع

به طور مثال نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر	جواب نامعادله $f(x) > 0$	جواب نامعادله $f(x) < 0$	جواب نامعادله $f(x) \leq 0$
	قسمت هایی از نمودار که بالای محور x ها است. $(-\infty, a) \cup (b, +\infty)$	قسمت هایی از نمودار که پایین محور x ها است. (a, b)	قسمت هایی از نمودار که محور x را قطع کرده و پایین آن است. $[a, b]$

مثلثات

■ اگر نقطه ای از یک دایره به شعاع r کمانی به طول L را در جهت مثبت طی کند، مقدار $\frac{L}{r}$ را اندازه زاویه چرخش آن نقطه، بر حسب رادیان می نامند. برای زاویه های منفی، $-\frac{L}{r}$ را مقدار آن زاویه بر حسب رادیان می نامند.



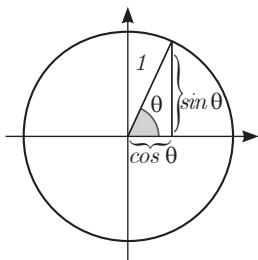
■ دایره ای که شعاع آن ۱ واحد است، دایره واحد نامیده می شود. در دایره واحد، طول کمان طی شده، همان اندازه زاویه چرخش بر حسب واحد رادیان است. در تساوی های زیر

$$\frac{L}{r} = \frac{\pi}{180} D, \quad D = \frac{180}{\pi} \times \frac{L}{r}$$

$\frac{L}{r}$ همان اندازه زاویه بر حسب رادیان است. اگر اندازه یک زاویه بر حسب رادیان را با R و اندازه آن زاویه بر حسب درجه را با D نشان دهیم، این تساوی ها به صورت زیر در می آیند.

$$D = \frac{180}{\pi} R, \quad R = \frac{\pi}{180} D$$

این تساوی‌ها نشان می‌دهند، ضریب تبدیل رادیان به درجه $\frac{180}{\pi}$ و ضریب تبدیل درجه به رادیان $\frac{\pi}{180}$ است.



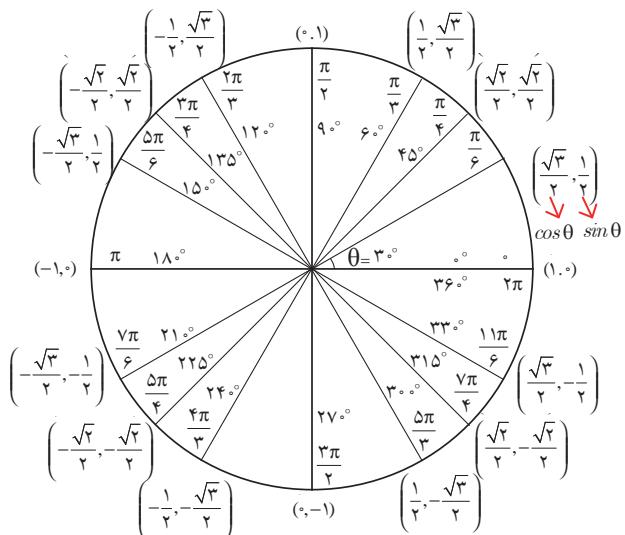
نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های دلخواه

فرض کنید θ یک زاویه تند بر حسب رادیان باشد، در این صورت داریم:

$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$	$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$	$\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$
$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta$	$\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta$	$\tan(\pi + \theta) = \tan\theta$
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\sin(2\pi + \theta) = \sin\theta$	$\cos(2\pi + \theta) = \cos\theta$	$\tan(2\pi + \theta) = \tan\theta$
$\sin(2\pi - \theta) = -\sin\theta$	$\cos(2\pi - \theta) = \cos\theta$	$\tan(2\pi - \theta) = -\tan\theta$

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های خاص

زاویه ↓	۳۰°	۴۵°	۶۰°
نسبت ↓			
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$



■ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی:

زاویه θ را در نظر بگیرید، در این صورت داریم:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

و همچنین اگر θ زاویه‌ای باشد که $\cos \theta \neq 0$ بنا به تعریف داریم:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

■ شب خطا و تانزانت زاویه‌ها:

برای هر خط دلخواه به معادله $y = ax + b$ با شب a که با محور طول‌ها زاویه θ می‌سازد، داریم:

$$\tan \theta = a$$

■ لگاریتم و خواص آن:

اگر a یک عدد حقیقی مثبت مخالف ۱ باشد و اعداد حقیقی b و c به‌گونه‌ای باشند که: $b = a^c$ آنگاه c را لگاریتم b در مبنای a می‌نامند و با $\log_a b$ نشان می‌دهند. به عبارت دیگر داریم:

$$\log_a b = c$$

■ فقط اعداد مثبت لگاریتم دارند، یعنی عبارت $\log_a b$ فقط برای $b > 0$ تعریف می‌شود.

$$\log(bc) = \log b + \log c$$

■ برای $b, c > 0$ داریم:

$$\log(a+b) \neq \log a + \log b$$

■ در حالت کلی: برای هر $a, b > 0$ داریم:

$$\log \frac{b}{c} = \log b - \log c$$

■ برای $b, c > 0$ داریم:

$$\log(a-b) \neq \log a - \log b$$

■ در حالت کلی: برای هر $a, b > 0$ داریم:

$$\log b^x = x \log b$$

■ برای $b > 0$ و هر عدد حقیقی x داریم:

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

■ برای $a, b > 0$ و $a \neq 1$ داریم:

✓ آمار توصیفی:

- نمودار پراکنش دو کمیت، مجموعه‌ای از نقاط در صفحه مختصات است که طول و عرض هر نقطه، داده‌های مربوط به اندازه‌گیری‌های متناظر دو کمیت است.
- x و y دو کمیت مرتبط هستند. اگر مقادیر این دو کمیت برای برخی از x ها در یک بازه، مشخص باشد، پیش‌بینی مقادیر y به ازای x های مشخص در این بازه به کمک خط برازش را درون‌بایی و پیش‌بینی مقادیر y به ازای x های مشخص در خارج از این بازه را برونو-بایی می‌نامند.
- پس از مرتب کردن مقادیر داده‌ها، عددی را که تعداد داده‌های قبل از آن با تعداد داده‌های بعد از آن برابر است را میانه می‌نامند.
- نمودار جعبه‌ای:

