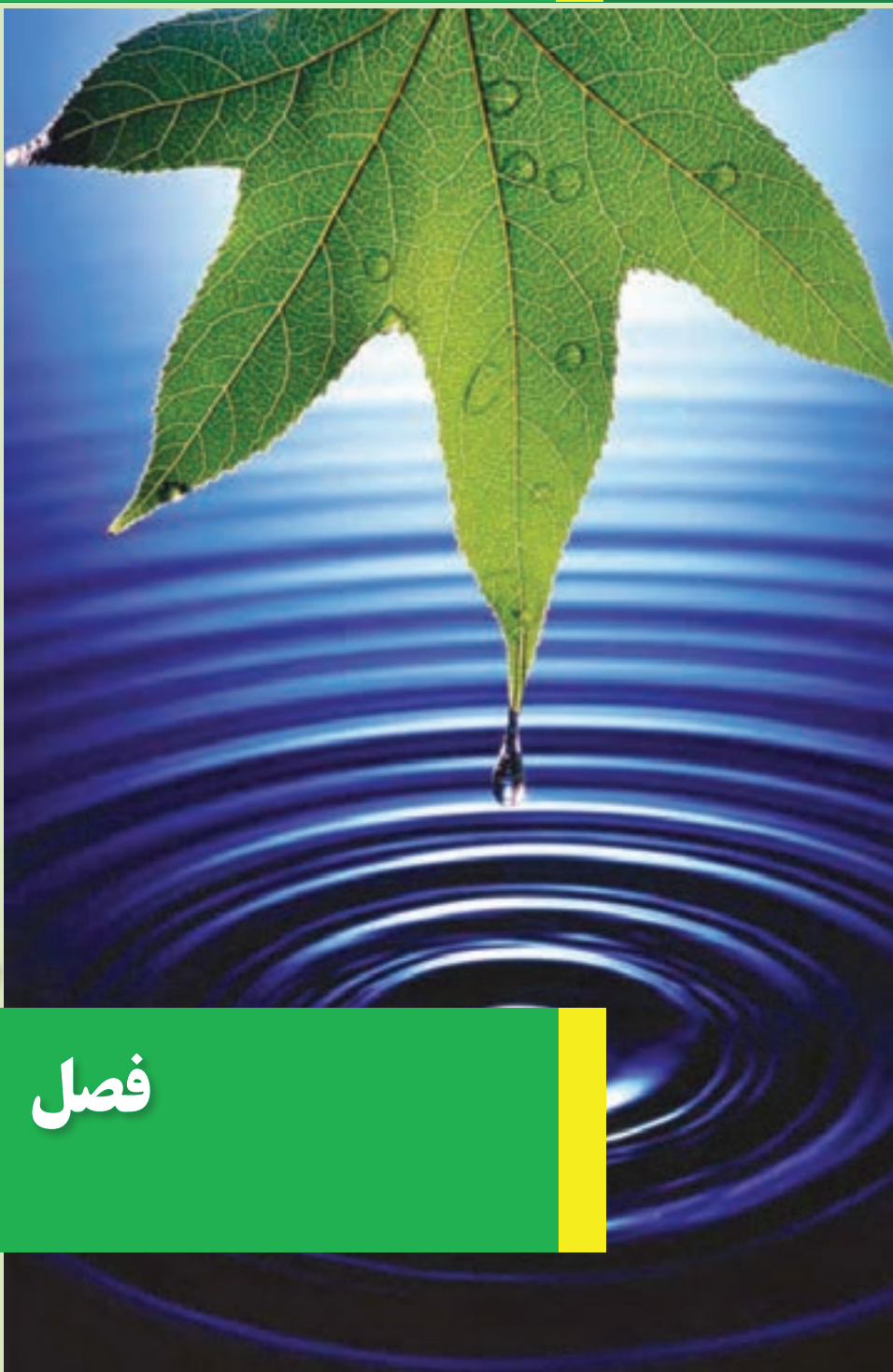


موج های مکانیکی



فصل

موج های مکانیکی

نگاهی به فصل: مبحث موج یکی از مباحث های مهم فیزیک است. بیشترین اطلاعاتی که از جهان اطرافمان دریافت می کنیم، از طریق انتشار موج ها صورت می گیرد.

برخی از موج ها برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند؛ این گونه موج ها را **موج های مکانیکی** می نامند. تشکیل موج بر سطح آب را کد، در اثر وزش باد یا هر عامل دیگری که باعث برهم زدن تعادل آب شود، نمونه ای آشنا از موج های مکانیکی است. انتقال صوت از منبع به شنونده، با موج های صوتی که در هوا منتشر می شوند، صورت می گیرد. موج صوتی نیز نوعی موج مکانیکی است که در فصل پنجم با ویژگی های آن بیشتر آشنا می شوید.

نوع دیگری از موج ها که می توانند در محیط های غیرمادی (خلاً) نیز منتشر شوند، **موج های الکترومغناطیسی** نامیده می شوند. برای مثال هم اکنون که در حال خواندن این نوشته ها هستید، اطلاعات را به صورت نوری که از صفحه کتاب باز می تابد دریافت می کنید. نور نوعی موج الکترومغناطیسی است. در فصل ششم با ماهیت و ویژگی های این گونه موج ها آشنا می شوید. هرچند ماهیت موج های مکانیکی و الکترومغناطیسی با یکدیگر تفاوت دارند، اما رفتار و ویژگی های آنها از جهت های زیادی، مشابه یکدیگر است. برای مثال هر دو در حین انتشار می توانند انرژی را از نقطه ای به نقطه دیگر منتقل کنند.

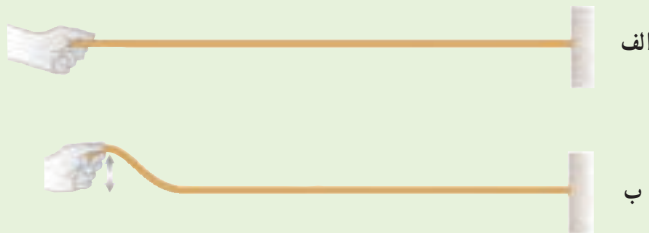
۴-۱- موج

پیش از این با نیروی کشسانی فنر آشنا شدیم. اگر در یک فنر تغییر طولی ایجاد کنیم، بین هر دو حلقه مجاور فنر نیروی کشسانی به وجود می آید که می خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند. به فنر یا هر محیط دیگری که مانند فنر عمل می کند محیط کشسان گفته می شود. پس محیط کشسان محیطی است که وقتی در آن تغییر شکلی ایجاد شود نیروهای کشسان ایجاد شده بین اجزای محیط، تمایل دارند محیط را به حالت اول خود برگردانند. بیشتر جامدها، مایع ها و گازها محیط های کشسان هستند. مثلاً اگر یک تیغه فنری را خم کرده و رها کنیم، به حالت اول برمی گردد. اگر تویی را که بر سطح آرام آب درون تشتکی

قرار دارد، کمی بیشتر در آب فرو برده و رها کنیم، به حالت اول برمی‌گردد. به همین ترتیب اگر انتهای سُرنگی را با دست مسدود کرده و بیستون را به درون آن فرو ببریم و رها کنیم، بیستون به حالت اول برمی‌گردد. در همه این مثال‌ها، تیغه فنی، آب و هوای درون سرنگ محیط‌هایی کشسان هستند.

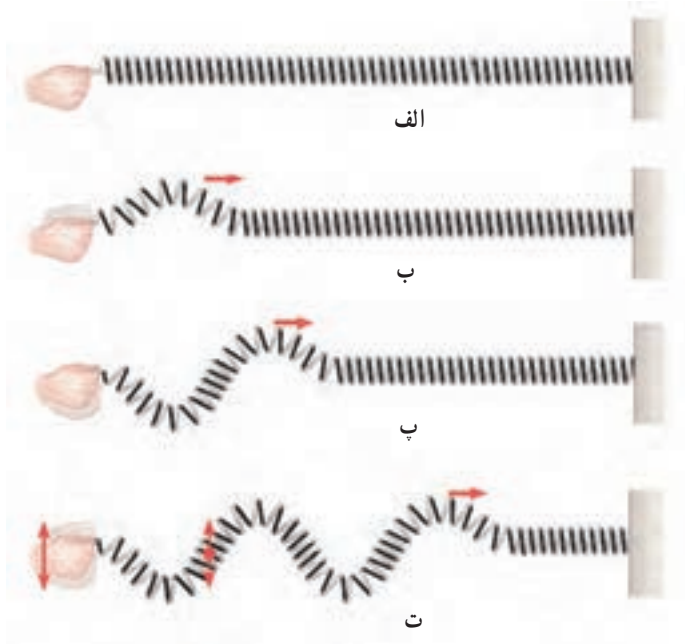
فعالیت ۴-۱

طناب درازی را به نقطه‌ای محکم کنید و آن را بکشید (شکل ۴-۱-الف). اکنون مطابق شکل (۴-۱-ب) تغییر شکلی در آن ایجاد کنید. رفتار بعدی طناب را مشاهده و نتیجه مشاهده‌های خود را به کلاس گزارش کنید. همین آزمایش را با یک فنر تکرار کنید.



شکل ۴-۱

یک محیط کشسان در حال تعادل را در نظر بگیرید. اگر تغییر شکلی در جزء کوچکی از این محیط ایجاد نموده و آن را به حال خود رها کنیم چه روی می‌دهد؟ مثلاً فنی را در نظر بگیرید که روی یک سطح افقی صاف به حال سکون قرار دارد (شکل ۴-۲-الف). اگر مطابق شکل ۴-۲-ب، چند حلقه فنی را به یک سمت بکشیم و تغییر شکلی در آن ایجاد کرده و آن را رها کنیم، می‌بینیم که حلقه‌های جابه‌جا شده به جای اول برگشته و حلقه‌های مجاور آن از وضع تعادل خارج می‌شوند و همان شکل حلقه‌های قبلی را به خود می‌گیرند. این تغییر شکل، جزء به جزء در طول فنر منتقل می‌شود و تا آخر در آن پیش می‌رود (شکل‌های ۴-۲-ب و ت). علت انتقال تغییر شکل، وجود نیروی بازگرداننده بین حلقه‌های فنر است.



شکل ۲-۴

به همین ترتیب، هرگاه تغییر شکلی (و یا آشفستگی) در یک جزء از محیط کشسانی که به حال تعادل است، ایجاد کنیم، به علت وجود نیروی کشسانی بین اجزای محیط، آن تغییر شکل، جزء به جزء در محیط منتقل می‌شود. تغییر شکل ایجاد شده در محیط را تپ و انتقال تپ در محیط را انتشار می‌گوییم.

فعالیت ۲-۴

سنگ کوچکی را از بالای سطح آب آرام استخر یا برکه‌ای رها کنید و آنچه را که رخ می‌دهد به دقت مشاهده کنید. نتیجه مشاهده خود را به کلاس گزارش کنید.

موج سینوسی: اگر یک جزء از محیط کشسانی را که در حال تعادل است با حرکت هماهنگ ساده به نوسان درآوریم، با نوسان آن جزء، تپ‌های متوالی در محیط تولید و به دنبال یکدیگر، منتشر می‌شوند. چنین موجی را، **موج سینوسی** می‌نامیم. چشمه موج سینوسی، نوسانگری است که می‌تواند،

با بسامد (یا دوره) و دامنه ثابتی، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. دیپازون یکی از وسیله‌هایی است که به عنوان چشمه موج در آزمایش‌ها به کار برده می‌شود.

مطالعه آزاد

نوسان دیپازون با دامنه ثابت

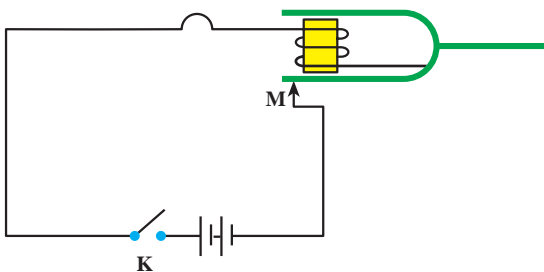
دیپازون، دو شاخه‌ای مانند شکل ۳-۴ است که اگر به یکی از شاخه‌های آن ضربه‌ای وارد کنیم، هر دو شاخه با حرکت هماهنگ ساده نوسان می‌کنند. این نوسان میرا است و دیپازون بعد از تعدادی نوسان از حرکت باز می‌ایستد. برای آنکه نوسان‌های دیپازون ادامه یابد، می‌توان آن را در مدار الکتریکی مانند



شکل ۳-۴

شکل ۴-۴ قرار داد. در این مدار، توسط آهنربای الکتریکی، نیروی مغناطیسی‌ای به طور دوره‌ای، بر شاخه‌های دیپازون (که خود از ماده مغناطیسی ساخته شده است) وارد و آن را به نوسان دائم وادار می‌کند. با اتصال کلید K جریان الکتریکی در مدار برقرار و شاخه‌های دیپازون، جذب آهنربای الکتریکی می‌شوند. در نتیجه در نقطه M، شاخه دیپازون از مدار جدا شده و جریان الکتریکی نیز قطع می‌شود. با قطع جریان، خاصیت مغناطیسی از

بین می‌رود و شاخه‌های دیپازون به جای اول برمی‌گردند و دوباره اتصال برقرار می‌شود و این عمل، ادامه می‌یابد. به این ترتیب نوسان‌های دیپازون پایدار می‌ماند.



شکل ۴-۴

شکل ۴-۵ الف تا پ ایجاد و انتشار موج سینوسی را در طناب، فنر و سطح آب نشان

می دهد.



الف) دست با نوسان خود در طناب موجی دوره ای به صورت برجستگی و فرورفتگی ایجاد کرده است.



ب) نوسان های دست، در فنر موج دوره ای به صورت تراکم و انبساط ایجاد کرده است.

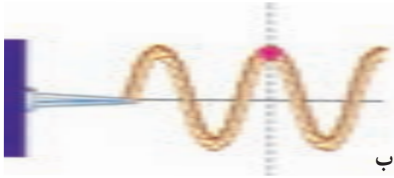


پ) موج های ایجاد شده در سطح آب به صورت دایره های متوالی برجسته و فرورفته منتشر می شوند.

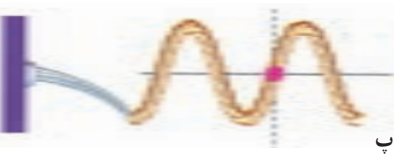
شکل ۴-۵



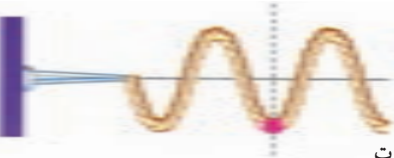
الف



ب



پ



ت

موج‌های ایجاد شده در طناب، فتر و سطح آب، نمونه‌هایی از موج‌های مکانیکی اند. این موج‌ها در محیط‌های مادی کشسان تولید و منتشر می‌شوند.

بسامد موج: وقتی یک چشمه موج با بسامد f در محیطی کشسان شروع به نوسان می‌کند، ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان وامی‌دارد. به همین ترتیب، همه ذره‌های محیط با همان بسامد چشمه موج به نوسان درمی‌آیند.

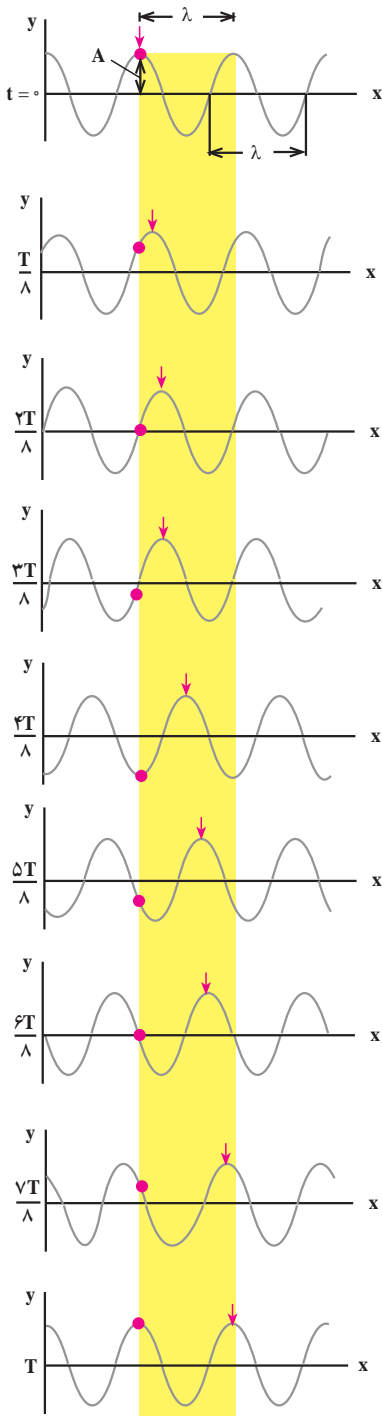
شکل ۴-۶ - الف تا ت چگونگی نوسان یک ذره محیط را، که با رنگ قرمز مشخص شده است، ضمن انتشار موج نشان می‌دهد.

شکل ۴-۶ - ضمن انتشار موج به طرف راست، یک ذره از طناب، حرکت هماهنگ ساده با بسامد موج، انجام می‌دهد.

انتشار موج: شکل ۴-۷ حالت‌های مختلف طنابی را نشان می‌دهد که در آن موجی سینوسی منتشر می‌شود. در این شکل‌ها، یک قله موج را با پیکان مشخص کرده‌ایم. در حالت‌های مختلف شکل مشاهده می‌شود که پیکان در جهت محور x جابه‌جا می‌شود که نشان دهنده پیشروی موج در طول طناب است. این شکل‌ها، وضعیت نقطه‌های مختلف طناب را در بازه‌های زمانی $\frac{T}{4}$ نشان می‌دهد. اگر در یک لحظه معین یکی از نقطه‌های طناب در قله موج باشد و پس از t ثانیه نقطه دیگری که به فاصله x از آن واقع است به همان وضعیت برسد، سرعت پیشروی موج که آن را سرعت انتشار می‌نامیم برابر است با:

$$v = \frac{x}{t}$$

(۴-۱)



سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط (جنس، دما و...) بستگی دارد اما به شرایط فیزیکی چشمه موج (سامد، دامنه و...) بستگی ندارد. برای مثال، سرعت انتشار موج در یک طناب که با نیروی کشیده شده است، به نیروی کشش طناب و نیز به جرم واحد طول آن بستگی دارد. سرعت انتشار موج عرضی (در همین فصل با موج‌های طولی و عرضی آشنا می‌شویم) در طناب (و یا در تار) یکنواختی به جرم m و طول L از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/L}} \quad (4-2 \text{ الف})$$

برای سادگی، $\frac{m}{L}$ (که جرم واحد طول است) را با

$$\mu = \frac{m}{L}$$

μ نشان می‌دهیم.

در نتیجه، سرعت انتشار موج در یک طناب را می‌توان

از رابطه زیر به دست آورد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (4-2 \text{ ب})$$

در این رابطه، F ، نیروی کشش طناب بر حسب

نیوتون، μ ، جرم واحد طول طناب بر حسب کیلوگرم بر

متر و v سرعت انتشار موج مکانیکی در طناب بر حسب

متر بر ثانیه است.

شکل ۴-۷- انتشار موج در طناب

مثال ۴-۱

ریسمانی به طول یک متر و جرم 10°g بین دو نقطه محکم کشیده شده است. اگر نیروی کشش ریسمان برابر 4°N باشد، سرعت انتشار موج‌های عرضی را در این طناب، محاسبه کنید.

پاسخ

ابتدا جرم واحد طول ریسمان را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{0/1}{1} = 0/1 \text{ kg/m}$$

اکنون به کمک رابطه ۴-۲ سرعت انتشار را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$V = \sqrt{\frac{4^\circ}{0/1}} = 2^\circ \text{ m/s}$$

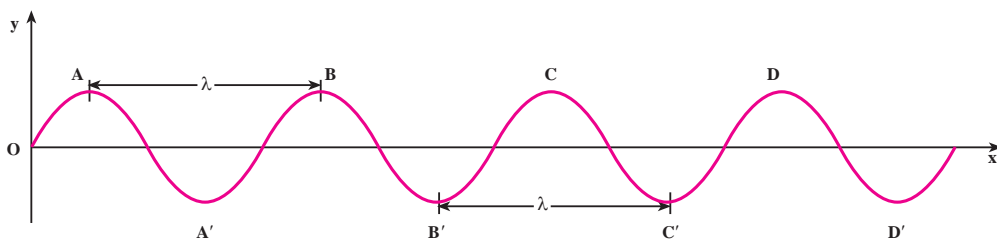
فعالیت ۴-۳

در فعالیت ۴-۱، مشاهده انتقال تپ، به دلیل آنکه سرعت انتشار آن در طناب زیاد است، مشکل است. چه راه‌هایی پیشنهاد می‌کنید تا بتوان با کاهش سرعت انتشار، انتقال تپ را مشاهده کرد؟ پیشنهادهای خود را در کلاس به بحث بگذارید.

طول موج: به حالت‌های مختلف شکل ۴-۷ توجه کنید. در مدتی که یک نقطه محیط (مثلاً نقطه واقع در قله موج) یک نوسان انجام می‌دهد، یعنی در مدت یک دوره T ، قله موج که با علامت پیکان مشخص شده است، به اندازه پهنای نوار زرد رنگ پیش می‌رود اندازه این پیشروی را طول موج می‌نامیم و آن را با λ نشان می‌دهیم. اگر به هر نقطه دیگر موج، مثلاً دره موج هم توجه کنید، می‌بینید که در مدت یک دوره به اندازه طول موج منتقل می‌شود. بنابراین، طول موج را می‌توان به صورت مسافتی

که موج در مدت یک دوره می‌پیماید، تعریف کرد.

شکل ۸-۴ که انتشار موج را در یک طناب نشان می‌دهد، فاصله دو قله متوالی موج و یا فاصله دو دره متوالی برابر طول موج است.



شکل ۸-۴

بار دیگر به شکل ۸-۴ توجه کنید. در این شکل نقطه‌های دیگری نیز می‌توان یافت که فاصله آنها از یکدیگر برابر طول موج است. همچنین می‌توان دریافت که هر دو نقطه که فاصله آنها از یکدیگر برابر طول موج است، همواره در وضعیت نوسانی مشابهی قرار دارند. به چنین دو نقطه‌ای، نقاط هم‌فاز گفته می‌شود. برای مثال نقطه‌های A و B و C و D، همه در قله موج واقع‌اند و در نتیجه هم‌فازند. به همین ترتیب، نقطه‌هایی که فاصله آنها از یکدیگر دو، سه و یا $n \dots$ برابر λ (n عددی است صحیح) باشد، همواره در یک وضعیت نوسانی‌اند. پس می‌توان گفت: نقطه‌هایی از محیط که فاصله آنها از یکدیگر مضرب صحیحی از طول موج یا مضرب زوجی از نصف طول موج باشد، هم‌فازند. اگر فاصله دو نقطه هم‌فاز را با Δx نشان دهیم داریم:

$$\Delta x = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (۳-۴)$$

اکنون به دو نقطه متوالی طناب در شکل ۸-۴ که یکی در قله موج (نقطه A) و دیگری در دره موج (نقطه A') قرار دارد توجه کنید. اگر حرکت این دو نقطه را دنبال کنید، متوجه خواهید شد که حرکت آنها همواره در جهت‌های مخالف یکدیگر است. چنین دو نقطه‌ای را در فاز مخالف می‌نامیم. فاصله این دو نقطه از یکدیگر، در راستای انتشار، برابر نصف طول موج است. به همین ترتیب نقطه‌های دیگری نیز می‌توان مشخص کرد که با یکدیگر در فاز مخالف‌اند. فاصله این نقطه‌ها از یکدیگر مضرب فردی از نصف طول موج است. بنابراین: نقطه‌هایی از محیط که فاصله آنها از یکدیگر مضرب

فردی از نصف طول موج باشد، در فاز مخالف اند. برای این نقطه ها داریم :

$$\Delta x = (2n - 1) \frac{\lambda}{2} \quad (4-4)$$

پرسش ۴-۱

روی شکل ۴-۸ نقطه هایی را که هم فازند و نقطه هایی را که در فاز مخالف اند پیدا کنید.

رابطه طول موج با سرعت و بسامد : اگر زمان انتشار برابر یک دوره یعنی $t = T$ باشد، مسافتی که موج در این مدت می پیماید، برابر طول موج می شود، یعنی $x = \lambda$ است. با توجه به تعریف طول موج و رابطه ۴-۱ داریم :

$$\lambda = vT \quad (5-4)$$

چون دوره و بسامد، عکس یکدیگراند خواهیم داشت :

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \quad (6-4)$$

مثال ۴-۲

نیروی کشش طنابی 12 N و جرم واحد طول آن 30 g/m است. الف : اگر سر این طناب را با دیافازونی که بسامد آن 100 Hz است، عمود بر راستای طناب به نوسان درآوریم، طول موج در طناب را پیدا کنید. ب : اگر نیروی کشش طناب را نصف کنیم، بسامد و طول موج در طناب را حساب کنید.

$$\mu = 30\text{ g/m} = 0.03\text{ kg/m}$$

پاسخ

الف) با استفاده از رابطه ۴-۲ داریم :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v = \sqrt{\frac{12}{0.3}} = 20 \text{ m/s}$$

طول موج را از رابطه ۴-۶ محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ m}$$

ب) با تغییر نیروی کشش طناب، سرعت انتشار موج در طناب تغییر می‌کند، اما بسامد موج همچنان برابر بسامد دیپازون است. با تغییر سرعت انتشار، طول موج تغییر می‌کند. داریم:

$$f_2 = f_1 = 100 \text{ Hz}$$

از رابطه ۴-۲ و با توجه به اینکه $\mu_1 = \mu_2$ است داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{6}{12}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

چون بسامد نوسان‌ها ثابت است، از رابطه ۴-۶ نتیجه می‌شود:

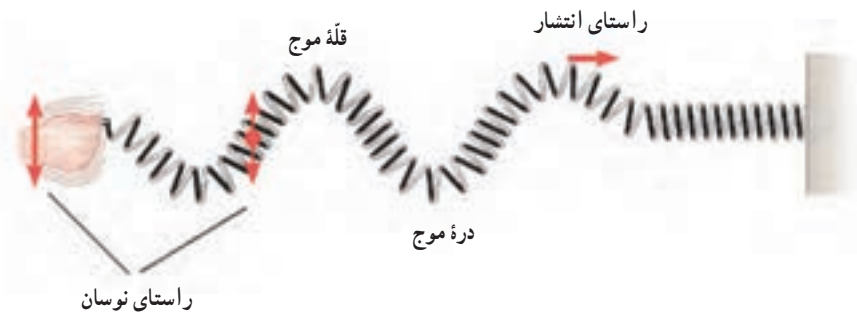
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = 0.2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0.14 \text{ m}$$

۴-۲- موج‌های عرضی - موج‌های طولی

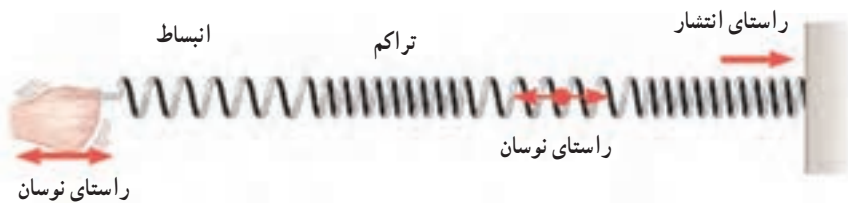
گفتیم وقتی یک چشمه موج با بسامد f در محیطی کثیف نوسان می‌کند ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان درمی‌آورد و بدین ترتیب همه ذرات محیط به نوسان درمی‌آیند. راستای نوسان این ذره‌ها، ممکن است عمود بر راستای انتشار موج و یا موازی با آن باشد.

الف) موج عرضی: اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، عمود بر راستای انتشار موج باشد موج را عرضی می‌نامند. برای مثال موج‌های ایجاد شده در فنر در شکل ۹-۴ عرضی‌اند. موج عرضی در فنر و یا در طناب با قلّه‌ها و درّه‌ها قابل تشخیص است.



شکل ۹-۴- موج عرضی در فنر

ب) موج طولی: اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، موازی با راستای انتشار موج باشد، موج را طولی می‌نامند. برای مثال در شکل ۱۰-۴ وقتی دست خود را در امتداد افق به نوسان در آوریم، حلقه‌های فنر به چپ و راست، یعنی در امتداد طول فنر، نوسان می‌کنند و موج طولی در طول فنر منتشر می‌شود.

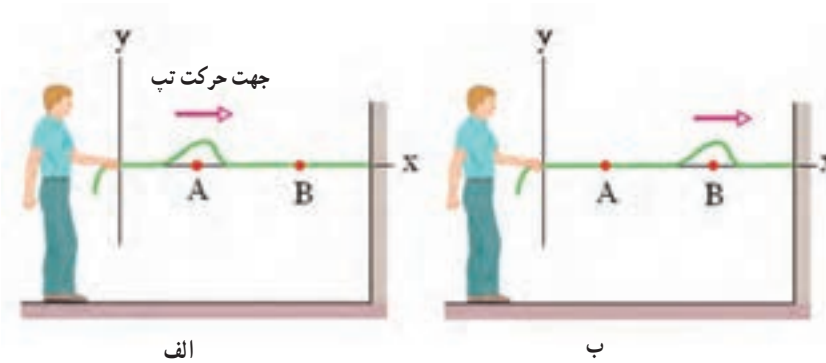


شکل ۱۰-۴- انتشار موج طولی در فنر

وقتی موج طولی در فنر منتشر می‌شود، حلقه‌های فنر، به طور متناوب به هم نزدیک یا از هم دور می‌شوند. وقتی به هم نزدیک می‌شوند، حلقه‌ها متراکم شده و وقتی از هم دور می‌شوند، حلقه‌ها انبساط پیدا می‌کنند. موج طولی در فنر را با همین تراکم‌ها و انبساط‌های پی‌در پی می‌توان تشخیص داد. در فنر می‌توان هر دو نوع موج عرضی و طولی را ایجاد کرد.

۳-۴- تابع موج

وقتی یک موج در یک محیط همگن در حال انتشار است، شکل موج، در ضمن انتشار از نقطه‌ای به نقطه دیگر، تغییر نمی‌کند. مثلاً اگر شکل یک تپ در یک لحظه (مثلاً در $t = 0$) و در نقطه A به صورت شکل ۴-۱۱-الف باشد، بعد از Δt ثانیه (در لحظه t) این تپ به نقطه B می‌رسد. شکل تپ در نقطه B و در لحظه t ، همان است که Δt ثانیه قبل در نقطه A بوده است (شکل ۴-۱۱-ب). به بیان دیگر، وضعیت نقطه B در لحظه t ، مانند وضعیت A در Δt ثانیه قبل از آن است.



شکل ۴-۱۱

اکنون فرض کنید چشمه موجی با دوره T (بسامد f) و دامنه A حرکت هماهنگ ساده‌ای انجام دهد و نوسان‌های آن با سرعت v در طنابی همگن منتشر شود. مبدأ مختصات را منطبق بر چشمه موج (ابتدای طناب) و راستای طناب را، پیش از نوسان، محور x انتخاب می‌کنیم. وقتی چشمه به نوسان درآید، نوسان‌ها در طول طناب، منتشر می‌شوند.

چشمه موج و نقطه‌ای از طناب که به آن متصل است در مکان $x = 0$ واقع اند. اگر جابه‌جایی هر نقطه طناب را از وضع تعادل خود با u نشان دهیم، وضعیت نوسانی آن با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$u = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (7-4)$$

موج بعد از زمان $\Delta t = \frac{x}{v}$ به نقطه‌ای واقع در مکان x می‌رسد. وضعیت این نقطه، همان‌گونه

که قبلاً بیان شد، مانند وضعیت چشمه موج در Δt ثانیه قبل است که با جایگزین کردن مقدار « $t - \frac{x}{v}$ »

به جای t در رابطه ۷-۴ مشخص می‌شود. بنابراین خواهیم داشت :

$$u = A \sin \omega(t - \frac{x}{v}) = A \sin(\omega t - \frac{\omega x}{v}) \quad (۸-۴)$$

و با توجه به رابطه های $\omega = \frac{2\pi}{T}$ و $\lambda = vT$ داریم :

$$u = A \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x) \quad (۹-۴)$$

را با k نشان می‌دهند و به آن عدد موج می‌گویند.

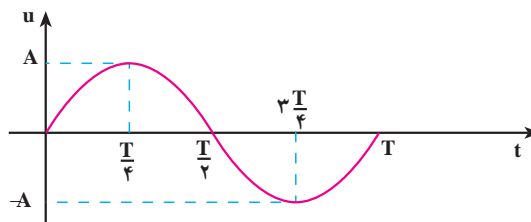
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} \quad (۱۰-۴)$$

یکای عدد موج در SI رادیان بر متر (rad/m) است. در نتیجه رابطه ۹-۴ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$u = A \sin(\omega t - kx) \quad (۱۱-۴)$$

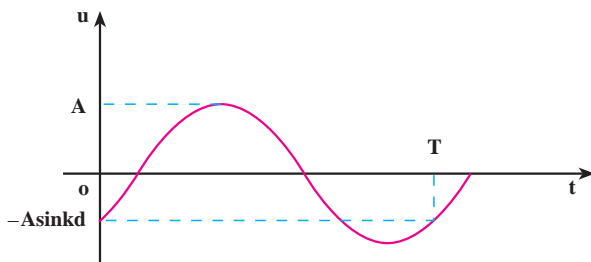
رابطه ۱۱-۴ وضعیت نوسانی نقطه‌ای از محیط را که به فاصله x از مبدأ مختصات (چشمه موج) واقع است، در لحظه t نشان می‌دهد. به این رابطه تابع موج می‌گوییم.

تابع موج تابعی دو متغیره است؛ یعنی در آن، u ، تابع دو متغیر زمان (t) و مکان (x) است برای مثال، اگر به یک نقطه محیط نگاه کنیم (x را ثابت بگیریم) خواهیم دید که این نقطه در لحظه های مختلف وضعیت های نوسانی متفاوتی پیدا می‌کند؛ یک لحظه در وضعیت تعادل است، لحظه ای دیگر از وضع تعادل خارج شده و فاصله آن از وضع تعادل برابر u می‌شود و در لحظه ای دیگر، در دورترین فاصله از وضع تعادل قرار می‌گیرد ($u = A$). به عبارت دیگر u تابع زمان است. پس با ثابت گرفتن x ، می‌توان تابع u را بر حسب زمان (t) برای هر یک از ذره های محیط به دست آورد و نمودار آن را نیز رسم کرد. مثلاً این تابع برای چشمه موج، که آن را مبدأ مختصات گرفته ایم ($x = 0$) به صورت $u = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ و نمودار آن نیز به صورت زیر است :



شکل ۱۲-۴

تابع u برای یک ذره که به فاصله $x=d$ از چشمه موج واقع است، $u = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - kd\right)$ خواهد بود. نمودار u برای این نقطه در شکل ۴-۱۳ آمده است. توجه کنید که شروع نمودار به d بستگی دارد.



شکل ۴-۱۳

مثال ۴-۳

یک چشمه موج با بسامد 10° Hz نوسان‌هایی با دامنه 5 mm ایجاد می‌کند که با سرعت 10° m/s در امتداد محور x منتشر می‌شوند. طول موج و عدد موج را محاسبه کنید و تابع موج آن را نیز بنویسید.

پاسخ

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \text{با استفاده از رابطه ۴-۶ داریم:}$$

$$\lambda = \frac{10^\circ}{10^\circ} = 1 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{با توجه به رابطه ۴-۱۰ خواهیم داشت:}$$

$$k = \frac{2\pi}{1} = 2 \cdot \pi \text{ rad/m}$$

با استفاده از رابطه ۴-۱۱ داریم:

$$u = A \sin(\omega t - kx) = A \sin(2\pi f t - kx)$$

$$u = 5 \times 10^{-3} \sin(20^\circ \pi t - 2^\circ \pi x) = 5 \times 10^{-3} \sin 2^\circ \pi (1^\circ t - x)$$

تمرین ۱-۴

تابع موجی که در جهت محور x منتشر می‌شود برحسب یکاهای SI به صورت $u = 0.2 \sin(200\pi t - 4\pi x)$ است. دامنه، بسامد، طول موج و سرعت انتشار این موج را محاسبه کنید.

اگر موج عرضی باشد، نوسان ذره‌های محیط عمود بر محور x (مثلاً در راستای محور y) است. برای نشان دادن راستای نوسان، نام محوری را که نوسان در راستای آن انجام می‌شود زیرنویس u قرار می‌دهیم. برای مثال، تابع زیر نشان دهنده یک موج عرضی است که نوسان آن در راستای محور y و انتشار آن در جهت محور x است:

$$u_y = A \sin(\omega t - kx) \quad (12-4)$$

حال اگر موج طولی در جهت محور x منتشر شود، تابع آن به صورت زیر خواهد بود:

$$u_x = A \sin(\omega t - kx) \quad (13-4)$$

همچنین می‌توان نشان داد که اگر موج در خلاف جهت محور x منتشر شود، تابع آن به صورت زیر خواهد بود:

$$u_x = A \sin(\omega t + kx) \quad (14-4)$$

در رابطه‌های ۱۲-۴ و ۱۴-۴ به $\varphi = \omega t - kx$ یا $\varphi = \omega t + kx$ ، فاز موج گفته می‌شود. چون شکل موج در هنگام انتشار، تغییر نمی‌کند، فاز آن هم با گذشت زمان و انتشار موج، ثابت می‌ماند.

تمرین ۲-۴

نشان دهید که در تابع‌های $u = A \sin(\omega t - kx)$ و $u = A \sin(\omega t + kx)$ به ترتیب سرعت‌های انتشار موج مثبت و منفی است، یعنی این تابع‌ها، موج‌هایی را نشان می‌دهند که در جهت محور x و در خلاف جهت آن منتشر می‌شوند.

تمرین ۳-۴

نقش یک موج را در لحظه‌ای مانند شکل ۴-۸ در نظر بگیرید. نشان دهید نقاطی که وضعیت نوسانی یکسان در هر لحظه دارند دارای اختلاف فاز $2n\pi$ هستند که $n = 0, 1, \dots$ و نقاطی که وضعیت نوسانی قرینه دارند دارای اختلاف فاز $(2m - 1)\pi$ هستند که $m = 1, 2, \dots$.

مثال ۴-۴

با دیافازونی به بسامد 50 Hz سر طناب کشیده شده‌ای را به نوسان درمی‌آوریم. دامنه نوسان‌ها 5 mm در راستای محور y و سرعت انتشار موج در طناب برابر 100 m/s و نوسان‌ها در جهت مثبت محور x منتشر می‌شود. الف) تابع موج ایجاد شده در طناب را بنویسید. ب) معادله نوسان نقطه M از طناب را که به فاصله 25 cm از سر طناب (نقطه O) واقع است بنویسید.

پاسخ

الف) با استفاده از رابطه‌های $\omega = 2\pi f$ ، $\lambda = \frac{v}{f}$ و $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ داریم:

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{50} = 2 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/m}$$

با استفاده از رابطه ۴-۱۲ داریم:

$$u_y = A \sin(\omega t - kx)$$

$$u_y = 5 \times 10^{-3} \sin(100\pi t - \pi x)$$

ب) برای نقطه مزبور داریم:

$$x = 0.25 \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

با قرار دادن مقدار x در تابع موج، نتیجه می شود :

$$u_M = 5 \times 10^{-3} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$$

تمرین ۴-۴

چشمه موجی نوسان هایی با بسامد 20 Hz و دامنه 5 cm در یک محیط کشسان و در راستای محور y انجام می دهد. اگر این نوسان ها در خلاف جهت محور x و با سرعت 1 m/s در این محیط منتشر شوند :

الف) طول موج و عدد موج را محاسبه کنید.

ب) تابع این موج را بنویسید.

پ) کمترین فاصله نقطه M از چشمه موج چه اندازه باشد تا با چشمه موج در فاز مخالف قرار گیرد.

فاصله دو نقطه محیط از یکدیگر : محیطی را در نظر بگیرید که در آن موجی در حال انتشار است. معادله نوسان دو نقطه A و B از این محیط که در یک جهت انتشار موج و به فاصله x_A و x_B از مبدأ مختصات واقع اند، با توجه به رابطه ۴-۱۲، به صورت زیر است :

$$u_A = A \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_A)$$

$$u_B = A \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_B)$$

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{\lambda} |x_B - x_A|$$

اختلاف فاز این دو نقطه برابر است با :

اگر « $x_B - x_A$ » را با Δx نشان دهیم، داریم :

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x| = k |\Delta x| \quad (15-4)$$

از رابطه ۴-۱۵ با معلوم بودن اختلاف فاز دو نقطه محیط که در یک جهت انتشار موج اند، می توان فاصله دو نقطه را از یکدیگر (یعنی Δx) محاسبه کرد.

رابطه ۱۵-۴ نشان می‌دهد که اختلاف فاز دو نقطه محیط که به فاصله $\Delta x = 1\text{ m}$ از یکدیگر و در یک جهت انتشار موج‌اند، برابر است با:

$$\Delta x = 1\text{ m}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} = k \quad (16-4)$$

رابطه ۱۶-۴ را می‌توان تعریفی برای عدد موج دانست و گفت: عدد موج برابر اختلاف فاز دو نقطه محیط است که به فاصله یک متر از یکدیگر قرار دارند.

مثال ۴-۵

موجی در یک محیط، در حال انتشار است. معادله نوسانی نقطه‌های A و B از این محیط، در SI، به صورت $u_A = 0.02 \sin(50\pi t - 0.4\pi)$ و $u_B = 0.02 \sin(50\pi t - 0.7\pi)$ است. اگر موج از نقطه A به نقطه B برود، کمترین فاصله دو نقطه را از یکدیگر به دست آورید. سرعت انتشار موج 20 m/s است.

پاسخ

ابتدا بسامد نوسان‌ها و سپس طول موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f$$

$$2\pi f = 50\pi$$

$$f = 25\text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{25} = 0.8\text{ m} = 80\text{ cm}$$

با استفاده از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

اکنون اندازه اختلاف فاز دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\varphi = |\varphi_B - \varphi_A|$$

$$\Delta\varphi = 0.7\pi - 0.4\pi = 0.3\pi\text{ rad}$$

$$\frac{3\pi}{10} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{80} \Delta x$$

با استفاده از رابطه ۱۵-۴ داریم:

$$\Delta x = AB = 12\text{ cm}$$

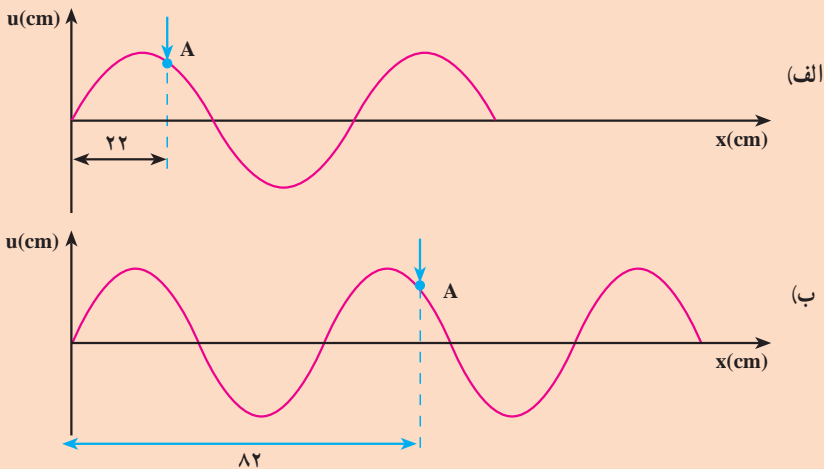
فعالیت ۴-۴

با استدلال توضیح دهید که چرا در مثال ۴-۵، Δx کمترین فاصله دو نقطه از محیط است که در یک جهت انتشار موج واقع اند.

تمرین ۴-۵

شکل های ۴-۱۴ - الف و ب، نمودار یک موج را در دو لحظه t_1 و t_2 نشان می دهد که در امتداد محور x منتشر می شود. علامت پیکان، یک نقطه از موج را در این دو لحظه نشان می دهد. با فرض اینکه محور قائم لزوماً محور y نیست، مطلوب است:

الف) این موج طولی است یا عرضی و عدد موج آن چه اندازه است؟
 ب) اگر بسامد نوسان ها 25 Hz باشد، $\Delta t = t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟



شکل ۴-۱۴