

## بخش دوم: برون‌یابی و درون‌یابی

### اهداف بخش

- آشنایی با فرایند برون‌یابی
- آشنایی با فرایند درون‌یابی
- پیش‌بینی مقادیر به کمک درون‌یابی و برون‌یابی
- تشخیص منطقی بودن پیش‌بینی‌ها به کمک برون‌یابی

### پیش‌نیازهای بخش

- مهارت کار با نمودار تابع‌های خطی
- واژه‌های کلیدی:** درون‌یابی، برون‌یابی

### نگاه کلی به بخش

در این بخش دو فرایند درون‌یابی و برون‌یابی برای پیش‌بینی مقادیر مورد بررسی قرار می‌گیرند. هنرجویان باید به این درک برسند که به مقادیر پیش‌بینی شده که به کمک درون‌یابی (در بازه‌ای که داده در اختیار داریم) به دست می‌آیند می‌توان اعتماد کرد ولی هرچه از ابتدا و انتهای این بازه دور شویم، مقادیری که به کمک برون‌یابی به دست می‌آیند ممکن است قابل اعتماد نباشند و حتی غیر منطقی باشند.

### ورود به مطلب

برای ورود به مطلب موقعیتی در عرصه اقتصاد و بانکداری طرح می‌شود. سؤال طرح شده این است که پس از مدل‌سازی خطی، تا چه اندازه می‌توان به پیش‌بینی‌های انجام شده اعتماد کرد. می‌توانید از وضعیت‌های مشابه مانند رابطه قد با سن صحبت کنید که نشان می‌دهد اگر با برون‌یابی بخواهیم قد یک فرد را در ۹۰ سالگی پیش‌بینی کنیم، مقدار پیش‌بینی شده کاملاً غیر واقعی خواهد بود.

### فعالیت آموزشی

هدف این فعالیت آشنایی با فرایند درون‌یابی و برون‌یابی است. در ارتباط با معناداری پیش‌بینی‌های به دست آمده به کمک خط بهترین برازش در کلاس گفت‌وگو کنید.

برخی تعاریفات از حوزا بانکداری نشان می‌دهند بین نرخ سود بانکی و میزان سرمایه‌های که بانک جذب می‌کند همبستگی وجود دارد. یکی از بانک‌ها میزان سرمایه خود را در زمان‌های مختلف که سود بانکی مختلفی پرداخت می‌کرده است بررسی و در جدول زیر ثبت کرده است.

| سرمایه (میلیون تومان) | نرخ سود بانکی (درصد) |
|-----------------------|----------------------|
| ۱۰۰                   | ۲۵                   |
| ۸                     | ۲۶                   |
| ۹                     | ۲۷                   |
| ۱۰                    | ۲۸                   |
| ۱۱                    | ۲۹                   |
| ۱۱                    | ۳۰                   |
| ۱۰                    | ۳۱                   |
| ۹                     | ۳۲                   |
| ۸                     | ۳۳                   |
| ۸                     | ۳۴                   |
| ۷                     | ۳۵                   |

۱ به کمک Excel خط بهترین برازش را برای این اطلاعات رسم کنید.

۲ اگر نرخ سود ۱۰٪ درصد تعیین شود، مقدار سرمایه جذب شده را پیش‌بینی کنید.

۳ اگر نرخ سود به ۱۲ درصد افزایش یابد، مقدار سرمایه جذب شده را پیش‌بینی کنید.

۴ اگر نرخ سود به ۹٪ درصد افزایش یابد، مقدار سرمایه جذب شده را پیش‌بینی کنید.

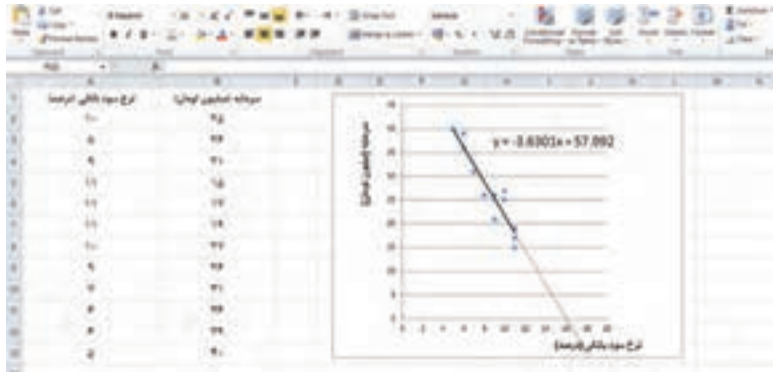
۵ هر کدام حالت پیش‌بینی شما به واقعیت نزدیکتر خواهد بود؟ توضیح دهید.

## اهداف موضوعی:

- ۱ درک مفهوم درون‌یابی و برون‌یابی با استفاده از خط بهترین برازش
- ۲ آشنایی با محدودیت‌های استفاده از خط بهترین برازش برای برون‌یابی. مهارت‌ها و فرایندها:
  - ۱ پیوندها و اتصال‌ها،
  - ۲ استفاده از نرم‌افزار،
  - ۳ مقایسه کردن،
  - ۴ ارزیابی،
  - ۵ بازنمایی‌ها،
  - ۶ ارتباطات.

## حل فعالیت:

۱ نمودار پراکنش و خط بهترین برازش در زیر رسم شده است:



۲ با استفاده از نمودار اگر نرخ سود  $10/5$  درصد باشد مقدار سرمایه تقریباً برابر ۲۰ میلیون تومان خواهد شد.

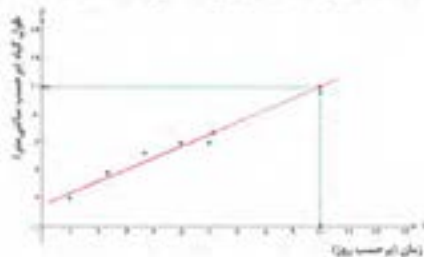
۳ با استفاده از نمودار و در صورت ادامه دادن خط بهترین برازش، اگر نرخ سود ۱۲ درصد باشد مقدار سرمایه تقریباً برابر  $14/5$  میلیون تومان خواهد شد.

۴ در صورت ادامه دادن خط بهترین برازش، اگر نرخ سود به ۱۸ درصد برسد خط زیر محور  $x$  ها می‌رود و مقدار سرمایه عددی منفی می‌شود یعنی حدود  $-7$  خواهد شد و این غیر واقعی و بی‌معنی خواهد بود.

۵ در قسمت (۲) پیش‌بینی به واقعیت نزدیک‌تر است. زیرا نرخ سودهایی که در جدول داده شده حداقل ۵ و حداکثر ۱۱ است و نرخ سود  $10/5$  در بین این دو عدد قرار دارد.

در این فعالیت هنرجو درک می‌کند که اگر درصد سود داده شده بین اعداد ۵ تا ۱۱ (کمترین و بیشترین سود در جدول) قرار داشته باشد، پیش‌بینی به واقعیت نزدیک‌تر است این حالت را **درون‌یابی** می‌نامند. اگر درصد سود داده شده بین اعداد ۵ تا ۱۱ (کمترین و بیشترین سود در جدول) قرار نداشته باشد، پیش‌بینی ممکن است از واقعیت دور شود که این حالت را **برون‌یابی** می‌نامند.

**مثال ۳** نمودار زیر میزان رشد گیاه را پس از ۵ روز نشان می‌دهد. می‌خواهیم طول گیاه را بعد از ۱۰ روز پیش‌بینی کنیم.



با توجه به اینکه بعد از مدتی، معمولاً رشد طولی متوقف می‌شود و یا میزان افزایش طول در واحد زمان کاهش می‌یابد، پیش‌بینی طول گیاه با استفاده از این نمودار بعد از ۱۰ روز (برون‌یابی)، ممکن است دقیق نباشد.

**هدف:** پیش‌بینی در حالت برون‌یابی و استدلال برای معنادار بودن یا معنادار نبودن وضعیت پیش‌بینی شده  
این مثال بیان‌کننده پیش‌بینی از روی نمودار برای وضعیت بیرون از ناحیه مشخص شده (برون‌یابی) است.

میزان مصرف اکسیژن توسط خرچنگ‌ها و دماي آب یا هوای رابطه دارد. نرخ مصرف اکسیژن نوعی خرچنگ در زیر آب در جدول زیر آورده شده است.

| دما (°C)                           | ۲۰ | ۲۵ | ۳۰ | ۳۵ | ۴۰ |
|------------------------------------|----|----|----|----|----|
| نرخ مصرف اکسیژن (Ml/min / Kg / Hr) | ۲۲ | ۲۷ | ۳۲ | ۳۷ | ۴۲ |

نمودار برگشتی و خط بهترین برازش این داده‌ها را رسم کنید.

**اهداف:**

- ۱ تقویت مهارت یافتن خط بهترین برازش،
- ۲ تقویت مهارت پیش‌بینی وضعیت‌ها به کمک درون‌یابی و برون‌یابی،
- ۳ پیوندها و اتصالات،
- ۴ استفاده از نرم‌افزار،

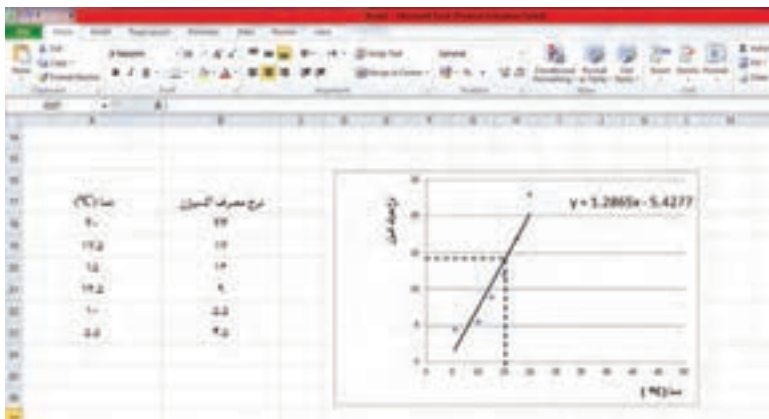
۵ مقایسه کردن،

۶ ارزیابی،

۷ بازنمایی‌ها،

۸ ارتباطات.

۱ نمودار پراکنش و خط بهترین برازش در زیر رسم شده است:



۲ به کمک نمودار اگر نرخ مصرف اکسیژن  $14 \text{ Mmol/Kg/Min}$  باشد، دما تقریباً  $15^\circ\text{C}$  خواهد شد. این وضعیت درون‌یابی است، زیرا نرخ مصرف اکسیژن ۱۴ بین دو عدد ۴/۵ و ۲۳ قرار دارد.

۳ معادله خط بهترین برازش به صورت  $y = 1/2865x - 5/4277$  است که در آن  $x$  دما و  $y$  میزان مصرف اکسیژن می‌باشد.

$$\begin{aligned}x = 0^\circ\text{C} &\rightarrow y \approx -5/4 \\x = 17^\circ\text{C} &\rightarrow y \approx 16/4 \\x = 50^\circ\text{C} &\rightarrow y \approx 58/9 \\x = 150^\circ\text{C} &\rightarrow y \approx 187/5\end{aligned}$$

۴ پیش‌بینی مقدار اکسیژن در دمای  $17^{\circ}\text{C}$  از درون‌یابی است زیرا حداقل دمای جدول داده شده  $5/5^{\circ}\text{C}$  و حداکثر  $20^{\circ}\text{C}$  است. دماهای  $0^{\circ}\text{C}$  و  $50^{\circ}\text{C}$  و  $150^{\circ}\text{C}$  برون‌یابی است، زیرا بین دو مقدار دمای  $5/5^{\circ}\text{C}$  و  $20^{\circ}\text{C}$  قرار ندارند.

۵ پیش‌بینی در دمای  $0^{\circ}\text{C}$  معنی ندارد زیرا مصرف اکسیژن نمی‌تواند منفی باشد. پیش‌بینی در دمای  $150^{\circ}\text{C}$  غیر واقعی بوده و معنادار نیست زیرا در این دما خرچنگ نمی‌تواند داخل آب باشد و می‌سوزد. پیش‌بینی در دمای  $50^{\circ}\text{C}$  برون‌یابی است که معنادار بوده و در واقعیت می‌تواند اتفاق بیفتد. پیش‌بینی در دمای  $17^{\circ}\text{C}$  درون‌یابی است و در واقعیت می‌تواند اتفاق بیفتد.

مهارت می‌تواند از مایش انجام دهد که به کمک آن، تأثیر نور را بر سرعت فلانسی توسط گیاه از طریق فتوسنتز بررسی کند.

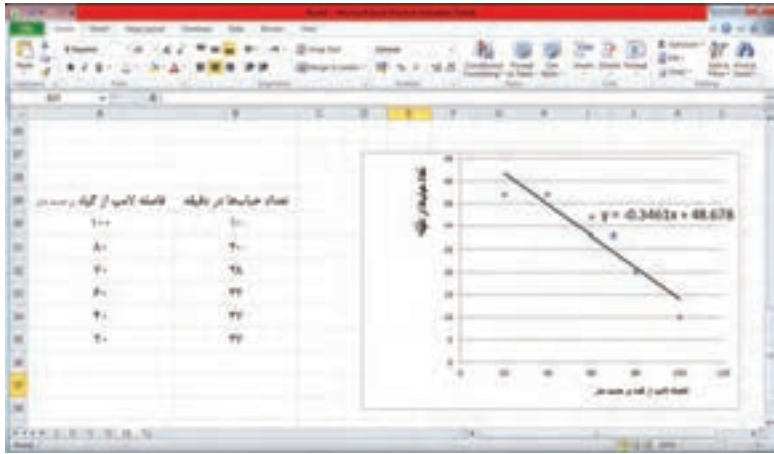
مهرز لامب را در  $10^{\circ}\text{C}$  متوی گیاه قرار داد و تعداد حباب‌هایی را که توسط گیاه در یک دقیقه تولید شد شمرد. سپس لامب را نزدیکتر کرده و در هر حالت، تعداد حباب‌های ایجاد شده توسط گیاه بر دقیقه را شمرد و نتایج را در جدول زیر ثبت کرد.

| تعداد حباب‌ها بر دقیقه | فاصله لامب از گیاه بر حسب متر |
|------------------------|-------------------------------|
| 10                     | 100                           |
| 20                     | 50                            |
| 25                     | 40                            |
| 33                     | 30                            |
| 37                     | 20                            |
| 37                     | 10                            |

الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش را برای این داده‌ها رسم کنید.  
 ب) با استفاده از نمودار، جمله زیر را کامل کنید.  
 هر چه فاصله لامب از گیاه ..... باشد، سرعت فتوسنتز ..... است.  
 پ) به ازای لامب در  $10^{\circ}\text{C}$  سانتی‌متری گیاه قرار داشته باشد، تعداد حباب‌ها بر دقیقه را پیش‌بینی کنید.  
 د) اگر لامب را در  $2^{\circ}\text{C}$  سانتی‌متری گیاه قرار دهید، برای پیدا کردن تعداد حباب‌هایی که گیاه تولید می‌کند از برون‌یابی استفاده می‌کنیم یا درون‌یابی؟ فکر می‌کنید در این وضعیت این پیش‌بینی بهتر درست باشد؟

### مهارت‌ها و فرایندها:

استدلال کردن، مهارت کار با ابزار، حل مسئله، پرورش تفکر بصری، پیوند و اتصال ریاضی با خارج ریاضی، ارتباطات، مهارت پیش‌بینی، بازنمایی‌های چندگانه هدف: درون‌یابی و برون‌یابی در موقعیت طبیعی رشد گیاه و استدلال جهت معنادار بودن یا نبودن پیش‌بینی الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش در صفحه بعد رسم شده است:



ب) هر چه فاصله لامپ از گیاه بیشتر باشد، سرعت فتوسنتز کمتر است.

پ) معادله خط بهترین برازش به صورت  $y = -0.3461x + 48.678$  است که در آن  $x$  فاصله لامپ از گیاه بر حسب متر و  $y$  تعداد حبابها در دقیقه است. می توان تعداد حبابها را در فاصله ۱۰ سانتی متری یا ۰/۱ متری حساب کرد:

$$y = -0.3461(0.1) + 48.678 \rightarrow y \approx 48.64$$

ت) ۲ سانتی متر برابر ۰/۰۲ متر است و برون یابی است زیرا فاصله لامپ از گیاه در جدول بر حسب سانتی متر از ۲۰ تا ۱۰۰ است.

(۱۰۰ ≤ فاصله لامپ بر حسب سانتی متر ≤ ۲۰)

$$y = -0.3461(0.02) + 48.678 \rightarrow y \approx 48.67$$

پیش بینی این وضعیت تقریباً مشابه قسمت قبل است یعنی وقتی لامپ به گیاه خیلی نزدیک می شود تغییر در تعداد حبابها ایجاد نمی شود و پیش بینی واقعی به نظر نمی رسد و درست نیست.

ایمان برای شرکت در مسابقات دو ۱۰۰ متر، تمرین می‌کند. جدول زیر، زمان به پایان رساندن مسیر را بر حسب ثانیه در پایان هر هفته تمرین نشان می‌دهد.

| زمان به پایان رساندن مسیر | تعداد هفته‌های تمرین |
|---------------------------|----------------------|
| ۱۳                        | ۱                    |
| ۱۴                        | ۲                    |
| ۱۱۵                       | ۳                    |
| ۱۱۳۵                      | ۴                    |
| ۱۱                        | ۵                    |

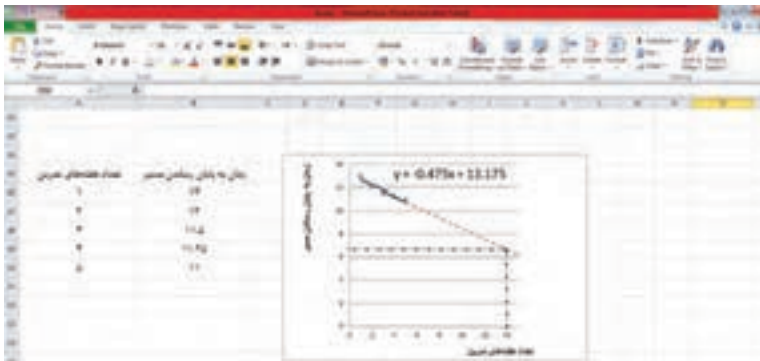
الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش را برای این داده‌ها رسم کنید.  
 ب) به کمک نمودار یا معادله خط بهترین برازش، زمان به پایان رساندن مسیر توسط ایمان پس از ۱۴ هفته را پیش‌بینی کنید.  
 پ) آیا این پیش‌بینی شما درست است؟ برای پاسخ به این سؤال رکورد جهانی دو ۱۰۰ متر مردان را از اینترنت پیدا کنید.  
 ت) برای این پیش‌بینی از آزمون‌های استفاده کرده‌اید یا برون‌یابی؟ آیا پاسخ به دست آمده معنادار است؟ توضیح دهید چرا؟

### مهارت‌ها و فرایندها:

حل مسئله، استدلال کردن، بازنمایی‌های چندگانه، پیوند و اتصال ریاضی با خارج ریاضی، ارتباطات، مهارت پیش‌بینی، مهارت جست‌وجو در منابع اضافه، پرورش تفکر بصری

هدف: برون‌یابی در موقعیت ورزشی و مقایسه با وضعیت واقعی موجود جهت معناداری پیش‌بینی

الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش در زیر رسم شده است:



ب) معادله خط بهترین برازش به صورت زیر است:

$$y = -0.4475x + 22.175 \quad \xrightarrow{x=14} \quad y \approx 6.52$$

یعنی پس از ۱۴ هفته زمان به پایان رساندن مسیر برابر ۶/۵۲ ثانیه خواهد شد که از



روی نمودار هم می‌توان آن را که به صورت خط چین مشخص شده، مشاهده کرد. (پ) رکورد جهانی دو ۱۰۰ متر برابر ۹/۵۸ ثانیه است و پیش‌بینی غیر واقعی بوده و درست نیست. (ت) برای این پیش‌بینی از برون‌یابی استفاده شده است. خیر. زیرا از دامنه داده‌های جمع‌آوری شده در برون‌یابی خیلی دور شده‌ایم و هیچ انسانی نمی‌تواند با این سرعت بدود.

جدول زیر تعداد کشورهای شرکت‌کننده در المپیک تابستانی را از سال ۱۹۴۸ تا سال ۲۰۰۰ نشان می‌دهد.

| سال  | تعداد کشورها | سال  | تعداد کشورها |
|------|--------------|------|--------------|
| ۱۹۴۸ | ۵۹           | ۱۹۷۶ | ۹۲           |
| ۱۹۵۲ | ۶۹           | ۱۹۸۰ | ۸۰           |
| ۱۹۵۶ | ۷۲           | ۱۹۸۴ | ۱۴۰          |
| ۱۹۶۰ | ۸۳           | ۱۹۸۸ | ۱۶۰          |
| ۱۹۶۴ | ۹۳           | ۱۹۹۲ | ۱۶۹          |
| ۱۹۶۸ | ۱۱۲          | ۱۹۹۶ | ۱۷۷          |
| ۱۹۷۲ | ۱۲۱          | ۲۰۰۰ | ۱۹۹          |

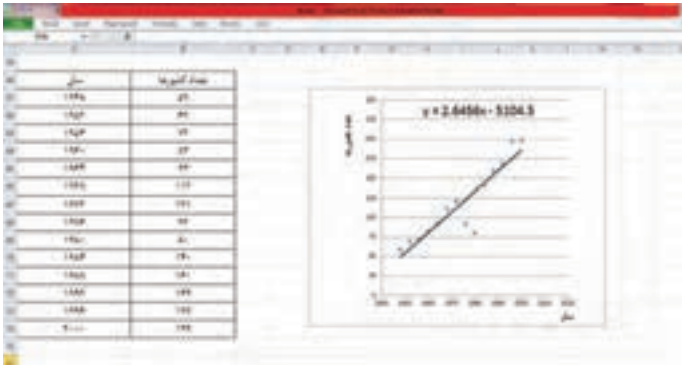
الف) نمودار براکتش و خط بهترین برازش را برای این داده‌ها رسم کنید.  
 ب) به کمک معادله خط بهترین برازش، تعداد کشورهای شرکت‌کننده در المپیک ۲۰۰۴ و المپیک ۲۰۱۶ را پیش‌بینی کنید.  
 پ) با مراجعه به اینترنت، تعداد کشورهای شرکت‌کننده در سال ۲۰۰۴ و سال ۲۰۱۶ را پیدا کنید. این تعداد را با پیش‌بینی‌های خودتان مقایسه کنید. در صورت وجود اختلاف، توضیح دهید چرا این اختلاف وجود دارد.  
 ت) به کمک معادله یا نمودار، تعداد کشورهای شرکت‌کننده در سال ۲۰۲۸ را پیش‌بینی کنید (با این پیش‌بینی معنادار است؟ دلیل خود را توضیح دهید.)

### مهارت‌ها و فرایندها:

حل مسئله، مهارت جست‌وجو در منابع اضافه، استدلال کردن، بازنمایی‌های چندگانه، پیوند و اتصال ریاضی با خارج ریاضی، ارتباطات، مهارت پیش‌بینی

هدف: برون‌یابی در موقعیت ورزشی و مقایسه با وضعیت واقعی موجود جهت معناداری پیش‌بینی

الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش در زیر رسم شده است:



## بخش سوم: میانه

### اهداف بخش

- آشنایی با میانه به عنوان یکی از شاخص‌های مرکزی برای تحلیل داده‌های یک نمونه
- استفاده از میانه برای تحلیل داده‌ها
- درک موارد استفاده از میانه در مقایسه با میانگین

### پیش نیازهای بخش

آشنایی با میانگین  
واژه‌های کلیدی: میانه

### نگاه کلی به بخش

در این بخش با درک این موضوع که میانگین همیشه شاخص خوبی برای توصیف نمونه نیست، لزوم معرفی شاخص جدیدی به نام میانه مطرح می‌شود. با بیان وضعیتی در زندگی روزانه، نمونه‌ای از تصمیم‌گیری براساس شاخص‌های مرکزی معرفی می‌شود. میانه «مقدار یا عددی» است که تعداد داده‌های قبل و بعد از آن با هم برابر است. نکته اول در تأکید بر واژه «مقدار» به جای «داده» این است که میانه ممکن است در بین داده‌ها نباشد (وقتی تعداد داده‌ها زوج است) به همین دلیل از مقدار صحبت می‌کنیم. برخی اوقات شنیده می‌شود که میانه داده‌ای است که نصف داده‌ها از آن بیشتر و نصف داده‌ها از آن کمتر است و این جمله اشتباه است زیرا در صورت تکرار داده‌ها، ممکن است کمتر از نیمی از داده‌ها از میانه کمتر یا بیشتر باشد. یا گاهی از جملات **مطلقاً** مانند اینکه میانه داده‌ها را نصف می‌کند یعنی ۵۰٪ داده‌ها قبل و بعد از آن قرار دارد صحبت می‌شود که این درصدها

تقریبی است نه مطلق. برای مثال اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، تعداد  $\frac{n-1}{2}$  قبل و بعد از میانه قرار دارند که تقریباً ۵۰٪ داده‌ها است. بنابراین، اگر بخواهیم با زبان درصد از داده‌ها صحبت کنیم بهتر است از «تقریباً» استفاده کنیم. پس از تدریس این مفهوم در زمان مناسب، از هنرجویان بخواهید با مثال اشکال دو عبارت بالا را نشان دهند.

نکته‌ای که در کار با میانه باید به آن توجه کرد این است که میانه صرفاً به برابری تعداد داده‌ها بعد و قبل از آن توجه دارد و به بزرگی و کوچکی داده‌ها کاری ندارد.

یعنی در حالت کلی نسبت به اندازه داده‌ها حساسیت ندارد (برعکس میانگین که با تغییر هر داده، مقدار آن تغییر می‌کند). می‌توانید از هنرجویان بخواهید که مثال‌هایی ارائه کنند که با تغییر اندازه داده‌ها، میانه تغییر نکند.

از میانه و تعمیم‌های آن مانند چارک‌ها، دهک‌ها، و صدک‌ها می‌توان در مسائل اقتصادی استفاده کرد. برای مثال برای آنکه بدانند چه درصدی از افراد جامعه از یک دهم درآمد ملی بهره می‌برند از دهک‌ها استفاده می‌کنند، یا برای شناخت اینکه نمره نصف هنرجویان از چه نمره‌ای کمتر است از میانه استفاده می‌شود.

## ورود به مطلب

برای ورود به مطلب موقعیتی طرح شده است که هنرجو را در شرایطی قرار می‌دهد که متوجه شود با دانستن میانگین به عنوان یک شاخص برای تحلیل وضعیت نمی‌تواند به خوبی تصمیم‌گیری کند. مشابه چنین وضعیتی را می‌توان با طرح سؤال‌هایی در کلاس ایجاد کرد، مانند: قضاوت شما درباره عملکرد کلاسی که نیمی از هنرجویان آن نمره بالاتر از ۱۷ گرفته‌اند چیست؟ آیا اگر توزیع نمرات هنرجویانی را نیز که نمره آنها کمتر از ۱۷ است، بدانیم، می‌توانیم قضاوت بهتری داشته باشیم؟ اگر نیمی از هنرجویان نمره کمتر از ۱۰ گرفته باشند و نمره شما ۱۱ باشد، در مورد عملکرد شما چه می‌توان گفت؟

## فعالیت آموزشی

هدف این فعالیت آشنایی با مواردی است که میانگین توصیف خوبی برای تصمیم‌گیری ارائه نمی‌کند و در نتیجه لزوم معرفی شاخص میانه طرح می‌شود.

نکته ۱: داده‌های ارائه شده در لیست حقوق کارکنان را از کم به زیاد مرتب کنید.

نکته ۲: عددی را پیدا کنید که تعداد حقوق‌های قبل از آن، با تعداد حقوق‌های بعد از آن برابر باشد.

### اهداف موضوعی:

درک نقش میانه در توصیف وضعیت داده‌ها و لزوم استفاده از آن،  
مهارت‌ها و فرایندها:

۱ حل مسئله،

۲ پیوندها و اتصال‌ها،

۳ مقایسه کردن.

#### حل فعالیت ۴

۱  $۵/۸, ۳/۲, ۱/۸, ۱/۷, ۱/۳, ۱/۲, ۱/۱, ۱, ۵/۹$

۲ عدد  $۱/۳$  میلیون تومان جواب است زیرا چهار عدد قبل از آن و چهار عدد بعد از آن قرار دارند. یعنی تقریباً  $۵\%$  حقوق‌ها بزرگ‌تر یا مساوی با  $۱/۳$  میلیون تومان است. در این مسئله عدد میانه درک بهتری از حقوق کارکنان نسبت به عدد میانگین به ما می‌دهد.

**مثال ۴**

ماده‌های را که علی در روزهای یک هفته مطالعه کرده است به صورت زیر است:

$$۵ - ۵ - ۱ - ۴ - ۳ - ۲ - ۲$$

برای پیدا کردن میانه، ابتدا داده‌ها را به شکل زیر مرتب می‌کنیم:

$$۱ - ۲ - ۳ - ۳ - ۴ - ۵ - ۵$$

عدد ۳ میانه است. جایگاه این عدد مشخص می‌کند که تعداد داده‌های قبل از جایگاه عدد ۳ با تعداد داده‌های بعد از آن، برابرند.

هدف: یادگیری میانه

در این مثال هنرجو عدد تکراری ۳ را مشاهده می‌کند که باید دو بار نوشته شود و سپس میانه به دست می‌آید. در گفت‌وگو بین دبیر و دانش‌آموزان، دبیر می‌خواهد حقوق طاهها ( $۱/۵$ ) را به لیست حقوق کارکنان اضافه کند و چون تعداد داده‌ها زوج می‌شود چالشی در پیدا کردن عدد میانه به وجود می‌آید. اگر دانش‌آموزان لیست حقوق کارکنان را با اضافه کردن حقوق طاهها ( $۱/۵$ ) دوباره بنویسند به صورت زیر خواهد شد:

$۵/۸, ۳/۲, ۱/۸, ۱/۷, ۱/۵, ۱/۳, ۱/۲, ۱, ۵/۹$

دانش‌آموزان مشاهده می‌کنند پس از مرتب کردن، با دو قسمت کردن داده‌ها هیچ عددی در وسط باقی نمی‌ماند بنابراین دنبال میانه می‌گردند. آنها ممکن است هر عددی مانند  $۱/۳۵, ۱/۳۸$  و غیره را که بین  $۱/۳$  و  $۱/۵$  هستند به عنوان میانه بیان کنند اما باید بدانند که به صورت قراردادی میانگین دو داده  $۱/۳$  و  $۱/۵$  را میانه می‌گیرند که برابر  $۱/۴$  است.

**مثال ۵**

مصرف شیر ۱۰ خانواده ۴ نفره در یک ماه بر حسب لیتر به صورت زیر است:

$$۱۵ - ۵ - ۱۰ - ۳ - ۱۳ - ۱۱ - ۸ - ۹ - ۵ - ۱۴$$

برای پیدا کردن میانه، ابتدا داده‌های مسئله را مرتب می‌کنیم:

$$۳ - ۵ - ۵ - ۹ - ۸ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵$$

میانه  $\frac{۹+۱۰}{۲} = ۹$

**هدف:** یادگیری میانه با مثال‌های متفاوت  
 در این مثال هنرجو یاد می‌گیرد زمانی که داده‌ها تعدادشان زوج شود مفهوم میانه  
 تغییر نمی‌کند بلکه با تعیین قرارداد، یک عدد به عنوان میانه محاسبه می‌شود.

**سوال ۶**

تعداد نان مصرفی ۷ خانواده در یک هفته به صورت زیر است:

$$15, 13, 13, 14, 14, 13, 8$$

میانه مصرف این خانواده‌ها برابر با ۱۳ است.

میانه مصرف این خانواده‌ها برابر ۱۳ است زیرا:  
 ۸، ۱۰، ۱۳، ۱۳، ۱۴، ۱۴، ۱۵

**هدف:** یادگیری میانه با مثال‌های متفاوت  
 در این مثال پس از مرتب‌کردن داده‌ها مشخص می‌شود که میانه ۱۳ است. میانه  
 ۱۳ به این معنی است که مصرف نان تقریباً ۵۰ درصد خانواده‌ها بیشتر از ۱۳ عدد  
 در هفته است.

**سوال ۷**

در یک منطقه ۵ خانه به دست آمده است. اگر ۶، ۱۲، ۱۲ و ۱۴ چهار تا از این خانه‌ها باشند، خانه  
 پنجم را به گونه‌ای پیدا کنید که میانگین و میانه این خانه‌ها با هم برابر باشند.  
 چون ۵ خانه داریم، میانه در جایگاه سوم قرار دارد. پس فرض می‌کنیم که خانه مورد نظر از ۶ کوچکتر، یا  
 بین ۶ و ۱۲، یا بین ۱۲ و ۱۴ و یا از ۱۴ بزرگتر باشد؛ در هر صورت، میانه ۱۲ خواهد بود. فرض برابری  
 میانگین نشان می‌دهد که میانگین هم برابر با ۱۲ است. پس مجموع ۵ خانه باید  $5 \times 12 = 60$   
 باشد. یعنی خانه پنجم برابر است با  $60 - (6 + 12 + 12 + 14) = 16$ .

**هدف:** سازماندهی تفکرات ریاضی درباره میانه و میانگین و استدلال کردن

**تمرین ۱۳**

۱. تعداد روزهای مسافرت چند خانواده به صورت مقابل است: ۲، ۵، ۷، ۴، ۹، ۶، ۳، ۸

میانه این داده‌ها را بنویسید.

۲. اگر تعداد داده بدون تکرار و ... (فرد) زوج باشد، میانه در داده‌ها قرار ندارد.

۳. داده‌های زیر تعداد شرکت‌کنندگان شهرهای مختلف را در یک مسابقه نشان می‌دهد و میانه  
 داده‌ها عدد ۱۷ است. در دایره و مربع چه افرادی می‌توانند قرار بگیرند؟ چرا؟

۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ، ، ۱۶، ۱۹، ۱۹، ۲۰، ۲۰

**اهداف موضوعی:**

۱. تقویت مهارت یافتن میانه،
۲. پیوندها و اتصال‌ها،
۳. حل مسئله،
۴. استدلال کردن،
۵. تفکر واگرا

هدف: تمرین و استدلال

۱ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{cccccccc} \underline{2} & \underline{3} & \underline{3} & \underline{4} & \underline{5} & \underline{6} & \underline{7} & \underline{8} \\ & & & \swarrow & \searrow & & & \\ & & & \text{میانۀ} & & & & \\ & & & = \frac{4+5}{2} = 4.5 & & & & \end{array}$$

چون تعداد داده‌ها زوج است پس از مرتب کردن داده‌ها میانگین دو داده وسط برابر میانه است

۲ اگر تعداد داده‌ها بدون تکرار و زوج باشد، عدد میانه در داده‌ها قرار ندارد.

۳ چون عددها مرتب هستند و تعداد داده‌ها فرد است پس عدد میانه در داده‌ها قرار دارد و در جای هفتم یعنی در دایره قرار می‌گیرد. چون تعداد شرکت‌کنندگان عدد طبیعی است پس در مربع می‌تواند عدد ۱۷ یا ۱۸ قرار داشته باشد.

۲۰ ، ۲۰ ، ۱۹ ، ۱۹ ، ۱۸ ، □ ، ۱۷ ، ۱۵ ، ۱۴ ، ۱۳ ، ۱۳ ، ۱۲ ، ۱۱

مثالی بزنید که میانۀ در بین داده‌ها نباشد و مثالی بزنید که میانۀ در بین داده‌ها باشد.

مهارت‌ها و فرایندها:

حل مسئله

هدف: سازماندهی تفکرات و ارائه مثال

هر تعداد فرد داده می‌تواند پاسخ درست باشد به‌طور مثال ۱۲ ، ۱۰ ، ۹ ، ۴ ، ۳ که میانه برابر ۹ است و در بین داده‌ها قرار دارد.

هر تعداد زوج داده می‌تواند پاسخ درست باشد به‌طور مثال ۲۰ ، ۲۰ ، ۱۸ ، ۱۵

که میانه برابر  $19 = \frac{18+20}{2}$  است و در بین داده‌ها قرار ندارد.

۲ اگر همه داده‌ها ۲ برابر شوند، میانه چه تغییری می‌کند؟

مهارت‌ها و فرایندها:

مهارت مقایسه و الگویابی

هدف: مقایسه و استدلال و الگویابی

می‌توان تعدادی داده مثال زد مانند: ۱۴ ، ۱۰ ، ۹ ، ۷ ، ۵ که میانه برابر ۹ است. اکنون داده‌ها را ۲ برابر می‌کنیم: ۲۸ ، ۲۰ ، ۱۸ ، ۱۴ ، ۱۰ که میانه برابر ۱۸ است. حالا با مقایسه می‌توان فهمید که میانه هم ۲ برابر می‌شود. برای تعداد زوج نیز می‌توان مثال آورد.

به صورت کلی اگر  $a$  ،  $b$  ،  $c$  سه عدد مرتب شده باشند  $b$  میانه خواهد شد که با ۲ برابر شدن به صورت  $2a$  ،  $2b$  ،  $2c$  خواهد شد که میانه برابر  $2b$  می‌شود. برای تعداد زوج نیز این نتیجه حاصل خواهد شد.

سوال

در جلسه‌های تمرین پرتاب نیزه دو ورزشکار، پرتاب‌های مختلفی انجام دادند. مسافت پرتاب شده توسط آنها بر حسب متر به صورت زیر است:

ورزشکار اول: ۷۰، ۶۵، ۶۰، ۷۲، ۶۳، ۷۱، ۶۶، ۶۹، ۵۸، ۶۶، ۵۵، ۷۰، ۷۰  
 ورزشکار دوم: ۷۵، ۶۰، ۷۰، ۷۲، ۶۵، ۷۱، ۶۵، ۶۸، ۵۸، ۵۹، ۶۸، ۷۰

میانگین پرتاب دو ورزشکار را با هم مقایسه کنید. توضیح دهید در این مسئله، میانگین چه چیزی را نشان می‌دهد. عملکرد کدامیک را بهتر ارزیابی می‌کنید؟

**مهارت‌ها و فرایندها:** مهارت مقایسه و ارزیابی کردن، پیوند و اتصال ریاضی با خارج ریاضی، ارتباطات

**هدف:** به کارگیری میانگین، مقایسه و استدلال

ورزشکار اول: ۷۲، ۷۱، ۷۰، ۷۰، ۶۹، ۶۶، ۶۶، ۶۵، ۶۳، ۶۰، ۵۸، ۵۵

اول

ورزشکار دوم: ۷۵، ۷۲، ۷۱، ۷۰، ۷۰، ۶۸، ۶۸، ۶۵، ۶۵، ۶۰، ۵۹، ۵۸

دوم

میانگین تعداد پرتاب‌های ورزشکار اول برابر ۶۶ و میانگین تعداد پرتاب‌های ورزشکار دوم برابر ۶۸ است.

میانگین نشان می‌دهد که تقریباً ۵۰٪ پرتاب‌ها بیشتر از میانگین و تقریباً ۵۰٪ پرتاب‌ها کمتر از میانگین هستند. دامنه تغییرات پرتاب‌های هر دو ورزشکار برابر است پس در ارزیابی کمکی نمی‌کند. میانگین پرتاب‌های ورزشکار اول تقریباً  $65/7$  و میانگین پرتاب‌های ورزشکار دوم تقریباً  $66/7$  است. میانگین و بالاترین پرتاب ورزشکار دوم از ورزشکار اول بیشتر است که عملکرد بهتر ورزشکار دوم را نشان می‌دهد.

سوال

داده‌های مقابل را در نظر بگیرید:

الف) میانگین و میانگین این داده‌ها را حساب کنید.

ب) در داده‌ها به جای عدد ۸، عدد ۹۰ را بنویسید و مجدداً میانگین و میانگین را حساب کنید. با توجه به تغییرات انجام شده در قسمت الف، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

پ) با تغییر یکی از داده‌ها (میانگین) همواره تغییر می‌یابد.

ت) میانگین به کوچکی و بزرگی داده‌های قبل و بعد از خود بستگی ندارد.

**مهارت‌ها و فرایندها:** حل مسئله، تعمیم دادن

**هدف:** مقایسه و استدلال

الف) میانگین برابر  $5/3$  و میانگین برابر ۵ است.

ب) داده‌ها به صورت مقابل خواهند شد: ۳، ۵، ۹۰

میانگین برابر  $32/6$  و میانگین برابر ۵ است.

با مقایسه دو قسمت بالا می‌توان نتیجه گرفت:

پ) با تغییر یکی از داده‌ها میانگین همواره تغییر می‌یابد.

ت) میانگین به کوچکی و بزرگی داده‌های قبل و بعد از خود بستگی ندارد.



سوال

۱۱ میانه نمرات دانش آموزان یک کلاس ۲۵ نفری برابر ۱۷ است. میانه چه اطلاعاتی درباره نمره‌های کلاس به شما می‌دهد؟

### مهارت‌ها و فرایندها: ارتباطات

#### هدف: ارتباط کلامی

میانه ۱۷ مشخص کننده آن است که تعداد داده‌های بعد از میانه و قبل از میانه با یکدیگر برابرند اما در مورد بیشترین و کمترین نمره و سایر نمره‌ها هیچ اطلاعاتی به ما نمی‌دهد.

سوال

۱۲ میانه نمرات ریاضی در دو کلاس ۱۷ و ۱۲ است. وضعیت نمرات دو کلاس را توصیف کنید.

### مهارت‌ها و فرایندها: ارتباطات

#### هدف: استدلال و ارتباط کلامی

می‌توان گفت دانش‌آموزان کلاس با میانه ۱۷، وضعیت بهتری دارند زیرا حداقل نیمی از کلاس نمره ۱۷ یا بیشتر گرفته‌اند. اما در کلاس دیگر حداقل نیمی از کلاس نمره ۱۲ یا بیشتر گرفته‌اند، هرچند در مورد نمره‌های زیر ۱۷ نمی‌توان نظری ارائه کرد و ممکن است نمره‌های بیشتر از ۱۲ هم خیلی خوب نباشند.

سوال

۱۳ میانگین ۵ داده برابر با ۱۷ و میانه آنها ۱۴ است. ۵ عدد مثال بزنید که این شرایط را داشته باشند. این مسئله چند جواب می‌تواند داشته باشد؟

### مهارت‌ها و فرایندها:

استدلال کردن، پرورش تفکر واگرا

هدف: به کارگیری میانه، میانگین و استدلال

چون میانگین ۵ داده برابر ۱۷ است پس مجموع داده‌ها برابر  $85 = 17 \times 5$  است. میانه در جایگاه سوم باید قرار داشته باشد و عدد ۱۴ است. با این شرایط چهار داده دیگر را باید بنویسیم.

و  و  و  و

می‌توان پنج عدد ۴۵، ۱۵، ۱۴، ۹، ۲ یا پنج عدد ۵۰، ۱۷، ۱۴، ۲، ۲ و غیره را در نظر گرفت. بنابراین مسئله جواب‌های زیادی دارد.

## بخش چهارم: نمودار جعبه‌ای

### اهداف بخش

- آشنایی با چارک‌ها
- آشنایی با نمودار جعبه‌ای
- کسب مهارت رسم نمودار جعبه‌ای
- تحلیل نمودار جعبه‌ای
- تفسیر و توصیف وضعیت‌ها به کمک نمودار جعبه‌ای

### پیش نیازهای بخش

- آشنایی با دامنه تغییرات
- واژه‌های کلیدی: چارک اول، چارک سوم، نمودار جعبه‌ای

### نگاه کلی به بخش

در این بخش پس از معرفی چارک‌های اول و سوم، با مقایسه شاخص‌های عددی سعی می‌شود تعبیری هندسی از این شاخص‌ها معرفی شود. نمودار جعبه‌ای شاخص‌های عددی و هندسی را ترکیب می‌کند. بهتر است مثال‌هایی زده شود که کمترین مقدار، بیشترین مقدار و چارک‌های برابر دارند ولی توزیع آنها یکسان نیست. از هنجاریان بخواهید نمودار جعبه‌ای را با نمودارهای دیگر مقایسه کنند. این مقایسه باعث می‌شود درک بهتری از موارد استفاده، نقاط قوت و ضعف نمودار پیدا کنند.

مقایسه نمودارهای جعبه‌ای مختلف، برای مثال عملکرد دو کلاس، برای تحلیل داده‌ها مورد تأکید است.

در معرفی چارک‌ها نیز، ملاحظات آنکه در ارتباط با میانه مطرح شد باید در نظر گرفته شوند. به این نکته باید توجه داشت که چارک دوم در واقع همان میانه است. چون میانه واژه رسمی برای توصیف این مقدار است، معمولاً از نام چارک دوم استفاده نمی‌شود و از آن با میانه نام برده می‌شود.

### ورود به مطلب

برای ورود به مطلب موقعیتی طرح شده است که در آن عملکرد دو کلاس با هم مقایسه می‌شوند. در این مقایسه نقش نمودارها و ارائه هندسی در بیان سریع

اطلاعات مشخص می‌شود.

## فعالیت آموزشی

هدف این فعالیت آشنایی با چگونگی رسم نمودار جعبه‌ای و توصیف وضعیت به کمک تفسیر نمودار جعبه‌ای است.

**اهداف**

نمره‌های هر نیمه شش درس ریاضی کلاس «کوشش» به صورت زیر است:

۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۲، ۱۲، ۱۵، ۱۵، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۱۹، ۱۹، ۲۰، ۲۰

**۱** میانه نمره‌ها را با نقطه‌ای به نام  $M$  روی خط‌چین زیر مشخص کنید.

---

**۲** برای اعداد قبل از میانه، دوباره میانه را پیدا کنید و آن را روی خط‌چین با نقطه  $C$  مشخص کنید همچنین برای اعداد بعد از میانه، دوباره میانه را پیدا کنید و آن را روی خط‌چین با نقطه  $D$  مشخص کنید.

---

**۳** کمترین نمره را با نقطه  $A$  و بیشترین نمره را با نقطه  $B$  روی خط‌چین مشخص کنید.

---

**۴** مستطیلی رسم کنید که نقاط  $C$  و  $D$  روی عرض‌های این مستطیل جمعاً قرار گیرند. پاره‌خطی از  $A$  به  $C$  و پاره‌خطی از  $B$  به  $D$  وصل کنید. درصد تعداد نمرات دانش‌آموزان در هر بازه را پیدا کرده و در جدول زیر را کامل کنید.

| بازه نمرات                | قبل از $C$ | بین $C$ و $D$ | بعد از $D$ | قبل از $D$ |
|---------------------------|------------|---------------|------------|------------|
| درصد تعداد نمرات هر جویان |            |               |            |            |

### اهداف موضوعی:

**۱** آشنایی با نمودار جعبه‌ای،

**۲** توصیف وضعیت داده‌ها با استفاده از نمودار جعبه‌ای،

**مهارت‌ها و فرایندها:**

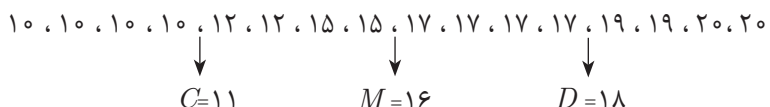
**۱** حل مسئله،

**۲** پیوندها و اتصالات،

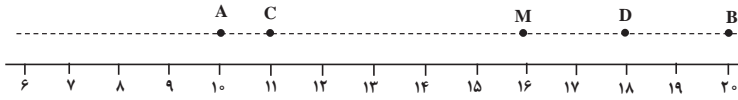
**۳** مقایسه کردن،

**۲** بازنمایی‌ها.

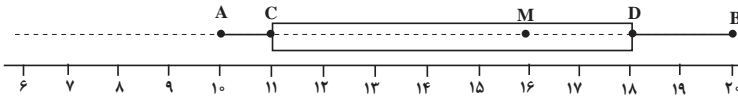
پاسخ‌های (۱، ۲ و ۳)



که روی شکل آن‌ها را مشخص می‌کنیم.



(۴) نمودار به صورت زیر کامل شده است:



| بازه نمرات                   | قبل از $C$ | بین $C$ و $D$ | قبل از $D$ | بعد از $D$ |
|------------------------------|------------|---------------|------------|------------|
| درصد تعداد نمرات دانش‌آموزان | ۲۵         | ۵۰            | ۷۵         | ۲۵         |

**مثال ۸**  
نمودار جعبه‌ای زیر را در نظر بگیرید.

در این نمودار میانه برابر با ۷ است. نزدیک‌ترین بونن میانه به چارک اول (۶)، نسبت به چارک سوم (۹) نشان می‌دهد. تمرکز داده‌ها در سمت چپ میانه بیشتر از سمت راست میانه است (زیرا تعداد داده‌ها در هر دو طرف برابر است ولی در سمت چپ، ۵۲ درصد داده‌ها بین ۶ و ۷ است. در صورتی که در سمت راست، ۵۲ درصد داده‌ها بین ۷ و ۹ است). به همین ترتیب، بیشتر بونن ششگانه سمت چپ نسبت به ششگانه سمت راست نشان می‌دهد که پراکندگی داده‌ها در سمت چپ بیشتر از پراکندگی داده‌ها در سمت راست است.

**هدف:** تحلیل نمودار جعبه‌ای و پراکندگی بین چارک‌ها  
میانه و چارک اول و چارک سوم داده‌ها را به چهار قسمت تقریباً مساوی از نظر تعداد مشخص می‌کند که از روی نمودار بلندتر بودن طول هر قسمت مشخص کننده پراکندگی بیشتر در آن قسمت است.

**مثال ۹**  
بسیار زودتر، در یک شهر، آمار تحصیلات نیروی کار از چهار روز قبل از تعطیلات طی ۳۰ روز به صورت زیر گزارش کرده است.

نمودار جعبه‌ای را برای این داده‌ها رسم می‌کنید.  
ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنید.

۷, ۸, ۹, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۲۰, ۲۲, ۲۶, ۲۶, ۲۸, ۲۲, ۲۵

**هدف:** به کارگیری ریاضیات در تحلیل وضعیت تصادفات رانندگی در این مثال برای هنرجو دامنه تغییرات یادآوری شده است تا فاصله تغییرات داده‌ها مشخص گردد سپس به رسم نمودار با نام‌گذاری که بعد از فعالیت ۵ داده شده پرداختیم. توصیف نمودار جعبه‌ای در آخر توضیح داده شده است. بلندتر بودن خط سمت راست جعبه نسبت به خط سمت چپ جعبه نشان دهنده پراکندگی بیشتر تعداد تصادفات در آن قسمت است.

جایگاه میانه را می‌توان به صورت زیر حساب کرد:

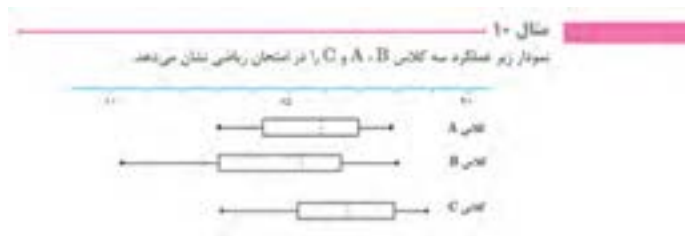
$$1 + \frac{\text{تعداد داده‌ها}}{2} < \text{جایگاه میانه برای داده‌ها با تعداد زوج} < \frac{\text{تعداد داده‌ها}}{2}$$

$$\text{جایگاه میانه برای داده‌ها با تعداد فرد} = \frac{1 + \text{تعداد داده‌ها}}{2}$$

در مثال بالا تعداد داده‌ها ۲۰ است پس جایگاه میانه بین داده‌های دهم و یازدهم

است.  $1 + \frac{20}{2} < \text{جایگاه میانه} < \frac{20}{2}$  اگر تعداد داده‌ها ۱۵ تا باشد جایگاه میانه

برابر با هشت است زیرا  $\frac{15+1}{2} = 8$  یعنی میانه هشتمین داده است.



**هدف:** مقایسه نمودارهای جعبه‌ای با یکدیگر در یک موضوع در این مثال مقایسه نمودارهای جعبه‌ای نمره‌های ریاضی سه کلاس انجام شده است.

امروز کلاس ۳

میزان بارندگی ابر حسب میلر متر) در یک شهر طی ۱۵ روز به صورت زیر گزارش شده است.

۱۴، ۳، ۲، ۸، ۰، ۰، ۵، ۲۵، ۱۵، ۱۲، ۰، ۹، ۱، ۵، ۰، ۲

الف) چارک اول، میانگین و چارک سوم چه اعدادی هستند؟

ب) تقریباً چند درصد داده‌ها بین  $Q_1$  و  $Q_3$  قرار دارند؟

ب) نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم و آن را تفسیر کنید.

### اهداف:

- ۱ تقویت مهارت محاسبه چارک‌ها،
  - ۲ تقویت مهارت رسم نمودار جعبه‌ای،
  - ۳ تقویت مهارت تفسیر وضعیت داده‌ها با استفاده از نمودار جعبه‌ای،
  - ۴ حل مسئله،
  - ۵ بازنمایی‌ها،
  - ۶ پیوندها و اتصال‌ها،
  - ۷ استدلال کردن،
  - ۸ مقایسه کردن،
  - ۹ ارتباطات،
  - ۱۰ تفکر بصری.
- ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

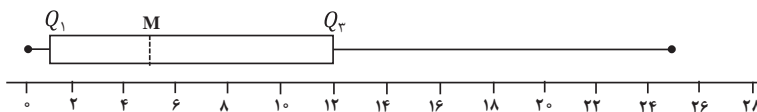
۰، ۰، ۰، ۱، ۲، ۲، ۳، ۵، ۵، ۸، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۶، ۲۵

الف)  $Q_1 = 1$  چارک اول

میانگین =  $M = 5$

$Q_3 = 12$  چارک سوم

ب) تقریباً ۵۰٪ داده‌ها بین  $Q_1$  و  $Q_3$  یعنی داخل جعبه قرار دارند.



پ) با توجه به نمودار، پراکندگی در میزان بارندگی بعد از میانه بیشتر مشاهده می‌شود. دنباله سمت راست نسبت به دنباله سمت چپ بلندتر است، یعنی پراکندگی بارش‌ها در این قسمت بیشتر است. ۵۰ درصد روزها بارش بیشتر از



۵ میلی‌متر و ۲۵ درصد روزها بارش بیشتر از ۱۲ میلی‌متر داریم.  
 هدف: بازنمایی و ارتباط کلامی

الف) میانه برابر ۸ است.

ب) چارک اول یا  $Q_1$  برابر ۶ است. ۲۵٪ داده‌ها قبل از آن و ۷۵٪ داده‌ها بعد از آن قرار دارند.

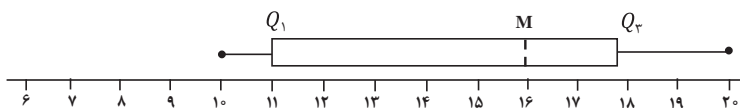
پ)  $Q_3 = 12$  و این عدد چارک سوم است که نشان می‌دهد ۲۵٪ داده‌ها بعد از آن و ۷۵٪ داده‌ها قبل از آن قرار دارند.

ت) تقریباً پنجاه درصد

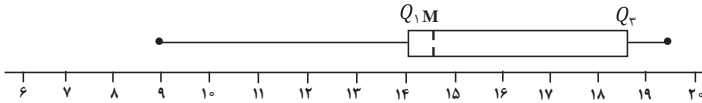
ث) پراکندگی بیشتر داده‌ها

نمودار جعبه‌ای فهرست نمرات کلاس‌های تلاش و کوشش در ابتدای این بخش را رسم کنید.  
 سپس با مقایسه این نمودارها، به نظر شما کدام کلاس عملکرد بهتری دارد؟ چرا؟

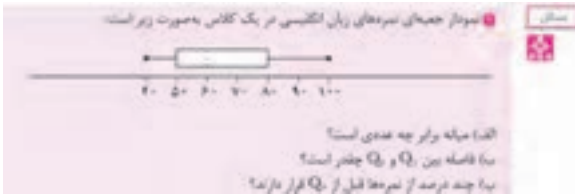
هدف: بازنمایی و استدلال  
 نمودار جعبه‌ای کلاس کوشش:



نمودار جعبه‌ای کلاس تلاش:



با توجه به نمودارها کلاس تلاش عملکرد بهتری دارد چون ۷۵ درصد دانش‌آموزانش از ۱۴ بیشتر گرفته‌اند و ۲۵ درصد بالای کلاس هم از ۲۵ درصد بالای کلاس کوشش بهتر عمل کرده است، کلاس تلاش، عملکرد بهتری دارد.

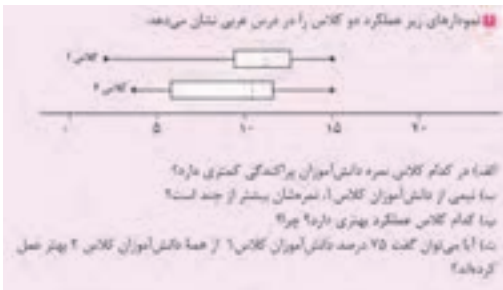


**مهارت‌ها و فرایندها:** حل مسئله، پرورش تفکر بصری  
**هدف:** بازنمایی

الف) ۶۰

$$\text{ب) } Q_3 - Q_1 = 80 - 50 = 30$$

پ) تقریباً ۷۵٪ داده‌ها قبل از چارک سوم یعنی  $Q_3 = 80$  قرار دارند.



**مهارت‌ها و فرایندها:**

حل مسئله، استدلال کردن، پرورش تفکر بصری، ارتباطات



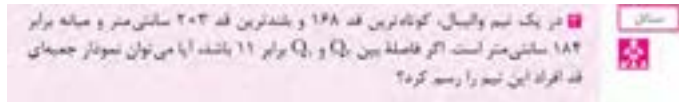
هدف: مقایسه نمودارهای جعبه‌ای و استدلال

(الف) با توجه به نمودار جعبه‌ای کلاس ۱ پراکندگی کمتری دارد.

(ب) تقریباً ۱۱

(پ) کلاس ۱. زیرا ۵۰٪ از داده‌های کلاس ۱ که بعد از میانه قرار دارند (نسبت به کلاس ۲) به هم نزدیک‌تر هستند (که بیشتر از میانه کلاس ۲ هم هستند).

(ت) خیر

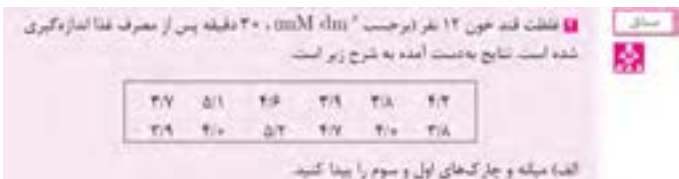


مهارت‌ها و فرایندها:

استدلال کردن، پیوند و اتصال ریاضی با خارج ریاضی

هدف : استدلال

با اطلاعات مسئله نمی‌توان نمودار جعبه‌ای را کامل رسم کرد فقط می‌توانیم مکان کوتاه‌ترین و بلندترین قد و میانه را مشخص کنیم. با داشتن فاصله بین  $Q_1$  و  $Q_3$  فقط طول جعبه مشخص می‌شود و محل  $Q_1$  و  $Q_3$  مشخص نمی‌شود.



مهارت‌ها و فرایندها:

پیوند و اتصال ریاضی با خارج ریاضی، ارتباطات

هدف: مقایسه و استدلال

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۳/۷ ، ۳/۸ ، ۳/۸ ، ۳/۹ ، ۳/۹ ، ۴ ، ۴ ، ۴/۲ ، ۴/۶ ، ۴/۷ ، ۵/۱ ، ۵/۲

الف)  $Q_3 = 4/65$  و  $Q_1 = 3/85$  و  $M = 4$

ب) چون عدد  $4/1$  از میانه ( $M=4$ ) بیشتر است، مشخص می‌کند که در بین افراد قند خون بالایی داریم و باید مراقب قند خون خود برای حفظ سلامتی باشیم.

سجاد در رشته کشاورزی تحصیل می‌کرد. او نوع تعداد نخودهای موجود در غلاف‌ها را بررسی کرد. تعداد نخودهای موجود در ۱۷ غلاف به شرح زیر است:

۷، ۹، ۱۰، ۷، ۸، ۹، ۵، ۶، ۵، ۱۱، ۳، ۴، ۱۰، ۱۳، ۸، ۵، ۴

نمودار جمعی این داده‌ها را رسم و تفسیر کنید.



### مهارت‌ها و فرایندها:

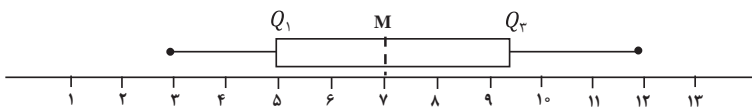
بازنمایی‌های چندگانه، پیوند و اتصال ریاضی با خارج ریاضی، ارتباطات

### هدف: بازنمایی و استدلال

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۳، ۴، ۴، ۵، ۵، ۵، ۶، ۷، ۷، ۸، ۸، ۹، ۹، ۱۰، ۱۰، ۱۱، ۱۲

$$M=7 \quad \text{و} \quad Q_1=5 \quad \text{و} \quad Q_3=9/5$$



تقریباً نیمی از غلاف‌ها بیشتر یا مساوی ۷ دانه در خودشان دارند و ۷۵٪ غلاف‌ها بیشتر یا مساوی ۵ دانه دارند و هیچ غلافی خالی نیست بنابراین غلاف‌ها کیفیت خوبی داشته‌اند.

