

استوانه‌ها جزء احجام هندسی مهمی هستند که در صنعت، نسبت به سایر احجام هندسی خصوصاً اجسام دوار کاربرد وسیع‌تری دارند.

استوانه‌ها ممکن است به صورت توپر یا توخالی به احجام دیگری متصل شده باشند. در مواردی نیز استوانه‌ای با استوانه دیگری برخورد می‌کند که به محل برخورد آنها «**فصل مشترک**» می‌گویند.



در این فصل راجع به روش پیدایش و شکل‌گیری فصل مشترک حاصل از برخورد استوانه‌ها و نحوه خواندن نقشه‌های آنها مطالبی را خواهید آموخت.

## نقشه‌خوانی برخورد اجسام

### برخورد حجم با حجم

#### بخش دوم

#### فصل ۴

**هدف‌های رفتاری :** پس از آموزش این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

- صفحات خاص در رسم فنی را برای ترسیم فصل مشترک (به روش مرور صفحه کمکی) به کار گیرد.
- مفهوم فصل مشترک را بیان کند.
- فصل مشترک روی استوانه سوراخ‌دار را ترسیم کند.
- فصل مشترک حاصل از برخورد دو جسم استوانه‌ای را ترسیم کند.
- در ترسیم فصل مشترک حاصل از برخورد دو استوانه، اصول نقشه‌کشی را رعایت کند.



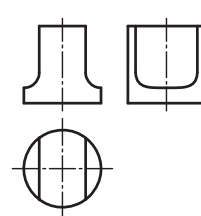
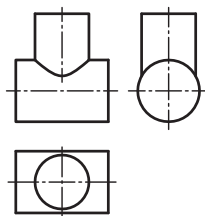
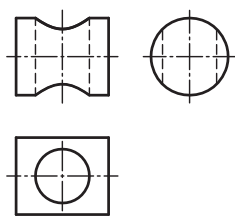
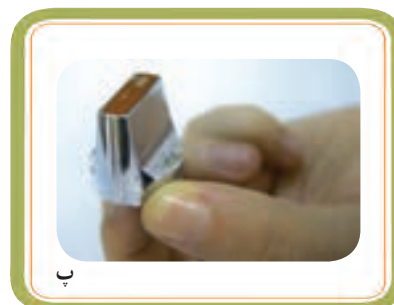
## فصل مشترک حاصل از برخورد

در هریک از حالت‌های زیر، منحنی‌هایی روی سطح استوانه پدید می‌آید. در اینجا سه مثال ارائه شده است.

- ۱- وقتی که روی یک استوانه را با مته سوراخ می‌کنیم (شکل الف)؛
- ۲- وقتی که دو استوانه باهم برخورد می‌کنند (شکل ب)؛
- ۳- وقتی سطح استوانه توسط سطوح انحنا دار بریده می‌شود (شکل پ).

\* آیا می‌توانید نمونه‌های دیگری (حالت‌های دیگری) را نام ببرید؟

.....  
.....



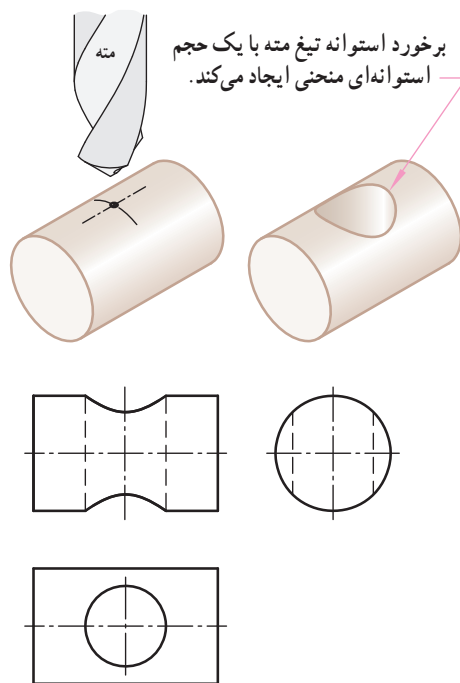
در همه این حالت‌ها روی سطح استوانه‌ها منحنی‌هایی پدید می‌آید. این منحنی‌ها باید در نقشه آنها نیز معرفی و لحاظ شوند. دو قطعه صنعتی که حجم اصلی آنها به فرم استوانه بوده و روی آنها منحنی‌هایی پدید آمده است، در تصاویر زیر مشاهده می‌کنید.



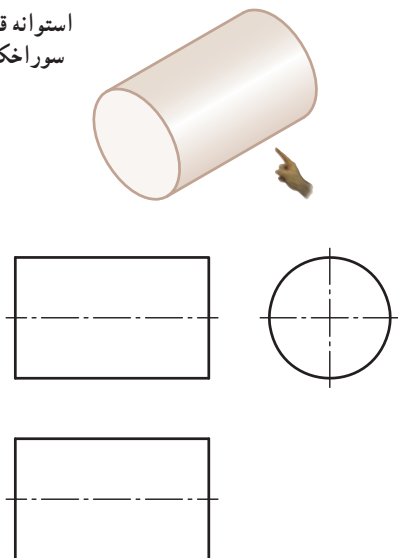
## منحنی حاصل از برخورد اجسام روی سطح استوانه‌ای

### قسمت اول : سوراخ روی استوانه

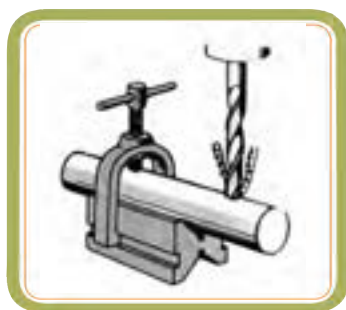
همان‌طور که یک صفحه می‌تواند با یک حجم برخورد کند، اجسام هم می‌توانند با یکدیگر برخورد نمایند. در مواقعی ممکن است جسمی که با حجم مورد نظر ما برخورد می‌کند، یک ابزار برشی باشد. برای مثال، در اثر برخورد مته استوانه‌ای شکل با سطوح انحنادار یک استوانه، منحنی روی استوانه ایجاد می‌شود. این منحنی در اثر برخورد یک جسم استوانه‌ای شکل بر روی یک استوانه دیگر به وجود آمده است که می‌توانیم به این منحنی فصل مشترک حاصل از برخورد مته با استوانه نیز بگوییم.



استوانه قبل از  
سوراخکاری

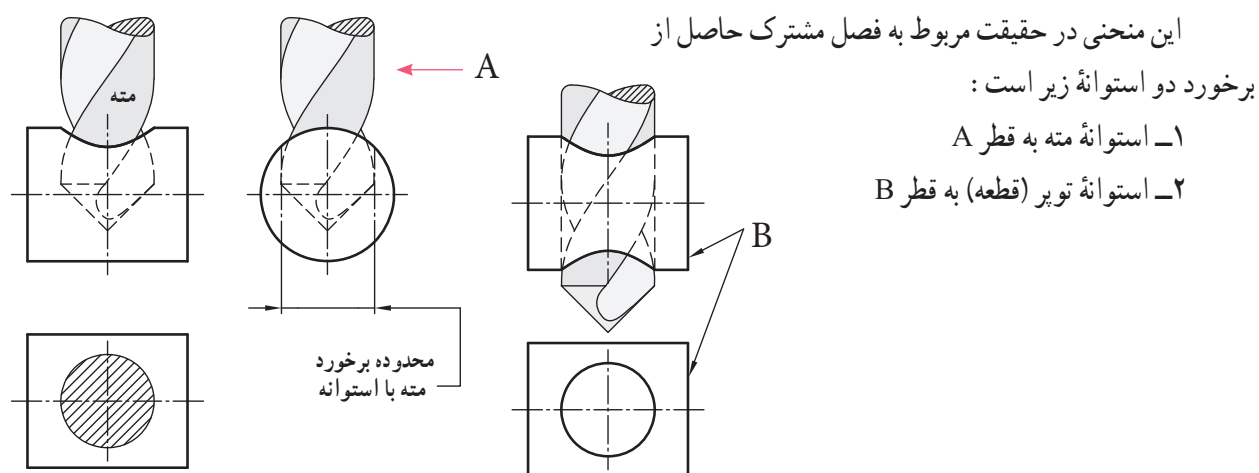
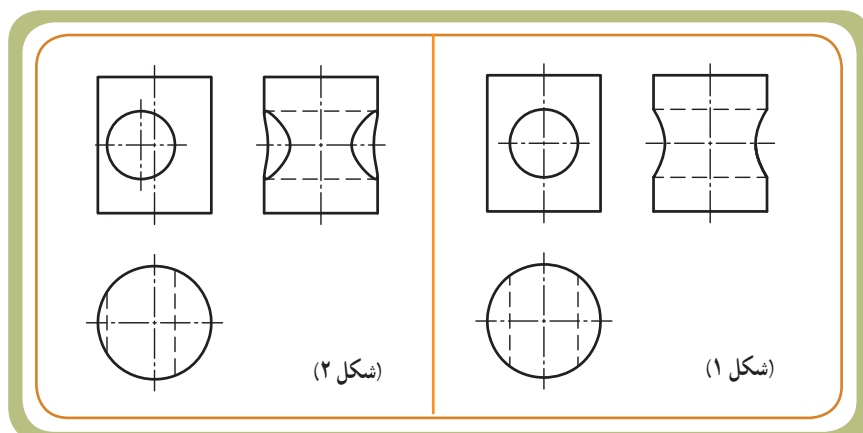


در بیشتر اوقات این منحنی‌ها (فصل مشترک‌ها) را نمی‌توان به کمک وسایل رسم فنی به سادگی ترسیم کرد، بلکه باید به کمک ابزارها و روش‌های خاص حل مسئله مثل روش مرور صفحه کمکی که در فصل قبل با این روش آشنا شدید، نقاط منحنی‌ها را یافت و به ترسیم منحنی‌های حاصل از فصل مشترک اقدام نمود.



تعیین منحنی حاصل از ایجاد سوراخ روی استوانه :  
فرض کنید مته‌ای به قطر A باید استوانه‌ای به قطر B را سوراخ کند.

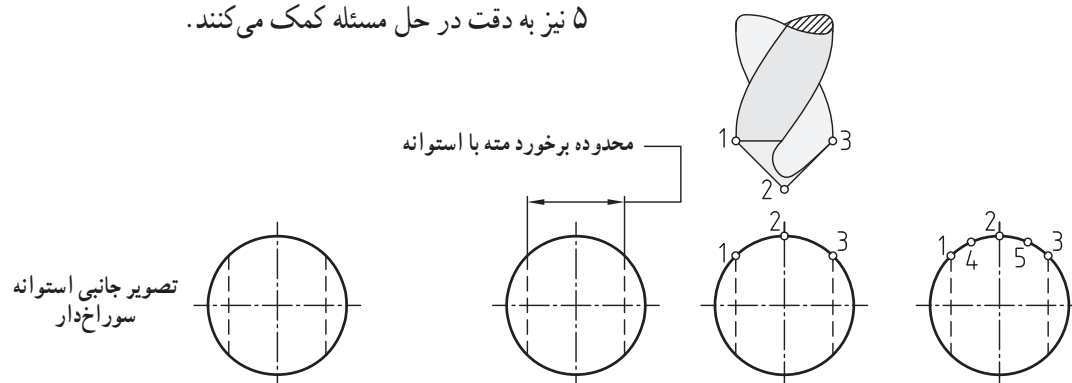
اگر سوراخ (مطابق شکل ۱) هم مرکز یا (مطابق شکل ۲) غیر هم مرکز باشد، در هر دو حالت سوراخ روی سطح استوانه - در تصویر جانبی - به صورت یک منحنی ارائه می‌شود.



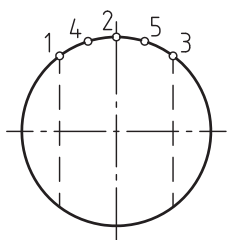
این منحنی در حقیقت مربوط به فصل مشترک حاصل از برخورد دو استوانه زیر است :  
۱- استوانه مته به قطر A  
۲- استوانه توپر (قطعه) به قطر B

برای تعیین منحنی حاصل از برخورد تیغه مته با استوانه مشابه شکل زیر، اولین گام تعیین یک سری نقاط روی سطح جانبی استوانه است.

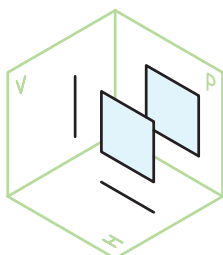
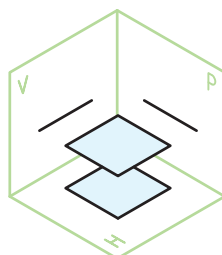
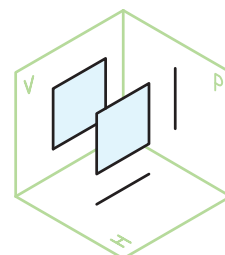
تعیین نقاط ۱، ۲ و ۳ خیلی مهم است، چون در حقیقت متعلق به قطرهای اصلی استوانه مته می‌باشند. نقطه اختیاری ۴ و ۵ نیز به دقت در حل مسئله کمک می‌کنند.



تصویر جانبی استوانه سوراخ‌دار

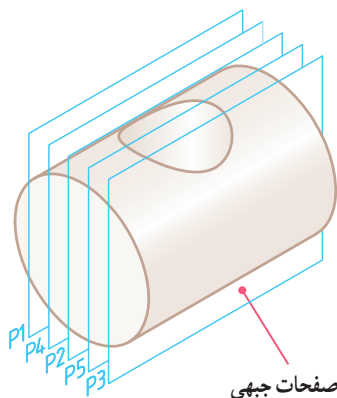
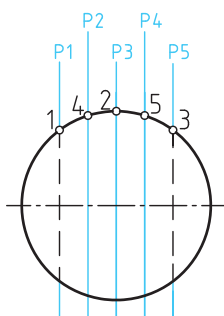
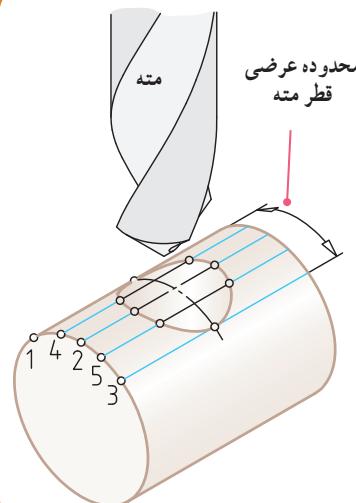


حالا در تصویر جانبی و محدوده برخورد مته با استوانه پنج نقطه داریم که توسط روش مرور صفحه کمکی می‌توانیم از این نقاط استفاده کنیم. در مبحث قبل اشاره شد که برای استفاده از روش مرور صفحه کمکی باید از صفحاتی استفاده کنیم که دارای اندازه حقیقی باشند. یعنی از میان هفت نوع صفحه‌ای که آموختیم، صفحاتی را باید انتخاب کنیم که با صفحات تصویر،  $H$ ،  $V$  و  $P$  موازی باشند، مثل سه صفحه زیر:

صفحه نیمرخ (موازی با  $P$ )صفحه افقی (موازی با  $H$ )صفحه جبهی (موازی با  $V$ )

- بنابراین از پنج نقطه انتخاب شده بر روی تصویر جانبی استوانه، باید پنج صفحه جبهی عبور بدهیم.
- (شکل ۱) نقاط انتخاب شده روی سطح جانبی استوانه
  - (شکل ۲) عبور دادن پنج صفحه جبهی

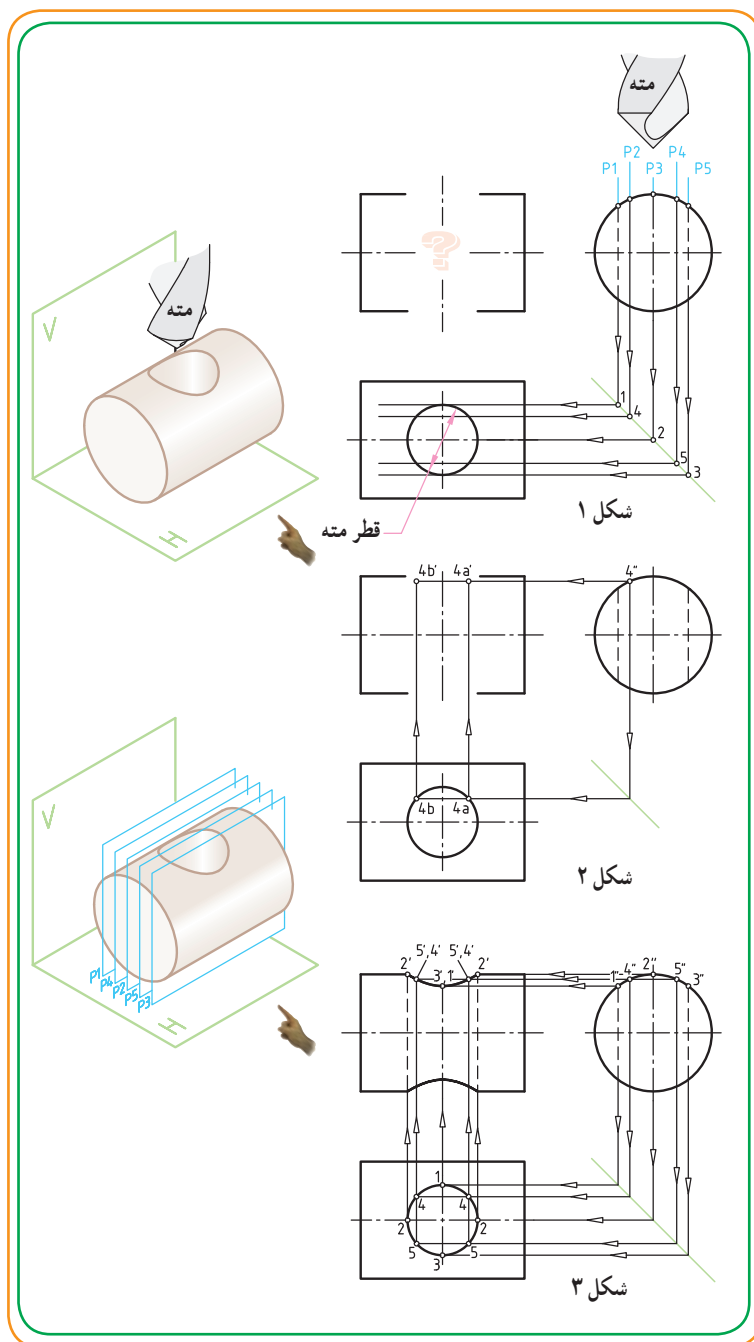
برای یافتن منحنی حاصل از برخورد استوانه مته با استوانه توپر (قطعه) باید از یکی از این سه صفحه کمک بگیریم تا بتوانیم منحنی را در تصویر روبه‌رو ببایم. از میان سه صفحه فوق، از صفحه جبهی استفاده می‌کنیم. زیرا این صفحه در تصویر روبه‌رو دارای اندازه حقیقی است.

شکل ۲- عبور دادن ۵ صفحه جبهی  $P_1$  تا  $P_5$ 

شکل ۱- نقاط انتخاب شده روی سطح جانبی استوانه

استفاده از خط کمکی  $45^\circ$  برای انتقال صفحات کمکی: پس از اینکه در محدوده عرضی حرکت مته، پنج نقطه را انتخاب و از میان این نقاط پنج صفحه کمک جبهی را عبور دادیم، باید تأثیر این نقاط و صفحات را روی دو تصویر دیگر، یعنی تصویر افقی و در نهایت تصویر زیر نشان دهیم. برای نشان دادن آثار صفحه جبهی روی تصویر افقی، امتداد صفحات  $P_1$  تا  $P_5$  را از روی تصویر جانبی بر روی خط کمکی  $45^\circ$  امتداد می‌دهیم تا تصویر افقی را قطع کند (شکل ۱).

این خطوط را به تصویر افقی امتداد می‌دهیم تا نقاط ۱ تا ۵ روی اثر سوراخ دایره‌ای مته در تصویر افقی به دست آید.



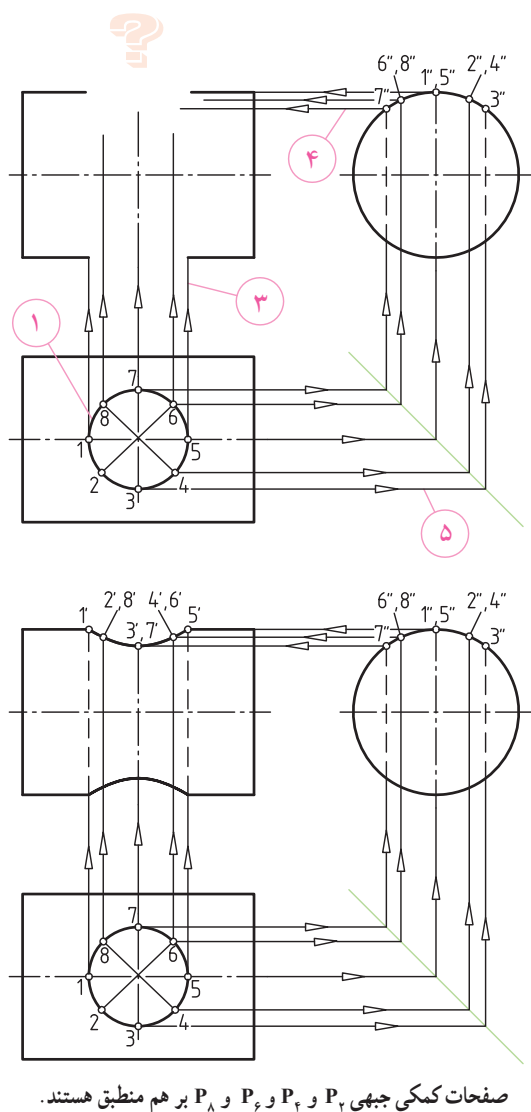
مشاهده می‌شود برای برخی از نقاط

امتداد داده شده، دو نقطه در تصویر افقی به دست می‌آید. مثلاً دو نقطه ۴ خواهیم داشت (شکل ۲). این نقاط جدید را به تصویر روبه‌رو امتداد می‌دهیم و همزمان از تصویر جانبی نیز خطوط رابطی را از نقاط مورد نظر به سمت تصویر روبه‌رو امتداد می‌دهیم تا خطوط کمکی قبلی را در نقاط جدید  $4a'$  و  $4b'$  قطع کند.

**این نقاط جدید دو نقطه از منحنی فصل مشترک**

**هستند.**

بعد از اینکه تمام نقاط ۱ تا ۵ را از تصویر جانبی توسط خط کمکی  $45^\circ$  به تصویر افقی و از آنجا به تصویر روبه‌رو منتقل کردیم، نقاط  $1'$  تا  $5'$  در تصویر روبه‌رو به دست می‌آیند که با اتصال آنها به یکدیگر، منحنی کامل فصل مشترک در تصویر روبه‌رو به دست می‌آید (شکل ۳).



برای حل مسئله قبل می‌توانستیم به جای تصویر جانبی از تصویر افقی شروع کنیم، به این صورت:

۱ در تصویر افقی، اثر سوراخ مته را به تعداد قسمت‌های مساوی - مثلاً هشت قسمت - تقسیم می‌کنیم.

۲ نقاط ۱ تا ۸ را از تصویر افقی توسط خط کمکی  $45^\circ$  به تصویر جانبی منتقل می‌کنیم.

۳ نقاط ۱ تا ۸ را از تصویر افقی به تصویر روبه‌رو منتقل می‌کنیم.

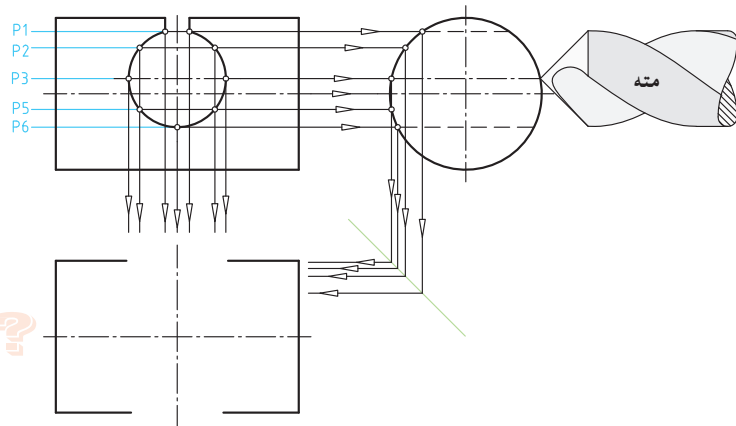
۴ از محل برخورد نقاط ۱ تا ۸ بر روی دایره در تصویر جانبی، خطوط کمکی را به تصویر روبه‌رو (به سمت چپ) منتقل می‌کنیم تا خطوط رابط (استخراج شده از تصویر روبه‌رو) را در نقاط جدید  $1''$  تا  $8''$  قطع نماید.

نتیجه می‌گیریم که برای حل مسئله هم از تصویر افقی و هم از تصویر جانبی می‌توانیم شروع کنیم.

توجه داشته باشید نقاطی را که در تصویر افقی (توسط خطوط رابط) به تصویر جانبی منتقل کردیم، در حقیقت آثار صفحات کمکی  $P_1$  تا  $P_6$  بوده‌اند که برخی از آنها مثل ۶، ۸، ۵، ۱، ۴ و ۲ بر هم منطبق شده‌اند.



### ارزشیابی



با توجه به دو تصویر روبه‌رو و نیم‌رخ، به کمک خطوط رابط روی نقشه، تصویر افقی را کامل کنید:

**راهنمایی برای حل:** ابتدا محل برخورد صفحات با سوراخ را در تصویر روبه‌رو شماره‌گذاری کنید. شماره‌ها را روی تصویر نیم‌رخ نیز مشخص و سپس توسط یک خط کش و گونیا با استفاده از خط کمکی  $45^\circ$ ، نقاط را ردیابی کنید.



### مثال حل شده

#### فصل مشترک حاصل از ایجاد سوراخ بر روی

جسم : شکل مقابل، یک لوله صنعتی را نشان می‌دهد که روی آن سوراخ‌هایی ایجاد شده است.

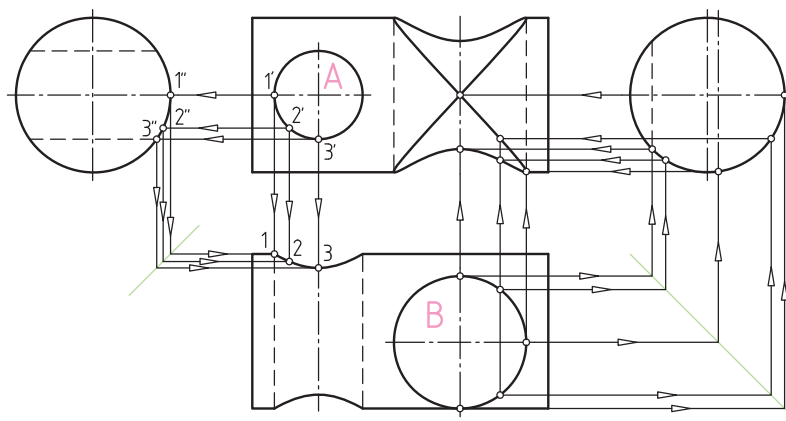
در صنعت قطعات متنوعی با حجم استوانه‌ای شکل وجود دارند که روی آن سوراخ‌هایی با قطرهای مختلف و هم مرکز یا خارج از مرکز (نسبت به محور استوانه) ایجاد می‌شوند.

شکل زیر نقشه قطعه‌ای را نشان می‌دهد که روی حجم استوانه توپر دو سوراخ A و B ایجاد شده است. سوراخ A هم مرکز با محور استوانه و سوراخ B، نسبت به محور استوانه، خارج از مرکز است و به مؤلف استوانه نیز مماس است.



برای ترسیم منحنی حاصل از ایجاد سوراخ A، از تصویر کمکی دایره (تصویر جانبی در سمت چپ) استفاده می‌کنیم، ابتدا نقاط ۱'، ۲' و ۳' را روی سطح سوراخ A در تصویر روبه‌رو تعیین و به کمک خط رابط، موقعیت این نقاط را روی دایره سمت چپ مشخص می‌کنیم، تا نقاط ۱''، ۲'' و ۳'' به دست آید. توسط خط کمکی  $45^\circ$  و امتداد دادن نقاط ۱''، ۲'' و ۳'' و ۱'، ۲' و ۳' به طرف تصویر افقی، نقاط منحنی با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ روی سطح استوانه در تصویر افقی ایجاد می‌شود.

#### ایجاد دو سوراخ روی یک جسم استوانه‌ای با موقعیت و قطرهای مختلف



بررسی کنید :

- ۱- با معلم خود راجع به روش ترسیم اثر سوراخ B روی تصویر روبه‌رو گفتگو کنید.
  - ۲- دو تصویر جانبی به صورت ناقص ارائه شده‌اند. آنها را کامل کنید.
- (برای تعیین وضعیت سوراخ A در تصویر افقی، از مرور صفحه کمکی افقی استفاده شده است. برای تعیین وضعیت سوراخ B در تصویر بالا نیز از مرور صفحه کمکی جبهی استفاده شده است).



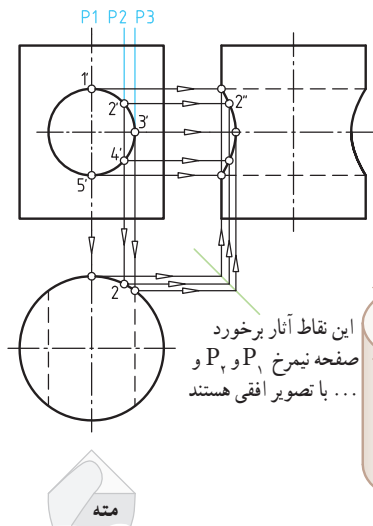
## مثال‌های حل شده

مشابه توضیحات مثال ۱، برداشت خود را برای هریک از تصاویر ۲، ۳ و ۴ در زیر نقشه آن یادداشت کنید. سایر نقاط را روی تصویر جانبی و افقی شماره گذاری کنید.

بیشتر بدانیم



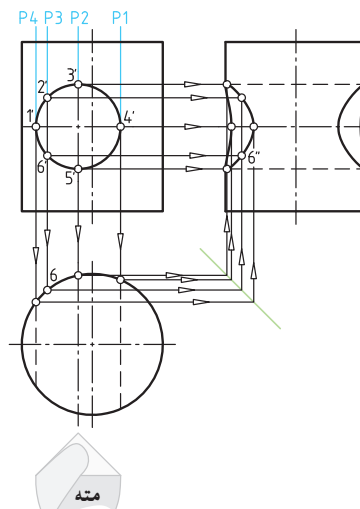
برخورد یک سوراخ هم مرکز و منطبق بر محور استوانه



این نقاط آثار برخورد  
صفحه نیمخ  $P_1$  و  $P_2$  و ...  
با تصویر افقی هستند

از نقاط انتخاب شده بر روی سوراخ در تصویر روبه رو (مثل نقطه ۲') صفحات نیمخ  $P_1$  و  $P_2$  و ... عبور داده می شود تا تصویر افقی را نیز در نقاط ۱، ۲ و ... قطع نماید. با استفاده از خط کمکی ۴۵° تصویر جانبی این نقاط به دست می آید.

برخورد سوراخ خارج از مرکز با استوانه

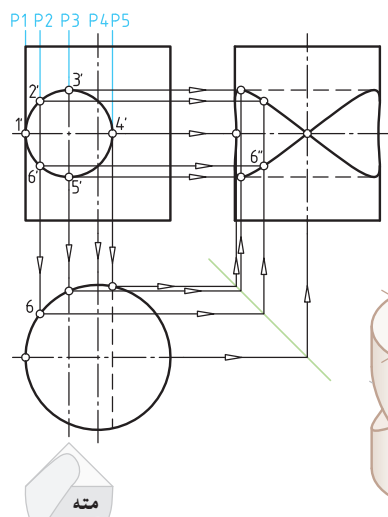


.....  
.....

بیشتر بدانیم



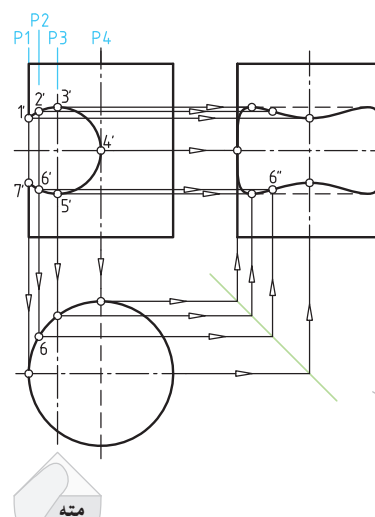
برخورد یک سوراخ خارج از مرکز با استوانه (قطر سوراخ مماس بر مولد استوانه)



بیشتر بدانیم



برخورد یک سوراخ خارج از مرکز سرتاسری با استوانه

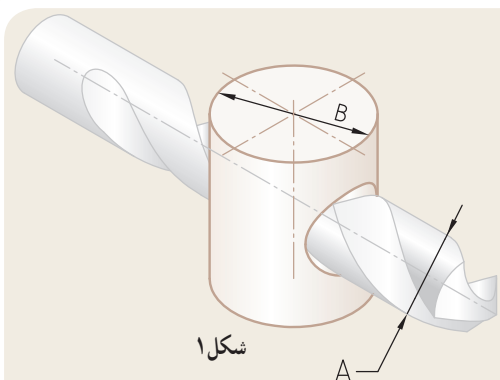


۴



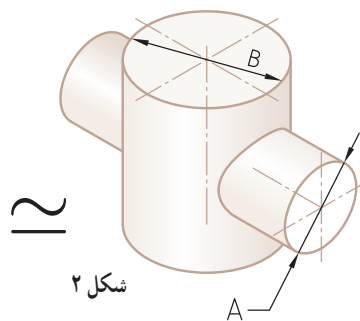
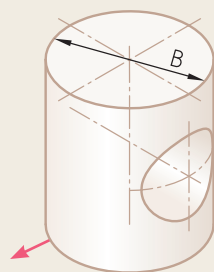


قسمت دوم : برخورد استوانه با استوانه  
 استوانه‌ای مطابق شکل را فرض کنید که توسط مته‌ای  
 سوراخکاری شده است. اگر قطر استوانه‌ای شکل مته را قطر یک  
 استوانه معمولی در نظر بگیریم دو شکل ۱ و ۲، نشان می‌دهند که  
 «منحنی روی سطح استوانه B» چه سوراخ‌دار باشد و چه میله‌ای  
 با آن برخورد کرده باشد، دارای شکل منحنی یکسان است.



شکل ۱

مته‌ای به قطر A، استوانه‌ای به قطر B را سوراخ کرده است.



شکل ۲

استوانه‌ای با قطر A با استوانه‌ای به قطر B برخورد کرده است.

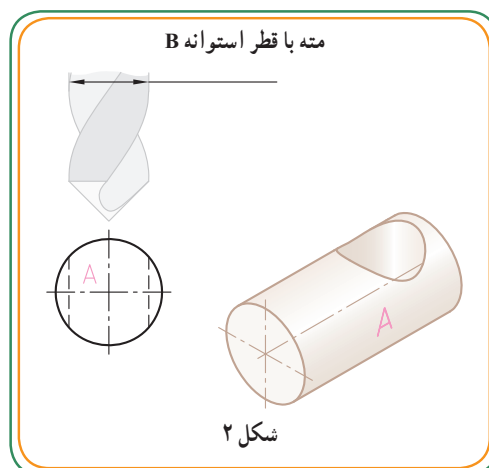
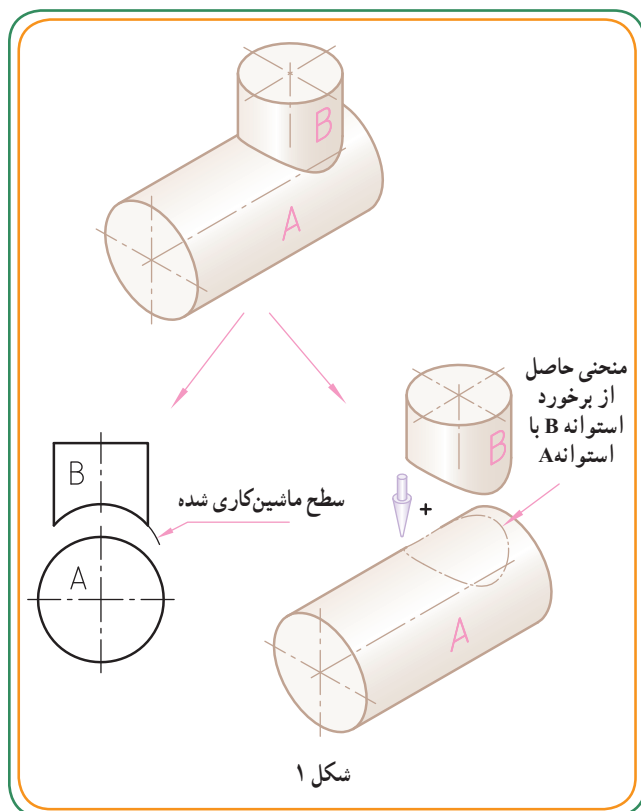
تشابه منحنی فصل مشترک در هر دو حالت : سوراخ کاری یا برخورد دو استوانه .

اگر با روش تعیین منحنی (حاصل از ایجاد سوراخ) روی استوانه آشنا شده باشیم، منحنی حاصل از برخورد دو استوانه نیز مطابق روش ایجاد سوراخ تعیین می‌شود.

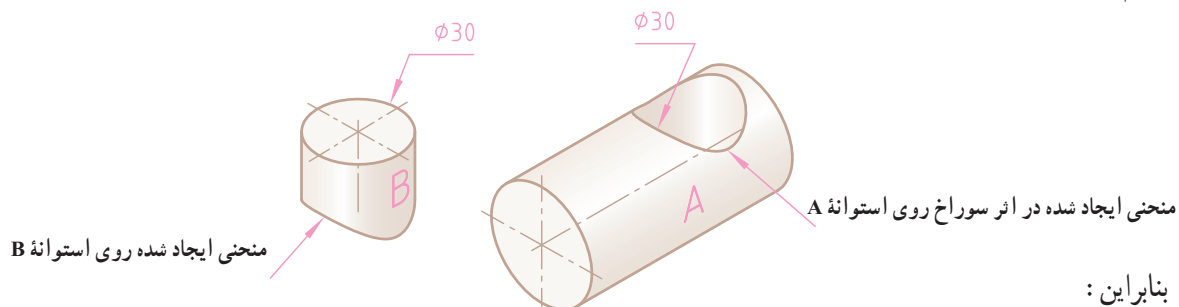


برای استقرار استوانه B روی سطح استوانه A دو راه وجود دارد:

- ۱- قسمت پایین استوانه قائم B را مطابق با منحنی بیرونی سطح استوانه A ماشین کاری کنیم (شکل ۱).
- ۲- داخل استوانه A را به اندازه قطر استوانه B سوراخ کنیم و استوانه B را داخل استوانه A جا بزنیم (شکل ۲).



در اینجا، صرف نظر از این که کدام راه منطقی یا اصولی است، فقط فرم هندسی منحنی فصل مشترک برای ما مهم است. چه قسمت زیر استوانه B را ماشین کاری و چه استوانه A را به اندازه قطر استوانه B سوراخ کاری کنیم، هدف این است که تشخیص دهیم در هر دو حالت، منحنی حاصل از فصل مشترک یکسان است



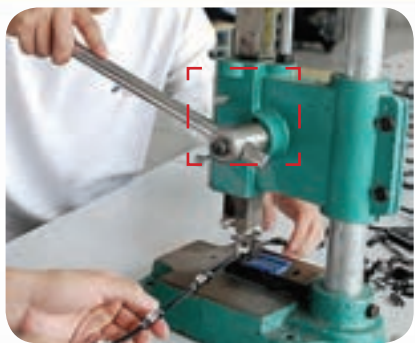
منحنی ایجاد شده در اثر سوراخ با متی قطر ۳۰ mm روی سطح استوانه A = منحنی استوانه B با قطر ۳۰ mm



می توانیم نتیجه بگیریم که فصل مشترک این دو استوانه، یک خط منحنی خواهد بود. چه استوانه A با استوانه B با هم برخورد کنند و چه استوانه A توسط متی به قطر B سوراخ شود در هر دو حالت فرم هندسی فصل مشترک یکسان خواهد بود.

## مثال حل شده

**فصل مشترک برخورد استوانه با استوانه:** برخی از قطعات ممکن است، از دو قطعه که به هم متصل شده‌اند (برخورد کرده‌اند) تشکیل شده باشند. (شکل ۱) نمونه‌ای از برخورد دو قطعه استوانه‌ای شکل را نشان می‌دهد.

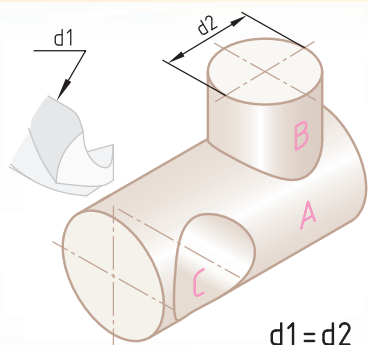


شکل ۱

در (شکل ۲) برخورد استوانه B با استوانه A را مشاهده می‌کنید. همچنین در (شکل ۲) یک سوراخ داخلی (C) بر روی قطعه A وجود دارد که قطر آن برابر با قطر استوانه B است:

$$\phi C = \phi B$$

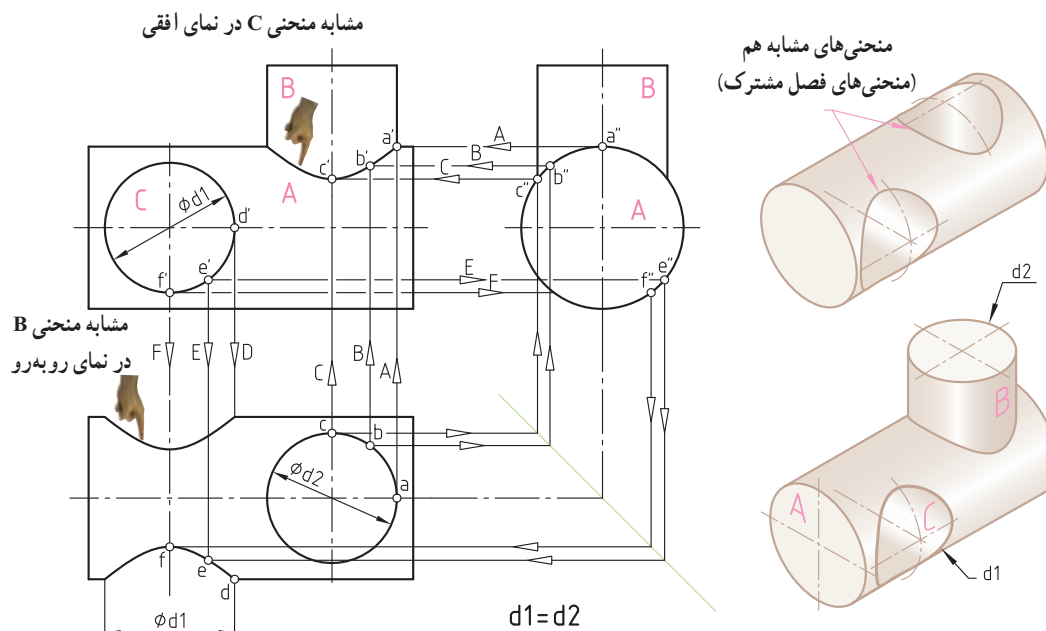
فصل مشترک استوانه داخلی C، که با قطر  $d_1$  توسط یک مته ایجاد شده، با فصل مشترک حاصل از برخورد استوانه خارجی B که با همان قطر با استوانه A برخورد کرده، یکسان است.



شکل ۲

در نقشه شکل پایین تشابه دو منحنی را مشاهده می‌کنید.

در نقشه زیر؛ تصویر جانبی و تصویر افقی را با ترسیم خط ندید، کامل کنید.



در مورد روش تعیین فصل مشترک حاصل از برخورد استوانه خارجی B با A و استوانه داخلی C با استوانه A، با معلم خود گفت و گو کنید.

		<p><b>صفحه جبهی:</b> اندازه حقیقی در تصویر روبه رو، تصویر جانبی و افقی آن به صورت خط دیده می‌شوند.</p>
		<p><b>صفحه نیمرخ:</b> اندازه حقیقی در تصویر جانبی، تصویر روبه‌رو و افقی آن به صورت خط دیده می‌شوند.</p>
		<p><b>صفحه افقی:</b> اندازه حقیقی در تصویر افقی، تصویر جانبی و روبه روی آن به صورت خط دیده می‌شوند.</p>

### تعیین منحنی حاصل از برخورد

دو استوانه: وقتی دو حجم استوانه‌ای با هم برخورد می‌کنند به کمک روش مرور صفحه کمکی به راحتی می‌توان منحنی حاصل از فصل مشترک آنها را شناسایی و تعیین کرد. چگونه؟

اگر به یاد داشته باشید سه نوع صفحه در رسم فنی (مطابق شکل ۱- الف، ب و پ) عبارت بودند از: صفحه جبهی، صفحه نیمرخ، صفحه افقی. اگر بتوانیم از ویژگی این صفحات کمک بگیریم، می‌توانیم منحنی فصل مشترک را تعیین کنیم.

### \* مطابق شکل ۲- الف، ب و پ:

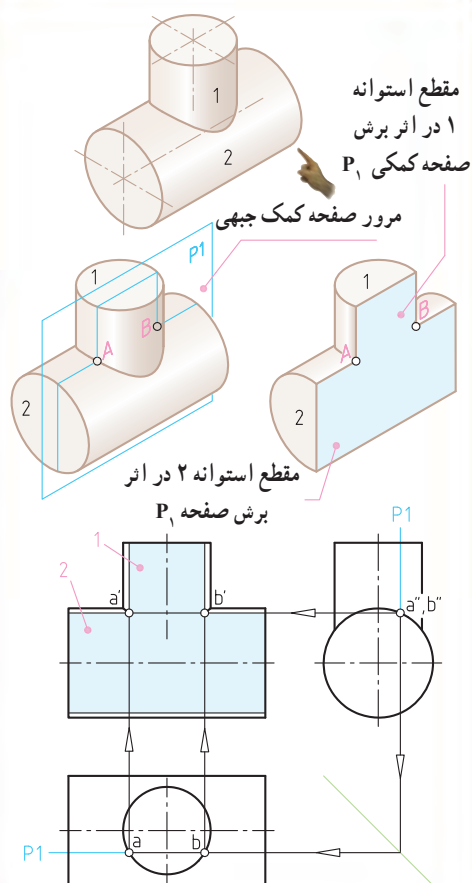
۱- اگر منحنی فصل مشترک در تصویر روبه‌رو مجهول باشد، از روش مرور صفحه کمکی جبهی استفاده می‌کنیم. زیرا **صفحه جبهی** در تصویر روبه‌رو **اندازه حقیقی** را به ما می‌دهد (شکل ۲- الف).

۲- اگر منحنی فصل مشترک در تصویر جانبی (نیمرخ) مجهول باشد، از روش مرور صفحه کمکی نیمرخ استفاده می‌کنیم. زیرا **صفحه نیمرخ** در تصویر جانبی **اندازه حقیقی** را به ما می‌دهد (شکل ۲- ب).

۳- اگر منحنی فصل مشترک در تصویر افقی (نمای بالا) مجهول باشد، از روش مرور صفحه کمکی افقی استفاده می‌کنیم. زیرا **صفحه افقی** در تصویر افقی **اندازه حقیقی** را به ما می‌دهد (شکل ۲- پ).

	<p><b>تصویر مجهول:</b> نمای روبه‌رو</p> <p>روش حل: مرور صفحه کمکی جبهی <math>P_1, P_2, \dots</math></p>
	<p><b>تصویر مجهول:</b> نمای جانبی</p> <p>روش حل: مرور صفحه کمکی نیمرخ <math>P_1, P_2, \dots</math></p>
	<p><b>تصویر مجهول:</b> نمای افقی</p> <p>روش حل: مرور صفحه کمکی افقی <math>P_1, P_2, \dots</math></p>

شکل ۱



مرور صفحه کمکی در عمل: برای تعیین فصل مشترک دو استوانه ۱ و ۲ در تصویر روبه‌رو، می‌خواهیم از روش مرور صفحه کمکی استفاده کنیم. نظر به اینکه در تصویر روبه‌رو منحنی فصل مشترک دیده می‌شود، برای تعیین آن باید از روش مرور صفحه کمکی جبهی استفاده کرد.

در (شکل ۱) با مرور صفحه کمکی جبهی  $P_1$ ، مقاطع استوانه‌های ۱ و ۲ به شکل مستطیل ایجاد می‌شوند که محل برخورد این مقاطع یعنی نقاط A و B (دو نقطه از منحنی فصل مشترک) خواهند بود.

دو مقطع مستطیلی بریده شده در اثر صفحه  $P_1$  با استوانه‌های ۱ و ۲ در حقیقت صفحه جبهی هستند که در تصویر روبه‌رو، اندازه آنها حقیقی است.

همان‌طور که در نقشه شکل مقابل نشان داده شده است، برای تعیین منحنی فصل مشترک، مسیر برش توسط صفحه کمکی جبهی  $P_1$  را بر روی استوانه ۱ و ۲ در هر دو تصویر نیمرخ و افقی نشان می‌دهیم. صفحه  $P_1$  در مسیر برش خود استوانه ۱ و ۲ را در دو نقطه A و B قطع می‌کند.

دو نقطه a و b را از تصویر افقی به طرف بالا (نمای روبه‌رو) انتقال می‌دهیم. همچنین نقاط a و b بر روی تصویر افقی را از طریق خط کمکی  $45^\circ$  به تصویر نیمرخ منتقل می‌کنیم تا نقاط a'' و b'' به دست آید. با امتداد دادن نقاط a و b از تصویر افقی و نقاط a'' و b'' از تصویر جانبی به طرف تصویر روبه‌رو این خطوط همدیگر را در دو نقطه a' و b' قطع می‌کنند که این دو نقطه در حقیقت پاسخ مسئله، یعنی دو نقطه از فصل مشترک خواهد بود.

### ارزشیابی

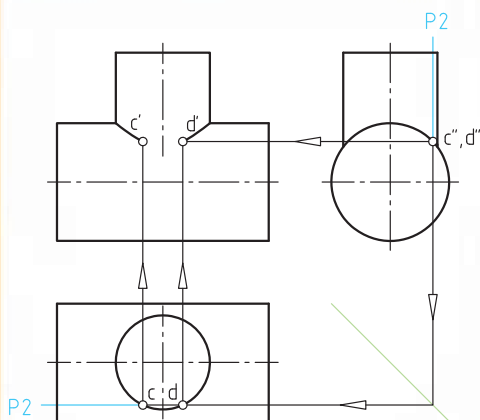
\* آیا می‌توانید با توجه به (شکل ۲) در مورد صفحه کمکی  $P_2$  و نقاط به دست آمده توسط مرور این صفحه توضیح دهید؟

.....

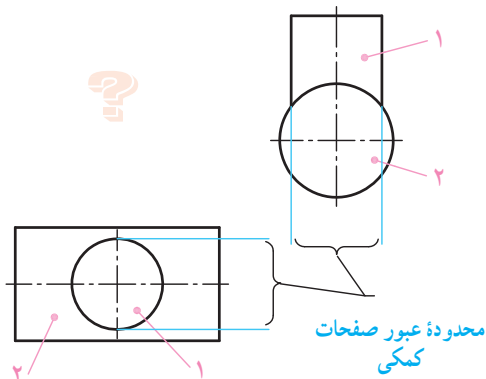
.....

.....

شکل ۲



شکل ۱



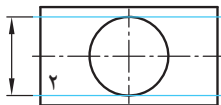
تعداد صفحات کمکی: در (شکل ۱)، دو تصویر نیمرخ و افقی، معلوم و تصویر روبه روی آن مجهول است. در این نقشه، یکی از دو تصویر نیمرخ یا افقی را برگزیده و تعداد مرور صفحات کمکی را از روی آن انتخاب می‌کنیم.

فرضاً تصویر افقی را انتخاب می‌کنیم تا در محدوده و محیط استوانه ۱ بتوانیم تعدادی صفحه کمکی جبهی را عبور دهیم (شکل ۲).

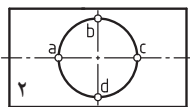
عبور صفحه کمکی از نقاطی که محل برخورد خط محور استوانه ۱ است، اهمیت دارد (یعنی چهار نقطه  $a, b, c, d$  در شکل ۳). برای دقت در ترسیم منحنی می‌توانیم چهار نقطه دیگر مابین این نقاط مثل نقاط  $e, f, g, h$  را انتخاب کنیم (شکل ۴). از آنجایی که استوانه ۱ در راستای محور مرکزی استوانه ۲ قرار گرفته و قسمت بالایی و پایینی استوانه ۱ در تصویر افقی متقارن است، می‌توانیم از نیمه بالایی استوانه ۱ یعنی خطوط  $a, b, c, d$  و  $e, f, g, h$  فقط نقاط  $a, c, e, g$  و  $b, d, f, h$  را مد نظر قرار دهیم (شکل ۵).

حالا صفحات کمکی جبهی  $P$  را از روی این نقاط عبور می‌دهیم (شکل ۶). مشاهده می‌شود که دو نقطه  $a$  و  $c$  و  $e$  و  $h$  بر روی هم منطبق می‌شوند.

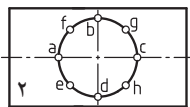
محدوده استوانه ۱



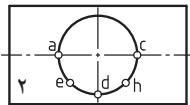
شکل ۲



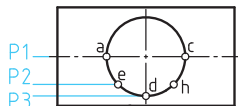
شکل ۳



شکل ۴



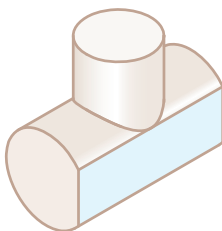
شکل ۵



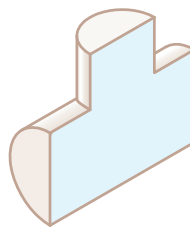
شکل ۶

### ارزشیابی

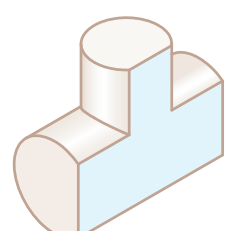
در شکل‌های زیر مشخص کنید کدام مقاطع به صفحات  $P_1$ ،  $P_2$  و  $P_3$  مربوط‌اند؟ (از شکل ۶ در تصویر بالا کمک بگیرید).



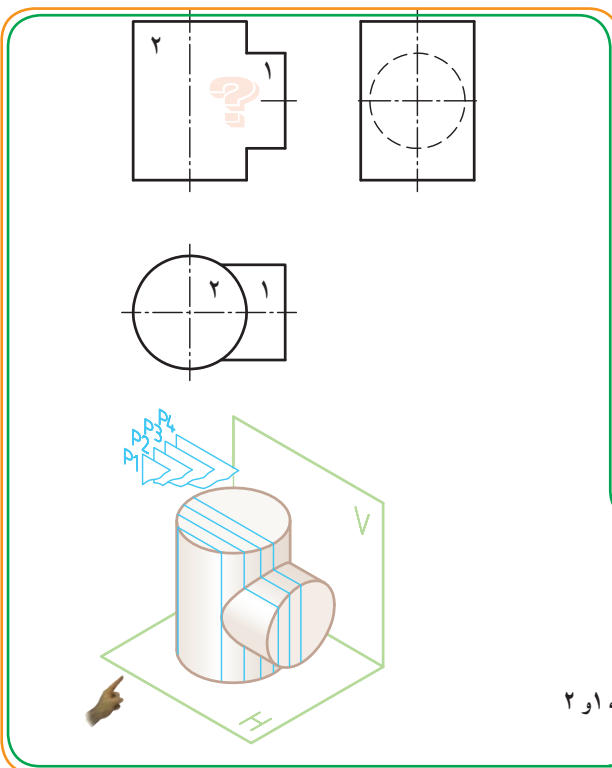
مقطع ایجاد شده در اثر مرور صفحه.....



مقطع ایجاد شده در اثر مرور صفحه.....



مقطع ایجاد شده در اثر مرور صفحه.....



**مثال حل شده:** در شکل مقابل دو استوانه غیر هم قطر ۱ و ۲ که در تصویر افقی به صورت متقارن قرار گرفته اند با هم برخورد کرده اند. برای تعیین منحنی حاصل از برخورد دو استوانه در تصویر روبه رو کافی است از روش **مرور صفحه کمکی جبهی** استفاده کنیم. برای این منظور:

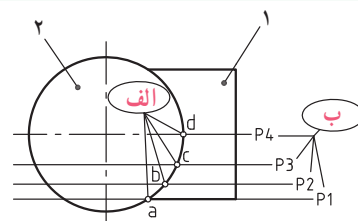
الف - ابتدا در تصویر افقی نقاطی مثل  $a, b, c, d$  را مطابق شکل

زیر در نظر می گیریم.

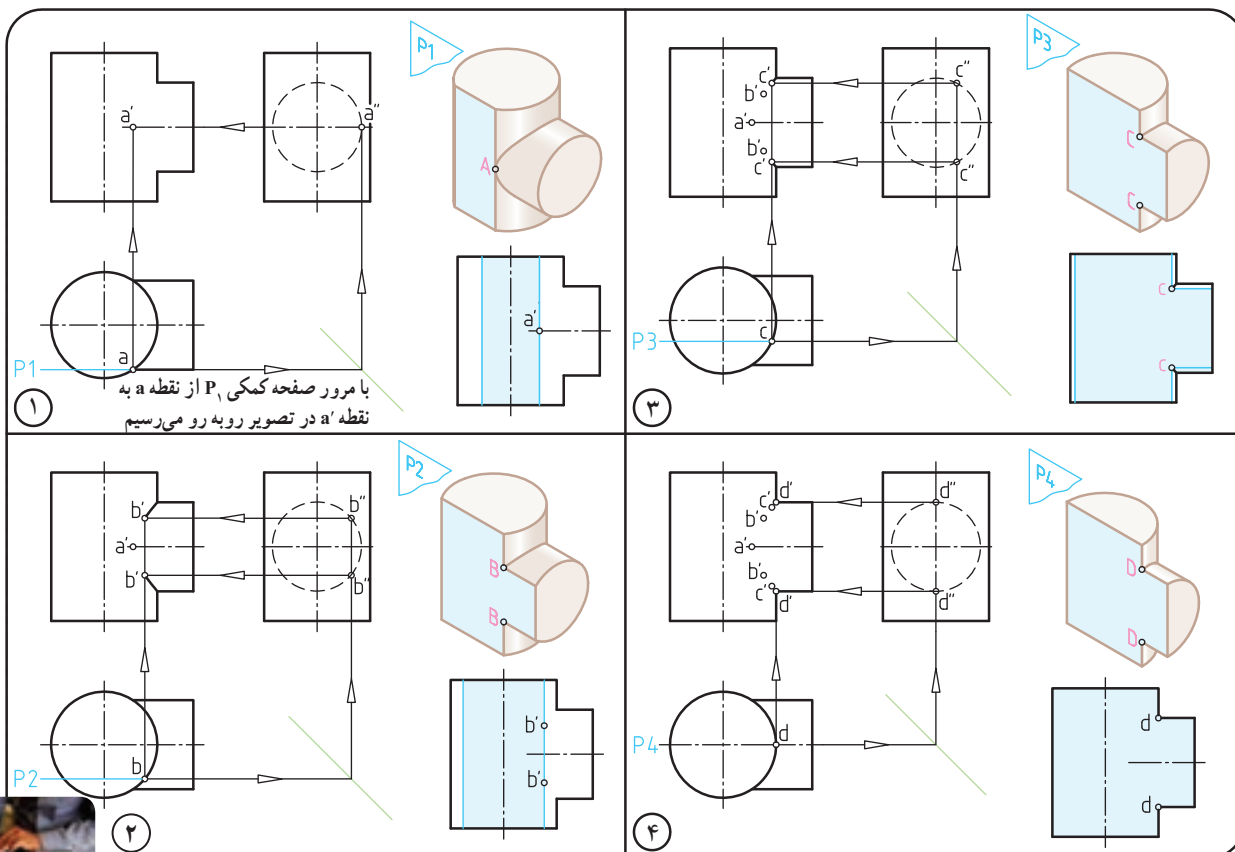
ب - از روی چهار نقطه  $a, b, c, d$  چهار صفحه جبهی  $P_1$  تا  $P_4$

را عبور می دهیم.

تصویر افقی دو استوانه ۱ و ۲



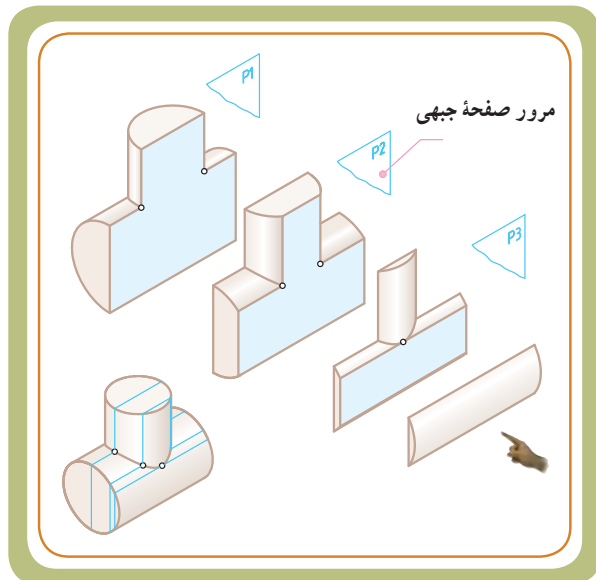
چهار شکل زیر تصویر مجسم مقاطع بریده شده را در اثر مرور صفحات  $P_1$  تا  $P_4$  برای تعیین نقاط منحنی فصل مشترک نشان می دهند. \* در شکل مرحله ۴، با اتصال نقاط  $a'$  تا  $d'$  به همدیگر، منحنی فصل مشترک را با دست آزاد ترسیم کنید.



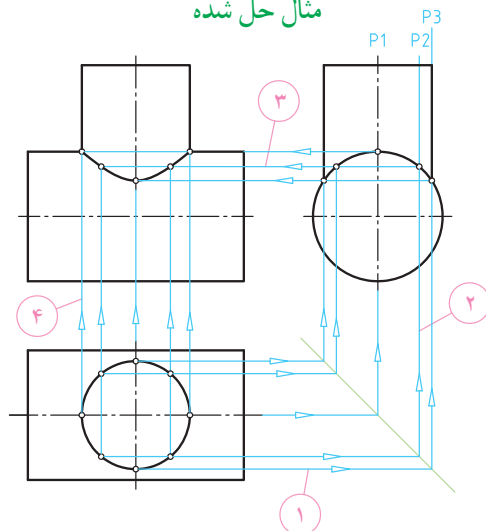


برخورد دو استوانه هم مرکز و غیر هم قطر :

تعیین فصل مشترک حاصل از برخورد دو استوانه غیر هم قطر به روش : مرور صفحه جبهی

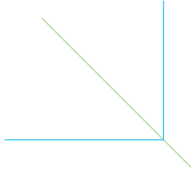
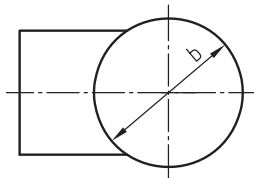
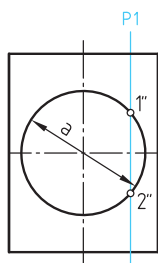
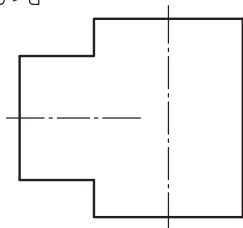


مثال حل شده



ارزشیابی

$b > a$

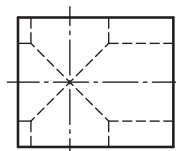
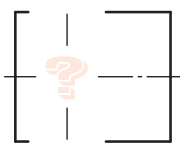
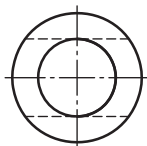
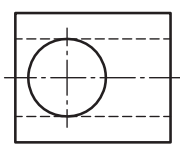


شکل مقابل، برخورد دو استوانه هم مرکز و غیر هم قطر را نشان می دهد. مسیر برش صفحه  $P_1$  را که در تصویر جانبی مشخص شده، در تصویر افقی نیز (با استفاده از خط رابط و خط کمکی  $45^\circ$ ) نشان دهید.

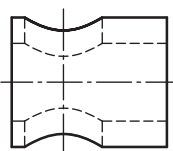
سپس موقعیت دو نقطه ۱ و ۲ را در تصویر روبه رو تعیین کنید.

نقشه خوانی

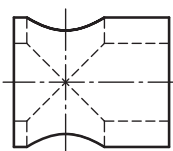
تصویر افقی صحیح کدام است ؟



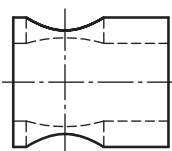
۴ ○



۳ ○

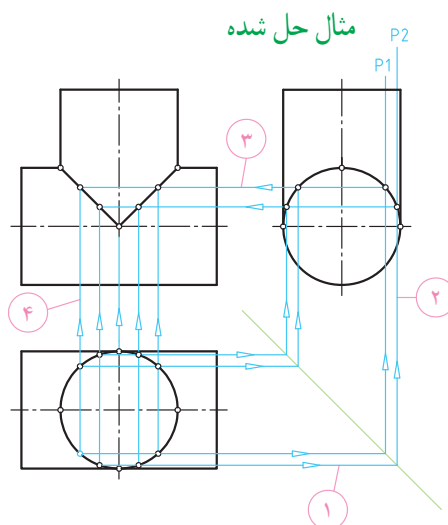
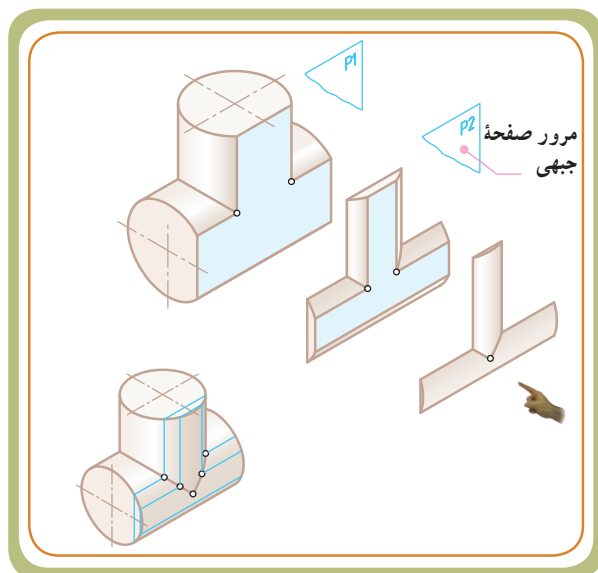


۲ ○



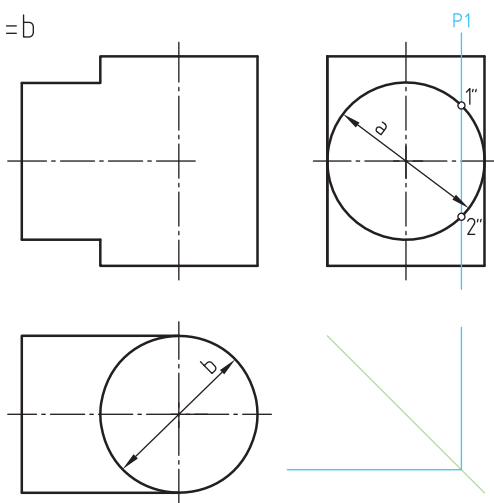
۱ ○

برخورد دو استوانه هم مرکز و هم قطر :  
تعیین فصل مشترک حاصل از برخورد دو استوانه هم قطر به روش : مرور صفحه جبهی



### ارزشیابی

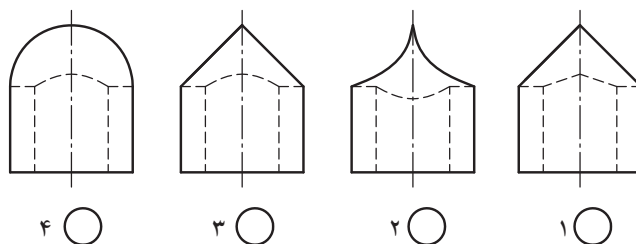
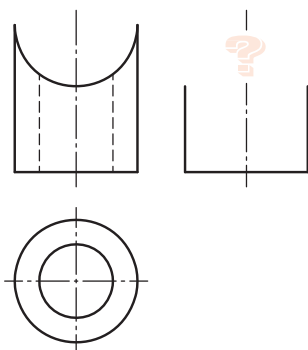
$a=b$



شکل مقابل، برخورد دو استوانه هم مرکز و هم قطر را نشان می‌دهد. مسیر برش صفحه  $P_1$  را که در تصویر جانبی مشخص شده، در تصویر افقی نیز (با استفاده از خط رابط و خط کمکی  $45^\circ$ ) نشان دهید. سپس موقعیت دو نقطه ۱ و ۲ را در تصویر روبه‌رو تعیین کنید.

### نقشه خوانی

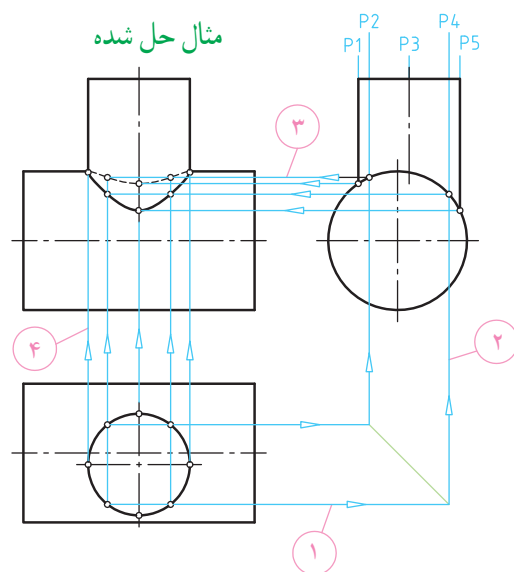
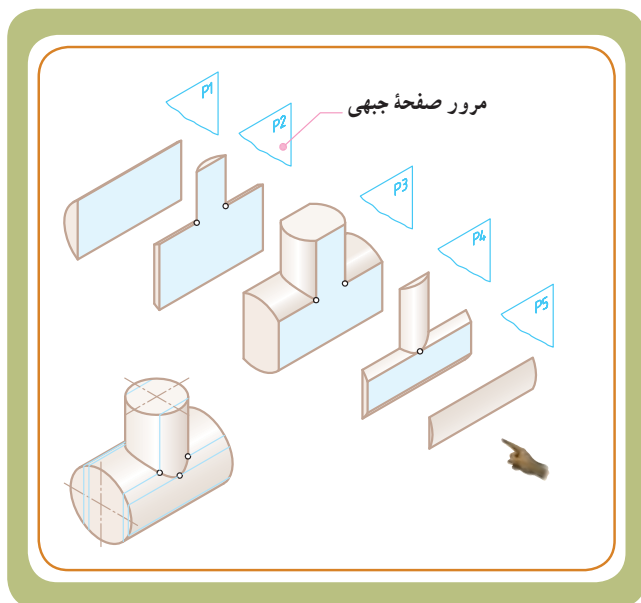
تصویر جانبی صحیح کدام است؟





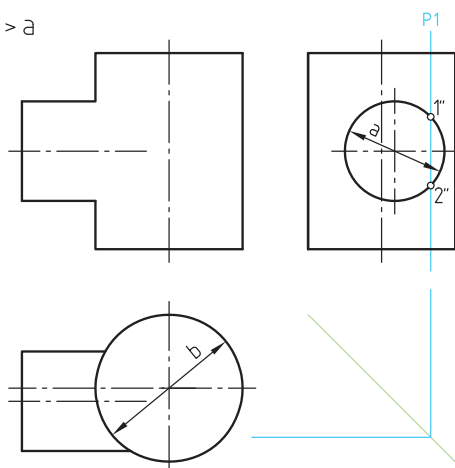
برخورد دو استوانه غیرهم مرکز و غیرهم قطر :

تعیین فصل مشترک حاصل از برخورد دو استوانه غیرهم قطر و غیرهم مرکز به روش : مرور صفحه جبهی



### ارزشیابی

$b > a$



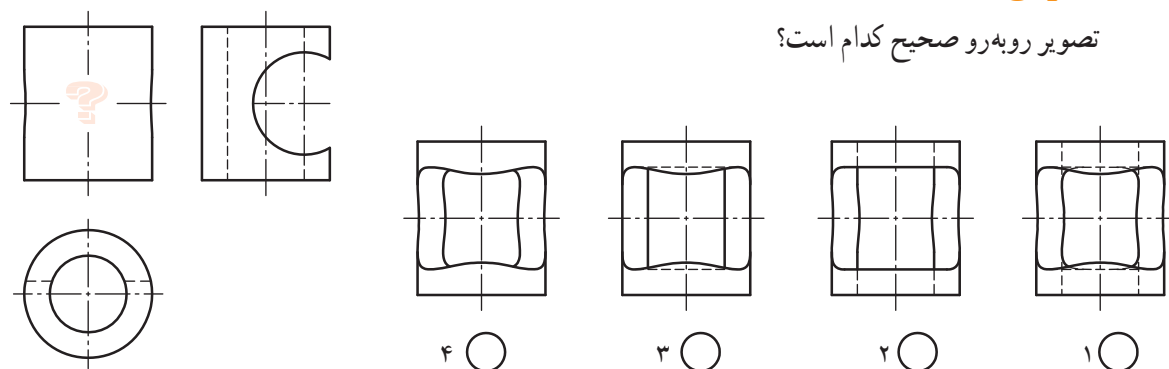
شکل مقابل برخورد دو استوانه غیرهم مرکز و غیرهم قطر را نشان می‌دهد. مسیر برش صفحه  $P_1$  را که در تصویر جانبی مشخص شده، در تصویر افقی نیز (با استفاده از خط رابط و خط کمکی  $45^\circ$ ) نشان دهید.

سپس موقعیت دو نقطه ۱ و ۲ را در تصویر روبه‌رو تعیین کنید.

کنید.

### نقشه خوانی

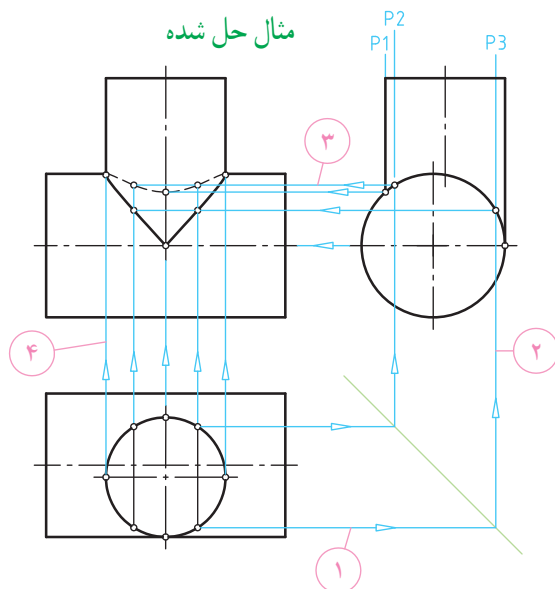
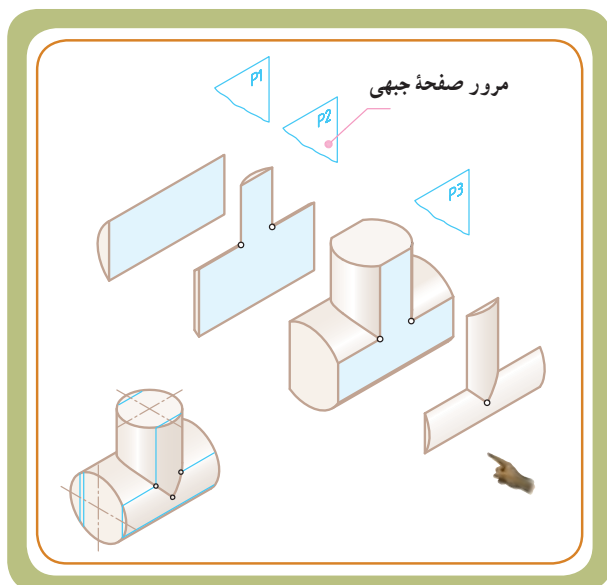
تصویر روبه‌رو صحیح کدام است؟





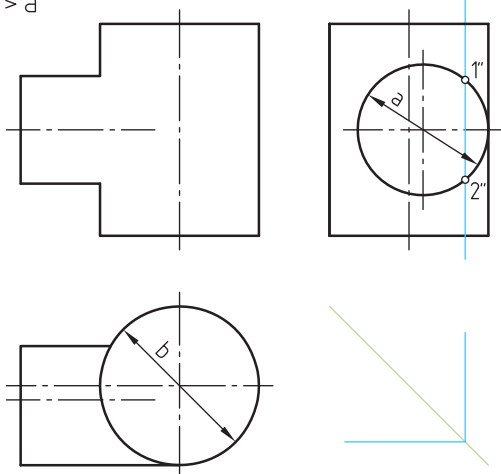
برخورد دو استوانه غیرهم مرکز و غیرهم قطر (مماس بر مولد):

تعیین فصل مشترک حاصل از برخورد دو استوانه غیرهم قطر و غیرهم مرکز (مماس بر مولد استوانه) به روش: مرور صفحه جبهی



### ارزشیابی

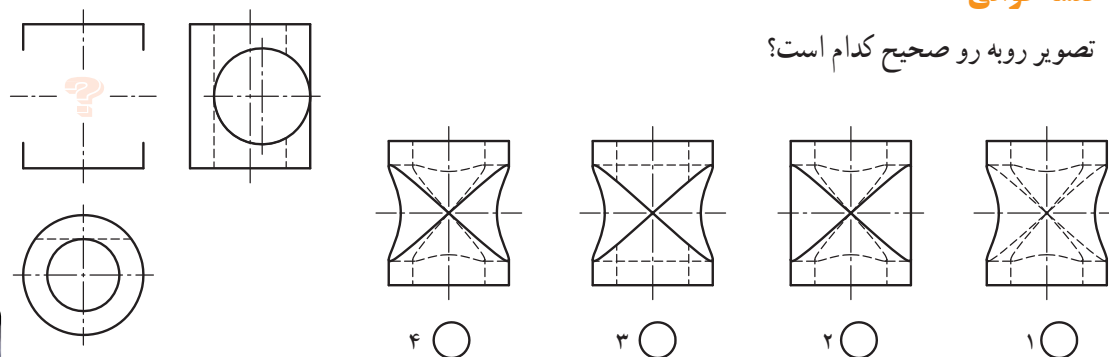
$b > a$



شکل مقابل برخورد دو استوانه غیرهم مرکز و غیرهم قطر (مماس بر مولد) را نشان می‌دهد. مسیر برش صفحه  $P_1$  را که در تصویر جانبی مشخص شده، در تصویر افقی نیز (با استفاده از خط رابط و خط کمکی  $45^\circ$ ) نشان دهید. سپس موقعیت دو نقطه ۱ و ۲ را در تصویر روبه‌رو تعیین کنید.

### نقشه خوانی

تصویر روبه‌رو صحیح کدام است؟



۴ ○

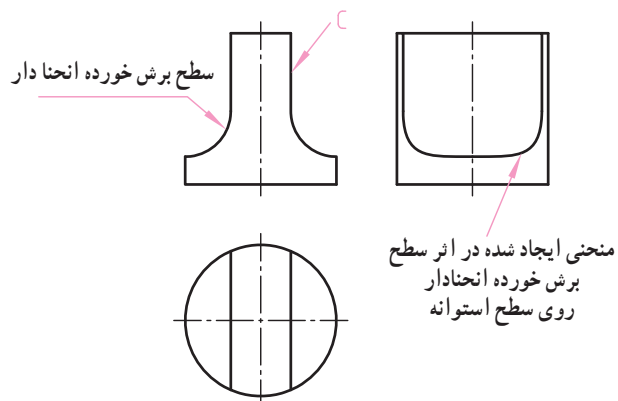
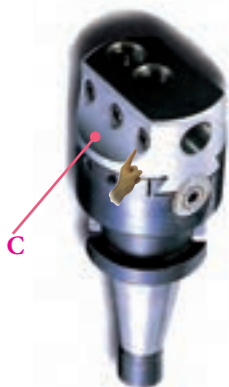
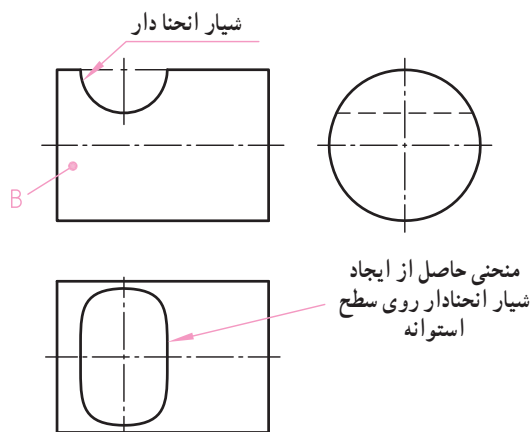
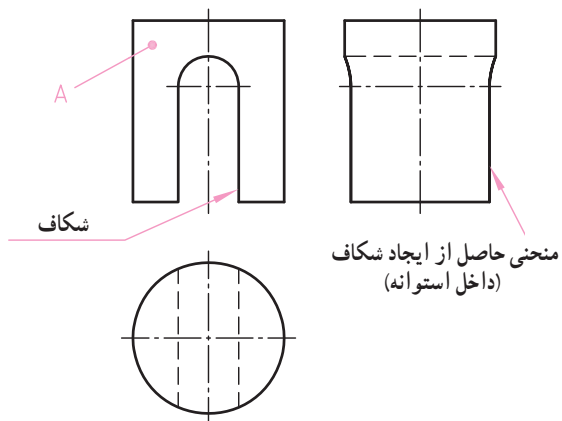
۳ ○

۲ ○

۱ ○



**قسمت سوم:** برش‌ها و شیارهای انحنا دار روی سطح استوانه: در مواردی ممکن است روی سطح استوانه، شکاف‌ها یا شیارهایی ایجاد شده باشد. در این قسمت به درج مطالبی راجع به منحنی‌های ایجاد شده روی سطح استوانه می‌پردازیم. تصاویر زیر برخی از این نوع برش‌ها و شیارها را نشان می‌دهد.





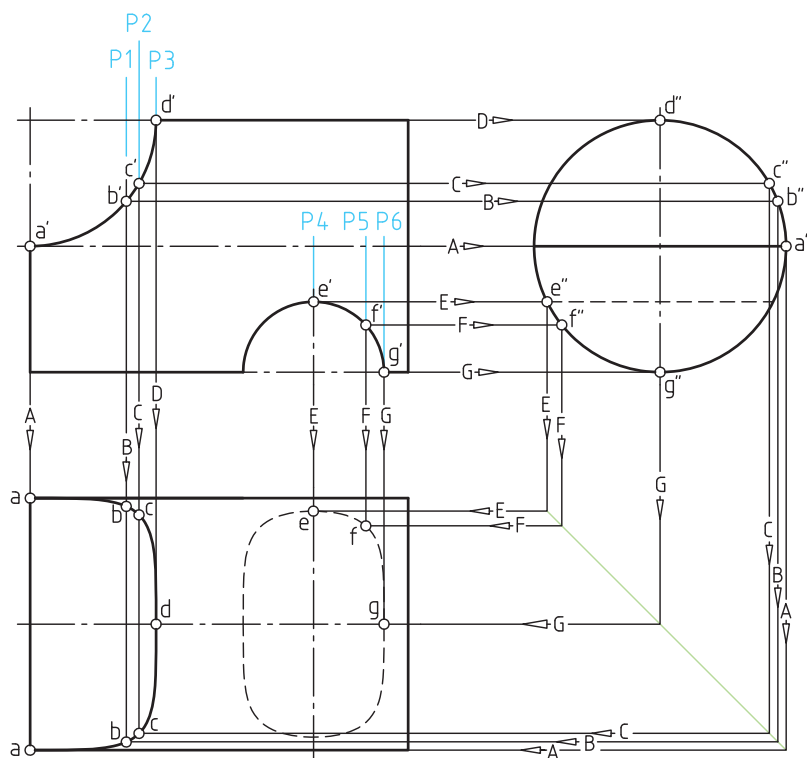
به فرم انحنا دار روی استوانه های  
فک میکرو متر توجه کنید.

استوانه هایی با شیار و شکاف های انحنا دار : ترسیم  
منحنی واقع بر سطوح استوانه هایی که روی آنها برش ها و شیارهای  
انحنا دار ایجاد می شود، همانند دو حالت قبل (مشابه برخورد  
استوانه با استوانه های سوراخ دار) می باشد.

به این ترتیب که باید بر روی سطوح انحنا دار در تصاویر  
معلوم، نقاطی را انتخاب کنیم و از روی آن نقاط، صفحات  
کمکی را عبور دهیم. همان طور که در شکل زیر مشاهده می شود،  
استوانه، توسط دو سطح انحنا دار بریده شده است. با انتخاب  
نقاط بر روی آنها و انتقال آن به تصویر جانبی و نهایتاً امتداد  
این نقاط توسط خط کمکی  $45^\circ$  به طرف تصویر افقی (تصویر  
مجهول) می توانیم نقاط منحنی فصل مشترک را تعیین و منحنی  
مورد نظر را ترسیم کنیم.

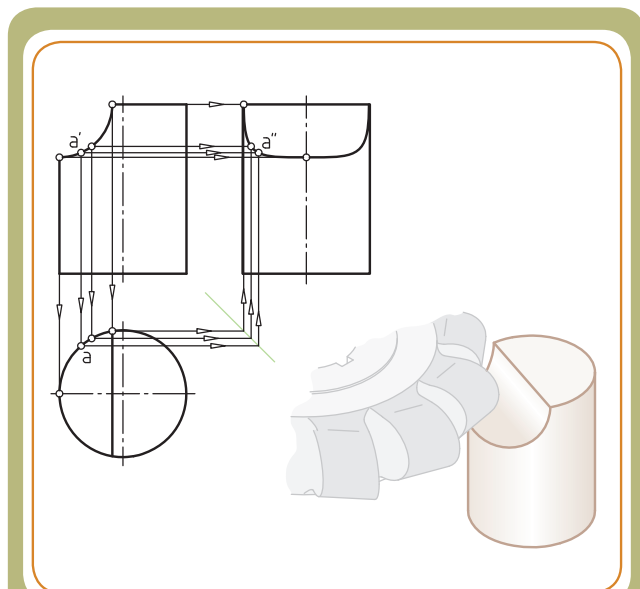
### نقشه خوانی

به نظر شما برای تعیین منحنی در تصویر افقی (از نقاط تعیین شده در تصویر روبه رو) چه صفحاتی عبور داده شده است؟  
نام و تعداد آنها را بنویسید.

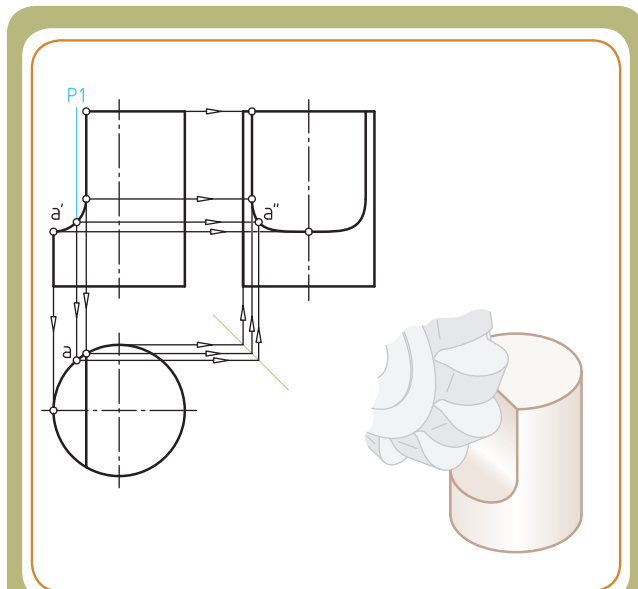


## مثال‌های حل شده

مشابه توضیحات مثال ۱، برداشت خود را برای هریک از تصاویر ۲، ۳ و ۴ یادداشت کنید. همچنین به غیر از نقطه  $a$ ، سایر نقاط را در تصویر جانبی و افقی نشان دهید.



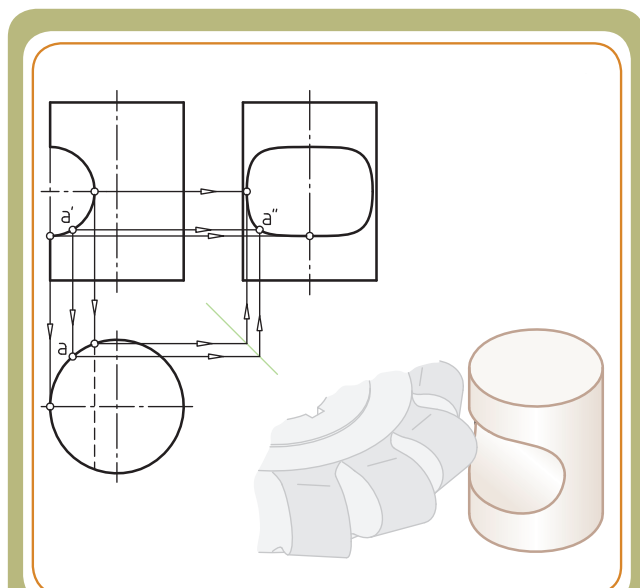
از نقاط انتخاب شده بر روی سطح شیوار در تصویر روبه‌رو (مثل نقطه  $A$ ) می‌توان صفحات نیم‌رخ مثل  $P_1$  را عبور داد تا تصویر افقی را در نقاط هم نام خود قطع نماید. با استفاده از خط کمکی  $45^\circ$  تصویر جانبی نقطه  $A$  (یعنی  $a''$ ) به دست می‌آید.



.....  
.....



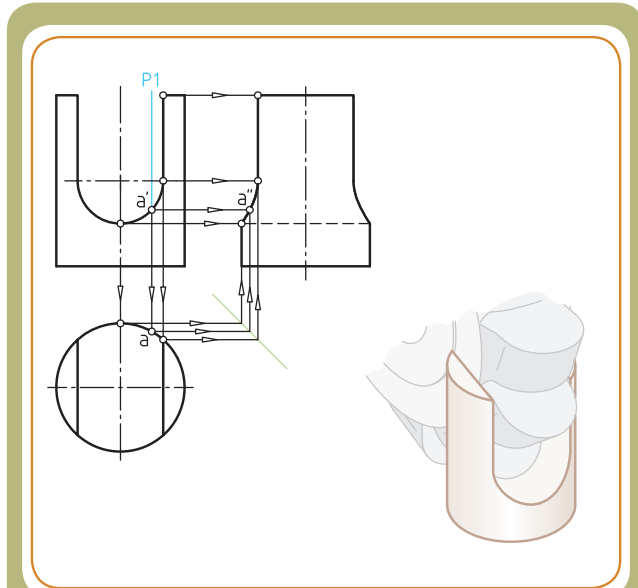
۲



.....  
.....



۳



.....  
.....



۴

