

## فصل ۳

### کمیت‌ها، محاسبات فنی



در این بخش نمادهای ریاضی و فرمول‌ها و همچنین نیازمندی‌های محاسباتی رشته ماشین ابزار برای استفاده هنرجویان به صورت موضوعی طبقه‌بندی شده است.

### جدول ۳-۳

|  |   |
|--|---|
|  | <p>a ضلع مجاور زاویه قائمه<br/>b ضلع مجاور به زاویه قائمه<br/>c وتر</p> <p>قانون فیثاغورس<br/><math>c^2 = a^2 + b^2</math></p> <p>مثال ۱:<br/>c=۲۵mm a=۲۰mm b=?<br/><math>c = \sqrt{a^2 + b^2}</math><br/><math>b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(25mm)^2 - (20mm)^2} = 15mm</math><br/>مثال ۲:<br/>a=۲۰mm b=۲۵mm c=?<br/><math>c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(20mm)^2 + (25mm)^2} = 32mm</math></p> |
|--|---|

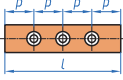
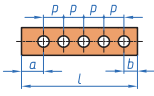
محاسبات مربوط به طول گسترده زمانی استفاده می‌شود که بخواهیم از میلگردها و یا تسمه‌ها قطعاتی با روش خم کاری بسازیم.

### جدول ۳-۴

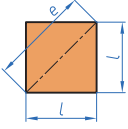
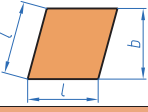
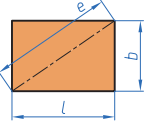
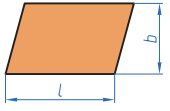
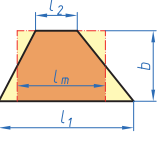
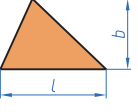
|                |  |
|----------------|--|
| طول‌های گسترده |  |
|                | <p>D قطر خارجی طول گسترده حلقه دایروی<br/>d قطر داخلی<br/><math>dm</math> قطر متوسط طول گسترده برش حلقه دایروی<br/>s ضخامت<br/>l طول گسترده زاویه کمان</p> <p><math>l = \pi \cdot dm</math></p> <p><math>l = \frac{dm \cdot \pi}{360^\circ}</math></p> <p><math>d = 10mm \quad D = 160mm \quad = 275</math><br/><math>dm = \frac{D+d}{2} = \frac{160+10}{2} = 140</math><br/><math>L = dm \cdot \pi = 140 \times 3.14 = 439.6</math></p> |
|                | <p>قطر متوسط<br/><math>dm = D - S</math><br/><math>dm = D + S</math></p>   |

زمانی از این فرمول‌های تقسیمات طولی استفاده می‌شود که خواهیم روی یک قطعه مانند تسمه سوراخ‌هایی با فاصله یکسان و یا قطعاتی با فواصل مساوی قرار دهیم به‌طور مثال در ساخت نرده‌های آهنی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

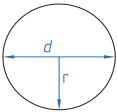
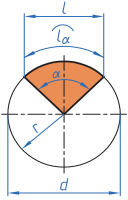
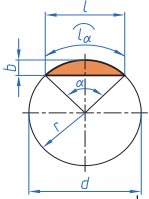
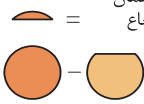

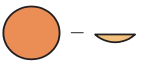
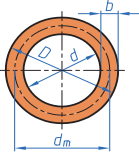
### جدول ۳-۵

| تقسیم طول‌ها  |  |
|---|--|
|  | <p>گام<br/>گام <math>p</math><br/>تعداد سوراخ‌ها <math>n</math><br/>گام = فاصله از مبدأ</p> $P = \frac{l}{n+1}$ <p>مثال:</p> <p>مثال: فاصله لبه تا مرکز سوراخ = <math>p</math><br/> <math>n=22</math> سوراخ<br/> <math>P=?</math><br/> <math>12m</math></p> $p = \frac{l}{n+1} = \frac{12000\text{ mm}}{23+1} = 500\text{ mm}$                                       |
|  | <p>گام<br/>گام <math>p</math><br/>تعداد سوراخ‌ها <math>n</math><br/>گام = فاصله از مبدأ</p> $P = \frac{l - 2 \times a}{n - 1}$ <p>مثال:</p> <p><math>l = 2000\text{ mm} : a = 100\text{ mm}</math><br/> <math>n=25</math> سوراخ<br/> <math>P=?</math></p> $P = \frac{l - 2 \times a}{n - 1} = \frac{2000\text{ mm} - 2 \times 100\text{ mm}}{25 - 1} = 75\text{ mm}$ |

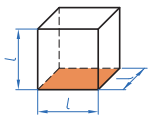
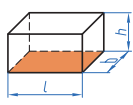
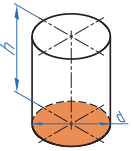
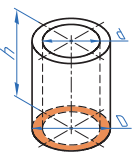
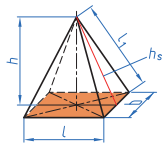
## جدول ۳-۶

| مربع  |   |
|---|---|
|    | <p>مساحت A قطر a طول ضلع l</p> <p>مساحت</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>A = l^2</math> </div> <p>مثال:</p> <p>قطر</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>e = \sqrt{2} \cdot l</math> </div>  |
| لوزی  |   |
|    | <p>مساحت A ارتفاع b طول ضلع l</p> <p>مساحت</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>A = l \cdot b</math> </div> <p>مثال:</p> <p><math>l = 60 \text{ mm}</math> <math>b = 55 \text{ mm}</math> <math>A = 60 \times 55 = 3300 \text{ mm}^2</math></p>   |
| مستطیل  |   |
|    | <p>مساحت A عرض b قطر a طول ضلع l</p> <p>مساحت</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>A = l \cdot b</math> </div> <p>مثال:</p> <p>قطر</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>e = \sqrt{l^2 + b^2}</math> </div> <p><math>b = 25 \text{ mm}</math> <math>l = 45 \text{ mm}</math> <math>A = ?</math></p> <p><math>A = l \cdot b = 45 \times 25 = 1125 \text{ mm}^2</math></p> <p><math>e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{2025 + 625} = 50 \text{ mm}</math></p>  |
| متوازی الاضلاع  |   |
|    | <p>مساحت A ارتفاع b طول قاعده l</p> <p>مساحت</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>A = l \cdot b</math> </div> <p>مثال:</p> <p><math>b = 10 \text{ mm}</math> <math>l = 15 \text{ mm}</math> <math>A = ?</math></p> <p><math>A = l \cdot b = 15 \times 10 = 150 \text{ mm}^2</math></p>  |
| دوزنقه  |   |
|   | <p>مساحت مساحت A طول قاعده بزرگ <math>l_1</math> طول قاعده کوچک <math>l_2</math> طول متوسط قاعده <math>l_m</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b</math> </div> <p>مثال:</p> <p><math>l_1 = 70 \text{ mm}</math> <math>l_2 = 30 \text{ mm}</math> <math>b = 40 \text{ mm}</math></p> <p><math>A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{70 + 30}{2} \times 40 = 2000 \text{ mm}^2</math></p> <p><math>\sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{2025 + 1600} = 55 \text{ mm}</math></p> <p>طول متوسط</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}</math> </div> |
| مثلث  |   |
|  | <p>مساحت A ارتفاع b طول قاعده l</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>A = \frac{l \times b}{2}</math> </div> <p>مثال:</p> <p><math>l = 10 \text{ mm}</math> <math>b = 5 \text{ mm}</math></p> <p><math>A = \frac{l \times b}{2} = \frac{10 \times 5}{2} = 25 \text{ mm}^2</math></p>   |

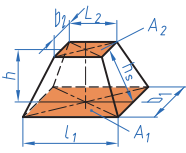
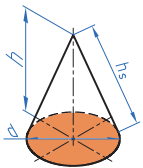
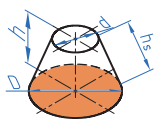

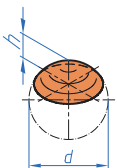
جدول ۷-۳- محاسبه مساحت سطوح قوس دار

| دایره   |  |
|---|--|
|    | <p style="text-align: right;">مساحت</p> $A = \pi \cdot r^2$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $A = 0.785 d^2$ <p>شعاع دایره r    قطر دایره d<br/>                     مثال: r = 10 mm<br/> <math>A = \pi \cdot r^2 = 3.14 \times 10^2 = 314 \text{ mm}^2</math></p>  |
| قطاع دایره . برش دایره . حلقه دایروی  |  |
| قطاع دایره  |  |
|    | <p style="text-align: right;">مساحت</p> $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360}$ $A = \frac{l \cdot r}{2}$ <p>طول وتر<br/> <math>l = r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}</math></p> <p>طول کمان<br/> <math>l_a = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180}</math></p> <p>مساحت A    طول وتر l<br/>                     قطر شعاع r<br/>                     طول کمان l<sub>a</sub>    زاویه کمان α<br/>                     مثال: α = 60°    d = 50 m<br/> <math>A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360} = 3.14</math></p>  |
| برش دایره   |  |
|  <p>طول کمان شعاع</p>    | <p style="text-align: right;">مساحت</p> $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$ $A = \frac{l_e \cdot r - l(r - b)}{2}$ <p>طول وتر<br/> <math>l = r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}</math><br/> <math>l = r \cdot \sqrt{b \cdot (2r - b)}</math></p> <p>پهنای برش<br/> <math>b = \frac{1}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}</math><br/> <math>b = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}</math></p> <p>طول کمان<br/> <math>l_a = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180}</math></p> <p>مساحت A    پهنای برش b<br/>                     قطر شعاع r<br/>                     طول کمان l<sub>a</sub>    زاویه کمان α<br/>                     طول وتر l<br/>                     مثال:<br/> <math>d = 40 \text{ m} \quad 60^\circ \cdot l = r \cdot \sin \alpha = \frac{\alpha}{2}</math><br/> <math>l = 2 \times 20 \times \frac{1}{2} = 20 \text{ mm}</math><br/> <math>b = \frac{1}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{20}{2} \times 0.577</math><br/> <math>b = 5.77 \text{ mm}</math><br/> <math>A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}</math><br/> <math>A = \left( \frac{3.14 \times (40)^2}{4} \right) \times \frac{60}{360} - \frac{20 \cdot (20 - 5.77)}{2} = 195.1 \text{ mm}^2</math></p> <p>شعاع<br/> <math>r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}</math></p> |
| حلقه دایروی   |  |
|    | <p style="text-align: right;">مساحت</p> $A = \pi \cdot d_m \cdot b$ $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ <p>قطر متوسط d<sub>m</sub>    قطر خارجی D<br/>                     قطر داخلی d<br/>                     پهنای حلقه b</p>   |

جدول ۸-۳- فرمول های محاسبه حجم منشورها و هرم ها

| مکعب مربع. مکعب مستطیل. استوانه. استوانه توخالی. هرم                                |  |
|---|--|
| مکعب مربع   |  |
|    | <p>حجم <math>v = l^3</math></p> <p>حجم <math>v</math> طول ضلع <math>l</math> مساحت <math>A_0</math></p> <p>مثال: <math>l = 6.5 \text{ mm}</math> <math>v = l^3 = (6.5)^3 = 274.625 \text{ cm}^3</math></p> <p>مساحت <math>A_0 = 6 \cdot l^2</math></p> <p>مثال: <math>A_0 = 6 \cdot l^2 = 6 \times (6.5)^2 = 252.15 \text{ cm}^2</math></p>  |
|   | مکعب مستطیل  |
|    | <p>حجم <math>V = l \cdot b \cdot h</math></p> <p>حجم <math>v</math> ارتفاع <math>h</math> طول <math>l</math> عرض <math>b</math> مساحت <math>A_0</math> طول ضلع <math>l</math></p> <p>مثال: <math>l = 25 \text{ mm}</math> <math>b = 20</math> <math>h = 30</math></p> <p><math>V = 25 \times 20 \times 30 = 15000 \text{ mm}^3</math></p> <p>مساحت <math>A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)</math></p>  |
|   | استوانه  |
|    | <p>حجم <math>V = \frac{\pi \cdot d}{4} \cdot h</math></p> <p>حجم <math>v</math> ارتفاع <math>h</math> قطر <math>d</math> مساحت <math>A_0</math> مساحت پیرامون <math>A_u</math></p> <p>مثال: <math>h = 60</math> <math>d = 20 \text{ m}</math></p> <p>مساحت <math>V = \frac{\pi \cdot d}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 20}{4} \cdot 60 = 942.48 \text{ mm}^3</math></p> <p>مساحت پیرامون <math>A_u = \pi \cdot d \cdot h</math></p>  |
|   | استوانه توخالی   |
|   | <p>حجم <math>V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)</math></p> <p>حجم <math>v</math> مساحت <math>A_0</math> ارتفاع <math>h</math> قطر <math>D, d</math></p> <p>مثال: <math>h = 60</math> <math>D = 60 \text{ m}</math> <math>d = 20 \text{ m}</math></p> <p>مساحت <math>V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi \cdot 60}{4} \cdot (60^2 - 20^2) = 150000 \text{ cm}^3</math></p>   |
|   | هرم  |
|  | <p>حجم <math>v = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}</math></p> <p>حجم <math>v</math> ارتفاع <math>h</math> طول قاعده <math>l</math> ارتفاع وجه <math>h_0</math> طول بال <math>l_1</math> عرض قاعده <math>b</math></p> <p>مثال: <math>l = 25</math> <math>b = 40</math> <math>h = 60</math></p> <p><math>v = \frac{l \cdot b \cdot h}{3} = \frac{25 \times 40 \times 60}{3} = 20000 \text{ mm}^3</math></p> <p>ارتفاع وجه <math>l_1 = \sqrt{h_0^2 + \frac{b^2}{4}}</math></p> <p><math>h_0 = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{3}}</math></p> <p><math>v = \frac{A \cdot h}{3}</math></p> |

جدول ۹-۳ محاسبه حجم اجسام استاندارد

|   |   |
|---|---|
| هرم ناقص. مخروط. مخروط ناقص. کره  |   |
| هرم ناقص  |   |
|    | <p>عرض قاعده <math>b_1, b_2</math> طول قاعده <math>l_1, l_2</math></p> <p>حجم <math>v</math> مساحت قاعده پایین <math>A_1</math></p> <p>ارتفاع وجه <math>h_0</math> ارتفاع <math>h</math></p> <p>مساحت قاعده بالا <math>A_2</math></p>   |
| حجم   |   |
| $V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$                                |   |
| ارتفاع وجه  |   |
| $h_0 = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l_1 - l_2}{2}\right)^2}$                             |   |
| مخروط   |   |
|    | <p>حجم <math>v</math> قطر قاعده</p> <p>طول یال <math>h_r</math> مساحت پیرامون <math>A_U</math></p> <p>ارتفاع <math>h</math></p> <p>مثال: <math>d = 50m, h = 60</math></p> $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3} = \frac{3/14 \times 50^2}{4} \times \frac{6}{3}$ $V = 39/25cm^3$ |
| حجم   |   |
| $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$                                     |   |
| مساحت پیرامون   |   |
| $A_U = (\pi \cdot d \cdot h_r) / 2$   |   |
| طول یال   |   |
| $h_r = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$  |   |
| مخروط ناقص  |   |
|    | <p>حجم <math>v</math> قطر کوچک (قطر قاعده بالا)</p> <p>مساحت پیرامون <math>A_U</math> طول یال <math>h_r</math></p> <p>ارتفاع مخروط <math>h</math> قطر قاعده <math>D</math></p>  |
| حجم   |   |
| $V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$                          |   |
| مساحت پیرامون   |   |
| $A_U = (\pi \cdot h_r) / 2 (D + d)$   |   |
| طول یال   |   |
| $h_r = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D - d}{2}\right)^2}$                                 |   |
| کره   |   |
|  | <p>حجم <math>V</math> قطر کره <math>d</math> مساحت <math>A_0</math></p> <p>مثال: <math>d = 60</math></p> $V = \frac{\pi \cdot d^3}{6} = \frac{3/14 \times 60^3}{6} = 113/0^3cm^3$   |
| حجم   |   |
| $V = (\pi \cdot d^3) / 6$   |   |
| مساحت   |   |
| $A_0 = \pi \cdot d^2$   |   |
| عرق چین برش وتری کره  |   |
|  | <p>حجم <math>v</math> قطر کره <math>d</math> ارتفاع <math>h</math></p> <p>مساحت پیرامون <math>A_U</math> مساحت <math>A_0</math></p>   |
| حجم   |   |
| $V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right)$                    |   |
| مساحت   |   |
| $A_0 = \pi \cdot (2 \cdot d - h)$   |   |
| مساحت پیرامون   |   |
| $A_U = \pi \cdot d \cdot h$   |   |



### جدول ۳-۱۰

حجم قطعات مرکب

حجم کل

$$V = V_1 + V_2 + \dots - V_3 - V_4$$

حجم کل  $V$  حجم اجزا  $V_1, V_2$

مثال پوسته مخروطی:

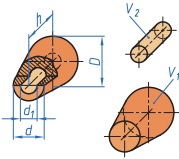
$$D = 42mm \quad d = 26mm \quad ; \quad d = 16mm \quad h = 45mm \quad V = ?$$

$$V_1 = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$= \frac{\pi \cdot 45mm}{12} \cdot (42^2 + 26^2 + 42 \cdot 26)mm^2 = 41610mm^3$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 16^2mm^2}{4} \cdot 45mm = 9048mm^3$$

$$V = V_1 - V_2 = 41610mm^3 - 9048mm^3 = 32562mm^3$$



زمانی که بخواهیم جرم قطعاتی مانند میل‌گردها، پروفیل‌ها و... که دارای مقطع یکنواخت هستند را محاسبه کنیم بهتر است مقدار جرم طولی را از جدول استخراج نموده در فرمول قرار داد.

### جدول ۳-۱۱

محاسبه هرم

جرم کلی هرم

جرم

$$m = V \cdot \sigma$$

جرم  $m$  جرم مخصوص  $\sigma$

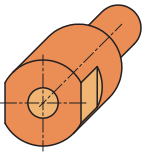
حجم  $V$

مثال قطعه آلومینیومی:

$$V = 6.4 \text{ cm}^3 \quad \sigma = \frac{2.7 \text{ kg}}{\text{dm}^3} \quad m = ?$$

$$m = 17.28 \text{ kg}$$

مقادیر جرم مخصوص جامدات  
مایعات و گازها در ص ۱۱۸ و ۱۱۹



### جدول ۳-۱۲

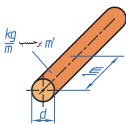
جرم طولی

جرم

$$m = m' \cdot l$$

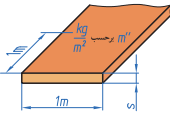
جرم  $m$  طول  $l$  جرم طولی  $m'$

$$m' = 1.39 \text{ kg/m}$$



فرمول جرم سطحی برای محاسبه جرم ورق‌ها به کار می‌رود با استخراج مقدار جرم سطحی  $m''$

### جدول ۳-۱۳

| جرم سطحی  |   |
|---|---|
|  | <p style="text-align: center;">جرم <math>m</math> مساحت <math>A</math> جرم سطحی <math>m''</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">m = m'' \cdot A</math> </div> <p style="text-align: right;">مثال:<br/>ورق فولادی:</p> $m = m'' \cdot A = \frac{11.8 \text{ kg}}{\text{m}^2} \cdot 7.5 \text{ m}^2 = 88.5 \text{ kg}$ |