بسم الله الرحمن الرحیم

کتاب کار مدارهای الکتریکی

رشته‌های الکترونیک و الکتروتکنیک

زمینهٔ: صنعت

شاخهٔ : آموزش فنی و حرفه‌ای

شمارهٔ درس: ۲۰۷۲

عنوان و نام پدیدآور: کتاب کار مدارهای الکتریکی[کتاب‌های درسی] رشته‌های الکترونیک و الکتروتکنیک زمینهٔ صنعت، شاخهٔ آموزش فنی و حرفه‌ای شمارهٔ درس۲۰۷۲/ مؤلفان امیرحسین ترکمانی، داود خلیلی، هوشنگ پاشایی؛[برای] وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی؛ برنامه‌ریزی محتوا ونظارت بر تألیف، دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش.
مشخصات نشر: تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری:۳۳۰ ص.
شابک :۳-۲۳۱۹-۰۵-۹۶۴-۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی: فیپا
موضوع: مدارهای برقی
موضوع: مدارهای برقی- مسائل، تمرین و غیره(آموزش)
شناسهٔ افزوده: ترکمانی، امیرحسین ۱۳۵۰-
شناسهٔ افزوده: خلیلی، داود ۱۳۴۵-
شناسهٔ افزوده: ترکمانی، امیرحسین ۱۳۳۲-
شناسهٔ افزوده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
شناسهٔ افزوده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش
رده‌بندی کنگره: TK۴۵۴/ی۲۳۱۲۹۰
رده‌بندی دیویی: ۳۷۳/ی۳۰۷۲

۱۳۹۵

همکاران محترم و دانش‌آموزان عزیز:

پیشـــنهادها و نظرهای خود را دربارهٔ محتوای این کتاب به نشـــانی تهران ـ صندوق پســـتی شمارهٔ ۴۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ارسال فرمایند.

پیام‌نگار (ایمیل) tvoccd@roshd.ir

وب‌گاه (وب‌سایت) www.tvoccd.medu.ir

وزارت آموزش و پرورش

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

عنوان و کدکتاب: کتاب کار مدارهای الکتریکی ـ **۴۷۱/۲**

مؤلفان: امیرحسین ترکمانی(فصل اول)- داود خلیلی(فصل **۳،۲** و **۴**) - هوشنگ پاشایی (فصل **۶،۵** و **۷**)

ویراستار فنی: مجتبی انصاری پور، محمدحسن اسلامی، نقی اصغری

رسامی: سیده گلاویش سیدصالحی، حامد موسوی

صفحـه‌آرا: امید سیدصالحی، حامد موسوی

طراح جلد و گرافیک: حامد موسوی

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع: ادارهٔ کلّ نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران ـ خیابان ایرانشهر شمالی ـ ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن: ۹ ـ ۸۸۸۳۱۱۶۱ ، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶ ، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وب‌سایت www.chap.sch.ir

ناشر: **شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران ـ کیلومتر ۱۷ جادّهٔ مخصوص کرج ـ خیابان ۶۱ (دارو پخش)**

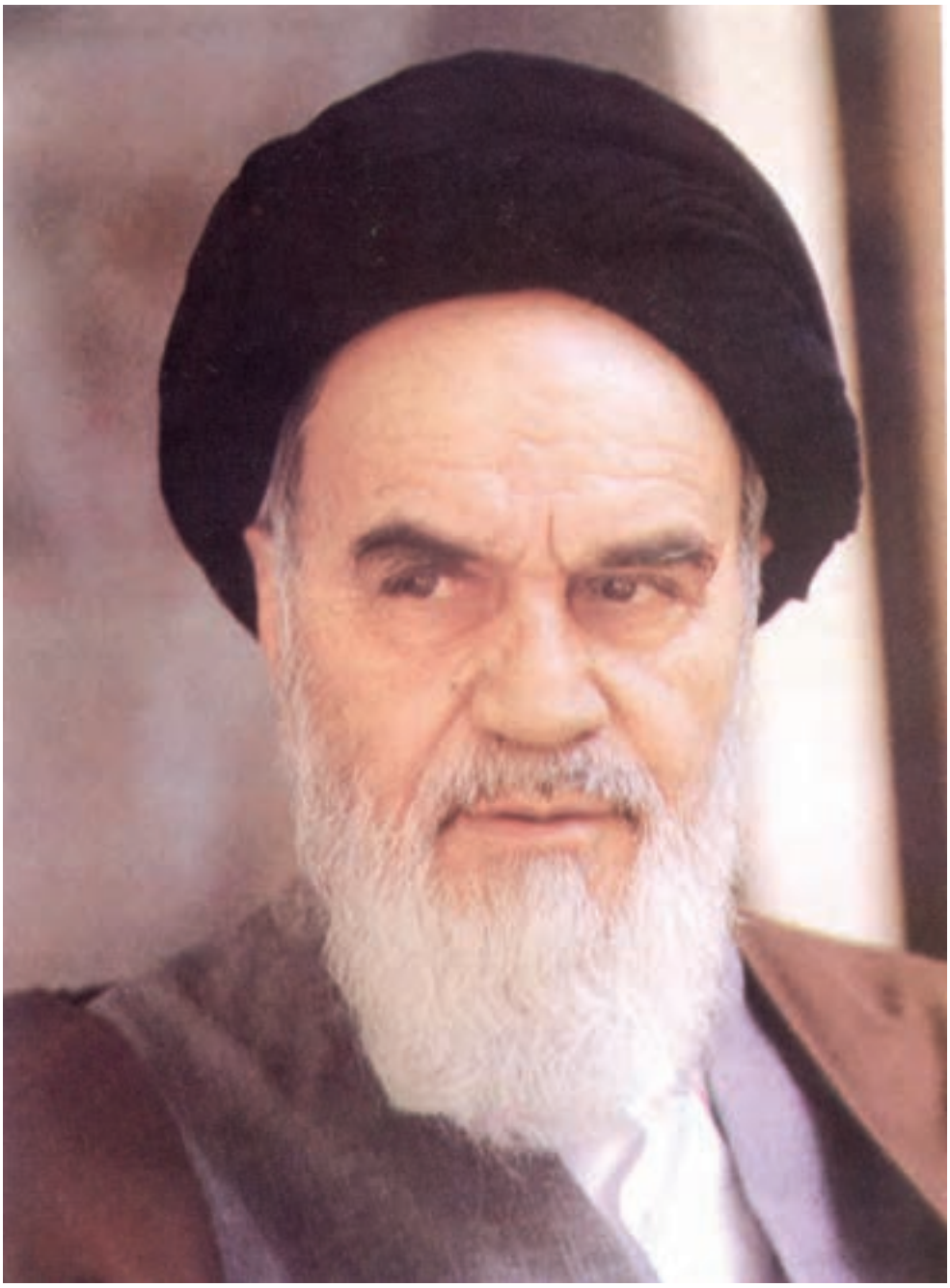
تلفن: ۵ ـ ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۹ ـ ۳۷۵۱۵

چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ ششم ۱۳۹۵

حقّ چاپ محفوظ است

ISBN: 978-964-05-2319-3 **شابک ۳-۲۳۱۹-۰۵-۹۶۴-۹۷۸**



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آیید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتکای به اجانب بپرهیزید.

امام خمینی «قدّس سرّه الشّریف»

فرآیند **یاددهی- یادگیری** نیازمند عمق دهی بیشتری به **مطالب درسی** و تهیه و تدارک تجارب یادگیری از قبل طراحی شده دارد که بعضاً این تجارب، نیازهای هنرجویان را تامین نکرده است. از این روست که **نظریه‌های جدید یادگیری** تاکید بر پوشش این نیازها داشته و در همین ارتباط تالیف و تدوین **کتاب کار** در مورد دروسی که فراگیری عمیق محتوای آن‌ها، احتیاج به تمرین و ممارست بیشتری دارد، نمود عینی پیدا می‌کند.

کتاب کار یکی از اجزا مهم **بسته‌های آموزشی** به شمار می‌رود. استفاده از تکنیک‌های آموزشی و تکیه بر اجرای آموزش‌های پودمانی که در بطن خود، **خودآموز بودن، خود محتوا بودن،** و **خودگام بودن** را به همراه دارد سبب می‌شود کتاب کار علاوه بر دارا بودن تمرین‌ها و مسایل متنوع، به عنوان یک **منبع کمک درسی** در خدمت هنرآموزان و هنرجویان قرار گیرد.

در تالیف و تدوین **کتاب کار مدارهای الکتریکی** سعی شده است تا علاوه بر داشتن ظاهری جذاب و متنوع، مسایل و تمرین‌های گوناگونی از ساده به مشکل طرح شوند، به برخی از سوال‌ها پاسخ داده شود و به طور موردی چگونگی حل مسائل را در **درصدی قابل قبول** به هنرجویان بیاموزد ضمن آن که به موشکافی محتوای کتاب درسی نیز می‌پردازد.

ضمن تشکر از اعضای محترم کمیسیون تخصصی گروه الکتروتکنیک که در تهیه این کتاب ما را یاری فرمودند با کمال میل انتقاد و پیشنهادهای هنرآموزان محترم و هنرجویان عزیز را که همواره چراغ راه ما می باشد، پذیرا هستیم.

مولفان

فهرست مطالب :

۱- مدارهای الکتریکی جریان مستقیم

۱-۱- عناصر مدار ۲
۱-۲- تحلیل مدارهای الکتریکی با قانون اهم ۲
۱-۳- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جریان حلقه ۶
۱-۴- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش پتانسیل گره ۲۰
۱-۵- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جمع آثار ۳۹
۱-۶- تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یکدیگر ۵۱
۱-۷-الف- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش تونن ۵۶
۱-۷-ب- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش نورتن ۷۶
۱-۸- مدارهای شامل سلف و خازن در حالت ماندگار ۹۳

۲- بردار

۲-۱- بردار ۱۰۲
۲-۲- عملیات ریاضی روی بردارها ۱۰۲
۲-۳- جمع بردارها ۱۰۲
۲-۴- جمع بردارها به روش تحلیلی ۱۰۴
۲-۵- تفاضل بردارها ۱۰۷
۲-۶- ضرب بردارها ۱۰۸
۲-۷- ضرب نقطه ای ۱۰۸
۲-۸- معادلات ولتاژ و جریان ۱۱۰
۲-۹- اختلاف فاز ۱۱۰
۲-۱۰- انواع حالت های مدار ۱۱۰
۲-۱۱- انواع توان ها ۱۱۵
۲-۱۲- محاسبه توان ظاهری Ps و ضریب قدرت Cos φ ۱۲۰

۳- مدارهای RL سری و RL موازی

۳-۱- مدار RL سری ۱۳۰
۳-۲- مثلث ولتاژ ۱۳۰
۳-۳- مثلث امپدانس ۱۳۰
۳-۴- مثلث توان ۱۳۰
۳-۵- ضرایب مهم ۱۳۱
۳-۶- تاثیر فرکانس بر مقادیر Z و I در مدارهای RL سری ۱۳۸
۳-۷- مدار RL موازی ۱۴۶
۳-۸- مثلث جریان ۱۴۶
۳-۹- مثلث عکس امپدانس ۱۴۶
۳-۱۰- مثلث توان ۱۴۶
۳-۱۱- نسبت های مثلثاتی ۱۴۷
۳-۱۲- تاثیر فرکانس روی مدارهای RL موازی ۱۵۰
۳-۱۳- تبدیل مدار RL سری به RL موازی ۱۵۳
۳-۱۴- تبدیل مدار RL موازی به RL سری ۱۵۴

۴- مدارهای RC سری و RC موازی

۴-۱- مدار RC سری ۱۶۸
۴-۲- مثلث ولتاژ ۱۶۸
۴-۳- مثلث امپدانس ۱۶۸
۴-۴- مثلث توان ۱۶۸
۴-۵- ضرایب یا نسبت های مثلثاتی ۱۶۹
۴-۶- تاثیر فرکانس بر مدار RC سری ۱۷۷
۴-۷- تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت و زاویه اختلاف فاز ۱۷۸
۴-۸- مدار RC موازی ۱۸۵
۴-۹- مثلث جریان ۱۸۵
۴-۱۰- مثلث عکس امپدانس ۱۸۵
۴-۱۱- مثلث توان ۱۸۵
۴-۱۲- نسبت های مثلثاتی مهم ۱۸۶
۴-۱۳- تاثیر فرکانس بر مدار RC موازی ۱۹۰
۴-۱۴- تبدیل مدار RC سری به RC موازی ۱۹۲
۴-۱۵- تبدیل مدار RC موازی به RC سری ۱۹۳

۵- مدارهای LC سری و LC موازی

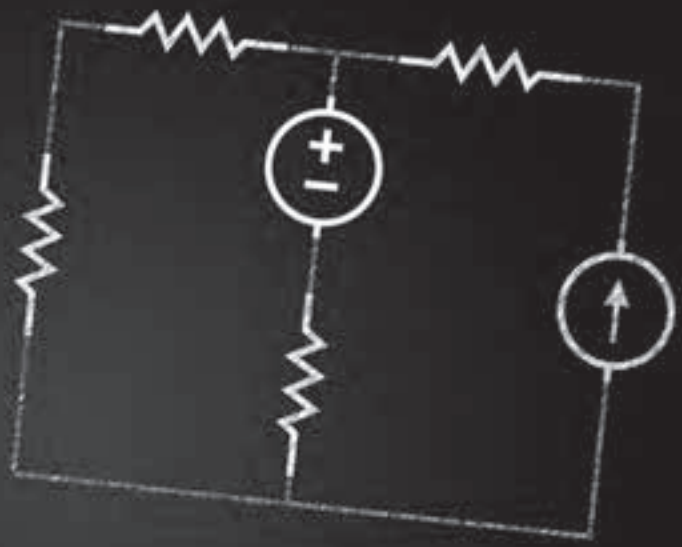
۵-۱- مدار LC سری ۲۰۴
۵-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار LC سری ۲۰۵
۵-۳- مدار LC موازی ۲۲۶
۵-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار LC موازی ۲۲۷

۶- مدارهای RLC

۶-۱- مدار RLC سری ۲۵۲
۶-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC سری ۲۵۳
۶-۳- مدار RLC موازی ۲۷۴
۶-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC موازی ۲۷۵
۶-۵- مدارهای RLC مختلط ۳۰۱

۷- مدار جریان های سه فاز

۷-۱- مدار جریان های سه فاز ۳۱۲
۷-۲- اتصال ستاره ۳۱۲
۷-۳- اتصال مثلث ۳۲۳



فصل اول

مدارهای الکتریکی جریان مستقیم

نورتن
multisim
اهم $I_1=+I_2-I_3$
عناصر مدار
قانون اهم جریان مستقیم
روش پتانسیل گره
حالت پایدار **سلف**
KVL1) $6I_1+4I_2=16$
توان مجذور جریان
جریان حلقه **KCL A**
روش جمع آثار **تونن**
قانون کیرشهف
$R_N=\frac{12\times24}{12+24}=8[\Omega]$
شدت جریان
جریان منبع ولتاژ = توان منبع
تحلیل مدار
منبع جریان
$I=\sqrt{4}=2[A]$
مقاومت
$I_2=-9A$
پلاریته
ولتاژ
12Ω

خلاصه درس

۱-۱ – عناصر مدار

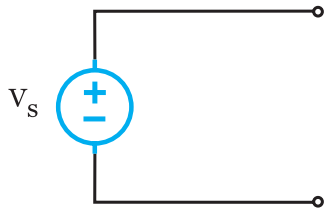
– عناصر غیرفعال عناصری هستند که انرژی الکتریکی را مصرف می‌کنند یا آن را در خود ذخیره می‌سازند.

– مقاومت‌های اهمی، سلف‌ها و خازن‌ها عناصر غیرفعال هستند.

– مقاومت اهمی عنصری است که انرژی الکتریکی را به حرارت تبدیل می کند و جریان آن با ولتاژ دو سر آن متناسب است.

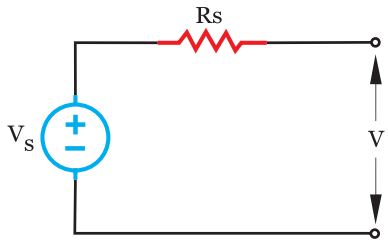
– عناصر فعال عناصری هستند که انرژی الکتریکی مدار را تامین می‌کنند. منابع ولتاژ و جریان، عنصر فعال در مدارهای الکتریکی هستند.

– منبع ولتاژ ایده آل، منبعی است که در بارهای مختلف ولتاژ ثابتی به مدار می‌دهد. شکل (۱-۱).



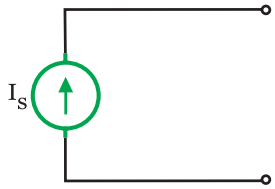
شکل (۱-۱)

– منبع ولتاژ واقعی، منبعی است که با افزایش جریان بار ولتاژ خروجی آن کاهش می‌یابد. شکل (۲-۱)



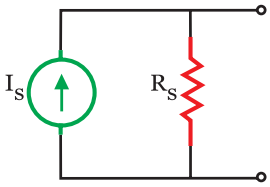
شکل (۲-۱)

– منبع جریان ایده آل، منبعی است که در بارهای مختلف جریان ثابتی به مدار می‌دهد. شکل (۳-۱)



شکل (۳-۱)

– منبع جریان واقعی، منبعی است که با یک مقاومت اهمی به صورت موازی قرار می‌گیرد و در صورت تغییر بار جریان مصرف کننده قدری تغییر می‌کند. شکل (۴-۱).



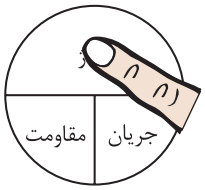
شکل (۴-۱)

۲-۱- تحلیل مدارهای الکتریکی با قانون اهم

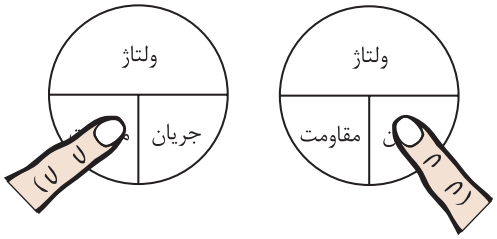
قانون اهم

در حل بسیاری از مدارهای الکتریکی قانون اهمی کاربرد دارد. قانون اهم رابطه ی بین جریان، ولتاژ و مقاومت را بین می‌کند . در یک مدار DC ، رابطه ریاضی قانون اهم به شکل $I=\frac{V}{R}$ است که در آن V (ولتاژ) برحسب ولت و R (مقاومت) بر حسب اهم و I (شدت جریان) بر حسب آمپر است. برای یادآوری قانون اهم شکل (۵-۱) بسیار مفید است.

شکل (۵-۱)



جریان × مقاومت = ولتاژ



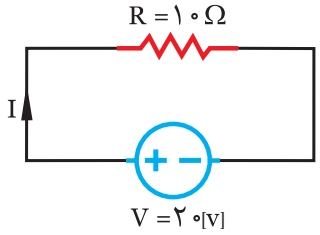
$\text{ولتاژ} = \text{مقاومت} \times \text{جریان}$ $\qquad$ $\frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}} = \text{مقاومت}$

شکل (۶-۱)

در شکل (۵-۱) هر کدام از کمیت‌ها را با انگشت بپوشانید رابطه آن با دو کمیت دیگر مشخص می‌شود. به شکل‌های (۶-۱) توجه کنید.

مثال ۱

در مدار شکل (۷-۱) مطلوبست جریان مقاومت۱۰Ω به کمک قانون اهم.



شکل (۷-۱)

حل

- با توجه به شکل (۵-۱) رابطه شدت جریان برابر است با:

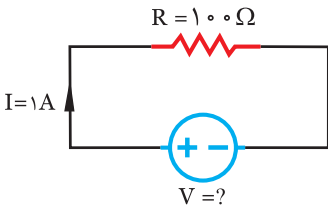
$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

و رابطه ریاضی آن می‌شود:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{۲۰}{۱} = ۲[A]$$

فعالیت ۱

در مدار شکل (۸-۱) ولتاژ منبع را به کمک قانون اهم بدست آورید.



شکل (۸-۱)

حل

- با توجه به شکل (۵-۱) رابطه ولتاژ را بدست آورید.

ولتاژ = ... × .....

- رابطه ریاضی آن را بنویسید.

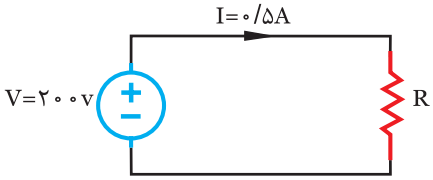
..... = ... × I

- مقادیر کمیت‌های مقاومت و جریان را جایگزین کنید.

V = ... × ..... = ۱۰۰[V]

تمرین

۱- در مدار شکل (۹-۱) مقدار مقاومت R را به کمک قانون اهم بدست آورید.



شکل (۹-۱)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

خلاصه درس

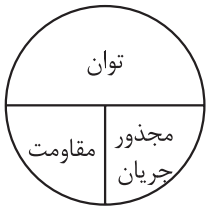
توان

انرژی الکتریکی در مقاومت اهمی (R) به حرارت تبدیل می‌شود. این حرارت ناشی از جاری شدن جریان در مقاومت اهمی است.

توان

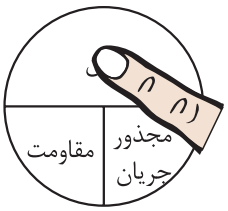
در یک مدار DC رابطه‌ی ریاضی بین توان، جریان و مقاومت اهمی به شکل $P = RI^2$ است که در آن R (مقاومت اهمی) برحسب اهم و I (شدت جریان) برحسب آمپر و P (توان) برحسب وات است.

برای یادآوری رابطه توان شکل (۱-۱۰) بسیار مفید است.

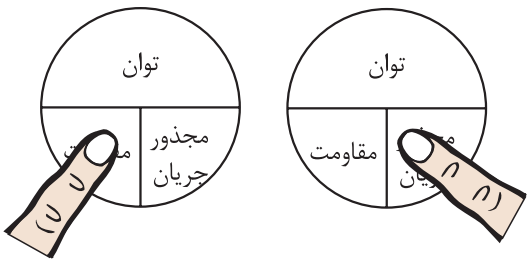


شکل (۱-۱۰)

در شکل (۱-۱۰) هر کدام از کمیت‌ها را با انگشت بپوشانید رابطه آن با دو کمیت دیگر مشخص می‌شود. به شکل‌های (۱-۱۱) توجه کنید.



مجذورجریان × مقاومت = توان

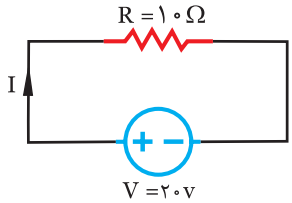


$\text{مقاومت} = \frac{\text{توان}}{\text{مجذورجریان}}$ $\qquad$ $\text{مجذورجریان} = \frac{\text{توان}}{\text{مقاومت}}$

شکل (۱-۱۱)

مثال ۲

در مدار شکل (۱-۱۲) توان در مقاومت ۱۰ اهم چند وات است؟



شکل (۱-۱۲)

حل

- با توجه به شکل (۱-۵) رابطه جریان بدست می‌آید:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

- رابطه ریاضی جریان نوشته می‌شود:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲[A]$$

- با توجه به شکل (۱-۱۰) رابطه توان بدست می‌آید:

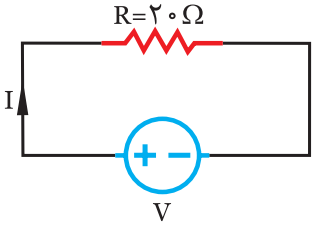
مجذور جریان × مقاومت = توان

- رابطه ریاضی توان نوشته می‌شود:

$$P = R.I^۲ = ۱۰ \times ۲^۲ = ۴۰[W]$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۱-۱۳) توان مقاومت ۲۰Ω برابر با ۸۰ وات است. ولتاژ منبع چند ولت می‌باشد.



شکل (۱-۱۳)

حل

با توجه به شکل (۱-۱۰) رابطه جریان را بدست آورید:

$$\text{مجذور جریان} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

رابطه ریاضی جریان را بنویسید:

$$I^{۲} = \frac{P}{R} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = ۴$$

مقدار جریان را محاسبه کنید.

$$I = \sqrt{۴} = ۲[A]$$

با توجه به شکل (۵-۱) رابطه ولتاژ را بدست آورید.

ولتاژ = ... × جریان

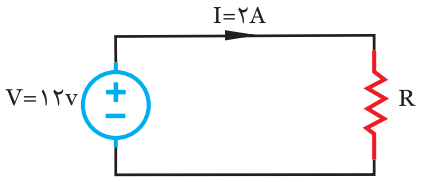
رابطه ریاضی ولتاژ را بنویسید.

..... = R × .....

مقدار ولتاژ را محاسبه کنید.

V = ... × ..... = ۴۰ [V]

۱- در مدار شکل (۱۴-۱) توان مقاومت چند وات است.



شکل (۱۴-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۲- ولتاژ دو سر یک مقاومت از حاصل ضرب جریان در مقاومت بدست می‌آید.

صحیح ☐ غلط ☐

۳- عناصری که انرژی الکتریکی را مصرف می‌کنند، عناصر فعال نام دارند.

صحیح ☐ غلط ☐

۴- منابعی که در بارهای مختلف جریان ثابتی به مدار می‌دهند، منابع ولتاژ نام دارند.

صحیح ☐ غلط ☐

خلاصه درس

۳-۱- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جریان حلقه

تحلیل مدارهای الکتریکی با روش جریان حلقه بر قانون ولتاژهای کیرشهف[1] KVL استوار است. طبق این قانون:

قانون ولتاژهای کیرشهف

در هر حلقه جمع جبری افت ولتاژهای دو سر مقاومت‌ها و ولتاژ منبع تغذیه برابر صفر است.

تحلیل مدار به روش جریان حلقه برای محاسبه جریان عناصر مدار مناسب است و برای اجرای آن مراحل زیر طی می‌شود.مدار را تا حد ممکن ساده کنید.

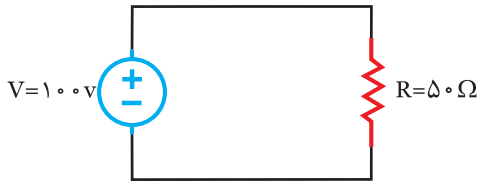
- برای هر حلقه، یک جریان در جهت دلخواه منظور کنید. بهتر است جریان همه‌ی حلقه‌ها در یک جهت فرض شوند.
- با حرکت در جهت حلقه با استفاده از قانون ولتاژهای کیرشهف KVL معادله‌ی ولتاژها را برای حلقه نوشته می‌شود.
- برای مدار با n حلقه، n معادله با n مجهول بدست می‌آید.
- روابط KVL را در یک دستگاه قرار دهید و با حل آن‌ها جریان حلقه‌ها را بدست آورید.
- با معلوم بودن جریان حلقه‌ها، جریان عناصر مدار بدست می‌آید.

به خاطر داشته باشید

بهتر است جریان حلقه‌ها در جهت حرکت عقربه ساعت فرض شوند.

مثال ۳

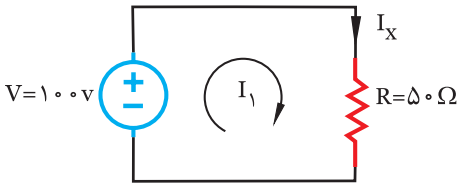
با روش حلقه جریان مقاومت شکل (۱-۱۵) چند آمپر است.



شکل (۱-۱۵)

حل

جریان مقاومت با I_x در جهت دلخواه نشان داده می‌شود. شکل (۱-۱۶). حلقه I_1 در جهت حرکت عقربه ساعت مشخص می‌شود.با حرکت در جهت حلقه، KVL برای آن نوشته می‌شود. نقطه شروع حرکت مهم نیست.



شکل (۱-۱۶)

در هنگام حرکت در صورت رسیدن به پلاریته‌ی منفی منبع ولتاژ مقدار آن با علامت منفی، و در صورت رسیدن به پلاریته مثبت مقدار آن با علامت مثبت منظور می‌شود. و با رسیدن به مقاومت مقدار آن در I_1 ضرب می شود و با علامت مثبت در معادله KVL منظور می‌شود. و معادله مساوی صفر قرار داده می‌شود.

KVL۱ $\Rightarrow -۱۰۰ + ۵۰\, I_1 = ۰$

معادله KVL۱ حل می‌شود تا مقدار I_1 بدست آید.

$$۵۰\, I_1 = ۱۰۰ \qquad I_1 = \frac{۱۰۰}{۵۰} = ۲[A]$$

از محل I_x حلقه I_1 می‌گذرد که با آن هم جهت است لذا:

$$I_X = +I_1 = +۲A$$

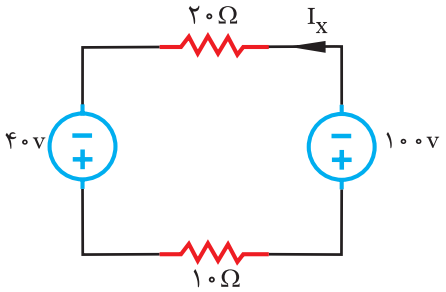
علامت مثبت در رابطه اخیر نشان می‌دهد، جهت I_x موافق جهت حلقه I_1 است.

به خاطر داشته باشید

در صورتیکه جهت جریان حلقه موافق جهت جریان I_x باشد علامت + برای آن منظور می‌شود.

فعالیت ۳

با روش حلقه جریان I_x شکل(۱-۱۷) را بدست آورید.



شکل (۱-۱۷)

۱. Kirchhoff's Voltage Law

حل

حلقه را در جهت حرکت عقربه ساعت مشخص کنید آن را I_1 بنامید.

به حلقه KVL اعمال کنید:

KVL۱ ⇒ + ۴۰ + ... − ..... + ... = ۰

معادله KVL را حل کنید:

..... I_1 = ...

جریان حلقه I_1 را بدست آورید:

$$I_1 = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = ۲[A]$$

حلقه I_1 در خلاف جهت I_x است لذا:

$$I_x = -I_1 = -۲A$$

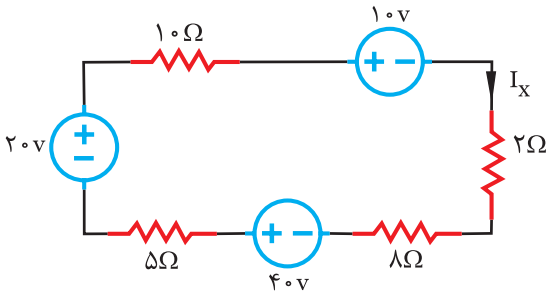
علامت منفی در رابطه اخیر نشان می‌دهد جهت I_x مخالف جهت حلقه I_1 است.

به خاطر داشته باشید

در صورتیکه جهت جریان حلقه مخالف جهت جریان I_x باشد، علامت − برای آن منظور می‌شود.

تمرین

۱- با روش حلقه جریان I_x شکل (۱-۱۸) را بدست آورید و ولتاژ دو سر مقاومت ۲ Ω را محاسبه کنید.



شکل (۱-۱۸)

.....

.....

.....

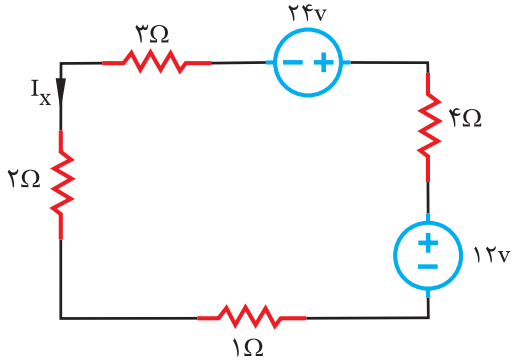
.....

.....

.....

۲- با استفاده از نرم افزار multisim مدار شکل (۱-۱۸) را اجرا نمایید.

۳- با روش حلقه جریان I_x شکل (۱-۱۹) را بدست آورید و توان در مقاومت ۲ Ω را محاسبه کنید.



شکل (۱-۱۹)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

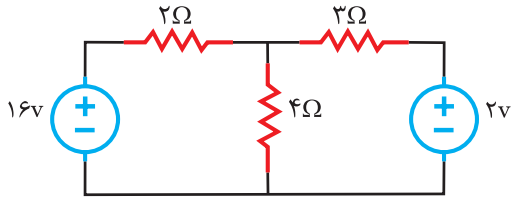
.....

.....

۴- با استفاده از نرم افزار Multisim مدار شکل (۱-۱۹) را اجرا کنید.

مثال ۴

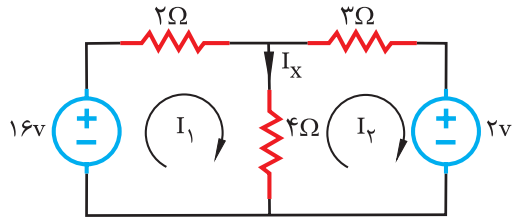
با روش جریان حلقه مطلوبست جریان مقاومت ۴ اهمی شکل (۱-۲۰).



شکل (۱-۲۰)

حل

جریان مقاومت ۴ اهمی در جهت دلخواه نشان داده می‌شود. آن را I_x می‌نامیم و حلقه‌های I_1 و I_2 را در جهت حرکت عقربه‌های ساعت مشخص می‌شود. شکل (۲۱-۱)



شکل (۲۱-۱)

با حرکت در جهت حلقه I_1 معادله KVL۱ با توجه به نکات زیر نوشته می‌شود.

- حلقه I_1 از پلاریته منفی منبع ۱۶ ولتی وارد می‌شود لذا مقدار آن با علامت منفی لحاظ می‌شود.

KVL۱ -۱۶

- از مقاومت ۲ اهمی فقط حلقه I_1 می‌گذرد لذا افت ولتاژ آن به صورت $+۲I_1$ منظور می‌شود.

KVL۱ $-۱۶+۲I_1$

- از مقاومت ۴ اهمی حلقه‌های I_1 و I_2 در جهت مخالف می‌گذرند. چون KVL۱ نوشته می‌شود. با رعایت حق تقدم برای I_1، افت ولتاژ آن بصورت $۴(I_1-I_2)$ منظور می‌شود.

KVL۱ $-۱۶+۲I_1+۴(I_1-I_2)=۰$

با حرکت در جهت حلقه I_2 معادله KVL۲ با توجه به نکات زیر نوشته می‌شود:

- حلقه I_2 از پلاریته مثبت منبع ۲ ولتی وارد می‌شود لذا مقدار آن با علامت مثبت لحاظ می‌شود.

KVL۲ $+۲$

- از مقاومت ۴ اهمی حلقه های I_2 و I_1 در جهت مخالف می‌گذرند. چون KVL۲ نوشته می‌شود. با رعایت حق تقدم برای I_2 افت ولتاژ آن بصورت $۴(I_2-I_1)$ منظور می‌شود.

KVL۲ $+۲+۴(I_2-I_1)$

- از مقاومت ۳ اهمی فقط حلقه I_2 می‌گذرد افت ولتاژ آن بصورت $+۳I_2$ منظور می‌شود.

KVL۲ $+۲+۴(I_2-I_1)+۳I_2=۰$

- معادلات ۲ و KVL۱ ساده می‌شود.

KVL۱ $-۱۶+۲I_1+۴I_1-۴I_2=۰$

KVL۲ $+۲+۴I_2-۴I_1+۳I_2=۰$

- معادلات ۲ و KVL۱ برحسب I_1 و I_2 مرتب می‌شود.

KVL۱ $۶I_1-۴I_2=۱۶$

KVL۲ $-۴I_1+۷I_2=-۲$

- معادلات ۲ و KVL۱ را در یک دستگاه با روش حذف حل می‌شود تا مقادیر جریان حلقه‌های I_1 و I_2 بدست آید.

$$\begin{cases} ۶I_1-۴I_2=۱۶ & \times ۲ \\ -۴I_1+۷I_2=-۲ & \times ۳ \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۱۲I_1-۸I_2=۳۲ \\ -۱۲I_1+۲۱I_2=-۶ \end{cases}$$

$$۰+۱۳I_2=۲۶$$

$$I_2=\frac{۲۶}{۱۳}=۲[A]$$

- با قراردادن I_2 در رابطه ۱ جریان حلقه I_1 بدست می‌آید.

$$۶I_1-۴(۲)=۱۶$$

$$۶I_1-۸=۱۶$$

$$۶I_1=۲۴$$

$$I_1=\frac{۲۴}{۶}=۴A$$

- از I_x جریان حلقه‌های I_1 و I_2 می‌گذرند. جریان حلقه I_1 هم جهت با I_x است لذا آن را با علامت مثبت و جریان حلقه I_2 که مخالف جهت I_x است را با علامت منفی در نظر می‌گیرند و نوشته می‌شود.

$$I_x=+I_1-I_2$$

$$I_x=+۴-۲=+۲[A]$$

$$I_x=+۲A$$

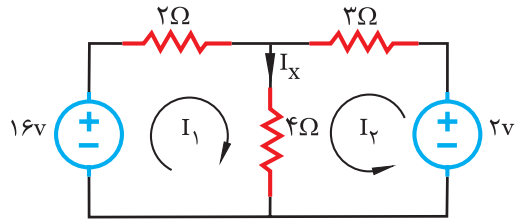
به خاطر داشته باشید

برای سادگی کار و جلوگیری از اشتباه توصیه شده است، جریان همه‌ی حلقه‌ها در یک جهت فرض شود. در صورتیکه این موضوع رعایت نشود نیز مساله حل می‌شود و در مقدار جریان حلقه‌ها تاثیری نخواهد داشت.

برای درک این مطلب به مثال ۵ دقت کنید و آن را با مثال ۴ مقایسه نمایید.

مثال ۵

مدار مثال ۴ با این شرط که حلقه‌های I_1 و I_2 در یک جهت نباشند، مجددا حل می‌شود. شکل (۲۲-۱).



شکل (۲۲-۱)

حل

- حلقه I_1 در جهت حرکت عقربه ساعت و حلقه I_2 در خلاف جهت حرکت عقربه ساعت انتخاب شده است.
- با حرکت در جهت حلقه I_1 معادله KVL۱ با توجه به نکات زیر نوشته می‌شود.
- حلقه I_1 به پلاریته منفی منبع ۱۶ ولتی وارد می‌شود لذا مقدار آن با علامت منفی لحاظ می‌شود.

KVL۱ -16

- از مقاومت ۲ اهمی فقط حلقه I_1 می‌گذرد لذا افت ولتاژ آن بصورت $+2I_1$ منظور می‌شود.

KVL۱ $-16+2I_1$

- از مقاومت ۴ اهمی حلقه‌های I_1 و I_2 در یک جهت می‌گذرند لذا افت ولتاژ آن بصورت $4(I_2+I_1)$ نوشته می‌شود.

KVL۱ $-16+2I_1+4(I_1+I_2)=0$

- با حرکت در جهت حلقه I_2 معادله KVL۲ با توجه به نکات زیر نوشته می‌شود:
- حلقه I_2 به پلاریته منفی منبع ۲ ولتی وارد می‌شود لذا مقدار آن با علامت منفی لحاظ می‌شود.

KVL۲ -2

- از مقاومت ۳ اهمی حلقه I_2 می‌گذرد لذا افت ولتاژ آن بصورت $+3I_2$ منظور می‌شود.

KVL۲ $-2+3I_2$

- از مقاومت ۴ اهمی حلقه‌های I_1 و I_2 در یک جهت می‌گذرند لذا افت ولتاژ آن بصورت $4(I_1+I_2)$ نوشته می‌شود.

KVL۲ $-2+4(I_2+I_1)+3I_2=0$

- معادلات ۲ و KVL۱ ساده می‌شود.

KVL۱ $-16+2I_1+4I_1+4I_2=0$

KVL۲ $+2+4I_2+4I_1+3I_2=0$

- معادلات ۲ و KVL۱ برحسب I_1 و I_2 مرتب می‌شود.

KVL۱ $6I_1+4I_2=16$

KVL۲ $4I_1+7I_2=2$

- معادلات ۲ و KVL۱ را در یک دستگاه با روش حذف حل می‌شود تا مقادیر جریان حلقه‌های I_1 و I_2 بدست آید.

$$\begin{cases} 6I_1+4I_1=16 & \times(2) \\ 4I_1+7I_2=2 & \times(3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12I_1-8I_2=-32 \\ 12I_1+21I_2=6 \end{cases}$$

$$0+13I_2=-26$$

$$I_2=\frac{-26}{13}=-2A$$

- با قرار دادن I_2 در رابطه ۱ جریان حلقه I_1 بدست می‌آید.

$$6I_1+4(-2)=16$$

$$6I_1-8=16$$

$$6I_1=24$$

$$I_1=\frac{24}{6}=4A$$

- از I_x حلقه‌های I_1 و I_2 می‌گذرند که هر دو هم جهت با I_x هستند لذا هر دو با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.

$$I_x=+I_1+I_1$$

$$I_x=+(4)+(-2)=+2[A]$$

$$I_x=4-2=2A$$

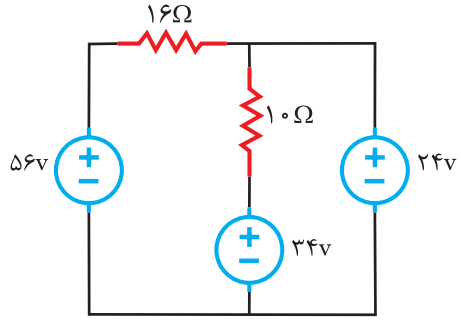
به خاطر داشته باشید

با مقایسه مثال‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود تغییر در انتخاب جهت حلقه I_2، فقط بر روی علامت I_2 اثر می‌گذارد و بر مقدار I_2 تاثیر ندارد و مقدار I_x نیز تغییر نمی‌کند.

لذا از این پس به منظور ایجاد وحدت رویه جهت حلقه‌ها در جهت حرکت عقربه‌های ساعت اختیار می‌شود.

فعالیت ۴

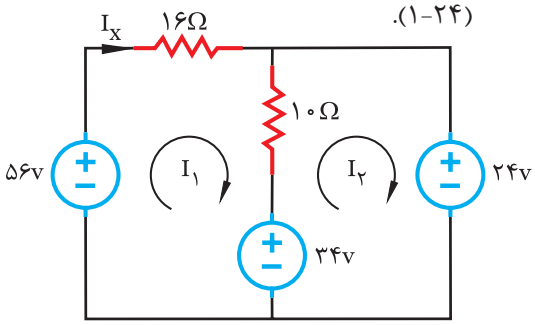
در مدار شکل (۲۳-۱) توان در مقاومت ۱۶ اهمی را با روش جریان حلقه بدست آورید.



شکل (۲۳-۱)

حل

- حلقه‌ها را در جهت حرکت عقربه ساعت مشخص کنید و جریان مقاومت ۱۶ اهمی را I_X بنامید. شکل (۲۴-۱).



شکل (۲۴-۱)

- KVL را به حلقه های I_1 و I_2 اعمال کنید.

KVL۱ $-۵۶+\quad+\quad(I_1-\quad)+\quad=۰$

KVL۲ $-۳۴+\quad(\quad-I_1)+\quad=۰$

- معادلات KVL۱ و KVL۲ را ساده کنید.

$-۵۶+\quad+\quad-\quad+۳۴=۰$

$+۱۰I_2-۱۰I_1+\quad=۰$

- معادلات را در یک دستگاه قرار دهید و با روش حذف حل کنید.

$$\begin{cases} ۲۶I_1-۱۰I_2=۲۲ \\ ۱۰I_1+۱۰I_2=۱۰ \end{cases}$$

- جریان حلقه I_1 را بدست آورید.

..... I_1= ..... $\Longrightarrow I_1=$ ———— =۲A

- I_1 را در معادله قرار دهید و I_2 را بدست آورید.

$-۱۰(۲)+۱۰I_2=۱۰$

- از محل I_x حلقه I_1 می گذرد لذا:

..... I_2= ..... $\Longrightarrow I_2=$ ———— =۳A

I_X = ... = +۲A

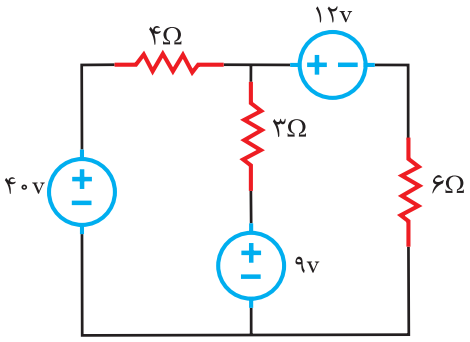
- توان در مقاومت ۱۶Ω را محاسبه کنید.

توان = ... × .....

$P_{۱۶\Omega}=RI_X^{۲}=$ ..... $(\quad)^{۲}=۶۴W$

تمرین

۱- در مدار شکل (۲۵-۱) با استفاده از روش حلقه جریان مقاومت ۴Ω را بدست آورید.



شکل (۲۵-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

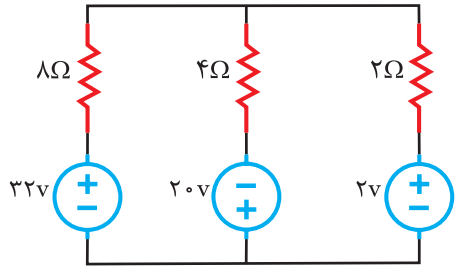
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۲۶-۱) جریان مقاومت ۸Ω را با روش جریان حلقه بدست آورید.



شکل (۲۶-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

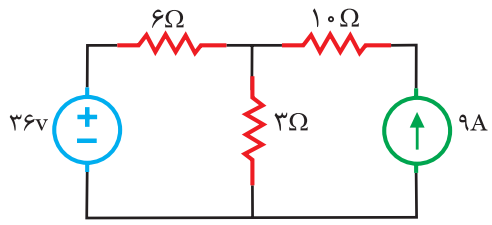
.....

.....

.....

مثال ۶

در شکل (۲۷-۱) مطلوبست توان منبع ۳۶ ولتی.

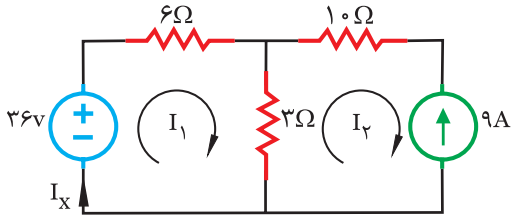


شکل (۲۷-۱)

حل

- برای محاسبه توان منبع ۳۶ ولتی نیاز به جریان داریم. لذا جریان منبع ۳۶ ولتی با I_x مشخص می‌شود.

- حلقه های مدار در جهت حرکت عقربه‌های ساعت تعیین می شود. شکل (۲۸-۱).



شکل (۲۸-۱)

به خاطر داشته باشید

هرگاه از منبع جریان فقط یک حلقه عبور نماید مقدار جریان حلقه با مقدار منبع جریان برابر است.

- حلقه I_2 از منبع جریان ۹ آمپری می‌گذرد پس مقدار آن برابر ۹ آمپر است و چون در خلاف جهت منبع جریان است علامت منفی برای آن لحاظ می‌شود

بنابراین: $I_2 = -9A$

- KVL را به حلقه I_1 اعمال می‌شود.

$$\text{KVL}1 \Rightarrow -36+6I_1+3(I_1-I_2)=0$$

- معادله KVL۱ ساده می‌شود.

$$-36+6I_1+3I_1-3I_2=0$$

- مقدار $I_2=-9A$ جایگزین می‌شود.

$$-36+9I_1-3(-9)=0$$

- معادله ساده می‌شود تا مقدار I_1 بدست آید.

$$9I_1=9 \Longrightarrow I_1=\frac{9}{9}=1A$$

- از محل I_x حلقه I_1 می‌گذرد لذا:

$$I_x=I_1=1A$$

- توان منبع ولتاژ برابر است با:

جریان منبع × ولتاژ = توان منبع

- جریان I_x به پلاریته منفی منبع ولتاژ وارد می‌شود لذا علامت منفی برای آن منظور می‌شود.

$P_{۳۶V} = ۳۶ \times [-(۱)] = -۳۶W$

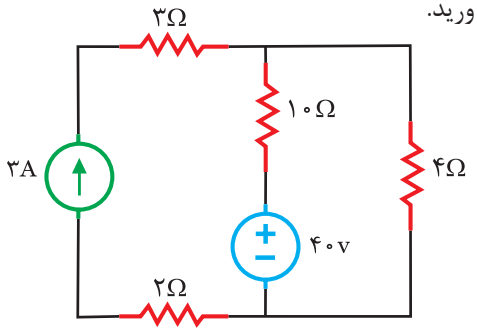
- علامت منفی توان منبع، نشان دهنده این است که این منبع توان تولید می‌کند و دشارژ می‌شود.

به خاطر داشته باشید

هرگاه توان منبع منفی شد یعنی منبع انرژی الکتریکی به مدار تحویل می‌دهد و دشارژ می‌شود. همچنین هرگاه توان منبع مثبت شد یعنی منبع انرژی الکتریکی از مدار تحویل می‌گیرد و شارژ می‌شود.

فعالیت ۵

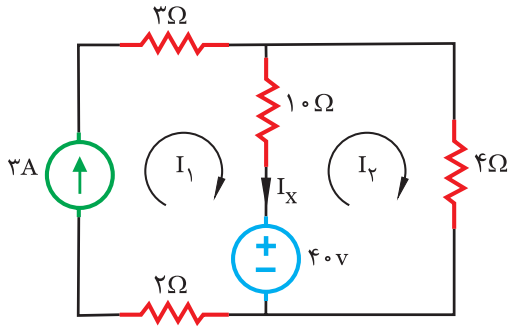
در مدار شکل (۲۹-۱) با روش حلقه توان منبع ولتاژ را بدست آورید.



شکل (۲۹-۱)

حل

- حلقه‌ها را مشخص کنید. شکل (۳۰-۱).



شکل (۳۰-۱)

- برای محاسبه توان منبع ولتاژ به جریان آن نیاز است. لذا جریان منبع را با I_x نشان دهید.
- حلقه I_1 در جهت منبع جریان از آن می‌گذرد لذا علامت مثبت برای آن در نظر بگیرید.

$I_1 = + \ldots\ldots\ldots A$

- KVL را به حلقه I_2 اعمال کنید.

KVL۲ $- \ldots\ldots\ldots + ۱۰(\ldots\ldots\ldots) + \ldots\ldots\ldots = ۰$

- معادله KVL را ساده کنید.

$\ldots\ldots\ldots + ۱۰\ldots\ldots - ۱۰\ldots\ldots + ۴\ldots\ldots = ۰$

- مقدار $I_1 = +۳A$ را جایگزین کنید.

$\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots I_2 - \ldots\ldots (۳) = ۰$

- جریان حلقه I_2 را بدست آورید.

$\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Longrightarrow I_2 = \frac{۷۰}{۱۴} = ۵A$

- حلقه I_1 در جهت I_x و حلقه I_2 در خلاف جهت I_x است لذا:

$I_x = +I_1 - I_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = -۲A$

- جریان I_x به پلاریته مثبت منبع ولتاژ وارد می‌شود لذا علامت مثبت برای آن منظور کنید.

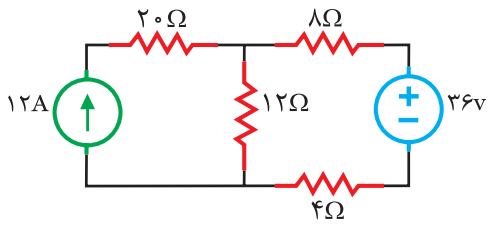
توان منبع $= \ldots\ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots\ldots$

$P_{۴۰V} = ۴۰ [\ldots\ldots(\ldots\ldots)\ldots\ldots] = +۸۰W$

- علامت مثبت توان منبع، نشان دهنده این است که این منبع توان مصرف می‌کند و شارژ می‌شود.

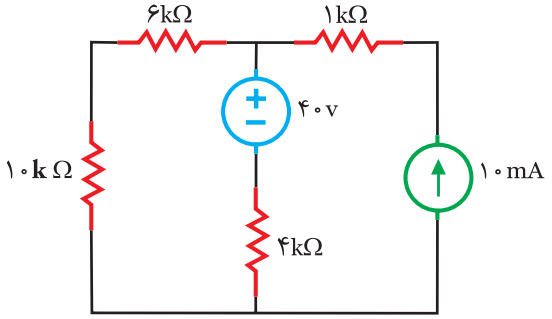
تمرین

۱- در مدار شکل (۳۱-۱) توان منبع ۳۶V را با روش جریان حلقه بدست آورید.



شکل (۳۱-۱)

۲- در مدار شکل (۳۲-۱) توان منبع ۴۰V را با روش جریان حلقه بدست آورید.

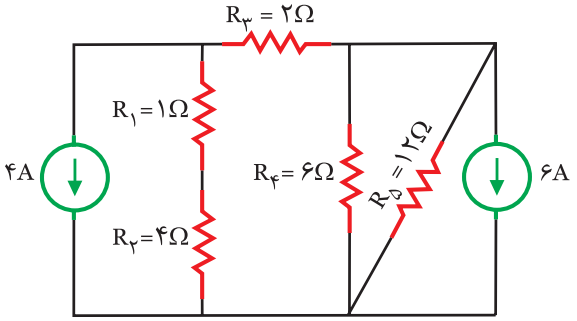


شکل (۳۲-۱)

۳- مدار شکل (۳۲-۱) را با نرم‌افزار Multisim اجرا نمایید. و با آمپرمتر نرم‌افزار جریان منبع ۴۰V را بدست آورید.

مثال ۷

با روش جریان حلقه، ولتاژ دو سر مقاومت R_3 در شکل (۳۳-۱) چند ولت است.



شکل (۳۳-۱)

حل

- در این مدار با سری کردن مقاومت‌های R_1 و R_2 و موازی کردن مقاومت‌های R_4 و R_5 مدار ساده‌تر می‌شود.

به خاطر داشته باشید

ساده سازی عنصری که هدف محاسبه کمیت‌های الکتریکی آن است، صحیح نیست.

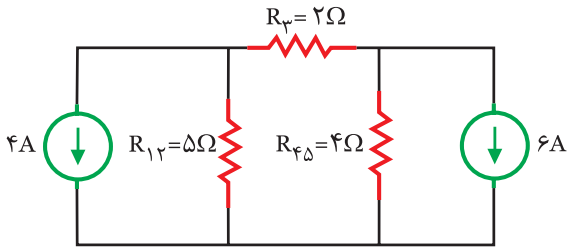
- مقاومت معادل بین مقاومت‌های R_1 و R_2 که سری هستند با R_{12} نشان داده شده است.

$$R_{12}=R_1+R_2=1+4=5\Omega$$

- مقاومت معادل بین مقاومت‌های R_4 و R_5 که موازی هستند با R_{45} نشان داده شده است.

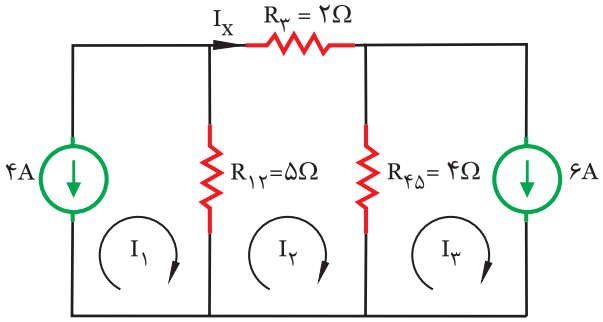
$$R_{45}=\frac{R_4\times R_5}{R_4+R_5}=\frac{6\times 12}{6+12}=4\ \Omega$$

- با جایگزینی مقاومت‌های معادل R_{12} و R_{45} مدار ساده شده بدست می‌آید. شکل (۳۴-۱).



شکل (۳۴-۱)

- برای محاسبه ولتاژ دو سر R_3 نیاز به جریان آن است، لذا جریان آن با I_X نشان داده شده است. شکل (۳۵-۱).



شکل (۳۵-۱)

- حلقه‌های مدار با I_1، I_2 و I_3 مشخص شده است. شکل (۳۵-۱)

- حلقه I_1 در خلاف جهت منبع ۴A است لذا:

$I_1 = -4A$

- حلقه I_3 در جهت منبع ۶A است لذا:

$I_3 = +6A$

- برای محاسبه جریان حلقه I_2 به آن KVL اعمال شده است.

KVL۲ $5(I_2-I_1) + 2I_2+4(I_2-I_3) = 0$

- معادله KVL۲ ساده می‌شود.

$5I_2-5I_1+2I_2+4I_2-4I_3=0$

$-5I_1+11I_2-4I_3=0$

- مقادیر I_1 و I_3 جایگزین می‌شود.

$-5(-4)+11I_2-4(+6)=0$

$20+11I_2-24=0$

- پس از ساده سازی مقدار I_2 بدست می‌آید:

$11I_2=4 \Rightarrow I_2=\frac{4}{11}=0/36A$

- از محل I_X فقط حلقه I_2 می‌گذرد لذا:

$I_X=I_2=+0/36A$

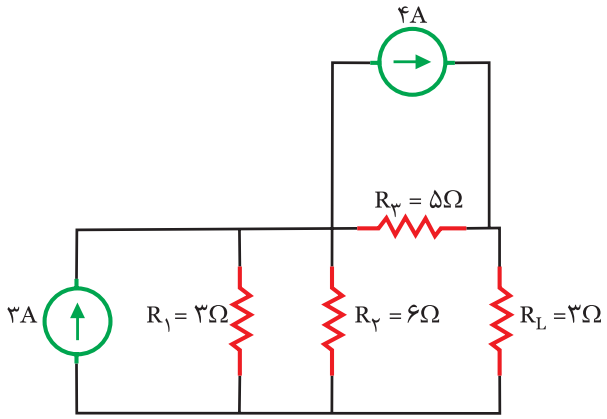
- ولتاژ دو سر مقاومت R_3 بدست می‌آید.

جریان × مقاومت = ولتاژ

$V_{R3}=R_3\times I_X= 2 \times 0/36=0/72\ V$

فعالیت ۶

جریان مقاومت R_L را با روش حلقه در شکل (۳۶-۱) بدست آورید.



شکل (۳۶-۱)

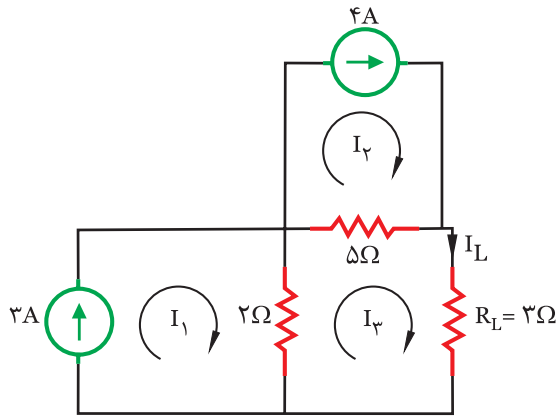
حل

- مقاومت‌های R_1 و R_2 را با هم موازی کنید:

$$R_{12}=\frac{R1 \times .....}{..... + R2}=\frac{..... \times .....}{..... + ...}=2\Omega$$

- مقاومت معادل R_{12} را جایگزین R_1 و R_2 کنید و جریان مقاومت R_L را با I_L نشان دهید.

- حلقه‌های مدار را مشخص کنید. شکل (۳۷-۱).



شکل (۳۷-۱)

- حلقه I_1 در جهت منبع ۳A است لذا مقدار آن:

$I_1=.....$

- حلقه I_2 در جهت منبع ۴A است لذا مقدار آن:

$I_2=.....$

- برای محاسبه جریان حلقه I_3 به آن KVL اعمال کنید:

KVL۳ ۲(.....) + (.....)(I_3 - I_2) +..... =۰

- معادله KVL۱ را ساده کنید:

..... - ..... + ... - ..... + ... =۰

- ..... I_2 - ..... I_2 + ... I_3=۰

- مقادیر I_1 و I_2 را جایگزین کنید:

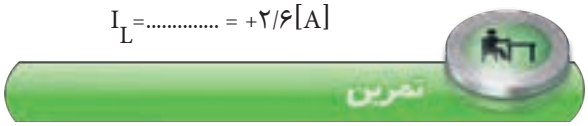
-۲(.....) -۵(.....) +۱۰..... =۰

- I_3 را بدست آورید:

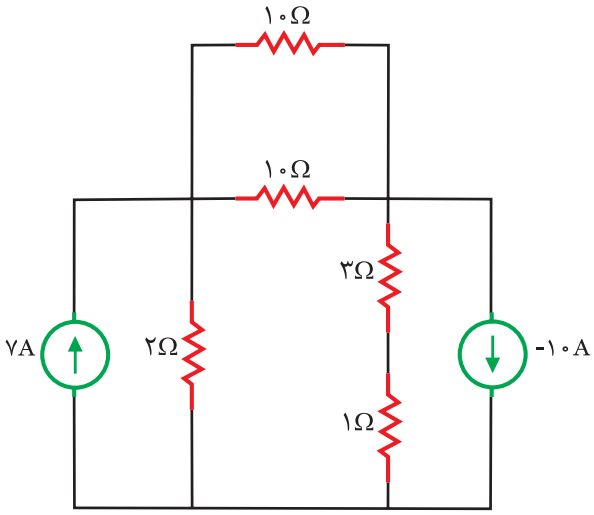
I_3= ..... / ..... = ... =>..... =۲/۶[A]

- از محل I_L حلقه I_3 می‌گذرد لذا:

I_L=..... = +۲/۶[A]



۱- در مدار شکل (۳۸-۱) جریان در مقاومت۲ اهمی را با روش حلقه بدست آورید.



شکل (۳۸-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۲- هرگاه از منبع جریان یک حلقه عبور کند مقدارجریان حلقه برابر جریان منبع است.

صحیح ☐ غلط ☐

۳- توان منفی در منابع بیانگر آن است که منبع شارژ می‌شود و توان الکتریکی مصرف می‌کند.

صحیح ☐ غلط ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

آزمون

۱- عناصر فعال و غیرفعال را تعریف کنید؟

۲- منابع ولتاژ و جریان واقعی را تعریف کنید؟

۳- منابع جریان و ولتاژ ایده‌آل را تعریف کنید؟

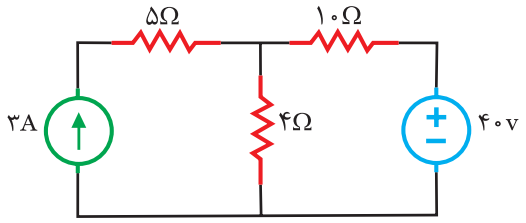
۴- قانون ولتاژهای کیرشهف را تعریف کنید؟

۵- در مدار شکل (۳۹-۱) و به کمک روش جریان حلقه مطلوبست:

الف- توان منبع ولتاژ

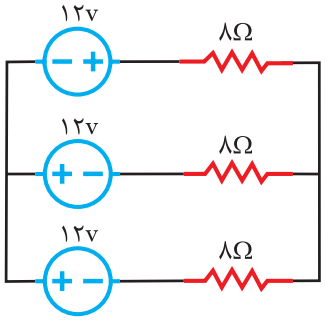
ب- نوع توان منبع ولتاژ

(نهایی خرداد ۸۷)



شکل (۳۹-۱)

۶- با استفاده از روش جریان حلقه، توان منبع ۲۴ولتی را در شکل (۴۰-۱) محاسبه کنید. (نهایی دیماه ۱۳۸۸)



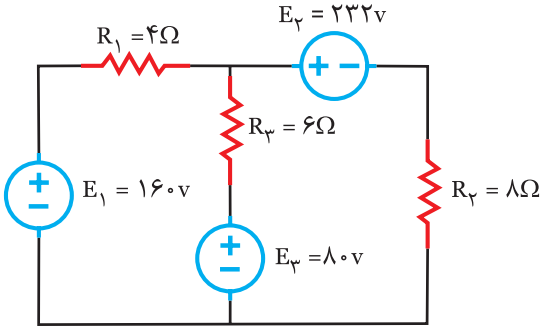
شکل (۴۰-۱)

۷- در مدار شکل (۴۱-۱) با استفاده از روش جریان حلقه مطلوبست:

الف- جریان در مقاومت $R_۱$

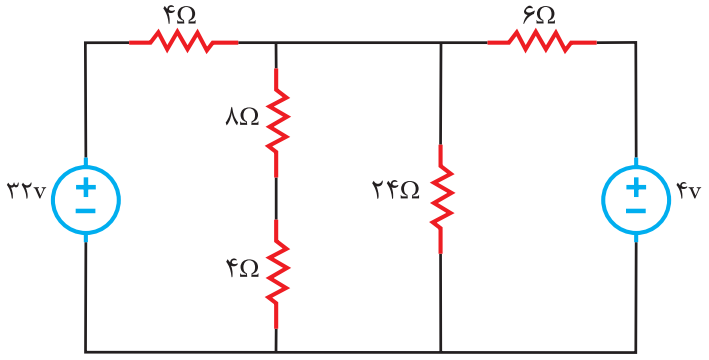
ب- توان در منبع $E_۳$

(نهایی خرداد ۸۳)



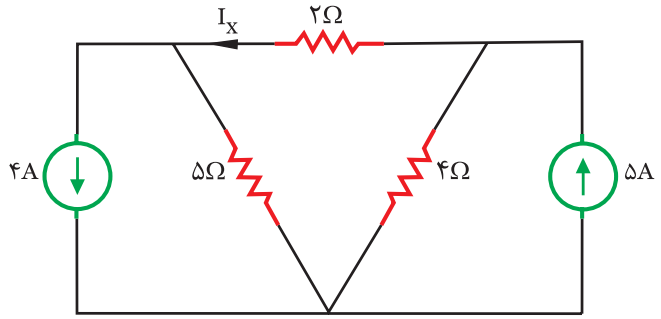
شکل (۴۱-۱)

۸- توان در هر یک از منابع ولتاژ شکل (۴۲-۱) را به روش حلقه بدست آورید.
(نهایی دیماه ۱۳۸۴)



شکل (۴۲-۱)

۹- جریان I_X شکل (۴۳-۱) را با روش حلقه بدست آورید.



شکل (۴۳-۱)

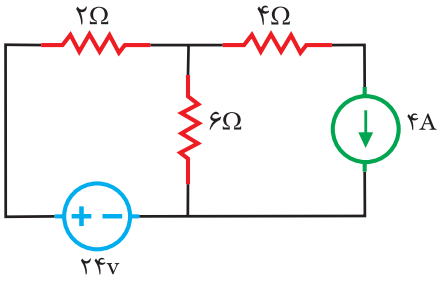
۱۰- در مدار الکتریکی شکل (۴۴-۱) توان مقاومت ۲ اهمی چند وات است؟

الف) ۲

ب) ۱۸

ج) ۳۲

د) ۷۲



شکل (۴۴-۱)

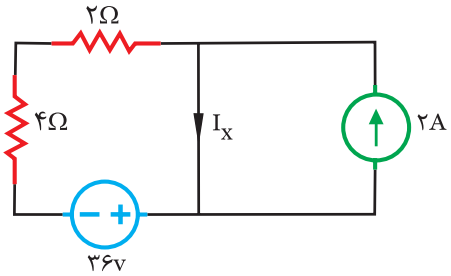
۱۱- در مدار شکل (۴۵-۱) I_x چند آمپر است؟

الف) ۲

ب) ۴-

ج) ۶-

د) ۸



شکل (۴۵-۱)

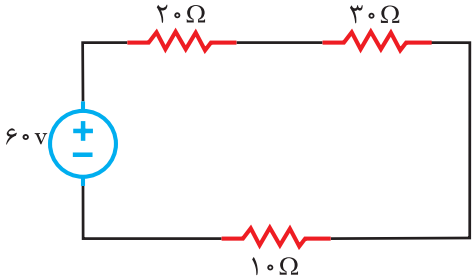
۱۲- در مدار الکتریکی شکل (۴۶-۱) توان مصرفی در مقاومت ۱۰ Ω چند وات است؟

الف) ۱۰

ب) ۶۰

ج) ۱۰۰

د) ۶۰۰



شکل (۴۶-۱)

خلاصه درس

۴-۱- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش پتانسیل گره

تحلیل مدارهای الکتریکی با روش پتانسیل گره[۱] بر قانون جریان‌های کیرشهف[۲] KCL استوار است.

قانون جریان کیرشهف:

جمع جبری جریان‌ها در یک گره برابر صفر است.

گره A با چهار شاخه حامل جریان در شکل (۴۷-۱) نشان داده شده است. با اعمال قانون KCL جریان‌های کیرشهف به گره A رابطه KCL نوشته می‌شود. در این رابطه، جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند مثبت و جریان‌های خارج شده از گره منفی در نظر گرفته شده‌اند.

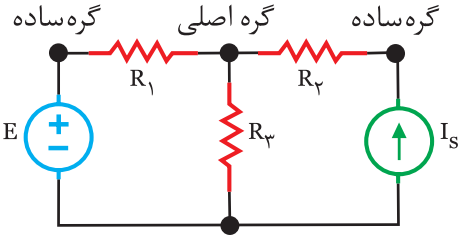
KCLA $+I_1-I_2+I_3-I_4=0$

شکل (۴۷-۱)

اگر چنانچه در نوشتن رابطه KCL جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند منفی اختیار شد باید جریان‌هایی که از گره خارج می‌شوند مثبت در نظر گرفته شوند. لذا در این صورت رابطه KCL برای شکل (۴۷-۱) خواهد شد:

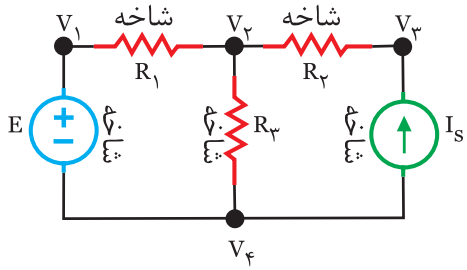
KCLA $-I_1+I_2-I_3+I_4=0$

در هر شبکه الکتریکی محل اتصال بیش از دو شاخه از مدار را «گره اصلی[۳]» یا «نقطه انشعاب» می‌نامند و محل اتصال دو شاخه از مدار را «گره ساده[۴]» تعریف می‌کنند. در مدار شکل (۴۸-۱) گره‌های اصلی و ساده نشان داده شده است.



شکل (۴۸-۱)

فاصله بین دو گره که عناصر فعال یا غیرفعال قرار دارد را «شاخه[۵]» گویند. در مدار شکل (۴۹-۱) شاخه‌های مدار مشخص شده است.

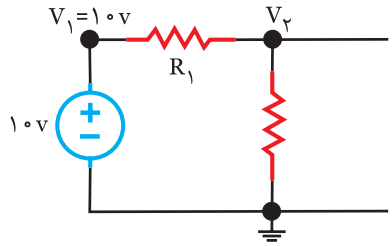


شکل (۴۹-۱)

از بین گره‌های مدار یکی بعنوان گره مبنا انتخاب می‌شود. با زمین کردن گره مبنا پتانسیل آن صفر می‌شود.

مراحل حل مدار به روش پتانسیل گره عبارت است از:

- مدار را تا حد ممکن ساده کنید مشروط بر اینکه مجهول مدار حذف نشود.
- گره‌های اصلی و ساده را مشخص کنید و آن‌ها را نام‌گذاری نمایید.
- یکی از گره‌های اصلی را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و با زمین کردن آن، پتانسیل گره مبنا را صفر فرض نمایید.
- برای شاخه‌های متصل به هر گره اصلی جهت جریان انتخاب کنید و آن‌ها را نام‌گذاری نمایید.
- پتانسیل گره‌هایی که نسبت به گره مبنا معلوم است را در کنار آن‌ها بنویسید. شکل (۵۰-۱).



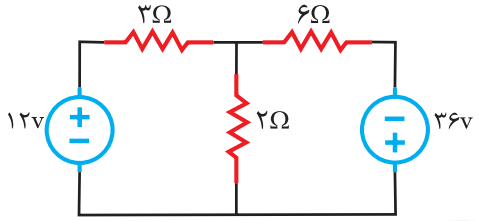
شکل (۵۰-۱)

- برای گره‌هایی با پتانسیل مجهول رابطه KCL بنویسید.
- برای مدار با n گره اصلی، n-۱ رابطه KCL بنویسید.
- روابط KCL را در یک دستگاه قرار دهید و با حل آن‌ها پتانسیل گره‌ها را بدست آورید.
- با معلوم بودن پتانسیل گره‌ها جریان هر شاخه را به کمک قانون اهم محاسبه نمایید.

۱. Node
۲. Kirchhoff's Current Law
۳. Principle Node
۴. Simple Node
۵. Branch

مثال ۸

با روش پتانسیل گره جریان مقاومت ۲ Ω در شکل (۱-۵۱) چند آمپر است.

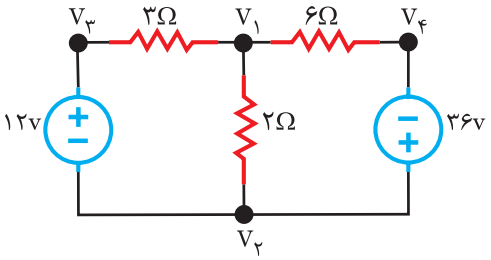


شکل (۱-۵۱)

حل

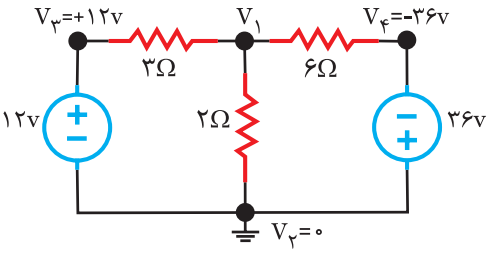
- در مدار مقاومت سری یا موازی وجود ندارد لذا مدار تا حد ممکن ساده است.

- گره‌های اصلی مدار با V_1 ، V_2 و گره‌های ساده با V_3 و V_4 نشان داده شده است.شکل (۱-۵۲).



شکل (۱-۵۲)

- گره V_2 به عنوان گره مبنا انتخاب شده است لذا پتانسیل آن صفر می‌شود. پتانسیل گره‌های ساده نسبت به گره مبنا تعیین می‌شود. شکل (۱-۵۳).



شکل (۱-۵۳)

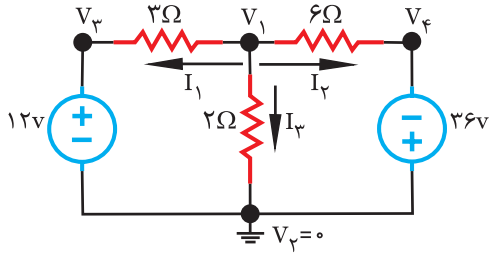
- گره V_3 به پلاریته مثبت منبع ۱۲ ولتی متصل است لذا پتانسیل آن نسبت به گره مبنا برابر است با:

$V_3 = +12[V]$

- گره V_4 به پلاریته منفی منبع ۳۶ ولتی متصل است لذا پتانسیل آن نسبت به گره مبنا برابر است با:

$V_4 = -36[V]$

- پتانسیل گره V_1 مجهول است فرض می‌شود جریان شاخه‌های متصل به گره V_1 از آن خارج می‌شوند. شکل (۱-۵۴).



شکل (۱-۵۴)

- برای گره V_1 رابطه KCL نوشته می‌شود. در رابطه KCL جریان‌هایی که از گره V_1 خارج می‌شوند با علامت مثبت اختیار شده‌اند.

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_3 با قانون اهم بدست می‌آید.

$$\text{KCL۱} \Rightarrow +I_1+I_2+I_3=0$$

- جریان I_1 از گره V_1 به گره V_3 می‌رود لذا:

$$I_1=\frac{V_1-V_3}{3}$$

- جریان I_2 از گره V_1 به گره V_4 می‌رود لذا:

$$I_2=\frac{V_1-V_4}{6}$$

- جریان I_3 از گره V_1 به گره V_2 می‌رود لذا:

$$I_3=\frac{V_1-V_2}{2}$$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_3 در رابطه KCL قرار داده می‌شوند.

$$\text{KCL۱} \Rightarrow +\frac{V_1-V_3}{3}+\frac{V_1-V_4}{6}+\frac{V_1-V_2}{2}=0$$

- مقادیر V_2، V_3 و V_4 جایگزین می‌شود.

$$\text{KCL۱} \Rightarrow +\frac{V_1-12}{3}+\frac{V_1-(-36)}{6}+\frac{V_1-0}{2}=0$$

- با گرفتن مخرج مشترک معادله KCL۱ حل می‌شود.

$$\text{KCL۱} \Rightarrow \frac{-2V_1+24-36-V_1-3V_1}{6}=0$$

- هرکسری که مساوی صفر باشد صورت آن مساوی صفر است.

$$-2V_1+24-36-V_1-3V_1=0$$

- معادله ساده می‌شود و سپس حل خواهد شد تا پتانسیل V_1 بدست آید.

$$-6V_1-12=0$$

$$-6V_1=12$$

$$V_1=\frac{12}{-6}=-2\ [V]$$

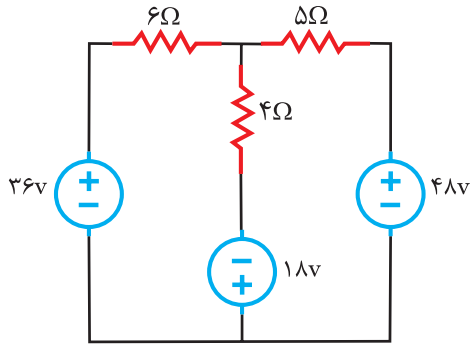
- جریان مقاومت۲Ωبا I_3 نشان داده شده است با معلوم شدن پتانسیل‌های دو سر آن V_1 و V_2 به کمک قانون اهم I_3 بدست می‌آید.

$$I_3=\frac{V_1-V_2}{2}=\frac{12}{-6}=-1[A]$$

- علامت منفی جریان بیانگر این است که جهت جریان در مقاومت ۲ Ω برخلاف جهت I_3 است.

فعالیت ۷

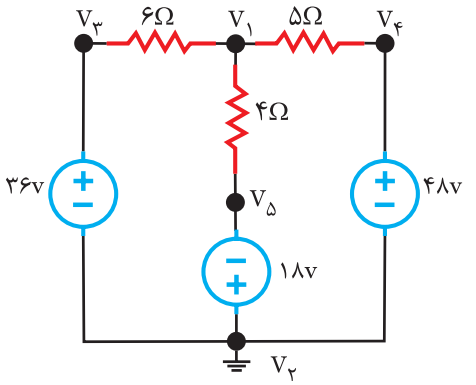
در مدار شکل (۱-۵۵) با روش پتانسیل گره توان مقاومت ۵ Ω چند وات است.



شکل (۱-۵۵)

- در مدار مقاومت سری یا موازی وجود ندارد لذا مدار تا حد ممکن ساده است.

- گره‌های اصلی مدار را با V_1 و V_2 و گره‌های ساده را با V_3، V_4 و V_5 نشان دهید. شکل (۱-۵۶).



شکل (۱-۵۶)

- گره V_2 را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و پتانسیل گره‌های ساده را نسبت به آن تعیین کنید.

V_2=.....

- گره V_3 به پلاریته مثبت منبع ۳۶ ولتی متصل است بن ابراین:

$V_3=+36\ v$

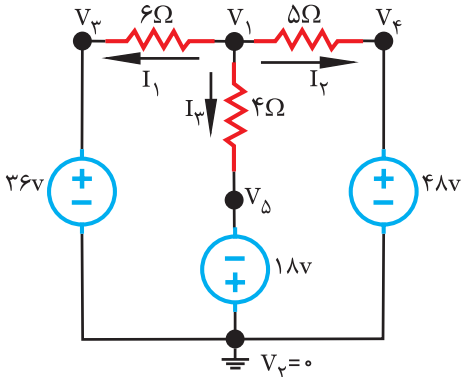
- گره V_4 به پلاریته مثبت منبع ۴۸ ولتی متصل است بنا براین:

V_4=.....

- گره V_5 به پلاریته مثبت منبع ۱۸ ولتی متصل است بنا براین:

V_5=.....

- پتانسیل گره V_1 مجهول است. جهت جریان شاخه‌های آن را انتخاب کنید. شکل (۱-۵۷). برای آن KCL بنویسید.



شکل (۱-۵۷)

$$\boxed{KCL1}\ +I_1+I_2+I_3=0$$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_3 را با قانون اهم بدست آورید.

$$I_1=\frac{V_1-\ldots}{\ldots}$$

$$I_2=\frac{\ldots-V_4}{\ldots}$$

$$I_3=\frac{\ldots-\ldots}{4}$$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_3 را در رابطه KCL قرار دهید.

$$\boxed{KCL1}\ +\frac{V_1-V_3}{6}+\frac{V_1-V_4}{5}+\frac{V_1-V_5}{4}=0$$

- مقادیر V_3، V_4 و V_5 را در رابطه KCL۱ جایگزین کنید و با حل آن پتانسیل V_1 را بدست آورید.

$$\boxed{KCL1}\ +\frac{V_1-36}{6}+\frac{V_1-\ldots}{5}+\frac{\ldots-(-18)}{4}=0$$

- مخرج مشترک بگیرید تا معادله KCL۱ حل شود.

KCL۱ $\dfrac{۱۰V_۱ - ۳۶۰ + ۱۲\_\_\_\_ - ۵۷۶ + ۱۵V_۱ + \_\_\_\_}{۶۰} = ۰$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$۱۰V_۱ - ۳۶۰ + ۱۲V_۱ - ۵۷۶ + ۱۵V_۱ + ۲۷۰ = ۰$

- معادله را ساده کنید و با حل آن $V_۱$ را بدست آورید.

$۳۷\ V_۱ - ۶۶۶ = ۰$

$۳۷\ V_۱ = ۶۶۶$

$V_۱ = \dfrac{۶۶۶}{۳۷} = ۱۸\ [v]$

- از مقاومت ۵ Ω جریان $I_۲$ عبور می‌کند آن را با قانون اهم محاسبه کنید.

$I_۲ = \dfrac{\_\_\_\_ - V_۴}{\_\_\_\_}$

$I_۲ = \dfrac{\_\_\_\_ - \_\_\_\_}{۵} = -۶[A]$

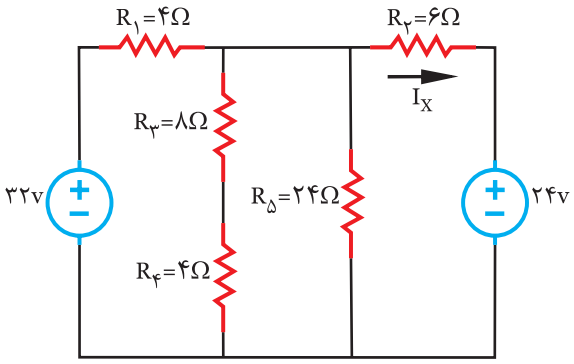
- توان مقاومت ۵ Ω را محاسبه کنید.

$P = RI^۲$

$P_{۵\Omega} = \_\_\_\_ \times (\_\_\_\_)^۲ = ۱۸۰\ [w]$

فعالیت ۸

در مدار شکل (۵۸-۱) با روش پتانسیل گره جریان I_X را بدست آورید.



شکل (۵۸-۱)

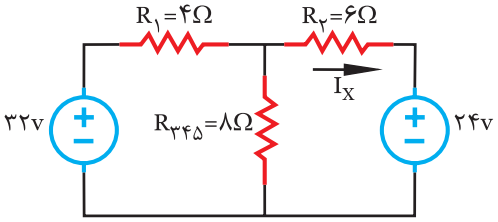
حل

- مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ با یکدیگر سری و معادل آن‌ها $R_{۳۴}$ با $R_۵$ موازی است. لذا مدار ساده می‌شود.

$R_{۳۴} = R_۳ + R_۴ = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = ۱۲\Omega$

$R_{۳۴۵} = \dfrac{R_{۳۴} \times R_۵}{R_{۳۴} + R_۵} = \dfrac{\_\_\_\_ \times \_\_\_\_}{\_\_\_\_ + \_\_\_\_} = ۸\Omega$

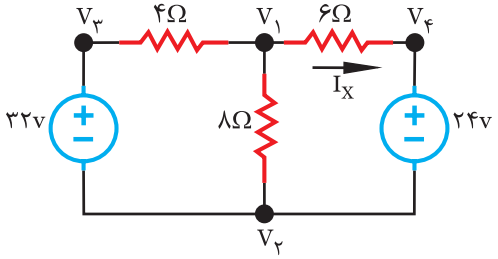
- مدار ساده شده را رسم کنید. شکل (۵۹-۱).



شکل (۵۹-۱)

- گره‌های اصلی و ساده مدار را تعیین کنید.

شکل (۶۰-۱)



شکل (۶۰-۱).

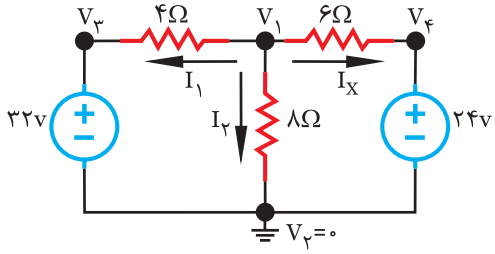
- I_x جریان شاخه میان گره‌های ۱ و ۴ می‌باشد.
- گره $V_۲$ را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و پتانسیل گره‌های ساده را نسبت به آن پیدا کنید.

$V_۲$=.....

$V_۳$=.....

$V_۴$=.....

- پتانسیل گره $V_۱$ مجهول است. جهت جریان شاخه‌های آن را انتخاب کنید. شکل (۶۱-۱) برای آن KCL بنویسید.



شکل (۶۱-۱)

- جریان‌های I_1، I_2 و I_x از گره V_1 خارج می‌شوند لذا برای آن‌ها علامت مثبت در نظر بگیرید.

KCL۱ $\Rightarrow +I_1+I_2+I_x=0$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_x را با قانون اهم بدست آورید.

$$I_1=\frac{V_1-\_\_\_}{4}$$

$$I_2=\frac{V_1-\_\_\_}{\_\_\_}$$

$$I_x=\frac{\_\_\_-\_\_\_}{\_\_\_}$$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_x را در رابطه KCL۱ قرار دهید.

KCL۱ $\Rightarrow +\frac{V_1-V_3}{4}+\frac{V_1-V_2}{8}+\frac{V_1-V_4}{6}=0$

- مقادیر V_2، V_3 و V_4 را جایگزین کنید.

KCL۱ $\Rightarrow +\frac{V_1-32}{6}+\frac{\_\_\_-\_\_\_}{\_\_\_}+\frac{\_\_\_-\_\_\_}{\_\_\_}=0$

- مخرج مشترک بگیرید.

$$\frac{\_\_\_\_\_}{24}=0$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$$6V_1-192+3V_1+4V_1+96=0$$

- پتانسیل V_1 را محاسبه کنید.

$$-\_\_\_V_1+\_\_\_=0$$

$$V_1=\frac{+288}{+13}=22/15\ [v]$$

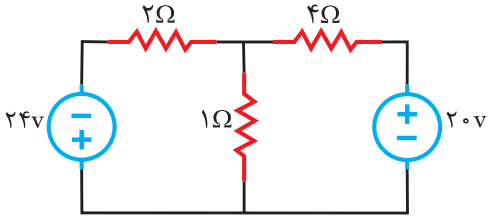
- جریان I_x از گره V_1 به گره V_4 می‌رسد آن را با قانون اهم محاسبه کنید.

$$I_x=\frac{\_\_\_-\_\_\_}{\_\_\_}$$

$$I_x=\frac{22/15-24}{6}=-0/3\ [A]$$

تمرین

۱- با روش پتانسیل گره توان مقاومت ۴Ω را مدار شکل (۱-۶۲) حساب کنید.



شکل (۱-۶۲)

.....

.....

.....

.....

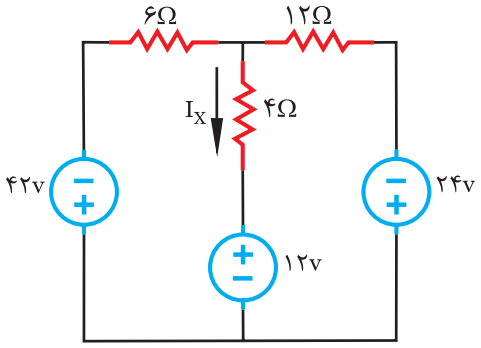
.....

.....

.....

.....

۲- با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_X را در شکل (۱-۶۳) حساب کنید.



شکل (۱-۶۳)

.....

.....

.....

.....

.....

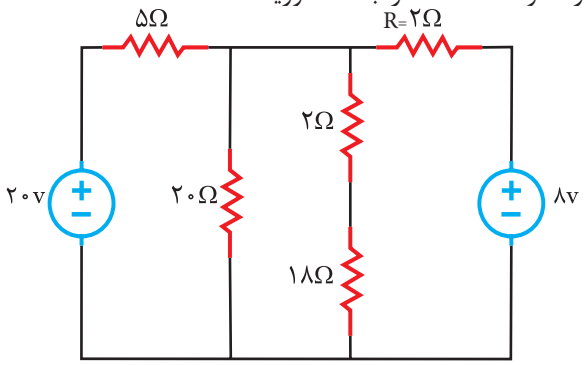
.....

.....

.....

.....

۳- در مدار شکل (۶۴-۱) با روش پتانسیل گره ولتاژ دو سر مقاومت R=۲Ω را بدست آورید.



شکل (۶۴-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

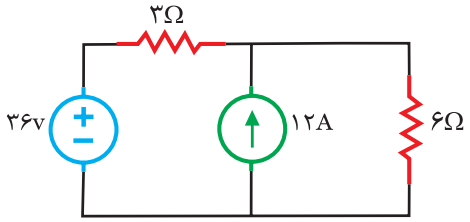
.....

.....

۴- مدار شکل (۶۴-۱) را با نرم افزار Multisim اجرا نمایید.

مثال ۹

در مدار شکل (۶۵-۱) توان منبع ۳۶V را با روش پتانسیل گره بدست آورید.



شکل (۶۵-۱)

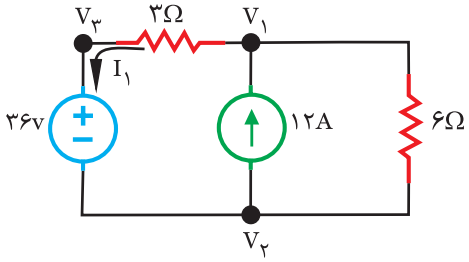
حل

- برای محاسبه توان منبع به جریان آن نیاز است زیرا:

جریان منبع × ولتاژ منبع = توان منبع

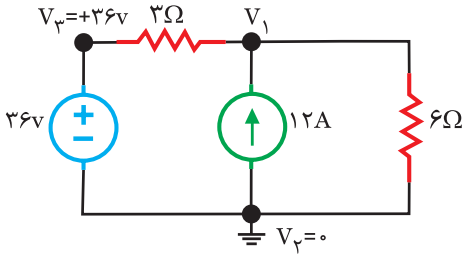
- لذا جریان منبع را با I_1 نشان می‌دهیم و به محاسبه آن می‌پردازیم.

- گره‌های اصلی مدار با V_1 و V_2 و گره ساده با V_3 نشان داده شده است. شکل (۶۶-۱).



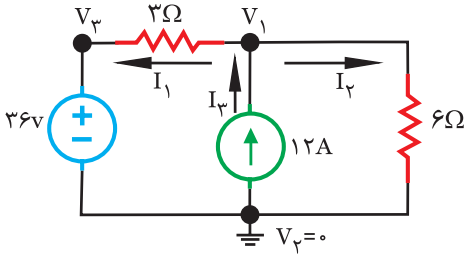
شکل (۶۶-۱)

- گره V_2 به عنوان گره مبنا انتخاب می‌شود لذا پتانسیل آن صفر خواهد بود و پتانسیل گره ساده V_3 نسبت به آن تعیین خواهد شد. شکل (۶۷-۱).



شکل (۶۷-۱)

- پتانسیل گره V_1 مجهول است. I_3 در جهت منبع جریان نشان داده شده است و جریان‌های I_2 و I_1 از گره V_1 به سمت خارج مشخص می‌شوند. شکل (۶۸-۱).



شکل (۶۸-۱)

به خاطر داشته باشید

بهتر است جهت جریان شاخه‌هایی که منبع جریان دارند در جهت منبع جریان انتخاب شوند.

- پتانسیل گره V_1 مجهول است برای آن رابطه KCL نوشته می‌شود. در رابطه KCL جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند با علامت منفی و آن‌هایی که از گره خارج می‌شوند با علامت مثبت اختیار می‌شود.

$$KCL1 \Rightarrow +I_1+I_2-I_3=0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 با قانون اهم بدست می‌آید.

$$I_1=\frac{V_1-V_3}{3}$$

$$I_2=\frac{V_1-V_2}{6}$$

- مقدار جریان I_3 که در جهت منبع جریان از آن عبور می‌کند برابر مقدار جریان منبع است.

$$I_3=+12\ [A]$$

- مقادیر جریان‌های I_1،I_2 و I_3 در رابطه KCL1 قرار داده می‌شود.

$$KCL1 \Rightarrow +\frac{V_1-V_3}{3}+\frac{V_1-V_2}{6}-12=0$$

- مقادیر V_2 و V_3 جایگزین می‌شود.

$$KCL1 \Rightarrow \frac{V_1-36}{3}+\frac{V_1-0}{6}-12=0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{2V_1-72+V_1-72}{6}=0$$

- کسری که مساوی صفر است یعنی صورت آن مساوی صفر خواهد بود.

$$-72+2V_1+V_1-72=0$$

- معادله ساده می‌شود تا با حل آن پتانسیل V_1 بدست آید.

$$+3V_1-144=0$$

$$+3V_1=144$$

$$V_1=\frac{+144}{+3}=48[V]$$

- برای محاسبه توان منبع ۳۶ ولتی نیاز به جریان I_1 است لذا I_1محاسبه می‌شود. I_1 میان دو گره V_3 و V_1 جاری است رابطه آن از قانون اهم بدست می‌آید.

$$I_1=\frac{V_1-V_3}{3}$$

- مقادیر V_1 و V_3 جایگزین می‌شود تا مقدار I_1 بدست آید.

$$I_1=\frac{48-36}{3}=4[A]$$

- توان منبع برابر است با:

توان منبع = ولتاژ × جریان منبع

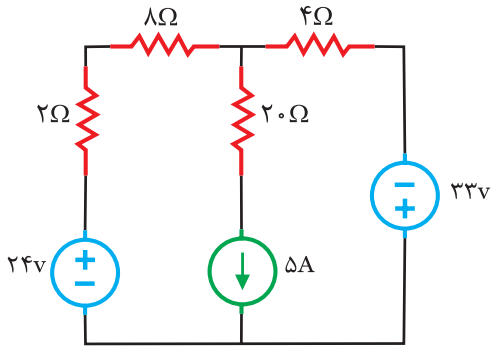
- جریان I_1 از پلاریته مثبت وارد منبع ۳۶ ولتی می‌شود لذا علامت مثبت در محاسبه توان منبع برای آن منظور می‌شود.

$$P_{36V}=36\times[+(4)]=144\ [w]$$

- توان منبع ۳۶V مثبت شده است. این منبع مصرف کننده است.

فعالیت ۹

در مدار شکل (۶۹-۱) با روش پتانسیل گره ولتاژ دو سر مقاومت ۴ Ω را بدست آورید.



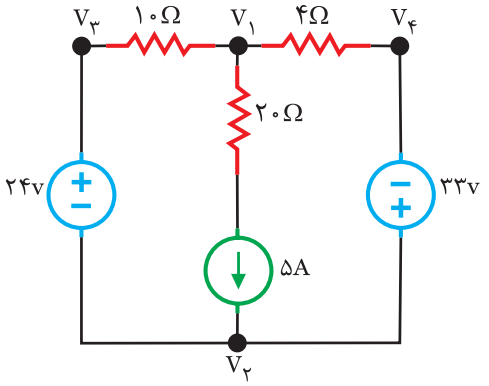
شکل (۶۹-۱)

حل

- مقاومت ۸ و ۲ اهمی با هم سری هستند. معادل آن‌ها را قرار دهید.

$$R_t=8+2=10\ \Omega$$

- گره‌های اصلی مدار را با V_1 و V_2 و گره‌های ساده را با V_3 و V_4 نشان دهید. شکل (۷۰-۱).



شکل (۷۰-۱)

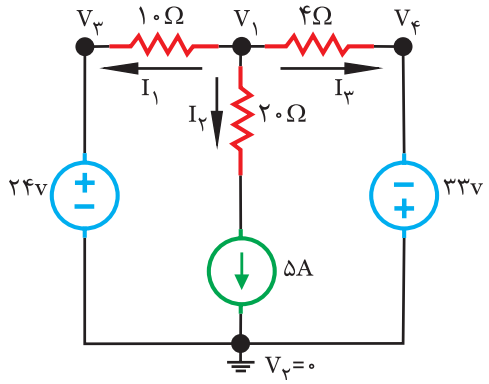
- گره V_2 را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و پتانسیل گره‌های ساده V_4 و V_3 را نسبت به آن تعیین کنید.

$V_2=$ .....

$V_3=$ .....

$V_4=$ .....

- پتانسیل گره V_1 مجهول است جهت جـریان شاخه‌های آن را انتخاب کنید. شکل (۷۱-۱).



شکل (۷۱-۱)

- برای گره V_1 رابطه KCL بنویسید.

KCL۱ $+\_\_\_\_+\_\_\_\_+\_\_\_\_=۰$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_3 را با قانون اهم بدست آورید.

$I_1=\dfrac{V_1-\_\_\_\_}{\_\_\_\_}$

$I_3=\dfrac{\_\_\_\_-V_4}{\_\_\_\_}$

- I_2 در جهت منبع جریان از آن عبور می‌کند، مقدار I_2 برابر است با:

$I_2=+۵\ [A]$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_3 را در رابطه KCL۱ قرار دهید.

KCL۱ $+\dfrac{V_1-V_3}{۱۰}+۵+\dfrac{V_1-V_4}{۴}=۰$

- مقادیر V_3 و V_4 را جایگزین کنید.

KCL۱ $+\dfrac{\_\_\_\_-\_\_\_\_}{۱۰}-۵+\dfrac{\_\_\_\_-\_\_\_\_}{۴}=۰$

- مخرج مشترک بگیرید.

$\dfrac{\_\_\_\_-\_\_\_\_+\_\_\_\_+\_\_\_\_+\_\_\_\_}{۲۰}=۰$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$\_\_\_\_-\_\_\_\_-\_\_\_\_+\_\_\_\_-\_\_\_\_=۰$

- ساده کنید.

$+۷V_1+۲۱۷=۰$

- مقدار V_1 را بدست آورید.

$V_1=\dfrac{\_\_\_\_}{\_\_\_\_}=-۳۱[V]$

- از مقاومت ۴ Ω جریان I_3 می‌گذرد آن را با قانون اهم بدست آورید.

$I_3=\dfrac{V_1-\_\_\_\_}{\_\_\_\_}$

$I_3=\dfrac{\_\_\_\_-(-۳۳)}{\_\_\_\_}=+۰/۵[A]$

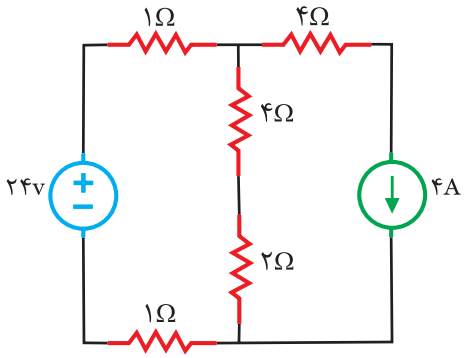
- ولتاژ دو سر مقاومت ۴ Ω را با قانون اهم بدست آورید.

ولتاژ = ... × .....

$V_{4\Omega}=$ ..... × ..... = ۲ [V]

تمرین

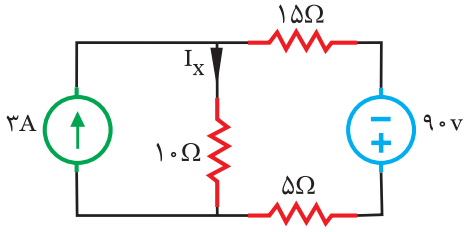
۱- در مدار شکل (۷۲-۱) توان منبع ۲۴V را با روش پتانسیل گره بدست آورید.



شکل (۷۲-۱)

حل

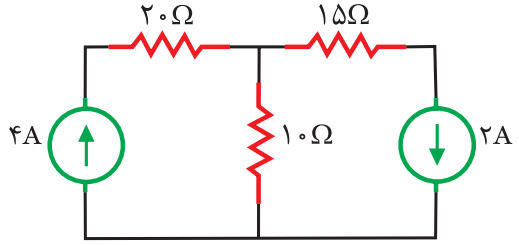
۲- در مدار شکل (۷۳-۱) جریان I_X را با روش پتانسیل گره بدست آورید.



شکل (۷۳-۱)

حل

۳- در مدار شکل(۷۴-۱) توان مقاومت ۱۰Ω را با روش پتانسیل گره بدست آورید.



شکل (۷۴-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

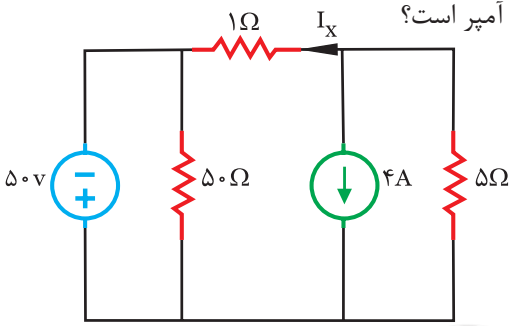
.....

.....

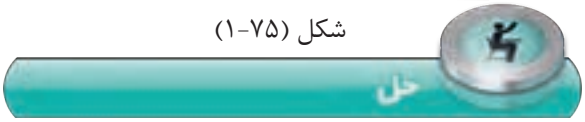
.....

.....

با روش پتانسیل گره، جریان I_x در مدار شکل (۷۵-۱) چند آمپر است؟

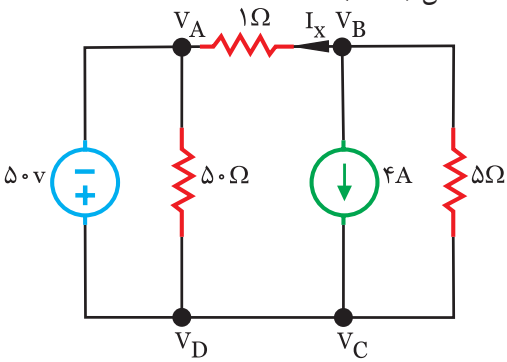


شکل (۷۵-۱)



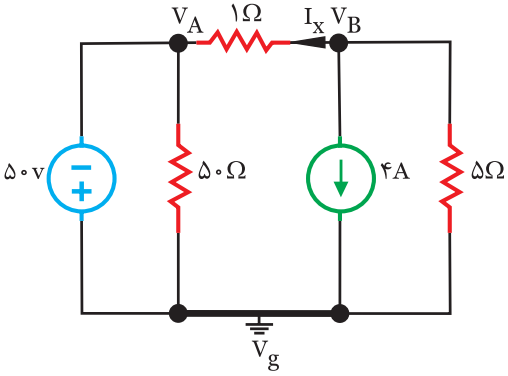
- در مدار مقاومت‌های سری یا موازی وجود ندارد لذا مدار تا حد ممکن ساده است.

-گره‌های اصلی مدار با V_C، V_B، V_A و V_D نشان داده شده است. شکل (۷۶-۱).



شکل (۷۶-۱)

- در شاخه میان گره‌های V_CوV_D عنصر مقاومتی وجود ندارد لذا این دو گره با یکدیگر اختلاف پتانسیل ندارد و این دو گره در واقع یک گره محسوب می‌شوند. آن‌ها V_g نام‌گذاری شده‌اند. شکل (۷۷-۱).



شکل (۷۷-۱)

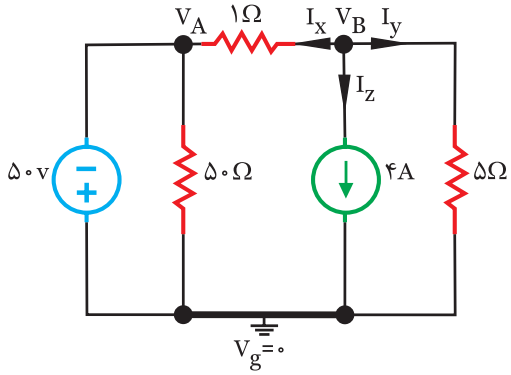
- گره V_g به عنوان گره مبنا انتخاب می‌شود لـذا پتانسیل آن صفر خواهد بود.

$V_g = ۰$

- پتانسیل گره V_A که به پلاریته منفی منبع ولتاژ متصل است نسبت به گره مبنا برابر است با:

$V_A = -۵۰[V]$

- پتانسیل گره V_B مجهول است جریان شاخه‌های آن در جهت دلخواه انتخاب می‌شود. شکل (۱-۷۸)



شکل (۱-۷۸)

- بـرای گـره V_B رابـطـه KCL نـوشـته می‌شـود. جـریان‌ها از گره خارج می‌شوند برای آن‌ها علامت مثبت منظور شده است.

KCLB $\Rightarrow +I_x+I_y+I_z=۰$

- مقدار جـریان‌های I_x و I_y با قـانون اهم بـدست می‌آید.

$$I_x = \frac{V_B-V_A}{۱}$$

$$I_y = \frac{V_B-V_g}{۵}$$

- مقدار جریان I_z که در جهت منبع جریان از آن می‌گذرد برابر است با:

$I_z = +۴\ [A]$

- مقادیر جریان‌های I_x، I_y و I_z در رابطه KCLB قرار داده می‌شود.

KCLB $\Rightarrow +\frac{V_B-V_A}{۱}+\frac{V_B-V_g}{۵}+۴=۰$

- مقادیر V_A و V_g جایگزین می‌شود.

KCLB $\Rightarrow \frac{V_B-(-۵۰)}{۱}+\frac{V_B-۰}{۵}+۴=۰$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{۵V_g+۲۵۰+V_B-۲۰}{۵}=۰$$

- کـسری که مساوی صـفر باشد یعنی صـورت آن مساوی صفر می‌باشد.

$۵V_g+۲۵۰+V_B-۲۰=۰$

- معـادله سـاده می‌شود و با حـل آن پتانسیل V_B بدست می‌آید.

$۶V_B+۲۷۰=۰$

$۶V_B=-۲۷۰$

$$V_B=\frac{-۲۷۰}{۶}=-۴۵[V]$$

- I_x بین دو گره V_B و V_A جاری است با قانون اهم رابطه آن بدست می‌آید.

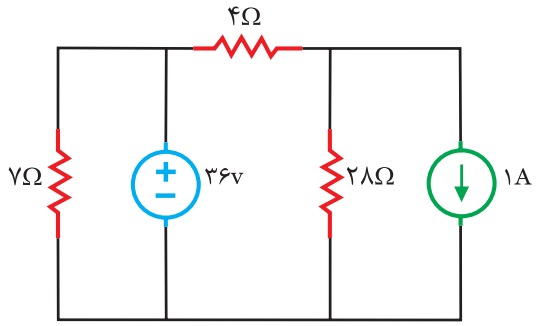
$$I_x=\frac{V_B-V_A}{۱}$$

$$I_x=\frac{-۴۵-(-۵۰)}{۱}$$

$$I_x=\frac{-۴۵-(-۵۰)}{۱}=۵[A]$$

فعالیت ۱۰

با روش پتانسیل گره توان مقاومت ۲۸Ω را در شکل (۱-۷۹) بدست آورید.

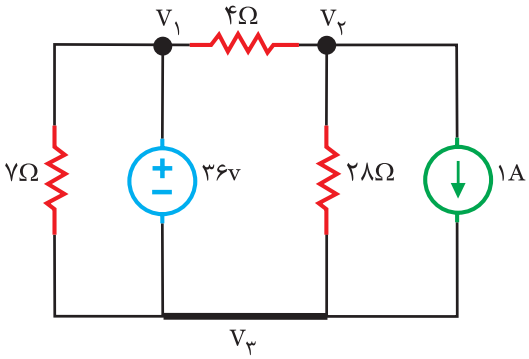


شکل (۱-۷۹)

حل

- برای محاسبه توان در مقاومت ۲۸Ω به جریـان آن نیاز است.

- گره‌های اصلی مدار را مشخص کنید. شکل(۱-۸۰)



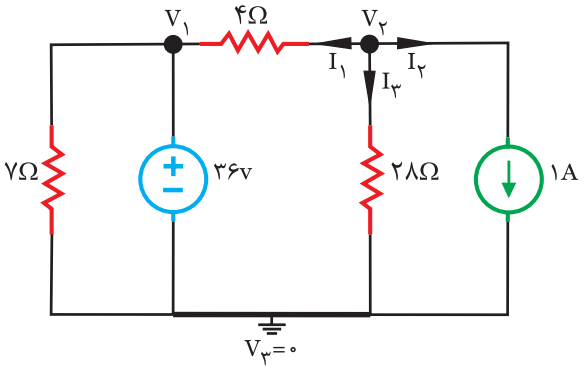
شکل (۱-۸۰)

- گره V_3 را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید لذا پتانسیل آن برابر است با: $V_3 =$ .....

- پتانسیل گره V_1 که به پلاریته مثبت منبع ولتاژ متصل است نسبت به گره مبنا خواهد شد:

$V_1 =$ ..... + ...

- پتانسیل گره V_2 مجهول است جریان شاخه‌های آن را انتخاب کنید. شکل (۸۱-۱).



شکل (۸۱-۱)

- برای گره V_2 رابطه KCL بنویسید:

KCL۱ + ... + ... + ... = ۰

- مقادیر I_1، I_2 و I_3 را بدست آورید.

$I_1 = \frac{\text{.....} - \text{.....}}{۴}$

$I_2 =$ .....

$I_3 = \frac{V_2 - \text{.....}}{\text{.....}}$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_3 را در رابطه KCL۲ قرار دهید.

KCL۲ $+ \frac{V_2 - V_1}{۴} + ۱ + \frac{V_2 - V_3}{۲۸} = ۰$

- مقادیر V_1 و V_3 را جایگزین کنید.

KCL۲ $+ \frac{V_2 - \text{.....}}{۴} + ۱ + \frac{V_2 - \text{.....}}{۲۸} = ۰$

- مخرج مشترک بگیرید.

$\frac{\text{.....} - ۲۵۲ + \text{.....} + \text{.....} - ۰}{۲۸} = ۰$

- صورت کسری را مساوی صفر قرار دهید.

$۷V_2 - ۲۵۲ + ۲۸ + V_2 = ۰$

- معادله را ساده کنید و V_2 را محاسبه نمایید.

$\text{.....} V_2 - \text{.....} = ۰$

$V_2 = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = -۲۸[v]$

- برای محاسبه توان در مقاومت ۲۸Ω به جریان آن نیاز است. با قانون اهم رابطه I_3 را بنویسید.

$I_3 = \frac{V\_ - V\_}{۲۸۰}$

$I_3 = \frac{\text{.....} - \text{.....}}{\text{.....}} = ۱[A]$

- رابطه توان در مقاومت را بنویسید.

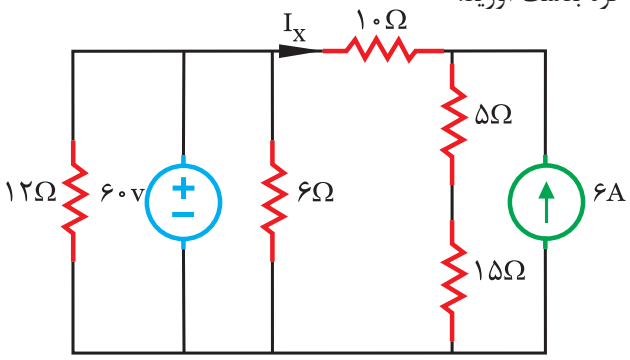
توان = ... × .....

- توان در مقاومت ۲۸Ω را محاسبه کنید.

$P_{۲\Omega} =$ ..... × ( )^2 = ۲۸ [w]

تمرین

۱- در مدار شکل (۸۲-۱) جریان I_X را با روش پتانسیل گره بدست آورید.



شکل (۸۲-۱)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

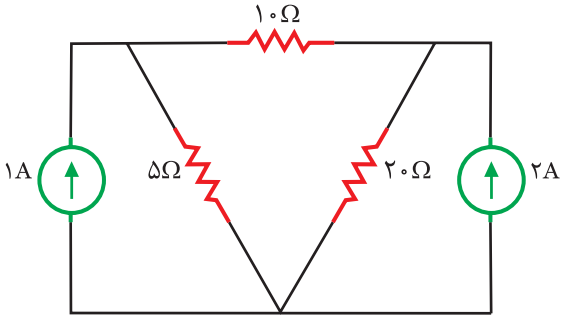
.....

.....

.....

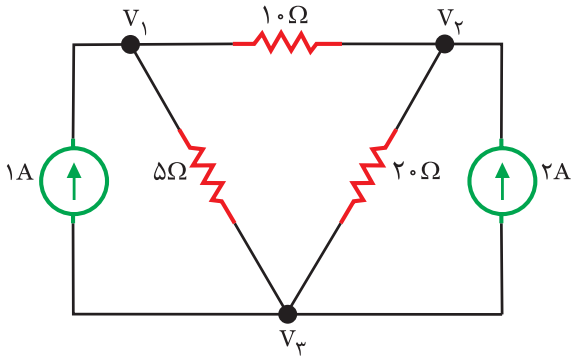
مثال ۱۱

با روش پتانسیل گره جریان مقاومت ۲۰ Ω در مدار شکل (۸۳-۱) چند آمپر است.



شکل (۸۳-۱)

- گره‌های اصلی مدار با V_1، V_2 و V_3 نشان داده شده است. شکل (۸۴-۱).

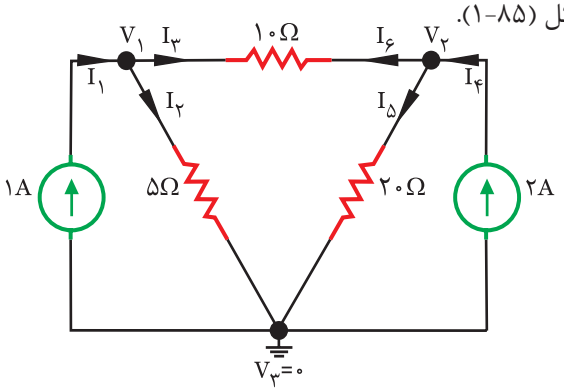


شکل (۸۴-۱)

- گره V_3 به عنوان گره مبنا انتخاب می‌شود لذا پتانسیل آن صفر خواهد بود.

$V_3=0$

- پتانسیل گره‌های V_1 و V_2 نسبت به گره مبنا مجهول است لذا جریان شاخه‌های آن‌ها مشخص می‌شود. شکل (۸۵-۱).



شکل (۸۵-۱)

- برای گره‌های V_1 و V_2 KCL نوشته می‌شود. در رابطه KCL جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند با علامت منفی و جریان‌هایی که از گره خارج می‌شود با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.

KCL۱ $-I_1+I_2+I_3=0$

KCL۲ $-I_4+I_5+I_6=0$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_4 در جهت منبع جریان از آن‌ها عبور می‌کنند لذا:

$I_1=+1[A]$

$I_4=+2[A]$

- مقادیر جریان‌های I_2، I_3، I_5 و I_6 با قانون اهم بدست می‌آیند.

$$I_2=\frac{V_1-V_3}{5}$$

$$I_3=\frac{V_1-V_2}{10}$$

$$I_5=\frac{V_2-V_3}{20}$$

$$I_6=\frac{V_2-V_1}{10}$$

- مقادیر جریان‌ها در روابط KCL قرار داده می‌شود.

KCL۱ $-1+\frac{V_1-V_3}{5}+\frac{V_1-V_2}{10}=0$

KCL۲ $-2+\frac{V_2-V_3}{20}+\frac{V_2-V_1}{10}=0$

- مقدار V_3 جایگزین می‌شود.

KCL۱ $-1+\frac{V_1-0}{5}+\frac{V_1-V_2}{10}=0$

KCL۲ $-2+\frac{V_2-0}{20}+\frac{V_2-V_1}{10}=0$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

KCL۱ $\frac{-10+2V_1-0+V_1-V_2}{10}=0$

KCL۲ $\frac{-40+V_2-0+2V_2-2V_1}{20}=0$

- صورت کسرها مساوی صفر قرار داده می‌شود.

KCL۱ $-10+2V_1-0+V_1-V_2=0$

KCL۲ $-40+V_2-0+2V_2-2V_1=0$

- معادلات ساده می‌شوند.

KCL۱ $+3V_1-V_2=+10$

KCL۲ $-2V_1+3V_2=+40$

- معادلات KCL۲ و KCL۱ را در یک دستگاه با روش حذف حل می‌شود تا مقادیر پتانسیل گره‌های V_1 و V_2 بدست آید.

$$\begin{cases} \times 2 & +3V_1-V_2=+10 \\ \times 3 & -2V_1+3V_2=+40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +6V_1-2V_2=+20 \\ -6V_1+9V_2=+120 \end{cases}$$

$$0+7V_2=+140$$

$$V_2=\frac{+140}{+7}=+20[v]$$

- با قراردادن V_2 در KCL۱ پتانسیل گره V_1 بدست می‌آید.

$$+3V_1-(+20)=+10$$

$$+3V_1-20=+10$$

$$+3V_1=+30$$

$$V_1=\frac{30}{3}=10[v]$$

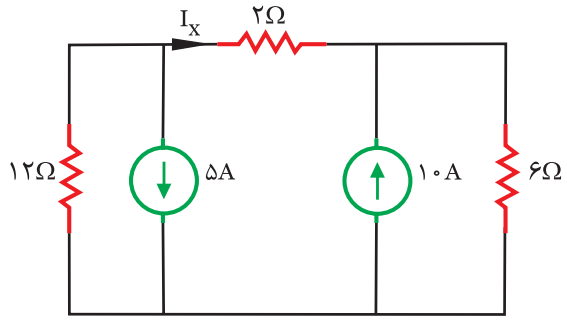
- از مقاومت ۲۰ Ω جریان I_5 عبور می‌کند با قانون اهم رابطه آن نوشته می‌شود.

$$I_5=\frac{V_2-V_3}{20}$$

$$I_5=\frac{20-0}{20}=1[A]$$

فعالیت ۱۱

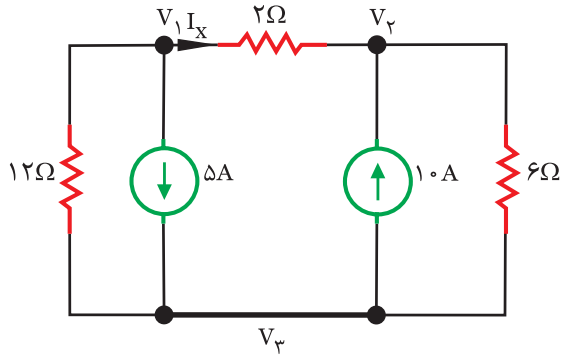
با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_X را در مدار شکل (۸۶-۱) حساب کنید.



شکل (۸۶-۱)

حل

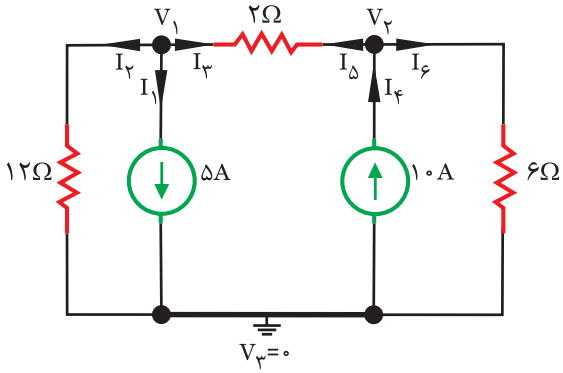
- گره‌های اصلی مدار رامشخص کنید. شکل(۸۷-۱)



شکل (۸۷-۱)

- گره V_3 را بعنوان گره مبنا انتخاب کنید لذا پتانسیل آن برابر است با: $V_3=0$

- پتانسیل گره‌های V_1 و V_2 مجهول هستند جریان شاخه‌های آن را انتخاب کنید. شکل (۸۸-۱).



شکل (۸۸-۱)

- برای گره‌های V_1 و V_2 رابطه KCL بنویسید.

KCL۱ $+I_1 + \dots\dots + \dots\dots = 0$

KCL۲ $-I_4 - \dots\dots + \dots\dots = 0$

- مقادیر جریان‌های I_1 تا I_6 را بدست آورید.

$I_1 = +5[A]$

$I_2 = \dfrac{\dots - \dots}{12}$

$I_3 = \dfrac{V_1 - \dots}{\dots}$

$I_4 = \dots\dots$

$I_5 = \dfrac{\dots - V_1}{\dots}$

$I_6 = \dfrac{\dots - \dots}{\dots}$

- مقادیر جریان‌ها را در رابطه KCL۲ و KCL۱ قرار دهید.

KCL۱ $+5 + \dfrac{V_1 - V_3}{12} + \dfrac{V_1 - V_2}{2} = 0$

KCL۲ $-10 + \dfrac{V_2 - V_1}{2} + \dfrac{V_2 - V_3}{6} = 0$

- معادلات KCL۲ و KCL۱ را با مخرج مشترک گرفتن ساده کنید.

$$\frac{+60 + \dots - \dots + \dots - \dots}{12} = 0$$

$$\frac{- \dots + \dots + \dots + \dots + \dots}{6} = 0$$

- مقدار V_3 را جایگزین کنید.

$$\frac{+60 + V_1 - 0 + 6V_1 - 6V_2}{6} = 0$$

$$\frac{-60 + 3V_2 - 3V_1 + V_2 - 0}{12} = 0$$

- صورت کسرها را مساوی صفر قرار دهید.

KCL۱ $+ \dots + \dots + \dots - \dots = 0$

KCL۳ $+ \dots - \dots + \dots - \dots = 0$

- معادلات را ساده کنید.

KCL۱ $7V_1 - 6V_2 = -60$

KCL۲ $-3V_1 + 4V_2 = +60$

حل

- معادلات KCL۲ و KCL۱ را در یک دستگاه حل کنید و پتانسیل‌های V_1 و V_2 را محاسبه نمایید.

$$\begin{cases} ۷V_1 - ۶V_2 = -۶۰ & ۲ \\ -۳V_1 + ۴V_2 = +۶۰ & ۳ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \_\_\_V_1 - \_\_\_V_2 = -۱۲۰ \\ \_\_\_V_1 + \_\_\_V_2 = +۱۸۰ \end{cases}$$

$$۵V_1 + ۰ = +۶۰$$

$$V_1 = \frac{\_\_\_}{\_\_\_} = ۱۲[v]$$

- با قراردادن V_1 در رابطه KCL۱ مقدار V_2 را بدست آورید. V_2 را محاسبه کنید.

KCL۱ $\Rightarrow$ $۷(۱۲) - ۶V_2 = -۶۰$

$\_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_$

$-۶V_2 = -۶۰ - ۸۴$

$- \_\_\_ = - \_\_\_$

$$V_2 = \frac{-۱۴۴}{-۴} = ۲۴[v]$$

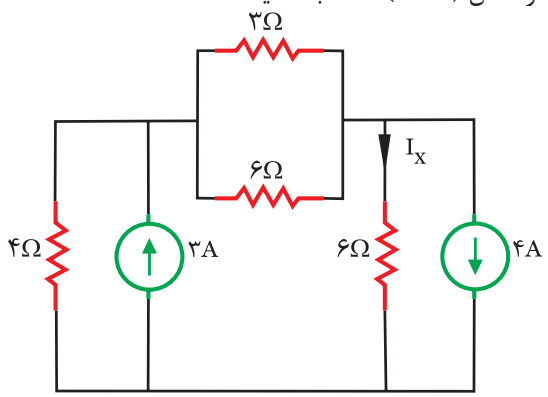
- I_x همان جریان I_3 می‌باشد با قانون اهم مقدار آن را بدست آورید.

$$I_x = I_3 = \frac{V_1 - V_2}{۲}$$

$$I_x = \frac{\_\_\_ - \_\_\_}{۲} = -۶[A]$$

تمرین

۱- با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_x را در مدار شکل (۸۹-۱) محاسبه کنید.



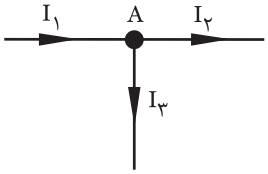
شکل (۸۹-۱)

آزمون

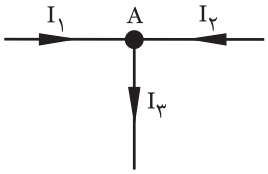
۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید.

الف) گره اصلی　　ب) گره ساده　　ج) شاخه

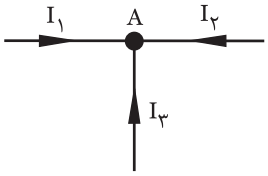
۲- برای جریان شاخه‌های گره‌های شکل (۹۰-۱) رابطه KCL بنویسید.



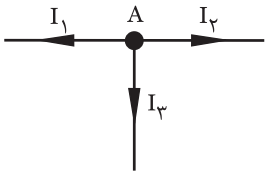
KCL A).....



KCL A).....



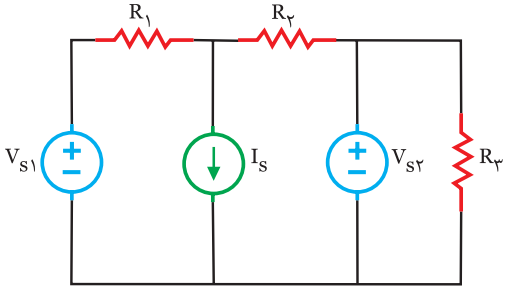
KCL A).....



KCL A).....

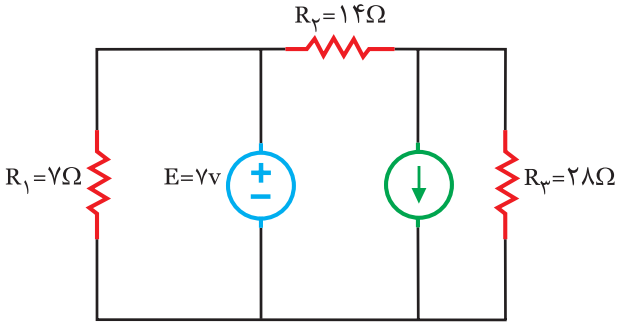
شکل (۹۰-۱)

۳- گره‌های اصلی و ساده مدار شکل (۹۱-۱) را مشخص کنید.



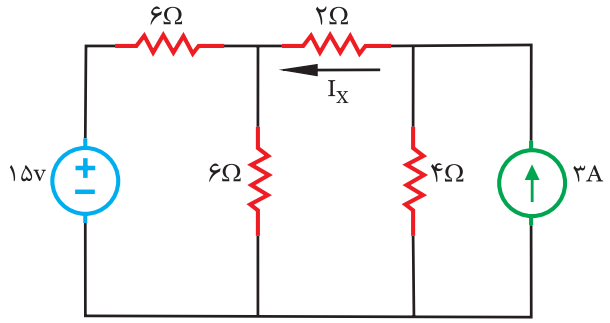
شکل (۹۱-۱)

۴- در مدار شکل (۹۲-۱) مطلوبست جریان مقاومت $R_۲$ از روش پتانسیل گره (سوال امتحان نهایی خرداد ۸۳)



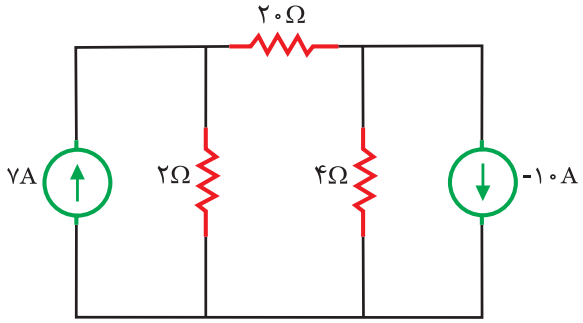
شکل (۹۲-۱)

۵- در مدار شکل (۹۳-۱) با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_X را بدست آورید. (سوال امتحان نهایی خرداد ۸۴)



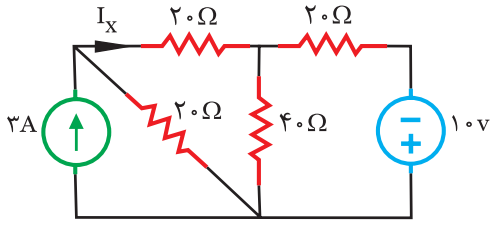
شکل (۹۳-۱)

۶- در مدار شکل (۹۴-۱) از روش پتانسیل گره جریان در مقاومت‌های ۲ و ۴ اهمی را بدست آورید.
(سوال امتحان نهایی شهریور ۸۴)



شکل (۹۴-۱)

۷- در مدار شکل (۹۵-۱) با استفاده ار روش پتانسیل گره جریان I_X را بدست آورید. (سوال امتحان نهایی خرداد ۸۵)



شکل (۹۵-۱)

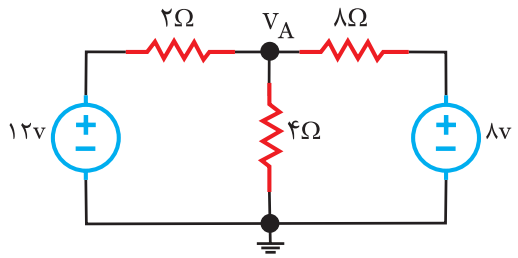
۸- پتانسیل گره V_A شکل (۹۶-۱) چند ولت است؟

الف) ۰/۵

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴



شکل (۹۶-۱)

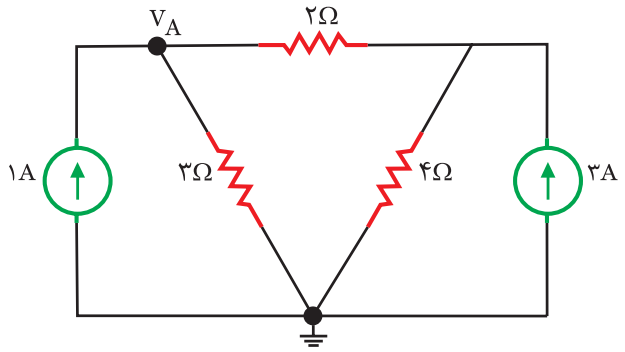
۹- پتانسیل گره V_A شکل (۹۷-۱) چند ولت است؟

الف) ۳

ب) ۶

ج) ۱۲

د) ۱۵



شکل (۹۷-۱)

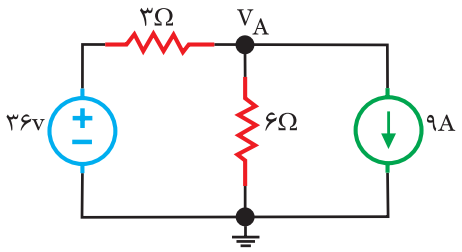
۱۰- پتانسیل گره V_A شکل (۹۸-۱) چند ولت است؟

الف) ۶

ب) ۱۸

ج) ۳۶

د) ۵۴



شکل (۹۸-۱)

خلاصه درس

۵-۱- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جمع آثار

روش جمع آثار در تحلیل مدارهای الکتریکی که بیش از یک منبع دارند بکار می‌رود. براساس این روش جریان هر عنصر مدار از جمع جبری جریان‌هایی که هر یک از منابع در آن عنصر ایجاد می‌کنند، بدست می‌آید. برای تعیین اثر هر منبع بر جریان عنصر مورد نظر باید دیگر منابع مدار را بی‌اثر کرد و مدار را به ازای هر منبع یک‌بار تحلیل کرد.

به خاطر داشته باشید

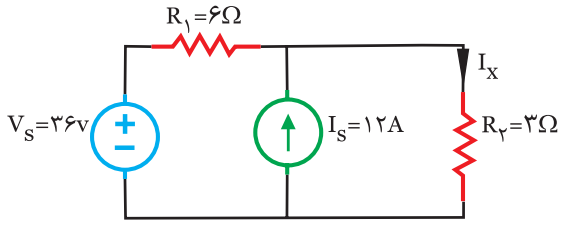
برای بی‌اثر کردن منابع ولتاژ آن‌ها را اتصال کوتاه و منابع جریان را باز می‌کنند.

پس از تعیین جریان عنصر مورد نظر کمیت‌هایی نظیر ولتاژ یا توان آن عنصر نیز قابل محاسبه می‌باشد.

روش جمع آثار در مورد محاسبه ولتاژ دو سر هر عنصر نیز صادق است ولی در مورد کمیت‌هایی که با مجذور جریان یا ولتاژ متناسب هستند، صدق نمی‌کند. بطور مثال توان در یک مقاومت اهمی را نمی‌توان از مجموع توان‌هایی بدست آورد که هر منبع به تنهایی در آن عنصر ایجاد می‌کند.

مثال ۱۲

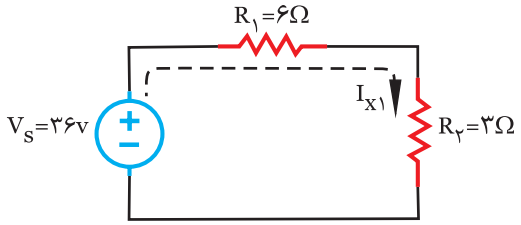
با استفاده از روش جمع آثار جریان I_x در مدار شکل (۹۹-۱) را بدست آورید.



شکل (۹۹-۱)

حل

- ابتدا منبع جریان باز می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱۰۰-۱). تا اثر منبع ولتاژ بر I_x محاسبه شود.



شکل (۱۰۰-۱)

- با توجه به پلاریته منبع ولتاژ، جهت جریان ناشی از این منبع در مقاومت R_2 تعیین می‌شود. این جریان I_{x1} نامیده شده است.

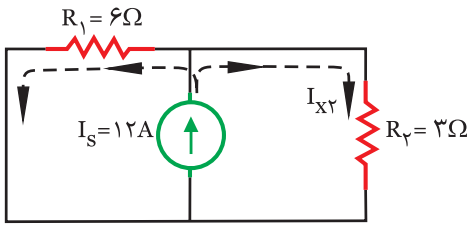
- به کمک قانون اهم I_{x1} بدست می‌آید. شکل (۱۰۰-۱)

$$I_{x1}=\frac{V_s}{R_1+R_2}$$

$$I_{x1}=\frac{۳۶}{۶+۳}=۴[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ اتصال کوتاه می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱۰۱-۱) تا اثر منبع جریان بر I_x محاسبه شود.

- با توجه به جهت منبع جریان، جهت جریان ناشی از این منبع در مقاومت R_2 تعیین می‌شود. این جریان I_{x2} نامیده شده است.



شکل (۱۰۱-۱)

- به کمک رابطه تقسیم جریان میان دو مقاومت موازی I_{x2} بدست می‌آید.

$$I_{x2}=I_s\times\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$I_{x2}=۱۲\times\frac{۶}{۶+۳}=۸[A]$$

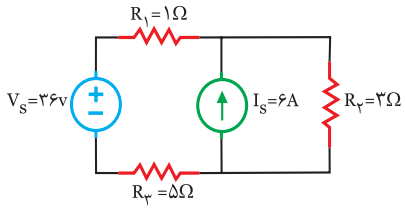
- I_{x1} اثر منبع ولتاژ و I_{x2} اثر منبع جریان بر جریان مقاومت R_2 یعنی I_x است. اینک با جمع این آثار مقدار I_x بدست می‌آید.
- جریان I_{x1} و I_{x2} هر دو هم جهت با I_x می‌باشند لذا در جمع آثار بر آن‌ها علامت مثبت اختیار می‌شود.

$I_x = +I_{x1} + I_{x2}$

$I_x = +۴ + ۸ = ۱۲[A]$

فعالیت ۱۲

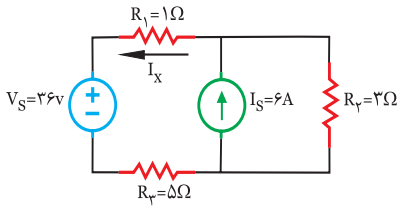
در مدار شکل (۱-۱۰۲) توان مقاومت R_1 را با روش جمع آثار بدست آورید.



شکل (۱-۱۰۲)

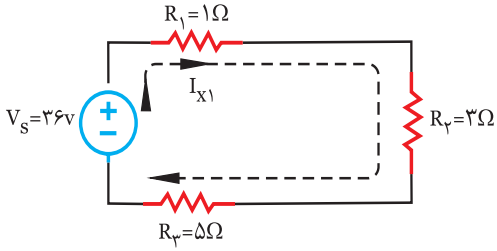
حل

- برای محاسبه توان مقاومت R_1 نیاز به جریان آن می‌باشد لذا جریان R_1 را در جهت دلخواه با I_x نشان می‌دهیم. شکل (۱-۱۰۳).



شکل (۱-۱۰۳)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۰۴)
- اثر منبع ولتاژ بر I_x را مشخص کنید و مقدار آن را محاسبه نمایید، این اثر را I_{x1} بنامید.

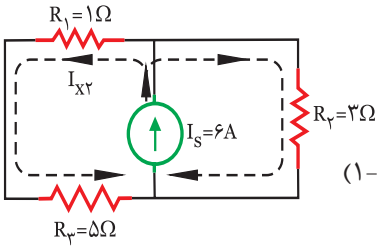


شکل (۱-۱۰۴)

$$I_{x1} = \frac{V_S}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I_{x1} = \frac{۳۶}{۱+۳+۵} = ۴\ [A]$$

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۰۵)
- اثر منبع جریان بر I_x را مشخص کنید و مقدار آن را محاسبه نمایید. این اثر را I_{x2} بنامید.

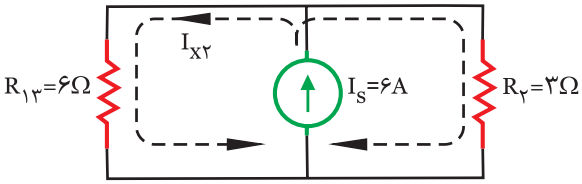


شکل (۱-۱۰۵)

- در شاخه سمت چپ مدار شکل (۱-۱۰۵)مقاومت‌های R_1 و R_3 با یکدیگر سری هستند، معادل آن‌ها را بدست آورید.

$R_{13} = R_1 + R_3 =$ ..... + ... = ۶Ω

- شکل مدار را ساده کنید. شکل (۱-۱۰۶)
- جهت I_{x2} را با توجه به جهت منبع جریان بدست آورید.



شکل (۱-۱۰۶)

- به کمک رابطه تقسیم جریان میان دو مقاومت موازی I_{x2} را بدست آورید.

$$I_{x2} = I_s \times \frac{R_{.....}}{R_{.....} + R_{.....}}$$

$$I_{x2} = ... \times \frac{۳}{۳+۶} = ۲[A]$$

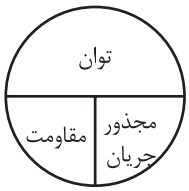
- I_{x1} اثر منبع ولتاژ و I_{x2} اثر منبع جریان بر جریان مقاومت R_1 یعنی I_x است. اینک این آثار را با یکدیگر جمع کنید تا I_x بدست آید.
- I_{x1} در خلاف جهت I_x می‌باشد لذا علامت آن را منفی و I_{x2} که در جهت I_x است را با علامت مثبت اختیار کنید.

$I_x = -I_{x1} + I_{x2}$

$I_x = -$ ..... + ... = -۲[A]

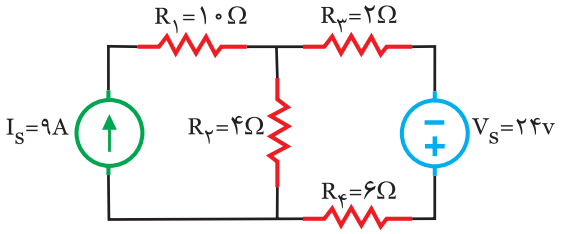
- I_x جریان مقاومت R_1 می‌باشد لذا توان آن قابل محاسبه است.

$P_{R1} = R_1 . I^2 = ۱ \times (-۲)^2 = ۴W$



فعالیت ۱۳

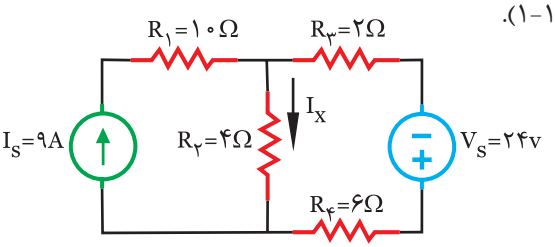
در مدار شکل (۱-۱۰۷) با استفاده از روش جمع آثار ولتاژ دو سر مقاومت R_2 را محاسبه کنید.



شکل (۱-۱۰۷)

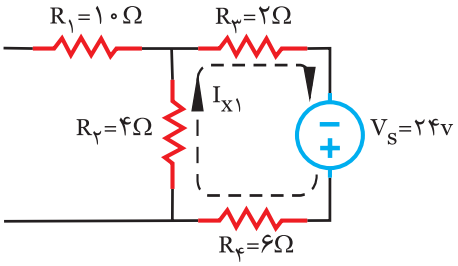
حل

- برای محاسبه ولتاژ دو سر R_2 نیاز به جریان آن می‌باشد لذا جریان R_2 را در جهت دلخواه با I_x نشان می‌دهیم. شکل (۱-۱۰۸).



شکل (۱-۱۰۸)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۰۹)
- اثر منبع ولتاژ بر I_x را مشخص کنید. آن را I_{x1} بنامید.
- جهت I_{x1} را با توجه به پلاریته منبع ولتاژ تعیین کنید.
- با بازشدن منبع جریان از مقاومت R_1 جریان نمی‌گذرد لذا آن بی‌اثر می‌شود.



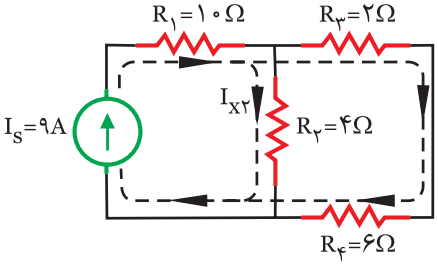
شکل (۱-۱۰۹)

- به کمک قانون اهم I_{x1} را بدست آورید.

$$I_{X1} = \frac{V_S}{\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots}$$

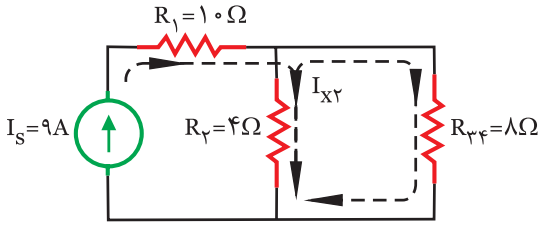
$$I_{X1} = \frac{\ldots\ldots}{۴+۲+۶}$$

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۱۰)
- اثر منبع جریان بر I_x را مشخص کنید. آن را I_{x2} بنامید.
- جهت I_{x2} را با توجه به جهت منبع جریان مشخص کنید.



شکل (۱-۱۱۰)

- مقاومت‌های R_3 و R_4 با یکدیگر سری هستند معادل آن‌ها را جایگزین کنید. $R_{34}=R_3+R_4=\ldots\ldots+\ldots\ldots=8\Omega$
- جریان منبع پس از عبور از مقاومت R_1 بین مقاومت‌های R_2 و R_{34} تقسیم می‌شود. شکل (۱-۱۱۱)



شکل (۱-۱۱۱)

- با استفاده از قانون تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_{x2} را بدست آورید.

$$I_{x2} = I_s \times \frac{R_{\ldots}}{R_{\ldots} + R_{\ldots}}$$

$$I_{x2} = ۹ \times \frac{\ldots}{\ldots + \ldots} = ۶[A]$$

- اثرهای I_{x1} و I_{x2} را جمع کنید تا I_x بدست آید.
- I_{x1} در خلاف جهت I_x می‌باشد لذا با علامت منفی و I_{x2} که در جهت I_x می‌باشد با علامت مثبت منظور می‌شود.

$$I_x = -I_{x1} + I_{x2}$$

$$I_x = -\ldots\ldots + \ldots\ldots = ۶A$$

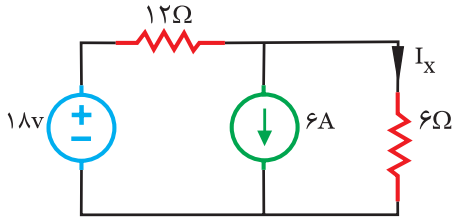
- به کمک قانون اهم ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ را بدست آورید.

$V_{R۲}$= ..... × .....

$V_{R۲}$= ۴ × ..... = ۲۴[V]

شکل (۱-۱۸۸)

۱- در مدار شکل (۱-۱۱۲) با روش جمع آثار I_x را بدست آورید.



شکل (۱-۱۱۲)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

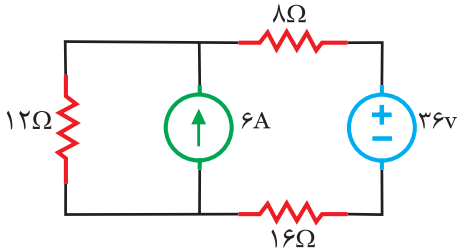
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۱-۳۴) توان در مقاومت ۱۲ Ω را با روش جمع آثار بدست آورید.



شکل (۱-۱۱۳)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

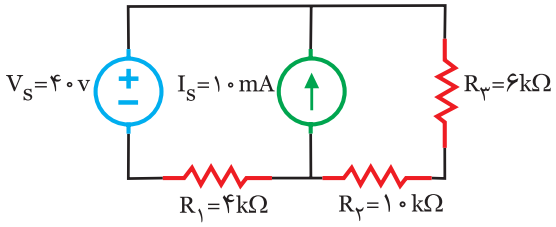
.....

.....

.....

.....

۳- در مدار شکل (۱-۱۱۴) ولتاژ دو سر مقاومت R_3 را با روش جمع آثار بدست آورید.

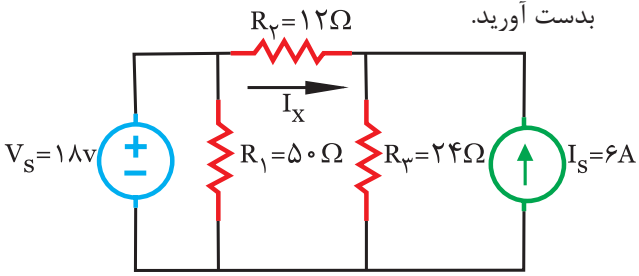


شکل (۱-۱۱۴)

حل

مثال ۱۳

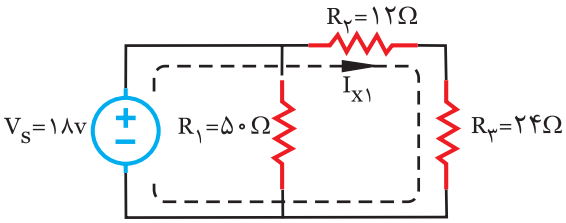
در مدار شکل (۱-۱۱۵) با روش جمع آثار جریان I_x را بدست آورید.



شکل (۱-۱۱۵)

حل

- منبع جریان باز می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۱۶). سپس اثر منبع ولتاژ بر I_x محاسبه خواهد شد.



شکل (۱-۱۱۶)

- با توجه به پلاریته منبع ولتاژ، جهت جریان ناشی از این منبع تعیین می‌شود. این جریان I_{X1} نامیده شده است.

- به کمک قانون اهم I_{x1} بدست می‌آید. مقاومت R_1 موازی با منبع V_S است و در مقدار I_{x1} بی تاثیر می‌باشد. شکل (۱-۱۱۶)

$$I_{x1}=\frac{V_s}{R_2+R_3}$$

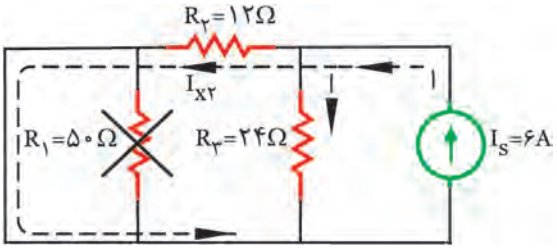
$$I_{x1}=\frac{18}{12+24}=0/5[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ اتصال کوتاه می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۱۷). تا اثر منبع جریان بر I_x محاسبه شود.

به خاطر داشته باشید

با اتصال کوتاه شدن منبع ولتاژ مقاومت R_1 نیز اتصال کوتاه می‌شود و حذف خواهد شد.

- با توجه به جهت منبع جریان، جهت جریان ناشی از این منبع در مقاومت $R_۲$ تعیین می‌شود. این جریان $I_{x۲}$ نامیده می‌شود. شکل (۱-۱۱۷).



شکل (۱-۱۱۷)

- جریان منبع جریان بین دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ تقسیم می‌شود. به کمک رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی $I_{x۲}$ بدست می‌آید.

$$I_{x۲} = I_s \times \frac{R_۳}{R_۲+R_۳}$$

$$I_{x۲} = ۶ \times \frac{۲۴}{۱۲+۲۴} = ۴[A]$$

- $I_{x۱}$ اثر منبع ولتاژ و $I_{x۲}$ اثر منبع جریان بر جریان مقاومت $R_۲$ یعنی I_x است. اینک با جمع آثار مقدار I_x بدست می‌آید.

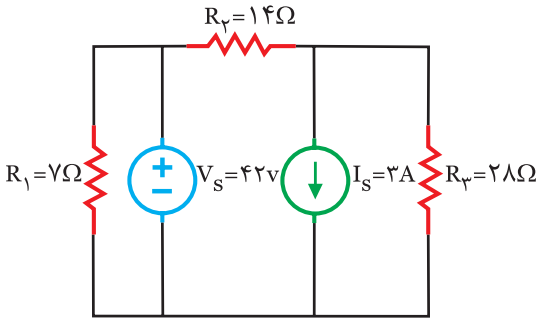
- جریان $I_{x۱}$ هم جهت با I_x لذا با علامت مثبت و $I_{x۲}$ در خلاف جهت I_x می‌باشد و با علامت منفی اختیار می‌شوند.

$$I_x = +I_{x۱} - I_{x۲}$$

$$I_x = +۰/۵ - ۴ = -۳/۵ \ [A]$$

فعالیت ۱۴

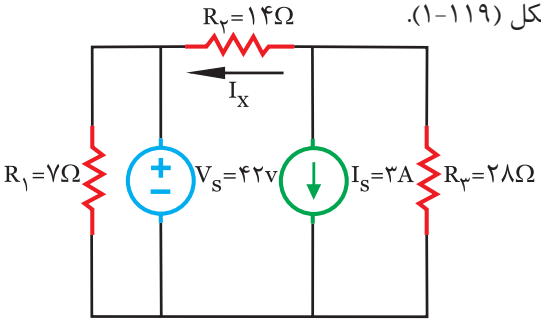
در مدار شکل (۱-۱۱۸) با روش جمع آثار جریان مقاومت $R_۲$ را بدست آورید.



شکل (۱-۱۱۸)

حل

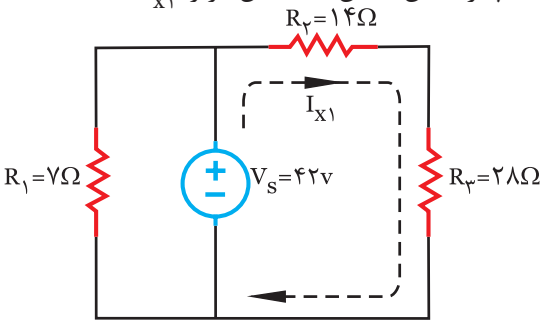
- جریان مقاومت $R_۲$ را با I_x در جهت دلخواه نشان دهید. شکل (۱-۱۱۹).



شکل (۱-۱۱۹)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۲۰)

- اثر منبع ولتاژ بر جریان مقاومت $R_۲$ را با توجه به پلاریته آن تعیین کنید. این اثر را $I_{x۱}$ بنامید.



شکل (۱-۱۲۰)

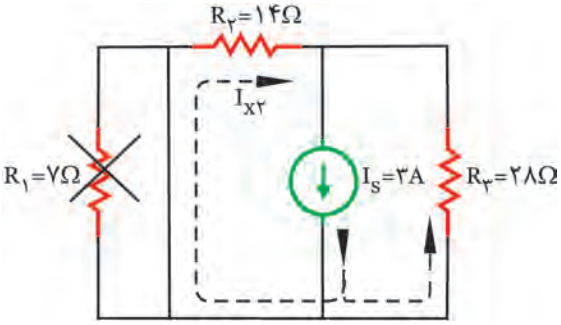
- مقاومت $R_۱$ موازی با منبع V_S است و در مقدار $I_{X۱}$ بی‌تاثیر می‌باشد.

$$I_{x۱} = \frac{V_s}{\ldots + \ldots}$$

$$I_{x۱} = \frac{\ldots}{۱۴+۲۸} = ۱[A]$$

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۲۱)

- اثر منبع جریان بر جریان مقاومت $R_۲$ را با توجه به جهت آن تعیین کنید. این اثر را $I_{x۲}$ بنامید.



شکل (۱-۱۲۱)

- با اتصال کوتاه شدن منبع ولتاژ مقاومت R_1 نیز اتصال کوتاه می‌شود و حذف خواهد شد.

- به کمک رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_{x2} را بدست آورید.

$$I_{x2} = I_s \times \frac{\ldots}{\ldots + \ldots}$$

$$I_{x2} = \ldots \times \frac{28}{14+28} = 2[A]$$

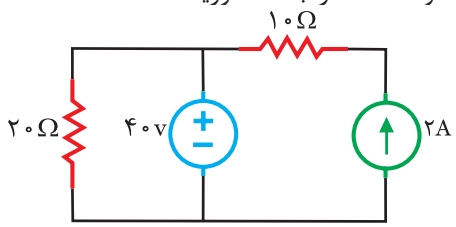
- با جمع اثرهای I_{x1} و I_{x2} جریان I_x را بدست آورید

$$I_x = \ldots I_{x1} \ldots I_{x2}$$

$$I_x = \ldots\ldots\ldots = -3[A]$$

تمرین

۱- در مدار شکل (۱-۱۲۲) با استفاده از روش جمع آثار جریان مقاومت ۱۰Ω را بدست آورید.



شکل (۱-۱۲۲)

حل

.....

.....

.....

.....

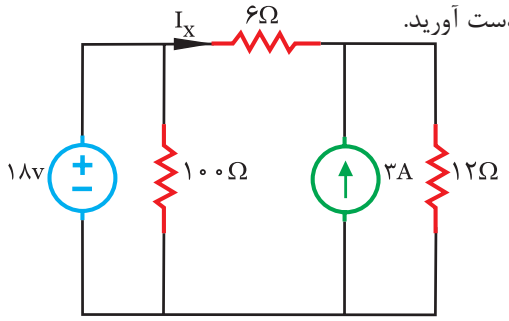
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۱-۱۲۳) با روش جمع آثار جریان I_x را بدست آورید.



شکل (۱-۱۲۳)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

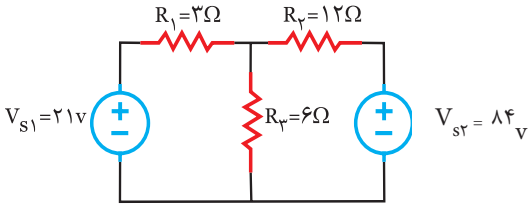
.....

.....

.....

مثال ۱۴

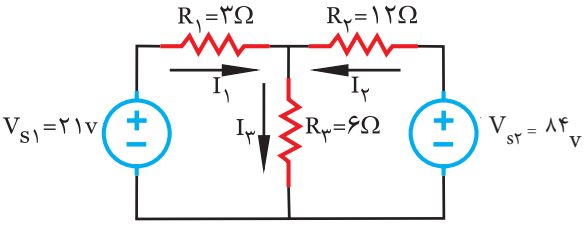
در مدار شکل (۱-۱۲۴) جریان مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 را با روش جمع آثار بدست آورید.



شکل (۱-۱۲۴)

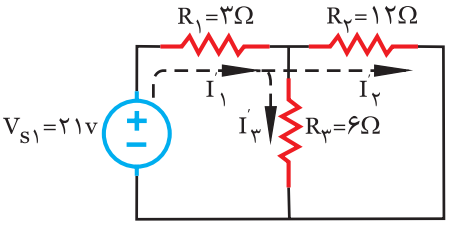
حل

- ابتدا جـریان مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 را در جهت دلخواه نشان داده می‌شود. شکل (۱-۱۲۵).



شکل (۱-۱۲۵)

- منبع ولتاژ V_{S2} اتصال کوتاه می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۲۶). تا اثر منبع ولتاژ V_{S1} بر جریان مقاومت‌ها محاسبه شود.



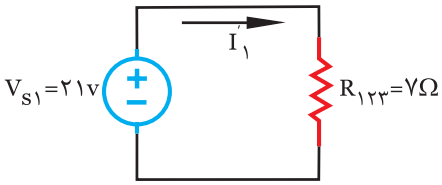
شکل (۱-۱۲۶)

- با توجه به پلاریته منبع V_{S1}، جهت جریان در مقاومـت‌ها تعیین می‌شود.

- مقاومت R_2 موازی با مقاومت R_3 است و با مقاومت R_1 سری هستند. معادل آن‌ها بدست می‌آید. شکل (۱-۱۲۷).

$$R_{23}=\frac{R_2 . R_3}{R_2+R_3}=\frac{6\times 12}{6+12}=4[\Omega]$$

$$R_{123}=R_{23}+R_1=3+4=7[\Omega]$$



شکل (۱-۱۲۷)

- با توجه به شکل (۱-۱۲۷) جریان I_1 بدست می‌آید.

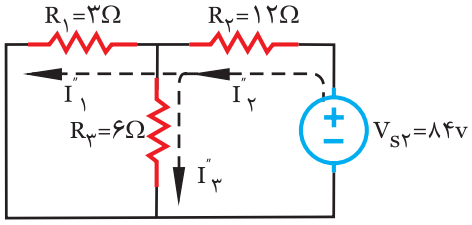
$$I_1'=\frac{V_{S1}}{R_{123}}=\frac{21}{7}=3[A]$$

- جریان I_1 بین دو مقاومت R_2 و R_3 تقسیم می‌شود. به کمک رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_2 و I_3 با توجه به شکل (۱-۱۲۷) بدست می‌آید.

$$I_2'=I_1'\frac{R_3}{R_2+R_3}=3\times\frac{6}{6+12}=1[A]$$

$$I_3'=I_1'\frac{R_2}{R_2+R_3}=3\times\frac{12}{6+12}=2[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ V_{S1} اتصال کوتاه می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۲۸). تا اثر منبع ولتـاژ V_{S2} بر جـریـان مقاومـت محاسبه شود.



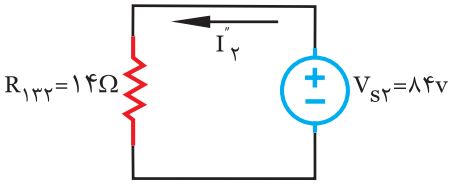
شکل (۱-۱۲۸)

- با توجه به پلاریته منبع ولتاژ V_{S2} جهت جریان در مقاومت‌ها تعیین می‌شود.

- مقاومت R_1 موازی با مقاومت R_3 است و با مقاومت R_2 سری هستند. معادل آن‌ها بدست می‌آید. شکل (۱-۱۲۹).

$$R_{13}=\frac{R_1 . R_3}{R_2+R_3}=\frac{3\times 6}{3+6}=2[\Omega]$$

$$R_{132}=R_{13}+R_2=2+12=14[\Omega]$$



شکل (۱-۱۲۹)

$$I_2''=\frac{V_{S2}}{R_{123}}=\frac{84}{14}=6[A]$$

- جریان I_2'' بین دو مقاومت R_1 و R_3 تقسیم می‌شود.به کمک رابطه تقسیم جریـان بین دو مقاومـت موازی I_2'' و I_3'' بدست می‌آید.

$$I_1'' = I_2''\frac{R_3}{R_1+R_3} = 6\times\frac{6}{3+6} = 4[A]$$

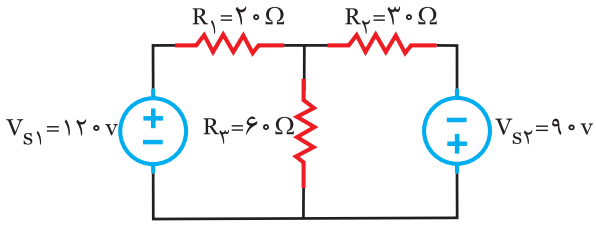
$$I_3'' = I_2''\frac{R_1}{R_1+R_3} = 6\times\frac{3}{3+6} = 2[A]$$

- اکنون اگر جریان هر مقاومت ناشی از اثر هر یک از منابع با توجه به جهت آن‌ها با یکدیگر جمع شود، جریان هر مقاومت در حالتی که هر دو منبع حضور دارند، بدست می‌آید.

$$I_1 = +I_1' - I_1'' = +3-4 = -1[A]$$
$$I_2 = +I_2' - I_2'' = -1+6 = +5[A]$$
$$I_3 = +I_3' - I_3'' = +2+2 = +4[A]$$

فعالیت ۱۵

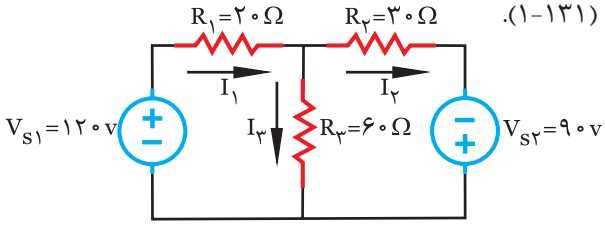
در مدار شکل (۱-۱۳۰) با روش جمع آثار توان منبع ولتاژ V_{S2} و مقاومت R_3 را بدست آورید.



شکل (۱-۱۳۰)

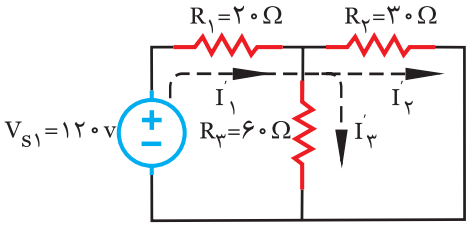
حل

- برای محاسبـه توان منبع V_{S2} به جریان آن نیاز است لذا جریان شاخه‌ها را در جهت دلخواه نشان دهید. شکل (۱-۱۳۱).



شکل (۱-۱۳۱)

- منبع ولتاژ V_{S1} را اتصال کوتاه کنید و اثر منبع V_{S1} را بر جریان شاخه‌ها محاسبه کنید. شکل (۱-۱۳۲). با توجه به پلاریته منبع V_{S1} جهت جریان ناشی از اثر این منبع را مشخص کنید.

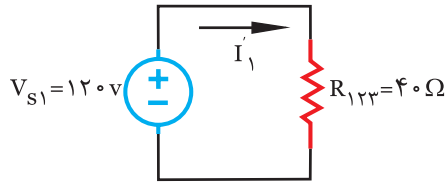


شکل (۱-۱۳۲)

- مقاومت R_2 موازی با مقاومت ..... است و با مقاومت ..... سری هستند. معادل آن را بدست آوریـد. شکل (۱-۱۳۳).

$$R_{23} = \frac{R_2\times\_\_\_}{\_\_\_+R_3} = \frac{\_\_\_}{\_\_\_} = 20[\Omega]$$

$$R_{132} = R_{23} + \_\_\_ = \_\_\_ + 20 = 40[\Omega]$$



شکل (۱-۱۳۳)

- با توجه به شکل (۱-۱۳۳) جریان I_1' را بدست آورید.

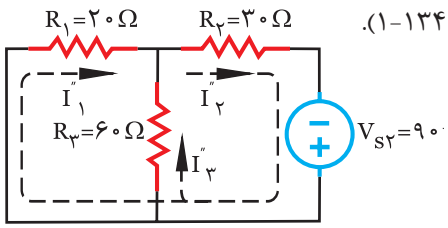
$$I_1' = \frac{V_{S1}}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{40} = 3[A]$$

- جریان I_1 بین دو مقاومت ..... و ..... تقسیم می‌شود لذا مقدار هر یک را با رابطه تقسیم جریان با توجه به شکل (۱-۱۳۲) تعیین کنید.

$$I_2' = \_\_\_\times\frac{R_3}{R_2+\_\_\_} = 3\times\frac{\_\_\_}{\_\_\_+60} = 2[A]$$

$$I_3' = I_1\times\frac{\_\_\_}{\_\_\_+R_3} = \_\_\_\times\frac{30}{\_\_\_+\_\_\_} = 1[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ V_{S1} را اتصال کوتاه کنید. و اثر منبع V_{S1} را بر جریان شاخه‌ها محاسبه کنید. با توجه به پلاریته منبع V_{S1} جهت جریان ناشی از اثر این منبع را مشخص کنید. شکل (۱-۱۳۴).

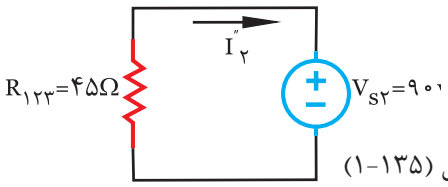


شکل (۱-۱۳۴)

- مقاومت‌های R_1 و R_3 با یکدیگر ..... هستند و با مقاومت R_2 ..... شده‌اند. معادل آن‌ها را بدست آورید. شکل (۱-۱۳۵).

$$R_{12}=\frac{R_1\times \_\_\_}{\_\_\_+R_3}=\frac{\_\_\_\times 60}{20+\_\_\_}=15[\Omega]$$

$$R_{123}=R_{12}+\_\_\_=\_\_\_+30=45[\Omega]$$



شکل (۱-۱۳۵)

- با توجه به شکل (۱-۱۳۵) جریان I''_2 را بدست آورید.

$$I''_2=\frac{\_\_\_}{R_{123}}=\frac{90}{\_\_\_}=2[A]$$

- جریان I_2 بین مقاومت‌های ..... و ..... تقسیم می‌شود. لذا مقدار هر یک را با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی و توجه به شکل (۱-۱۳۴) بدست آورید.

$$I''_3=I''_2\times\frac{\_\_\_}{\_\_\_+\_\_\_}=\_\_\_\times\frac{20}{20+30}=0/5[A]$$

$$I''_3=I''_2\frac{R_1}{R_1+R_3}=6\times\frac{3}{3+6}=1/5[A]$$

-اکنون جمع آثار کنید و جریان‌های I_1، I_2 و I_3 را بدست آورید.

$$I_1=+I'_1-I''_1=+3+1/5=4/5[A]$$

$$I_2=+I'_2+I''_2=+2+2=+4[A]$$

$$I_3=+I'_3-I''_3=+1-0/5=0/5[A]$$

- با تعیین جریان هر شاخه توان عناصر این شاخه‌ها را بدست آورید:

جریان منبع × ولتاژ منبع = توان منبع ولتاژ

$$P_{vs2}=V_{s2}\times I_2$$

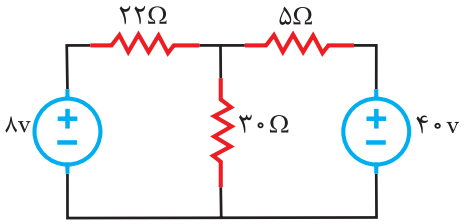
- جریان I_2 از طرف پلاریته منفی منبع V_{S1} وارد می‌شود لذا علامت منفی برای آن لحاظ کنید.

$$P_{vs2}=\_\_\_\times(\_\_\_)=-360W$$

$$P_{R3}=R_3I_3^2=\_\_\_\times\_\_\_=15W$$

تمرین

در مدار شکل (۱-۱۳۶) با روش جمع آثار توان هر یک از عناصر مدار را بدست آورید



شکل (۱-۱۳۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

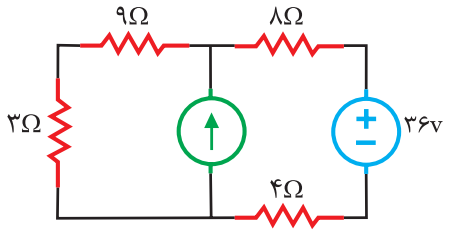
.....

.....

.....

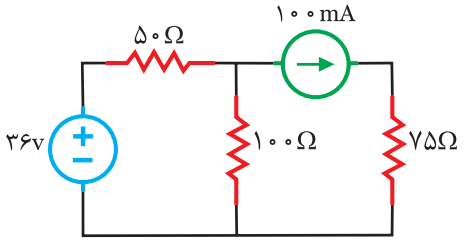
.....

۱- در مدار شکل (۱۳۷-۱) افت ولتاژ دو سر مقاومت ۹Ω را به روش جمع آثار بدست آورید. (امتحان نهایی دیماه ۸۴)



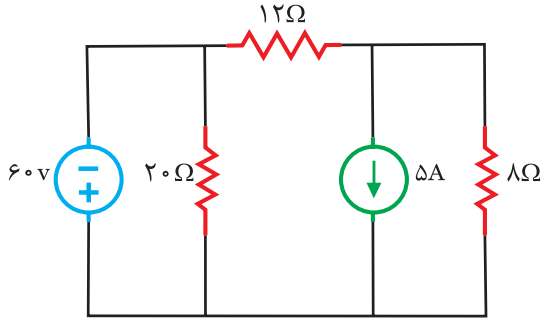
شکل (۱۳۷-۱)

۲- در مدار شکل (۱۳۸-۱) جریان مقاومت ۱۰۰Ω را با روش جمع آثاربدست آورید. (امتحان نهایی دیماه ۸۳)



شکل (۱۳۸-۱)

۳- در مدار شکل (۱۳۹-۱) جریان مقاومت ۱۲Ω را با روش جمع آثار بدست آورید.

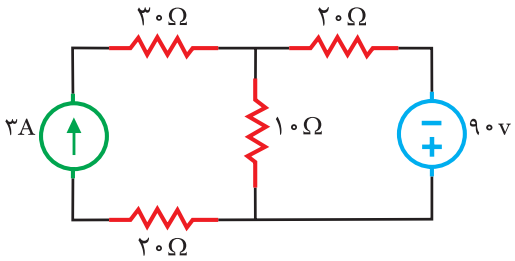


شکل (۱۳۹-۱)

۴- در مدار شکل (۱-۱۴۰) با کمک روش جمع آثار مطلوبست:

الف) توان در مقاومت ۱۰ Ω

ب) توان منبع ولتاژ



شکل (۱-۱۴۰)

۵- برای بی‌اثر کردن منابع ولتاژ آن‌ها را اتصال کوتاه می‌کنند.

☐ صحیح ☐ غلط

۶- روش جمع آثار در تحلیل مدارهایی که یک منبع دارند، نیز بکار می‌رود.

☐ صحیح ☐ غلط

۷- برای بی‌اثر کردن منابع جریان آن‌ها را باز می‌کنند.

☐ صحیح ☐ غلط

۸- روش جمع آثار در مورد محاسبه کمیت هایی که مجذور جریان با ولتاژ متناسب هستند، صدق نمی‌کند.

☐ صحیح ☐ غلط

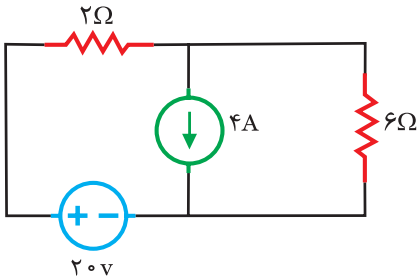
۹- در مدار شکل (۱-۱۴۱) جریان مقاومت ۶ Ω چند آمپر است.

الف) ۱

ب) ۱/۵

ج) ۲

د) ۲/۵



شکل (۱-۱۴۱)

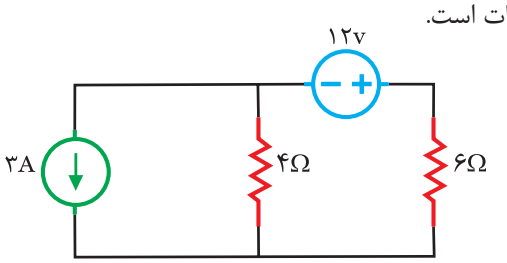
۱۰- در مدار شکل (۱-۱۴۲) توان مصرفی در مقاومت ۴ اهمی چند وات است.

الف) ۴

ب) ۸

ج) ۱۲

د) ۳۶



شکل (۱-۱۴۲)

خلاصه درس

۶-۱- تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یکدیگر

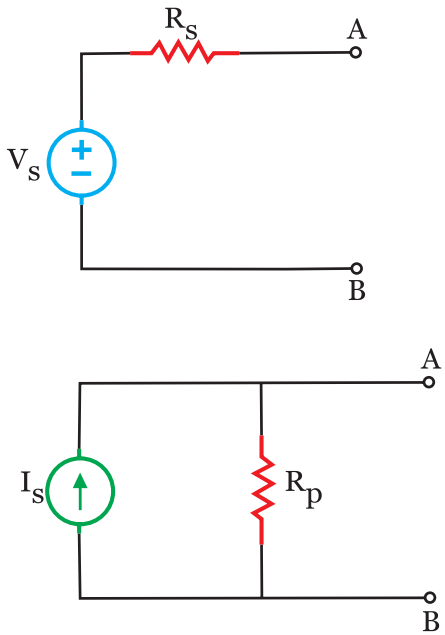
در تحلیل مدارهای الکتریکی مواردی پیش می‌آید که با تبدیل منبع ولتاژ و جریان به یکدیگر، تحلیل مدار ساده‌تر انجام می‌شود. باید توجه داشت با جایگزینی منابع، کمیت الکتریکی مورد بررسی در مدار حذف نشود. منابع ولتاژ و جریان شکل (۱-۱۴۳) را در نظر بگیرید.

برای تبدیل این منابع به یکدیگر کافی است:

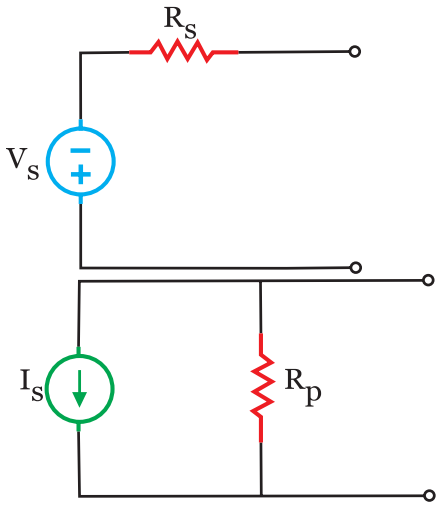
$R_s = R_p$ و $V_s = R_p I_s$ باشد.

به خاطر داشته باشید

جهت منبع جریان I_s بسمت پلاریته مثبت منبع V_s است. به شکل (۱-۱۴۳) توجه کنید و آن را با شکل (۱-۱۴۴) مقایسه نمایید.



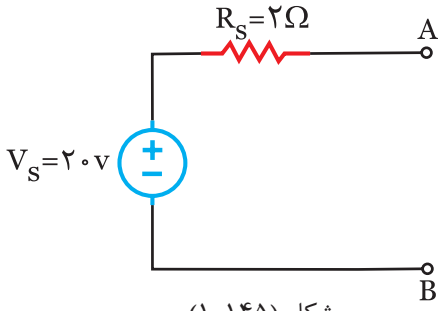
شکل (۱-۱۴۳)



شکل (۱-۱۴۴)

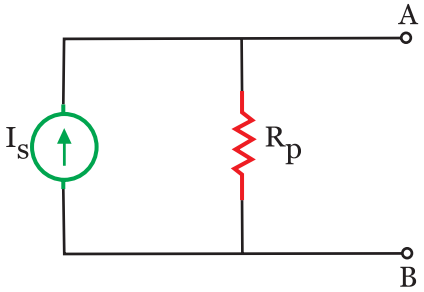
مثال ۱۵

منبع جریان معادل منبع ولتاژ شکل (۱-۱۴۵) را بدست آورید.



شکل (۱-۱۴۵)

- معادل منبع جریان در شکل (۱-۱۴۶) نشان داده شده است.



شکل (۱-۱۴۶)

حل

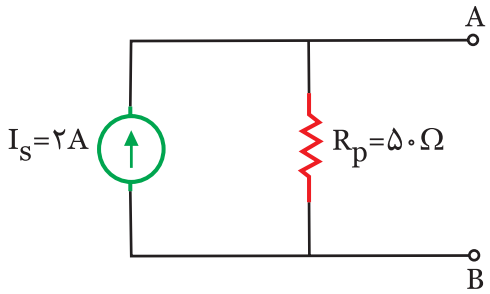
- در صورتی منبع جریان شکل (۱-۱۴۶) معادل منبع ولتاژ شکل (۱-۱۴۷) خواهد بود که: $R_s = R_p = ۲[\Omega]$

- و $V_s = R_p I_s$

- لذا $I_s = \frac{V_s}{R_p} = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰[A]$

تمرین

۱- منبع ولتاژ معادل منبع جریان شکل (۱-۱۴۷) را بدست آورید.



شکل (۱-۱۴۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

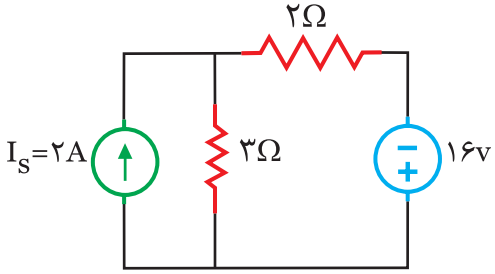
.....

.....

.....

مثال ۱۵

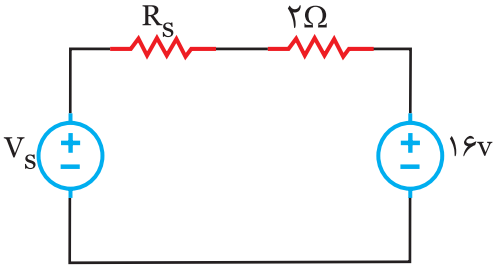
در مدار شکل (۱-۱۴۸) ابتدا منبع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کنید وسپس با روش جریان حلقه، جریان در مقاومت ۲ Ω را حساب کنید.



شکل (۱-۱۴۸)

حل

- منبع جریان ۲A موازی با مقاومت ۳ Ω می‌باشد. معادل منبع ولتاژ آن جایگزین می‌شود. شکل (۱-۱۴۹).



شکل (۱-۱۴۹)

به خاطر داشته باشید

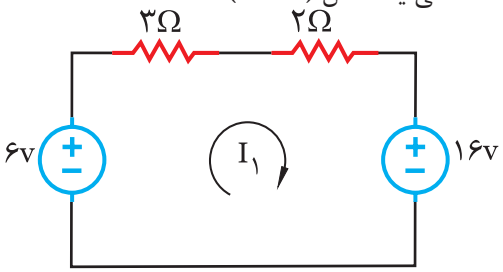
پلاریته مثبت منبع ولتاژ V_S در جهت منبع جریان I_S قرار داده می‌شود.

- در Ω کل (۱-۱۴۹)

$R_S=R_P=۳\Omega$

$V_S=R_P I_S = ۲\times ۳=۶[V]$

- با بکارگیری روش جریان حلقه جریان مقاومت ۲ Ω بدست می‌آید. شکل (۱-۱۵۰).



شکل (۱-۱۵۰)

KVL ⇒ $-۶+۳I_۱+۲I_۱+۱۶=۰$

$۵I۱=-۱۰$

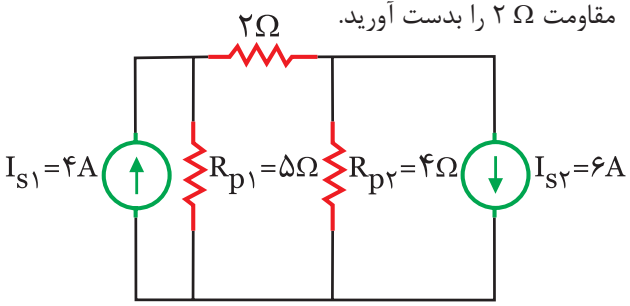
$I_۱=\frac{-۱۰}{۵}=-۲[A]$

- حلقه $I_۱$ از مقاومت ۲ Ω می‌گذرد لذا جریان آن با جریان حلقه $I_۱$ برابر است.

$I_{۳\Omega}=I_۳=۲[A]$

فعالیت ۱۶

در مدار شکل (۱-۱۵۱) ابتدا منابع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کنید و سپس با روش جریان حلقه، جریان در مقاومت ۲ Ω را بدست آورید.



شکل (۱-۱۵۱)

حل

- منبع جریان ۴A موازی با مقاومت ..... و منبع جریان ..... موازی با مقاومت ۴ Ω است. معادل منبع ولتاژ آن‌ها را جایگزین کنید. شکل(۱-۱۵۱).

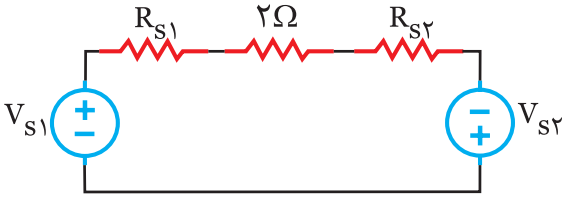
- در شکل (۱-۱۵۲)

$R_{S۱}$ = ... = ... [Ω]

$R_{S۲}$= ..... = ... [Ω]

$V_{S۲}$= ..... = ۶ × ۴ = ...[V]

$V_{S۱}=R_{P۱}.I_{S۱}$ =..... × ..... =۲۰[V]



شکل (۱-۱۵۲)

- روش جریان حلقه را بکار ببرید و جریان مقاومت ۲ Ω را بدست آورید. شکل (۱-۱۵۳).

KVL۱ ⇒ - ..... + ... $I_۱$ + ۲..... + ... - ..... =۰

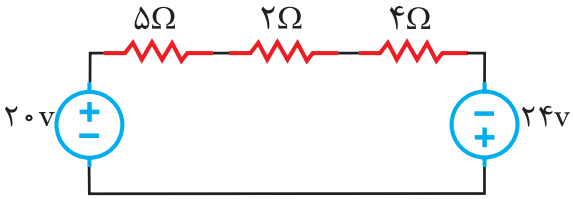
$۱۱I_۱-۴۴=۰$

$۱۱I_۱=۴۴$

$I_۱=\frac{.....}{.....}=۴[A]$

- حلقه $I_۱$ از مقاومت ۲ Ω می‌گذرد لذا:

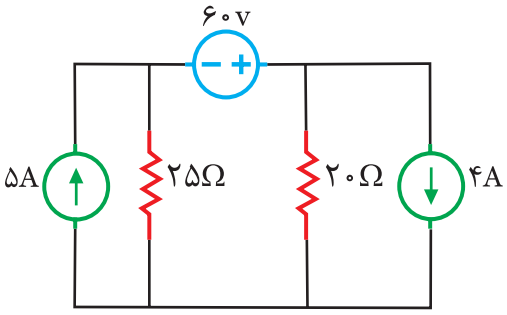
$I_{۲\Omega}=I_۱=۴A$



شکل (۱-۱۵۳)

تمرین

۱- در مدار شکل (۱-۱۵۴) ابتدا منابع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کنید سپس توان منبع ۶۰V را محاسبه نمایید.



شکل (۱-۱۵۴)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

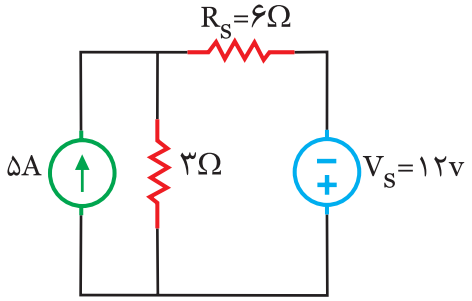
.....

.....

.....

مثال ۱۶

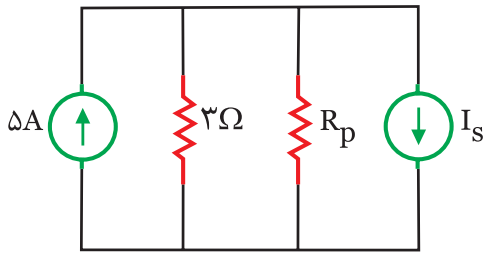
در مدار شکل (۱-۱۵۵) ابتدا منبع ولتاژ را به منبع جریان تبدیل کنید و سپس با روش پتانسیل گره جریان مقاومت ۳ Ω را بدست آورید.



شکل (۱-۱۵۵)

حل

- منبع ولتاژ ۱۲V سری با مقاومت ۶ Ω می‌باشد. معادل منبع جریان آن جایگزین می‌شود.



شکل (۱-۱۵۶)

به خاطر داشته باشید

جهت منبع جریان I_s بسمت پلاریته مثبت منبع ولتاژ V_s در نظر گرفته می‌شود.

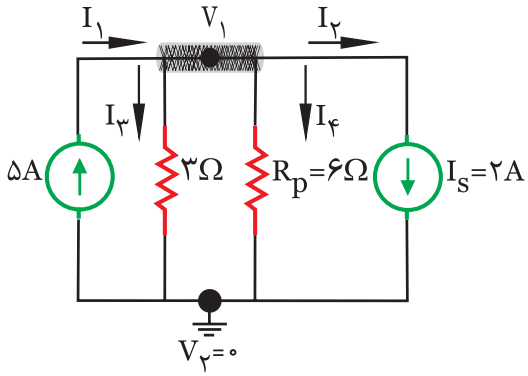
- در شکل (۱-۱۵۶)

$R_p = R_s = ۶[\Omega]$

$V_s = R_p . I_s$

$$I_s = \frac{V_S}{R_p} = \frac{۱۲}{۶} = ۲[A]$$

- با بکارگیری روش پتانسیل گره جریان مقاومت ۳ Ω بدست می‌آید. شکل (۱-۱۵۷).



شکل (۱-۱۵۷)

- جریان شاخه‌ها مشخص می‌شود.
- رابطه KCL نوشته می‌شود.

KCL۱ $+I_۱ - I_۲ - I_۳ - I_۴ = ۰$

- مقادیر جریان‌ها را بدست می‌آید.

$I_۱ = ۵[A]$

$I_۲ = ۲[A]$

$$I_۳ = \frac{V_۱ - V_۲}{۳} = \frac{V_۱ - ۰}{۳} = \frac{V_۱}{۳}$$

$$I_۴ = \frac{V_۱ - V_۲}{۶} = \frac{V_۱ - ۰}{۶} = \frac{V_۱}{۶}$$

- مقادیر جریان‌ها در رابطه KCL قرار داده می‌شود.

KCL۱ $+۵ - ۲ - \frac{V_۱}{۳} - \frac{V_۱}{۶} = ۰$

- مخرج مشترک گرفته می شود.

$$\frac{۳۰ - ۱۲ - ۲V_۱ - V_۱}{۶} = ۰$$

$۳V_۱ = ۱۸$

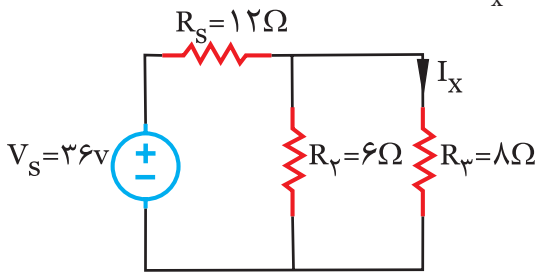
$$V_۱ = \frac{۱۸}{۳} = ۶[V]$$

- جریان مقاومت ۳ Ω با $I_۳$ نشان داده شده است لذا:

$$I_۳ = I_۳ = \frac{V_۱ - V_۲}{۳} = \frac{۶ - ۰}{۳} = ۲[A]$$

فعالیت ۱۷

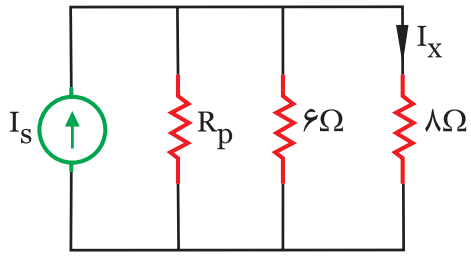
در مدار شکل (۱-۱۵۸) با تبدیل منبع ولتاژ به جریان مقدار I_x را بدست آورید.



شکل (۱-۱۵۸)

حل

- منبع ۳۶_V با مقاومت ۱۲ Ω سری است. معادل منبع جریان آن را جایگزین کنید. شکل (۱-۱۵۹).

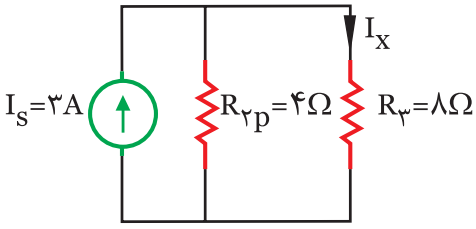


شکل (۱-۱۵۹)

- در شکل (۱-۱۵۹) $R_p = R_s =$ .....

$$I_s = \frac{V_s}{.....} = \frac{.....}{۱۲} = ۳[A]$$

- مقاومت R_p با مقاومت ۶ Ω موازی است. آن‌ها را با یکدیگر موازی کنید تا مدار ساده شود. این معادل را $R_{۲P}$ بنامید. شکل (۱-۱۶۰).



شکل (۱-۱۶۰)

$$R_{۲P} = \frac{R_۲ \times .....}{..... + R_p} = \frac{.....\times ۱۲}{۶ + ...} = ۴[\Omega]$$

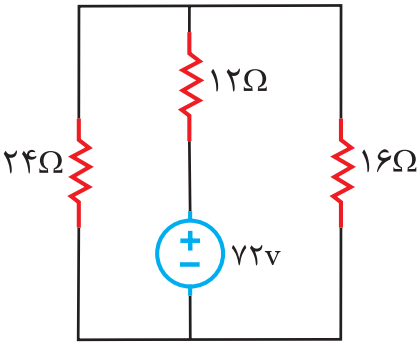
- رابطه تقسیم جریان میان مقاومت‌های موازی $R_۳$ و $R_{۲P}$ را بنویسید و جریان I_x را بدست آورید.

$$I_x = I_s \times \frac{.....}{.....+.....} =$$

$$I_x = ... \times \frac{۴}{..... + ۸} = ...$$

تمرین

- در مدار شکل (۱-۱۶۱) ابتدا منبع ولتاژ را به جریان تبدیل کنید و سپس جریان مقاومت ۱۶ Ω را بدست آورید.



شکل (۱-۱۶۱)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

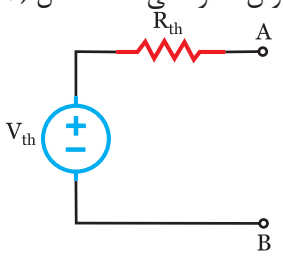
.....

خلاصه درس

۷-۱- تبدیلات تونن و نورتن مدارهای الکتریکی

الف- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش تونن

روش تونن در تحلیل مدارهای الکتریکی که دارای تعداد زیاد عناصر هستند اما هدف فقط بررسی کمیت‌های الکتریکی یک عنصر در مدار است، بکار می‌رود.در روش تونن عنصر مورد نظر «بار» نامیده می‌شود و تمام عناصر مدار از دو سر بار بصورت یک منبع ولتاژ واقعی معادل سازی خواهد شد و آن را «معادل تونن مدار» می‌نامند. شکل (۱-۱۶۲).

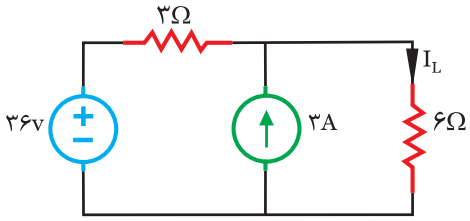


شکل (۱-۱۶۲)

در معادل تونن مدار «ولتاژ تونن V_{th}» اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ای است که بار از آن جا باز شده است لذا آن را «ولتاژ مدار باز» نیز می‌نامند. «مقاومت معادل مدار R_{th}» مقاومت معادل کل مدار از دو نقطه‌ای است که بار از آن جا باز شده است و تمام منابع مدار بی‌اثر شده‌اند. (منابع جریان باز و منابع ولتاژ اتصال کوتاه).

مثال ۱۷

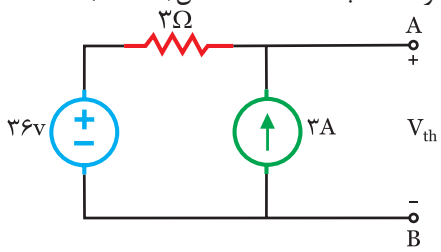
در مدار شکل (۱-۱۶۳) جریان I_L را با استفاده از معادل تونن مدار بدست آورید.



شکل (۱-۱۶۳)

حل

- I_L جریان مقاومت ۶ Ω است لذا آن «بار» نامیده می‌شود و با R_L نشان داده خواهد شد.
- مقاومت بار R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با پایانه‌های A و B نشان داده خواهد شد.
- اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می‌شود و به دلخواه پلاریته یکی از پایانه با مثبت و پایانه دیگر با منفی نشان داده می‌شود.
- با یکی از روش‌های حلقه، پتانسیل گره یا جمع آثار، ولتاژ معادل توتن V_{th} محاسبه می‌شود. در این مثال روش پتانسیل گره انتخاب شده است. شکل(۱-۱۶۴)

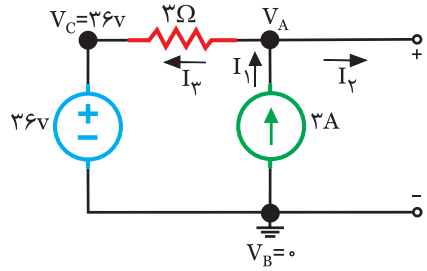


شکل (۱-۱۶۴).

- پایانه B زمین می‌شود لذا پتانسیل آن صفر خواهد شد

$V_B=0$

- جریان شاخه‌های مدار تعیین می‌شود. شکل(۱-۱۶۵).



شکل(۱-۱۶۵)

- برای گره A رابطه KCL نوشته می‌شود.

KCLA $-I_1+I_2+I_3=0$

- مقادیر جریان‌های I_1، I_2 و I_3 بدست می‌آید.

$I_1=+3[A]$

به خاطر داشته باشید

جریان I_2 صفر است زیرا انتهای شاخه آن باز است.

$I_۲=۰$

$$I_۳=\frac{V_A-V_C}{۳}=\frac{V_A-۳۶}{۳}$$

- مقادیر جریان‌ها در رابطه KCL قرار داده می‌شود و V_A محاسبه خواهد شد.

$$\text{KCLA} \Rightarrow -۳+۰+\frac{V_A-۳۶}{۳}=۰$$

$$\frac{-۹+۰+V_A-۳۶}{۳}=۰$$

$$-۹+۰+V_A-۳۶=۰$$

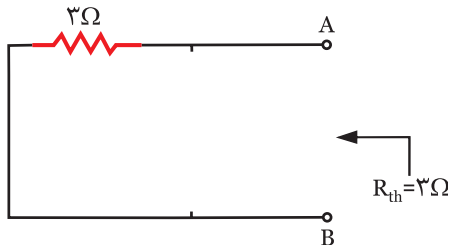
$$V_A=۴۵[V]$$

- V_{th} اختلاف پتانسیل میان دو پایانه یا گره‌های ساده A و B می‌باشد با تعیین پتانسیل A و B ولتاژ تونن V_{th} برابر خواهد بود با:

$$V_{th}=+V_A-V_B$$

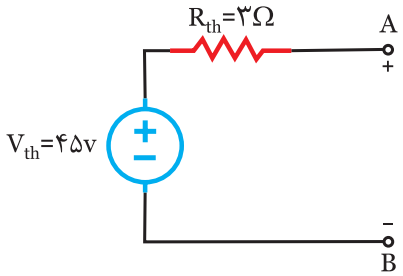
$$V_{th}=+۴۵-۰=۴۵[V]$$

- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_{th}، منابع مدار شکل(۱-۱۶۴) بی‌اثر می‌شود و مقاومت کل مدار از پایانه‌های A و B بدست می‌آید. شکل(۱-۱۶۶).



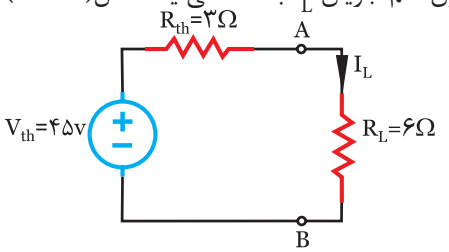
شکل(۱-۱۶۶)

- معادل تونن مدار به صورت شکل(۱-۱۶۷) رسم می‌شود و پلاریته پایانه‌های A و B مطابق شکل (۱-۱۶۴) مشخص می شود.



شکل(۱-۱۶۷)

- مقاومت بار R_L به معادل تونن مدار وصل می‌شود و با قانون اهم جریان I_L بدست می‌آید. شکل(۱-۱۶۸).

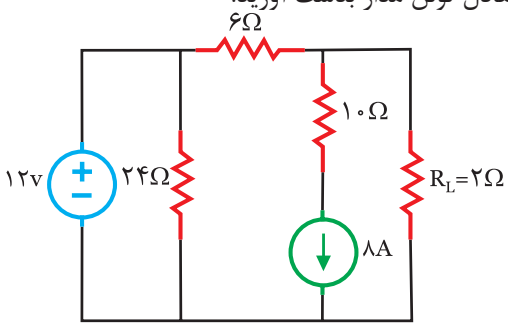


شکل(۱-۱۶۸)

$$I_L=\frac{V_{th}}{R_{th}+R_L}=\frac{۴۵}{۳+۶}=۵[A]$$

فعالیت ۱۸

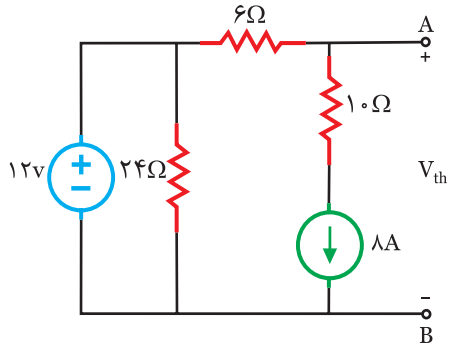
در مدار شکل(۱-۱۶۹) توان در مقاومت R_L را با استفاده از معادل تونن مدار بدست آورید.



شکل(۱-۱۶۹)

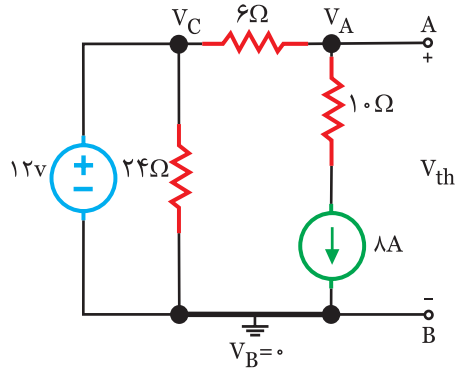
حل

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید و سرهای آن را با پایانه‌های A و B نشان دهید. شکل(۱-۱۷۰). اختلاف پتانسیل میان آن‌ها را V_{th} بنامید و برای آن‌ها پلاریته انتخاب کنید.



شکل(۱-۱۷۰)

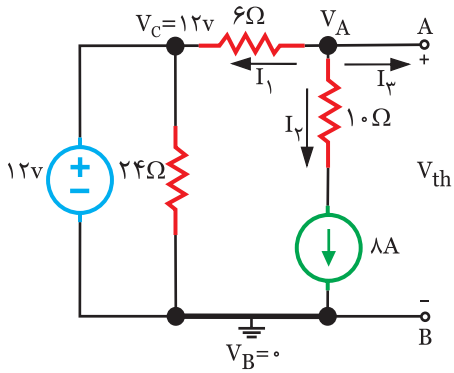
- با روش پتانسیل گره V_{th} را بدست آورید. گره‌های مدار را مشخص کنید. یکی از آن‌ها را زمین نمایید. شکل(۱-۱۷۱).



شکل(۱-۱۷۱)

- پتانسیل V_B و V_C معلوم و V_A مجهول است. لذا برای شاخه‌های گره A جهت جریان مشخص کنید و رابطه KCL بنویسید. شکل(۱-۱۷۲).

KCLA $+I_۱+I_۲+I_۳=۰$



شکل(۱-۱۷۲)

- مقادیر جریان‌های $I_۱$، $I_۲$ و $I_۳$ را بدست آورید.

$I_۱=\dfrac{\_\_\_\_ - \_\_\_\_}{\_\_\_\_}$

$I_۲=$ .....

$I_۳=$ .....

- مقادیر جریان‌های $I_۱$، $I_۲$ و $I_۳$ را در رابطه KCLA قرار دهید.

KCLA $+\dfrac{V_A-۱۲}{۶}+۸+۰=۰$

- معادله KCLA را حل کنید و V_A را بدست آورید.

$\dfrac{\_\_\_\_ - \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_}{۶}=۰$

$V_A+۳۶=۰$

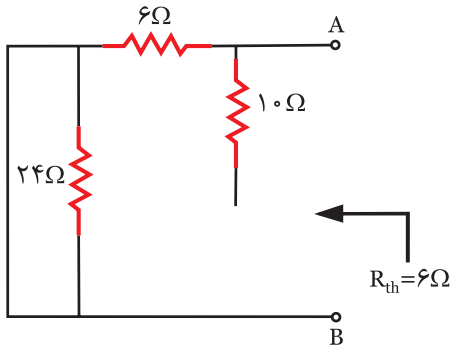
$V_A=-۳۶$ [v]

- V_{th} اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A و B است.

$V_{th}=+\_\_\_\_-\_\_\_\_$

$V_{th}=+(-۳۶)-۰=\_\_\_\_$

- منابع را در شکل(۱-۱۷۲) بی‌اثر کنید و مقاومت کل مدار را از پایانه‌های A و B بدست آورید. شکل(۱-۱۷۳).

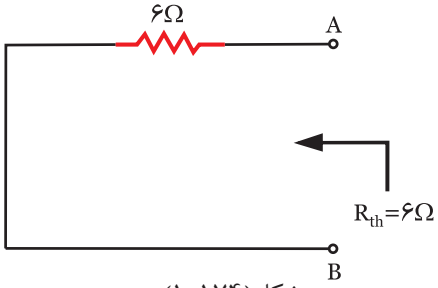


شکل (۱-۱۷۳)

به خاطر داشته باشید

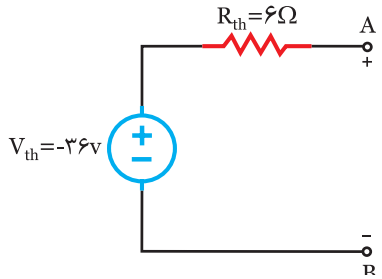
با بی‌اثر شدن منابع، مقاومت ۲۴ Ω دراثر اتصال کوتاه شده منبع ۱۲V و مقاومت ۱۰ Ω در اثر باز شدن منبع ۸A حذف می‌شوند. شکل(۱-۱۷۴)

مقاومت ۲۴Ω و مقاومت ۱۰Ω حذف می شوند



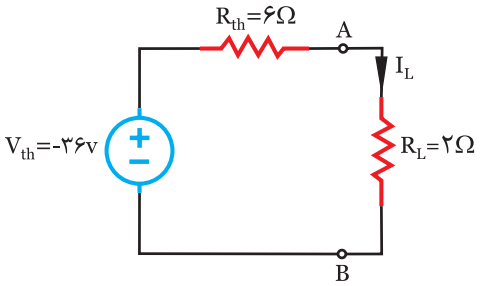
شکل(۱-۱۷۴)

- معادل تونن مدار را رسم کنید. شکل(۱۷۵-۱). وپلاریته پایانه‌های A و B را مطابق شکل(۱۳-۵) مشخص کنید.



شکل(۱۷۵-۱)

- مقاومت R_L را به معادل تونن مدار وصل کنید و با محاسبه جریان R_L توان در آن را بدست آورید. شکل(۱۷۶-۱).

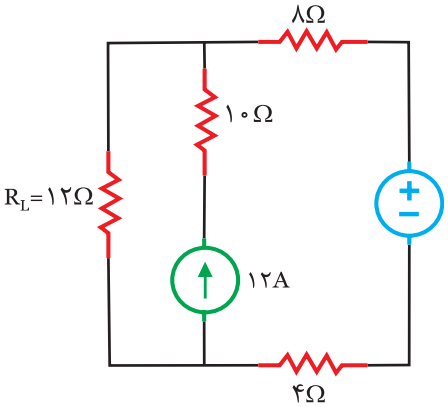


شکل(۱۷۶-۱)

$$I_L = \frac{V_{th}}{\_\_\_ + \_\_\_} = \frac{\_\_\_}{۶ + ۲} = -۴/۵[A]$$

$$P_L = \_\_\_ \times I_L^{۲} = ۲ \times (\_\_\_)^{۲} = ۴۰/۵[W]$$

۱- ولتاژ دو سر مقاومت R_L را با استفاده از معادل تونن مدار شکل(۱۷۷-۱) بدست آورید.



شکل(۱۷۷-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

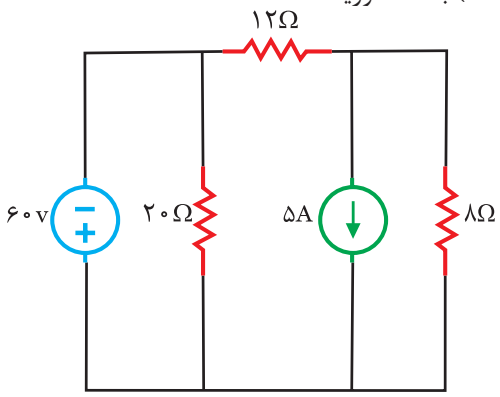
.....

.....

.....

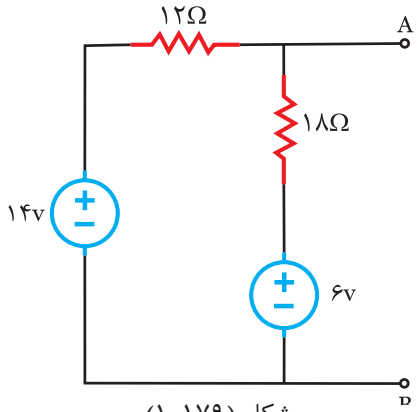
.....

۲- جریان مقاومت ۸ Ω را با استفاده از معادل تونن مدار شکل(۱۷۸-۱) بدست آورید.



شکل(۱۷۸-۱)

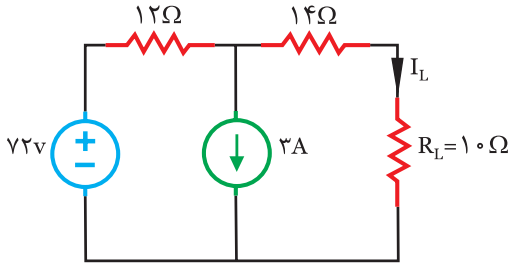
۳- معادل تونن مدار شکل (۱۷۹-۱) را بدست آورید.



شکل (۱۷۹-۱)

مثال ۱۸

در مدار شکل (۱-۱۸۰) جریان I_L را با استفاده از معادل تونن مدار بدست آورید.

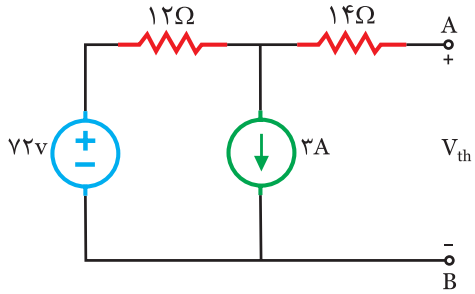


شکل (۱-۱۸۰)

حل

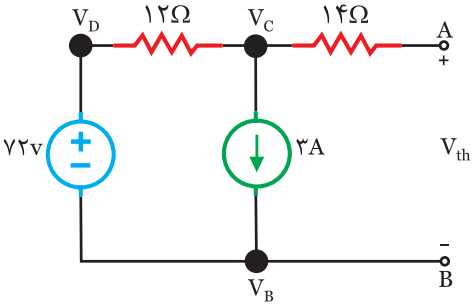
- مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با پایانه‌های A و B نشان داده خواهد شد.

- اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می‌شود و به دلخواه پلاریته برای پایانه‌های A و B مشخص خواهد شد. شکل (۱-۱۸۱).



شکل (۱-۱۸۱)

- با انتخاب روش پتانسیل گره، V_{th} محاسبه خواهد شد لذا گره‌های مدار مشخص می‌شود. شکل (۱-۱۸۲).



شکل (۱-۱۸۲)

- گره B زمین می شود لذا پتانسیل آن صفر می‌شود.

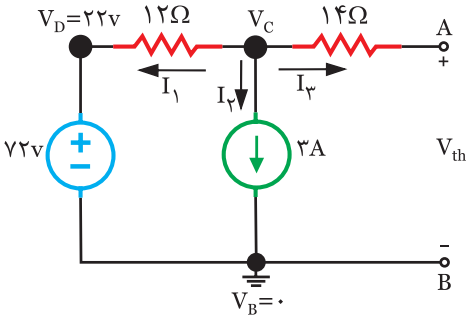
V_B= ۰

- در این صورت پتانسیل گره D نیز مشخص می‌شود.

V_D= ۷۲ [v]

- پتانسیل گره C مجهول است. جریان شاخه‌های آن مشخص می‌شود و برای آن‌ها رابطه KCL نوشته خواهد شد.

شکل (۱-۱۸۳)



شکل (۱-۱۸۳).

KCLC) $+I_1+I_2+I_3=0$

$$I_3=\frac{V_C-V_D}{12}=\frac{V_C-72}{12}$$

I_2= ۳A

I_3=۰

به خاطر داشته باشید

جریان I_3 صفر است زیرا انتهای شاخه آن باز است.

- مقادیر جریان‌ها در رابطه KCL قرار داده مس‌شود تا V_C بدست آید.

$$\text{KCL} \Rightarrow +\frac{V_C-72}{12}+3+0=0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{V_C-72+36+0}{12}=0$$

- کسری که مساوی صفر است صورت آن مساوی صفر می‌باشد.

$V_C-72+36+0=0$

- پتانسیل گره C بدست می‌آید.

V_C= ۳۶[v]

- برای بدست آوردن پتانسیل گره ساده A رابطه $I_۳$ نوشته می‌شود.

$$I_۳=\frac{V_C-V_A}{۱۴}$$

- مقادیر $I_۳$ و V_C جایگزین می‌شود تا V_A بدست آید.

$$۰=\frac{۳۶-V_A}{۱۴}$$

$$۳۶-V_A=۰$$

$$V_A=۳۶[V]$$

به خاطر داشته باشید

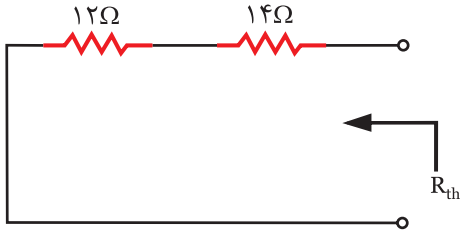
در شاخه‌های شامل مقاومت که جریان آن‌ها صفر است، پتانسیل دو سر شاخه برابر خواهد شد.

- V_{th} اختلاف پتانسیل میان دو پایانه یا گره‌های ساده A و B است با تعیین پتانسیل گره A و B، ولتاژ تونن V_{th} بدست می‌آید.

$$V_{th}=+V_A-V_B$$

$$V_{th}=+۳۶-۰=۳۶[V]$$

- منابع مدار شکل (۱-۱۸۱) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت معادل مدار R_{th} بدست می‌آید. شکل (۱-۱۸۴).

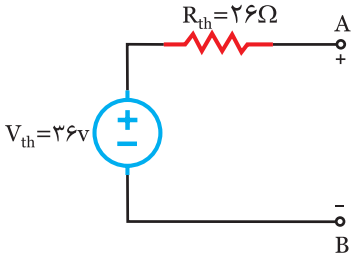


شکل (۱-۱۸۴)

- مقاومت‌های ۱۴ Ω و ۱۲ Ω با یکدیگر سری قرار می‌گیرند.

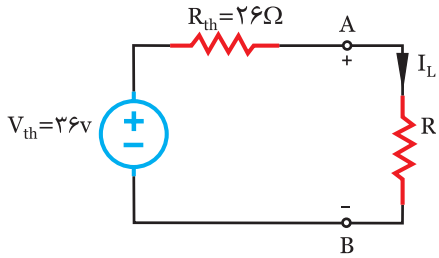
$$R_{th}=۱۲+۱۴=۲۶\Omega$$

- معادل تونن مدار به صورت شکل (۱-۱۸۵) رسم می‌شود.



شکل (۱-۱۸۵)

- مقاومت R_L به معادل تونن مدار وصل می‌شود و به کمک قانون اهم جریان I_L بدست می‌آید. شکل (۱-۱۸۶).

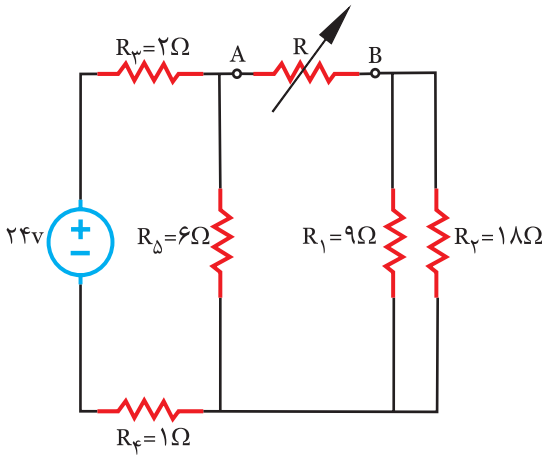


شکل (۱-۱۸۶)

$$I_L=\frac{V_{th}}{R_{th}+R_L}=\frac{۳۶}{۲۶+۱۰}=۱[A]$$

فعالیت ۱۹

معادل تونن مدار شکل (۱-۱۸۷) را از دو پایانه A و B بدست آورید و به کمک آن R_L را چنان تعیین کنید تا ماکزیمم توان را جذب کند. مقدار این توان چند وات است.



شکل (۱-۱۸۷)

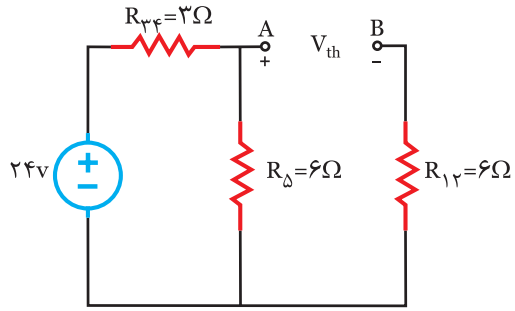
حل

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید. اختلاف پتانسیل پایانه‌های A و B را V_{th} بنامید.

- مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ با یکدیگر موازی و مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ با یکدیگر سری هستند. معادل آن‌ها را بدست آورید و مدار را ساده کنید. شکل (۱-۱۸۸).

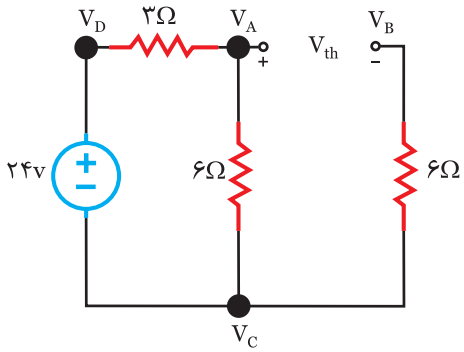
$$R_{۱۲} = \frac{\dots}{R_۱ + R_۲} = \frac{۹ \times ۱۸}{\dots} = ۶[\Omega]$$

$$R_{۳۴} = \dots + \dots = ۲ + ۱ = ۳[\Omega]$$



شکل (۱-۱۸۸)

- گره‌های مدار را مشخص کنید و با روش پتانسیل گره، پتانسیل آن‌ها را بدست آورید. شکل (۱-۱۸۹).



شکل (۱-۱۸۹)

- از شاخه میان گره‌های V_B و V_C جریان عبور نمی‌کند

$V_{\dots} = V_{\dots}$.

- گره V_C را زمین کنید لذا پتانسیل آن صفر می‌شود.

$V_C = \dots$

- با زمین شدن گره V_C پتانسیل گره V_D مشخص می‌شود.

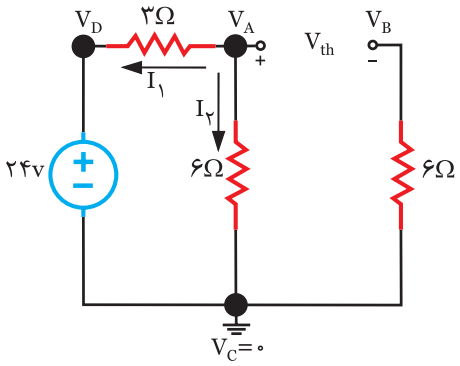
$V_D = \dots$

- پتانسیل V_A مجهول است جریان شاخه‌های آن را مشخص کنید و رابطه KCL برای آن بنویسید. شکل (۱-۱۹۰).

KCLA $+I_۱ + \dots = \dots$

$$I_۱ = \frac{V_A - \dots}{\dots} = \frac{\dots - ۲۴}{\dots}$$

$$I_۲ = \frac{\dots - V_C}{\dots} = \frac{V_A - \dots}{\dots}$$



شکل (۱-۱۹۰)

- مقادیر جریان‌ها را در رابطه KCLA قرار دهید.

KCLA $+ \frac{V_A - ۲۴}{۳} + \frac{V_A - ۰}{۶} = ۰$

- مخرج مشترک بگیرید و V_A را بدست آورید.

$$\frac{\dots - \dots + \dots - \dots}{۶} = ۰$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$+۲V_A - ۴۸ + V_A - ۰ = ۰$

- ساده کنید و مقدار V_A را محاسبه نمایید.

$\dots - \dots = ۰$

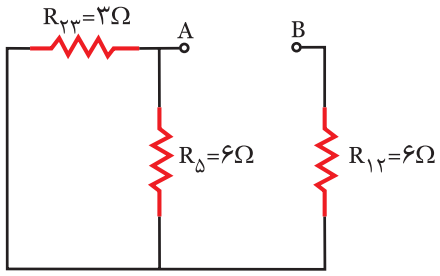
$$V_A = \frac{\dots}{\dots} = ۱۶[A]$$

- پتانسیل گره‌های مدار مشخص می‌باشد اکنون V_{th} اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A و B را بدست آورید.

$V_{th} = + \dots - \dots$

$V_{th} = +۱۶ - ۰ = ۱۶[v]$

- منابع را در شکل (۱-۱۸۸) بی‌اثر کنید و مقاومت کل مدار را از پایانه‌های A و B بدست آورید. شکل (۱-۱۹۱).



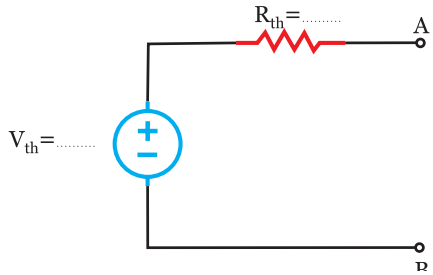
شکل (۱-۱۹۱)

- مقاومت‌های $R_{۲۳}$ و $R_۵$ با یکدیگر ..... و با مقاومت $R_{۱۲}$ اتصال ..... دارند لذا :

$$R_{۲۳۵}=\frac{R_{۲۳}\times\_\_\_}{\_\_\_+R_۵}=\frac{\_\_\_\times\_\_\_}{\_\_\_+\_\_\_}=۲[\Omega]$$

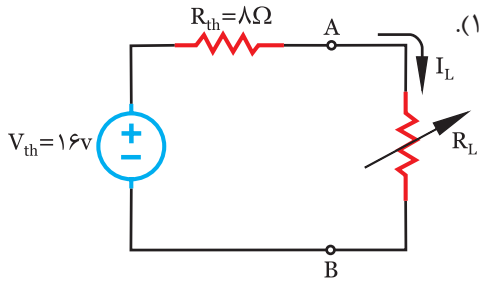
$$R_{th}=\_\_\_+R_{۱۲}=۲+\_\_\_=۸[\Omega]$$

- معادل تونن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۱۹۲).



شکل (۱-۱۹۲)

- مقاومت R_L را به معادل تونن مدار وصل کنید. شکل (۱-۱۹۳).



شکل (۱-۱۹۳)

به خاطر داشته باشید

انتقال ماکزیمم توان به بار را تطابق گویند. زمانی ماکزیمم توان به بار منتقل می‌شود که مقاومت بار با مقاومت معادل مدار برابر باشد یعنی $R_L=R_{th}$

- برای محاسبه ماکزیمم توان $R_L=R_{th}$ قرار دهید و با محاسبه جریان بار توان را محاسبه کنید.

$$R_L=R_{th}=\_\_\_$$

$$I_L=\frac{V_{th}}{\_\_\_+\_\_\_}=\frac{\_\_\_}{۸+۸}=۱[A]$$

$$P_L=R_L.I_L^۲=\_\_\_\times(\_\_\_)^۲=۸[W]$$

به خاطر داشته باشید

برای محاسبه ماکزیمم توان انتقالی به بار پس از آنکه $R_L=R_{th}$ قرار داده شده می‌توان از رابطه مقابل استفاده کرد.

$$P_{max}=\frac{(V_{th})^۲}{۴R_L}$$

در این صورت:

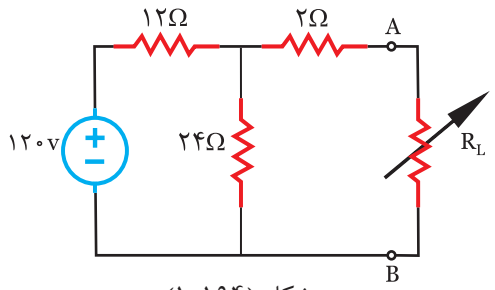
$$P_{max}=\frac{(۱۶)^۲}{۴\times۸}=۸[w]$$

تمرین

۱- در مدار شکل (۱-۱۹۴) مطلوبست:

الف) معادل تونن مدار از دو پایانه A و B

ب) محاسبه ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L



شکل (۱-۱۹۴)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

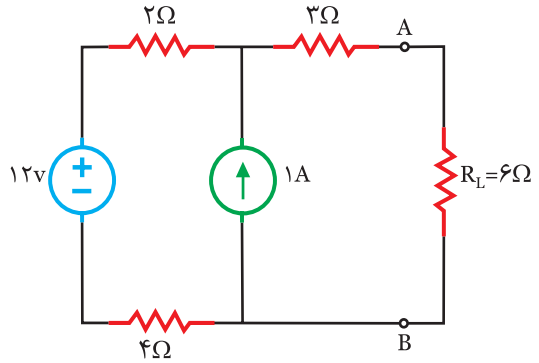
.....

.....

۲- در مدار شکل (۱-۱۹۵) با استفاده از معادل تونن مدار مطلوبست:

الف) جریان R_L در شرایط فعلی

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار



شکل (۱-۱۹۵)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

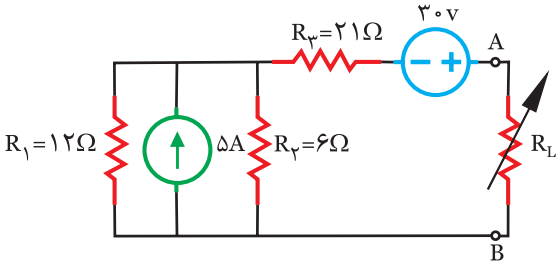
.....

.....

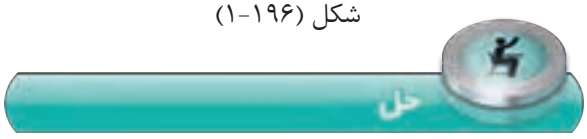
در مدار شکل (۱-۱۹۶) مطلوبست:

الف) معادل تونن مدار از پایانه‌های A و B

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L چند وات است؟



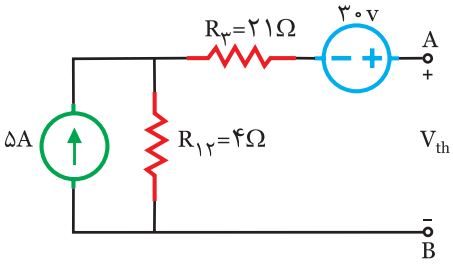
شکل (۱-۱۹۶)



- مقاومت R_1 و R_2 با یکدیگر موازی هستند معادل آن‌ها جایگزین می‌شود تا مدار ساده شود.

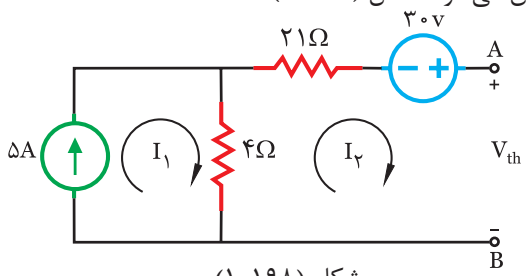
$$R_{12}=\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2}=\frac{12\times 6}{12+6}=4[\Omega]$$

- مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود و اختلاف پتانسیل پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می شود. شکل (۱-۱۹۷).



شکل (۱-۱۹۷)

- با روش حلقه V_{th} بدست می‌آید. لذا حلقه‌های مدار مشخص می‌شود. شکل (۱-۱۹۸).



شکل (۱-۱۹۸)

- حلقه I_1 از منبع جریان ۵A می گذرد پس

$I_1 = 5[A]$

- حلقه I_2 در محل V_{th} قطع شده است پس

$I_2 = 0$

- برای حلقه I_2 رابطه KVL نوشته خواهد شد و V_{th} بدست می‌آید.

KVL۲ $\Rightarrow$ $4(I_2 - I_1) + 21I_2 - 30 + V_{th} = 0$

- معادله KVL۲ ساده می‌شود

$4I_2 - 4I_1 + 21I_2 - 30 + V_{th} = 0$

$-4I_1 + 25I_2 - 30 + V_{th} = 0$

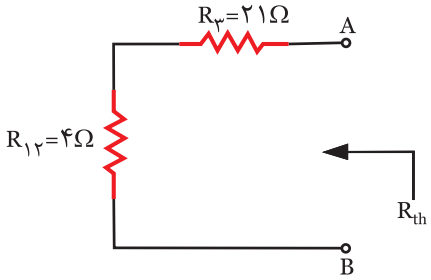
- مقادیر I_1 و I_2 جایگزین می‌شود و V_{th} محاسبه می‌شود.

$-4(5) + 25(0) - 30 + V_{th} = 0$

$-50 + V_{th} = 0$

$V_{th} = 50[v]$

- منابع مدار شکل (۱-۱۹۷) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت معادل مدار R_{th} بدست می‌آید. شکل (۱-۱۹۹).

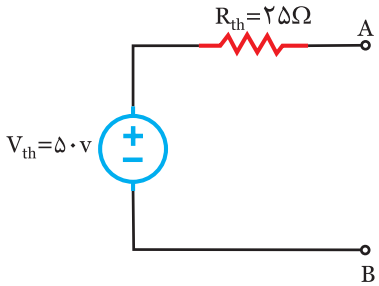


شکل (۱-۱۹۹)

- مقاومت‌های R_{12} و R_3 با یکدیگر سری می‌شوند.

$R_{th} = R_{12} + R_3 = 4 + 21 = 25[\Omega]$

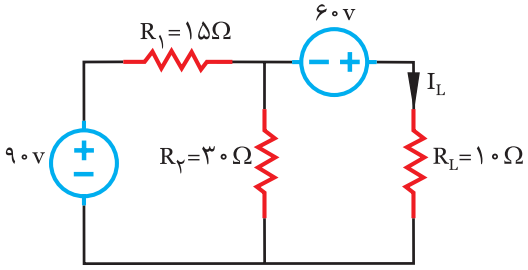
- معادل تونن مدار به صورت شکل (۱-۲۰۰) رسم می‌شود.



شکل (۱-۲۰۰)

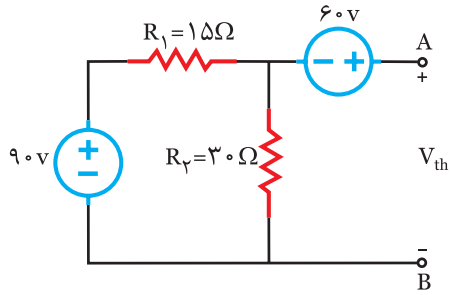
فعالیت ۲۰

در مدار شکل (۱-۲۰۱) جریان I_L را با معادل تونن مدار بدست آورید.



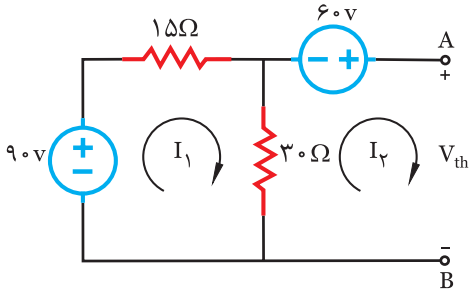
شکل (۱-۲۰۱)

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید. سرهای آن را پایانه‌های A و B نشان دهید. ولتاژ این پایانه‌ها را با V_{th} مشخص کنید. شکل (۲۰۲-۱).



شکل (۲۰۲-۱)

- با روش حلقه V_{th} را بدست آورید. ابتدا حلقه‌های مدار را مشخص کنید. شکل (۲۰۳-۱).



شکل (۲۰۳-۱)

- حلقه $I_۲$ در محل V_{th} قطع است لذا $I_۲=$ .....

- برای حلقه $I_۱$ رابطه KVL بنویسید و مقدار $I_۱$ را بدست آورید.

KVL۱ $-۹۰+\_\_\_\_+\_\_\_\_(I_۱-\_\_\_\_)=۰$

- معادله KVL۱ را ساده کنید.

$-۹۰+۴۵\_\_\_\_-\_\_\_\_ I_۲=۰$

- مقدار $I_۲$ را جایگزین و مقدار $I_۱$ را بدست آورید.

$-۹۰+۴۵I_۱-۳۰(\_\_\_\_)=۰$

$I_۱=\frac{\_\_\_\_}{\_\_\_\_}۲[A]$

- اکنون KVL۲ را بنویسید تا V_{th} بدست آید.

KVL۲ $۳۰(\_\_\_\_-\_\_\_\_)-\_\_\_\_+V_{th}=۰$

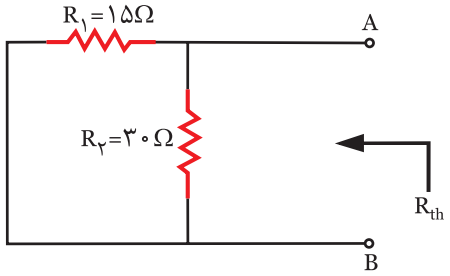
- مقادیر $I_۱$ و $I_۲$ را جایگزین کنید و Vth را بدست آورید.

$\_\_\_\_(۰-۲)-۶۰+V_{th}=۰$

$-\_\_\_\_+V_{th}=۰$

$Vth=۱۲۰[A]$

- منابع مدار شکل (۲۰۲-۱) را بی‌اثر کنید و مقاوم معادل مدار R_{th} را بدست آورید. شکل (۲۰۴-۱).

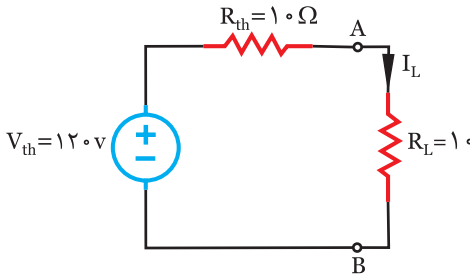


شکل (۲۰۴-۱)

- مقاومت‌های ..... و ..... با یکدیگر ..... می‌شوند.

$R_{th}=\frac{R_۱\times\_\_\_\_}{\_\_\_\_+R_۲}=\frac{\_\_\_\_\times\_\_\_\_}{\_\_\_\_+\_\_\_\_}=۱۰[\Omega]$

- معادل تونن مدار را رسم کنید و مقاومت R_L را به آن متصل نمایید. شکل (۲۰۵-۱).



شکل (۲۰۵-۱)

- به کمک قانون اهم I_L را بدست آورید.

$I_{th}=\frac{V_{th}}{\_\_\_\_+\_\_\_\_}=\frac{\_\_\_\_}{\_\_\_\_+\_\_\_\_}=۶[\Omega]$

تمرین

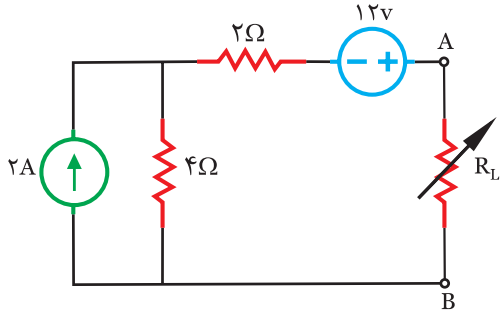
۱- در مدار شکل (۲۰۶-۱) مطلوبست:

الف) تعیین V_{th} و R_{th} بین پایانه‌های A و B

ب) رسم مدار معادل تونن

ج) مقدار R_L چقدر باشد تا توان آن مکزیمم شود. توان ماکزیمم R_L چند وات است؟

(امتحان نهایی خرداد ۱۳۸۵)



شکل (۲۰۶-۱)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

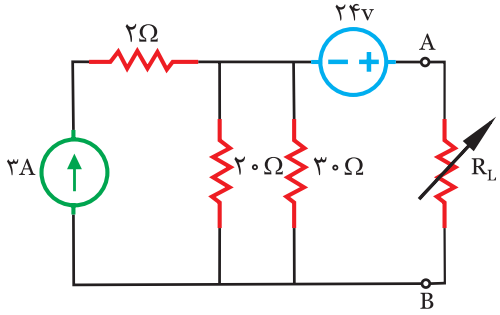
.....

.....

۲- در مدار شکل (۲۰۷-۱) مطلوبست:

الف) مقادیر V_{th} و R_{th} در بین دو پایانه A و B

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L



شکل (۲۰۷-۱)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

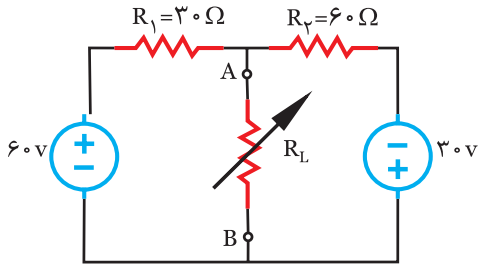
.....

مثال ۲۰

در مدار شکل (۲۰۸-۱) مطلوبست:

الف) V_{th} و R_{th} از دو پایانه A و B

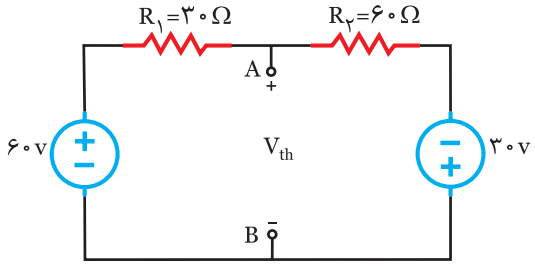
ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L



شکل (۲۰۸-۱)

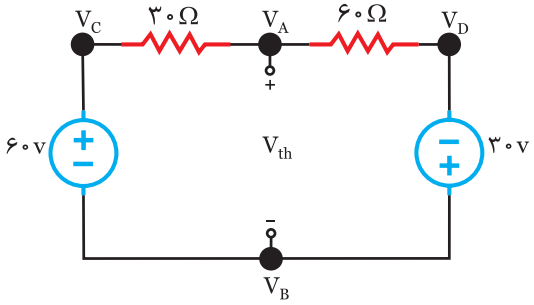
حل

- مقاومت R_L از مدار باز می‌شود و اختلاف پتانسیل پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می‌شود. شکل (۲۰۹-۱).



شکل (۲۰۹-۱)

- گره‌های مدار مشخص می‌شود و با روش پتانسیل گره V_{th} بدست می‌آید. شکل (۲۱۰-۱).



شکل (۲۱۰-۱)

- گره B زمین می‌شود لذا پتانسیل آن صفر می‌شود.

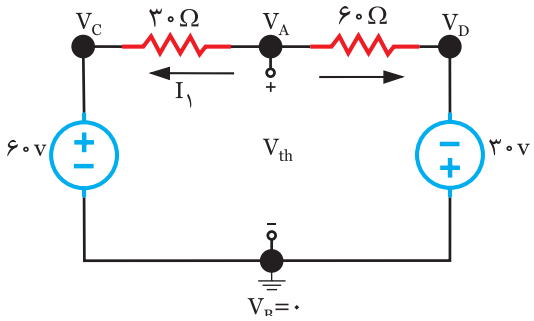
$V_B=۰$

- در این صورت پتانسیل گره‌های ساده C و D مشخص می‌شود.

$V_C=+۶۰[v]$

$V_D=-۳۰[v]$

- پتانسیل گره A مجهول است. جریان شاخه‌های آن مشخص می‌شود و برای آن رابطه KCL نوشته خواهد شد. شکل (۲۱۱-۱).



شکل (۲۱۱-۱)

KCLA $+I_۱+I_۲=۰$

- مقادیر جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ بدست می‌آید.

$$I_۱=\frac{V_A-V_C}{۳۰}=\frac{V_A-۶۰}{۳۰}$$

$$I_۲=\frac{V_A-V_D}{۶۰}=\frac{V_A-(۳۰)}{۶۰}=\frac{V_A+۳۰}{۶۰}$$

- مقادیر جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ در رابطه KCLA قرار داده می‌شود و V_A بدست می‌آید.

KCLA $+\frac{V_A-۶۰}{۳۰}+\frac{V_A+۳۰}{۶۰}=۰$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{۲V_A-۱۲۰+V_A+۳۰}{۶۰}=۰$$

- کسری که مساوی صفر است صورت آن مساوی صفر می‌باشد.

$۲V_A-۱۲۰+V_A+۳۰=۰$

- پتانسیل گره A بدست می‌آید.

$۳V_A-۹۰=۰$

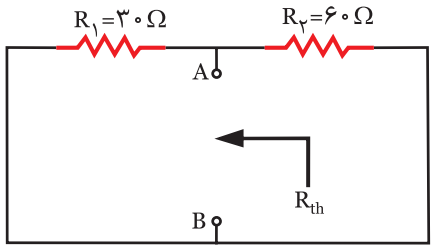
$۳V_A=۹۰$

- V_{th} اختلاف پتانسیل دو پایانه A و B است با تعیین پتانسیل گره‌های A و B، ولتاژ تونن V_{th} بدست می‌آید.

$V_{th}=+V_A-V_B$

$V_{th}=+۳۰-۰=۳۰[v]$

- منابع مدار شکل (۲۰۹-۱) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت معادل مدار R_{th} بدست می‌آید. شکل (۲۱۲-۱).

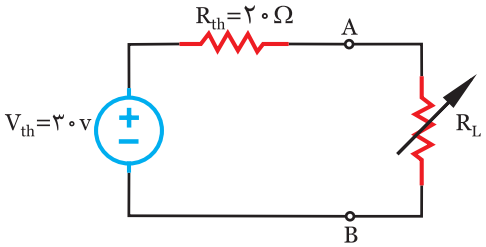


شکل (۲۱۲-۱)

- مقاومت‌های R_1 و R_2 با یکدیگر موازی می‌شوند.

$$R_{th}=\frac{R_1 . R_2}{R_1+R_2}=\frac{۳۰\times۶۰}{۳۰+۶۰}=۲۰[\Omega]$$

- معادل تونن مدار به صورت شکل (۲۱۳-۱) رسم می‌شود و R_L به آن متصل می‌شود.



شکل (۲۱۳-۱)

- برای انتقال ماکزیمم توان به بار R_L باید:

$R_L= R_{th}= ۲۰\Omega$

- ماکزیمم توان انتقالی به بار بدست می‌آید.

$$P_{max}=\frac{(V_{th})^۲}{۴R_L}=\frac{(۳۰)^۲}{۴\times۲۰}=۱۱/۲۵[W]$$

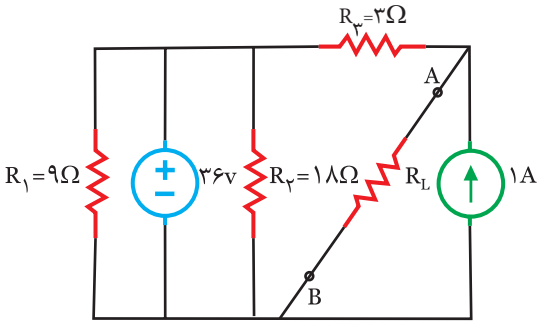
فعالیت ۲۱

در مدار شکل (۲۱۴-۱) مطلوبست:

الف) مقادیر V_{th} و R_{th}

ب) رسم مدار معادل تونن

ج) ماکزیمم توان انتقالی به بار



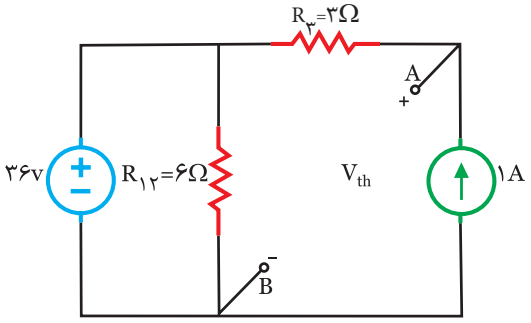
شکل (۲۱۴-۱)

حل

- مقاومت‌های R_1 و R_2 با یکدیگر موازی هستند معادل آن‌ها را جایگزین کنید.

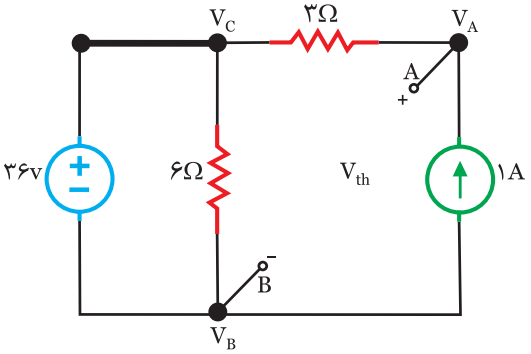
$$R_{۱۲}=\frac{R_1\times\_\_\_}{\_\_\_+R_2}=\frac{\_\_\_\times\_\_\_}{\_\_\_+\_\_\_}=۶[\Omega]$$

- مقاومت R_L را باز کنید. اختلاف پتانسیل پایانه‌های A و B را V_{th} بنامید. شکل (۲۱۵-۱).



شکل (۲۱۵-۱)

- گره‌های مدار را مشخص کنید و با روش پتانسیل گره V_{th} را بدست آورید. شکل (۲۱۶-۱).

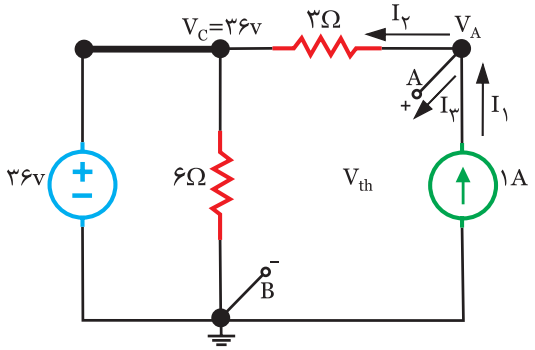


شکل (۲۱۶-۱)

- گره B را زمین کنید در این صورت: V_B=.....

- و پتانسیل گره C را مشخص کنید. V_C=.....

- پتانسیل گره A مجهول است. جریان شاخه‌های آن را مشخص کنید و برای آن رابطه KCL بنویسید. شکل (۱-۲۱۷).



شکل (۱-۲۱۷)

KCLA $-I_۱$ _.....+.....=۰

- مقادیر جریان‌های $I_۱$، $I_۲$ و $I_۳$ را بدست آورید.

$I_۱$=.....

$I_۲=\frac{V_A-\_\_\_}{\_\_\_\_\_}=\frac{\_\_\_-۳۶}{\_\_\_\_\_}$

$I_۳$=.....

- مقادیر جریان‌های $I_۱$، $I_۲$ و $I_۳$ را در رابطه KCL قرار دهید.

KCLA) $-\_\_\_\_+\frac{V_A-۳۶}{۳}+۰=۰$

- مخرج مشترک بگیرید.

$\frac{-۳+\_\_\_-\_\_\_+۰}{۳}=۰$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید و V_A را بدست آورید.

$-۳+V_A-۳۶+۰=۰$

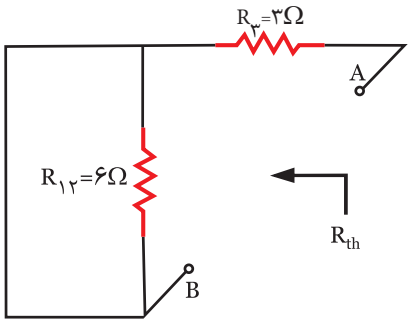
V_A=۳۹[V]

- V_{th} اختلاف پتانسیل دو پایانه A و B است با تعیین پتانسیل گره‌های A و B، ولتاژ تونن V_{th} بدست می‌آید.

V_{th}=+.....-.....

V_{th}=+۳۹-۰=۳۹[V]

- منابع مدار شکل (۱-۲۱۵) را بی‌اثر کنید و مقاومت معادل مدار R_{th} را بدست آورید. شکل (۱-۲۱۸).

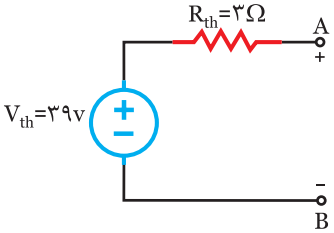


شکل (۱-۲۱۸)

-با بی‌اثر شدن منبع ولتاژ مقاومت $R_۱$ ۲ اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود.

R_{th}=۳ Ω

- مدار معادل تونن را رسم کنید. شکل (۱-۲۱۹).

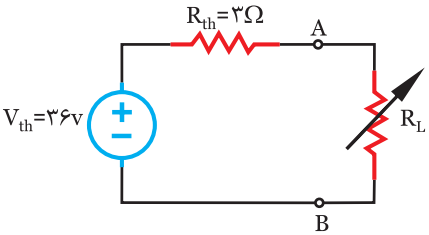


شکل (۱-۲۱۹)

- برای انتقال ماکزیمم توان به بار R_L باید:

R_L=.....

- ماکزیمم توان انتقالی به بار را بدست آورید. شکل (۱-۲۲۰).



شکل (۱-۲۲۰)

$P_{max}=\frac{.....}{۴....}$

$P_{max}=\frac{۳۶}{.....}=.....[W]$

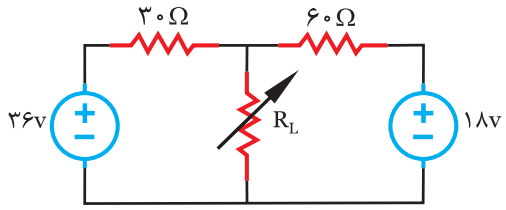
تمرین

۱- در مدار شکل (۲۲۱-۱) مطلوبست:

الف) مقادیر V_{th} و R_{th}

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار

(امتحان نهایی دیماه ۱۳۸۳)

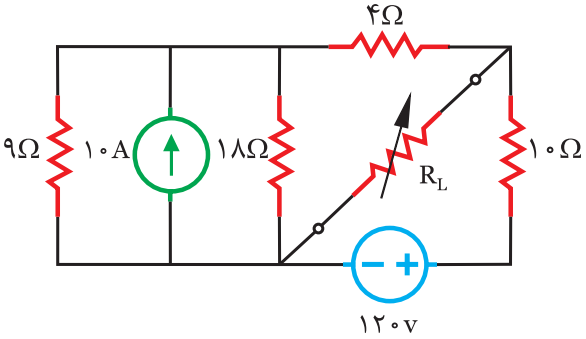


شکل (۲۲۱-۱)

حل

۲- در مدار شکل (۲۲۲-۱) مقادیر R_{th} و V_{th} را محاسبه کرده و مدار معادل تونن را رسم کنید. ماکزیمم توان انتقالی به بار چند وات است؟

(امتحان نهایی خرداد ۱۳۸۴)



شکل (۲۲۲-۱)

حل

آزمون

۱- معادل تونن مدار بصورت یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت است.

صحیح ☐ غلط ☐

۲- جریان شاخه‌ای که انتهای آن باز است، صفر نمی‌باشد.

صحیح ☐ غلط ☐

۳- برای محاسبه مقاومت معادل مدار منابعبی‌اثر می‌شوند.

صحیح ☐ غلط ☐

۴- انتقال ماکزیمم توان به بار را ..... گویند.

۵- برای انتقال ماکزیمم توان به بار مقاومت بار باید با مقاومت ..... برابر باشد.

۶- برای محاسبه ماکزیمم توان انتقالی به بار رابطه استفاده می‌شود.

صحیح ☐ غلط ☐

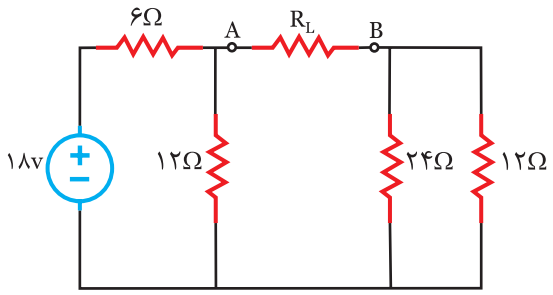
۷- در مدار شکل (۲۲۳-۱) مطلوبست:

الف) محاسبه V_{th} و R_{th} از دو پایانه A و B

ب) رسم مدار ممعادل تونن

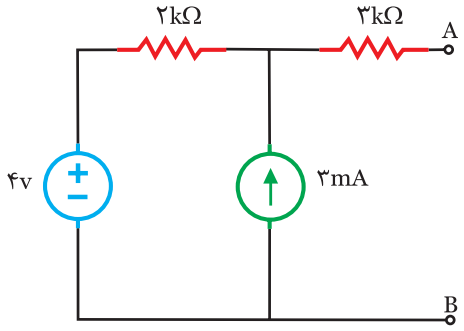
ج) تعیین R_L برای انتقال ماکزیمم توان

(امتحان نهایی دیماه ۱۳۸۴)



شکل (۲۲۳-۱)

۸- در مدار شکل (۲۲۴-۱) مطلوبست مدار معادل تونن از دو پایانه A و B (امتحان نهایی شهریور ۱۳۸۳)

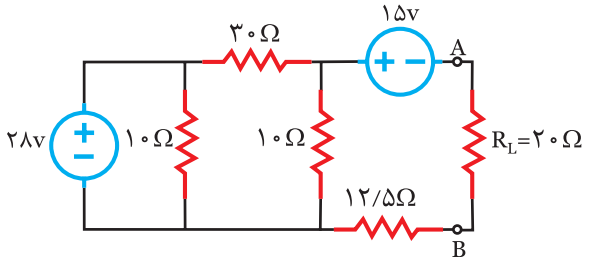


شکل (۲۲۴-۱)

۹- در مدار شکل (۲۲۵-۱) مطلوبست:

الف) V_{th} و R_{th} بین نقاط A و B

ب) با کمک مدار معادل تونن توان مصرفی R_L را محاسبه کنید. (امتحان نهایی دیماه ۱۳۸۶)



شکل (۲۲۵-۱)

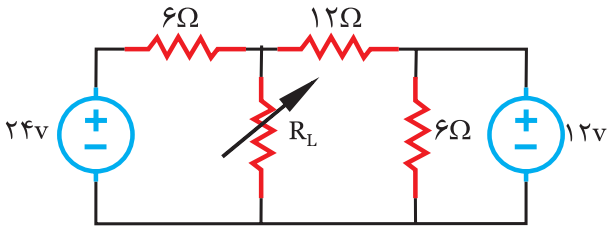
۱۰- در مدار شکل (۲۲۶-۱) مطلوبست:

الف) مقادیر V_{th} و R_{th} و رسم مدار معادل تونن

ب) R_L چقدر باشد تا ماکزیمم توان به آن انتقال یابد.

ج) محاسبه توان ماکزیمم بار

(امتحان نهایی خرداد ۸۷)



شکل (۲۲۶-۱)

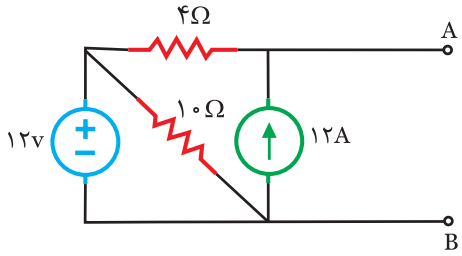
۱۱- مقاومت معادل تونن از دو پایانه A و B در مدار شکل (۲۲۷-۱) چند اهم است؟

الف) ۴

ب) ۱۰

ج) ۱۴

د) ۲/۸۵



شکل (۲۲۷-۱)

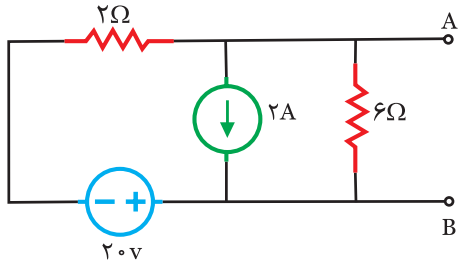
۱۲- مقاومت معادل R_{th} در شکل (۲۲۸-۱) چند اهم است؟

الف) ۱/۵

ب) ۳

ج) ۴

د) ۸



شکل (۲۲۸-۱)

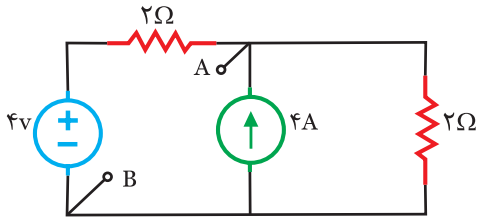
۱۳- ولتاژ تونن دو پایانه A و B مدار شکل (۲۲۹-۱) چند ولت است؟

الف) ۴

ب) ۶

ج) ۸

د) ۱۰



شکل (۲۲۹-۱)

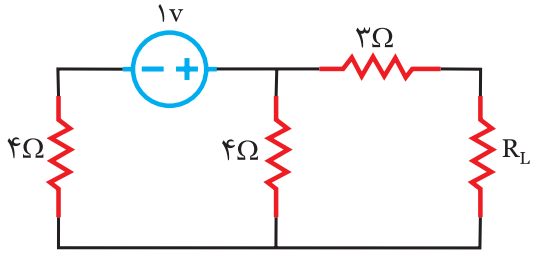
۱۴- ماکزیمم توانی که در مدار شکل (۲۳۰-۱) به بار R_L منتقل می‌شود به ازای R_L چند اهمی است؟

الف) ۱/۲

ب) ۲/۵

ج) ۵

د) ۷



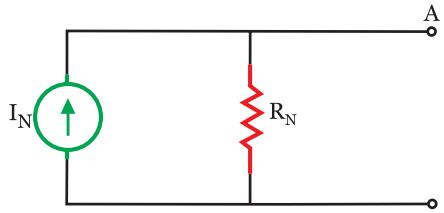
شکل (۲۳۰-۱)

خلاصه درس

ب- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش نورتن

در تحلیل مدارهای الکتریکی که دارای تعداد زیاد عناصر هستند اما هدف فقط بررسی کمیت‌های الکتریکی یک عنصر در مدار است، به کار می‌رود.

در روش نورتن عنصر مورد نظر «بار»[1] نامیده می‌شود و تمام عناصر مدار از دو سر بار بصورت یک منبع جریان واقعی معادل‌سازی خواهد شد و آن را «معادل نورتن مدار» می‌نامند. شکل (۱-۲۳۱).

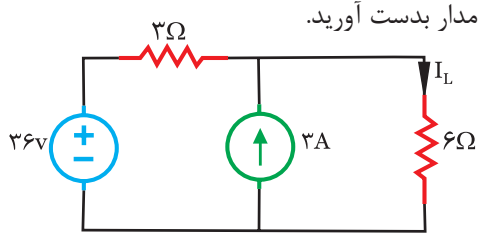


شکل (۱-۲۳۱)

در معادل نورتن مدار «جریان نورتن I_N»[2] جریان اتصال کوتاه دو نقطه‌ای است که بار از آنجا باز شده است. لذا آن را «جریان اتصال کوتاه مدار» نیز می‌نامند. «مقاومت معادل مدار R_N»[3] مقاومت معادل کل مدار از دو نقطه‌ای است که بار از آنجا باز شده است و تمام منابع بی‌اثر شده‌اند. در واقع مقاومت‌های معادل تونن و نوتن یکی هستند ($R_N = R_{th}$).

مثال ۲۱

در مدار شکل (۱-۲۳۲) جریان I_L را با استفاده از معادل نورتن مدار بدست آورید.

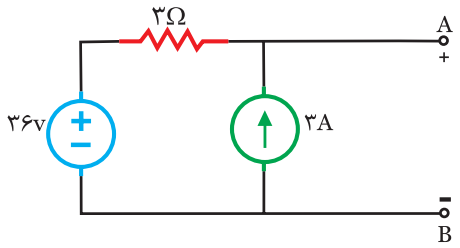


شکل (۱-۲۳۲)

حل

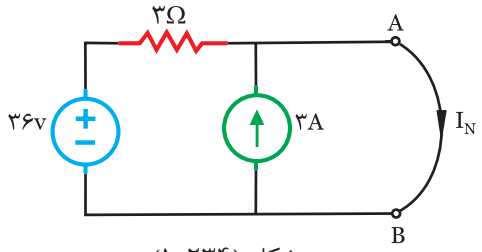
- I_L جریان مقاومت ۶Ω است لذا آن «بار» نامیده می‌شود و با R_L نشان داده خواهد شد.

- مقاومت بار R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با پایانه‌های A و B با پلاریته دلخواه نشان داده خواهد شد. شکل (۱-۲۳۳).



شکل (۱-۲۳۳)

- دو پایانه‌ای که بار از آنجا باز شده است، اتصال کوتاه می‌شود و پس جریان عبوری از این اتصال کوتاه محاسبه می‌شود. این جریان که به جریان مدار اتصال کوتاه I_{SC} معروف است همان جریان معادل نورتن مدار I_N می‌باشد.

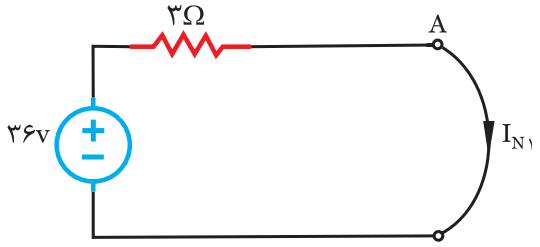


شکل (۱-۲۳۴).

- از آنجاییکه برای پایانه A پلاریته مثبت و برای پایانه B پلاریته منفی اختیار شده است لذا جهت جریان I_N از پایانه A به سمت پایانه B نشان داده می‌شود. شکل (۱-۲۳۴)

- با یکی از روش‌های حلقه، پتانسیل گره یا جمع آثار جریان نورتن مدار I_N محاسبه می‌شود. در این مثال روش جمع آثار انتخاب شده است.

- منبع جریان بی‌اثر می‌شود و اثر منبع ولتاژ بر جریان I_N محاسبه می شود. شکل (۱-۲۳۵) این اثر I_{N1} نامیده شده است.



شکل (۱-۲۳۵)

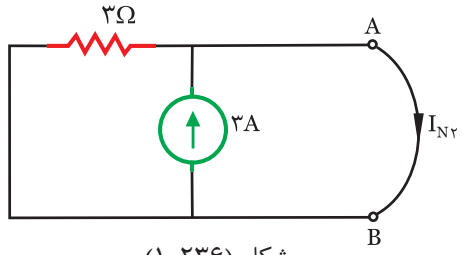
$$I_{N1} = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲[A]$$

۱. Load

۲. I_N – Current Norton

۳. R_N – Resistance Norton

- منبع ولتاژ بی‌اثر می‌شود و اثر منبع جریان بر جریان I_N محاسبه می‌شود. شکل (۲۳۶-۱). این اثر $I_{N۲}$ نامیده شده است.



شکل (۲۳۶-۱)

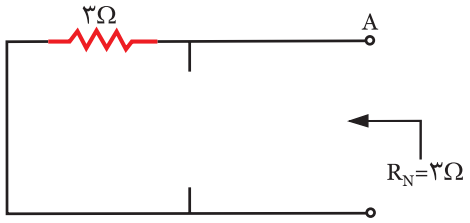
- با اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B مقاومت ۳ Ω حذف می‌شود و تمام جریان منبع جریان از محل اتصال کوتاه می‌گذرد لذا: $I_{N۲}=۳[A]$

- با جمع آثار $I_{N۱}$ و $I_{N۲}$ جریان I_N بدست می‌آید.

$$I_N=+I_{N۱}+I_{N۲}$$

$$I_N=۱۲+۳=۱۵[A]$$

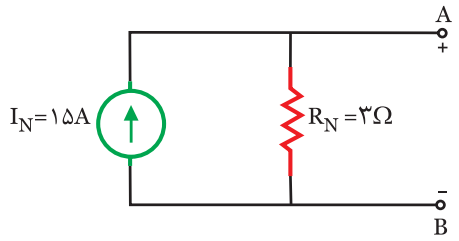
- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_N منابع مدار شکل (۲۳۳-۱) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت کل مدار از پایانه‌های A و B بدست می‌آید. شکل (۲۳۷-۱).



شکل (۲۳۷-۱)

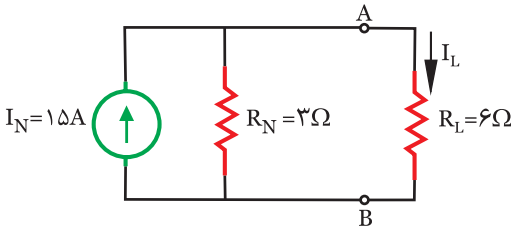
- معادل نورتن مدار به صورت شکل (۲۳۸-۱) رسم می شود.

- جهت منبع جریان بسمت پایانه با پلاریته مثبت انتخاب می‌شود.



شکل (۲۳۸-۱)

- مقاومت بار R_L به معادل تونن مدار وصل می‌شود و با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی، جریان I_L بدست می‌آید. شکل (۲۳۹-۱).



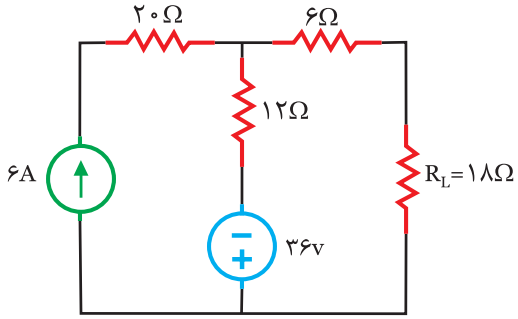
شکل (۲۳۹-۱)

$$I_L=I_N\times\frac{R_N}{R_N+R_L}$$

$$I_L=۱۵\times\frac{۳}{۳+۶}=۵[A]$$

فعالیت ۲۲

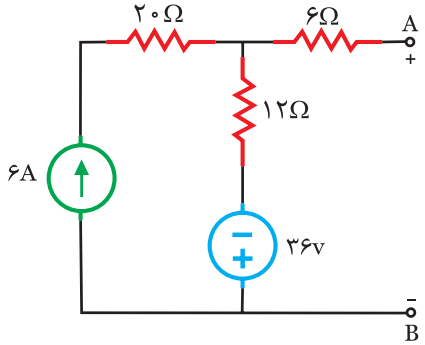
در مدار شکل (۲۴۰-۱) توان در مقاومت R_L را با استفاده از معادل نورتن مدار بدست آورید.



شکل (۲۴۰-۱)

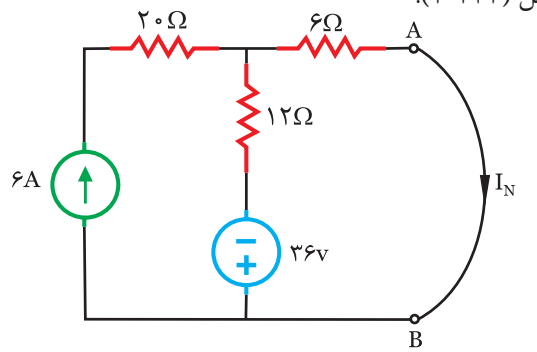
حل

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید و سرهای آن را با پایانه‌های Aو B نشان دهید. شکل (۲۴۱-۱).



شکل (۲۴۱-۱)

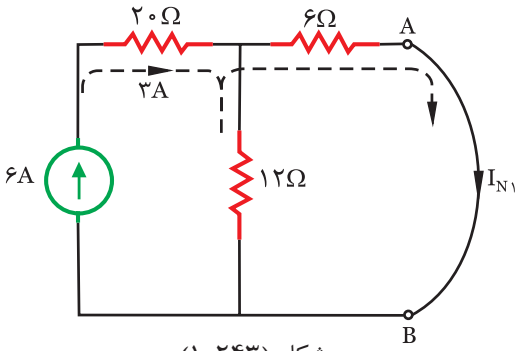
- پایانه‌های A و B را اتصال کوتاه کنید. جریان این اتصال کوتاه را I_N بنامید و با روش جمع آثار آن را محاسبه کنید. شکل (۱-۲۴۲).



شکل (۱-۲۴۲)

- چون پلاریته پایانه A مثبت و پایانه B منفی اختیار شده است جهت جریان I_N را از پایانه A بسمت پایانه B نشان دهید.

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید و اثر منبع جریان بر جریان I_N را محاسبه کنید. این اثر را I_{N1} بنامید. شکل (۱-۲۴۳).

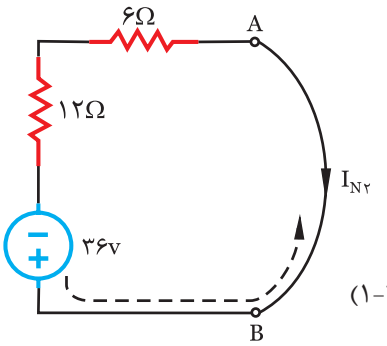


شکل (۱-۲۴۳)

- جریان منبع جریان بین مقاومت ۶ Ω و ۱۲ Ω تقسیم می‌شود. رابطه تقسیم جریان بنویسید و I_{N1} را بدست آورید.

$$I_{N1} = ۶ \times \frac{\dots\dots}{۱۲ + \dots\dots} = \frac{۷۲}{۱۸} = ۴[A]$$

- منبع جریان را بی اثر کنید و اثر منبع ولتاژ بر جریان I_N را محاسبه کنید. این اثر را I_{N2} بنامید. شکل (۱-۲۴۴).

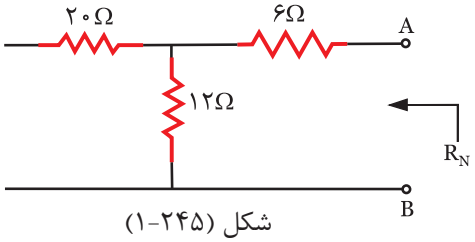


شکل (۱-۲۴۴)

- با جمع آثار I_{N1} و I_{N2} جریان I_N را بدست آورید.

$I_N = + \dots\dots - \dots\dots = ۲[A]$

- منابع مدار را بی‌اثر کنید و مقاومت معادل مدار R_N را بدست آورید. شکل (۱-۲۴۵).



شکل (۱-۲۴۵)

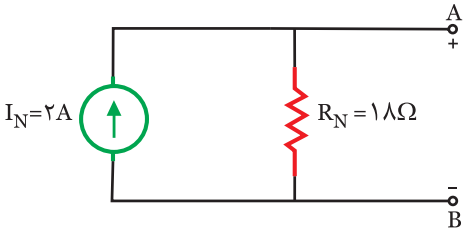
$$R_n = ۱۲ + ۶ = ۱۸\ \Omega$$

به خاطر داشته باشید

با باز شدن منبع جریان مقاومت ۲۰ Ω قطع می‌شود.

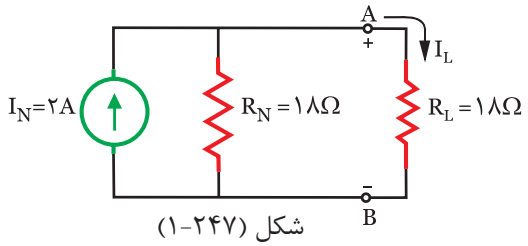
- معادل نورتن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۲۴۶).

- جهت جریان منبع را بسمت پایانه A که پلاریته مثبت برای آن اختیار کرده‌اید، نشان دهید.



شکل (۱-۲۴۶)

- مقاومت بار R_L را به معادل نورتن مدار وصل کنید و پس از محاسبه جریان توان مقاومت R_L را بدست آورید. شکل (۱-۲۴۷).



شکل (۱-۲۴۷)

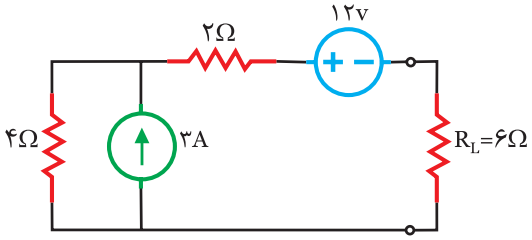
$$I_L = I_N \frac{R_N}{R_L+R_N} = \dots\dots\dots$$

۱- در مدار شکل شکل (۱-۲۴۸) مطلوبست:

الف) تعیین I_N و R_N بین پایانه‌های A و B

ب) رسم معادل نورتن مدار

ج) محاسبه جریان I_L با معادل نورتن مدار



شکل (۱-۲۴۸)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

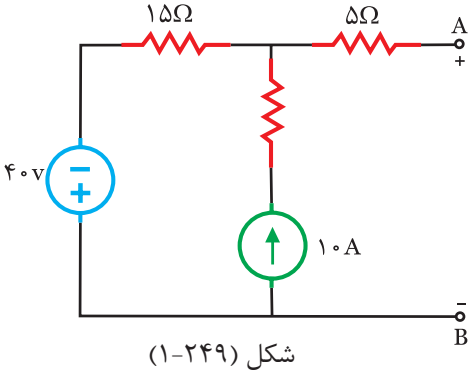
.....

.....

.....

.....

۲- معادل نورتن مدار شکل (۱-۲۴۹) را بدست آورید.v



شکل (۱-۲۴۹)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

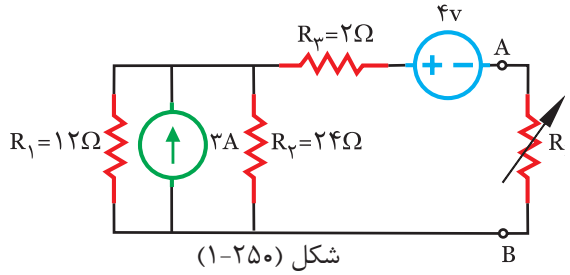
مثال ۲۲

در مدار شکل (۲۵۰-۱) مطلوبست:

الف) تعیین I_N و R_N

ب) رسم مدار معادل نورتن

ج) حداکثر توان که مقاومت R_L جذب می‌کند.



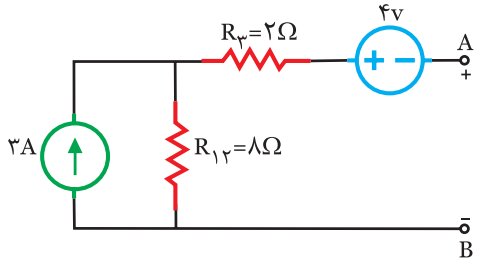
شکل (۲۵۰-۱)

حل

- مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند. معادل آن‌ها محاسبه و سپس جایگزین می‌شود تا شکل مدار ساده‌تر شود.

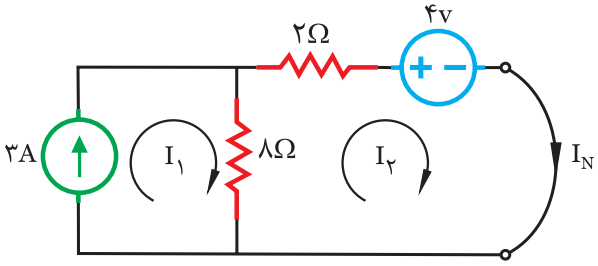
$$R_{12}=\frac{R_1 . R_2}{R_1+R_2}=\frac{12\times 24}{12+24}=8[\Omega]$$

- مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود. شکل (۲۵۱-۱).



شکل (۲۵۱-۱)

- پایانه‌های A و B اتصال کوتاه می‌شود. جریان اتصال کوتاه با I_N نشان داده می‌شود و با روش حلقه محاسبه می‌شود. شکل (۲۵۲-۱).



شکل (۲۵۲-۱)

- حلقه I_1 از منبع جریان ۳A می‌گذرد لذا

$I_1=+3[A]$

- با برای حلقه I_2 رابطه KVL نوشته می‌شود تا I_2 محاسبه شود.

$KLV2)\ 8(I_1-I_1)+2I_2-4=0$

$KLV2)+8I_2-8I_1+2I_2-4=0$

- معادله KVL۲ ساده می‌شود.

$-8I_1+10I_2+4=0$

- مقدار $I_1=3A$ جایگزین می‌شود و جریان حلقه I_2 بدست می‌آید.

$-8(3)+10I_2+4=0$

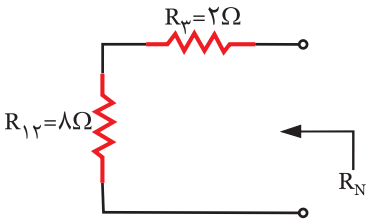
$10I_2=20$

$I_2=\frac{20}{10}=2[A]$

- از جریان I_N حلقه I_2 عبور می‌کند لذا:

$I_N=I_2=2[A]$

- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_N منابع مدار شکل (۲۵۱-۱) بی‌اثر می‌شود و مقاومت کل مدار از پایانه‌های A و B بدست می‌آید. شکل (۲۵۳-۱).



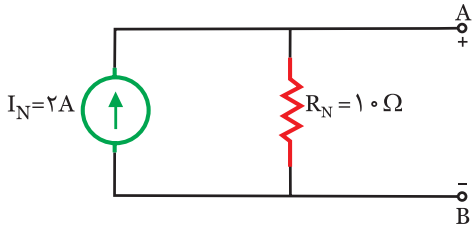
شکل (۲۵۳-۱)

-مقاومت کل مدار R_N از سری شدن R_3 و R_{12} بدست می‌آید.

$R_N=R_{12}+R_3$

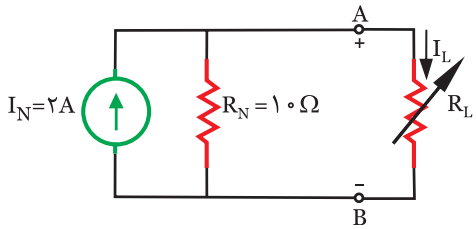
$R_N=8+2=10[\Omega]$

- معادل نورتن مدار بصورت شکل (۱-۲۵۴) رسم می‌شود.

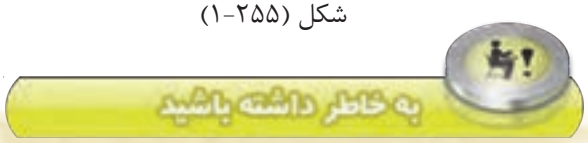


شکل (۱-۲۵۴)

- مقاومت R_L به معادل نورتن مدار وصل می‌شود. شکل (۱-۲۵۵).



شکل (۱-۲۵۵)



زمانی ماکزیمم توان به بار منتقل می‌شود که مقاومت بار با مقاومت معادل مدار برابر باشد یعنی: $R_L = R_N$

- برای محاسبه ماکزیمم توان بار $R_L = R_N$ قرار داده می‌شود با محاسبه جریان بار I_L، توان محاسبه خواهد شد.

$R_N=R_L=۱۰[\Omega]$

- با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_L بدست می‌آید.

$$I_L=I_N\times\frac{R_N}{R_N+R_L}$$

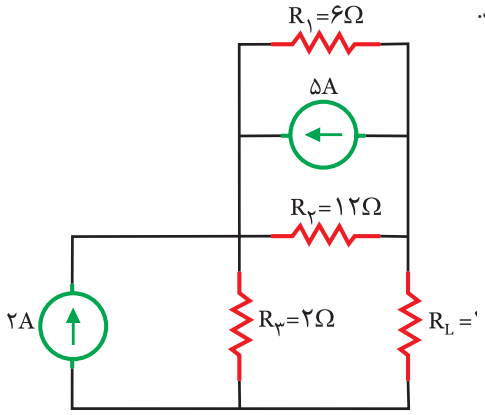
$$I_L=۲\times\frac{۱۰}{۱۰+۱۰}=۱/۵[A]$$

- توان ماکزیمم بار محاسبه می شود.

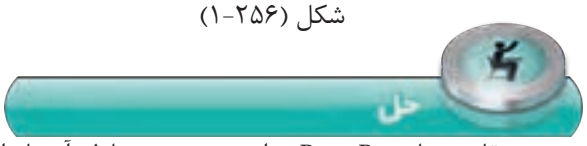
$$P=R_L\times(I_L)^۲$$

$$P=۱۰\times(۱)^۲=۱۰W$$

با معادل نورتن مدار شکل (۱-۲۵۶) جریان I_L را بدست آورید.



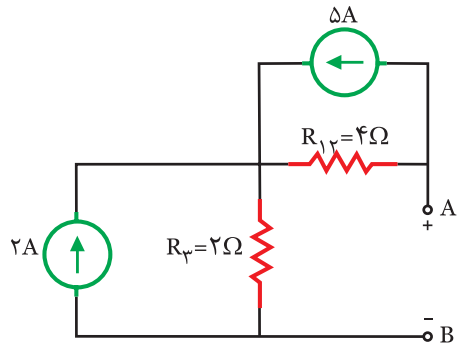
شکل (۱-۲۵۶)



- مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند، معادل آن‌ها را محاسبه کنید و سپس جایگزین نمایید تا مدار ساده‌تر شود.

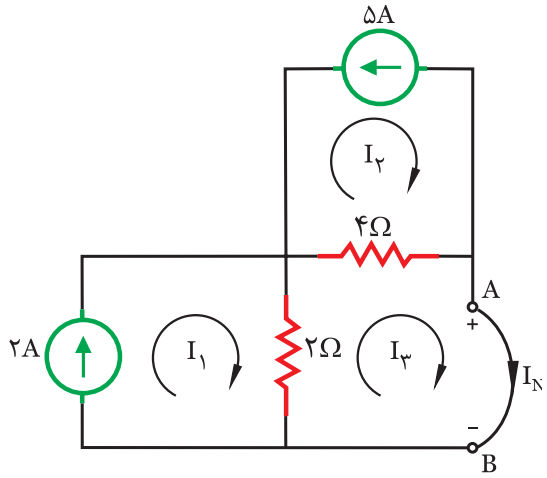
$$R_{۱۲}=\frac{\ldots\times R_۲}{R_۱+\ldots}=\frac{\ldots\times\ldots}{\ldots+\ldots}=۴[\Omega]$$

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید دو سر آن را با پایانه‌های A و B نشان دهید. شکل (۱-۲۵۷).



شکل (۱-۲۵۷)

- پایانه‌های A و B را اتصال کوتاه کنید. جریان اتصال کوتاه را با I_N نشان دهید و با روش حلقه آن را محاسبه کنید. شکل (۱-۲۵۸).



شکل (۱-۲۵۸)

- حلقه $I_۱$ از منبع جریان ۲A و حلقه $I_۲$ از منبع جریان ۵A می گذرند لذا:

$I_۱$=+.....

$I_۲$=-.....

- جریان حلقه $I_۳$ مجهول است برای آن رابطه KVL بنویسید.

KVL۳ ۲ (I۳--.....)+۴(.....I۲)=۰

- معادله KVL۳ را ساده کنید.

-.....$I_۱$-.....$I_۲$+.....$I_۳$=۰

- مقادیر $I_۱$ و $I_۲$ را جایگزین کنید و جریان حلقه $I_۳$ را بدست آورید.

-.....+.....+۶$I_۳$=۰

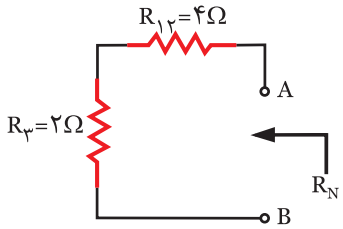
۶$I_۳$=-۱۶

$I_۳$= ——— = $-\frac{۸}{۳}$[A]

- از جریان I_N حلقه $I_۳$ عبور می‌کند لذا:

I_N= ..... = $-\frac{۸}{۳}$

- منابع مدار شکل (۱-۲۵۷) را بی‌اثر کنید و مقاومت کل مدار را از پایانه‌های A و B بدست آورید. شکل (۱-۲۵۹).

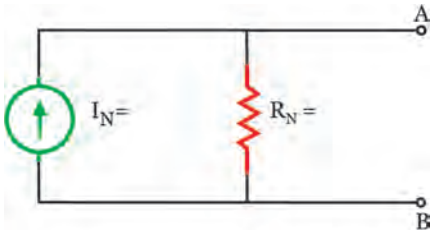


شکل (۱-۲۵۹)

- مقاومت‌های $R_۳$ و $R_{۱۲}$ با یکدیگر ..... هستند لذا:

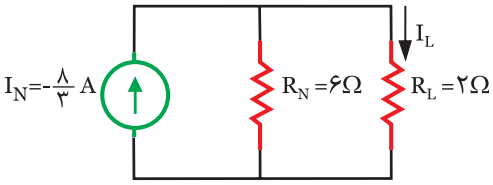
R_N=.....+.....=۶[Ω]

- معادل نورتن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۲۶۰).



شکل (۱-۲۶۰)

- مقاومت R_L را به معادل نورتن مدار متصل کنید و I_L را بدست آورید. شکل (۱-۲۶۱).



شکل (۱-۲۶۱)

- رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی را بنویسید.

I_L= ..... × $\frac{.....}{R_L+R_N}$

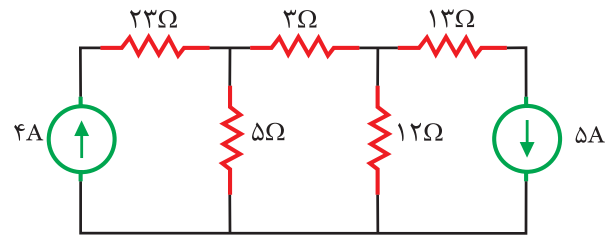
I_L= $(-\frac{۸}{۳})\times\frac{۶}{.....+.....}$ = -۲[A]

به خاطر داشته باشید

علامت منفی نشان می‌دهد جریان در مقاومت R_L بر خلاف جهت I_L است.

تمرین

۱- با استفاده از معادل تونن مدار شکل (۲۶۲-۱) جریان مقاومت ۳ را بدست آورید.



شکل (۲۶۲-۱)

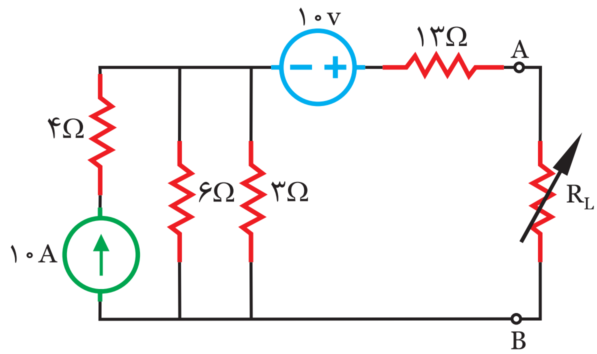
حل

۲- در مدار شکل (۲۶۳-۱) مطلوبست:

الف) I_N و R_N از دو پایانه A و B

ب) رسم مدار معادل نورتن

ج) ماکزیمم توانی که R_L جذب می‌کند.

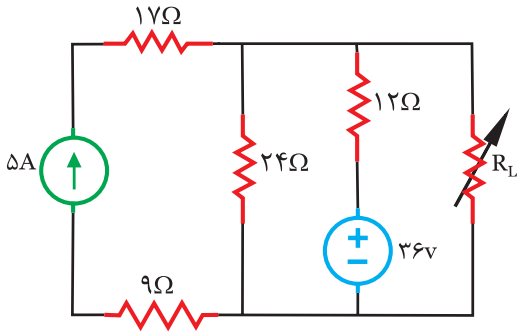


شکل (۲۶۳-۱)

حل

مثال ۲۳

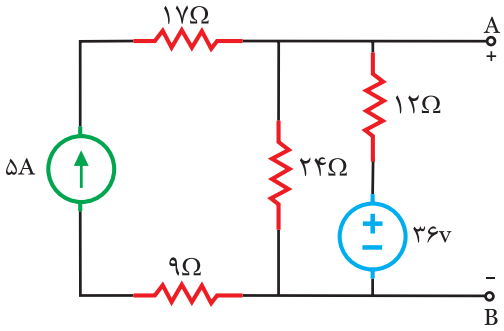
با استفاده از معادل نورتن مدار شکل (۲۶۴-۱) ماکزیمم توانی که مقاومت R_L مصرف می‌کند را بدست آورید.



شکل (۲۶۴-۱)

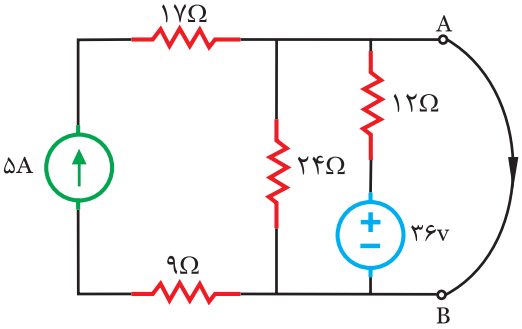
حل

- حل مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با پایانه‌های A و B نشان داده می‌شود. شکل (۲۶۵-۱).



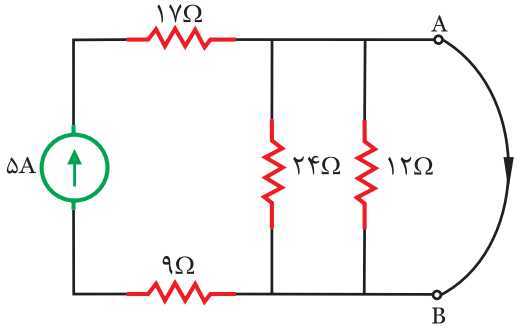
شکل (۲۶۵-۱)

- پایانه‌های A و B اتصال کوتاه می‌شود. جریان اتصال کوتاه با I_N نشان داده خواهد شد و با روش جمع آثار محاسبه می‌شود. شکل (۲۶۶-۱).



شکل (۲۶۶-۱)

- منبع ولتاژ بی‌اثر می‌شود و اثر منبع جریان بر I_N محاسبه می‌شود این اثر I_{N1} نامیده شده است. شکل (۲۶۷-۱).

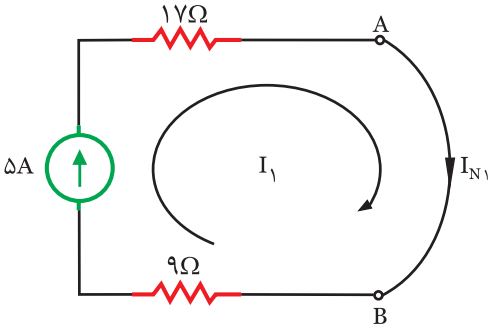


شکل (۲۶۷-۱)

به خاطر داشته باشید

با اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B مقاومت‌هایی که به این دو پایانه متصل شده‌اند، اتصال کوتاه می‌شوند و حذف خواهند شد.

- مقاومت‌های ۱۲ Ω و ۲۴ Ω در اثر اتصال کوتاه شده پایانه‌های A و B حذف می‌شوند.



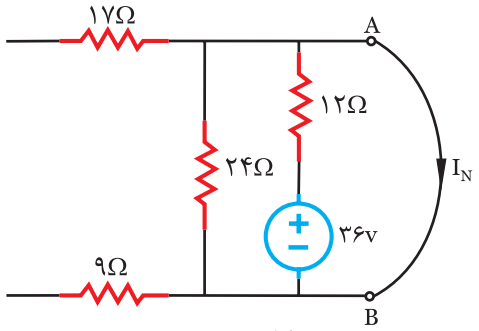
شکل (۲۶۸-۱)

- مدار دارای یک حلقه می‌شود که دارای منبع جریان است.

$I_۱=۵[A]$

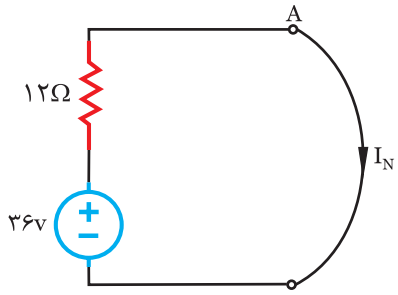
$I_{N۱}=I_۱=۵[A]$

- منبع جریان بی‌اثر می‌شود و اثر منبع ولتاژ بر جریان I_N محاسبه می‌شود این اثر $I_{N۲}$ نامیده می‌شود. شکل (۲۶۹-۱).



شکل (۲۶۹-۱)

- با باز شدن منبع جریان مقاومت‌های Ω ۱۷ و Ω ۹ قطع می‌شوند و مقاومت Ω ۲۴ نیز در اثر اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B حذف می‌شود. شکل (۲۷۰-۱).



شکل (۲۷۰-۱)

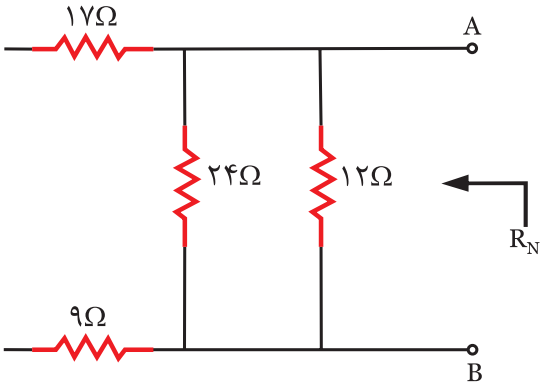
$$I_{N۲}=\frac{۳۶}{۱۲}=۳[A]$$

- با جمع آثار $I_{N۱}$ و $I_{N۲}$ جریان I_N بدست می‌آید.

$I_N=+I_{N۱}+I_{N۲}$

$I_N=+۵+۳=۸[A]$

- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_N منابع مدار شکل (۲۶۵-۱) بی‌اثر می‌شوند و مقاوم کل مدار از پایانه‌های A و B بدست می‌آید. شکل (۲۷۱-۱).

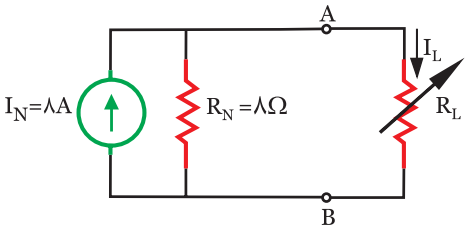


شکل (۲۷۱-۱)

- مقاومت‌های Ω ۱۷ و Ω ۹ در اثر باز شدن منبع جریان قطع می‌شوند لذا R_N از موازی شدن مقاومت‌های Ω ۱۲ و Ω ۲۴ بدست می‌آید.

$$R_N=\frac{۱۲\times۲۴}{۱۲+۲۴}=۸[\Omega]$$

- معادل نورتن مدار به صورت شکل (۲۷۲-۱) رسم می‌شود و مقاومت بار R_L به آن متصل می‌شود.



شکل (۲۷۲-۱)

- شرط انتقال ماکزیمم توان به بار R_L این است که:

$R_N=R_L=۸[\Omega]$

- با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_L بدست می‌آید.

$$I_L=I_N\times\frac{R_N}{R_N+R_L}$$

$$I_L=۸\times\frac{۸}{۸+۸}=۴[A]$$

- توان مقاومت بار R_L محاسبه می‌شود.

$P=R_L I_L^۲$

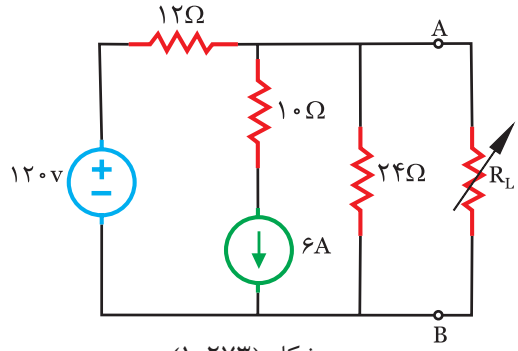
$I_L=۸\times(۴)^۲=۱۲۸[\Omega]$

فعالیت ۲۴

در مدار شکل (۲۷۳-۱) با استفاده از روش نورتن:

الف) مقدار R_L را طوری بدست آورید که ماکزیمم توان به بار منتقل شود.

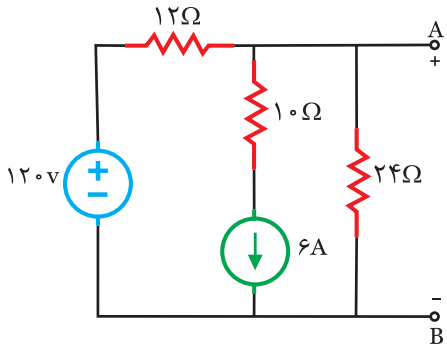
ب) در این حالت توان بار را بدست آورید.



شکل (۲۷۳-۱)

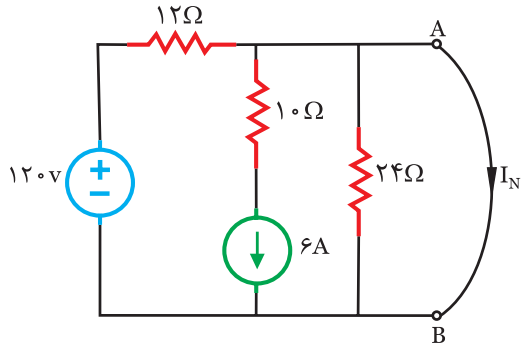
حل

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید. شکل (۲۷۴-۱).



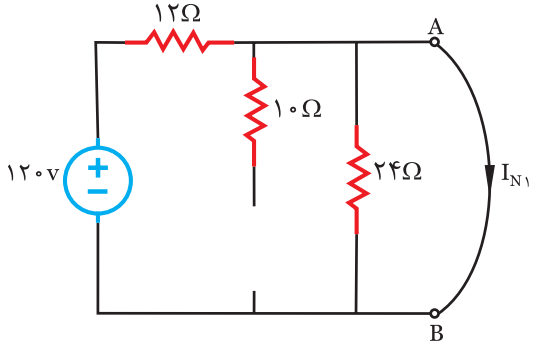
شکل (۲۷۴-۱)

- پایانه‌های A و B را اتصال کوتاه کنید. جریان اتصال کوتاه را با I_N نشان دهید و با روش جمع آثار آن را محاسبه کنید. شکل (۲۷۵-۱).



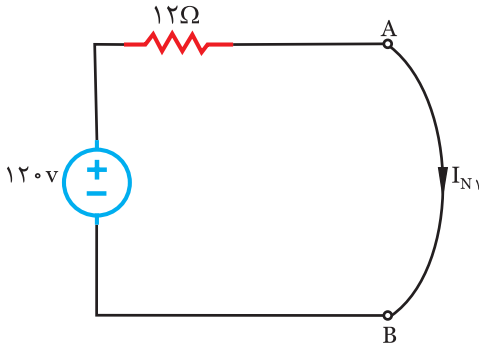
شکل (۲۷۵-۱)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید و اثر منبع ولتاژ بر جریان I_N را بیابید این اثر را I_{N1} بنامید. شکل (۲۷۶-۱).



شکل (۲۷۶-۱)

- با اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B مقاومت ۲۴ Ω ..... و با باز شدن منبع جریان مقاومت ۱۰ Ω ..... می‌شود لذا مدار به شکل (۲۷۷-۱) در می‌آید.



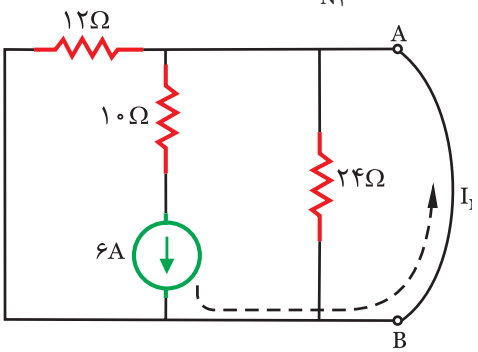
شکل (۲۷۷-۱)

- با قانون اهم جریان I_{N1} را بدست آورید.

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

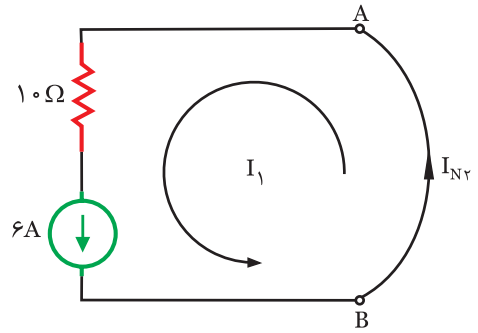
$$I_{N1} = \frac{120}{12} = 10[A]$$

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید و اثر منبع جریان بر جریان I_N را بیابید. این اثر را I_{N2} بنامید. شکل (۲۷۸-۱).



شکل (۲۷۸-۱)

- مقاومت‌های ۱۲ Ω و ۲۴ Ω به دو پایانه A و B اتصال پیدا کرده‌اند لذا در اثر اتصال کوتاه پایانه‌های A و B این دو مقاومت ..... می‌شوند. و مدار به شکل (۱-۲۷۹) درمی‌آید.



شکل (۱-۲۷۹)

- مدار دارای یک حلقه می‌شود.

I_1=.....

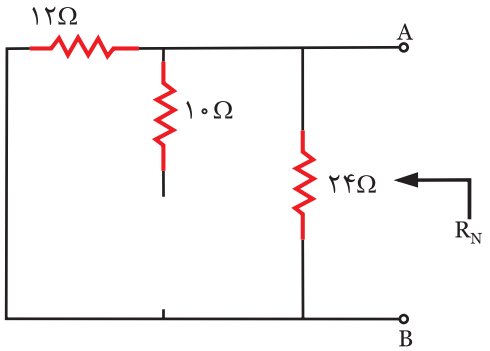
I_{N2}=.....=۶[A]

- با جمع آثار I_{N1} و I_{N2} جریان I_N را بدست آورید.

I_N=+.....-.....

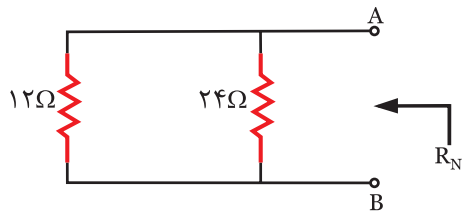
I_N=+۱۰-۶=۴[A]

- منابع مدار شکل (۱-۲۷۴) را بی‌اثر کنید و مقاومت معادل مدار R_N را بدست آورید. شکل (۱-۲۸۰).



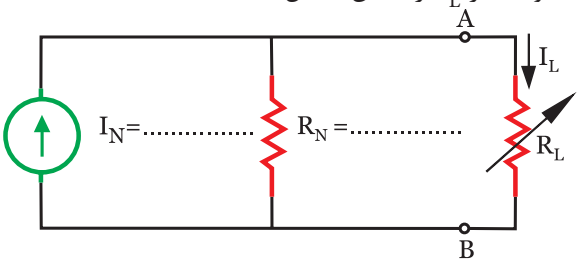
شکل (۱-۲۸۰)

- با بی‌اثر شدن منابع مقاومت ۱۰ اهمی ..... و مقاومت‌های ۲۴ Ω و ۱۲ Ω با یکدیگر ..... می‌شود. شکل (۱-۲۸۱).



شکل (۱-۲۸۱)

- معادل نورتن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۲۸۲) و مقاومت بار R_L را به آن متصل نمایید.



شکل (۱-۲۸۲)

- شرط انتقال ماکزیمم توان به بار این است که:

R_L =.....=.....[Ω]

- با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_L را بدست آورید.

$$I_L = \frac{R_N}{\ldots + \ldots}$$

$$I_L = ۴ \times \frac{\ldots}{\ldots + \ldots} = ۲[A]$$

- توان مقاومت بار R_L را بدست آورید.

توان = ... × .....

$P=R_L I_L^{۲}$

$P= ۴ \times (۲)^۲=۱۶[W]$

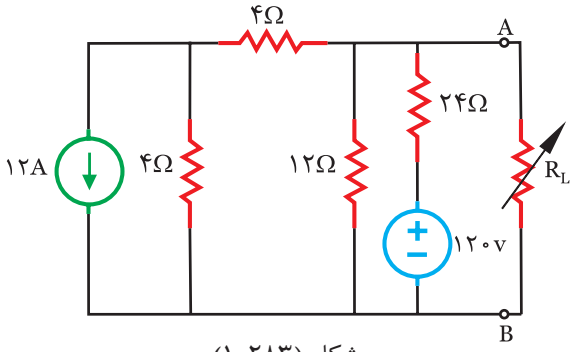
۱- در مدار شکل (۱-۲۸۳) مطلوبست:

الف) مقادیر I_N و R_N

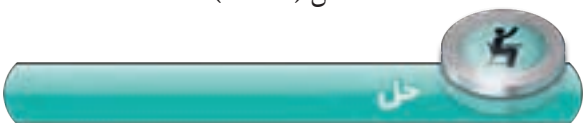
ب) رسم مدار معادل نورتن

ج) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L

(امتحان نهایی خرداد ۸۳)



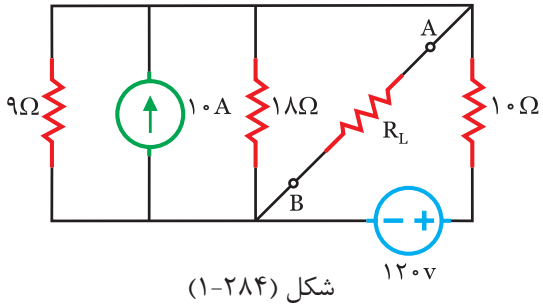
شکل (۲۸۳-۱)



۲- در مدار شکل (۲۸۴-۱) مطلوبست:

الف) مقادیر I_N و R_N

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L



شکل (۲۸۴-۱)

آزمون

۱- معادل نورتن مدار بصورت یک منبع جریان موازی با یک مقاومت است.

صحیح ☐ غلط ☐

۲- جریان شاخه‌ای که انتهای آن باز است، صفر می‌باشد.

صحیح ☐ غلط ☐

۳- برای محاسبه مقاومت معادل مدار منابع ولتاژ بی‌اثر می‌شوند.

صحیح ☐ غلط ☐

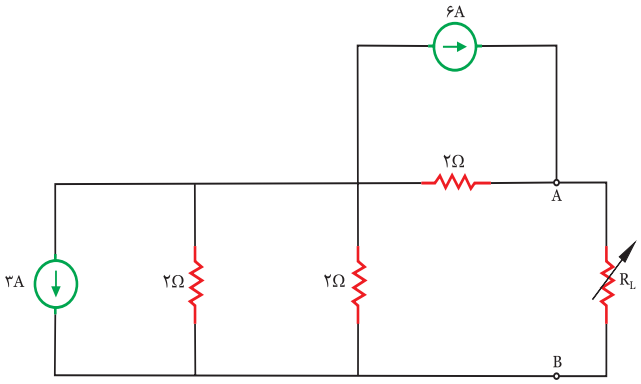
۴- برای انتقال ماکزیمم توان به بار مقاومت ..... باید با مقاومت ..... برابر باشد.

۵- در مدار شکل (۲۸۵-۱) مطلوبست:

الف) محاسبه مقاومت و جریان نورتن (R_N و I_N)

ب) رسم مدار معادل نورتن

(امتحان نهایی شهریور ۸۴)

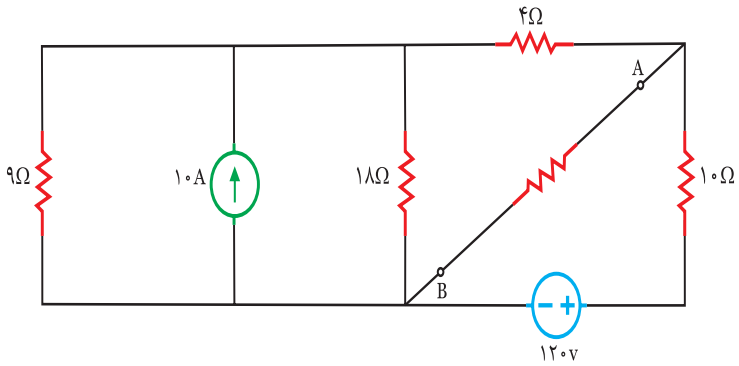


شکل (۲۸۵-۱)

۶- در مدار شکل (۲۸۶-۱) مطلوبست:

الف) مقادیر R_N و I_N

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L

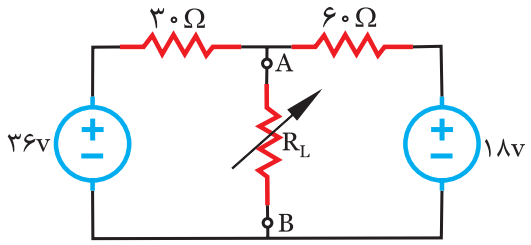


شکل (۲۸۶-۱)

۷- در مدار شکل (۲۸۷-۱) مطلوبست:

الف) مقادیر R_N و I_N

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار

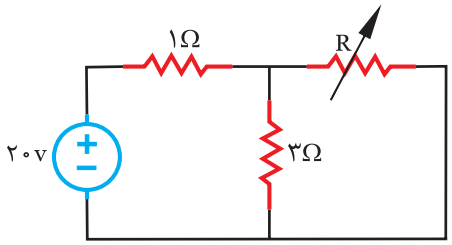


شکل (۲۸۷-۱)

۸- در مدار شکل (۲۸۸-۱) حداکثر توانی که مقاومت R دریافت کند، چند وات است؟

الف) ۲۰۰ ب) ۱۲۰

ج) ۱۰۰ د) ۵۰

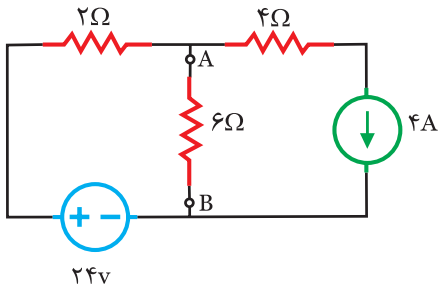


شکل (۲۸۸-۱)

۹- در مدار شکل (۲۸۹-۱) I_N و R_N به ترتیب کدام است؟

الف) $\frac{۶}{۸}\Omega$, ۴A ب) $\frac{۸}{۶}\Omega$, ۸A

ج) $\frac{۸}{۶}\Omega$, ۱۲A د) $\frac{۶}{۸}\Omega$, ۱۶A

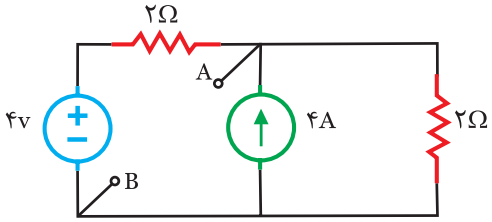


شکل (۲۸۹-۱)

۱۰- در مدار شکل (۲۹۰-۱) جریان معادل نورتن دو پایانه A و B چند آمپر است؟

الف) ۱ ب) ۲

ج) ۴ د) ۶

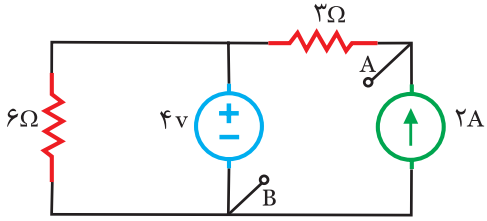


شکل (۲۹۰-۱)

۱۱- مقاومت معادل R_N شکل (۲۹۱-۱) چند اهم است؟

الف) ۲ ب) ۹

ج) ۶ د) ۳

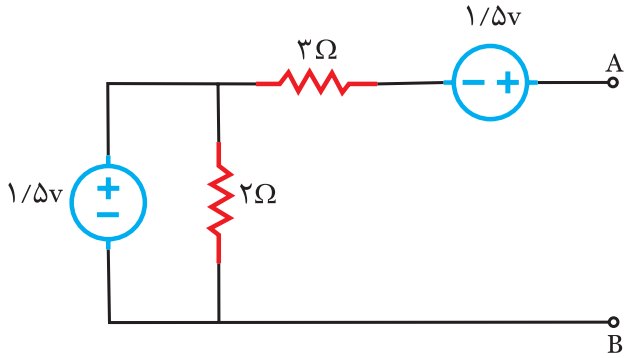


شکل (۲۹۱-۱)

۱۲- جریان نورتن مدار شکل (۲۹۲-۱) چند آمپر است؟

الف) ۱ ب) ۱/۵

ج) ۳ د) ۰/۵

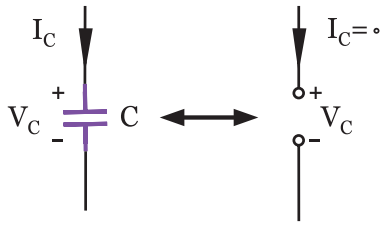


شکل (۲۹۲-۱)

خلاصه درس

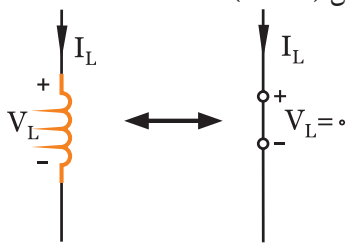
۸-۱- مدارهای شامل سلف و خازن در حالت ماندگار

مدارهای الکتریکی شامل سلف و خازن پس از اتصال به منابع جریان مستقیم بعد از گذشت ۵ ثابت زمانی به حالت پایدار یا ماندگار می رسند. در حالت پایدار یا ماندگار خازن قطع می‌شود و همانند یک کلید باز عمل می‌نماید و جریان عبوری از آن صفر می‌شود. شکل (۲۹۳-۱).



شکل (۲۹۳-۱)

در حالت پایدار یا ماندگار سلف اتصال کوتاه می شود و همانند یک کلید بسته عمل می‌نماید و ولتاژ دو سر آن صفر می‌شود. شکل (۲۹۴-۱).



شکل (۲۹۴-۱)

پس از اینکه سلف و خازن به حالت پایدار یا ماندگار رسیدند بیشترین انرژی الکتریکی در آن‌ها ذخیره می‌شود. بیشترین انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه:

و در سلف از رابطه: $W_C=\frac{1}{2}CV_C^2$

بدست می آید. در این روابط: $W_L=\frac{1}{2}LI_L^2$

W_C بیشترین انرژی ذخیره شده در خازن بر حسب ژول [j]

C ظرفیت خازن برحسب فاراد [F]

V_C ولتاژ دو سر خازن در حالت پایدار برحسب [V]

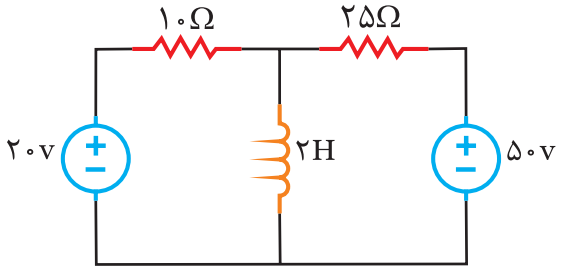
W_L بیشترین انرژی ذخیره شده در سلف بر حسب ژول [j]

L ضریب خودالقایی سلف برحسب هانری [H]

I_L جریان سلف در حالت پایدار بر حسب آمپر [A]

مثال ۲۴

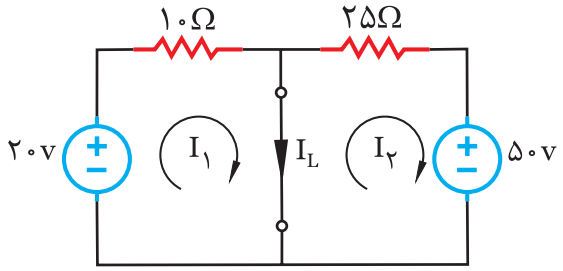
مدار شکل (۲۹۵-۱) در حالت پایدار است. انرژی ذخیره شده در سلف چند ژول است.



شکل (۲۹۵-۱)

حل

- در حالت پایدار سلف بصورت اتصال کوتاه عمل می‌کند. با محاسبه جریان آن، انرژی ذخیره شده در سلف محاسبه می‌شود. برای محاسبه جریان سلف روش حلقه انتخاب شده است. شکل (۲۹۶-۱).



شکل (۲۹۶-۱)

- روابط KVL برای حلقه‌های I۱ و I۲ نوشته می‌شود.

KVL۱ $-20+10I_1=0$

$10I_1=20$

$I_1=\frac{20}{10}=2[A]$

KVL۲ $+50+25I_2=0$

$25I_2=-50$

$I_2=\frac{-50}{25}=-2[A]$

- از I_L حلقه‌های I۱ و I۲ می‌گذرند.

$I_L=+I_۱-I_۲$

$I_L=+۲-(-۲)=۴[A]$

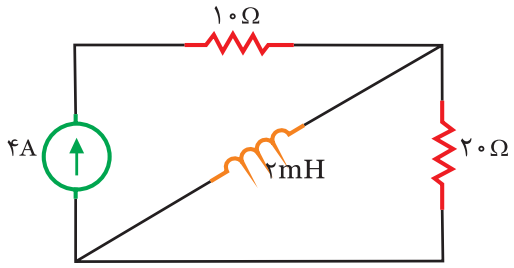
- انرژی ذخیره شده در سلف بدست می‌آید.

$W_L=\frac{۱}{۲}LI_L^۲$

$W_L=\frac{۱}{۲}(۲)(۴)^۲=۱۶[j]$

فعالیت ۲۵

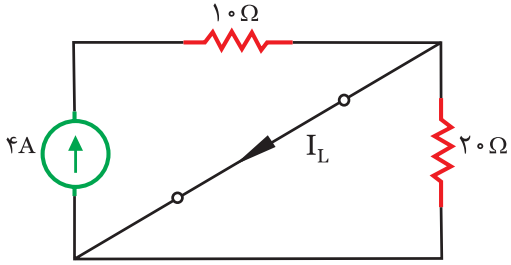
مدار شکل (۲۹۷-۱) در حالت ماندگار است انرژی ذخیره شده در سلف را بدست آورید.



شکل (۲۹۷-۱)

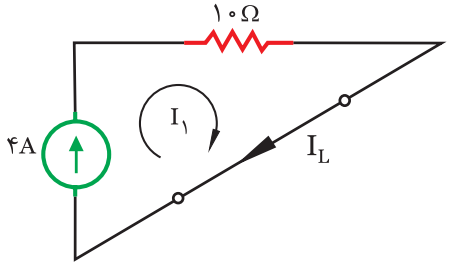
حل

- در حالت ماندگار سلف به صورت اتصال کوتاه عمل می‌کند. شکل (۲۹۸-۱).



شکل (۲۹۸-۱)

- با اتصال کوتاه شدن سلف مقاومت ۲۰ اهمی ..... می‌شود لذا مدار به شکل (۲۹۹-۱) در می‌آید.



شکل (۲۹۹-۱)

- با روش حلقه I_L را بدست آورید.

$I_۱=.....[A]$

$I_L=I_۱=.....$

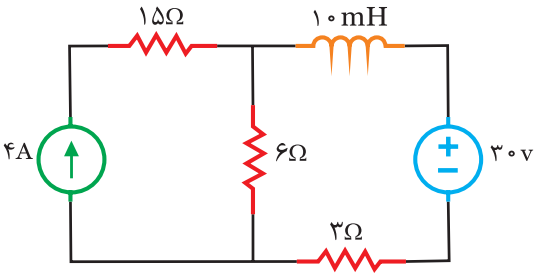
- انرژی سلف را بدست آورید.

$W_L=\frac{۱}{۲}.....$

$W_L=\frac{۱}{۲}(۲)(۴)^۲=۱۶[mj]$

تمرین

۱- مدار شکل (۳۰۰-۱) در حالت پایدار است، انرژی ذخیره شده در سلف را بدست آورید.



شکل (۳۰۰-۱)

.....

.....

.....

.....

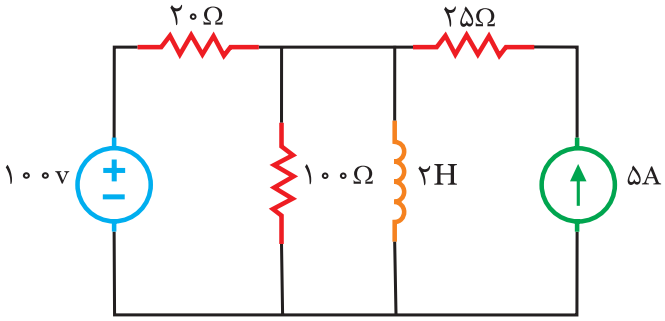
.....

.....

.....

.....

۲- مدار شکل (۳۰۱-۱) در حالت ماندگار است. انرژی ذخیره شده در سلف را بدست آورید.



شکل (۳۰۱-۱)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

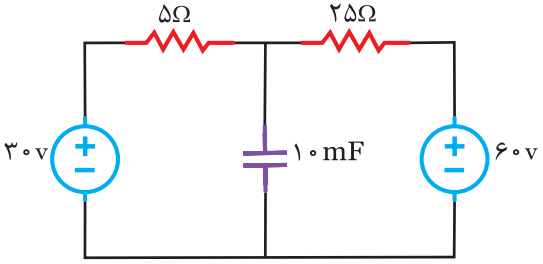
.....

.....

.....

مثال ۲۵

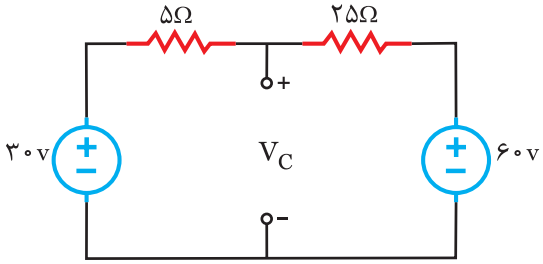
مدار شکل (۳۰۲-۱) در حالت پایدار است انرژی ذخیره شده در خازن چند ژول است.



شکل (۳۰۲-۱)

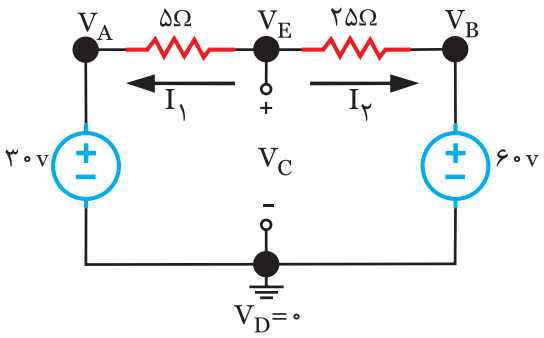
حل

- در حالت پایدار خازن بصورت قطع عمل می‌کند. با محاسبه ولتاژ آن، انرژی ذخیره شده در خازن محاسبه می‌شود. شکل (۳۰۳-۱).



شکل (۳۰۳-۱)

- برای محاسبه VC روش پتانسیل گره انتخاب شده است. لذا گره‌های مدار مشخص می‌شود و جریان شاخه‌ها تعیین خواهد شد. شکل (۳۰۴-۱).



شکل (۱-۳۰۴)

- با تعیین گره D به عنوان گره مبنا خواهیم داشت:

$V_D=۰$

$V_A=۳۰V$

$V_B=۶۰v$

- پتانسیل گره C مجموع است لذا برای آن رابطه KCL نوشته می‌شود.

KCLC $+I_۱+I_۲=۰$

- مقادیر $I_۱$ و $I_۲$ بدست آورده می‌شود.

$$I_۱=\frac{V_E-V_A}{۵}=\frac{V_E-۳۰}{۵}$$

$$I_۲=\frac{V_E-V_B}{۲۵}=\frac{V_E-۶۰}{۲۵}$$

- مقادیر $I_۱$ و $I_۲$ در رابطه KCL قرار داده می‌شود.

KCLC $+\frac{V_E-۳۰}{۵}+\frac{V_E-۶۰}{۲۵}=۰$

$$\frac{۵V_E-۱۵۰+V_E-۶۰}{۲۵}=۰$$

$$۵V_E-۱۵۰+V_E-۶۰=۰$$

$$۶V_E-۲۱۰=۰$$

- پتانسیل V_C بین دو گره E و D قرار دارد لذا:

$$V_C=+V_E=V_D$$

$$V_C=+۳۵-۰=۳۵[V]$$

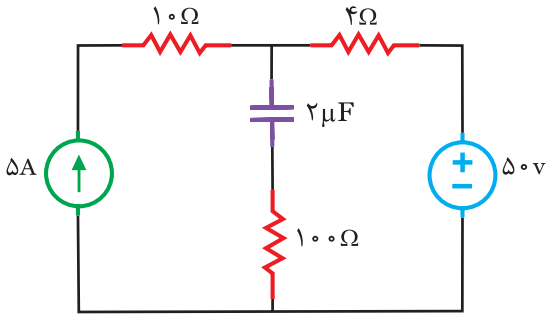
- انرژی ذخیره شده در خازن بدست می‌آید.

$$W_C=\frac{۱}{۲}CV_C^۲$$

$$W_C=\frac{۱}{۲}(۱۰\times۱۰^{-۳})(۳۵)^۲=۶/۱۲۵[j]$$

فعالیت ۲۶

مدار شکل (۱-۳۰۵) در حالت ماندگار است. انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.



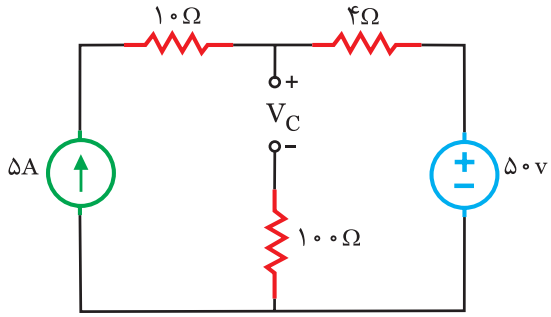
شکل (۱-۳۰۵)

حل

- در حالت ماندگار خازن بصورت ..... عمل می‌کند.

با محاسبه ..... آن، انرژی ذخیره شده قابل محاسبه است.

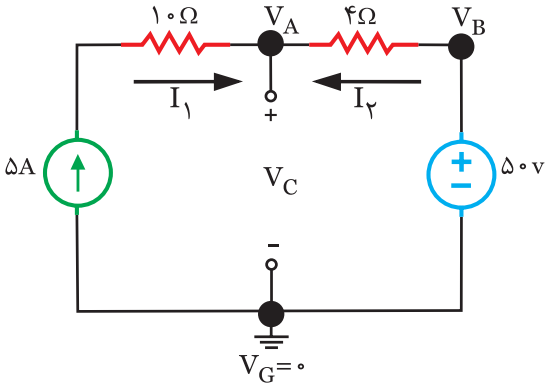
شکل (۱-۳۰۶).



شکل (۱-۳۰۶)

- برای محاسبه V_C روش پتانسیل گره را انتخاب کنید.
- مقاومت ۱۰۰ Ω قطع شده است لذا حذف می‌گردد.

شکل (۱-۳۰۷).



شکل (۱-۳۰۷)

- با انتخاب گره G به عنوان گره مبنا خواهیم داشت:

V_G=.....

V_B=.....

- پتانسیل گره A مجهول است برای آن رابطه KCL بنویسید.

KCL A) +.....+.....=۰

- مقادیر جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ را بدست آورید.

$I_۱$=+.....

$$I_۲=\frac{V_B-\_\_\_}{\_\_\_}=\frac{\_\_\_-V_A}{\_\_\_}$$

- مقادیر $I_۱$ و $I_۲$ را در رابطه KCL قرار دهید.

KCL A)+.....+.....=۰

- مخرج مشترک بگیرید.

$$\frac{+\_\_\_+\_\_\_-\_\_\_}{۴}=۰$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

-.....+.....+.....=۰

V_A=۷۰[V]

- V_C اختلاف پتانسیل میان دو گره A و G است لذا:

V_C=+.....-.....=۵۰[V]

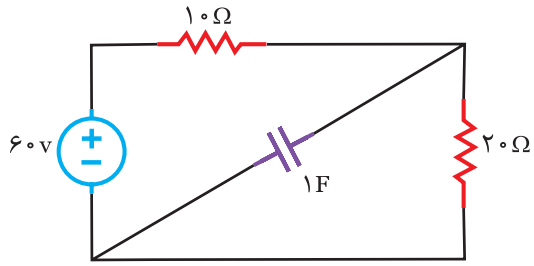
- انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.

$$W_C=\frac{۱}{۲}CV_C^{۲}$$

W_C=.....=۴/۹[j]

تمرین

۱- مدار شکل (۳۰۸-۱) در حالت پایدار است انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.



شکل (۳۰۸-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

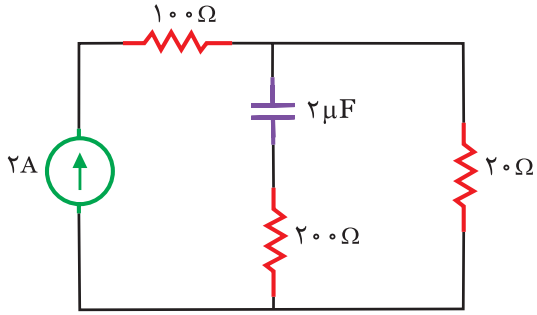
.....

.....

.....

.....

۲- مدار شکل (۳۰۹-۱) در حالت ماندگار است انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.



شکل (۳۰۹-۱)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

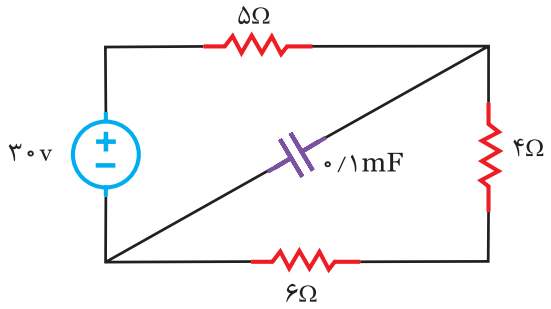
.....

آزمون

۱- در مدارهای جریان مستقیم در حالت پایدار سلف بصورت ..... و خازن بصورت ..... است.

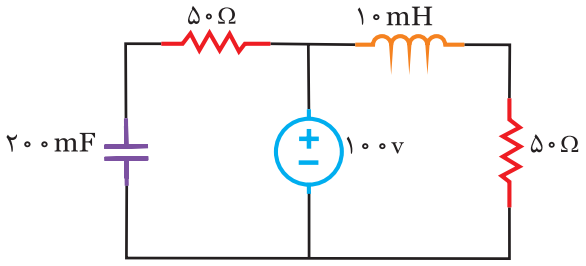
۲- رابطه انرژی خازن و سلف را در مدارهای جریان مستقیم در حالت ماندگار بنویسید.

۳- در حالت ماندگار انرژی ذخیره شده در خازن مدار شکل (۳۱۰-۱) را بدست آورید. (امتحان نهایی شهریور ۸۶)



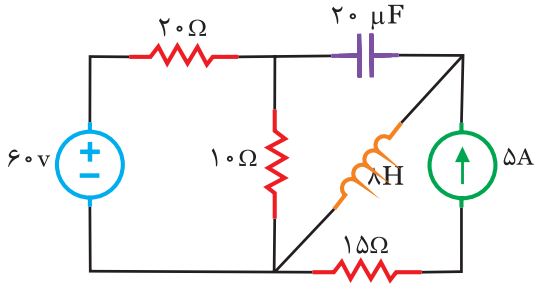
شکل (۳۱۰-۱)

۴- مدار شکل (۳۱۱-۱) در حالت پایدار می‌باشد انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.
(امتحان نهایی دیماه ۸۸)



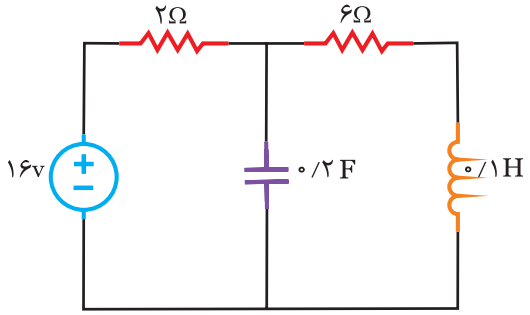
شکل (۳۱۱-۱)

۵- انرژی ذخیره شده در سلف مدار شکل (۳۱۲-۱) را در حالت ماندگار بدست آورید.
(امتحان نهایی خرداد ۸۷)



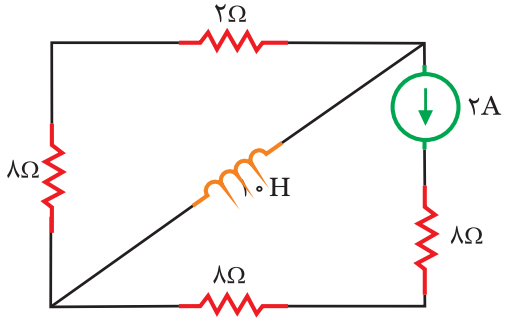
شکل (۳۱۲-۱)

۶- انرژی ذخیره شده در خازن مدار شکل (۳۱۳-۱) در حالت ماندگار را بدست آورید.



شکل (۳۱۳-۱)

۷- پس از سپری شدن ۵ ثابت زمانی انرژی ذخیره شده در سلف مدار شکل (۳۱۴-۱) را بدست آورید.
(امتحان نهایی دیماه ۸۳)

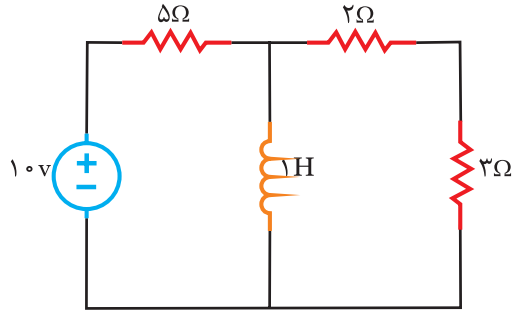


شکل (۳۱۴-۱)

۸- مدار شکل (۳۱۵-۱) در حالت پایدار است انرژی ذخیره شده در سلف چند ژول است؟

الف) ۱ ب) ۲

ج) ۴ د) ۸

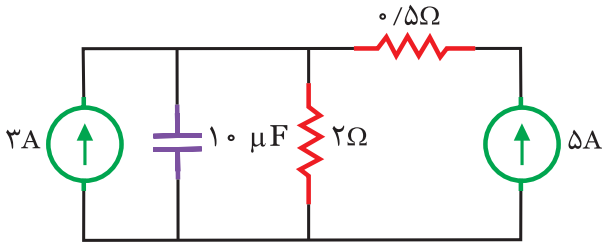


شکل (۳۱۵-۱)

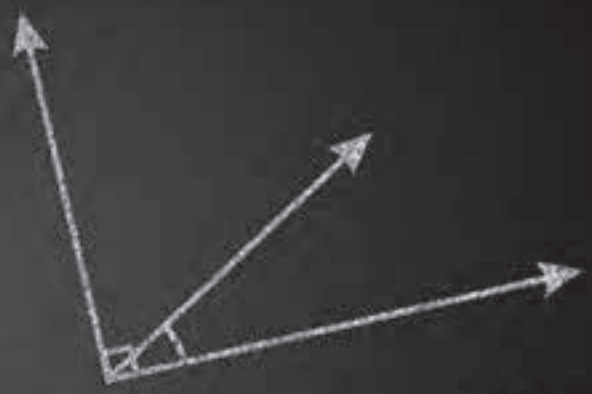
۹- مدار شکل (۳۱۶-۱) در حالت پایدار است انرژی ذخیره شده در خازن چند میکرو ژول است؟

الف) ۱۲۸۰ ب) ۳۲۰

ج) ۷۲۰ د) ۹۸۰



شکل (۳۱۶-۱)



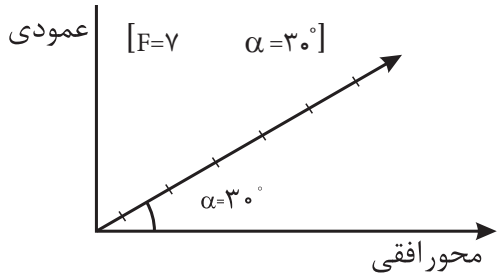
فصل دوم

بردار

خلاصه درس

بردار

۱-۲- بردار پاره خطی است که دارای اندازه (طول) و جهت است. از بردار در مدارهای الکتریکی به عنوان وسیله‌ای جهت نمایش و محاسبه کمیت‌های الکتریکی مثل ولتاژ و جریان و ... استفاده می‌شود. شکل (۴-۲).



شکل (۱-۲)

۲-۲- عملیات ریاضی روی بردارها: به روی بردارها می‌توان عملیات ریاضی زیر را انجام داد:

الف) جمع یا برآیند بردارها ب) تفاضل بردارها

ج) ضرب بردارها

۳-۲- جمع بردارها: به دو روش هندسی و تحلیلی انجام می‌شود که خلاصه روابط آن‌ها چنین است:

۱) **روش هندسی:** این روش برای محاسبه جمع دو بردار به کار می‌رود:

$$R=F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\ \cos\alpha}$$

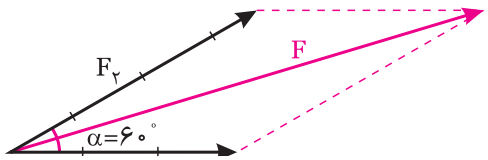
F_1: مقدار عددی بردار اول

F_2: مقدار عددی بردار دوم

α: زاویه بین دو بردار

مثال ۱

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه ۶۰ درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند، مطلوبست جمع یا برآیند آن‌ها به روش هندسی: شکل (۲-۲).



شکل (۲-۲)

حل

$\alpha = 60^\circ$ و $F_2=4$ ، $F_1=3$

$$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2.\cos\alpha}=\sqrt{3^2+4^2+(2\times3\times4\times\cos60^\circ)}$$

$$R=\sqrt{9+16+12}\Longrightarrow R=\sqrt{37}\Longrightarrow \boxed{R=6/08}$$

بیشتر بدانید

چنانچه دو بردار F_1 و F_2 معلوم باشد و برآیند آن‌ها (F) نیز معلوم باشد، برای تعیین زاویه بین دو بردار می‌توان از این رابطه استفاده کرد.

$$\cos\alpha=\frac{F^2-F_1^2-F_2^2}{2F_1F_2}$$

مثال ۲

دو بردار $F_1=6$ و $F_2=8$ نسبت به هم با چه زاویه‌ای قرار گیرند تا برآیند آن‌ها برابر ۱۲ شود؟

حل

براساس رابطه بالا:

$F_1=6$ $F_2=8$ $F=12$ $\alpha=?$

$$\cos\alpha=\frac{F^2-F_1^2-F_2^2}{2F_1F_2}=\frac{12^2-6^2-8^2}{2\times6\times8}$$

$$\cos\alpha=0/45\Longrightarrow \alpha=\cos^{-1}0/45 \quad \boxed{\alpha=63^\circ}$$

$\cos^{-1}0/45$: یعنی چه زاویه‌ای است که، کسینوس آن برابر ۰/۴۵ می‌شود.

بیشتر بدانید

بررسی چند حالت خاص:

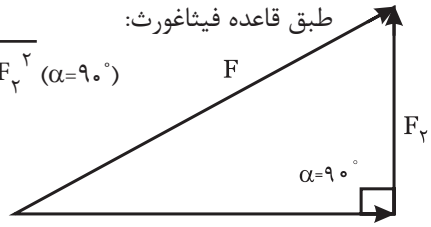
الف) اگر دو بردار F_1 و F_2 هم جهت و هم راستا باشد یعنی $\alpha=0$ باشد:

$$\underbrace{\vec{F_1}+\vec{F_2}}_{\text{جمع برداری}}=\underbrace{F_1+F_2}_{\text{جمع عددی}}\quad(\alpha=0)$$

ب) اگر دو بردار F_1 و F_2 بر هم عمود باشد:

طبق قاعده فیثاغورث:

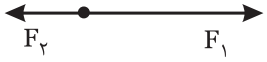
$$\vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2}\quad(\alpha=90^\circ)$$



شکل (۳-۲)

ج) اگر دو بردار F_1 و F_2 در خلاف جهت هم باشند:

$$\vec{F_1}+\vec{F_2}=F_1-F_2 \quad (\alpha=180^\circ)$$



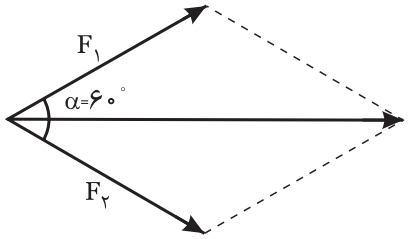
«بردار برآیند در جهت بردار بزرگتر است»

د) اگر دو بردار برابر باشند و نسبت به یکدیگر با زاویه ۶۰ درجه قرار گیرند، بردار برآیند نیمساز زاویه بین دو بردار می‌باشد: شکل (۴-۲).

$$\begin{matrix} F_1=F_2 \\ \alpha=60 \end{matrix} \Longrightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2.\cos 60^\circ}$$

$\cos 60^\circ = 0/5$

$\vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1$



شکل (۴-۲)

از طرف دیگر تفاضل این دو بردار برابر است با:

$\vec{F_1}-\vec{F_2}=F_1$

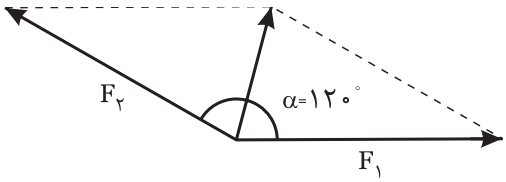
هـ) اگر دو بردار برابر باشند و با زاویه ۱۲۰ درجه نسبت به هم قرار گیرند شکل (۵-۲) طبق روابط قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{matrix} F_1=F_2 \\ \alpha=120^\circ \end{matrix} \Longrightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=F_1$$

جمع بردارها:

$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1$

تفاضل بردارها:



شکل (۵-۲)

مثال ۳

دو بردار مساوی با $F_1=F_2=20N$ هم زاویه ۶۰ درجه دارند، برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید:

حل

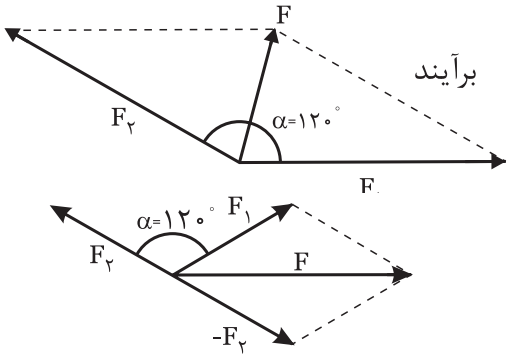
$F_1=F_2=20N$

$\vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1 \Longrightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=20\sqrt{3}$

$\vec{F_1}-\vec{F_2}=F_1 \Longrightarrow \vec{F_1}-\vec{F_2}=20$

مثال ۴

دو بـــــردار $F_1=F_2=30N$ با زاویـــه ۱۲۰ درجه نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید. شکل (۶-۲).



شکل (۶-۲)

حل

$$\begin{matrix} F_1=F_2 \\ \alpha=120^\circ \end{matrix} \Longrightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=F_1=30N$$

$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1=30\sqrt{3}$

مثال ۵

برآیند دو بردار عمود بر هم ۱۰ است، اگر یکی از بردارها مقدارش برابر ۶ باشد، بردار دیگر چه اندازه اش خواهد داشت؟

حل

$F=10$

$F_1=6\ ,\ F_2=?$

$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \Longrightarrow F_2=\sqrt{F^2-F_1^2}$

$F_2=\sqrt{10^2-6^2} \Longrightarrow F_2=8$

خلاصه درس

۴-۲- جمع بردارها به روش تحلیلی

این روش معمولا برای جمع بیشتر از ۲ بردار بکار می‌رود.

برای جمع بردارها به این روش:

الف) ابتدا بردارها را به مولفه‌های افقی تجزیه کرده و سپس جمع آنها (ΣF_x) را بدست می‌آوریم:

$$\Sigma F_x = \pm F_1 . \cos \alpha_1 \pm F_2 . \cos \alpha_2 \pm F_3 . \cos \alpha_3$$

ب) سپس مولفه‌های عمودی بردارها را نیز بدست آورده و آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

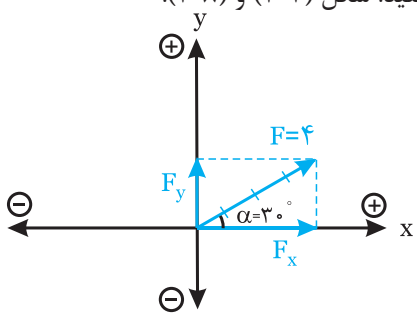
$$\Sigma F_y = \pm F_1 . \sin \alpha_1 \pm F_2 . \sin \alpha_2 \pm F_3 . \sin \alpha_3$$

ج) جمع بردار از این رابطه به دست می‌آید.

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

مثال ۶

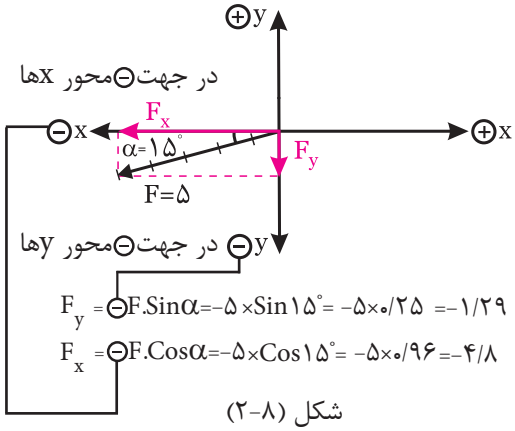
بردارهای شکل‌های زیر را به مولفه‌های افقی و عمودی تجزیه کنید. شکل (۷-۲) و (۸-۲).



شکل (۷-۲)

مولفه افقی: $F_x = F.\cos\alpha = ۴ \times \cos ۳۰^\circ = ۴ \times ۰/۸۶ = ۳/۴۴$

مولفه عمودی: $F_y = F.\sin\alpha = ۴ \times \sin ۳۰^\circ = ۴ \times ۰/۵ = ۲$



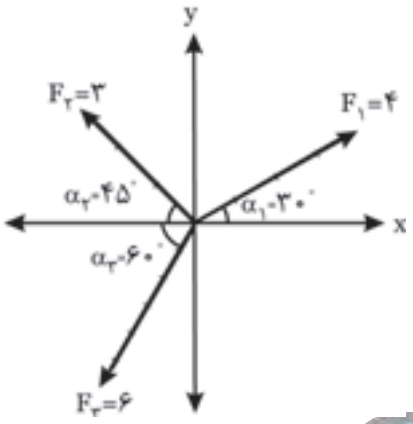
$F_y = \ominus F.\sin\alpha = -۵ \times \sin ۱۵^\circ = -۵ \times ۰/۲۵ = -۱/۲۹$

$F_x = \ominus F.\cos\alpha = -۵ \times \cos ۱۵^\circ = -۵ \times ۰/۹۶ = -۴/۸$

شکل (۸-۲)

مثال ۷

پس از تجزیه بردارهای شکل (۹-۲) به مولفه‌های افقی و عمودی، برآیند آن‌ها را از روشی تحلیلی محاسبه کنید:



شکل (۹-۲)

حل

با توجه به وضعیت قرارگرفتن بردارها می توان از الگوی شکل زیر برای علامتگذاری مولفه‌ها استفاده کرد:

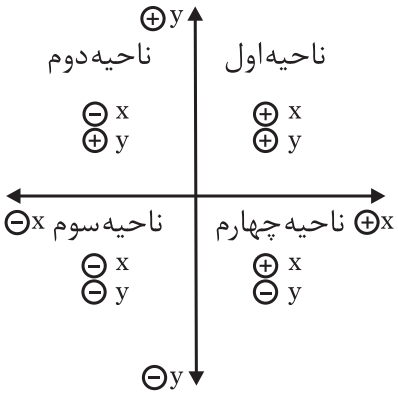
الف) تجزیه بردارها به مولفه‌های افقی و عمودی

F_1 در ناحیه اول است: بنابراین F_{1X} و F_{1Y} مثبت است:

$F_{1x} = ۴ \times \cos ۳۰^\circ = ۴ \times ۰/۸۶ = ۳/۴۶$

$F_{1y} = ۴ \times \sin ۳۰^\circ = ۴ \times ۰/۵ = ۲$

F_2 در ناحیه دوم است: بنابراین F_{2X} منفی و F_{2y} مثبت است:



شکل (۱۰-۲)

$F_{2x} = -۳ \times \cos ۴۵^\circ = -۳ \times ۰/۷۰۷ = -۲/۱۲$

$F_{2y} = +۳ \times \sin ۴۵^\circ = ۳ \times ۰/۷۰۷ = +۲/۱۲$

F_3 در ناحیه سوم است.

$F_{3x} = -۶ \times \cos ۶۰^\circ = -۶ \times ۰/۵ = -۳$

$F_{3y} = -۶ \times \sin ۶۰^\circ = -۶ \times ۰/۸۶ = -۵/۱۶$

ب) جمع مولفه‌های افقی و عمودی

$\Sigma Fx = +F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} = ۳/۴۶ - ۲/۱۲ - ۳ \Rightarrow \boxed{\Sigma Fx = -۱/۶۶}$

$\Sigma Fy = +F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} = ۲ + ۲/۱۲ - ۵/۱۶ \Rightarrow \boxed{\Sigma Fy = -۱/۰۴}$

منفی نشان دهنده آن است که مجموع مولفه‌ها در ناحیه منفی قرار می‌گیرند.

ج) برآیند بردارها

$F = \sqrt{(\Sigma Fx)^۲ + (\Sigma Fy)^۲}$

$F = \sqrt{(-۱/۶۶)^۲ + (-۱/۰۴)^۲} \Rightarrow F = \sqrt{۲/۷۵ + ۱/۰۸} = \sqrt{۳/۸۳}$

$\boxed{F = ۱/۹۵}$

هر عدد منفی اگر به توان ۲ برسد، مثبت می‌شود.

فعالیت ۱

روابط زیر را کامل کنید:

- رابطه جمع دو بردار از روش هندسی:

$R = \sqrt{(F_1)^۲ + (.....)^۲ + ...}$

- جمع مولفه‌های افقی:

$\Sigma F_x = \pm F_1 . Cos\ \alpha_1 \pm F_2 \times .....$

- جمع مولفه‌های عمودی:

$\Sigma F_y = \pm ..... \times Sin\ \alpha_1 \pm F_2 \times .....$

- جمع بردارها (روش تحلیلی)

$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^۲ + (.....)^۲}$

فعالیت ۲

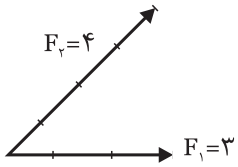
دو بردار $F_1 = ۳$ و $F_2 = ۴$ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به هم قرار دارند، مطلوبست:

الف) جمع بردارها ب) ترسیم بردارها

الف) $\vec{F_1} + \vec{F_2} = R = \sqrt{(F_1)^۲ + (F_2)^۲ + (۲F_1F_2 . Cos\alpha)}$

$R = \sqrt{(۳)^۲ + (.....)^۲ + ...} \Rightarrow \boxed{R = ...}$

ب) ترسیم بردارها: (بردار برآیند را از جمع دو بردار به روش متوازی الاضلاع بدست آورید)



شکل (۱۱-۲)

فعالیت ۳

دو بردار $F_1 = ۶$ و $F_2 = ۸$ باید با چه زاویه ای نسبت به هم قرارگیرند تا برآیند آن ها برابر ۱۰ شود؟

$\vec{F_1} = ۶ , \vec{F_2} = ۸ , F = ۱۰, \alpha = ?$

$Cos\ \alpha = \dfrac{F^۲ - F_1^{\ ۲} - F_2^{\ ۲}}{۲F_1F_2}$

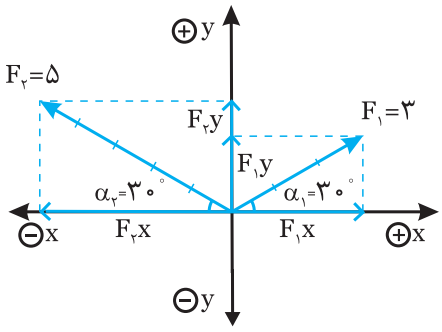
$Cos\ \alpha = \dfrac{(۱۰)^۲ - (.....)^۲ - (.....)^۲}{.....}$

$Cos\ \alpha = ۰ \Rightarrow \boxed{\alpha = ...}$

فعالیت ۴

جمع بردارهای شکل (۱۲-۲) را از روش تحلیلی بدست آورید:

ابتدا بردارها را تجزیه کنید:



شکل (۱۲-۲)

⊕ $F_{1x} = ۳ \times Cos۳۰^\circ = ۲/۶$

⊕ $F_{1y} = ... \times ..... \Rightarrow F_{1y} = ۱/۵$

$F_{2x} = -۵ \times Cos..... \Rightarrow \boxed{F_{2x} = -۴/۳۳}$

$F_{2y} = ... \times ..... \Rightarrow \boxed{F_{2y} = ۲/۵}$

$\Sigma Fx = F_{1x} - F_{2x} = ... \Rightarrow \boxed{\Sigma Fx = -۱/۷۳}$

$\Sigma Fy = F_{1y} + ... = ... \Rightarrow \boxed{\Sigma Fy = ...}$

$F = \sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲} \Rightarrow F = \sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲}$

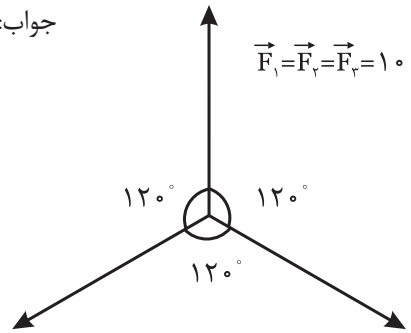
$\boxed{F = ...}$

«تمرین ها ارائه شده نمونه‌هایی از سوالات امتحانات نهایی است»

تمرین

۱- سه بردار مساوی مطابق شکل (۱۳-۲) با یکدیگر زاویه ۱۲۰ می‌سازند، برآیند این سه بردار را از روشی تحلیلی بدست آورید.

جواب: F=۰



شکل (۱۳-۲)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

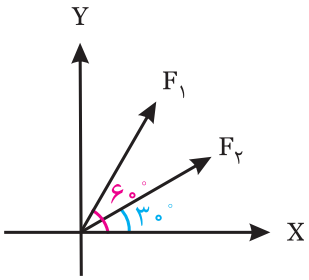
۲- در شکل (۱۴-۲) مطلوبست:

۱) برآیند دو نیروی F_1 و F_2

۲) چه نیرویی و با چه جهتی به برآیند این دو نیرو وارد شود تا برآیند کل صفر شود.

$F_1=10$

$F_2=10$



شکل (۱۴-۲)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

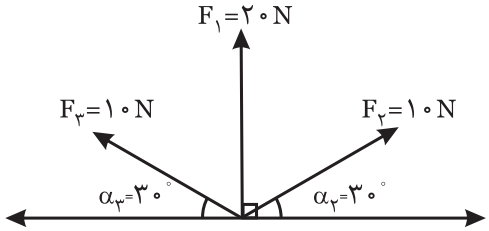
.....

.....

.....

۳- برآیند سه بردار F_1، F_2 و F_3 شکل (۱۵-۲) را بدست آورید.

جواب: $F=30\ N$



شکل (۱۵-۲)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

توجه: مطالب مربوط به سوالاتی که به جواب نرسیده است، مجددا مطالعه و سپس به تمرینات پاسخ دهید.

خلاصه درس

۵-۲- تفاضل بردارها

برای تفریق بردارها، به روش هندسی می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\vec{F}_1-\vec{F}_2=\sqrt{F_1^2+F_2^2\ominus 2F_1F_2.\cos\alpha}$$

مشاهده می‌شود که در این رابطه، تنها یک علامت منفی با جمع بردارها تفاوت دارد.

مثال ۸

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه ۶۰ درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند؛ مطلوبست:

الف) $F_1-F_2=?$

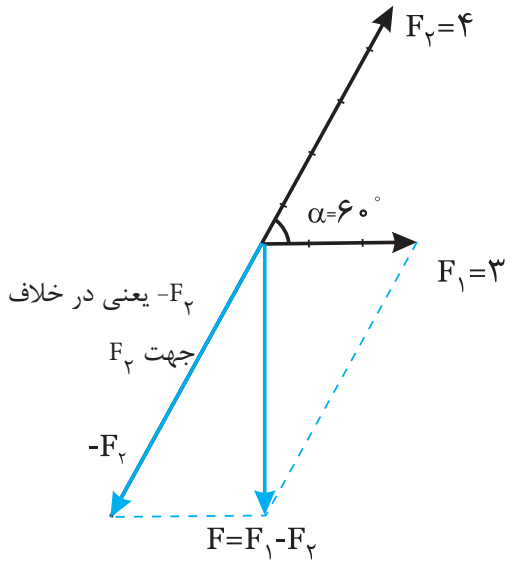
$$\vec{F}_1-\vec{F}_2=\sqrt{F_1^2+F_2^2-2F_1F_2.\cos\alpha}$$

$$\vec{F}_1-\vec{F}_2=\sqrt{3^2+4^2-(2\times3\times4\times\cos 60^\circ)}$$

$$\vec{F}_1-\vec{F}_2=\sqrt{9+16-(24\times0/5)}\Longrightarrow\boxed{\vec{F}_1-\vec{F}_2=\sqrt{13}=3/6}$$

ب) رسم بردارها:

چون $F_1-F_2=F_1+(-F_2)$ می‌باشد، لذا بردار F_2 را در خلاف آن امتداد داده و با بردار F_1 جمع می‌کنیم.



شکل (۱۶-۲)

مثال ۹

در چه حالتی جمع دو بردار با تفاضل آن دو بردار برابر است؟

پاسخ: در روابط مربوط به جمع و تفاضل بردارها، چنانچه زاویه برابر ۹۰° درجه باشد.

چون $Cos۹۰^\circ=۰$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

اگر $\alpha=۹۰^\circ$ $\quad F_۱+F_۲=F_۱-F_۲=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}$

خلاصه درس

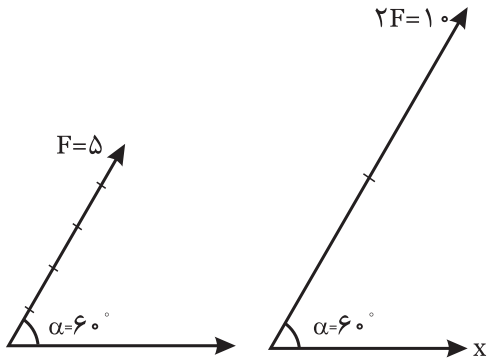
۶-۲- ضرب بردارها

الف) ضرب یک بردار در یک کمیت عددی :

اگر عددی مثبت مثل K را در یک بردار ضرب کنیم، حاصل ضرب آن برداری است که قدر مطلق آن K برابر می‌شود. چنانچه K عددی منفی باشد، جهت بردار ۱۸۰ درجه تغییر می‌کند.

مثال ۱۰

بردار F=۵ با محور X ها زاویه ۶۰ درجه می‌سازد، مقادیر ۲F و ۲F- را محاسبه کنید

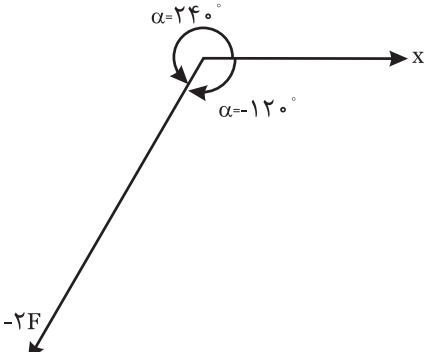


شکل (۲-۱۷)

راه حل)

$$\begin{cases} F=۵\ ,\ \alpha=۶۰^\circ \\ \vec{۲F}=۲\times۵=۱۰ \quad \alpha=۶۰^\circ \end{cases}$$

یا: $-\vec{۲F}=-۲\times۵=-۱۰ \Rightarrow \alpha=۶۰\pm۱۸۰=\begin{matrix}+۲۴۰^\circ\\-۱۲۰^\circ\end{matrix}$



شکل (۲-۱۸)

ب) ضرب نقطه‌ای:

حاصل این ضرب یک کمیت عددی یا اسکالر است و به همین خاطر ضرب اسکالر یا نقطه‌ای نیز نامیده می‌شود، و از این رابطه بدست می‌آید: $\vec{F_۱}.\vec{F_۲}=F_۱.F_۲.Cos\ \alpha$

مثال ۱۱

دو بردار $F_۱=۵$ و $F_۲=۱۰$ با زاویه ۴۵ نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، مطلوبست: $\vec{F_۱}.\vec{F_۲}=?$

$$\vec{F_۱}.\vec{F_۲}=F_۱.F_۲.Cos\ \alpha=۵\times۱۰\times Cos۴۵^\circ \Rightarrow \vec{F_۱}.\vec{F_۲}=۵۰\times۰/۷۰۷$$

$$\boxed{F_۱.F_۲=۳۸/۵}$$

فعالیت ۵

روابط زیر را کامل کنید:

رابطه تفاضل بردارها

$$\vec{F_۱}-\vec{F_۲}=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲-(.....)}$$

ضرب اسکالر(عددی)

$$\vec{F_۱}.\vec{F_۲}=.....\times.....\times.....$$

فعالیت ۶

دو بردار $F_۱=۳$ و $F_۲=۴$ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به هم قرار دارند. مطلوبست:

الف) تفاضل بردارها $\qquad$ ب) ضرب داخلی آن‌ها

الف) تفاضل: $\vec{F_۱}-\vec{F_۲}=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲-۲F_۱F_۲.Cos\alpha}$

$$\vec{F_۱}-\vec{F_۲}=\sqrt{(۳)^۲+(۴)^۲-(.....)} \Rightarrow \boxed{F_۱-\vec{F_۲}=.....}$$

ب) ضرب اسکالر(داخلی)

$\vec{F}_1 . \vec{F}_2 =$ .....×.....×.....

$\vec{F}_1 . \vec{F}_2 =$ ۳×.....×..... $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{F}_1 . \vec{F}_2 = ...}$

فعالیت ۷

دو بردار F_1=۶ و F_2=۸ با زاویه ۹۰ درجه نسبت به هم قرار دارند. مطلوبست:

الف) تفاضل بردارها

ب) ضرب داخلی آن‌ها

ج) رسم بردارها و تعیین تفاضل آن‌ها

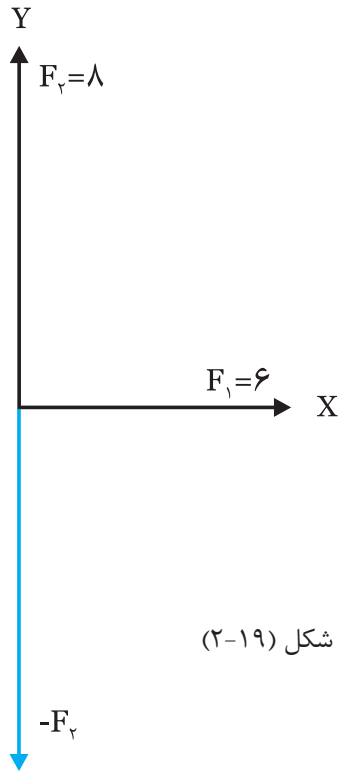
$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(.....)^2 + (.....)^2 - (.....)}$ $\alpha = ۹۰^\circ$

$\cos ۹۰^\circ = ۰$

$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(.....)^2 + (.....)^2} \Rightarrow \boxed{F_1 - F_2 = ...}$

$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_1 + -F_2$

$\vec{F}_1 . \vec{F}_2 =$



شکل (۱۹-۲)

جواب بدست آمده از طریق محاسبه را با نتیجه بدست آمده از طریق اندازه گیری بردار تفاضل مقایسه کنید.

تمرین

۱- دو بردار $F_1 = ۵\sqrt{۲}$ و F_2=۵ با هم زاویه ۴۵ درجه می‌سازند، مطلوبست: $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ و $\vec{F}_1 . \vec{F}_2$

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۲- دو بردار F_1=۶ و F_2=۶ اگر با زوایای زیر نسبت به هم قرار گیرند، تفاضل آن ها را محاسبه کنید:

الف) α=۳۰ ب) α=۶۰ ج) α=۱۲۰

حل

.....

.....

.....

.....

.....

تحقیق کنید

۱) با مراجعه به سایت‌های اینترنتی مطالبی را در خصوص بردار "Vector" و روش‌های جمع و تفریق و ضرب آن تهیه کنید.

۲) به صورت کار گروهی مقایسه‌ای بین کمیت‌های برداری و عددی انجام دهید.

معرفی سایت: www.Wikipedia.com
www.Roshd.ir

خلاصه درس

۲-۸- معادلات ولتاژ و جریان

در جریان متناوب سینوسی در اثر اعمال ولتاژ به مدار جریان از آن عبور می‌کند.

معادله ولتاژ از رابطه: $V_{(t)}=Vm.Sin(\omega t+\theta v)$ و معادله جریان از رابطه $i_{(t)}=Im.Sin(\omega t+\theta i)$ بدست می‌آید. در این روابط:

Vm و Im: مقادیر ماکزیمم یا پیک ولتاژ و جریان،

ω: سرعت زاویه‌ای (rad/s)

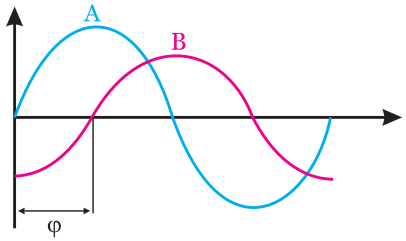
$V_{(t)}$ و $i_{(t)}$: مقادیر لحظه‌ای ولتاژ و جریان،

θv : زاویه بردار ولتاژ و θi : زاویه بردار جریان است.

۲-۹- اختلاف فاز:

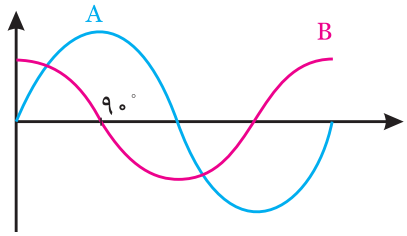
برای تعیین میزان اختلاف فاز بین دو شکل موج، ابتدا دو نقطه مشابه (صفر – ماکزیمم – مینیمم) از شکل موج‌ها را روی محور افقی با هم مقایسه می‌کنیم. در صورتی که موجی از موج دیگر زودتر شروع شده باشد، اصطلاح **پیش فاز** و در صورتی که عقب‌تر (دیرتر) شروع شده باشد. کلمه **پس فاز** و چنانچه دو شکل کاملا مشابه باشد، کلمه **هم فاز** را بکار می‌بریم.

الف) موج A نسبت به B ، φ درجه پیش فاز است.



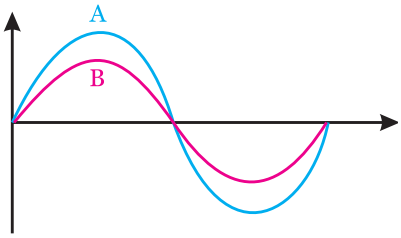
شکل (۲-۱۹ الف)

ب) موج A نسبت به B ، ۹۰ درجه پس فاز است.



شکل (۲-۱۹ ب)

ج) موج A و B هم فاز است.



شکل (۲-۲۲ ج)

زاویه اختلاف فاز از این رابطه به دست می‌آید.

$$\varphi=\theta_v-\theta_i$$

۲-۱۰- انواع حالت‌های مدار

با توجه به زاویه اختلاف فاز φ می‌توان کلید مدارات را در پنج حالت زیر طبقه بندی کرد:

۱) مدار اهمی خالص:

در این مدار ولتاژ و جریان هم فاز است یعنی $\theta_v=\theta_i$

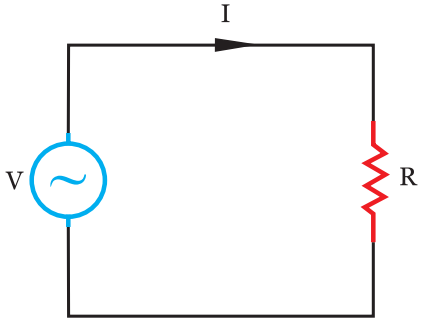
معادله ولتاژ $V_{(t)}=Vm.Sin(\omega t+\theta_v)$

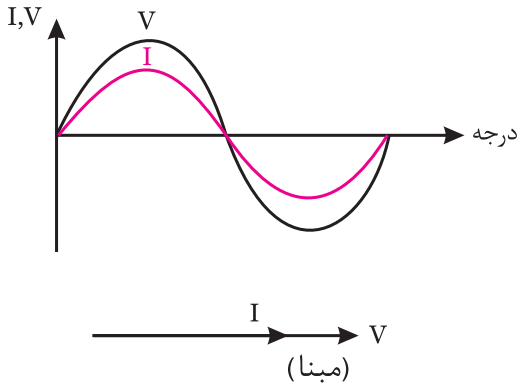
معادله جریان $i_{(t)}=Im.Sin(\omega t+\theta_i)$

یعنی زاویه اختلاف فاز برابر صفر است:

$\theta v=\theta i$

$\varphi=\theta v-\theta i=0$

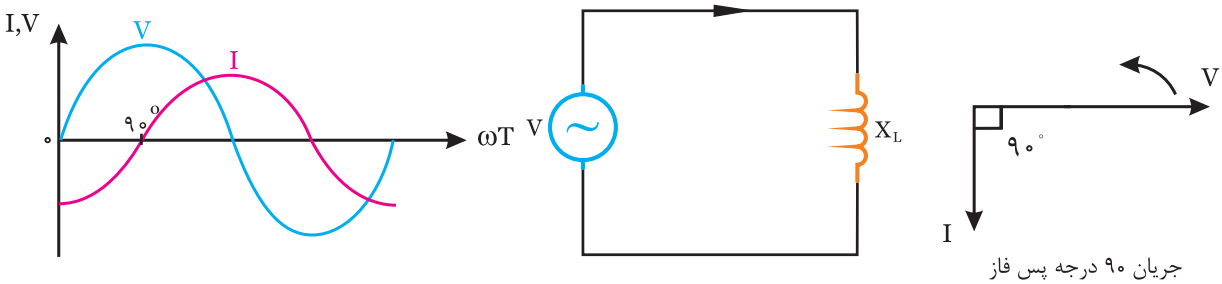




شکل (۲-۲۰)

۲) مدار سلفی خالص

جریان نسبت به ولتاژ ۹۰ درجه پس فاز است.شکل (۲۱-۲)



جریان ۹۰ درجه پس فاز

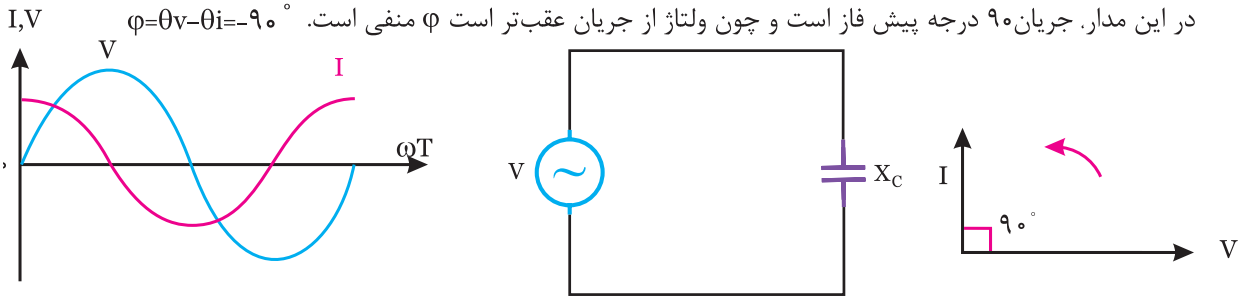
شکل (۲۱-۲)

$$\begin{cases} V_{(t)} = Vm \ .Sin\ \omega t \\ i_{(t)} = Im.Sin\ (\omega t - ۹۰^\circ) \end{cases}$$

چون ولتاژ ۹۰ درجه از جریان جلوتر است، علامت φ مثبت است. $\varphi = \theta v - \theta i = +۹۰^\circ$

۳) مدار خازنی خالص

در این مدار. جریان۹۰ درجه پیش فاز است و چون ولتاژ از جریان عقب‌تر است φ منفی است. $\varphi = \theta v - \theta i = -۹۰^\circ$

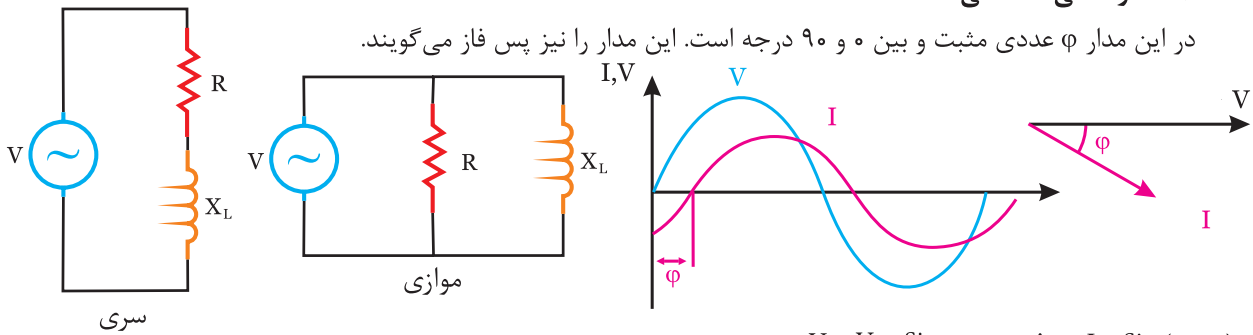


شکل (۲۲-۲)

$$\begin{cases} V_{(t)} = Vm \ .Sin\ \omega t \\ i_{(t)} = Im.Sin\ (\omega t + ۹۰^\circ) \end{cases}$$

۴-مدار اهمی - سلفی

در این مدار φ عددی مثبت و بین ۰ و ۹۰ درجه است. این مدار را نیز پس فاز می‌گویند.

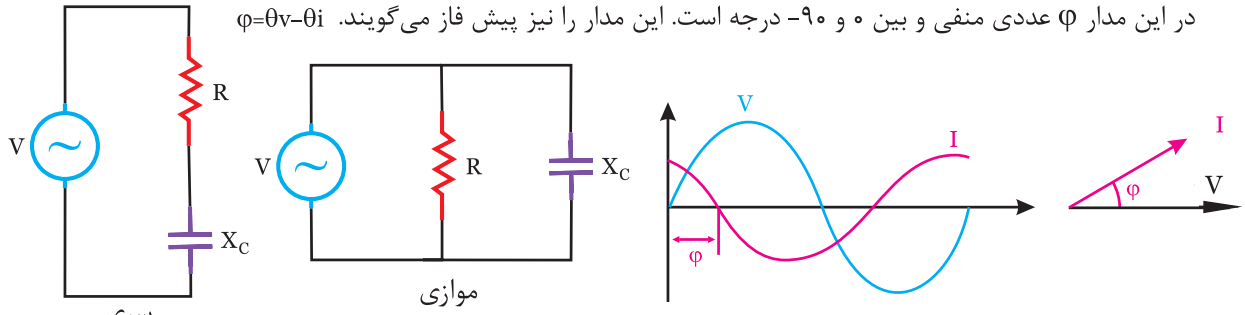


$V_{(t)} = Vm.Sin\ \omega t$ $\quad i_{(t)} = Im.Sin\ (\omega t - \varphi)$

شکل (۲۳-۲)

۵) مدار اهمی - خازنی

در این مدار φ عددی منفی و بین ۰ و ۹۰- درجه است. این مدار را نیز پیش فاز می‌گویند. $\varphi = \theta v - \theta i$



$V_{(t)} = Vm.Sin\ \omega t$ $\quad i_{(t)} = Im.Sin\ (\omega t + \varphi)$

شکل (۲۴-۲)

مثال ۱۲

در یک مدار الکتریکی ،

معادله ولتاژ

$$V_{(t)}=100\sqrt{2}\,\sin(1000t+60^\circ)$$

و معادله جریان

$$i_{(t)}=20\sqrt{2}\,\sin(1000t+90^\circ)$$

است. مطلوبست:

الف) مقادیر ماکزیمم ولتاژ و جریان

ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان

ج) تعیین θv و θi و φ و حالت مدار.

حل

با توجه به معادلات ولتاژ و جریان:

$$V_{(t)}=Vm\,.\,\sin(\omega t+\theta v)$$

$$V_{(t)}=100\sqrt{2}\,\sin(1000t+60^\circ)$$

$$Vm=1000\sqrt{2}\ (V)$$

$$\omega=1000\ Rad/S$$

$$\theta v=60^\circ$$

با توجه معادله جریان نیز می‌توان نوشت:

$$i_{(t)}=Im\,.\,\sin(1000t+\theta)$$

$$i_{(t)}=20\sqrt{2}\,\sin(1000t+90^\circ)$$

$$Im=20\sqrt{2}$$

$$\omega=100\ Rad/S$$

$$\theta i=90^\circ$$

ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان:

مقدارموثر ولتاژ:

$$Ve=\frac{Vm}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\Rightarrow \boxed{Ve=100\,V}$$

مقدارموثرجریان:

$$Ie=\frac{Im}{\sqrt{2}}=\frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\Rightarrow \boxed{Ie=20\,A}$$

ج) زاویه اختلاف فاز و حالت مدار:

$$\varphi=\theta_v-\theta_i\Rightarrow \varphi=60-90\Rightarrow \boxed{\varphi=-30^\circ}$$

چون φ منفی است، مدار اهمی ـ خازنی (پیش فاز) است.
یعنی جریان به اندازه ۳۰ درجه نسبت به ولتاژ جلوتر است.

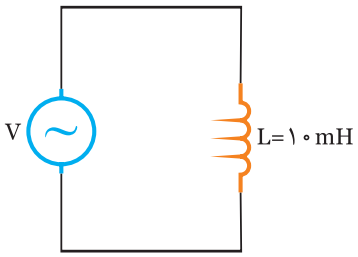
مثال ۱۳

در مدار الکتریکی شکل (۲-۲۵) اگر معادله ولتاژ $V_{(t)}=100\sqrt{2}\,\sin(1000t)$ باشد، مطلوبست:

الف) معادله جریان

ب) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



شکل (۲-۲۵)

از معادله ولتاژ داریم:

$$Vm=100\sqrt{2}\ (V)$$

$$\omega=1000\ Rad/S$$

$$\theta v=0^\circ$$

حل

ابتدا مقاومت القایی X_L را محاسبه می‌کنیم:

$$X_L=\omega L\Rightarrow X_L=1000\times10\times10^{-3}\Rightarrow \boxed{X_L=10\ \Omega}$$

برای محاسبه Im قانون اهم را بکار می‌بریم:

$$Im=\frac{Vm}{X_L}=\frac{100\sqrt{2}}{10}\Rightarrow \boxed{Im=10\sqrt{2}\ A}$$

در این مدار چون سلفی خالص است:

$$\varphi=+90^\circ$$

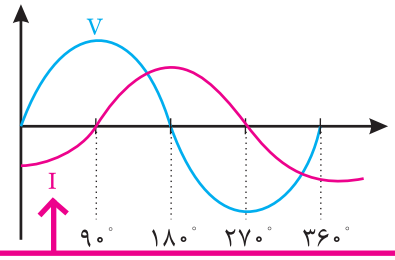
$$\varphi=\theta_v-\theta_i\Rightarrow \theta_i=\theta_v-\varphi\Rightarrow \theta_i=0-90\Rightarrow \boxed{\theta_i=-90}$$

جریان ۹۰ درجه پس فاز است.

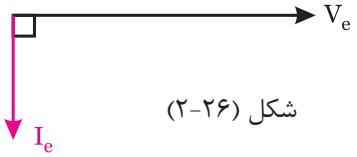
$i(t)= Im.Sin(\omega t+\theta i)$

$i(t)= ۱۰\sqrt{۲}\ .Sin(۱۰۰۰t-۹۰)$

ب) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان: چون زاویه بردار ولتاژ $\theta v=۰$ است، آن را مبنا در نظر می‌گیریم: شکل (۲-۲۶).



جریان ۹۰درجه پس فاز است یعنی از نیم سیکل ⊖ شروع می شود.

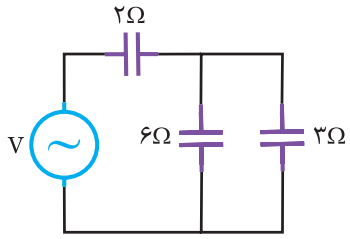


شکل (۲-۲۶)

مثال ۱۴

در مدار الکتریکی شکل (۲-۲۷)، اگر معادله جریان $i(t)=۱۰\sqrt{۲}\ .Sin(۱۰۰۰t)$ باشد، مطلوبست:

الف) ظرفیت خازن معادل ب) معادله ولتاژ



شکل (۲-۲۷)

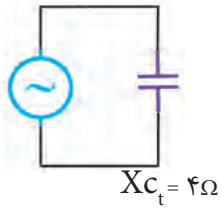
حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: خازن های ۳ و ۶ با هم موازی شده و با خازن ۲ سری می‌شود.

الف) $X_{C_T}=\underbrace{\frac{۶\times۳}{۶+۳}}_{\text{موازی}}+\underbrace{۲}_{\text{سری}} \Rightarrow \boxed{X_{C_T}=۴\ \Omega}$

$X_{C_T}=\frac{۱}{\omega C} \Rightarrow C_T=\frac{۱}{\omega X_C} \Rightarrow$

$C=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۴} \Rightarrow C_T=۲/۵\times۱۰^{-۴}F$



شکل (۲-۲۸)

ب) با توجه به رابطه قانون اهم:

$Vm= X_{C_T}\times Im \Rightarrow Vm=۴\times۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow Vm=۴۰\sqrt{۲}$

چون مدار خازنی خالص است: $\varphi=-۹۰^\circ$

$\varphi=\theta v-\theta i \Rightarrow \theta v=\varphi+\theta i \Rightarrow \theta v=-۹۰+۰ \Rightarrow \theta v=-۹۰^\circ$

با معلوم بودن Vm و θi معادله ولتاژ را می‌توان نوشت:

$V(t)= Vm\ .Sin(\omega t+\theta v)$

$V(t)=۴۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$

فعالیت ۸

در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ

$V(t)=۲۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۶۰^\circ)$

است، چنانچه جریان دارای مقدار موثر ۱۰ آمپر باشد و نسبت به ولتاژ ۳۰ درجه تقدم فاز (پیش فاز) باشد، معادله جریان را بنویسید.

حل

با توجه به معادله ولتاژ:

$Vm=۲۰۰\sqrt{۲}$

$\omega=$ .....

$\theta v=$ .....

چون Ie=۱۰A بنابراین مقدار ماکزیمم جریان

Im = ...

چون جریان ۳۰ درجه پیش فاز است یعنی φ=-۳۰

$\varphi=-۳۰^\circ$

$\varphi=\theta v-\theta i \Rightarrow \theta i=\theta v-$ .....

θi = ...

بنابراین با معلوم بودن Im و θi معادله جریان:

i(t) = Im . Sin (ωt + ...)

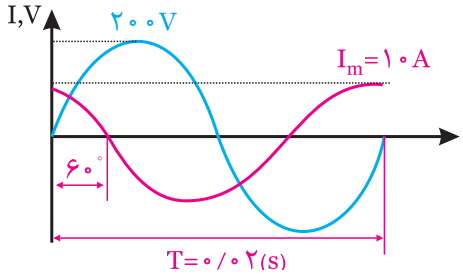
i(t) = ... Sin (.....t.....)

فعالیت ۹

منحنی‌های ولتاژ و جریان یک موج سینوسی، مطابق شکل (۲-۲۹) است. مطلوبست: معادلات ولتاژ و جریان

با توجه به منحنی ولتاژ: Vm =.....[V]

با توجه به منحنی جریان: Im =.....[A]



شکل (۲-۲۹)

زاویه اختلاف فاز: φ = ...

زمان تناوب T= ۰/۰۲ ثانیه است. بنابراین فرکانس:

$$F = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۰/۰۲} = ۵۰Hz$$

$$\omega = ۲ \times \_\_\_\_ \Rightarrow \omega = \_\_\_\_ \frac{rad}{s}$$

ولتاژ مبنا Vm = ... Sin (.....)

Im = ... Sin (.....)

تحقیق کنید

۱) با کمک شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مطالبی را در خصوص لغات زیر تهیه کنید.

- اختلاف فاز Phase difference
- بردار فاز Phasor
- تقدم فاز Phase leading
- جریان متناوب Altemating current

۲) در آزمایشگاه، انواع مدارات اهمی ـ سلفی و خازنی را بسته و به کمک اسیلوسکوپ زاویه اختلاف فاز را در آن‌ها اندازه‌گیری کنید.

«به جای اسیلوسکوپ می‌توان از کارت اسیلوسکوپ نیز که بر روی کامپیوتر نصب می‌شود، استفاده کرد.»

۳) با کمک نرم‌افزار مولتی سیم، به صورت مجازی انواع مدارات اهمی ـ سلفی و خازنی را بسته و مقادیر ولتاژ، جریان، زاویه اختلاف فاز را در آن‌ها اندازه‌گیری کنید.

تمرین

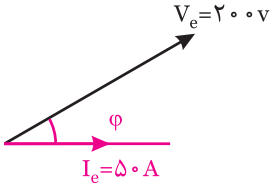
۱) در یک مدار الکتریکی، بردارهای ولتاژ و جریان مطابق شکل (۲-۳۵) است. مطلوبست:

الف) معادله ولتاژ

ب) معادله جریان

(جریان مبنا است)

ج) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان



شکل (۲-۳۰)

حل

.....

.....

.....

.....

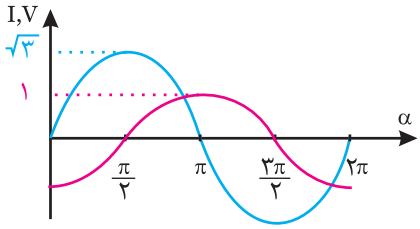
.....

.....

.....

.....

۲) منحنی تغییرات دو موج سینوسی مطابق شکل (۲-۳۱) است، اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج چقدر است؟



شکل (۲-۳۱)

حل

.....

.....

.....

۳) در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ

$$V(t) = ۵۰\sqrt{۲}\ \mathrm{Sin}(۵۰۰t + ۶۰^\circ)$$

است، چنانچه مقدار موثر جریان ۴ آمپر باشد و ولتاژ نسبت به جریان ۴۵ درجه پیش فاز باشد، معادله جریان را بنویسید.

حل

خلاصه درس

۱۱-۲- انواع توان‌ها

در مدارهای جریان متناوب، انواع توان‌های الکتریکی عبارتند:

۱- توان ظاهری: طبق تعریف به حاصل ضرب ولتاژ و جریان موثر توان ظاهری گفته می‌شود و آن را با S یا Ps نمایش می‌دهند:

$$Ps = Ve \times Ie = \frac{Vm}{\sqrt{۲}} \times \frac{Im}{\sqrt{۲}} \Rightarrow Ps = \frac{Vm\,.\,Im}{۲}$$

واحد این توان ولت ـ آمپر V-A است.

۲- توان حقیقی ـ مفید ـ اکتیو

توانی است که از طرف بار الکتریکی مورد استفاده قرار گرفته و کار موثر انجام می‌دهد. این توان مربوط به مصرف کننده‌های اهمی است و از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$Pe = Ve \times Ie \times \mathrm{Cos}\varphi \Rightarrow Pe = Ps\,.\,\mathrm{Cos}\varphi$$

$\mathrm{Cos}\varphi$: ضریب قدرت اکتیو است.

$$Pe = R\,.\,Ie^{۲}$$

$$Pe = \frac{Ve^{۲}}{R}$$

واحد توان حقیقی بر حسب (وات W) است و همیشه مقدار آن مثبت است.

۳- توان راکتیو ـ غیرحقیقی ـ غیرموثر:

مقدار توانی که در مقاومت‌های سلفی و خازنی ظاهر می‌شود ولی نمی‌تواند به کار مفید تبدیل گردد را توان راکتیو می‌نامند. این توان به صورت تناوبی بین مصرف کننده و شبکه رفت و برگشت می‌کند.

این توان از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{P_d = \oplus\!\ominus Ve \times Ie \times Sin\varphi \Rightarrow P_d = \oplus\!\ominus P_s\,.\,Sin\varphi}$$

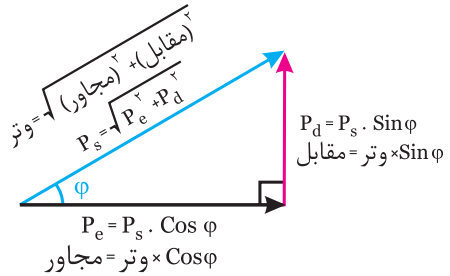
چون در مدارات سلفی (پس فاز) φ عددی مثبت است، بنابراین در این مدارات ⊕Pd و در مدارات خازنی⊖Pd است.

۱۲-۲- مثلث توان:

رابطه بین توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری را با مثلث توان نمایش می‌دهند. در این مثلث Pe (ضلع مجاور) توان اکتیو، توان راکتیو Pd (ضلع مقابل) و توان ظاهری Ps (وتر) می‌باشد که در دو حالت سلفی و خازنی ترسیم شده است.

«مدارسلفی» φ مثبت است.

Cos φ: ضریب قدرت اکتیو Sin φ: ضریب قدرت راکتیو

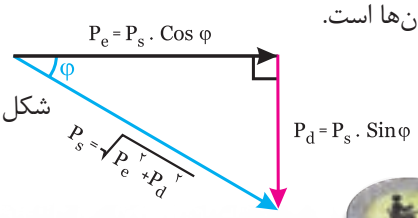


مدار خازنی (پیش فاز)

شکل (۲-۳۲)

φ و Pd منفی است.

مشاهده می‌شود که Pe و Pd بر هم عمود می‌باشد و Ps برآیند آن‌ها است.

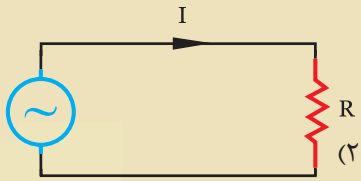


شکل (۲-۳۳)

به خاطر داشته باشید

بررسی چند حالت خاص:

۱) اگر مدار اهمی خالص باشد.

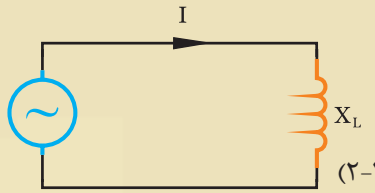


شکل (۲-۳۴)

می توان نوشت:

$$\begin{cases} \varphi = \theta v - \theta i = 0 \\ Cos\varphi = Cos0 = 1 \Rightarrow Pe = Ps \\ Sin\varphi = Cos0 = 0 \quad Pd = 0 \end{cases}$$

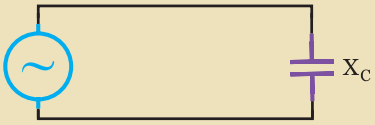
۲) اگر مدار سلفی خالص باشد:



شکل (۲-۳۵)

$$\begin{cases} \varphi = \theta v - \theta i = +90^\circ \\ Cos90^\circ = 0 \Rightarrow Pe = 0 \\ Sin90^\circ = 1 \Rightarrow Pd = +Ps \end{cases}$$

۳) اگر مدار خازنی خالص باشد:



$$\begin{cases} \varphi = \theta v - \theta i = -90^\circ \\ Cos-90^\circ = 0 \Rightarrow Pe = 0 \\ Sin-90^\circ = -1 \Rightarrow Pd = -Ps \end{cases}$$

مثال ۱۵

در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ

$V_{(t)} = 100\sqrt{2}\ Sin(1000t + 60^\circ)$

و معادله جریان $i_{(t)} = 20\sqrt{2}\ Sin(1000t + 30^\circ)$

است. مطلوبست:

الف) محاسبه انواع توان‌ها ب)رسم مثلث توان

حل

از معادلات ولتاژ و جریان داریم:

$Vm = 100\sqrt{2} \quad \theta v = 60^\circ$

$Im = 20\sqrt{2} \quad \theta i = 30^\circ$

$$Ve = \frac{Vm}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ve = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ve = 100v$$

$$Ie = \frac{Im}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ie = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ie = 20A$$

مدار سلفی و پس فاز است:

$\varphi = \theta v - \theta i \Rightarrow \varphi = 60 - 30 \Rightarrow \varphi = 30^\circ$

توان ظاهری:

$Ps = Ve \times Ie = 100 \times 20 \Rightarrow \boxed{Ps = 2000V.A}$

توان اکتیو:

$Pe = Ps \times Cos\varphi \Rightarrow Pe = 2000 \times Cos30^\circ$

$Pe = 2000 \times 0/86 \Rightarrow \boxed{Pe = 1730\ W}$

توان راکتیو:

$Pd = Ps \times Sin\varphi \Rightarrow Pd = 2000 \times Sin30^\circ$

$Pd = 2000 \times 0/5 \Rightarrow \boxed{Pd = 1000V.AR}$

رسم مثلث توان:

با توجه به سلفی بودن (پس فاز) مدار Pd مقداری مثبت دارد، بنابراین آن را در جهت بالا رسم می‌کنیم.

شکل (۴۱-۲)

مثال ۱۶

در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۱ کیلو ولت آمپر و جریان ۶۰ درجه پیش فاز است. اگر جریان مدار ۲۰ آمپر باشد.

الف) ولتاژ موثر چند ولت است؟

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو چقدر است؟

ج) مثلث توان را رسم کنید.

حل

$Ps = ۱۰۰۰V.A$

پیش فاز $\varphi = -۶۰^\circ$ $Ie = ۲۰A$

الف) با معلوم بودن Ps و Ie می‌توان Ve را محاسبه کرد:

$$Ps = Ve \times Ie \Rightarrow Ve = \frac{Ps}{Ie} \Rightarrow Ve = \frac{۱۰۰۰}{۲۰}$$

$$\Rightarrow \boxed{Ve = ۵۰v}$$

ب)توان‌های اکتیو و راکتیو:

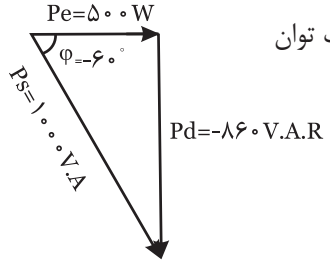
$$Pe = Ps \times Cos\varphi \Rightarrow Pe = ۱۰۰۰ \times Cos(۶۰^\circ)$$

$$\Rightarrow Pe = ۱۰۰۰ \times ۰/۵ \quad \boxed{Pe = ۵۰۰W}$$

$$Pd = Ps \times Sin\varphi \Rightarrow Pd = ۱۰۰۰ \times Sin(-۶۰^\circ)$$

$$\Rightarrow Pd = ۱۰۰۰ \times ۰/۸۶ \quad \boxed{Pd = -۸۶۰V.A.R}$$

ج) مثلث توان

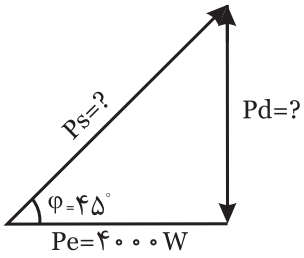


شکل (۳۸-۲)

با توجه به خازنی بودن مدار، مقدار Pd را منفی در نظر می‌گیریم.

مثال ۱۷

با توجه به مثلث توان شکل (۳۹-۲)، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



شکل (۴۳-۲)

$$Pe = Ps \times Cos\varphi \Rightarrow Ps = \frac{Pe}{Cos\varphi}$$

$$Ps = \frac{۴۰۰۰}{Cos۴۵^\circ} \Rightarrow Ps = \frac{۴۰۰۰}{۰/۷۰۷} \Rightarrow Ps = ۴۰۰۰\sqrt{۲}\ V.A$$

$$Ps = \sqrt{Pe^۲ + Pd^۲} \Rightarrow Pd = \sqrt{Ps^۲ - Pe^۲}$$

$$Pd = \sqrt{(۴۰۰۰\sqrt{۲})^۲ - (۴۰۰۰)^۲} \Rightarrow \boxed{Pd = ۴۰۰۰V.A.R}$$

روش دیگر: برای محاسبه Pd می‌توان نوشت:

$$Sin\varphi = \sqrt{۱ - Cos\varphi^۲} = \sqrt{۱ - ۰/۷۰۷^۲} = ۰/۷۰۷$$

$$Pd = Ps \times Sin\varphi = ۴۰۰۰\sqrt{۲} \times ۰/۷۰۷ \Rightarrow \boxed{Pd = ۴۰۰۰\ V.A.R}$$

فعالیت ۱۰

۱) در یک مدار الکتریکی، ولتاژ موثر مدار ۲۰۰ ولت و جریان موثر مدار ۱۰ آمپر است. اگر جریان ۳۰ درجه پیش فاز باشد، مطلوبست: الف) Ps ب) Pe ج) Pd

Ps=Ve ×Ie ⇒ Ps=.....×..... ⇒ Ps= VA

Pe=.....× .....⇒Pe=..... ×..... ⇒ Pe=۱۷۳۲W

Pd=.....×.....⇒ Pd=..... ×.....

⇒ Pd=-۱۰۰۰V.A.R

فعالیت ۱۱

در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V_{(t)}=۱۰۰Sin\ (۱۰۰۰t+۶۰)$ است. اگر توان ظاهری مدار Ps=۲۰۰۰VA باشد و جریان مدار ۳۰ درجه پیش فاز باشد، مطلوبست:

الف) معادله جریان مدار

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

حل

از معادله ولتاژ داریم :

Vm= ۱۰۰V ω= ۱۰۰۰ θv= ۶۰

$Ps=\frac{Vm.Jm}{۲} \Rightarrow Im=\frac{۲\times Ps}{.....}$ $\boxed{Im=۴۰A}$

φ=-۳۰ پیش فاز ⇒ θi=.....- φ ⇒ $\boxed{\theta i=.....}$

i(t)= .....×Sin (۱۰۰۰t +.....)

Pe=.....×..... ⇒ Pe=۲۰۰۰.....×..... ⇒ $\boxed{Pe=۱۷۳۲w}$

Pd=.....×..... ⇒ Pd=.....×.....

⇒ $\boxed{Pd=-۱۰۰۰V.A.R}$

فعالیت ۱۲

با معلوم بودن مقادیر Pe،Pd و Ps مثلث توان‌ها را رسم کنید:

Pe= ۱۰۰۰w

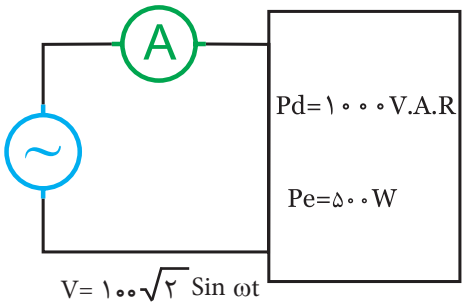
Pd= -۱۷۳۰V.A.R

Ps=?

Pe= ۱۰۰۰w →

فعالیت ۱۳

در شکل (۴۰-۲)، آمپرمتر چه جریانی را نشان می‌دهد؟



$V=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ \omega t$

شکل (۴۰-۲)

حل

راهنمایی: آمپرمتر جریان موثر را نشان می‌دهد بنابراین ابتدا با داشتن Pe و Pd مقدار Ps را بدست آورید. سپس Ie را از رابطه $Ie=\frac{Ps}{Ve}$ محاسبه کنید.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرین

۱- در یک مدار الکتریکی، توان اکتیو با توان راکتیو برابر است. اگر توان ظاهری مدار $Ps=1000\sqrt{2}$ V.A باشد.

الف) هر یک از توان‌ها را محاسبه کنید.

ب) ضریب قدرت مدار چقدر است؟

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۲- در یک مدار الکتریکی، معادله جریان مدار $I_{(t)}=5\sqrt{2}\,Sin(1000t+60^\circ)$ است. اگر توان ظاهری مدار $Ps=200$ V.A باشد و ضریب قدرت ۰/۵ پس فاز باشد.

مطلوبست:

الف)معادله ولتاژ ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

ج) رسم مثلث توان‌ها

حل

.....

.....

.....

.....

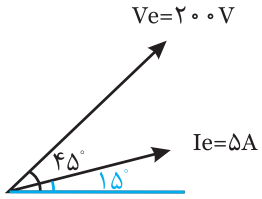
.....

.....

.....

۳- بردارهای ولتاژ و جریان در یک مدار، مطابق شکل (۴۱-۲) است. مطلوبست:

توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری



شکل (۴۱-۲)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقیق کنید

۱) در شبکه جهانی اینترنت، مطالبی را در خصوص لغات کلیدی زیر تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

ضریب توان Power factor

توان ظاهری Apparent power

توان راکتیو Reactive power

خلاصه درس

محاسبه توان ظاهری Ps و ضریب قدرت Cos φ در یک شبکه:

چنانچه مداری شامل چند مصرف کننده باشد. محاسبه Ps و Cos φ طی مراحل زیر صورت می گیرد:

۱) با توجه به روابط موجود Pe ها را محاسبه کرده و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$\Sigma Ps = Pe_1 + Pe_2 + \ldots\ldots$ (Pe همیشه مثبت است)

۲) با توجه به روابط Pd ها را نیز محاسبه کرده و با توجه به حالت مدار یعنی سلفی Pd مثبت و خازنی Pd منفی، آن ها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم: $\Sigma Pd = \pm Pd_1 \pm Pd_2 \pm Pd_3$

۳) توان ظاهری کل و ضریب قدرت کل مدار از روابط زیر بدست می‌آید:

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps}$$

مثال ۱۸

در یک مدار الکتریکی، دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد، مطلوبست: Cos φ , Ps

۱) پس فاز $Pe_1 = 4KW$ $\cos\varphi_1 = 0/6$

۲) پیش فاز $Ps_2 = 3K\ V.A$ $\sin\varphi_2 = 0/8$

حل

با توجه به معلوم بودن Pe_1 و $\cos\varphi_1$ ابتدا Ps_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$Ps_1 = \frac{Pe_1}{\cos\varphi_1} = \frac{4}{0/6} \Rightarrow \boxed{Ps_1 = 6/66K\ V.A}$$

$$Pd_1 = \sqrt{Ps_1^2 - Pe_1^2} \Rightarrow Pd_1 = \sqrt{(6/66)^2 - 4^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{Pd_1 = 5/33KV.A.R}$$

با توجه به معلوم بودن Ps_2 و $\sin\varphi_2$ باید Pe_2 و Pd_2 را محاسبه کرد:

$$Pd_2 = Ps_2 \times \sin\varphi_2 \Rightarrow Pd_2 = 3 \times 0/8$$

$$\Rightarrow \boxed{Pd_2 = -2/4\ K\ V.A.R}$$

Pd ⊖ است، زیرا مدار حالت خازنی (پیش فاز) دارد.

$$\cos\varphi_2 = \sqrt{1 - \sin\varphi_2^2} \Rightarrow \cos\varphi_2 = \sqrt{1 - 0/8^2}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_2 = 0/6$$

$$Pe_2 = Ps_2 \times \cos\varphi_2 \Rightarrow Pe_2 = 3 \times 0/6$$

$$\Rightarrow Pe_2 = 1/8\ KW$$

با توجه به مقدار توان‌های اکتیو و راکتیو ΣPe و ΣPd را محاسبه می‌کنیم:

$$\Sigma Pe = Pe_1 + Pe_2 \Rightarrow \Sigma Pe = 4 + 1/8 \Rightarrow \Sigma Pe = 5/8\ KW$$

$$\Sigma Pd = +Pd_1 - Pd_2 \Rightarrow \Sigma Pd = 5/33 - 2/4$$

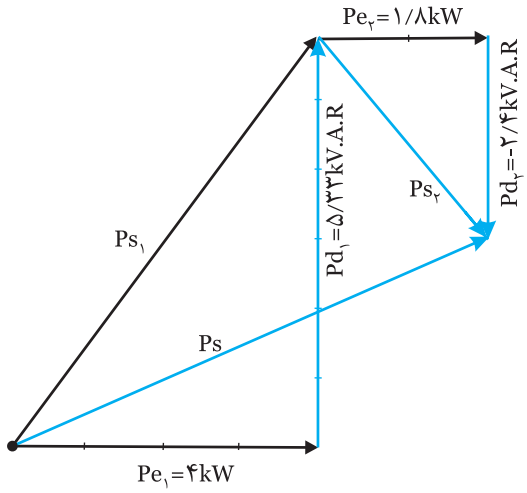
$$\boxed{\Sigma Pd = 2/93\ KVAR}$$

$$Ps = \sqrt{(5/8)^2 + (2/93)^2} \Rightarrow Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2}$$

$$\boxed{Ps = 6/5\ KVAR}$$

$$\cos\varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} = \frac{5/8}{6/5} \Rightarrow \cos\varphi = 0/89$$

رسم مثلث توان‌ها: با توجه به مقادیر بدست آمده و با مقیاس مناسب مثلث توان‌ها رسم می‌شود:



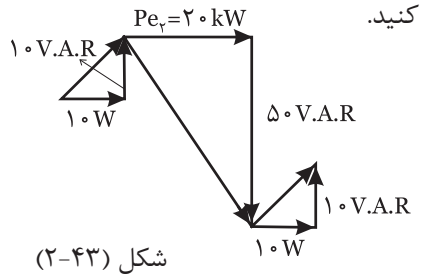
شکل (۲-۴۲)

$$\begin{cases} Pe_1 = 4\ KW \\ Pd_1 = 5/33\ KVAR \end{cases} \oplus \quad \text{سلفی}$$

$$\begin{cases} Pe_2 = 4\ KW \\ Pd_2 = -2/4\ KVAR \end{cases} \ominus \quad \text{خازنی}$$

مثال ۱۹

شبکه‌ای دارای سه مصرف کننده به صورت شکل (۴۳-۲) می‌باشد. توان ظاهری و ضریب قدرت کل شبکه را محاسبه کنید.



شکل (۴۳-۲)

حل

با توجه به مثلث‌های توان ابتدا ΣPe را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum Pe = Pe_1 + Pe_2 + Pe_3 = 10 + 20 + 10 = 40\ W$$

$$\sum Pd = +Pd_1 - Pd_2 + Pd_3 = 10 - 50 + 10 = -30\ VAR$$

شبکه در مجموع پیش فاز است زیرا Pd منفی است.

$$Ps = \sqrt{(\sum Pe)^2 + (\sum Pd)^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 V.A$$

$$Cos\varphi = \frac{\sum Pe}{Ps} = \frac{40}{50} = 0/8$$

فعالیت ۱۴

۱- در یک شبکه الکتریکی $\sum Pe = 600\ W$ و $Ps = 1000\ V.A$ است. مقدار ΣPd و ضریب قدرت شبکه را محاسبه کنید.

$$Ps = \sqrt{(\_\_)^2 + (\_\_)^2} \Rightarrow \sum Pd = \sqrt{(\_\_)^2 - (\_\_)^2}$$

$$\sum Pd = \sqrt{(1000)^2 - (\_\_)^2}$$

$$Cos\varphi = \frac{\_\_}{\_\_} \Rightarrow Cos\varphi = \frac{\_\_}{\_\_} \Rightarrow \boxed{Cos\varphi = \_\_}$$

۲- در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده وجود دارد. اگر $\sum Pe = 300$ و ضریب قدرت مدار ۰/۸ پس فاز باشد. مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) زاویه اختلاف فاز φ

ج) توان راکتیو کل

$$Ps = \frac{\sum Pe}{\_\_} \Rightarrow Ps = \frac{\_\_}{\_\_} \Rightarrow Ps = \_\_$$

$$Cos\varphi = 0/8 \Rightarrow \varphi = Cos^{-1}\ \_\_ \Rightarrow \varphi = \_\_$$

$$\sum Pd = \sqrt{(\_\_)^2 - (\_\_)^2}$$

$$\sum Pd = \sqrt{(\_\_)^2 - (\_\_)^2}$$

$$\boxed{Pd = \_\_}$$

۳- یک شبکه الکتریکی دارای مصرف کننده‌های شکل (۴۴-۲) می‌باشد. مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل شبکه

ب) رسم مثلث توان بارها

مصرف کننده دوم	مصرف کننده اول
$Pe_1 = 40\ W$	$Ps_1 = 200\ VA$
$Pd_1 = 40\ VAR$	$Cos\varphi_1 = 0/6$
پیش فاز	پس فاز

شکل (۴۴-۲)

$$Pe_1 = \_\_ \times Cos\varphi_1 \Rightarrow Pe_1 = 200 \times \_\_ \Rightarrow \boxed{Pe_1 = \_\_}$$

$$Sin\varphi_1 = \sqrt{1^2 - Cos\varphi_1^2} \Rightarrow Sin\varphi_1 = \sqrt{1 - (\_\_)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{Sin\varphi_1 = \_\_}$$

$$Pd_1 = Ps_1 \times Sin\varphi_1 \Rightarrow Pd_1 = \_\_ \times \_\_ \Rightarrow \boxed{Pd_1 = \_\_}$$

$$\sum Pe = \_\_ + \_\_ \Rightarrow \sum Pe = \_\_ + \_\_ \Rightarrow \boxed{\sum Pe = \_\_}$$

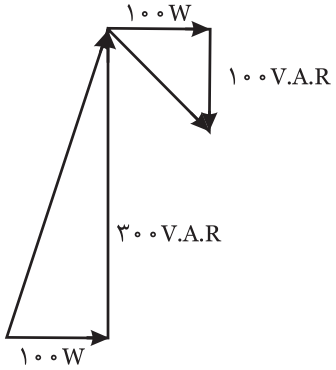
$$\sum Pd = Pd_1 - \_\_ \Rightarrow \sum Pd = \_\_ - \_\_ \Rightarrow \boxed{\sum Pd = \_\_}$$

$$Ps = \sqrt{(\sum P_e)^2 + (\_\_)^2} \Rightarrow Ps = \sqrt{(\_\_)^2 + (\_\_)^2}$$

$$\boxed{Ps = \_\_}$$

$$Cos\varphi = \frac{\_\_}{\_\_} \Rightarrow Cos\varphi = \frac{\_\_}{\_\_} \Rightarrow \boxed{Cos\varphi = \_\_}$$

۴- توان ظاهری مداری که مثلث توان‌های آن در شکل (۴۵-۲) آمده است، چند ولت ـ آمپر است؟



شکل (۴۵-۲)

$\sum Pe = Pe_1 + \_\_\_\_$ $\qquad$ $\sum Pe = \_\_\_\_ + \_\_\_\_$

$\sum Pd = Pd_1 - \_\_\_\_$ $\qquad$ $\sum Pd = \_\_\_\_ - \_\_\_\_$

$Ps = \sqrt{(\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_)^2}$ $\qquad$ $Ps = ۲۰۰\sqrt{۲}\ V.A$

تمرین

۱- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در مداری وجود دارد:

بار شماره ۱)

پس فاز $\quad Pe_1 = ۵۰۰w \quad , \quad Cos\ \varphi_1 = ۰/۸$

پیش فاز $\quad Pe_2 = ۱۰۰۰w \quad , \quad Ps_2 = ۲۰۰۰$

مطلوبست: الف) محاسبه ΣPd ، ΣPe و Ps

ب)رسم مثلث توان‌ها براساس مقادیر محاسبه شده

حل

.....

.....

.....

.....

.....

۲- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در شبکه وجود دارد:

۱) $Ie_1 = ۲۰\ A \qquad Ve_1 = ۲۰۰\ V \qquad \varphi = +۳۰$

۲) پیش فاز $\quad Ps_2 = ۱۰۰۰V.A \qquad Cos\varphi_2 = ۰/۵$

مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) ضریب قدرت

ج) رسم مثلث توان‌ها

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقیق کنید

۱- با کمک نرم افزار مولتی سیم، دو مصرف کننده را در مداری ایجاد کنید، با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری وات متر، وارمتر و $Cos\ \varphi$ متر مقادیر ΣPe ، ΣPd و Ps و $Cos\ \varphi$ را محاسبه کنید.

۲- چنانچه در مداری ضریب قدرت $Cos\ \varphi$ کاهش یابد، چه اتفاقی می‌افتد؟ چگونه می‌توان ضریب قدرت را اصلاح کرد؟ (آن را به حدود ۱ رساند)

۳- چه موقع در مداری که شامل دو مصرف کننده است، بیشترین توان اکتیو را داریم؟ در این حالت ضریب قدرت کل مدار چقدر می‌باشد؟

آزمون

۱) گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید:

- برآیند بردار از روش هندسی از رابطه محاسبه می‌شود. $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1.F_2.\cos\alpha}$

☐ صحیح ☐ غلط

- اگر $F_1=F_2$ باشد و زاویه بین دو بردار ۶۰ درجه باشد، برآیند آن‌ها $F=\sqrt{3}\,F$ است.

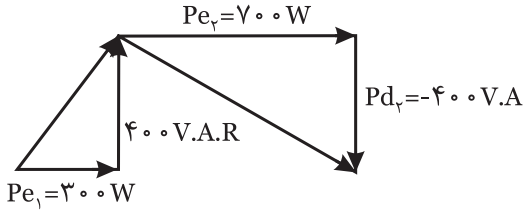
☐ صحیح ☐ غلط

- در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V_{(t)}=100\sqrt{2}\,\sin 1000t$ است اگر معادله جریان $i_{(t)}=20\sqrt{2}\,\sin(1000t+60^\circ)$ باشد، مدار اهمی ـ سلفی است.

☐ صحیح ☐ غلط

- مثلث توان‌ها در یک شبکه مطابق شکل (۴۶-۲) است. توان ظاهری کل برابر ۱۰۰۰ ولت آمپر است.

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۴۶-۲)

۲) گزینه‌های مربوط به هر سوال را انتخاب کنید و شماره مربوط را در جای خالی بنویسید.

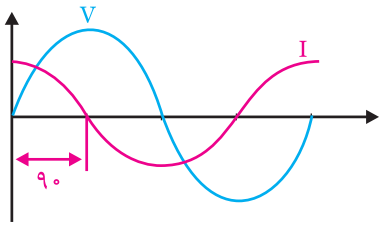
۱- رابطه توان اکتیو	$\cos\varphi=\frac{\sum Pe}{Ps}$ ☐
۲- رابطه ضریب قدرت اکتیو در یک شبکه	$Pe=Ps\cdot\cos\varphi$ ☐
۳- رابطه زاویه اختلاف فاز	$Pd=Ps\cdot\sin\varphi$ ☐
۴- رابطه توان راکتیو	$\varphi=\theta v-\theta i$ ☐
۵- سرعت زاویه‌ای	$\omega=2\pi f$ ☐
	$Ps=Ve\cdot Ie$ ☐

۳) چنانچه دو بردار عمود بر هم، با هم برابر باشد، زاویه بین دو بردار ..... است. زیرا .....

۴) اگر در مداری زاویه اختلاف فاز منفی باشد، مدار را ..... گویند. زیرا .....

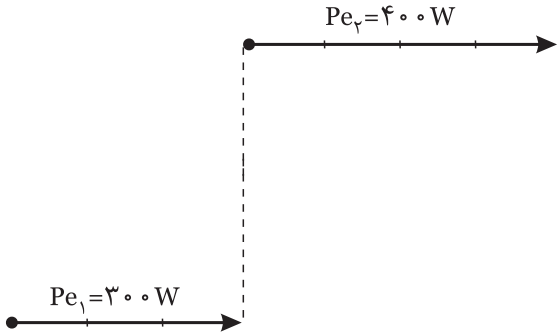
۵) توان اکتیو با توان راکتیو زمانی برابر می‌شود که ضریب قدرت برابر ..... باشد. زیرا .....

۶) در منحنی‌های شکل (۴۷-۲)، توان اکتیو برابر ..... است. زیرا .....



شکل (۴۷-۲)

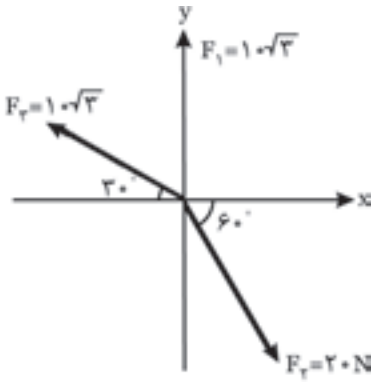
۷) در یک شبکه، Pe_1=۳۰۰w و Pd_1=۴۰۰V.A.R (پس فاز)، Pe_2=۴۰۰w ، Pd_2=۵۰۰V.A.R (پیش فاز) است. مثلث توان‌ها را کامل کنید و توان ظاهری و ضریب قدرت مدار محاسبه کنید.



۸) زمانی که مقادیر Pe، Pd با هم برابر باشد، .....=Ps می‌باشد.

۹) در یک شبکه با دو مصرف کننده، زمانی ضریب قدرت شبکه برابر یک است که توان‌های ..... با هم برابر باشد و یکی از مصرف کننده‌ها ..... فاز و دیگری ..... فاز باشد.

۱۰) برآیند سه بردار شکل (۴۹-۲) را به روش تحلیلی محاسبه کنید.



شکل (۴۹-۲)

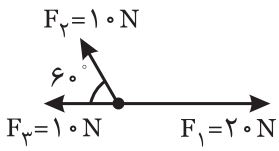
۱۱) دو بردار F_1=۱۵ N و F_2=۵ N با زاویه α=۶۰° مفروض است. مطلوبست: (شهریور ۸۷)

الف) F_1+F_2 ب) F_1-F_2

ج) $F_1.F_2$

۱۲) برآیند سه بردار شکل (۵۵-۲) را بدست آورید. (خرداد ۸۶)

ضمنا مقدار تفاضل F_1-F_2 چقدر است؟



شکل (۵۰-۲)

۱۳) دو بردار $F_1=5\sqrt{2}$ و $F_2=5$ مفروض است. اگر زاویه بین دو بردار $\alpha=45$ باشد. مطلوبست: (شهریور۸۵)

الف) F_1+F_2 ب) F_1-F_2 ج) $F_1.F_2$

۱۴) در یک مدار الکتریکی توان اکتیو با توان راکتیو برابر است و هر کدام برابر Pe=Pd=۵۰۰ مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) ضریب قدرت مدار

ج) جریان مدار اگر ولتاژ ۱۰۰ ولت باشد.

(خرداد ۸۲)

۱۵) در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۲۰۰۰ ولت آمپر است. اگر زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان ۳۰ درجه پس فاز باشد. مطلوبست: (دی ۸۳)

الف) توان‌های اکتیو و راکتیو

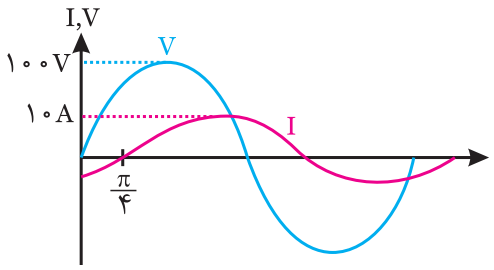
ب) ضریب قدرت مدار

۱۶) دریک مدار الکتریکی، منحنی‌های ولتاژ و جریان مطابق شکل (۵۱-۲) است. مطلوبست: (خرداد۸۸)

الف) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری

ب) رسم مثلث توان

ج) رسم دیاگرام برداری V و I



شکل (۵۱-۲)

۱۷) معادله ولتاژ در یک مدار الکتریکی $V_{(t)} = ۱۲۰\sqrt{۲}\ Sin۵۰۰t$ است. اگر جریان ۳۰ درجه پیش فاز باشد و توان ظاهری مدار Ps=۲۴۰۰ ولت ـ آمپر باشد. مطلوبست: (شهریور ۸۴)

الف) معادله جریان مدار

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

ج) رسم مثلث توان

۱۸) در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد: (شهریور۸۵)

۱) پس فاز $Ve_۱=۲۰۰\ V$, $Ie_۱=۱۰\ A$ $\varphi_۱=۶۰$

۲) پیش فاز $Pe_۲=۶۰۰\ W$, $Pd_۲=۸۰۰\ V.A.R$

مطلوبست:

الف) تعیین توان ظاهری کل $P_s = ?$

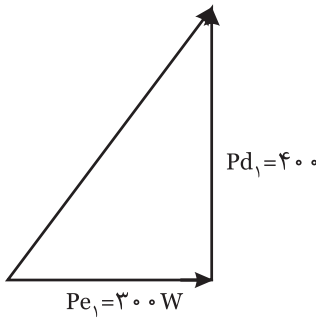
ب) ضریب قدرت کل مدار $\cos\varphi = ?$

ج) رسم مثلث‌های توان

۱۹) مثلث توان یکی از دو مصرف کننده موجود در یک مدار الکتریکی ترسیم شده است. شکل (۵۲-۲). اگر بخواهیم ضریب قدرت مدار به یک برسد، مصرف کننده دوم باید چه خصوصیاتی داشته باشد. در این حالت توان ظاهری کل مدار Ps=۵۰۰V.A است.

$Pe_۲=?$

$Pd_۲=?$

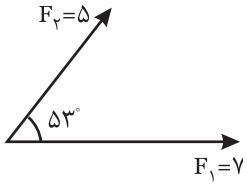


شکل (۵۲-۲)

سوالات چند گزینه‌ای

۲۰) تفاضل دو بردار F_1 و F_2 شکل (۵۳-۲) کدام است؟(Cos ۵۳=۰/۶)

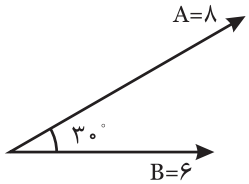
الف) ۵/۶ ب) ۴/۹ ج) ۴/۲ د) ۲



شکل (۵۳-۲)

۲۱) حاصل ضرب داخلی دو بردار شکل (۵۴-۲) کدام است؟ (Sin ۳۰=۰/۵) (کنکور)

الف) ۱۰ ب) ۱۷/۳ ج) ۲۴ د) ۴۱/۵



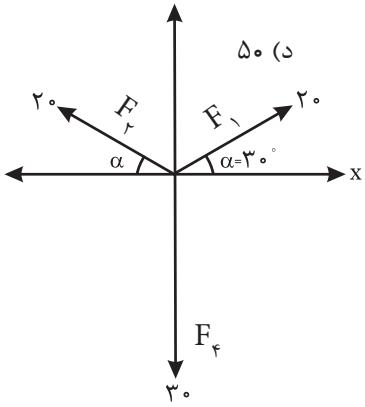
شکل (۵۴-۲)

۲۲) زاویه بین دو بردار F_1 و F_2 را باید چند درجه انتخاب کرد تا برآیند دو بردار با تفاضل همان دو بردار، برابر شود؟

الف) صفر ب) ۳۰ ج) ۹۰ د) ۱۸۰

۲۳) برآیند بردارهای شکل (۵۵-۲) کدام است؟

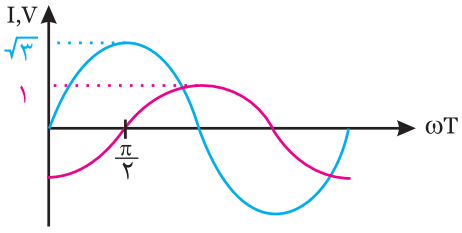
الف) صفر ب) ۱۰ ج) ۲۰ د) ۵۰



شکل (۵۵-۲)

۲۴) منحنی تغییرات دو موج سینوسی جریان متناوب مطابق شکل (۵۶-۲) است. اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج کدام است؟

الف) ۰/۸ ب) $\sqrt{۳}$ ج) ۲ د) ۲/۷

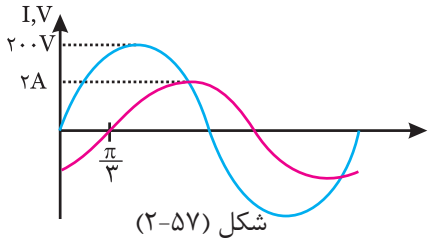


شکل (۵۶-۲)

۲۵) توان مصرفی توابع شکل (۵۷-۲) چند وات است؟

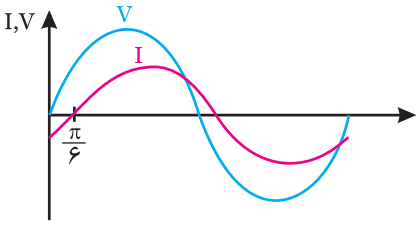
الف) ۱۰۰ ب) $۱۰۰\sqrt{۲}$

ج) ۲۰۰ د) ۲۰۰

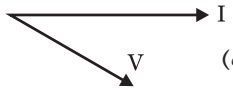


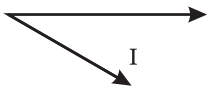
شکل (۵۷-۲)

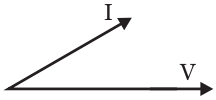
۲۶) بردار فاز شکل (۵۸-۲) کدام است؟ «کنکور»

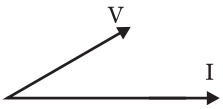


شکل (۵۸-۲)

الف)


ب)


ج)


د)


۲۷) معادله ولتاژ و جریان یک مدار الکتریکی به صورت $V=۵۰Sin(۵۰۰t+۳۰)$ و معادله جریان $I=۴\ Sin(۵۰۰t-۳۰)$ می‌باشد. توان غیر موثر مدار چند VAR است؟

الف) $۱۰۰\sqrt{۳}$ ب) $۵۰\sqrt{۳}$ ج) ۲۰۰ د) ۱۰۰

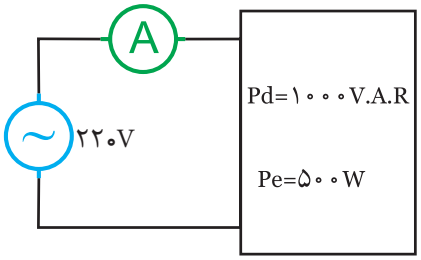
۲۸) در شکل (۵۹-۲) آمپرمتر، چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟

الف) ۵

ب) ۶

ج) ۴

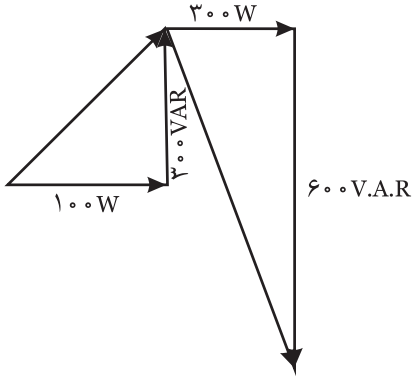
د) ۲



شکل (۵۹-۲)

۲۹) در یک شبکه توان‌ها مطابق شکل (۶۰-۲) است. توان ظاهری شبکه چند ولت آمپر است؟

الف) ۵۰۰ ب) ۷۰۰ ج) ۹۰۰ د) ۴۰۰

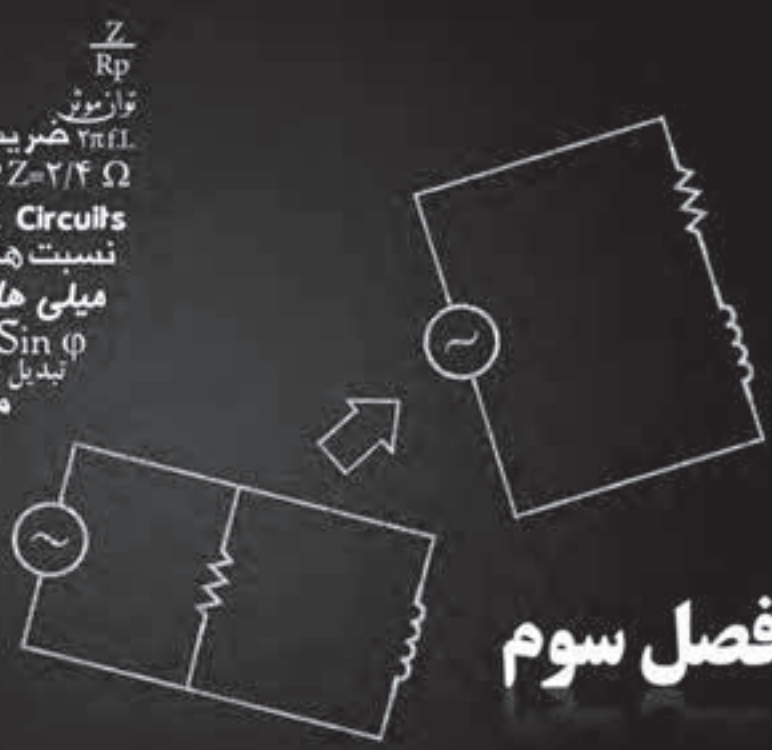


شکل (۶۰-۲)

۳۰) در یک شبکه با دو مصرف کننده: $Pe_۱=۳۰۰W$ و $Pd_۱=۴۰۰V.A.R$ ، $Pe_۲=۵۰۰W$ پس فاز می باشد. اگر بخواهیم، ضریب قدرت برابر ۱ باشد، باید $Pd_۲$ چه مقدار و چه حالتی داشته باشد؟

الف) $Pd_۲=۴۰۰VAR$ و پیش فاز ب) $Pd_۲=۴۰۰VAR$ و پس فاز

ج) $Pd_۲=۳۰۰VAR$ و هم فاز د) $Pd_۲=۳۰۰VAR$ و پیش فاز



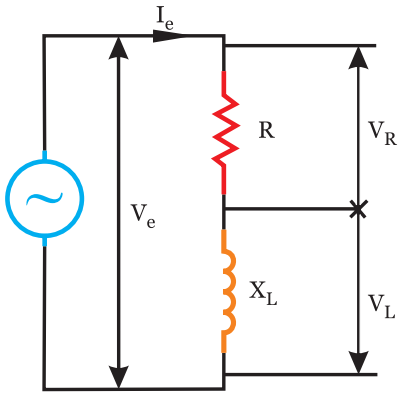
فصل سوم

مدار RL سری و RL موازی

خلاصه درس

۳-۱- مدار R-L سری

در کلیه مدارهای سری، **جریان در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است.** بنابراین ولتاژ دو سر عناصر R و X_L را با V_R و V_L و ولتاژ کل را با V_e نمایش می‌دهند.



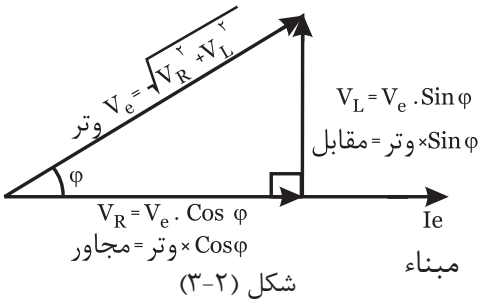
شکل (۳-۱)

۳-۲- مثلث ولتاژ: اضلاع این مثلث عبارتند از:

V_R: هم فاز با I_e

V_L: ۹۰ درجه پیش فاز(به خاطر سلفی بودن)

V_e: φ درجه پیش فاز



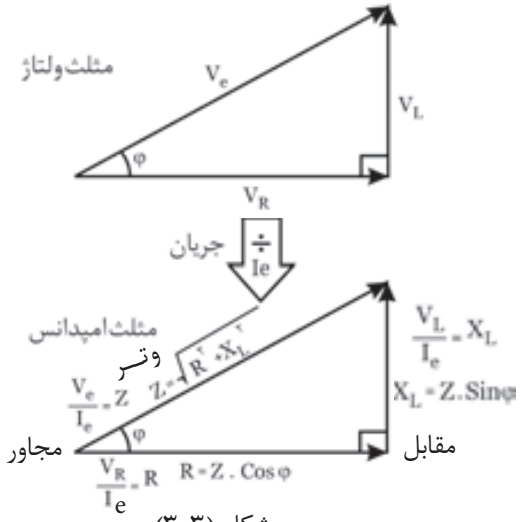
شکل (۳-۲)

در مدار R_L سری، همیشه ولتاژ نسبت به جریان پیش فاز است $\theta v>\theta i$ بنابراین زاویه اختلاف فاز $\varphi=\theta v-\theta i$ عددی بین ۰ و ۹۰+ درجه است.

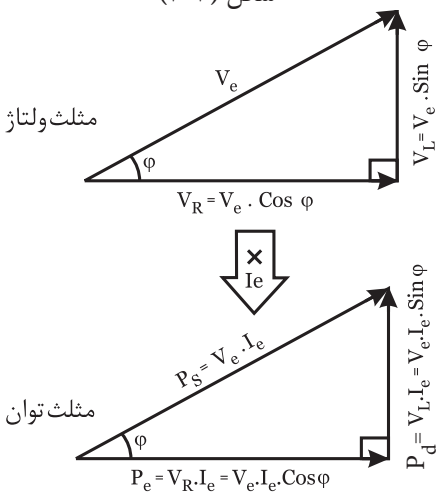
۳-۳- مثلث امپدانس: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را بر عامل مشترک یعنی I_e تقسیم کنیم، اضلاع مثلث امپدانس بدست می‌آید. (شکل ۳-۳)

۳-۴- مثلث توان: مثلث توان که اضلاع آن را P_e، P_d و P_s تشکیل می‌دهد، از دو روش بدست می‌آید:

روش اول: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را در عامل مشترک یعنی (Ie) ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید شکل (۳-۴):

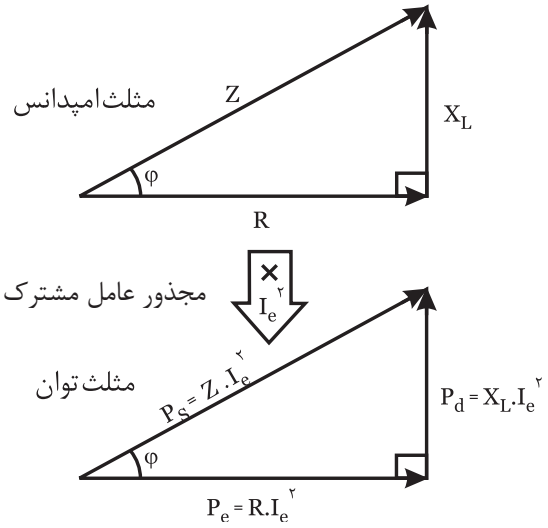


شکل (۳-۳)



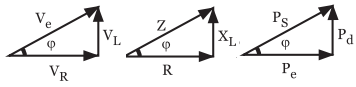
شکل (۳-۴)

روش دوم: اگر اضلاع مثلث امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی (Ie^2) ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید:



شکل (۳-۵)

۵-۳- ضرائب مهم:



$$\sin\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_L}{V_e} = \frac{X_L}{Z} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریب قدرت راکتیو

$$\cos\varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e} = \frac{R}{Z} = \frac{P_e}{P_s}$$

ضریب قدرت اکتیو

عددی بین ۰ تا ۱ است.

$$tg\varphi = Q = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{V_L}{V_R} = \frac{X_L}{R} = \frac{P_d}{P_e}$$

ضریب کیفیت

روابط فرعی:

$$\sin\varphi = \sqrt{1-\cos\varphi^2}$$

$$\sin\varphi = \sqrt{1-\cos\varphi^2} \qquad tg\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

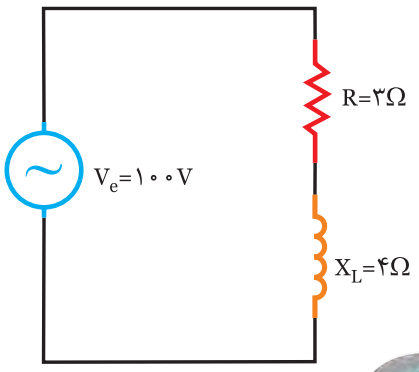
مثال ۱

در مدار شکل (۶-۳) مطلوب است:

الف) امپدانس مدار (z)

ب) جریان مدار (I_e)

ج) ولتاژ دو سر مقاومت (V_R) و ولتاژ دو سر سلف (V_L)



شکل (۶-۳)

حل

با توجه به معلوم بودن R و X_L، ابتدا z را از مثلث امپدانسی بدست می‌آوریم:

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2} \Rightarrow Z=\sqrt{3^2+4^2} \Rightarrow Z=\sqrt{25}=5\Omega$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{100}{5}=20A$$

$$V_R = R.Le=3\times20=60V$$

$$V_L = X_L.Ie=4\times20=80V$$

مثال ۲

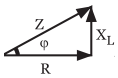
در یک مدار R-L سری، اگر معادله ولتاژ $V(t)=100\sqrt{2}\,\sin(1000t+30)$ و معادله جریان $i_{(t)}=100\sqrt{2}\,\sin(1000t)$ باشد، مطلوب است: مقادیر R و L

حل

در معادلات ولتاژ و جریان مقادیر $Vm=100\sqrt{2}$, $Im=20\sqrt{2}$, $\omega=1000$ و $\theta V=30$, $\theta i=0$ می‌باشد بنابراین ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$$Z=\frac{Vm}{Im}=\frac{100\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{Z=5\Omega}$$

با توجه به اضلاع مثلث امپدانس:



$$\varphi=\theta v-\theta i=30-0=30^\circ$$

$$R=Z.\cos\varphi=30^\circ=5\times\cos30^\circ=5\times0/86=4/33\Omega$$

$$X_L=Z.\sin\varphi=30^\circ=5\times\sin30^\circ=5\times0/5=2/5\Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{2/5}{1000}=2/5mH$$

فعالیت ۱

۱- در مدار R-L سری، امپدانس از رابطه $Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$ بدست می‌آید.

۲- در مدار RL سری، ..... در تمام مدار یکسان است و از رابطه‌های زیر بدست می‌آید:

$$Ie=\frac{Ve}{.....} \qquad Ie=\frac{.....}{Z} \qquad Ie=\sqrt{\frac{Pe}{.....}}$$

۳- در مدار RL سری، ضریب قدرت اکتیو از رابطه‌های زیر بدست می‌آید:

$$\cos\varphi=\frac{Pe}{.....} \qquad \cos\varphi=\frac{VR}{.....} \qquad \cos\varphi=\frac{.....}{Z}$$

۴- توان اکتیو در این مدار از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$Pe=V_R\times.....$$

$$Pe=R\times(.....)^2$$

$$Pe=\sqrt{(Ps)^2-(.....)^2} \qquad Pe=Ve.....\times\cos\varphi$$

۵- توان راکتیو از روابط زیر محاسبه می‌شود:

Pd=.....×Ie

Pe=.....×$(Ie)^{۲}$

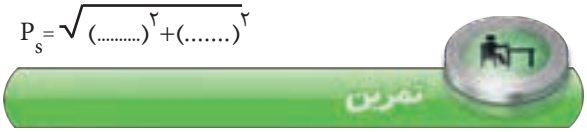
Pd=.....×Ie×.....

۶- توان ظاهری از روابط زیر محاسبه می‌شود:

Ps=.....×Ie

Ps=.....×$(Ie)^{۲}$

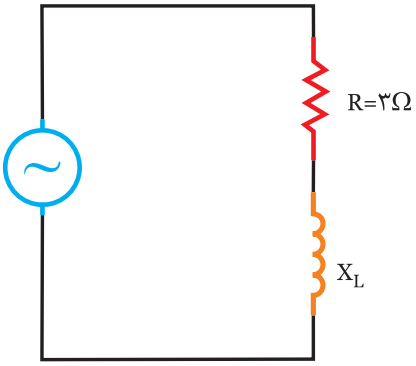
$P_s=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}$



۱) در یک مدار RL سری، مطابق شکل (۷-۳) اگر زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان ۳۰ درجه باشد، مطلوبست:

الف) ضریب خودالقایی L

ب) مقادیر ولتاژهای موثر دو سر مقاومت و سلف و ولتاژ کل



$I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t)$

شکل (۷-۳)

.....

.....

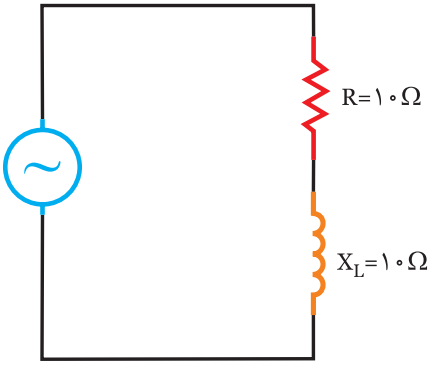
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار RL سری، مطابق شکل (۸-۳) توان ظاهری مدار، ۱۰۰۰ ولت آمپر است، مطلوبست:



شکل (۸-۳)

الف) توان‌های اکتیو و راکتیو مدار

ب) ضریب کیفیت مدار Q=?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

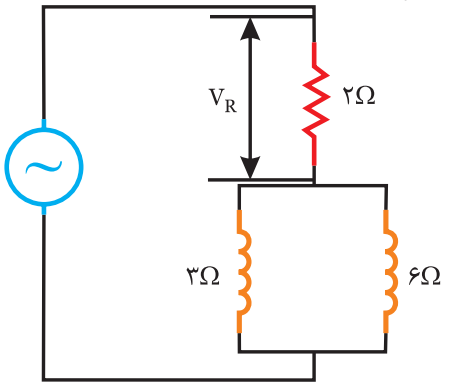
.....

.....

.....

مثال ۳

در مـدار شکل (۹-۳)، اگر ولتاژ دو سر مقاومت اهمی $V_R=۱۰V$ باشد، مطلوبست:



شکل (۹-۳)

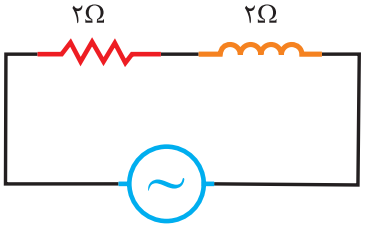
الف)جریان مدار ?=Ie

ب) امپدانس مدار ?=z

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو، ظاهری

حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: شکل (۱۰-۳)



شکل (۱۰-۳)

$$X_L=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=\frac{۱۸}{۹}=۲\Omega$$

با معلوم بودن V_R و R ، جریان مدار که در تمام مدار یکسان است محاسبه می‌شود:

$$Ie=\frac{V_R}{R}=\frac{۱۰}{۲}=۵A$$

ب) برای محاسبه امپدانس z:

$$Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲}=\sqrt{۲^۲+۲^۲}$$

$$\boxed{Z=۲\sqrt{۲}}$$

ج) توان‌های مدار:

$$Pe=R.Ie^۲=۲\times۵^۲=۵۰\omega$$

$$Pd=X_L.Ie^۲=۲\times۵^۲=۵۰VAR$$

$$Ps=Z.Ie^۲=۲\sqrt{۲}\times۵^۲=۵۰\sqrt{۲}\ V.A$$

روشی دیگر: برای محاسبه توان‌های مدار می‌توانیم از روابط زیر نیز استفاده کنیم:

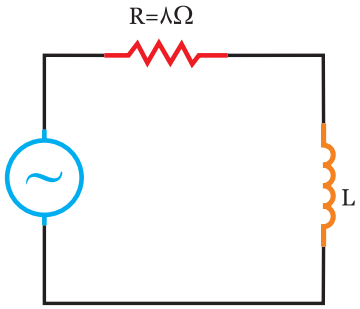
$$Pe=V_R.Ie=Ve.Ie.Cos\varphi$$

$$Pd=VL.Ie=Ve.Ie.Sin\varphi$$

$$Ps=Ve.Ie=\sqrt{Pe^۲+Pd^۲}$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۱۱-۳) ضریب قدرت می‌باشد، مطلوب است:



$$V_{(t)}=۱۰۰Sin(۱۰۰۰\pi t+\frac{\pi}{۶})$$

شکل (۱۱-۳)

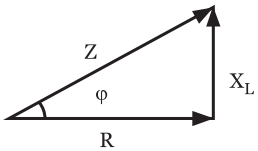
الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن

راهنمایی: چون $Sin\ \varphi=\frac{X_L}{Z}$ می‌باشد، ابتدا آن را بدست می‌آوریم:

$$Sin\ \varphi=\sqrt{۱-Cos\ \varphi^۲}=\sqrt{۱-۰/۸^۲}=۰/۶$$

$$Cos\ \varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow\boxed{Z=\frac{R}{Cos\ \varphi}=\frac{۸}{۰/۸}=۱۰\Omega}$$



مثلث امپدانس

$$X_L=Z.Sin\ \varphi=.....\times.....\Rightarrow\boxed{X_L=۶\Omega}$$

ب) جریان منبع و معادله آن:

$$Im=\frac{V_m}{Z}=\text{———}\Rightarrow Im=۱۰A$$

$$Cos\ \varphi=۰/۸\Rightarrow\varphi=Cos۰^{-۱}۰/۸=۳۷^\circ$$

$$\theta i=.....-.....\Rightarrow\boxed{\theta i=-۷^\circ}$$

$$i(t)=Im.Sin(\omega t+\theta i)\Rightarrow\boxed{i(t)=.....}$$

چون معادله جریان خواسته شده است، منظور از جریان منبع، مقدار ماکزیمم آن یعنی Im است.

تمرین

در یک مدار R_L سری، توان اکتیو نصف توان ظاهری است، اگر در این مدار $R=۳\ \Omega$ باشد، مطلوبست:

الف) ضریب قدرت مدار $\cos\varphi=?$

ب) مقادیر امپدانس و مقاومت القایی $Z=?$ و $X_L=?$

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

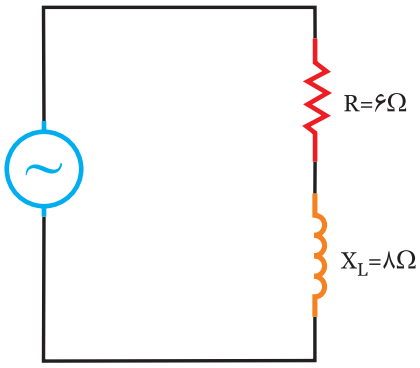
مثال ۴

در مدار شکل (۱۲-۳) معادله جریان $I(t)=۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t)$ می‌باشد. مطلوبست:

الف) معادله ولتاژ کل $V_{(t)}$

ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت $VR_{(t)}$

ج) معادله ولتاژ دو سر سلف $VL_{(t)}$



شکل (۱۲-۳)

حل

با توجه به این که معادله جریان را داریم مقادیر : $\theta i=۰$ و $\omega=۱۰۰۰$ و $I_m=۲۰\sqrt{۲}$ معلوم است. بنابراین باید ابتدا: Z ، سپس Vm و به دنبال آن φ و θv را بدست آوریم:

$$Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲}=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=\sqrt{۳۶+۶۴}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰\Omega]$$

$$Im=\frac{Vm}{Z}\Rightarrow Vm=z.Im=۱۰\times۲۰\sqrt{۲}=۲۰۰\sqrt{۲}\ V$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$$

$$\varphi=\cos^{-۱}=۰/۶=۵۳^\circ\Rightarrow \boxed{\varphi=۵۳^\circ}$$

$$\varphi=\theta v-\theta i\Rightarrow \varphi v=\theta+\theta i=۵۳+۰\Rightarrow \boxed{\theta v=۵۳^\circ}$$

ولتاژ ۵۳° درجه جلوتر از جریان است:

$$V(t)=Vm.\sin(\omega t+\theta v)$$

$$V(t)=۲۰۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t+۵۳^\circ)$$

ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت VR(t):

ولتاژ دو سر مقاومت با جریان «هم فاز» است:

یعنی زاویه این ولتاژ با جریان یکسان است:

$$VR_m=R.Im=۶\times۲۰\sqrt{۲}=۱۲۰\sqrt{۲}$$

$$VR_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰)$$

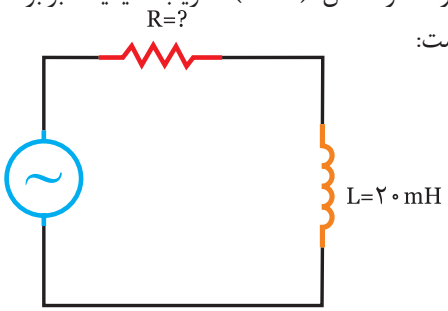
ج) ولتاژ دو سر سلف ۹۰ درجه نسبت به جریان پیش فاز است:

$$Vl(m)=X_L.Im=۸\times۲۰\sqrt{۲}=۱۶۰\sqrt{۲}$$

$$Vl(t)=۱۶۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۱۳-۳) ضریب کیفیت برابر ۱ است، مطلوبست:



شکل (۱۳-۳)

الف) مقدار مقاومت R

ب) معادله زمانی جریان منبع

راهنمایی:

$X_L = \omega.L = \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots \Rightarrow \boxed{X_L = ۲۰\Omega}$

$Q = \frac{X_L}{R} = \Rightarrow R = \frac{X_L}{Q} = \ldots\ldots\ldots \Rightarrow \boxed{R = \ldots\ldots}$

$Z = \sqrt{R^۲ + X_L^۲} = \sqrt{(\ldots)^۲ + (\ldots)^۲} \Rightarrow \boxed{Z = ۲۰\sqrt{۲}\ \Omega}$

$Im = \frac{Vm}{Z} = \_\_\_\_\_ \Rightarrow \boxed{Im = ۱۰A}$

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۰/۷۰۷ \quad \boxed{\varphi = ۴۵}$

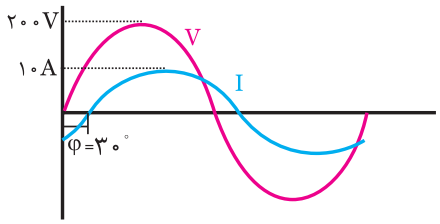
جریان ۴۵ درجه پس فاز است : $\theta i = -۴۵$ $\boxed{\theta i = -۴۵}$

با معلوم بودن Im و θi :

$I_{(t)} = Im.\sin(\omega t + \theta i) \Rightarrow \boxed{I(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

فعالیت ۴

در یک مدار RL سری، تابع تغییرات ولتاژ و جریان مطابق شکل (۳-۱۴) است، اندازه R و X_L چقدر است؟



شکل (۳-۱۴)

حل

مراحل حل مسئله:

۱) با معلوم بودن Vm و Im :Z را محاسبه می‌کنیم:

$Z = \_\_\_\_\_ \quad \boxed{Z = ۲۰\Omega}$

۲) با توجه به زاویه اختلاف فاز $\varphi = ۳۰^\circ$ مقادیر R و X_L را محاسبه می‌کنیم:

$R = \quad \boxed{R = ۱۷/۳\ \Omega}$

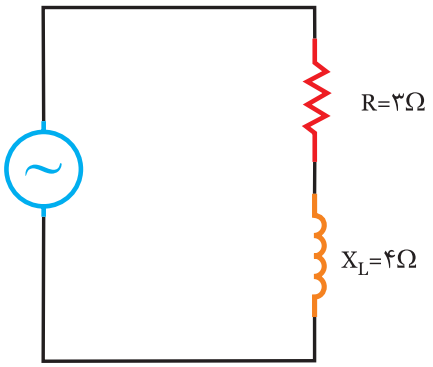
$X_L = \quad \boxed{X_L = ۱۰\ \Omega}$

تمرین: جدول زیر را که مربوط به یک مدار R_L سری است، کامل کنید.

R=۳ Ω	X_L=۴ Ω	Z=.....
R=.....	X_L=۸ Ω	Z=۱۰ Ω
R=۶ Ω	$\cos\varphi = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$	X_L=.....
R=۱۰ Ω	Q=۱	Z=.....

مثال ۵

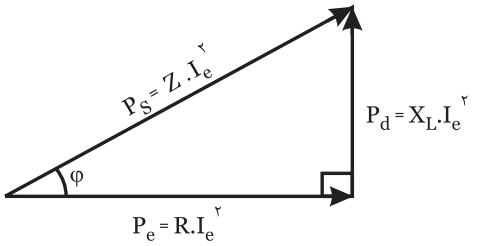
در مدار شکل (۳-۱۵)، توان اکتیو مدار Pe=۳۰۰ W است. توان‌های راکتیو و ظاهری را تعیین کنید و مثلث توان را رسم کنید.



شکل (۳-۱۵)

حل

با توجه به اضلاع مثلث توان:



شکل (۳-۱۶)

با معلوم بودن Pe و R می‌توانیم جریان مدار (Ie) را محاسبه کنیم:

$Pe = R.Ie^۲ \Rightarrow Ie^۲ = \frac{Pe}{R} \Rightarrow Ie = \sqrt{\frac{Pe}{R}} \Rightarrow$

$Ie = \sqrt{\frac{Pe}{R}} = \sqrt{\frac{۳۰۰}{۳}} \Rightarrow \sqrt{۱۰۰} \Rightarrow Ie = ۱۰A$

در مرحله بعدی می‌توانیم Pd و Ps را محاسبه کنیم:

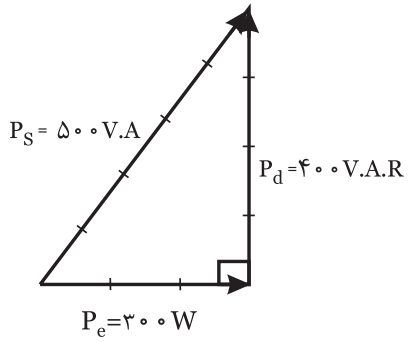
$Pd=X_L.Ie^2=4\times(10)^2 \Rightarrow Pd=400V.A.R$

$Ps=Z.Ie^2=5\times(10)^2 \Rightarrow Ps=500V.A$

لازم است یا ابتدا Z را محاسبه کنیم:

$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5\Omega$

رسم مثلث توان: با معلوم بودن Pe، Pd و Ps و با توجه به سلفی (پس فاز بودن) مدار Pd مقداری مثبت را دارد.



شکل (۳-۱۷)

روشی دیگر: توان‌ها اکتیو و راکتیو و ظاهری را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد:

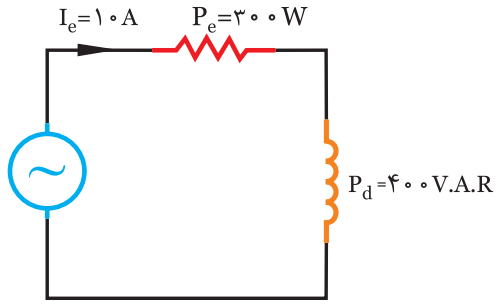
$P_e=Ve.Ie.Cos\ \varphi$

$P_d=Ve.Ie.Sin\ \varphi$

$P_s=Ve.Ie$

فعالیت ۵

در مدار شکل (۳-۱۸) مطلوبست:



شکل (۳-۱۸)

الف) مقدار R و X_L

ب) ولتاژ منبع

ج) ضریب قدرت و توان ظاهری و ضریب کیفیت

حل

راهنمایی: با معلوم بودن P_e و I_e و همچنین P_d و I_e مقادیر R و X_L بدست می‌آید:

$P_e=R.I_e^2 \Rightarrow Ie=\sqrt{\frac{P_e}{R}}$ $\boxed{R=3\Omega}$

$P_d=X_L.Ie^2=$ $\boxed{X_L=4\Omega}$

ب) برای ولتاژ منبع به z نیاز داریم:

$Z=\sqrt{\quad} \Rightarrow \boxed{Z=5\Omega}$

با داشتن z و Ie:

$Ve= \Rightarrow$

ج) با کمک روابط مربوطه می‌توان ضریب توان و توان ظاهری و ضریب کیفیت را محاسبه کرد:

ضریب قدرت:

$Cos\ \varphi=\frac{R}{Z}=\frac{\quad}{\quad} \Rightarrow$ $\boxed{Cos\ \varphi=0/6}$

توان ظاهری:

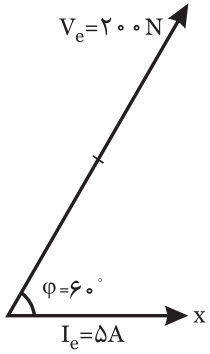
$Ps=$ $\boxed{Ps=500\ V.A}$

ضریب کیفیت:

$Q=$ $\boxed{Q=0/8}$

مثال ۶

در یک مدار R-L سری بردارهای ولتاژ و جریان به صورت شکل (۳-۱۹) است. مطلوبست:



شکل (۳-۱۹)

الف) مقادیر R و X_L

ب) مقادیر V_R و V_L

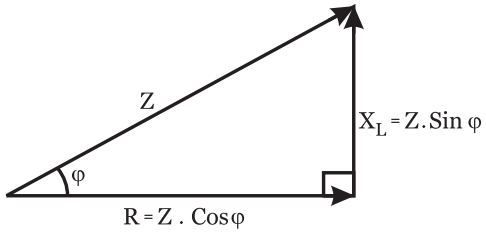
ج) مقادیر P_d و P_s

حل

با معلوم بودن V_e و I_e می‌توانیم z را به دست آوریم:

$$Z=\frac{V_e}{I_e}=\frac{۲۰۰}{۵}=۴۰\Omega$$

مقادیر R و X_L را می‌توانیم از روابط مربوط به مثلث امپدانس بدست آوریم:



شکل (۳-۲۰)

$R=Z.\cos\varphi \Rightarrow R=۴۰\times\cos۶۰^\circ \Rightarrow R=۴۰\times۰/۵=۲۰\Omega$

$X_L=Z.\sin\varphi \Rightarrow X_L=۴۰\times\sin۶۰^\circ \Rightarrow X_L=۴۰\times۰/۸۶=۳۴/۴\ \Omega$

ب) محاسبه V_R و V_L: با معلوم بودن R و I_e می توان نوشت:

$V_R=R.I_e=۲۰\times۵=۱۰۰V$

$V_L=X_L.I_e=۳۴/۴\times۵=۱۷۲V$

$V_e=Z.I_e=۴۰\times۵=۲۰۰V$

ج) Pd

$P_d=X_L.Ie^۲=۳۴/۴\times(۵)^۲=۸۶۰\ VAR$

$P_s=z.I_e^۲=۴۰\times(۵)^۲=۱۰۰۰\ V.A$

روشی دیگر:

$P_s=V_e.I_e=۲۰۰\times۵=۱۰۰۰\ V.A$

$P_d=P_s.\sin=\varphi=۱۰۰۰\times۰/۸۶=۸۶۰\ VAR$

فعالیت ۶

در یک مدار R_L سری، توان‌های اکتیو و راکتیو برابر است. اگر توان ظاهری مدار $P_s=۱۰۰۰\sqrt{۲}$ V.A باشد.مطلوبست:

الف) مقادیر $P_e=?$ و $P_d=?$

ب) اگر معادله ولتاژ $V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t)$ باشد، معادله جریان را بنویسید:

حل

فرض شده است:

$P_e=Pd \Rightarrow P_s=\sqrt{P_e^۲+P_d^۲} \Rightarrow P_s=\sqrt{۲}\ P_e$

توان‌های اکتیو و راکتیو:

$P_e=\frac{P_s}{\sqrt{۲}} \Rightarrow P_e=$ —— $\Rightarrow P_e=P_d=۱۰۰۰$

$Q=\frac{P_d}{P_e} \Rightarrow Q=$ $\Rightarrow Q=tg\varphi=۱ \Rightarrow \varphi=۴۵^\circ$

$Ie=\frac{\cdots\cdots}{Ve} \Rightarrow$ $Ie=۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow Im=\sqrt{۲}\ Ie \Rightarrow$

جریان ماکزیمم:

$Im=\sqrt{۲}\times۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow \boxed{Im=۲۰A}$

زاویه جریان:

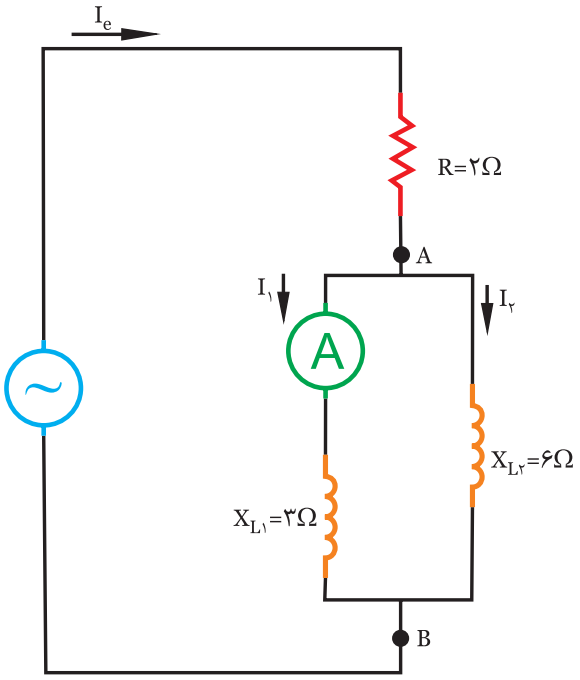
$\theta i=\theta v-\varphi=$ $\boxed{\theta i=-۴۵^\circ}$

جریان ۴۵ درجه پس فاز است:

معادله جریان $\boxed{I_{(t)}=\cdots\cdots\cdots\cdots}$

فعالیت ۷

در مدار شکل (۳-۲۱) آمپرمتر جریان ۴ آمپر را نشان می‌دهد. مطلوبست:



شکل (۳-۲۱)

الف) جریان کل مدار

ب) امپدانس مدار

ج) توان اکتیو

د) توان ظاهری

با داشتن I_1 و X_{L1}، VAB را محاسبه می‌کنیم:

$$VAB=X_{L1}.I_1=3\times4 \Rightarrow VAB=12\ V$$

$$I_2=\frac{VAB}{X_{L2}}=\frac{12}{6}=2A \Rightarrow Ie=I_1=I_2=4+2 \Rightarrow Ie=6A$$

ب) سپس مدار را ساده می‌کنیم و z را محاسبه می‌کنیم:

X_LT=.....

Z=.....

ج) توان اکتیو: با معلوم بودن R و P_e، I_e را محاسبه می‌کنیم:

P_e=..... $\Rightarrow P_e$=.....×..... $\Rightarrow P_e$=.....W

توان راکتیو:

$P_d=X_L$×..... $\Rightarrow P_d$=.....×..... $\Rightarrow P_d$=.....VAR

توان ظاهری:

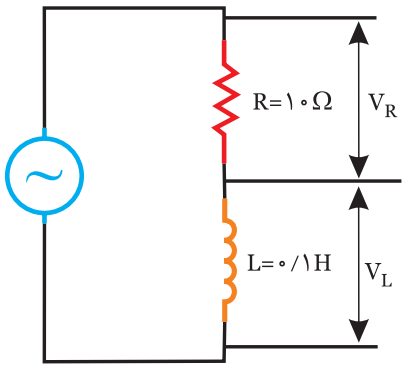
$P_s=\sqrt{.....+.....} \Rightarrow P_s=\sqrt{.....+.....} \Rightarrow P_d$=.....V.A

د) با معلوم بودن Ps و Ie می‌توان، Ve را محاسبه کرد:

$V_e=\frac{.....}{.....} \Rightarrow V_e=\frac{.....}{.....} \Rightarrow V_e$=.....V

تحقیق کنید

۱- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری ببندید. ولتاژهای دو سر مقاومت و سلف را اندازه‌گیری کنید. رابطه $V_e=\sqrt{V_R^2+V_L^2}$ را تحقیق کنید.



شکل (۳-۲۲)

۲- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری اتصال دهید. با کمک نرم افزار مولتی سیم، ولتاژ، جریان و زاویه اختلاف فاز مدار را اندازه گیری کنید.

۳- با کمک شبکه جهانی اینترنت، مطالبی را در خصوص واژه های زیر تهیه کنید و در کلاس ارائه نمائید.

مقاومت ظاهری	ImPedance
قانون اهم	ohm's law
مدار سری	series circuit

خلاصه درس

۳-۶- تاثیر فرکانس بر مقادیر Z و I در مدار R_L سری

در مدار R_L سری، با افزایش فرکانس پارامترهای R و L ثابت است، در حالیکه پارامترهای X_L و Z افزایش می‌یابد:

$$X_L=2\pi f.L \uparrow$$

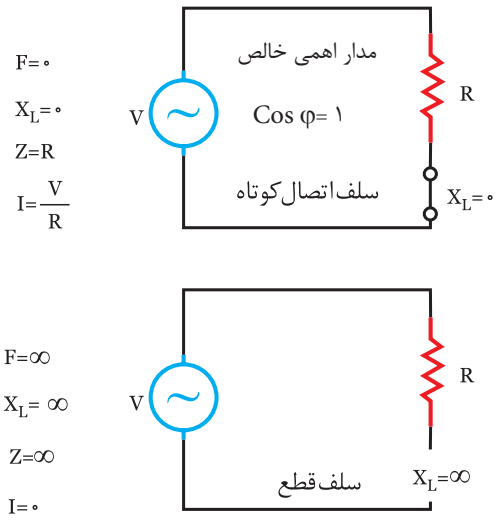
$$\uparrow Z=\sqrt{R^2+X_L^2}\uparrow$$

بدین ترتیب جریان مدار و ضریب قدرت کاهش می‌یابد:

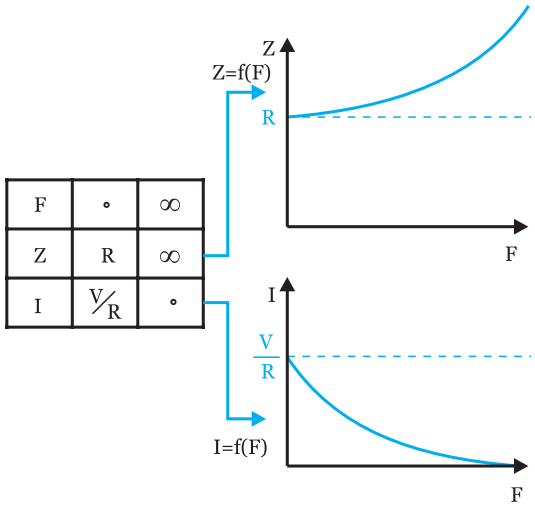
$$\downarrow Ie=\frac{Ve}{Z\uparrow}$$

$$\downarrow Cos\ \varphi=\frac{R}{Z\uparrow}$$

جدول و منحنی‌های این تغییرات در شکل (۳-۲۳) نشان داده شده است:



شکل (۳-۲۳ الف)



F	۰	∞
Z	R	∞
I	V/R	۰

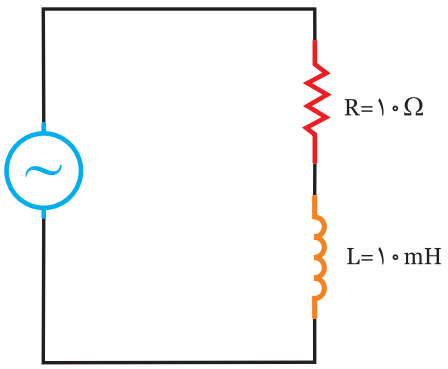
شکل (۲۴-۳ ب)

خلاصه تغییرات Z، I، Cos φ را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.

فرکانس F↑	
مقاومت سلفی	$\uparrow X_L=۲\pi f.L$
امپدانس	$\uparrow Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲}\uparrow$
جریان	$\downarrow Ie=\frac{Ve}{Z\uparrow}$
ضریب قدرت	$\downarrow Cos\ \varphi=\frac{R}{Z\uparrow}$
زاویه اختلاف فاز φ	افزایش می یابد
حالت مدار	مدار سلفی تر می شود

مثال ۷

در مدار R_L سری، شکل (۲۵-۳) مطلوبست:



V_e=۱۰۰V

شکل (۲۵-۳)

الف)مقادیر I و Z در فرکانس‌های f=۱۰۰KHz و f=۱Hz

ب) ضریب قدرت Cos φ در هر دو فرکانس

حل

ابتدا X_L را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} X_L=۲\pi f.L\ \ ۲\times۳/۱۴\times۱\times۱۰\times۱۰^{-۳}=۰/۰۶۲۸\Omega \\ f=۱Hz \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_L=۲\pi f.L\ \ ۲\times۳/۱۴\times۱۰۰۰\times۱۰\times۱۰^{-۳}=۶۲۸۰\Omega \\ f=۱۰۰۰۰۰Hz \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس مقاومت القایی X_L افزایش می‌یابد.

سپس z را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲}=\sqrt{۱۰^۲+(۰/۰۶۲۸)^۲} \Rightarrow \boxed{Z=۱۰\Omega} \\ f=۱Hz \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z=\sqrt{۱۰^۲+۶۲۸۰^۲} \Rightarrow Z=۶۲۸۰\Omega \\ f=۱۰۰KHz \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس، امپدانس (z)، افزایش می‌یابد.

سپس جریان را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} I=\frac{V_e}{Z}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰A) \\ f=۱Hz \end{cases}$$

$$\begin{cases} I=\frac{V_e}{Z}=\frac{۱۰۰}{۶۲۸۰}=۰/۰۱۵A) \\ f=۱۰۰KHz \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس جریان، کاهش می‌یابد.

ضریب قدرت در هر دو فرکانس چنین است:

$$\begin{cases} Cos\ \varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{۱۰}=۱ \\ f=۱Hz \end{cases}$$

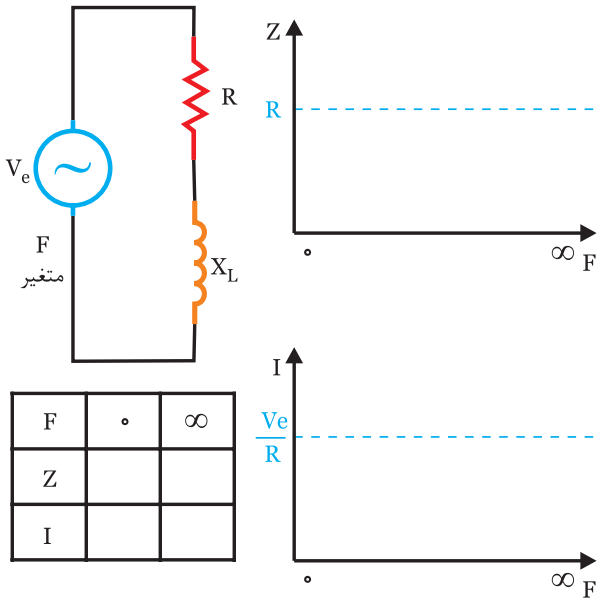
$$\begin{cases} Cos\ \varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{۶۲۸۰}=۰/۰۱۴ \\ f=۱۰۰KHz \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس ضریب قدرت (Cos φ) کاهش می‌یابد.

بنابراین با محاسبه نیز، نتایج جدول مورد تایید قرار می‌گیرد.

فعالیت ۸

در مدار شکل (۲۶-۳)، جدول تغییرات z و I را کامل کنید، سپس منحنی تغییرات z و I را ترسیم نمایید.



F	۰	∞
Z		
I		

شکل (۲۶-۳)

حل

جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس بر روی پارامترهای یک مدار RL سری است، را کامل کنید:

فرکانس↑		
مقاومت سلفی X_L	☐ افزایش ☐ کاهش	X_L=۲×.....
امپدانس (Z)	☐ افزایش ☐ کاهش	$Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$
جریان (Ie)	☐ افزایش ☐ کاهش	$Ie=\frac{Ve}{.....}$
ضریب قدرت Cos φ	☐ افزایش ☐ کاهش	$Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....}$
اختلاف فاز φ	☐ افزایش ☐ کاهش	$\varphi=Cos^{-1}=\frac{.....}{.....}$

تحقیق کنید

۱- در یک مدار R_L سری، با استفاده از شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مثل Yahoo یا Google در مورد کلید واژه‌های زیر مطالبی را تحقیق و در کلاس ارائه نمایید.

اختلاف فاز	Phase different
فیلتر R_L	RL filter
امپدانس در مدار R_L	ImPedance in RL circuit

۲- با کمک اسیلوسکوپ، سیگنال ژنراتور و یک مقاومت اهمی و یک سلف اختلاف فاز را در یک مدار R_L سری، در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری نمایید.

« به جای اسیلوسکوپ می توانید از کارت اسیلوسکوپ استفاده کنید»

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم یا نرم افزارهای مشابه، یک مدار R_L سری را بسته و با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری مثل ولت متر، آمپرمتر، فرکانس متر، وات متر و اسیلوسکوپ پارامترهای ولتاژ، جریان، فرکانس، توان و اختلاف فاز را فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید.

آزمون

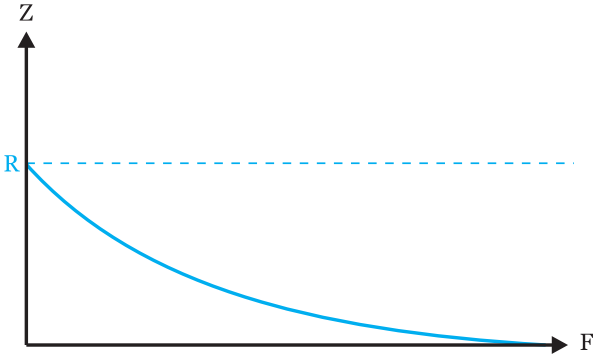
۱) در یک مدار R_L سری، واحد هر یک از کمیت‌های زیر را با توجه به پارامتر مربوطه، تعیین کنید.

۱- امپدانس
۲- ضریب قدرت اکتیو
۳- توان ظاهری
۴- توان اکتیو
۵- توان راکتیو

ولت-آمپر	☐
اهم	☐
بدون واحد	☐
وات	☐
ولت-آمپر راکتیو	☐
درجه یا رادیان	☐

۲) در یک مدار RL سری، گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید.

- امپدانس از رابطه $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$ بدست می‌آید. ☐ صحیح ☐ غلط
- با تغییر فرکانس R و X_L تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط
- ضریب قدرت (Cos φ)، متناسب با ولتاژ مدار تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط
- منحنی تغییرات z نسبت به F مطابق شکل (۳-۲۷) است. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳-۲۷)

- توان اکتیو متناسب با مجذور جریان تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط

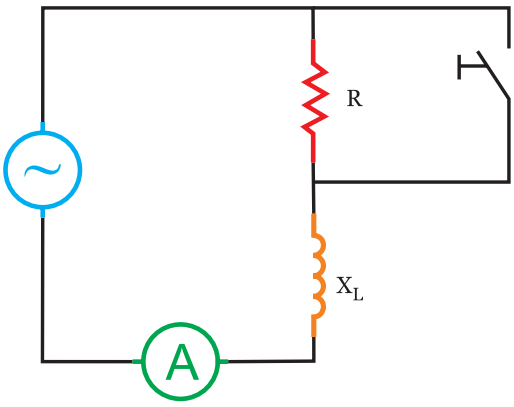
۳) در مدار R-L سری جاهای خالی را پر کنید:

- امپدانس مدار را می‌توان از رابطه $Z=\frac{R}{.....}$ بدست آورد.
- توان راکتیو از رابطه $Pd=.....\times Ie^2$ محاسبه می‌شود.
- با افزایش فرکانس، مقادیر Z و Cos به ترتیب ..... و ..... می‌یابد.
- اختلاف فاز φ و توان ..... ، مقداری مثبت را خواهد داشت.

۴) در مدار شکل (۳-۲۸) با بستن کلید:

آمپرمتر مقدار ..... را نشان می دهد زیرا:

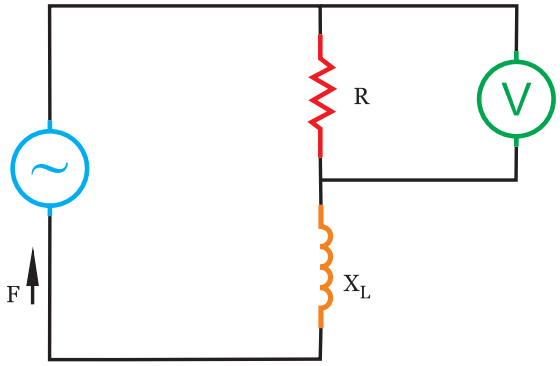
.....



شکل (۳-۲۸)

۵) در مدار شکل (۲۹-۳)، با افزایش فرکانس ولت متر مقدار ..... را نشان می دهد:

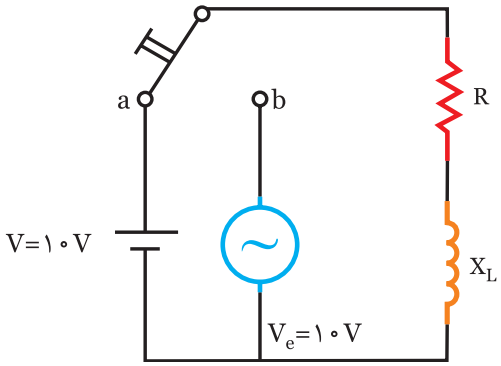
زیرا:.....



شکل (۲۹-۳)

۶) در مدار شکل (۳۰-۳)، با تغییر وضعیت کلید توان اکتیو Pe ..... می‌یابد.

زیرا:.....



شکل (۳۰-۳)

۷) در مدار R_L سری، مقاومت اهمی R با مقاومت سلفی X_L برابر است. اگر $Z=۲۰\sqrt{۲}$ اهم باشد، مطلوبست:

الف) R، X_L

ب) زاویه اختلاف فاز φ

۸) در مدار R_L سری، زاویه اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۳۰ درجه است. اگر توان ظاهری Ps=۲۰۰۰V.A باشد و جریان مدار ۱۰ آمپر باشد، مطلوبست:

الف) امپدانس z

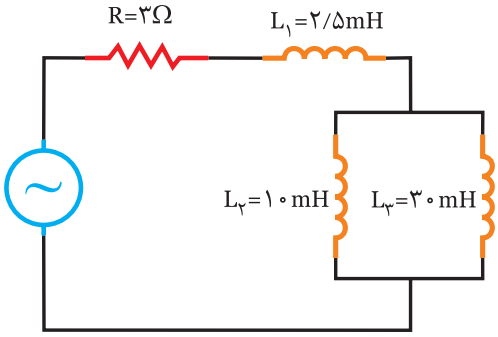
ب) ولتاژ کل Ve=?

ج) مقادیر R و X_L

۹) در مدار شکل (۳-۳۱) مطلوبست:

الف) ضریب توان Cos φ

ب) درچه فرکانس ضریب قدرت نصف حالت قبل می شود؟

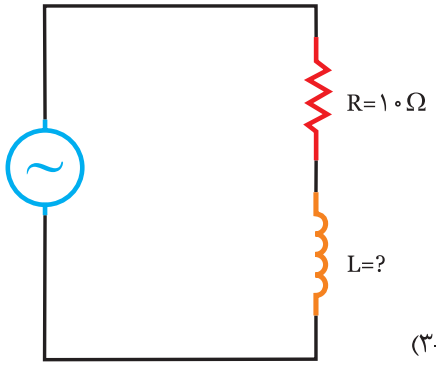


شکل (۳-۳۱)

۱۰) در مدار شکل (۳-۳۲) ولتاژ ۴۵ درجه از جریان جلوتر است. مطلوبست مقادیر:

الف) Ie ب) Pe ج) Ps

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



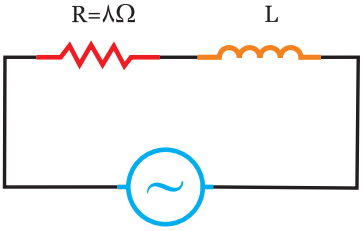
شکل (۳-۳۲)

V_e=۱۰۰V
ω =۱۰۰۰rad/s

۱۱) در مدار شکل (۳-۳۳) Cos=۰/۸ است، مطلوبست:

الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن



$V_{(t)}$=۱۰۰Sin(۱۰۰۰t+ $\frac{\pi}{۶}$)

شکل (۳-۳۳)

۱۲) در یک مدار R_L سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۶۰ درجه است، مقاومت سلفی چند اهم است؟

الف) ۱۴/۴ ب) ۱۴/۸

ج) ۴۱/۲ د) ۴۳/۳

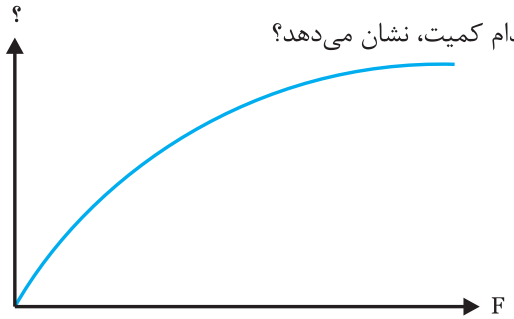
۱۳) منحنی شکل (۳-۳۴) اثر فرکانس را در کدام مدار R_L و روی کدام کمیت، نشان می‌دهد؟

الف) موازی – جریان

ب) سری – مقاومت

ج) موازی – مقاومت

د) سری – جریان



شکل (۳-۳۴)

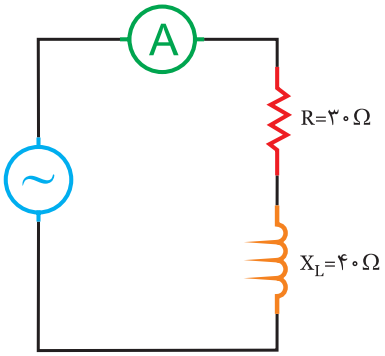
۱۴) در مدار شکل (۳-۳۵) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ ..... درجه و ولتاژ ورودی برابر ..... ولت است. آمپرمتر ۲A را نشان می‌دهد.

الف) ۵۳/۱ – ۱۰۰

ب) ۳۶/۹ – ۱۰۰

ج) ۵۳/۱ – ۱۴۰

د) ۳۶/۹ – ۱۴۰

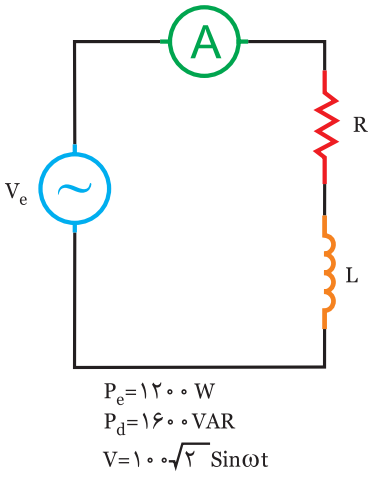


شکل (۳-۳۵)

۱۵) در مدار شکل (۳-۳۶) R چند اهم است؟

الف) ۳ ب) ۴

ج) ۶ د) ۱۰

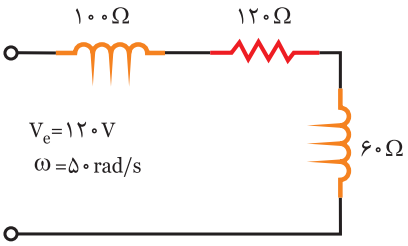


شکل (۳-۳۶)

۱۶) ضریب توان مدار شکل (۳-۳۷) چقدر است؟

الف) ۰/۶ ب) ۰/۷

ج) ۰/۸ د) ۱

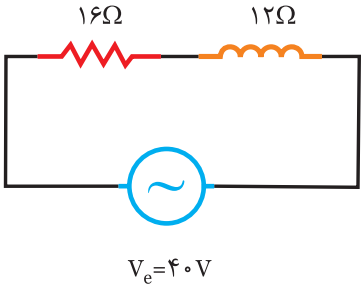


شکل (۳-۳۷)

۱۷) در مدار شکل (۳-۳۸) توان مصرفی چند وات است؟

الف) ۴۰ ب) ۴۸

ج) ۶۴ د) ۸۰

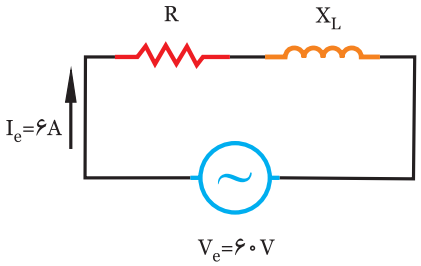


شکل (۳-۳۸)

۱۸) در مدار شکل (۳-۳۹) اگر توان موثر ۱۸۰ وات باشد، مقدار X_L چند اهم است؟

الف) ۵ ب) $۵\sqrt{۲}$

ج) $۵\sqrt{۳}$ د) $۶\sqrt{۳}$

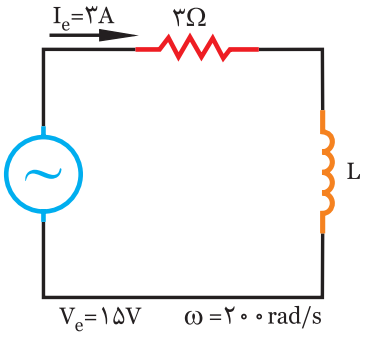


شکل (۳-۳۹)

۱۹) در مدار شکل (۳-۴۰) اندوکتانس (L) چند میلی هانری است؟

الف) ۲۰ ب) ۱۰

ج) ۲ د) ۱



شکل (۳-۴۰)

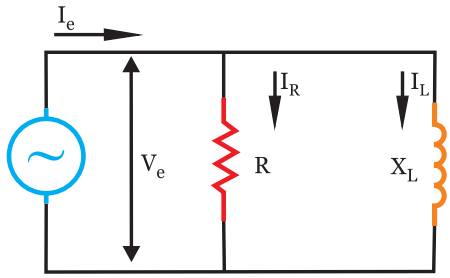
۲۰) ضریب کیفیت یک مدار R_L سری، برابر $\frac{۴}{۳}$است، این مدار متوسط ولتاژی به معادله $V_{(t)}=۲۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰\pi t)$ تغذیه می‌شود. اگر R=۶ Ω باشد، جریان موثر چند آمپر است؟

الف) ۱ ب) ۲۲

ج) $۲۲\sqrt{۲}$ د) $\frac{۱۱\sqrt{۲}}{۲}$

۳-۷- مدار RL موازی

در این مدار مقاومت اهمی (R) با مقاومت سلفی X_L به صورت موازی به منبعی با ولتاژ (Ve) قرار گرفته است. شکل (۳-۴۱) **مانند کلیه مدارهای موازی، ولتاژ در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است.**



شکل (۳-۴۱)

۳-۸- مثلث جریان

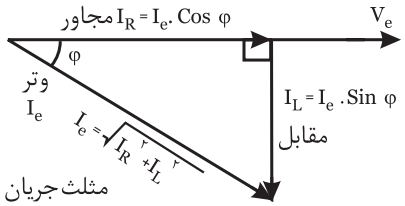
جریان در هر شاخه از این مدار متناسب با عکس مقاومت آن شاخه تغییر می‌کند. جریان‌های هر شاخه عبارتند از:

الف) IR که هم فاز با Ve می‌باشد. (اهمی خالص)

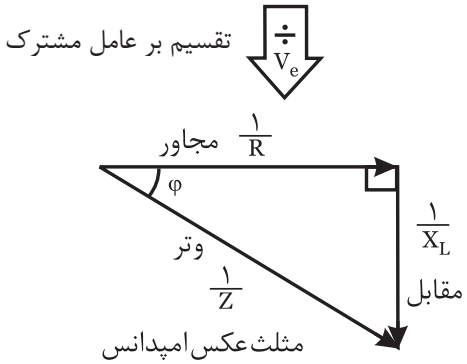
ب) IL که ۹۰ درجه پس فاز است. (سلفی خالص)

ج) Ie که برآیند برداری IR و IL است و φ درجه پس فاز می‌باشد.

بنابراین می‌توان مثلثی را به نام مثلث جریان ترسیم کرد. شکل (۳-۴۲)



شکل (۳-۴۲)



شکل (۳-۴۳)

۳-۹- مثلث عکس امپدانس (ادمیتانس)

چنانچه اضلاع مثلث جریان را بر عامل مشترک یعنی Ve تقسیم کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. شکل (۳-۴۳)

(عکس مقاومت اهمی) $\frac{I_R}{Ve} = \frac{1}{R}$ ضلع مجاور

(عکس مقاومت سلفی) $\frac{I_L}{Ve} = \frac{1}{X_L}$ ضلع مقابل

(عکس امپدانس) $\frac{Ie}{Ve} = \frac{1}{Z}$ وتر

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 = \left(\frac{1}{X_L}\right)^2 \Rightarrow Z = \frac{R.X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

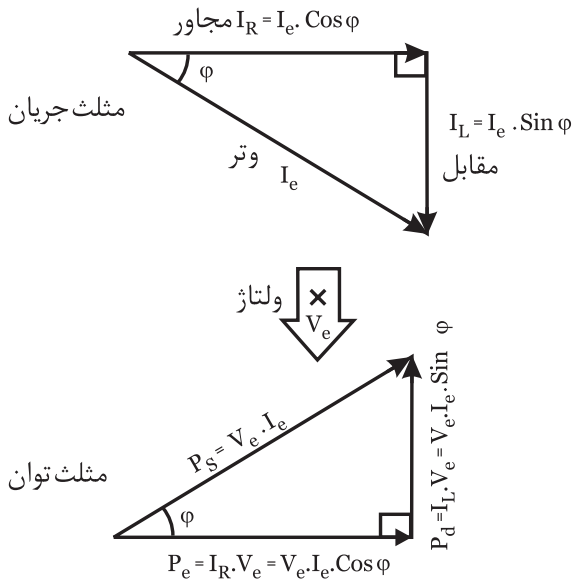
اثبات می شود

۳-۱۰- مثلث توان

اضلاع مثلث توان، عبارتند از Pe، Pd، Ps مثلث توان را می‌توان به دو روش بدست آورد:

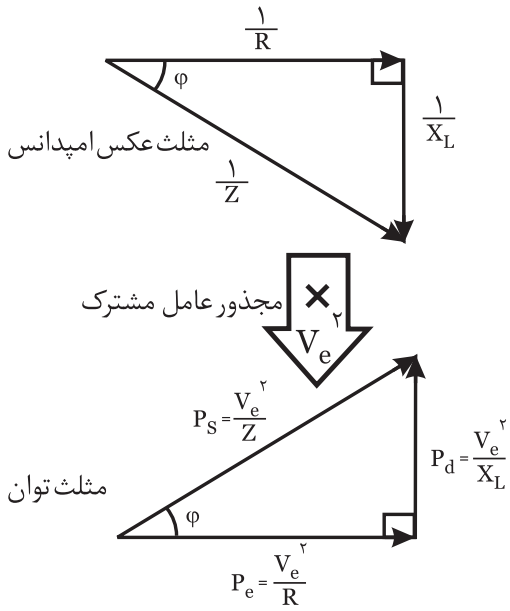
الف) چنانچه اضلاع مثلث جریان را در عامل مشترک یعنی Ve ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید.

این مدار چون خاصیت سلفی دارد. جریان پس فاز، φ⊕ و Pd نیز⊕است. شکل (۳-۴۴)



شکل (۳-۴۴)

ب) اگر اضلاع مثلث عکس امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی $(Ve)^2$ ضرب کنیم، اضلاع مثلث توان بدست می‌آید. شکل (۳-۴۵)



شکل (۳-۴۵)

بررسی لغات:

۱- امپدانس: مخالفت یک مدار در برابر عبور جریان Ac که آن را مقاومت ظاهری نیز نامیده و با حرف z نمایش می‌دهند.

۲- ادمیتانس: عکس مقاومت ظاهری است و آن را با حرف Y نمایش می‌دهند.

نسبت‌های مثلثاتی

در مثلث‌های جریان، عکس امپدانس و توان نسبت‌های مثلثاتی بین اضلاع مجاور، مقابل و وتر برقرار است که می‌توان نوشت:

ضریت قدرت راکتیو

$$\sin\varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{IL}{Ie}=\frac{1/X_L}{I/Z}=\frac{Z}{X_L}=\frac{Pd}{Ps}$$

ضریت قدرت اکتیو

$$\cos\varphi=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{I_R}{Ie}=\frac{1/R}{1/X_L}=\frac{Z}{R}=\frac{Pe}{Ps}$$

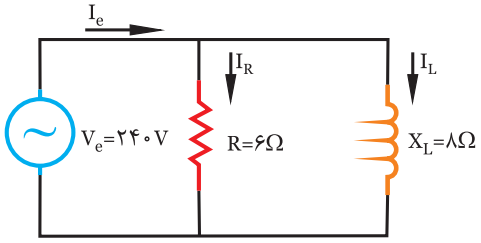
ضریب کیفیت

$$Q=tg\,\varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{IL}{IR}=\frac{1/L}{I/R}=\frac{R}{X_L}=\frac{Pd}{Pe}$$

مثلث جریان	مثلث عکس امپدانس	مثلث توان

مثال ۸

در مدار شکل (۳-۴۶) مطلوبست:



شکل (۳-۴۶)

الف) جریان‌های هر شاخه و جریان کل

ب) امپدانس مدار

ج) توان اکتیو، راکتیو و ظاهری

حل

الف) با معلوم بودن Ve، R و X_L جریان‌های هر شاخه محاسبه می‌شود:

$$I_R=\frac{Ve}{R}=\frac{۲۴۰}{۶}=۴۰A$$

$$I_L=\frac{Ve}{X_L}=\frac{۲۴۰}{۸}=۳۰A$$

$$Ie=\sqrt{I_R^۲+I_L^۲}=\sqrt{۴۰^۲+۳۰^۲}\Rightarrow \boxed{Ie=۵۰A}$$

ب) امپدانس را می‌توان با معلوم بودن Ve و Ie محاسبه کرد:

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۲۴۰}{۵۰}=۴/۸\Omega$$

*امپدانس را می‌توان از رابطه زیر نیز محاسبه کرد:

$$Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^۲+X_L^۲}}=\frac{۶\times۸}{\sqrt{۶^۲+۸^۲}}=\frac{۴۸}{۱۰}\Rightarrow \boxed{Z=۴/۸\Omega}$$

ج) توان اکتیو:

$$Pe=\frac{Ve^۲}{R}=\frac{۲۴۰^۲}{۶}=۹۶۰۰w$$

$$Pd=\frac{Ve^۲}{X_L}=\frac{۲۴۰^۲}{۸}=۷۲۰۰VA.R$$

$$Ps=Ve\times Ie=۲۴۰\times۵۰=۱۲۰۰۰V.A$$

توان اکتیو و راکتیو را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد:

$$Pe=Ps\times\cos\varphi=۱۲۰۰۰\times۰/۸=۹۶۰۰w$$

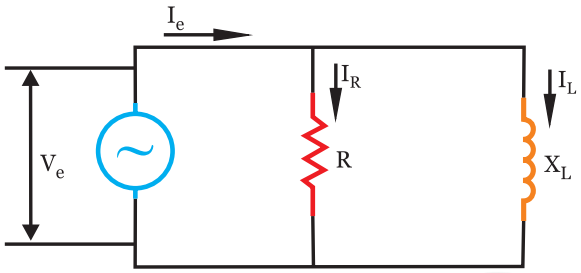
$$Pd=Ps\times\sin\varphi=۱۲۰۰۰\times۰/۶=۷۲۰۰VAR$$

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۴/۸}{۶}=۰/۸$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_L}=\frac{۴/۸}{۸}=۰/۶$$

فعالیت ۹

با توجه به شکل (۴۷-۳) روابط زیر را کامل کنید:



شکل (۴۷-۳)

حل

$I_R = \frac{Ve}{.....}$ $\quad I_L = \frac{Ve}{.....}$ $\quad Ie = \frac{Ve}{.....}$

$Ie = \sqrt{(.....)^2 + (.....)^2}$

$Z = \frac{Ve}{.....}$ $\quad Z = \frac{R \times .....}{\sqrt{(.....)^2 + (.....)^2}}$

$\cos\varphi = \frac{.....}{Ie} = \frac{Z}{.....} = \frac{Pe}{.....}$

$\sin\varphi = \frac{.....}{Ie} = \frac{Z}{.....} = \frac{Pd}{.....}$

$tg\,\varphi = Q = \frac{.....}{Ie} = \frac{\quad}{X_L} = \frac{Pd}{.....}$

$Pe = Ve \times ..... = \frac{Ve^2}{.....} = Ve \times ..... \times .....$

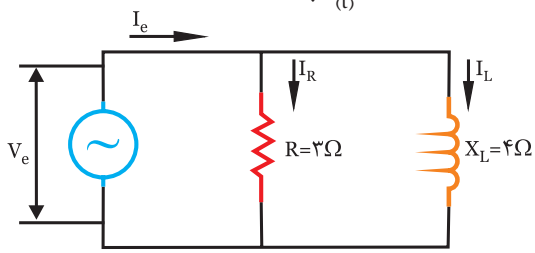
$Pd = ... \times IL = \frac{Ve^2}{.....} = ... \times Ie \times .....$

$Ps = Ve \times ..... = \frac{Ve^2}{.....}\sqrt{(.....)^2 + (Pd)^2}$

با مراجعه به متن درس، روابطی را که درست ننوشته‌اید، مجددا مطالعه و بازنویسی کنید.

تمرین

در مدار شکل (۴۸-۳) اگر معادله جریان $I_{(t)} = ۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t)$ باشد:



شکل (۴۸-۳)

الف) معادله ولتاژ کل را بنویسید.

ب) معادله جریان را در هر شاخه بنویسید.

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها را رسم کنید.

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

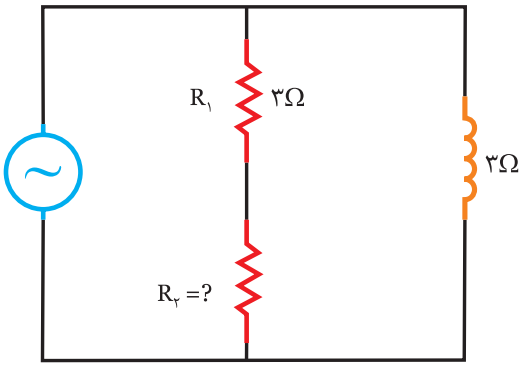
مثال ۹

در مدار شکل (۴۹-۳) توان راکتیو مدار Pd=۳۰۰VAR است. اگر ضریب قدرت مدار ۰/۶ باشد. مطلوبست:

الف) ولتاژ مدار Ve=?

ب) مقدار مقاومت R۲

ج) توان‌های اکتیو و ظاهری Pe=? و Ps=?



شکل (۴۹-۳)

حل

توان راکتیو مربوط به سلف یا خازن است. با معلوم بودن P_d و X_L می‌توان نوشت:

$$Pd=\frac{Ve^{۲}}{X_L} \Rightarrow Ve=\sqrt{Pd\times X_L}=\sqrt{۳۰۰\times ۳} \Rightarrow \boxed{Ve=۳۰V}$$

$$\cos\varphi=۰/۶ \Rightarrow \sin\varphi=\sqrt{۱-\cos\varphi^{۲}} \Rightarrow \sin\varphi=\sqrt{۱-۰/۶^{۲}}=۰/۸$$

ب) برای تعیین مقاومت $R_۲$، ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_L} \Rightarrow Z=X_L\times\sin\varphi \Rightarrow Z=۳\times ۰/۸ \Rightarrow \boxed{Z=۲/۴\Omega}$$

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R} \Rightarrow R_T=\frac{Z}{\cos\varphi}=\frac{۲/۴}{۰/۸} \Rightarrow \boxed{R_T=۶\Omega}$$

$$R_t=R_۱+R_۲ \Rightarrow R_۲=R_t-R_۱ \Rightarrow R_۲=۶-۳ \Rightarrow R_۲=۳\Omega$$

ج) توان‌های اکتیو و ظاهری:

$$Pe=\frac{Ve^{۲}}{R} \Rightarrow Pe=\frac{(۳۰)^{۲}}{۶} \Rightarrow \boxed{Pe=۱۵۰W}$$

$$Ps=\frac{Ve^{۲}}{Z} \Rightarrow Ps=\frac{(۳۰)^{۲}}{۲/۴}=\frac{۹۰۰}{۲/۴} \Rightarrow \boxed{Ps=۳۷۵V.A}$$

برای محاسبه توان‌های ظاهری و اکتیو می‌توان از راه حل دیگری نیز استفاده کرد:

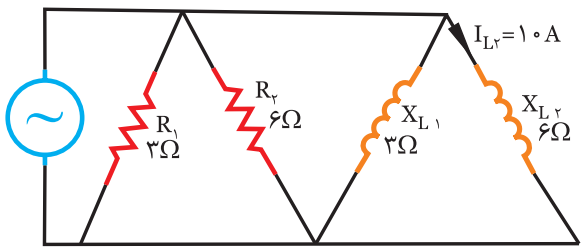
$$Ps=Ve\times Ie=۳۰\times ۱۲/۵=۳۷۵V.A$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۳۰}{۲/۴}=۱۲/۵A$$

$$Pe=Ps\times\cos\varphi=۳۷۵\times ۱۲/۵=۱۵۰W$$

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۵۰-۳)، مطلوبست:



شکل (۵۰-۳)

الف) ولتاژ مدار (Ve)

ب) امپدانس کل (z)

ج) جریان مدار (Ie)

حل

برای محاسبه ولتاژ، چون مقاومت‌های اهمی و سلفی به صورت موازی قرار دارد، با معلوم بودن جریان یکی از شاخه‌ها و مقاومت سلفی می‌توان نوشت:

$$Ve=X_{L۲}\times\ldots\ldots \Rightarrow \boxed{Ve=۱۰\times\quad=۶۰V}$$

ب) برای محاسبه امپدانس (z)، ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

$$Rt=\frac{R_۱\times R_۲}{\ldots\ldots+\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots+\ldots\ldots} \Rightarrow \boxed{Rt=\ldots\ldots}$$

$$X_Lt=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots+\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots+\ldots\ldots} \Rightarrow \boxed{X_Lt=\ldots\ldots}$$

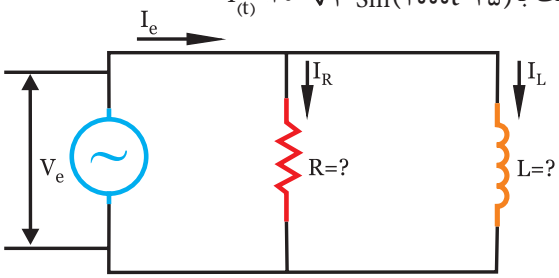
$$Z=\frac{R\times\ldots\ldots}{\sqrt{(\quad)^{۲}+(\quad)^{۲}}} \Rightarrow Z=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\sqrt{(\ldots\ldots)^{۲}+(\ldots\ldots)^{۲}}} \Rightarrow \boxed{Z=\ldots\ldots}$$

ج) با معلوم بودن ولتاژ کل و امپدانس، جریان مدار محاسبه می‌شود:

$$Ie=\frac{Ve}{\ldots\ldots} \Rightarrow Ie=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \Rightarrow \boxed{Ie=\ldots\ldots}$$

تمرین

در مدار R_L موازی شکل (۵۱-۳) معادله ولتاژ $V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\,\sin(۱۰۰۰t)$ و معادله جریان مساوی است با $I_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}\,\sin(۱۰۰۰t-۴۵)$



شکل (۵۱-۳)

الف) مقادیر R و L را محاسبه کنید.

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار را رسم کنید.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

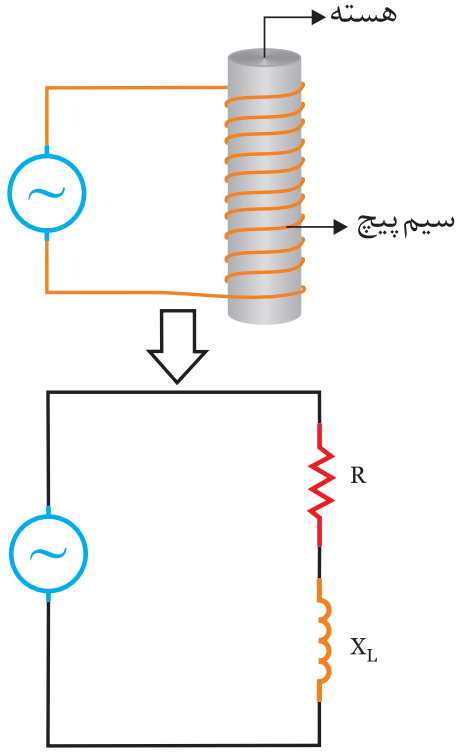
.....

.....

.....

بیشتر بدانید

چنانچه چند دور سیم روکش‌دار را روی یک هسته بپیچیم، یک بوبین یا سلف ساخته می‌شود. هر بوبین یا سلف دارای یک مقاومت اهمی (R) و ضریب خودالقایی (L) می‌باشد. در اثر عبور جریان متناوب این سیم پیچ یک مقاومت سلفی (X_L) از خود نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان هر سیم پیچ را ترکیبی از یک مقاومت اهمی (R) و یک مقاومت سلفی (X_L) در نظر گرفت که با هم سری شده است. شکل (۳-۵۲)



مدار معادل

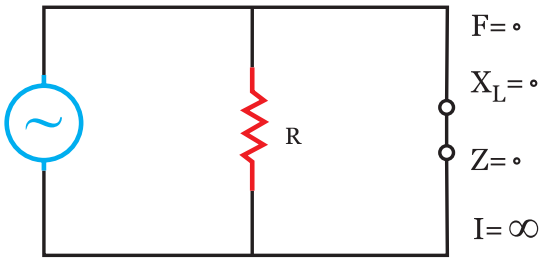
شکل (۳-۵۲)

بنابراین سیم پیچ‌های ترانسفورماتورها و موتورهای الکتریکی را می‌توان به عنوان یک مدار RL سری در نظر گرفت.

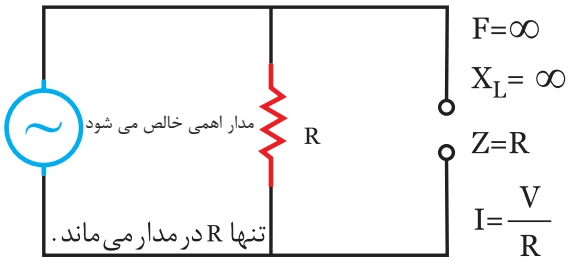
خلاصه درس

۳-۱۱- تاثیر فرکانس روی مدار RL موازی

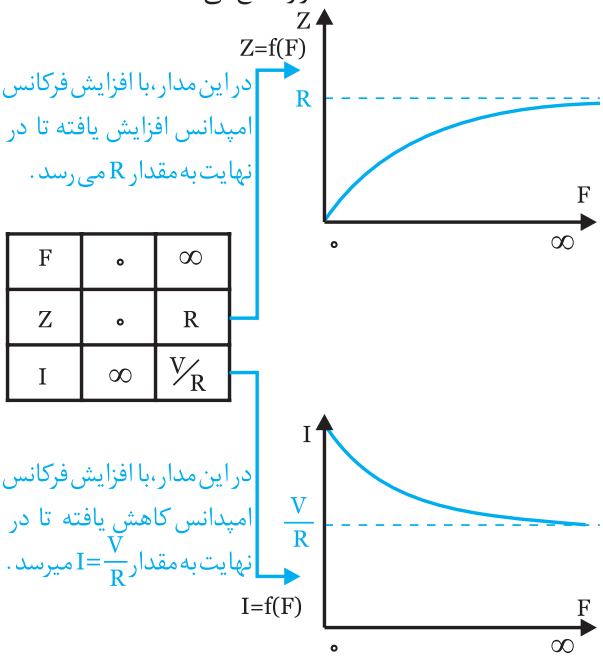
در این مدار، با افزایش فرکانس R ثابت است، ولی X_L افزایش می‌یابد. اگر فرکانس از کوچکترین مقدار یعنی F=۰ تا فرکانس‌های بسیار بالا F= ∞ افزایش یابد. تغییرات امپدانس و جریان را می‌توان چنین بررسی کرد. شکل (۳-۵۳)



سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.



سلف مدار را قطع می‌کند.



F	۰	∞
Z	۰	R
I	∞	V/R

شکل (۳-۵۳)

۳-۱۲-تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت (Cos φ)

در این مدار با افزایش فرکانس، ضریب قدرت افزایش می‌یابد. در فرکانس‌های بسیار بالا، ضریب قدرت به حداکثر

مقدار خود یعنی ۱ می‌رسد و مدار حالت اهمی خالص می‌یابد.

جدول زیر تاثیر فرکانس را روی پارامترهای مدار نشان می‌دهد.

$\uparrow F$	
مقاومت سلفی X_L	$\uparrow X_L = ۲\pi \overset{\uparrow}{f}.L$
امپدانس (Z)	$\uparrow Z \Leftarrow \frac{۱}{Z^۲} = \frac{۱}{R^۲} = \frac{۱}{\uparrow X_L^۲}$
جریان (Ie)	$\downarrow Ie = \frac{Ve}{Z\uparrow}$
ضریب قدرت Cos φ	$\uparrow Cos\ \varphi = \frac{Z\uparrow}{R}$
زاویه اختلاف فاز φ	$\downarrow \varphi$
حالت مدار	اهمی تر میشود

تحقیق کنید

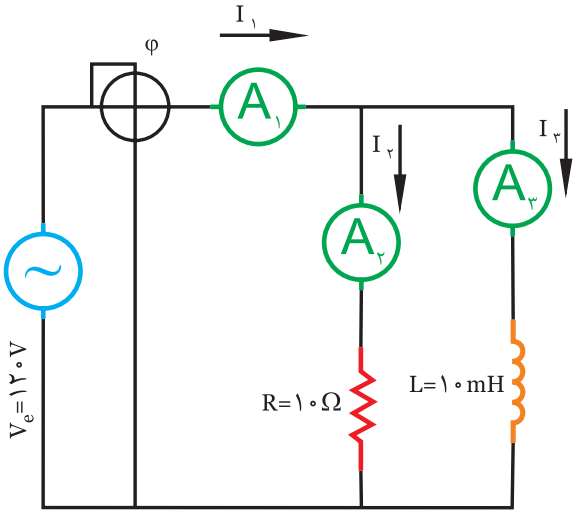
۱- با کمک سایت‌های اینترنتی و موتورهای جستجوگر مثل Google و Yahoo درباره لغات کلیدی زیر مطالبی را تهیه کرده و در کلاس ارائه کنید.

- Parallel RL Circuits (مدارات RL موازی)
- ImPedance (امپدانس) - Phase Angle (زاویه فاز)
- Real Power (توان حقیقی) - R-L-filter (فیلترهای RL)

۲- با کمک اسیلوسکوپ و سیگنال ژنراتور، در مورد یک مدار RL موازی زاویه اختلاف فاز و دامنه ولتاژ و جریان را در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید.

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم، مدار الکتریکی شکل (۳-۵۴) را بسته و پارامترهایی مثل جریان هر شاخه، ضریب قدرت و زاویه اختلاف فاز را در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید و نتایج را در جدول زیر بنویسید.

F	
$I_۱$	
$I_۲$	
$I_۳$	

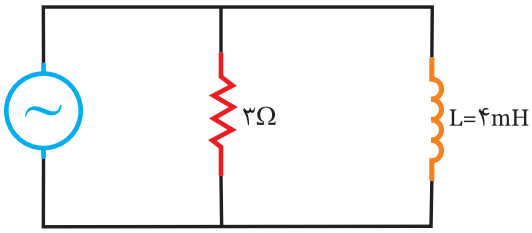


شکل (۳-۵۴)

۴- در مورد کاربرد مدار R_L موازی (مثلا به عنوان فیلتر) مطالبی را تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

مثال ۱۰

در مدار الکتریکی شکل (۳-۵۵) مطلوبست:



$\omega = ۱۰۰۰ rad/s$

شکل (۳-۵۵)

الف) ضریب قدرت مدار در $\omega = ۱۰۰۰\ rad/s$

ب) در چه فرکانسی ضریب قدرت نصف می‌شود؟

حل

ابتدا مقاومت سلفی را محاسبه می کنیم:

$$X_L = \omega.L \Rightarrow X_L = ۱۰۰۰ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \boxed{X_L = ۴\Omega}$$

با معلوم بودن X_L و R، z و سپس Cos φ را محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \frac{R.X_L}{\sqrt{R^۲ + X_L^۲}} = \frac{۳ \times ۴}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow \boxed{Z = ۲/۴\ \Omega}$$

$$Cos\ \varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow Cos\ \varphi = \frac{۲/۴}{۳} \Rightarrow \boxed{Cos\ \varphi = ۰/۸}$$

ب)

$\cos\varphi_2 = \frac{1}{2}\cos\varphi_1 = \frac{1}{2}\times 0/8 \Rightarrow \boxed{\cos\varphi_2 = 0/4}$

$\cos\varphi_2 = \frac{Z_2}{R} \Rightarrow Z_2 = R.\cos\varphi_2 = 3\times 0/4 \Rightarrow \boxed{Z_2 = 1/2\ \Omega}$

$\sin\varphi_2 = \sqrt{1-\cos\varphi_2^2} = \sqrt{1-0/4^2} \Rightarrow \sin\varphi_2 = 0/91$

$\sin\varphi_2 = \frac{Z}{X_{L2}} \Rightarrow X_{L2} = \frac{Z}{\sin\varphi_2} = \frac{1/2}{0/91} \Rightarrow \boxed{X_{L2} = 1/31\ \Omega}$

$F_2 = \frac{X_{L2}}{2\pi\times L} = \frac{1/31}{2\times 3/14\times 4\times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{F_2 = 52\,Hz}$

مشاهده می‌شود با کاهش فرکانس، ضریب قدرت و امپدانس کاهش می‌یابد.

فعالیت ۱۱

در یک مدار R-L موازی، که R=۶ Ω و L=۸ mH و Ve=۱۰۰ V است. فرکانسی را از F_1=۱ HZ به F_2=۱۰ KHZ می‌رسانیم. امپدانس (z) و ضریب قدرت (Cos φ) و جریان (Ie) را در هر دو فرکانس محاسبه کنید.

حل

ابتدا مقاومت القایی و سپس امپدانس (z) و جریان Ie را در هر دو فرکانس محاسبه کنید:

F=۱ Hz

$X_L = 2\pi f\times\ldots\ldots \Rightarrow X_L = 2\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots \Rightarrow \boxed{X_L = \ldots}$

$Z = \frac{R\times\ldots\ldots}{\sqrt{(\ldots)^2+(\ldots)^2}} \Rightarrow Z = \frac{\ldots\times\ldots}{\sqrt{(\ldots)^2+(\ldots)^2}} \Rightarrow \boxed{Z = \ldots}$

$Ie = \frac{Ve}{\ldots} \Rightarrow Ie = \frac{\ldots}{\ldots} \Rightarrow \boxed{Ie = \ldots}$

F= ۱۰ KHz

$X_L = 2\times\ldots\times\ldots\times L \Rightarrow X_L = 2\times\ldots\times\ldots\times\ldots \Rightarrow \boxed{X_L = \ldots}$

$Z = \frac{R\times\ldots\ldots}{\sqrt{\ldots}} \Rightarrow Z = \frac{\ldots\times\ldots}{\sqrt{\ldots}} \Rightarrow \boxed{Z = \ldots}$

$Ie = \frac{\ldots}{\ldots} \Rightarrow Ie = \frac{\ldots}{\ldots} \Rightarrow \boxed{Ie = \ldots}$

در نهایت می‌توان ضریب قدرت (Cos φ) را نیز برای هر دو فرکانس محاسبه کرد:

F=۱ Hz

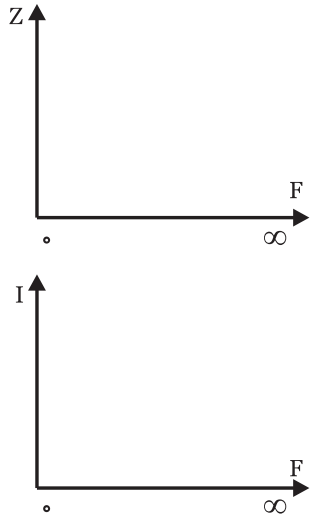
$\cos\varphi = \frac{\ldots}{R} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\ldots}{\ldots} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi = \ldots}$

F= ۱۰ KHz

$\cos\varphi = \frac{\ldots}{\ldots} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\ldots}{\ldots} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi = \ldots}$

تمرین

۱- منحنی‌های تغییرات امپدانس نسبت به فرکانس Z=f(f) و جریان نسبت به فرکانس I=f(f) را رسم کنید. جدول مربوط به آن را نیز کامل کنید. شکل (۵۶-۳)



F	۰	∞
Z		
I		

شکل (۵۶-۳)

۲- جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس روی پارامترهای مختلف مدار می‌باشد را کامل کنید.

↑F	
مقاومت سلفی XL	مثال $\uparrow X_L = 2\pi \uparrow f.L$
امپدانس (Z)	
جریان (Ie)	
ضریب قدرت Cos φ	
زاویه اختلاف فاز φ	
حالت مدار	

تمرین

گزینه‌های صحیح و غلط را در مورد مدار R-L موازی انتخاب کنید:

۱- در این مدار، افزایش فرکانس تاثیری در مقاومت اهمی (R) ندارد. صحیح ☐ غلط ☐

۲- در این مدار، توان اکتیو (Pe) متناسب با مقدار مقاومت القایی X_L تغییر می‌کند.

صحیح ☐ غلط ☐

۳- ضریب قدرت از رابطه $\cos\varphi=\frac{Z}{R}$ بدست می‌آید.

صحیح ☐ غلط ☐

۴- با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ثابت می‌ماند.

صحیح ☐ غلط ☐

۵- جریان در شاخه سلفی، متناسب با مقاومت اهمی مدار تغییر می‌کند. صحیح ☐ غلط ☐

۶- جریان کل مدار، از رابطه $Ie=I_1+I_2$ بدست می‌آید.

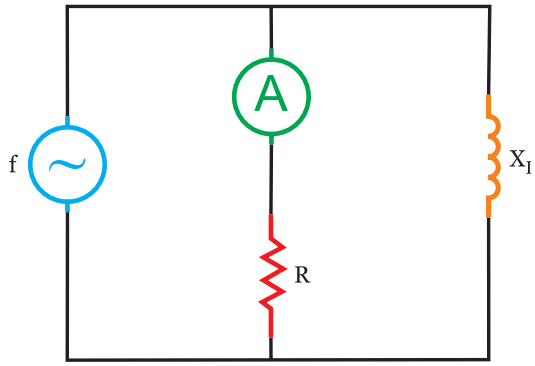
صحیح ☐ غلط ☐

۷- امپدانس مدار از رابطه $Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$ بدست می‌آید.

صحیح ☐ غلط ☐

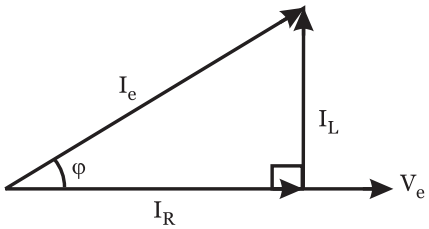
۸- در مدار شکل (۳-۵۷) ، افزایش فرکانس موجب افزایش جریان آمپرمتر می‌شود.

صحیح ☐ غلط ☐



شکل (۳-۵۷)

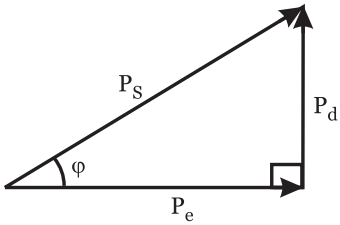
۹- دیاگرام برداری جریان‌ها و ولتاژ مطابق شکل (۳-۵۸) است. صحیح ☐ غلط ☐



شکل (۳-۵۸)

۱۰- مثلث توان‌ها در این مدار مطابق شکل (۳-۵۹) است.

صحیح ☐ غلط ☐



شکل (۳-۵۹)

خلاصه درس

۳-۱۳- تبدیل مدار R-L سری به R-L موازی

در بسیاری از موارد خصوصا در مدارهای سری – موازی (مختلط) که در فصول آینده مورد بررسی قرار می‌گیرد، لازم است تا یک مدار R-L سری به یک مدار R-L موازی تبدیل شود. در این تبدیل باید: اولا امپدانس و ضریب قدرت در هر دو حالت یکسان باشد، ثانیا خاصیت مدار در هر دو حالت یکسان باشد. برای این تبدیل مراحل زیر انجام می‌شود:

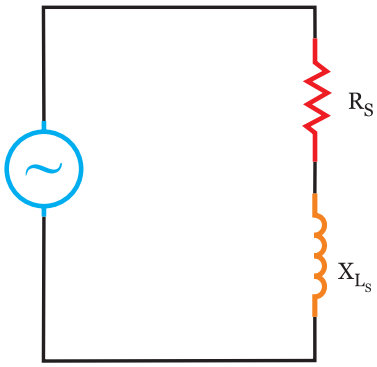
۱- ابتدا امپدانس را در حالت سری از $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$ رابطه محاسبه می‌کنیم.

۲- ضرایب Sin φ و Cos φ را از رابطه‌های $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$ و $\sin\varphi=\frac{X_L}{Z}$ در حالت سری محاسبه می‌کنیم.

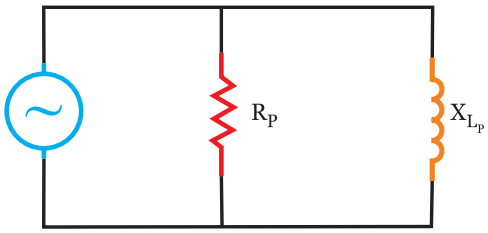
۳- برای تبدیل به حالت موازی، چون مقادیر Z، Cos φ و Sin φ باید در هر دو مدار یکسان باشد. می‌توان نوشت:

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R}\Rightarrow Rp=\frac{Z}{\cos\varphi}\Rightarrow Rp=\frac{Z}{\frac{R_S}{Z}}\Rightarrow \boxed{Rp=\frac{Z^2s}{Rs}}$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_L}\Rightarrow X_Lp=\frac{Z}{\sin\varphi}\Rightarrow X_Lp=\frac{Z}{\frac{X_{LS}}{Z}}\Rightarrow \boxed{X_Lp=\frac{Z^2s}{X_{Ls}}}$$



مدار سری

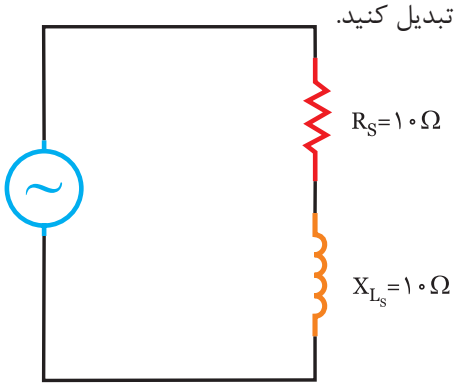


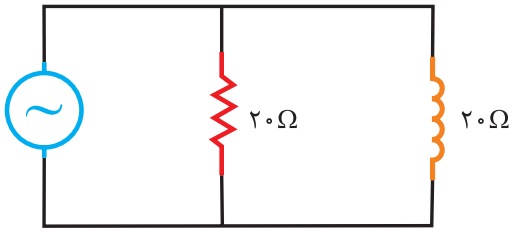
مدار معادل موازی

شکل (۶۰-۳)

مثال ۱۱

مدار شکل (۶۱-۳) را از حالت مدار سری به حالت مدار موازی تبدیل کنید.





شکل (۶۱-۳)

حل

$$Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲} \Rightarrow Z=\sqrt{۱۰^۲+۱۰^۲} \Rightarrow \boxed{Z=۱۰\sqrt{۲}}$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\sin\varphi=\frac{X_L}{Z} \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$Rp=\frac{Z}{\cos\varphi}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \Rightarrow \boxed{Rp=۲۰\Omega}$$

$$X_Lp=\frac{Z}{\cos\varphi}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \Rightarrow \boxed{X_Lp=۲۰\Omega}$$

خلاصه درس

۱۴-۳- تبدیل مدار R-L موازی به R-L سری

برای این تبدیل عکس مراحل قبلی را انجام می‌دهیم:

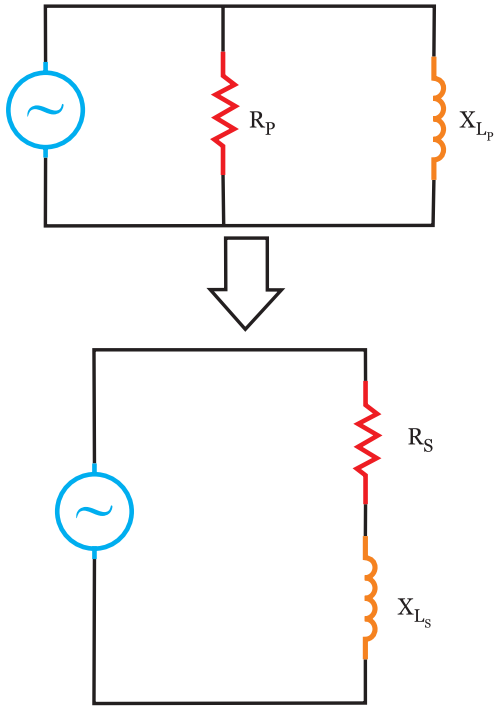
۱- ابتدا امپدانس را در حالت موازی از رابطه $Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^۲+X_L^۲}}$ محاسبه می‌کنیم.

۲- ضرایب $\sin\varphi$ و $\cos\varphi$ را از رابطه‌های $\sin\varphi=\frac{Z}{X_L}$ و $\cos\varphi=\frac{Z}{R}$ محاسبه می‌کنیم.(شکل ۶۲-۳)

۳- برای تبدیل به حالت سری، مقادیر Z،$\cos\varphi$ و $\sin\varphi$ باید در هر دو حالت یکسان باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow Rs=Z.\cos\varphi \Rightarrow Rs=Z\times\frac{Z}{Rp} \Rightarrow \boxed{Rs=\frac{Z^۲p}{Rp}}$$

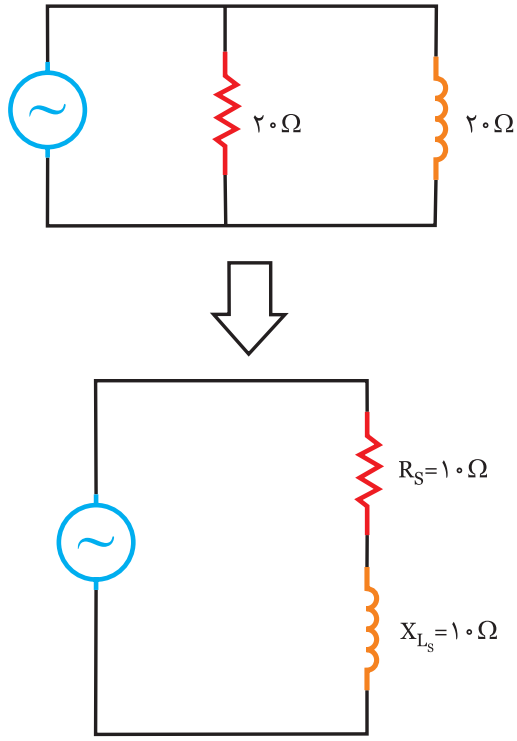
$$\sin\varphi=\frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_Ls=Z.\sin\varphi \Rightarrow X_Ls=Z\times\frac{Z}{X_Lp} \Rightarrow \boxed{X_Ls=\frac{Z^۲p}{X_Lp}}$$



شکل (۶۲-۳)

مثال ۱۲

مدار شکل (۶۳-۳) را از حالت مدار موازی به حالت سری تبدیل کنید.



شکل (۶۳-۳)

حل

$$Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^۲+X_L^۲}} \Rightarrow Z=\frac{۲۰\times۲۰}{\sqrt{۲۰^۲+۲۰^۲}}=\frac{۴۰۰}{۲۰\sqrt{۲}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}$$

$$Z=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \boxed{Z=۱۰\sqrt{۲}}$$

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۱۰} \Rightarrow \cos\varphi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

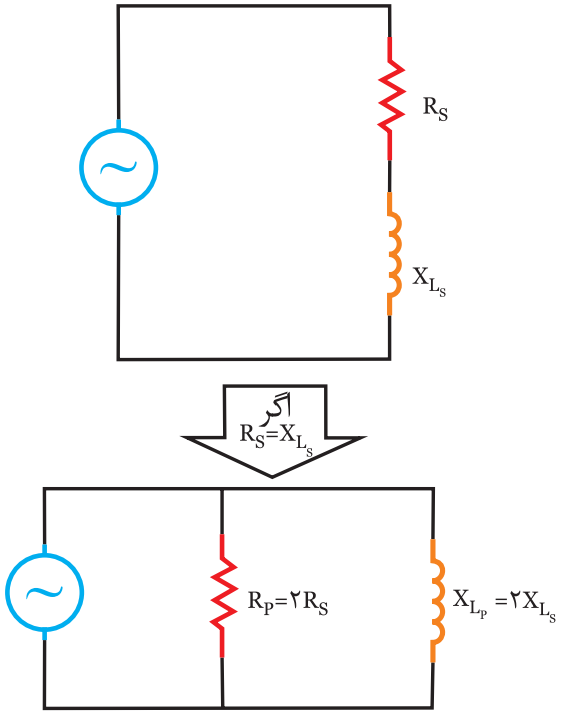
$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_L}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۱۰} \Rightarrow \sin\varphi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow Rs=Z.\cos\varphi=۱۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \boxed{Rs=۱۰\Omega}$$

$$\sin\varphi=\frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_Ls=Z.\sin\varphi=۱۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \boxed{X_Ls=۱۰\Omega}$$

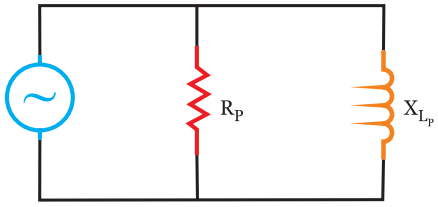
بیشتر بدانید

در تبدیل مدارات از حالت سری به موازی، اگر مقادیر R و X_L مساوی باشد، مقدار مقاومت X_L و R در حالت موازی دو برابر مقاومت‌ها در حالت سری است. شکل (۶۴-۳)

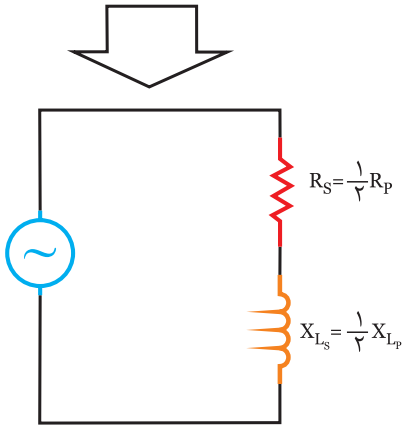


شکل (۶۴-۳)

بنابراین در تبدیل موازی به سری، مقادیر Rs و X_L نصف حالت موازی می‌باشد: شکل (۶۵-۳)



اگر $R_P=X_{L_P}$ باشد.



شکل (۶۵-۳)

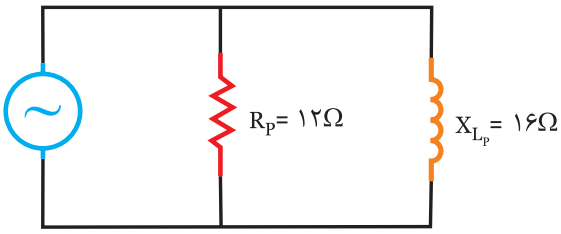
تحقیق کنید

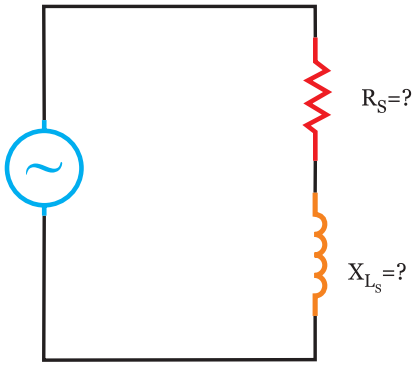
کاربرد تبدیل مدارات از سری به موازی و یا موازی به سری را بررسی کنید.

فعالیت ۱۲

در مدار شکل (۶۶-۳) ابتدا امپدانس (Z)، Cos φ و Sin φ را در حالت موازی محاسبه کنید.

سپس پارامترهای Rs و X_Ls را در حالت سری محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت سری رسم کنید.





شکل (۶۶-۳)

حل

ابتدا، امپدانس (Z) و ضریب قدرت (Cos φ) و Sin φ را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$Z=\frac{R\times.....}{\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}}\Rightarrow$$

$$\cos\varphi=\frac{.....}{R}\Rightarrow\cos\varphi=\frac{.....}{.....}\Rightarrow\boxed{\cos\varphi=.....}$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{.....}\Rightarrow\sin\varphi=\frac{.....}{.....}\Rightarrow\boxed{\sin\varphi=.....}$$

برای تبدیل به حالت سری و تعیین Rs و X_Ls از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\cos\varphi=\frac{Rs}{Z}\Rightarrow Rs=.....\times\cos\varphi=Rs=.....\times.....\Rightarrow\boxed{Rs=.....}$$

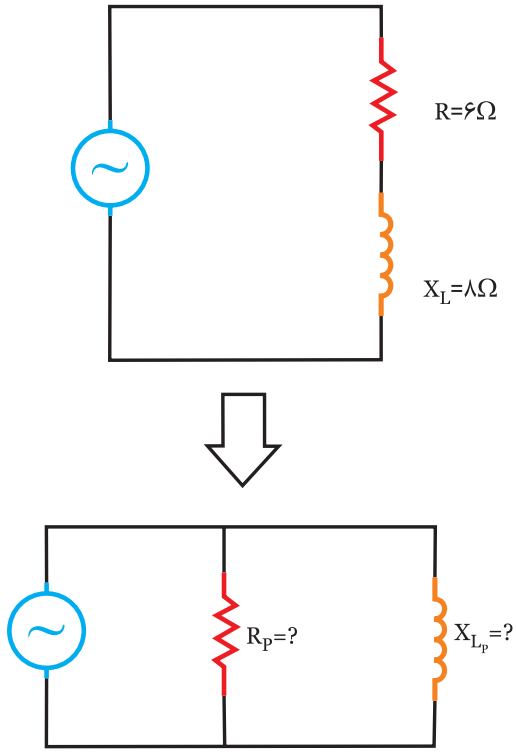
$$\sin\varphi=\frac{X_Ls}{Z}\Rightarrow X_Ls=.....\times\sin\varphi=X_Ls=.....\times.....$$

$$\Rightarrow\boxed{X_Ls=.....}$$

فعالیت ۱۳

در مدار شکل (۳-۶۷) ابتدا،امپدانس (Z)، Cos φ و Sin φ را در حالت سری محاسبه کنید.

- سپس پارامترهای Rp و $X_L p$ را در حالت موازی محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت موازی رسم کنید.



شکل (۳-۶۷)

حل

ابتدا، امپدانس (z) و ضریب قدرت (Cos φ) و Sin φ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:

$Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2} \Rightarrow Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$

$\Rightarrow$ Z=..... Ω

$\cos\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \cos\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Cos φ=.....

$\sin\varphi=\frac{X_L}{.....} \Rightarrow \sin\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Sin φ=.....

سپس مقادیر Rp و $X_L p$ را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

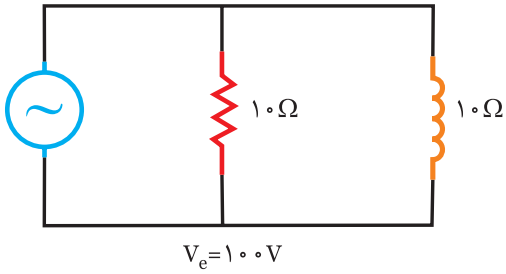
$\cos\varphi=\frac{.....}{Rp} \Rightarrow Rp=\frac{.....}{\cos\varphi} \Rightarrow Rp=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Rp=.....

$\sin\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow X_L p=\frac{.....}{.....} \Rightarrow X_L p=\frac{.....}{.....} \Rightarrow X_L p=.....$

تمرین

در مدار شکل (۳-۶۸) ابتدا معادل مدار را در حالت سری بدست آورید.

سپس توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری را هم در حالت سری و هم موازی محاسبه کنید.



شکل (۳-۶۸)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

پرسش‌های صحیح و غلط:

در یک مدار R_L موازی موارد صحیح یا غلط را تعیین کنید:

۱- در این مدار، در فرکانس F=۰ مدار به صورت اتصال کوتاه در می‌آید.

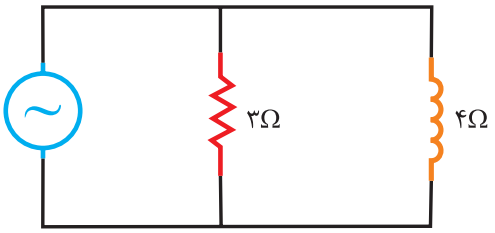
☐ صحیح ☐ غلط

۲- در جریان dc، این مدار دارای ضریب قدرت واحد می‌شود. (Cos φ=۱)

☐ صحیح ☐ غلط

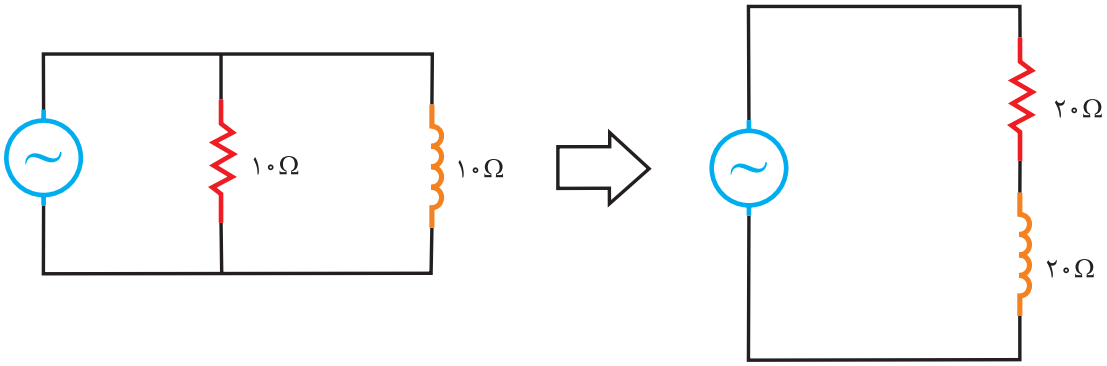
۳- در مدار شکل (۶۹-۳)، ضریب قدرت مدار برابر ۰/۶ است.

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۶۹-۳)

۴- مدار معادل سری در این مدار مطابق شکل (۷۰-۳) است.

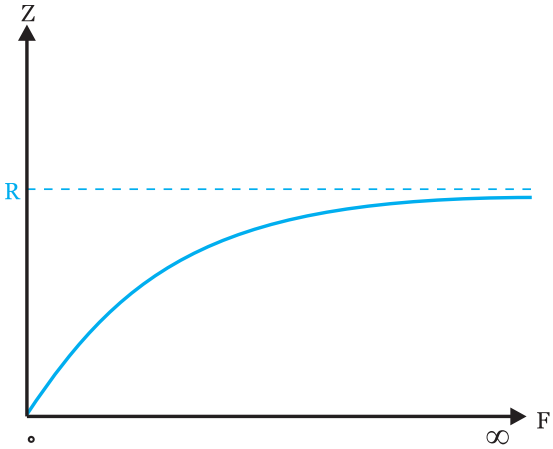


شکل (۷۰-۳)

☐ صحیح ☐ غلط

۵- منحنی در این مدار، مطابق شکل (۷۱-۳) است.

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۷۱-۳)

۶- با توجه به پارامتر مورد نظر، رابطه مربوطه را مشخص کنید: «دو مورد اضافی است»

شماره هر رابطه را در محل مشخص شده بنویسید

۱- امپدانس ☐

۲- ضریب قدرت ☐

۳- توان اکتیو ☐

۴- توان ظاهری ☐

۵- ضریب کیفیت ☐

۱) $\cos\varphi=\frac{Z}{R}$

۲) $Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$

۳) $tg\,\varphi=\frac{R}{X_L}$

۴) $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$

۵) $Pe=\frac{Ve^2}{R}$

۶) $Pd=\frac{Ve^2}{X_L}$

۷) $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$

۷- در مدار RL موازی، با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ..... می‌یابد.

۸- در این مدار، با افزایش فرکانس امپدانس ..... می‌یابد.

۹- در این مدار، افزایش مقاومت اهمی باعث می‌شود تا مدار حالت ..... یابد.

۱۰- در این مدار، توان اکتیو متناسب با مجذور ..... تغییر می‌کند.

۱- در مدار شکل (۷۲-۳) معادله ولتاژ $V_{(t)}=100\ Sin(400t)$ می‌باشد. مطلوبست محاسبه:

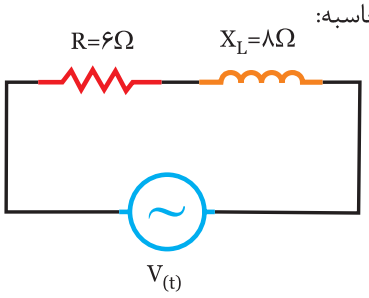
«دی ۸۴»

الف) امپدانس مدار

ب) معادله زمانی جریان

ج) ضریب خودالقایی سلف

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار



شکل (۷۲-۳)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

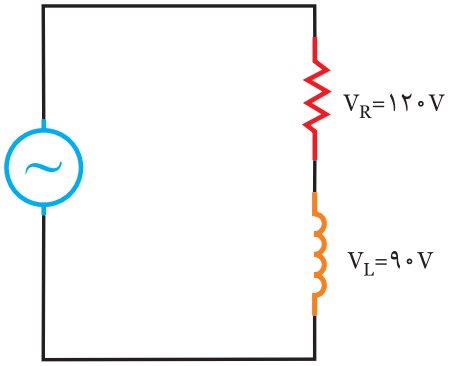
۲- در مدارشکل (۷۳-۳) معادله زمانی جریان به صورت $I_{(t)}=۴\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$ است. مطلوبست: «خرداد ۸۵»

الف) ولتاژ کل مدار

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

ج) مقادیر R و L

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

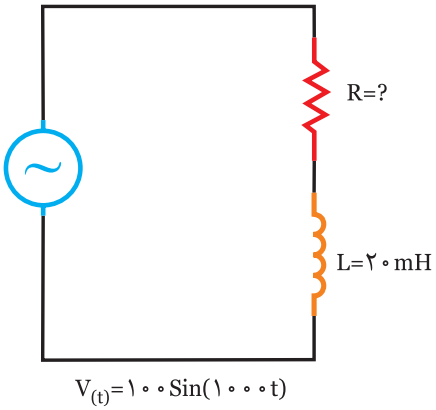


شکل (۷۳-۳)

۳- در مدار شکل (۷۴-۳) ضریب کیفیت برابر ۱ است. مطلوبست: «دی ۸۵»

الف) مقدار مقاومت R

ب) معادله زمانی جریان منبع



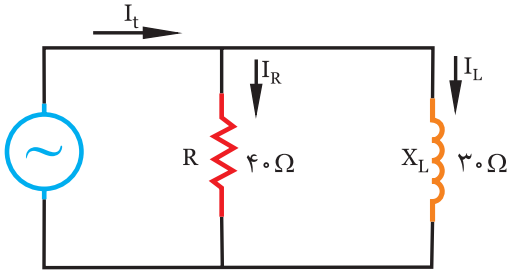
شکل (۷۴-۳)

۴- در مدار شکل (۷۵-۳) معادله زمانی ولتاژ به صورت $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۲۵۰t$ است. مطلوبست: «شهریور ۸۶»

الف) امپدانس مدار

ب) معادلات زمانی جریان‌های مقاومت و سلف

ج) معادله زمانی جریان منبع



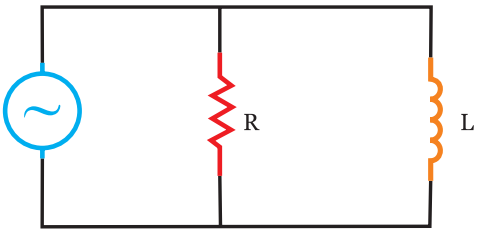
شکل (۷۵-۳)

۵- در مدار شکل (۷۶-۳) معادله ولتاژ و جریان منبع به ترتیب $V_{(t)}=۵۰۰\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$ و $I=۵\ \text{Sin}(۴۰۰t-\frac{\pi}{۶})$ است. مطلوبست: «دی ۸۳»

الف) امپدانس کل مدار

ب) اندازه R

ج) اندازه L

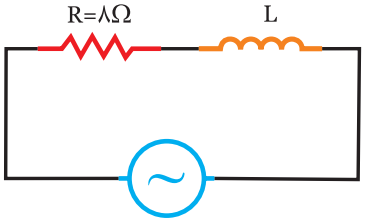


شکل (۷۶-۳)

۶- در مدار شکل (۷۷-۳) ضریب قدرت ۰/۸ =Cos φ می‌باشد. مطلوبست: «خرداد۸۷»

الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن



$V_{(t)}=۱۰۰Sin(۱۰۰۰t+\frac{\pi}{۶})$

شکل (۷۷-۳)

.....

.....

.....

.....

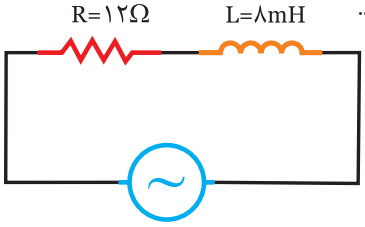
.....

۷- در مدار شکل (۷۸-۳) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) ضریب کیفیت مدار

ج) معادله زمانی جریان منبع



$V_{(t)}=۱۰۰Sin(۲۰۰۰t)$

شکل (۷۸-۳)

.....

.....

.....

.....

.....

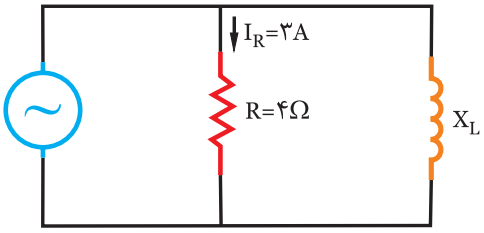
.....

۸- در مدار شکل (۷۹-۳) ضریب قدرت برابر ۰/۶ است، تعیین کنید: «دی ۸۶»

الف) امپدانس مدار

ب) معادلات جریان شاخه‌ها

راهنمایی: ابتدا با توجه به IR و R ولتاژ مدار و سپس Ie را محاسبه کنید:



شکل (۷۹-۳)

.....

.....

.....

.....

۹- با رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان در یک مدار RL سری رابطه $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$ را اثبات کنید.«شهریور ۸۱»

.....

.....

.....

.....

.....

.....

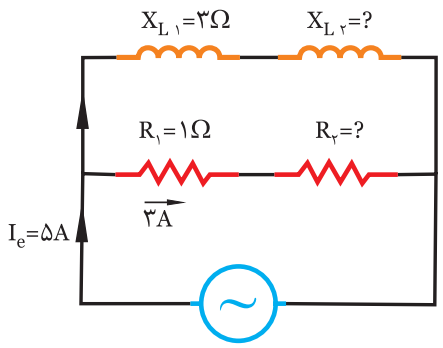
۱۰- در مدار شکل (۸۰-۳) مطلوبست: «خرداد ۸۳»

الف) امپدانس مدار

ب) مقدار $X_{L۲}$

ج) مقدار $R_۲$

راهنمایی: با توجه به معلوم بودن Ve و Ie، Z را محاسبه کنید:



شکل (۸۰-۳)

.....

.....

.....

.....

.....

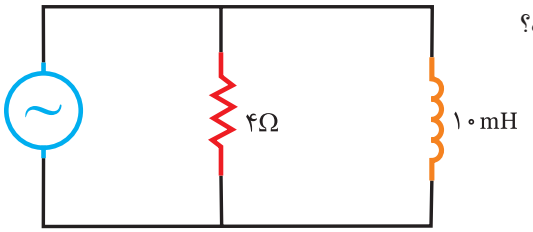
.....

.....

.....

سوالات چند گزینه ای

۱- امپدانس کل مدار جریان متناوب شکل (۸۱-۳) چند اهم است؟



$V_{(t)}=۱۰۰Sin(۴۰۰t)$

شکل (۸۱-۳)

الف) ۲

ب) $۴\sqrt{۲}$

ج) $۲\sqrt{۲}$

د) ۵

۲- در یک مدار RL سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۶۰ درجه است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

$(\cos ۶۰^\circ=۰/۵ \ , \ \sin ۶۰^\circ=۰/۸۶)$

الف) ۱۴/۴

ب) ۱۴/۸

ج) ۴۱/۲

د) ۴۳/۳

۳- در یک مدار RL موازی مقاومت اهمی ۲۰ و ضریب قدرت ۰/۸ است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

الف) ۱۲

ب) ۱۵

ج) ۲۳/۳

د) ۲۶/۶

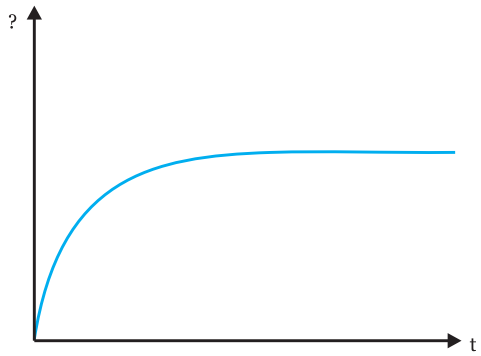
۴- منحنی شکل (۸۲-۳) اثر فرکانس را در کدام مدار RL و روی کدام کمیت می‌باشد؟

الف) موازی – جریان

ب) سری – مقاومت

ج) موازی – مقاومت

د) سری – جریان



شکل (۸۲-۳)

۵- در مدار شکل (۸۳-۳)، اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ ..... درجه و ولتاژ ورودی برابر ..... است.

الف) ۱۰۰ – ۵۳/۱

ب) ۱۰۰ – ۳۷

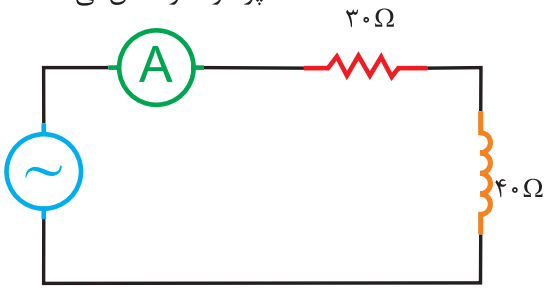
ج) ۱۴۰ – ۵۳/۱

د) ۱۴۰ – ۳۶/۹

$Sin^{-1}(۰/۶)=۳۷^\circ$

$Sin^{-1}(۰/۸)=۵۳^\circ$

آمپرمتر ۲A را نشان می‌دهد.



شکل (۸۳-۳)

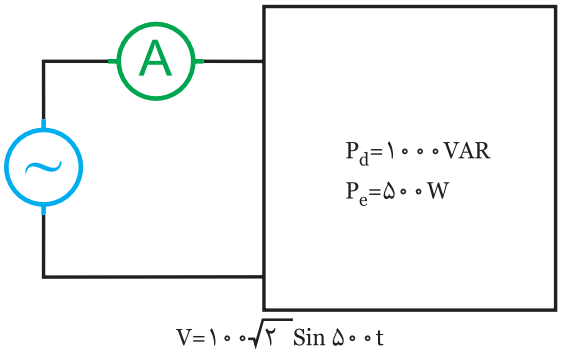
۶- در مدار شکل (۸۴-۳)، آمپرمتر چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟

الف) ۱۱/۸

ب) ۱۵

ج) ۱۶/۶۷

د) ۲۰



شکل (۸۴-۳)

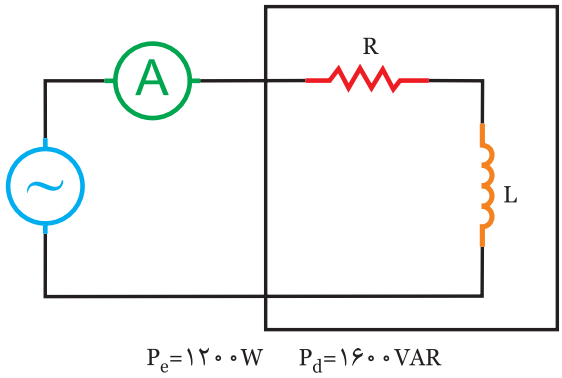
۷- در مدار شکل (۸۵-۳) R چند اهم است؟

الف) ۳

ب) ۴

ج) ۶

د) ۱۰



شکل (۸۵-۳)

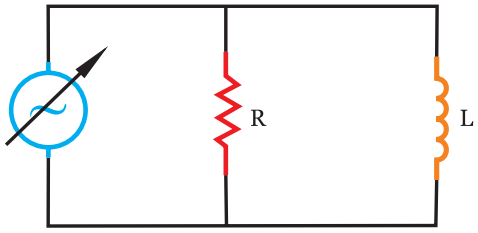
۸- درمدار شکل (۸۶-۳) با افزایش فرکانس کدام اتفاق می‌افتد؟

الف) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ زیاد می‌شود.

ب) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ کم می‌شود.

ج) امپدانس ورودی مدار به سمت صفر میل می‌کند.

د) امپدانس ورودی مدار به سمت بی‌نهایت میل می‌کند.



شکل (۸۶-۳)

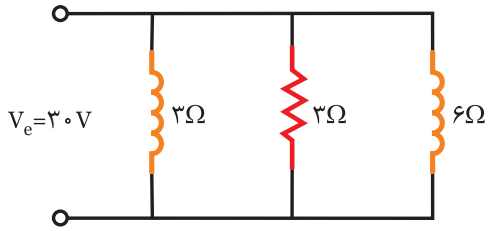
۹- در مدار شکل (۸۷-۳) توان ظاهری چند VA می‌باشد.

الف) ۷۵۰

ب) ۶۳۰

ج) ۵۴۰

د) ۱۵۰



شکل (۸۷-۳)

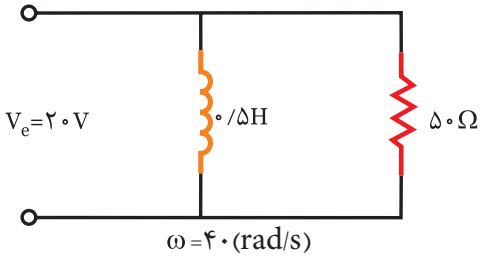
۱۰- ضریب کیفیت مدار شکل (۸۸-۳) کدام است؟

الف) ۰/۰۱

ب) ۰/۴

۳) ۲/۵

د) ۱۰۰



شکل (۸۸-۳)

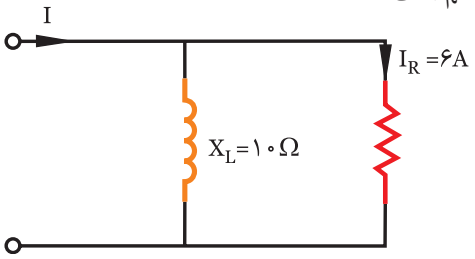
۱۱- در مدار شکل (۸۹-۳) اگر توان موثر ۳۶۰ وات باشد، امپدانس چند اهم است؟

الف) ۶

ب) $۵\sqrt{۲}$

ج) ۸

د) $۱۰\sqrt{۲}$



شکل (۸۹-۳)

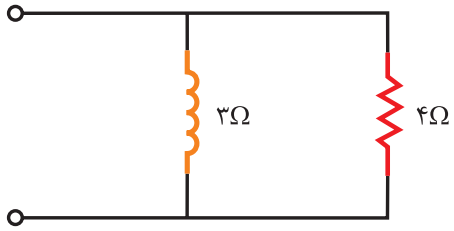
۱۲- در مدار شکل (۹۰-۳) ضریب قدرت چقدر است؟

الف) ۰/۵

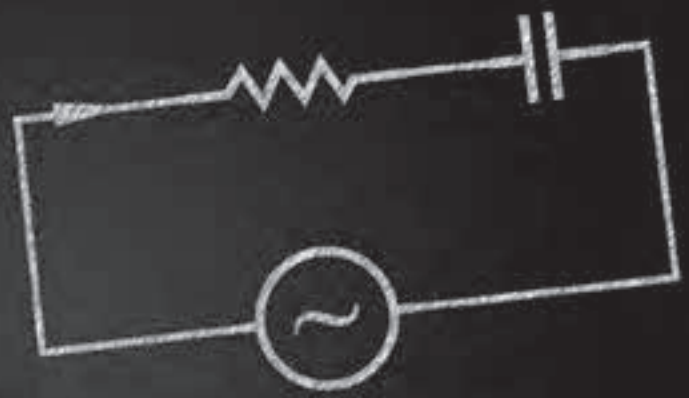
ب) ۰/۶

ج) ۰/۸

د) ۱/۶۶



شکل (۹۰-۳)



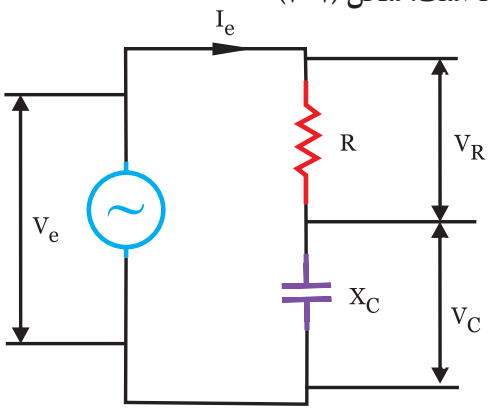
فصل چهارم

مدار RC سری و RC موازی

خلاصه درس

۴-۱- مدار R-C سری

در این مدار یک مقاومت اهمی (R) با یک خازن (c) به منبعی با جریان متناوب وصل می‌شود. **مانند کلیه مدارهای سری جریان در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است. شکل (۴-۱)**



شکل (۴-۱)

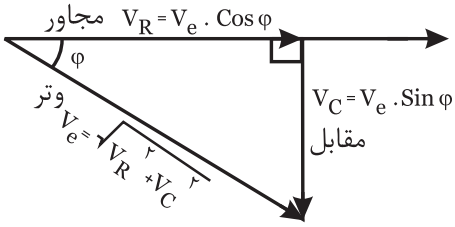
۴-۲-مثلث ولتاژ

اضلاع این مثلث عبارتند از:

V_R: ولتاژ دو سر مقاومت اهمی که هم فاز با جریان است.

V_C: ولتاژ دو سر مقاومت خازنی که ۹۰ درجه پس فاز است.

V_e: ولتاژ کل که برآیند برداری ولتاژهای V_R و V_c است و φ درجه پس فاز است. شکل (۴-۲)



شکل (۴-۲)

در این مدار φ عددی منفی است یعنی جریان نسبت به ولتاژ پیش فاز است.

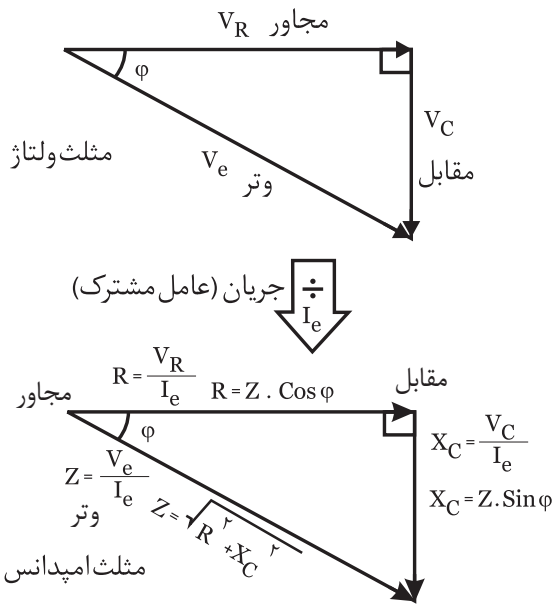
۴-۳- مثلث امپدانس

اگر اضلاع مثلث ولتاژ را بر عامل مشترک یعنی I_e تقسیم کنیم، اضلاع مثلث امپدانس (z) بدست می‌آید. شکل (۴-۳)

R: مقاومت اهمی

X_c: مقاومت خازنی

Z: امپدانس

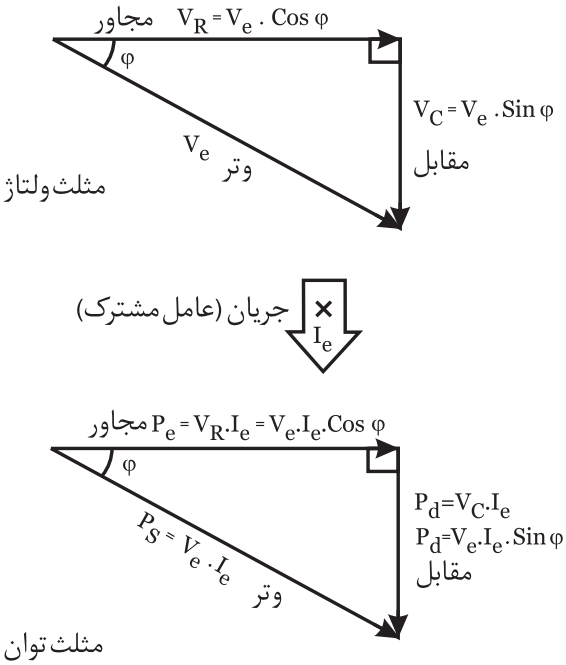


شکل (۴-۳)

۴-۴- مثلث توان

اضلاع این مثلث عبارتند از: P_e توان اکتیو، P_d توان راکتیو و P_s توان ظاهری. مثلث توان به دو روش بدست می‌آید:

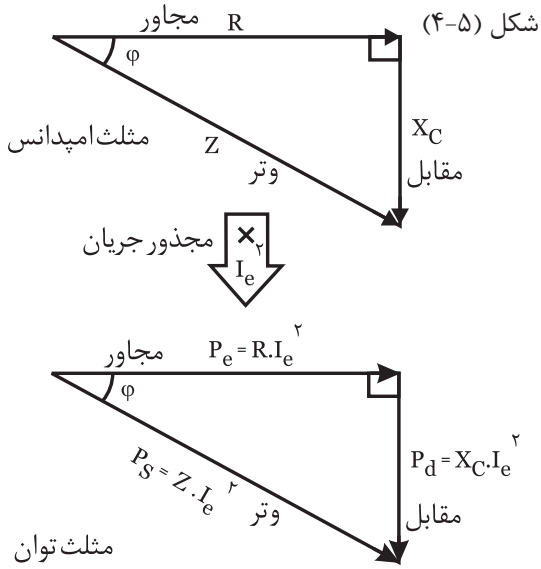
۱) اگر اضلاع مثلث ولتاژ را در عامل مشترک یعنی I_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴)



شکل (۴-۴)

۲) اگر اضلاع مثلث امپدانس را مجذور عامل مشترک یعنی I_e^2 ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید:

شکل (۴-۵)



شکل (۴-۵)

در این مدار φ و P_d مقداری منفی را دارد زیرا جریان پیش فاز است.

۴-۵- ضرائب یا نسبت‌های مثلثاتی

بین اضلاع مثلث‌های ولتاژ، امپدانس و توان نسبت‌های مثلثاتی مثل Cos φ ، Sin φ و Tan φ برقرار است که بطور خلاصه می‌توان نوشت:

ضریت قدرت راکتیو

$$\sin\varphi = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_c}{V_e} = \frac{X_c}{Z} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریت قدرت اکتیو

$$\cos\varphi = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{Ve} = \frac{R}{Z} = \frac{Pe}{Ps}$$

ضریب کیفیت

$$Q = tg\,\varphi = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{V_c}{V_R} = \frac{X_c}{R} = \frac{P_d}{P_e}$$

مثلث ولتاژ	مثلث امپدانس	مثلث توان

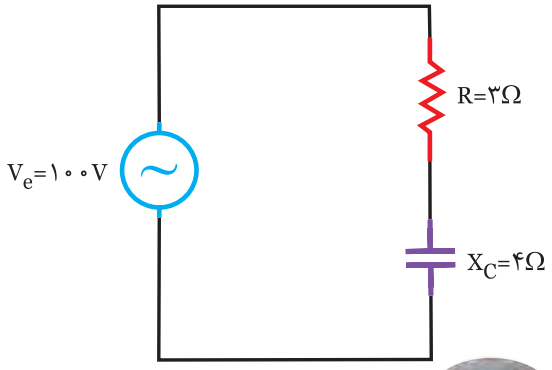
مثال ۱

در مدار الکتریکی شکل (۶-۴) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار Z

ب) جریان مدار I_e

ج) توان‌های اکتیو P_e، راکتیو P_d، ظاهری P_s



شکل (۶-۴)

حل

الف)با معلوم بودن مقادیر R و X_c، امپدانس مدار محاسبه می‌شود:

$$Z=\sqrt{R^2+X_c^2}=\sqrt{3^2+4^2}\Rightarrow Z=\sqrt{9+16}$$

$$\Rightarrow Z=\sqrt{25}\Rightarrow \boxed{Z=5\Omega}$$

ب) جریان مدار Ie، طبق قانون اهم محاسبه می‌شود:

$$Ie=\frac{V_e}{Z}=\frac{100}{5}\Rightarrow \boxed{I_e=20A}$$

ج) با توجه به اضلاع مثلث توان می‌توان نوشت:

توان اکتیو

$$P_e=R\times I_e^2\Rightarrow P_e=3\times(20)^2\Rightarrow \boxed{P_e=1200W}$$

توان راکتیو

$$P_d=X_c\times I_e^2\Rightarrow P_d=4\times(20)^2\Rightarrow$$

P_d= - ۱۶۰۰VAR
با توجه به خازنی بودن مدار، P_d منفی است

$$P_s=Z\times I_e^2\Rightarrow P_s=5\times(20)^2\Rightarrow \boxed{P_s=2000V.A}$$

مقادیر Pe، Pd و Ps را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد. پس از محاسبه با جواب‌های بدست آمده ، مقایسه کنید.

$$P_s=V_e\times I_e$$

$$P_s=P_s\times\cos\varphi$$

$$P_d=P_s\times\sin\varphi$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}$$

$$\sin\varphi=\frac{XC}{Z}$$

فعالیت ۱

۱- روابط زیر را کامل کنید:

$Z=\sqrt{(.....)^{۲}+X_C^{۲}}$

$R=\sqrt{(.....)^{۲}-(X_C)^{۲}}$

$X_c=\sqrt{(.....)^{۲}-(.....)^{۲}}$

$\cos\varphi=\frac{.....}{Z}=\frac{.....}{V_e}=\frac{P_e}{.....}$

$\sin\varphi=\frac{X_c}{.....}=\frac{V_c}{.....}=\frac{P_d}{.....}$

$tg\,\varphi=\ Q=\frac{.....}{.....}=\frac{V_c}{.....}=\frac{.....}{.....}$

$P_e=\ .....\times I_e=V_e\times I_e\times\ .....=R\times(.....)^{۲}$

$P_d=\ .....\times I_e=V_e\times.....\times\ .....=.....\times(.....)^{۲}$

$P_s=V_e\times\ .....=V_e\times.....=\ .....\times I_e^{۲}$

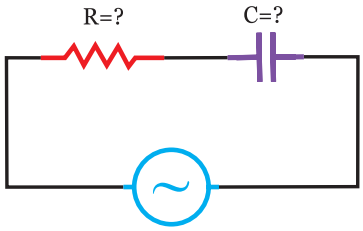
$P_s=\sqrt{(.....)^{۲}+(P_d)^{۲}}$

۲- جدول زیر را کامل کنید.

نام	رابطه	واحد
امپدانس	$Z=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}$	.....
توان اکتیو	$P_e=V_e\times.....\times\ .....$	.....
ضریب قدرت	$\cos\varphi=\frac{.....}{.....}$	.....
توان راکتیو	$P_d=X_c\times(.....)^{۲}$	.....
مقاومت خازنی	$X_c=\frac{۱}{.....}$	.....

تمرین

۱- در مدار شکل (۷-۴) معادله ولتاژ و جریان منبع $V_{(t)}=۱۰۰\sin(۲۵۰۰t+۱۵^{\circ})$ و $I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ \sin(۲۵۰۰t+۳۰)$ است.



شکل (۷-۴)

مطلوبست: مقادیر: الف) R=? و C=?

ب) دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

حل

.....

.....

.....

.....

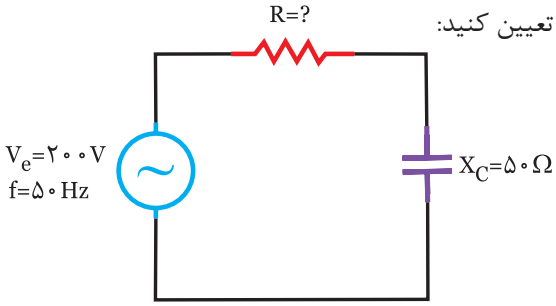
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۸-۴) ضریب کیفیت مدار برابر با یک است. تعیین کنید:



شکل (۸-۴)

الف) مقدار مقاومت R و امپدانس z

ب) توان‌های و مثلث توان‌ها

حل

.....

.....

.....

.....

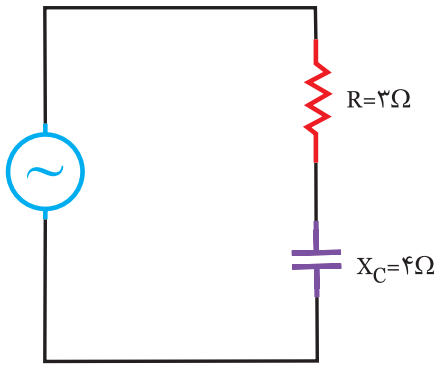
.....

.....

.....

مثال ۲

در مدار الکتریکی شکل (۹-۴) معادله زمانی ولتاژ مدار، $V_{(t)}=100\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}\,(1000t)$ است. معادله زمانی جریان مدار را بنویسید.



زاویه بردار ولتاژ $\theta_V=0^\circ$

شکل (۹-۴)

حل

با معلوم بودن معادله ولتاژ: $V_{(t)}=100\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}\,(1000t)$

مقادیر: $\theta v=0$ ، $Vm=100\sqrt{2}\ (V)$ و $\omega=1000\ \frac{Rad}{S}$ معلوم است.

برای معادله جریان به مقادیر Im و θi احتیاج داریم.

$$Im=\frac{Vm}{Z}\Rightarrow Z=\sqrt{R^2+Xc^2}\Rightarrow Z=\sqrt{4^2+3^2}\Rightarrow Z=5\ \Omega$$

جریان ماکزیمم مدار:

$$Im=\frac{100\sqrt{2}}{5}\Rightarrow \boxed{Im=20\sqrt{2}}$$

$$\theta i=\theta v-\varphi\Rightarrow \varphi=\mathrm{Cos}^{-1}\frac{R}{Z}\Rightarrow \varphi=\mathrm{Cos}^{-1}\frac{3}{5}$$

φ را منفی در نظر میگیریم چون مدار خازنی است

$$\varphi=\mathrm{Cos}^{-1}0/6\Rightarrow \varphi=-53^\circ$$

$$\theta i=\theta v-\varphi\Rightarrow \theta i=0-(-53^\circ)\Rightarrow \theta i=0+53\Rightarrow \boxed{\theta i=53^\circ}$$

جریان ۵۳ درجه پیش فاز است.

با معلوم بودن مقادیر $Im=20\sqrt{2}$ ، $\omega=1000$ و $\theta i=53$

معادله جریان را می‌نویسیم:

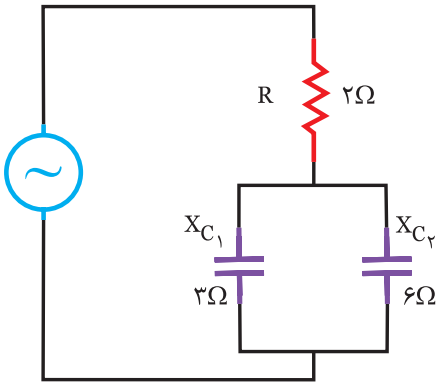
$$I(t)=Im.\mathrm{Sin}\,(\omega t+\theta i)$$

$$I_{(t)}=20\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}(100t+53^\circ)$$

جریان 53° پیش فاز است.

فعالیت ۲

در مدار شکل (۱۰-۴)، معادله جریان مدار به صورت $I_{(t)}=10\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}\,(1000t)$ است. معادله ولتاژ کل را بنویسید.



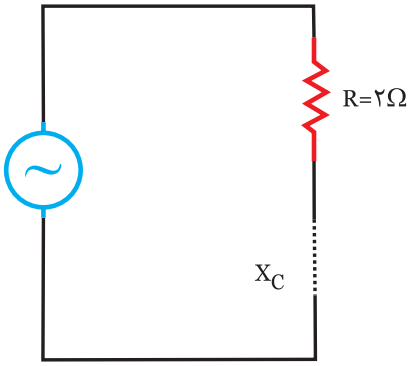
شکل (۱۰-۴)

حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

$$X_c=\frac{6\times3}{6+3}\Rightarrow Xc=\frac{18}{9}=2\Omega$$

شکل جدید مدار را کامل کنید: شکل (۱۱-۴)



شکل (۱۱-۴)

$$Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}\Rightarrow Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}\Rightarrow \boxed{Z=2\sqrt{2}\ \Omega}$$

از معادله جریان، مقدار جریان ماکزیمم $Im=10\sqrt{2}\ A$ ، سرعت زاویه‌ای $\omega=1000\ \frac{Rad}{S}$ و زاویه جریان $\theta i=0$ معلوم است.

بنابراین برای معادله ولتاژ: Vm و θv را محاسبه می‌کنیم:

$$Vm=Z\times.....\Rightarrow Vm=.....\times.....\Rightarrow \boxed{Vm=.....}$$

$$\varphi=\mathrm{Cos}^{-1}\frac{.....}{Z}\Rightarrow \varphi=\mathrm{Cos}^{-1}\frac{.....}{.....}\Rightarrow \boxed{\varphi=.....}$$

مقدار φ عددی منفی است، زیرا مدار حالت ..... دارد.

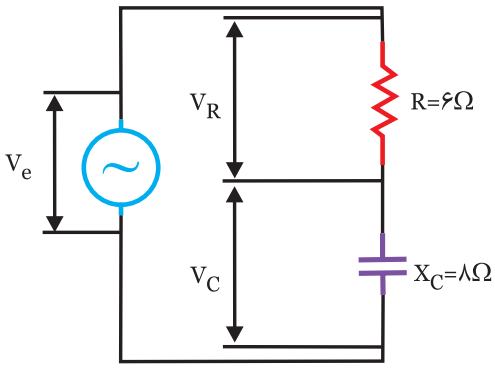
$\varphi = \theta v - \theta i \Rightarrow \theta v = \varphi + ... \Rightarrow \boxed{\theta v = ...}$

معادله ولتاژ:

$V_{(t)} = ... \text{Sin}(.....)$

تمرین

در مدار شکل (۱۲-۴)، معادله ولتاژ دو سر مقاومت $V_{R(t)} = ۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t)$ است:



شکل (۱۲-۴)

الف)معادله های ولتاژ دوسرخازن $V_{c(t)}$ و ولتاژ کل را بنویسید.

راهنمایی: با معلوم بودن V_R و R جریان مدار را محاسبه کنید:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب) با معلوم بودن مقادیر V_c، V_R و V_e دیاگرام برداری ولتاژ را رسم کنید.

.....

.....

.....

.....

ج) توان‌های اکتیو P_e، راکتیو P_d و ظاهری P_s را محاسبه کنید.

.....

.....

.....

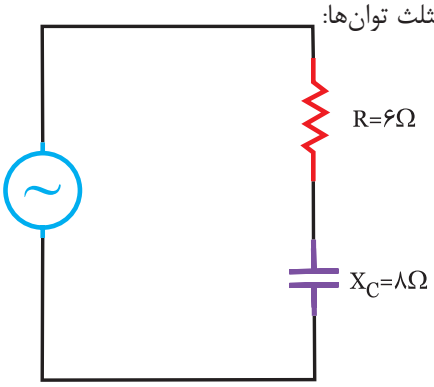
.....

.....

.....

مثال ۳

در مدار شکل (۱۳-۴) اگر توان اکتیو مدار P_e=۶۰۰ W باشد. مطلوبست توان‌های راکتیو و ظاهری P_d=?، P_s=? و رسم مثلث توان‌ها:



شکل (۱۳-۴)

حل

با توجه به رابطه $P_e = R \cdot I_e^{۲}$ ، می‌توان جریان مدار را محاسبه کرد:

$$Pe = R.Ie^{۲} \Rightarrow Ie^{۲} \Rightarrow \frac{Pe}{R} \Rightarrow Ie = \sqrt{\frac{Pe}{R}} \Rightarrow Ie = \sqrt{\frac{۶۰۰}{۶}}$$

$$Ie = \sqrt{۱۰۰} \Rightarrow \boxed{Ie = ۱۰A}$$

در مدارهای سری، جریان (I) نقش اصلی را در محاسبات دارد.

توان راکتیومدار P_d از رابطه :

$$P_d = Xc.Ie^{۲} \Rightarrow P_d = ۸\times(۱۰)^{۲} \Rightarrow$$

$$P_d = ۸\times۱۰۰ \Rightarrow \boxed{P_d = \ominus ۸۰۰VAR}$$

چون مدار خازنی (پیش فاز) است، P_d منفی است.

توان ظاهری مدار:

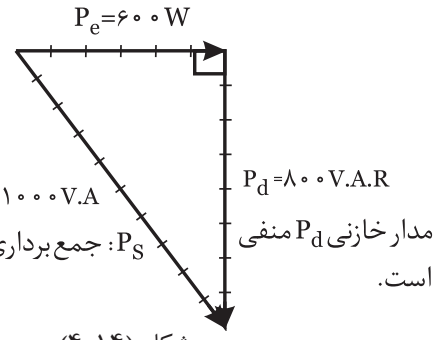
$P_s=\sqrt{P_e^{۲}+P_d^{۲}}$

$P_s=\sqrt{۸۰۰^{۲}+۶۰۰^{۲}} \Rightarrow P_s=\sqrt{۳۶۰۰۰۰^{۲}+۶۴۰۰۰۰^{۲}}$

$P_s=\sqrt{۱۰۰۰۰۰۰} \Rightarrow \boxed{P_s=۱۰۰۰V.A}$

رسم مثلث توان‌ها: شکل (۴-۱۴)

P_e همیشه مثبت است.



مدار خازنی P_d منفی است.

P_S: جمع برداری P_e و P_d است.

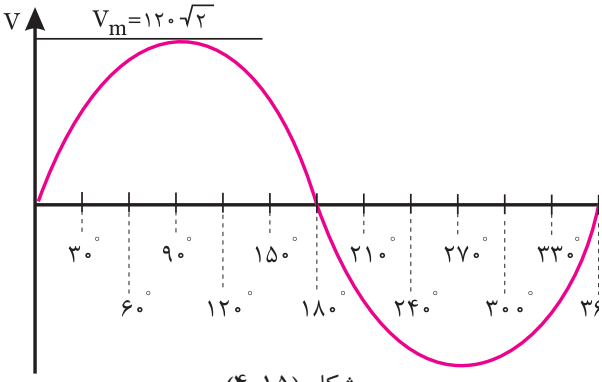
شکل (۴-۱۴)

با توجه به اضلاع مثلث توان و خازنی بودن مدار، مثلث توان رسم می‌شود.

فعالیت ۳

در یک مدار R-C سری، $R=۱۰\Omega$، $X_c=۱۰\sqrt{۳}\ \Omega$ است.

چنانچه منحنی ولتاژ مطابق شکل (۴-۱۵) باشد. مطوبست:



شکل (۴-۱۵)

الف) محاسبه جریان و رسم منحنی جریان روی منحنی ولتاژ

ب) P_d، Pe و Ps را محاسبه کرده و مثلث توان را رسم کنید.

حل

* با معلوم بودن Xc، R ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$Z=\sqrt{R^{۲}+X_c^{۲}} \Rightarrow Z=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}} \Rightarrow \boxed{Z=.....}$

$Im=\frac{Vm}{.....} \Rightarrow Im=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \boxed{Im=.....}$

* برای تعیین زاویه جریان θi به φ احتیاج داریم:

$Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \boxed{Cos\ \varphi=.....}$

φ عددی منفی است، بنابراین جریان پیش فاز است:

$\varphi=Cos^{-۱}\ ..... \Rightarrow \boxed{\varphi=.....}$

$\theta i=\theta v-\varphi \Rightarrow \theta i=۰-..... \Rightarrow \boxed{\theta i=.....}$

با معلوم بودن Im و θi (پیش فاز نسبت به ولتاژ)منحنی جریان را رسم کنید

ب) محاسبه Pe، Pd و Ps

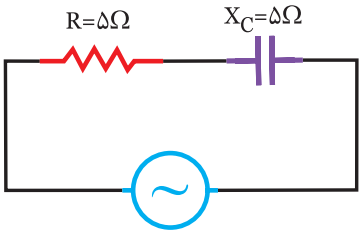
$Pe=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow Pe=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow \boxed{Pe=.....W}$

$Pd=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow Pd=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow \boxed{Pd=.....VAR}$

$Ps=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow Ps=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow \boxed{Ps=.....VA}$

تمرین

در مدار شکل (۴-۱۶) مقادیر R و X_c برابر است. مقادیر زیر را محاسبه کنید:



$I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t)$

شکل (۴-۱۶)

الف) امپدانس مدار

ب) معادله ولتاژ کل

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری

راهنمایی: با معلوم بودن X_c و R ، Z را محاسبه کنید.

.....

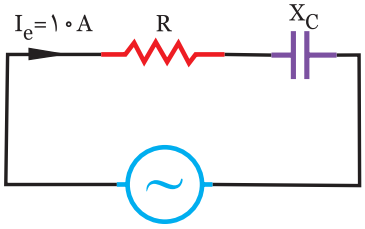
.....

.....

.....

تمرین

در مدار شکل (۱۷-۴) توان اکتیو برابر توان راکتیو است. اگر توان ظاهری $P_s = ۱۰۰۰\sqrt{۲}$ ولت آمپر باشد. مطلوبست:



شکل (۱۷-۴)

الف) R، X_c و z

ب) ولتاژ کل V_e

راهنمایی: چون $P_e=P_d$ است بنابراین مقادیر R و X_c نیز با هم برابر است.

.....

.....

.....

.....

بیشتر بدانید

در مدارات سری R_c و R_L چنانچه مقادیر X_c ، R برابر باشد، می‌توان نوشت:

$R=X_C \Rightarrow$ ..... $Z=R\sqrt{۲}$

$\tan\varphi=Q=۱ \Rightarrow \cos\varphi=\sin\varphi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۰/۷۰۷$

یعنی جریان ۴۵ درجه پیش فاز است.

$\varphi=-۴۵^\circ$

$P_e=P_d$

$Ps=\sqrt{۲}\ pe$

$V_R=V_c=V_L \qquad V_e=\sqrt{۲}\ V_R$

مثال ۴

در یک مدار الکتریکی RC سری، $R=Xc=۱۰\Omega$، اگر جریان مدار $Ie=۲۰A$ باشد، مطلوبست مقادیر:

Z، Q، Pe، Pd، Ps و رسم دیاگرام برداری ولتاژها

حل

در این حالت خاص می‌توان نوشت:

$R=X_c=۱۰\Omega$

$Z=\sqrt{۲}\ R \Rightarrow Z=۱۰\sqrt{۲}$

$Pe=P_d=R.Ie^۲ \Rightarrow Pe=Pd=۱۰\times(۲۰)^۲=۴۰۰\ \omega$

$Ps=\sqrt{۲}\ Ps \Rightarrow \boxed{Ps=\sqrt{۲}\times۴۰۰}$

$\sin\varphi=\cos\varphi=۰/۷۰۷$

منفی است زیرا مدار خازنی (پیش فاز) است.

$tq\ \varphi=Q=۱ \Rightarrow \varphi=-۴۵^\circ$

$V_R=V_c=R\times Ie \Rightarrow VR=Vc=۱۰\times۲۰ \Rightarrow \boxed{VR=Vc=۲۰۰\ V}$

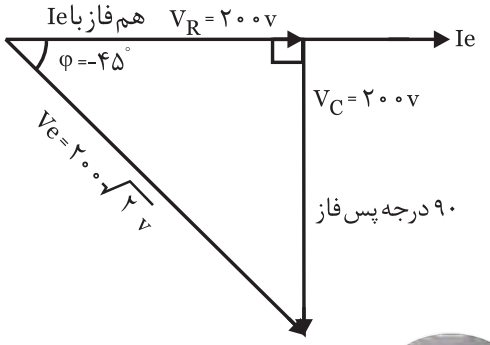
$Ve=\sqrt{۲}\ V_R \Rightarrow \boxed{Ve\ \sqrt{۲}\times۲۰۰}$

روش دیگر برای محاسبه توانها

$Ps=Ve\times Ie$

$Pe=Ps.\cos\varphi$

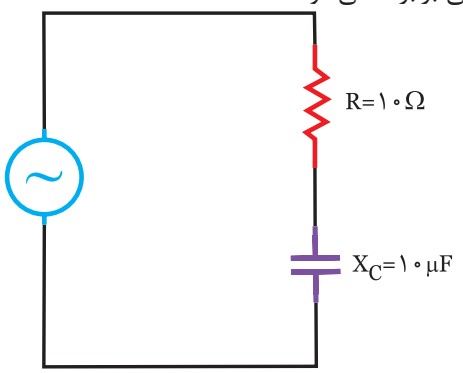
$Pe=Ps.\sin\varphi$



شکل (۱۸-۴)

فعالیت ۴

در مدار شکل (۱۹-۴)، ضریب کیفیت مدار در چه فرکانسی برابر ۱ می‌شود؟



شکل (۱۹-۴)

حل

با توجه به رابطه ضریب کیفیت:

$Q=\frac{Xc}{R} \Rightarrow Q=۱ \Rightarrow R=.....$

با توجه به رابطه Xc فرکانس را محاسبه می‌کنیم:

$Xc=\frac{۱}{۲\pi\times.....\times.....} \Rightarrow f=\frac{۱}{۲\pi\times.....\times.....}$

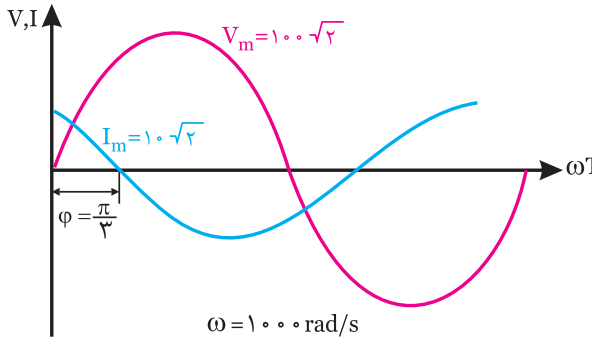
فعالیت ۵

در یک مدار RC سری، مقادیر R و Xc برابر است. جدول زیر را کامل کنید:

$Z=\sqrt{۲}\times.....$	$P_e=.....$	$Ps=\sqrt{۲}\times.....$
$\sin\varphi=.....$	$\cos\varphi=.....$	$\varphi=.....$
$Q=.....$	جریان ..... درجه	ولتاژ ..... درجه .....

مثال ۵

منحنی‌های ولتاژ و جریان در یک مدار Rc سری، مطابق شکل (۲۰-۴) است. مطلوبست مقادیر:



شکل (۲۰-۴)

الف) R و C

ب) ولتاژ هر عنصر

حل

با معلوم بودن مقادیر Vm، Im و φ از روی منحنی می‌توانیم:

الف) ابتدا z را محاسبه کنیم:

$Z=\frac{Vm}{Im} \Rightarrow Z=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۱۰\sqrt{۲}} \Rightarrow \boxed{Z=۱۰\ \Omega}$

$\varphi=-\frac{\pi}{۳} \Rightarrow \boxed{\varphi=-۶۰}$

* مقادیر R و Xc با معلوم بودن z و φ محاسبه می‌شود:

$\cos\varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow R=Z.\cos\varphi \Rightarrow R=۱۰\times\cos ۶۰^\circ$

$R=۱۰\times۰/۵ \Rightarrow \boxed{R=۵\ \Omega}$

$\sin\varphi=\frac{Xc}{Z} \Rightarrow Xc=Z.\sin\varphi \Rightarrow Xc=۱۰\times\sin ۶۰^\circ$

$Xc=۱۰\times۰/۸۶ \Rightarrow \boxed{Xc=۸/۶\ \Omega}$

$Xc=\frac{۱}{\omega.c} \Rightarrow C=\frac{۱}{\omega.Xc} \Rightarrow C=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۸/۶} \Rightarrow \boxed{C=.....}$

ب) برای محاسبه ولتاژ دو سر هر عنصر می‌توان نوشت:

$V_R=R\times I_e \Rightarrow V_R=۵\times۱۰ \Rightarrow \boxed{V_R=۵۰\ V}$

$I_e=\frac{Im}{\sqrt{۲}} \Rightarrow I_e=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \boxed{Ie=۱۰A}$

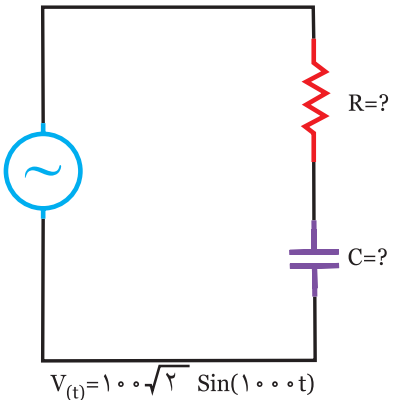
$Vc=Xc\times Ie \Rightarrow Vc=۸/۶\times۱۰ \Rightarrow \boxed{Vc=۸۶\ V}$

فعالیت ۶

در مدار شکل (۲۱-۴) مقادیر توان‌های اکتیو Pe=۳۰۰ W و توان راکتیو P_d=۴۰۰ VAR است. مطلوبست:

الف) مقادیر R و C

ب) معادله جریان مدار



شکل (۲۱-۴)

حل

الف) با معلوم بودن Pe و Pd می‌توان Ps (توان ظاهری) را محاسبه کرد:

$Ps=\sqrt{(Pe)^{۲}+(.....)^{۲}} \Rightarrow Ps=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}$

$\Rightarrow$ Ps=۵۰۰ V.A

برای انجام سایر محاسبات به جریان Ie ، احتیاج داریم:

$Ps=.....\times Ie \Rightarrow Ie=\frac{Ps}{.....} \Rightarrow Ie=\frac{.....}{.....} \Rightarrow Ie=.....(A)$

با معلوم بودن Ve، Ie و z را محاسبه می‌کنیم:

$Z=\frac{Ve}{.....} \Rightarrow Z=\frac{.....}{.....} \Rightarrow Z=.....(\Omega)$

با معلوم بودن توان‌های مدار و جریان R و Xc محاسبه می‌شود:

$Pe=.....\times Ie^{۲} \Rightarrow R=\frac{.....}{.....} \Rightarrow R=.....(\Omega)$

$Pd=..... \Rightarrow Xc=\frac{.....}{.....} \Rightarrow Xc=.....(\Omega)$

$c=\frac{۱}{.....\times.....} \Rightarrow c=\frac{۱}{.....\times.....} \Rightarrow c=.....(f)$

ب) برای معادله جریان به Im و θi احتیاج داریم:

$Im=\sqrt{۲}\times..... \Rightarrow Im=.....$

$Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow Cos\ \varphi=.....$

$\varphi=Cos^{-۱}..... \Rightarrow \varphi=.....$

φعددی ..... است , زیرا مدار ..... است

$\varphi=\theta v-\theta i \Rightarrow \theta i=.....-..... \Rightarrow \theta i=.....$

معادله جریان با معلوم بودن Im و θi :

$I_{(t)}=.....$

بیشتر بدانید

همانطوری که بررسی گردید، در مدار Rc سری با افزایش فرکانس امپدانس(z) کاهش یافته و جریان (Ie) افزایش می‌یابد. بنابراین از این مدار می‌توان به عنوان «فیلتر بالا گـذر[۱]» استفاده کرد. بدین ترتیب چنانچه فرکانس مدار از حدی پایین‌تر باشد، مدار آن را عبور نمی‌دهد و فرکانس‌های بالاتر از حد مورد نیاز را عبور می‌دهد.

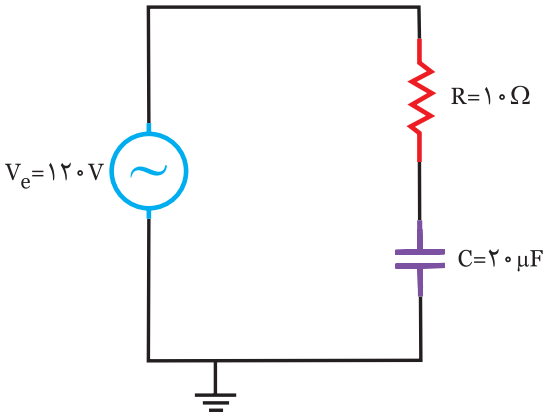
تحقیق کنید

۱- با مراجعه به سایت‌های مختلف جستجوگر مانند Google یا Yahoo روی لغات کلیدی زیر، مطالبی را تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

High Pass Filter – فیلتر بالا گذر – مدار Rc سری – Rc circuits Capacitor

۲- برای مطالب فوق می‌توانید از سایت‌های اینترنتی www.wikipedia.com یا www.Roshd.IR نیز استفاده کنید.

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم، یک مدار Rc سری را بسته و موارد زیر را تحقیق کنید. شکل (۲۲-۴)



شکل (۲۲-۴)

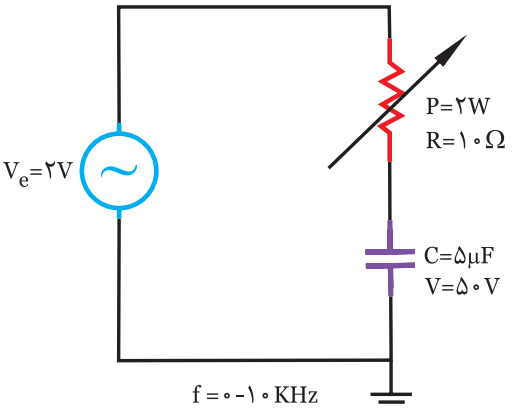
الف) اندازه‌گیری ولتاژ و جریان در کمیت‌های مختلف مدار

ب) اندازه‌گیری زاویه اختلاف فاز

ج) بررسی تاثیر فرکانس روی جریان و امپدانس مدار

د) بررسی تاثیر تغییر مقاومت R و ظرفیت خازن (c) روی امپدانس و جریان مدار

۴- با کمک اسیلوسکوپ و سیگنال ژنراتور در مدار شکل (۲۳-۴) بررسی‌های زیر را انجام دهید.



شکل (۲۳-۴)

۱. High Pass Filter

الف) تعیین زاویه اختلاف فاز و بررسی تاثیر فرکانس روی آن

ب) تعیین دامنه جریان و تاثیر فرکانس روی آن

ج) تاثیر تغییر مقاومت R بروی شکل موج‌های ولتاژ و جریان

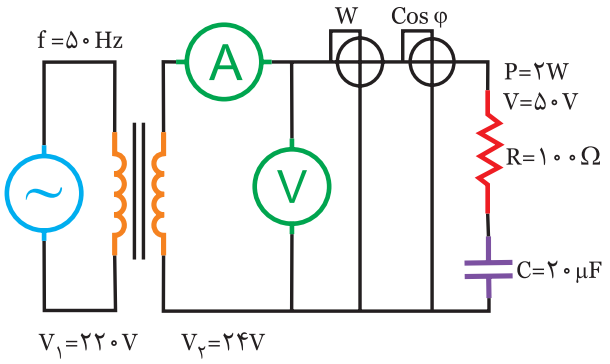
به جای اسیلوسکوپ، می‌توانید از کارت اسیلوسکوپ که روی کامپیوتر قابل نصب است، استفاده کنید.

۵- با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری مثل ولت‌متر، آمپرمتر و Cos φ متر و وات متر تاثیر تغییر مقاومت R، خازن c را روی مقادیر زیر بررسی کنید: شکل (۴-۲۴)

الف)جریان

ب) ضریب قدرت

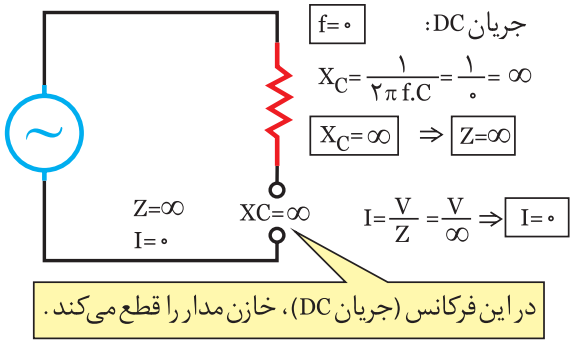
ج) توان اکتیو Pe

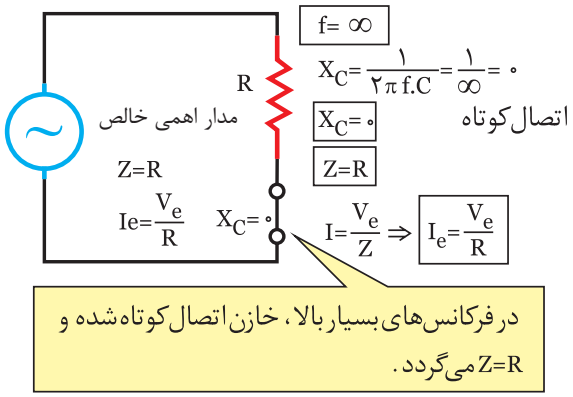


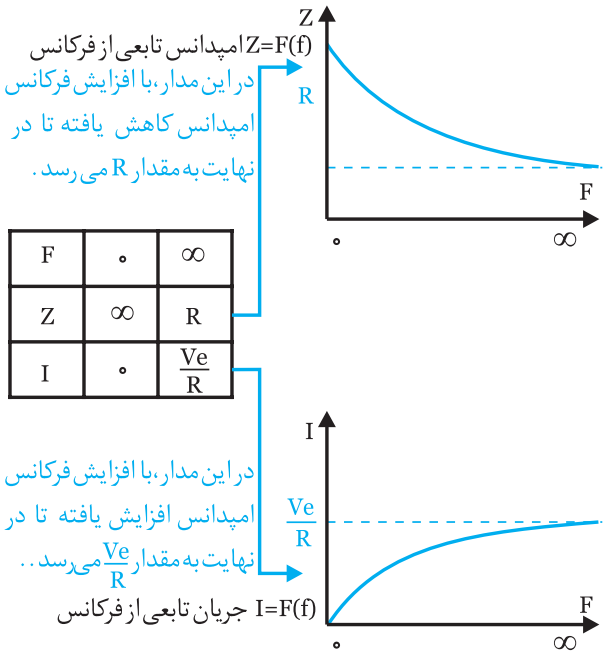
شکل (۴-۲۴)

۴-۶-تاثیر فرکانس بر مدار Rc سری:

در این مدار افزایش فرکانس روی R تاثیری ندارد، در حالیکه مقدار Xc را کاهش می‌دهد. بنابراین می‌توان تاثیر فرکانس را روی امپدانس (z) و جریان (I) بررسی کرد: شکل (۴-۲۵)







F	۰	∞
Z	∞	R
I	۰	$\frac{Ve}{R}$

شکل (۴-۲۵)

نتایج

- در این مدار، با افزایش فرکانس Xc کاهش می‌یابد زیرا: $\downarrow Xc=\frac{۱}{۲\pi f.c}$

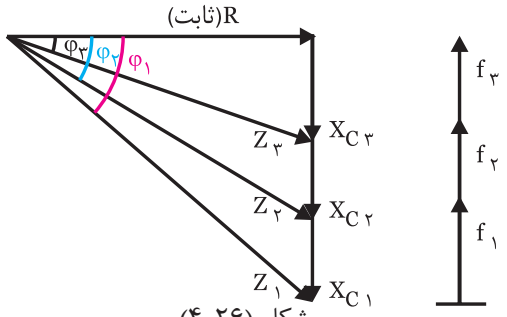
- با کاهش Xc، z نیز کاهش می‌یابد: $\downarrow Z=\sqrt{R^۲+Xc^۲}$

۴-۷- تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت (Cos φ) و زاویه اختلاف فاز (φ)

- با کاهش z ، Cos φ افزایش می‌یابد: $\uparrow \cos\varphi = \frac{R \text{ ثابت}}{Z\downarrow}$

- با افزایش Cos φ ، زاویه اختلاف فاز φ کاهش می‌یابد.

یعنی مدار به حالت اهمی خالص نزدیک می‌شود. شکل (۴-۲۶)



شکل (۴-۲۶)

جدول زیر می‌توان به طور خلاصه تغییرات فرکانس را در مدار Rc سری بررسی کرد:

افزایش f ↑	
مقاومت خازنی (Xc)	$\downarrow Xc=\frac{1}{2\pi f.c}$
امپدانس (Z)	$\downarrow Z=\sqrt{R^2+Xc^2}\downarrow$
جریان(Ie)	$\uparrow Ie=\frac{Ve}{Z\downarrow}$
ضریب قدرت(Cos φ)	$\uparrow \cos\varphi=\frac{R}{\downarrow Z}$
زاویه اختلاف فاز (φ)	$\downarrow \varphi$
حالت مدار	اهمی تر می شود

مثال ۶

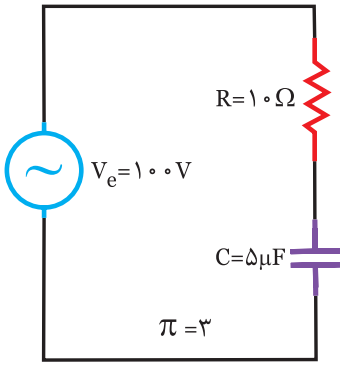
در مدار الکتریکی شکل (۴-۲۷) مقدار امپدانس، جریان و ضریب قدرت را در فرکانس‌های زیر محاسبه کنید:

$f_1=0/1$ Hz

$f_2=50$ Hz

$f_3=10$ Hz

$f_4=10000$ Hz



شکل (۴-۲۷)

حل

ابتدا مقادیر Xc را محاسبه می‌کنیم:

$f_1=0/1$ Hz

$Xc_1=\frac{1}{2\pi f_1.c_1} \Rightarrow Xc_1=\frac{1}{2\times3\times0/18\times5\times10^{-6}}$

$\Rightarrow Xc_1=333K\Omega$

$Z_1=\sqrt{R^2+X_{c1}^2} \Rightarrow Z_1=\sqrt{10^2+(333K)^2} \Rightarrow \boxed{Z_1=333K\Omega}$

$\cos\varphi_1=\frac{R}{Z} \Rightarrow \cos\varphi_1=\frac{10}{333K\Omega}$

$\Rightarrow \cos\varphi_1=0 \Rightarrow \boxed{\varphi=90^\circ}$

$I_1=\frac{Ve}{Z_1}=\frac{100}{333K\Omega}=0/3$ mA

$f_2=50$ Hz

$Xc_2=\frac{1}{2\pi f_2.c} \Rightarrow =\frac{1}{2\times3\times50\times5\times10^{-6}}$

$\Rightarrow \boxed{Xc_2=666\ \Omega}$

$Z_2=\sqrt{R^2+Xc_3^2} \Rightarrow Z_2=\sqrt{10^2+666^2} \Rightarrow Z_2=666\ \Omega$

$\cos\varphi_2=\frac{R}{Z}=\frac{10}{666}=0/015 \Rightarrow \varphi_2=89^\circ$

$I_2=\frac{Ve}{Z_2}=\frac{100}{666}=0/15$ A

$f_3=10000$ Hz

$Xc_2=\frac{1}{2\pi f_3.c} \Rightarrow =\frac{1}{2\times3\times10000\times5\times10^{-6}}$

$\Rightarrow \boxed{Xc_2=3/33\ \Omega}$

$Z_3=\sqrt{R^2+Xc_3^2} \Rightarrow Z_3=\sqrt{10^2+3/33^2} \Rightarrow Z_3=10/5$

$\cos\varphi_3=\frac{R}{Z_3} \Rightarrow \cos\varphi_3=\frac{10}{10/5}=0/95 \Rightarrow \boxed{\varphi_3=17^\circ}$

$I_3=\frac{Ve}{Z_3}=\frac{100}{10/5}=9/52$ A

با افزایش فرکانس z کاهش می‌یابد.
با افزایش فرکانس ضریب قدرت Cos φ افزایش می‌یابد.
با افزایش فرکانس جریان افزایش می‌یابد.

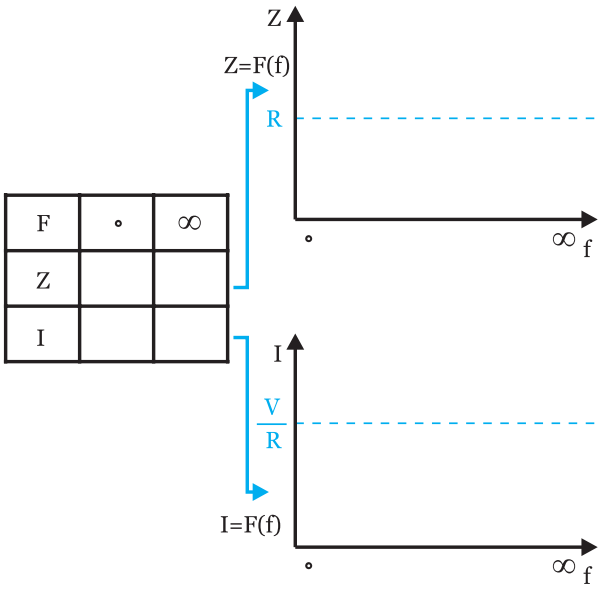
نتایج را بطور خلاصه در جدول زیر می‌توان نوشت:

f	۰/۱Hz	۵۰Hz	۱۰KHz
Xc	۳۳۳KΩ	۶۶۶Ω	۳/۳۳ Ω
Z	۳۳۳KΩ	۶۶۶Ω	۱۰/۵
Cos φ	۰	۰/۰۱۵	۰/۹۵
φ	۹۰	۸۹	۱۷
Ie	۰/۳mA	۰/۱۵A	۹/۵۲A

نتیجه: با افزایش فرکانس، z کاهش، Cos φ افزایش و جریان افزایش می‌یابد.

فعالیت ۷

در مدار شکل (۲۸-۴) جدول مربوط به تغییرات امپدانس و جریان را کامل کنید، سپس منحنی‌های z و I را نسبت به فرکانس را رسم نمایید.



F	۰	∞
Z		
I		

شکل (۲۸-۴)

همراه با افزایش فرکانس در یک مدار RC سری، جدول زیر را کامل کنید.

افزایش ☐ کاهش ☐ $Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$	افزایش ☐ کاهش ☐ $Xc=\frac{۱}{۲\pi.....}$
افزایش ☐ کاهش ☐ $Ie=\frac{Ve}{.....}$	افزایش ☐ کاهش ☐ $Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....}$
افزایش ☐ کاهش ☐ $Q=\frac{.....}{.....}$	افزایش ☐ کاهش ☐ $Sin\ \varphi=\frac{.....}{.....}$

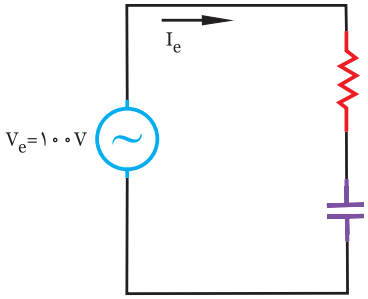
پرسش‌های صحیح و غلط:

در یک مدار RC سری موارد صحیح و غلط را تعیین کنید:

۱- در این مدار، در فرکانس F=۰ مدار به صورت قطع در می‌آید. صحیح ☐ غلط ☐

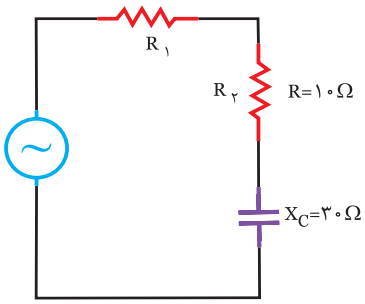
۲- در این مدار، هر چه مقاومت اهمی افزایش یابد، مدار حالت خازنی می‌یابد. صحیح ☐ غلط ☐

۳- در مدار شکل (۲۹-۴) توان اکتیو برابر با ۳۰۰ وات است. صحیح ☐ غلط ☐



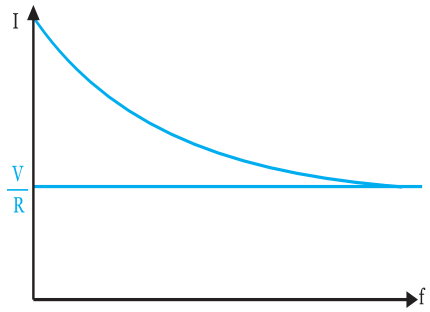
شکل (۲۹-۴)

۴- در مدار شکل (۳۰-۴) اگر مقاومت R_1 برابر ۲۰ شود. ضریب کیفیت برابر ۱ می‌شود. صحیح ☐ غلط ☐



شکل (۳۰-۴)

۵- منحنی I=F( ) در این مدار مطابق شکل (۳۱-۴) است. صحیح ☐ غلط ☐



شکل (۳۱-۴)

۶- با توجه به پارامتر مورد نظر، رابطه مربوطه را مشخص کنید. «۲ مورد اضافی است»

۱- ضریب قدرت راکتیو ☐

۲- امپدانس ☐

۳- توان اکتیو ☐

۴- ضریب کیفیت ☐

۵- توان راکتیو ☐

۱) $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

۲) $\sin\varphi = \frac{X_c}{Z}$

۳) $P_e = R.I_e^2$

۴) $P_s = V_e.I_e$

۵) $P_d = X_c.I_e^2$

۶) $Q = \frac{X_c}{R}$

۷) $Z = \sqrt{R^2 + X_c^2}$

۷- در مدار RC سری، با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ..... می‌یابد.

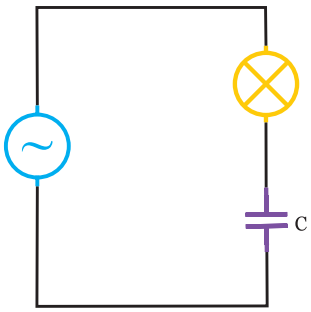
۸- در این مدار، با افزایش فرکانس امپدانس ..... می‌یابد.

۹- در این مدار، افزایش ظرفیت خازنی(c) باعث می‌شود تا مدار حالت ..... می‌یابد.

۱۰- در این مدار، توان راکتیو متناسب با مجذور ..... تغییر می‌کند.

پرسش‌های مفهومی:

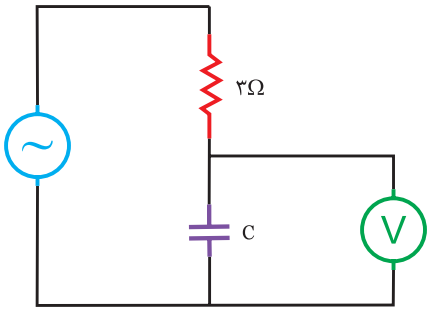
۱۱- در مدار شکل (۳۲-۴) افزایش ظرفیت خازن ..... نور لامپ را به دنبال دارد. زیرا.....



شکل (۳۲-۴)

۱۲- در مدار شکل (۳۳-۴) افزایش فرکانس باعث ..... مقدار نشان داده شده توسط ولت متر می‌گردد، زیرا.....

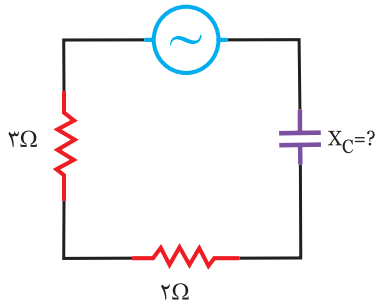
.....



شکل (۳۳-۴)

۱۳- در مدار شکل (۴-۳۴) توان‌های اکتیو با راکتیو برابر است. بنابراین مقاومت خازنی برابر با ..... اهم است. زیرا .....

.....



شکل (۴-۳۴)

برگزیده از سوالات امتحانات نهایی

۱۴- در مدار شکل (۴-۳۵) مطلوبست:

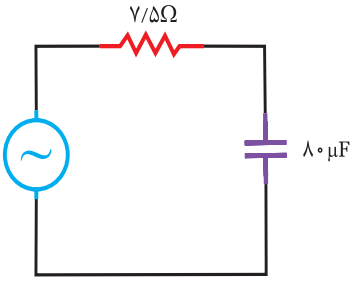
الف) امپدانس مدار

ب) جریان منبع و معادله زمانی آن

ج) ولتاژ دوسر هر المان

د) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

راهنمایی : پس از محاسبه Z، XC و به دنبال آن Ie محاسبه می شود.



شکل (۴-۳۵)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

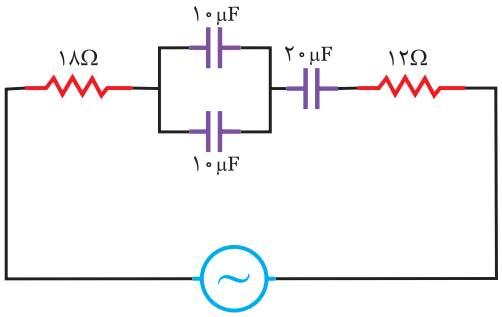
۱۵- در مدار شکل (۴-۳۶) معادله جریان $I=۲\sqrt{۲}\ Sin(۲۵۰۰t+۶۰)$ می‌باشد. مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

ج) توان‌های مدار

راهنمایی: ابتدا مدار را ساده کنید و سپس X_c و z را محاسبه کنید.



شکل (۴-۳۶)

.....

.....

.....

.....

.....

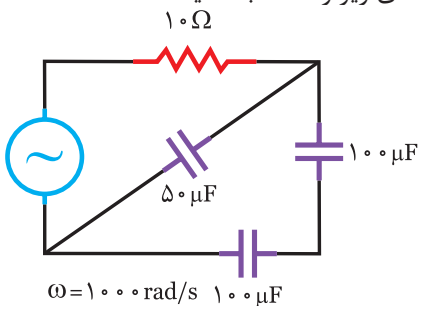
.....

.....

۱۶- در مدار شکل (۳۷-۴) در صورتی که جریان مقاومت ۴ آمپر باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) امپدانس مدار ب) ولتاژ منبع ج) ضریب قدرت د) ضریب کیفیت

راهنمایی: ابتدا مدار را ساده کنید و پس از محاسبه z، X_c را محاسبه کنید.



شکل (۳۷-۴)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

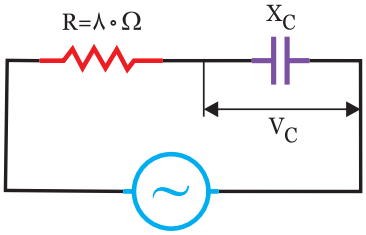
.....

.....

.....

۱۷- در مدار شکل (۳۸-۴) ولتاژ دو سر خازن ۶۰ ولت است، ضریب توان و اندازه Xc را محاسبه کنید و در صورتی که جریان را مبنا در نظر بگیریم. دیاگرام برداری جریان و ولتاژها را رسم کنید.

راهنمایی: با معلوم بودن V_c، V_e و V_R را بدست آورید:



V_e=۱۰۰V
شکل (۳۸-۴)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

پرسش‌های چند گزینه‌ای

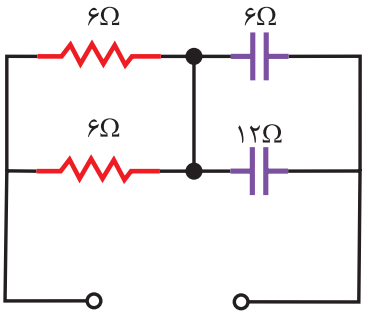
۱۸- در مدار شکل (۳۹-۴) ضریب کیفیت چقدر است؟

الف) ۰/۵

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴



ω =۱۰۰۰rad/s
شکل (۳۹-۴)

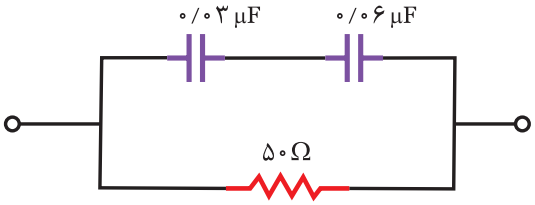
۱۹- در مدار شکل (۴۰-۴) ضریب توان چقدر است؟

الف) ۰/۲

ب) ۰/۵

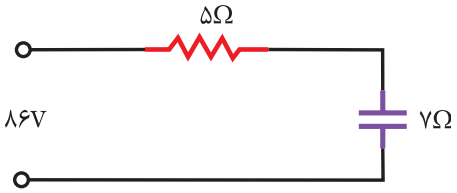
ج) ۰/۶

د) ۰/۷



ω=۱۰۰۰rad/s
شکل (۴۰-۴)

۲۰- در مدار شکل (۴-۴۱) ولتاژ دو سر خازن کدام است؟



شکل (۴-۴۱)

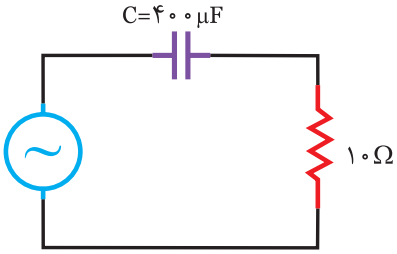
الف) ۵۰

ب) ۷۰

ج) ۶۴

د) ۸۶

۲۱- در مدار شکل (۴-۴۲) ولتاژ دو سر خازن $V_c=۲۵۰\,Sin\,۵۰۰\,t$ است، توان مصرفی مدار چند وات است؟



شکل (۴-۴۲)

الف) ۴۰

ب) ۱۶۰

ج) ۸۰

د) ۲۴۰

۲۲- در یک مدار اهمی و خازنی سری، افزایش فرکانس در ضریب کیفیت مدار چه تاثیری می‌گذارد؟

الف) ابتدا افزایش و سپس بی‌تاثیر

ب) بی‌تاثیر

ج) همواره افزایش

د) همواره کاهش

۲۳- خازنی به ظرفیت C=۱۰۰μf با یک مقاومت R=۲۰Ω به صورت سری تغذیه می‌شود. در چه فرکانسی ضریب کیفیت $\frac{۵}{\pi}$ می‌شود؟

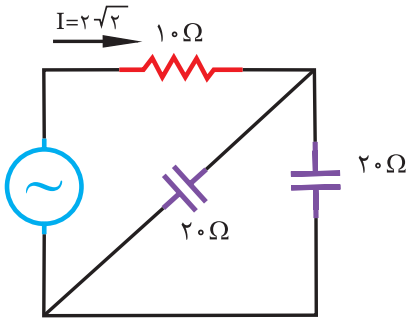
الف) ۲۵۰

ب) ۱۲۵

ج) ۱۰۰

د) ۵۰

۲۴- در مدار شکل (۴-۴۳) ولتاژ منبع تغذیه چند ولت است؟



شکل (۴-۴۳)

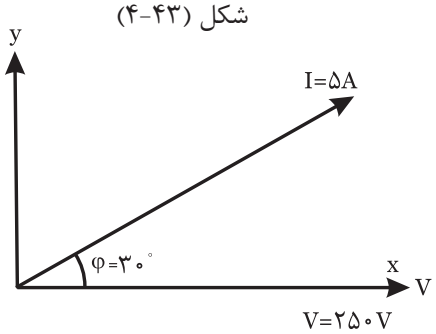
الف) $۱۰\sqrt{۲}$

ب) $۲۰\sqrt{۲}$

ج) ۶۰

د) ۴۰

۲۵- در یک مدار R_C سری، دیاگرام برداری جریان و ولتاژ مدار مطابق شکل (۴-۴۴) است. نسبت توان راکتیو به توان ظاهری چقدر است؟



شکل (۴-۴۴)

الف) ۵۰

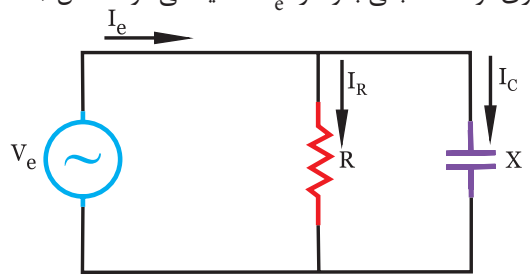
ب) $\frac{۱}{۲}$

ج) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

د) $\frac{۱}{۵۰}$

۴-۸- مدار RC موازی

در این مقاومت اهمی R با یک مقاومت خازنی X_c به صورت موازی توسط منبعی با ولتاژ V_e تغذیه می‌شود. شکل (۴-۴۵)



شکل (۴-۴۵)

در این مدار مانند کلیه مدارهای موازی ولتاژ عامل مشترک و مبنا است.

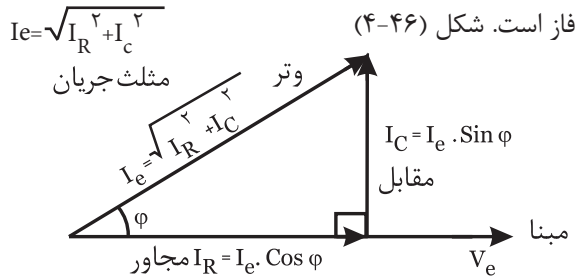
۴-۹- مثلث جریان

اضلاع این مثلث عبارتند از:

۱- I_R که با V_e هم فاز است. (حالت اهمی)

۲- I_c که ۹۰ درجه نسبت به V_e پیش فاز است. (حالت خازنی)

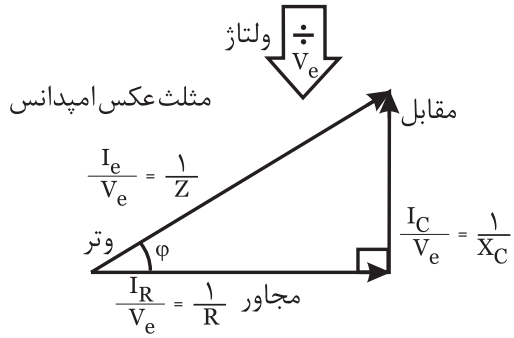
۳- I_e که وتر این مثلث می‌باشد و به اندازه φ درجه پیش فاز است. شکل (۴-۴۶)



شکل (۴-۴۶)

۴-۱۰- مثلث عکس امپدانس

اگر اضلاع مثلث جریان را بر عامل مشترک یعنی V_e تقسیم کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴۷)



شکل (۴-۴۷)

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2=\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{X_c}\right)^2 \Rightarrow Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^2+X_c^2}}$$

ثابت می شود

۴-۱۱- مثلث توان

اضلاع این مثلث عبارتند از:

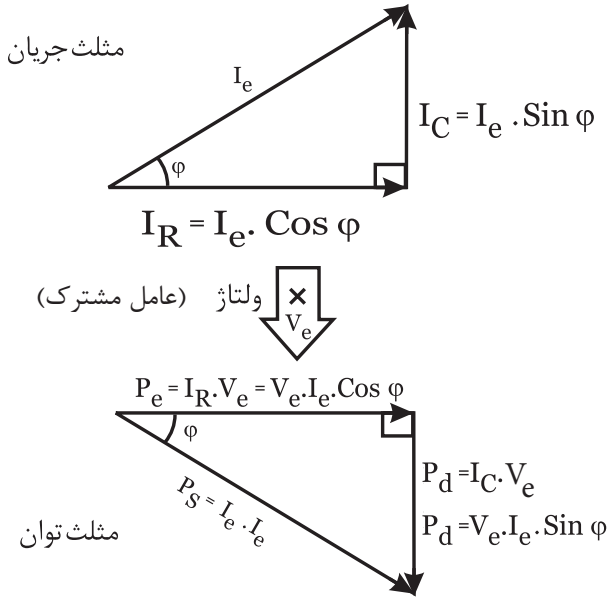
P_e: توان اکتیو که همیشه مقداری مثبت را دارد و ضلع مجاور این مثلث است.

P_d: توان راکتیو که به علت خازنی بودن، همیشه منفی است و ضلع مقابل است.

P_s: توان ظاهری که وتر مثلث است.

اضلاع مثلث توان را به دو شکل می‌توان بدست آورد:

۱) چنانچه اضلاع مثلث جریان را در عامل مشترک یعنی V_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. شکل (۴-۴۸)



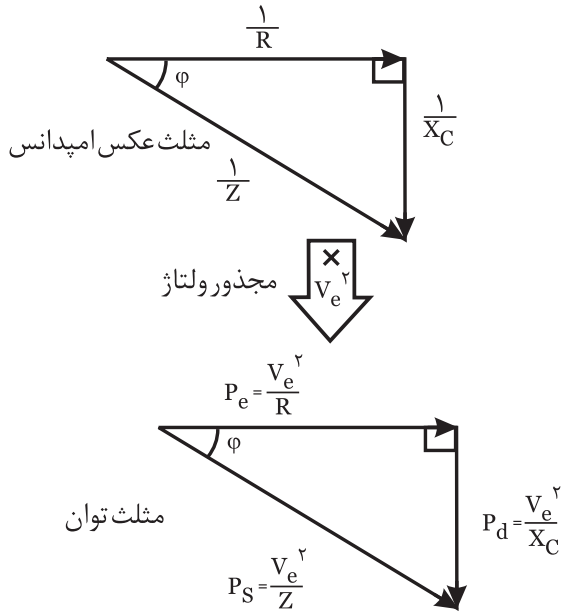
شکل (۴-۴۸)

در مدار R_C موازی:

- جریان در مدار پیش فاز است.

P_d و φ دارای مقادیر منفی هستند.

۲) چنانچه اضلاع مثلث عکس امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی V_e^2 ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴۹)



شکل (۴-۴۹)

۴-۱۲- نسبت‌های مثلثاتی مهم

با توجه به اضلاع مثلث‌های جریان، عکس امپدانس و توان می‌توان ضرایب مهم مثلثاتی را بدست آورد:

ضریب قدرت راکتیو

$$\sin\varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{I_c}{I_e}=\frac{\frac{1}{X_c}}{\frac{1}{Z}}=\frac{Z}{X_c}=\frac{P_d}{P_s}$$

ضریب قدرت اکتیو

$$\cos\varphi=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{I_R}{I_e}=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}}=\frac{Z}{R}=\frac{P_e}{P_s}$$

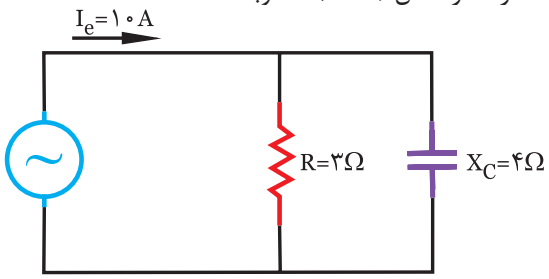
ضریب کیفیت

$$Q=\operatorname{tg}\varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{I_c}{I_R}=\frac{\frac{1}{X_c}}{\frac{1}{R}}=\frac{R}{X_c}=\frac{P_d}{P_e}$$

مثلث جریان	مثلث عکس امپدانس	مثلث توان

مثال ۷

در مدار شکل (۴-۵۰) مطلوبست:



شکل (۴-۵۰)

الف) امپدانس (z)　　ب) ولتاژ کل (V_e)

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری:

حل

امپدانس (z) را می‌توان با معلوم بودن R و Xc محاسبه کرد:

$$Z=\frac{R.X_c}{\sqrt{R^2+X_c^2}}=\frac{3\times4}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{12}{5}\Rightarrow \boxed{Z=2/4\Omega}$$

با معلوم بودن z و Ie می‌توان ولتاژ کل Ve را محاسبه کرد:

$$V_e=Z.I_e=2/4\times10\Rightarrow \boxed{V_e=24V}$$

توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری:

$$P_s=\frac{V_e^2}{Z}=\frac{24^2}{2/4}=240\ VA$$

$$P_d=\frac{V_e^2}{X_c}=\frac{24^2}{4}=144\ VAR$$

$$P_e=\frac{V_e^2}{R}=\frac{24^2}{3}=192\ W$$

توان اکتیو را می توان از رابطه $P_e=V_e.I_R=V_e.I_e.\cos\varphi$ و توان راکتیو $P_d=V_e.I_c=V_e.I_e.\sin\varphi$ و توان ظاهری $P_s=V_e.I_e$ نیز بدست آورد.

فعالیت ۸

در مدار RC موازی روابط زیر را کامل کنید.

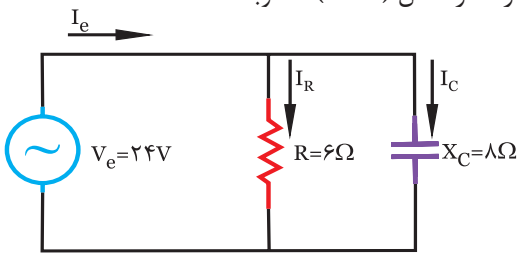
$$Z=\frac{R\times\ldots\ldots\ldots}{\sqrt{R^2+\ldots\ldots\ldots}}$$

$$\cos\varphi=\frac{\ldots\ldots}{R}=\frac{\ldots\ldots}{I_e}=\frac{P_e}{\ldots\ldots}$$

$$\tan\varphi=Q=\frac{\ldots\ldots}{I_R}=\frac{R}{\ldots\ldots}$$

فعالیت ۹

در مدار شکل (۵۱-۴) مطلوبست:



شکل (۵۱-۴)

الف) جریان هر شاخه　　ب) جریان کل

ج) امپدانس مدار

حل

با معلوم بودن ولتاژ کل و مقاومت هر شاخه، جریان هر شاخه تعیین می‌شود:

$I_R=\frac{Ve}{.....}\Rightarrow I_R=\frac{۲۴}{.....}\Rightarrow$ I_R=.....

$I_C=\frac{.....}{.....}\Rightarrow I_C=\frac{۲۴}{.....}\Rightarrow$ I_C=.....

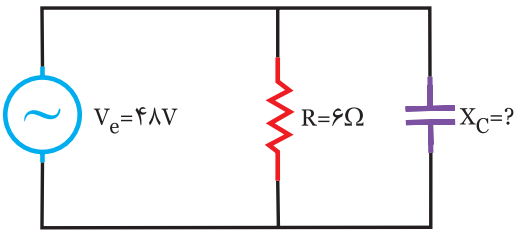
$Ie=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}\Rightarrow Ie=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}\Rightarrow$ Ie=.....

$Z=\frac{Ve}{.....}\Rightarrow Z=\frac{۲۴}{.....}\Rightarrow$ Z=.....

تذکر: امپدانس z را می‌توان از رابطه $Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^۲+Xc^۲}}$ نیز محاسبه کرد.

تمرین

۱- در مدار شکل (۵۲-۴) اگر ضریب قدرت مدار برابر ۰/۶ باشد. مطلوبست:



شکل (۵۲-۴)

الف) X_C=?　　ب) z=?

ج) جریان هر شاخه و جریان کل

راهنمایی: با معلوم بودن Cos φ می‌توان Sin φ ، z و به دنبال آن Xc را محاسبه کرد.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرین

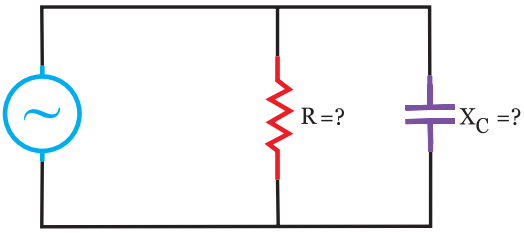
در مدار شکل (۶۲-۴) اگر:

معادله ولتاژ: $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}Sin(۱۰۰۰t)$

و معادله جریان: $I_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}Sin(۱۰۰۰t+۴۵)$

باشد. مطلوبست مقادیر: R و C شکل (۵۳-۴)

راهنمایی: با معلوم بودن Ve و Ie می‌توان z و سپس با معلوم بودن θv و θi ، φ را محاسبه کرد.



شکل (۵۳-۴)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

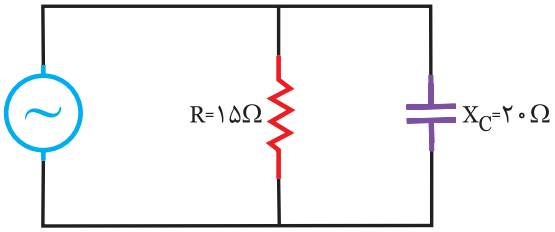
.....

مثال ۸

در مدار شکل (۴-۵۴) مطلوبست:

الف) معادلات ولتاژ و جریان مدار

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار



$I_C=۶\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۱۰۰۰t$

شکل (۴-۵۴)

حل

با معلوم بودن جریان I_c و مقاومت X_c می‌توان ولتاژ کل را محاسبه کرد:

$V_e=I_c\times X_c=۲۰\times۶=\ ۱۲۰V$

چون ولتاژ در تمام مدار یکسان است I_R و سپس I_e محاسبه می‌شود:

$I_R=\frac{V_e}{R}=\frac{۱۲۰}{۱۵}=۸A$

$Ie=\sqrt{I_R^{۲}+I_c^{۲}}=\sqrt{۸^{۲}+۶^{۲}}\Rightarrow I_e=۱۰A$

چون جریان در شاخه خازنی ۹۰ درجه پیش فاز است، پس معادله ولتاژ چنین است:

ولتاژ ۹۰ درجه پس فاز: $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t-۹۰)$

برای معادله جریان کل باید φ را محاسبه کرد:

$\text{Cos}\varphi=\frac{I_R}{Ie}=\frac{۸}{۱۰}\Rightarrow\ \text{Cos}\varphi=۰/۸$

به علت خازنی بودن φ منفی است.

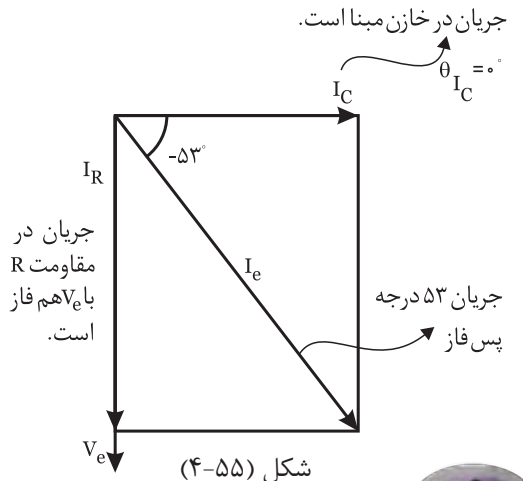
$\varphi=\text{Cos}^{-۱}۰/۸\Rightarrow\ \varphi=-۳۷$

$\theta i=\theta v-\varphi\Rightarrow\theta i=-۹۰-(-۳۷)\Rightarrow\ \theta i=-۵۳$

معادله جریان

$I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t-۵۳)$

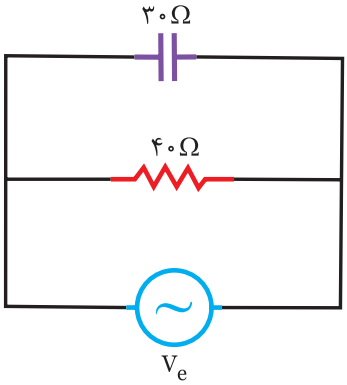
ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار شکل (۴-۵۵)



شکل (۴-۵۵)

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۴-۵۶) اگر معادله ولتاژ به صورت $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}۱۰۰۰t$ باشد. مطلوبست:



شکل (۴-۵۶)

الف) جریان موثر هر شاخه و جریان کل

ب) معادله جریان شاخه اهمی و خازنی

ج) رسم دیاگرام برداری جریان‌ها و ولتاژها

حل

با معلوم بودن R، V_e و X_c می‌توان جریان هر شاخه را محاسبه کرد:

$I_R=\frac{Ve}{.....}=\frac{۱۲۰}{.....}=.....I_{R(t)}=.....\ \text{Sin}۱۰۰۰t$

هم فاز با ولتاژ

$Ic=\frac{Ve}{.....}=\frac{۱۲۰}{.....}=.....I_{c(t)}=۴\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t.....)$

جریان در شاخه خازنی .... پیش فاز است.

$I_e=\sqrt{I_R^2+(.....)^2} \Rightarrow I_e=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$

$I_e=$.................

$\cos\varphi=\frac{......}{......} \Rightarrow \cos\varphi=\frac{......}{......} \Rightarrow$ $\cos\varphi=$....................

$\varphi=\cos^{-1}$........... $\Rightarrow$ $\varphi=$................................

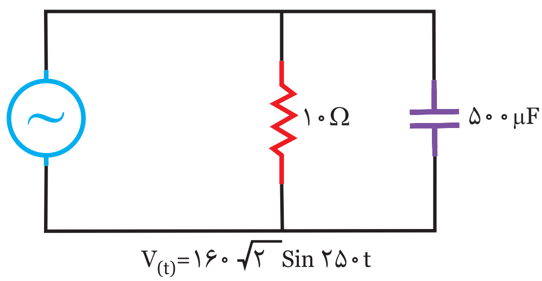
$\theta i=\theta v-$........... $\Rightarrow$ $\theta i=$..

$I_{(t)}=$...

رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار:

تمرین

۱- در مدار شکل (۵۷-۴) مطلوبست:



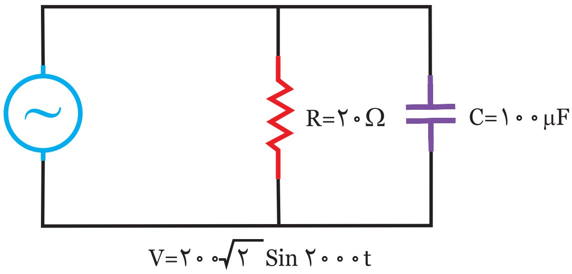
شکل (۵۷-۴)

الف) جریان هر شاخه و معادله زمانی آن‌ها

ب) جریان کل مدار

ج) توان اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

۲- در مدار شکل (۵۸-۴) مطلوبست: (شهریور۸۹)



شکل (۵۸-۴)

الف) معادله زمانی جریان هر شاخه

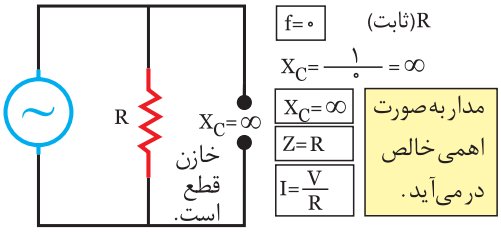
ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها

خلاصه درس

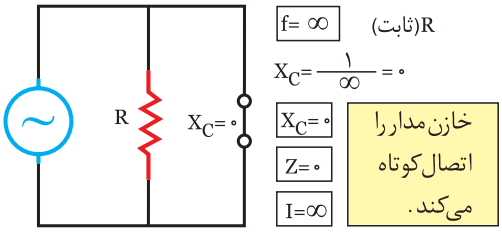
۱۳-۴- تاثیر فرکانس بر مدار RC موازی

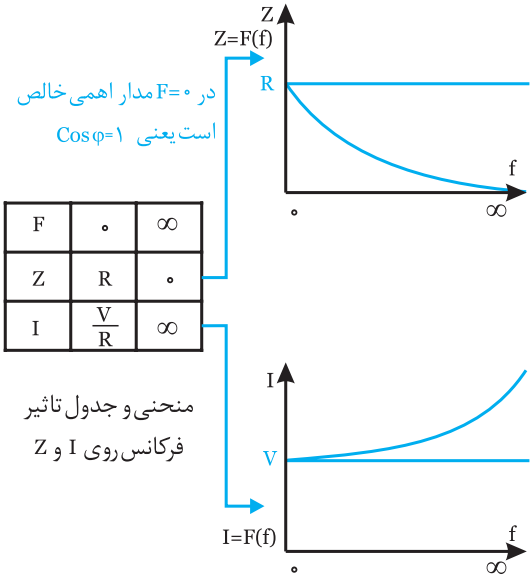
در این مدار با افزایش فرکانس مقاومت اهمی R ثابت است ولی مقاومت خازنی X_C طبق رابطه $X_c=\frac{1}{2\pi f.c}$ کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان تاثیر فرکانس را روی پارامترهای z و I چنین بررسی کرد:

الف)



ب)





F	۰	∞
Z	R	۰
I	$\frac{V}{R}$	∞

منحنی و جدول تاثیر فرکانس روی I و Z

شکل (۴-۶۰)

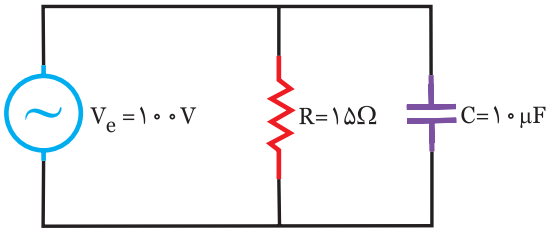
جدول زیر بطور خلاصه تاثیر فرکانس را روی پارامترهای I، z و Cos φ نشان می‌دهد.

فرکانس f ↑	
مقاومت خازنی	$\downarrow X_c=\frac{1}{2\pi f.c}\uparrow$
امپدانس	$\frac{1}{Z^2}=\frac{1}{R^2}+\frac{1}{\uparrow Xc^2}$ ↓Z
جریان	$\uparrow Ie=\frac{Ve}{Z\downarrow}$
ضریب قدرت	$\downarrow Cos\varphi=\frac{Z\downarrow}{R}$
زاویه اختلاف فاز	↑φ، مدار خازنی تر می شود

مثال ۹

در یک مدار R_C موازی شکل (۴-۵۹) مقادیر z و I را در دو فرکانس زیر محاسبه کنید:

الف) f=۱Hz ب) f=۱۰KHz



شکل (۴-۵۹)

حل

ابتدا مقادیر Xc را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

F=۱Hz

$$Xc_1=\frac{1}{2\pi f_1.c}=\frac{1}{2\times3/14\times1\times1\times10^{-3}}=15/9\Omega$$

f=۱۰KHz

$$Xc_2=\frac{1}{2\pi f_2.c}=\frac{1}{2\times3/14\times10\times10^{3}\times10\times10^{-3}}$$

$$=1/59\times10^{-3}\Omega\cong0$$

سپس مقادیر z و I را در این فرکانس‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$Z_1 = \frac{R.Xc_1}{\sqrt{R^2+Xc_1^2}} = \frac{15\times 15/9}{\sqrt{15^2+15/9^2}} \Rightarrow$$

$$Z = \frac{238/5}{21/85} \Rightarrow \quad Z = 10/9\Omega$$

$$Z = \frac{R.Xc}{\sqrt{R^2+X_c^2}} = \frac{15\times 0}{\sqrt{15^2+(1/59\times 10)^{-3}}} \cong 0$$

F=10KHz

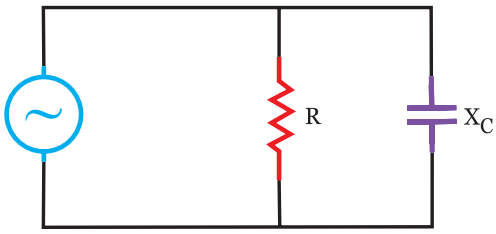
$$I_1 = \frac{Ve}{Z_1} = \frac{100}{15/9} = 6/28A$$

$$I_1 = \frac{Ve}{Z_3} = \frac{100}{0} = \infty$$

در این مدار، با افزایش فرکانس z کاهش و I افزایش می‌یابد.

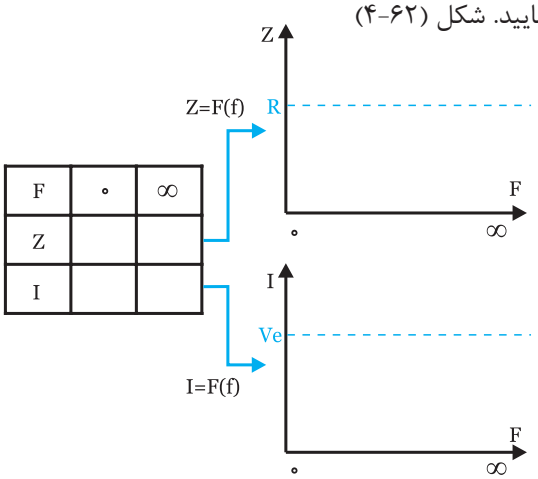
فعالیت ۱۱

در مدار شکل (۶۱-۴) تاثیر فرکانس را روی پارامترهای z و I بررسی کنید.



شکل (۶۱-۴)

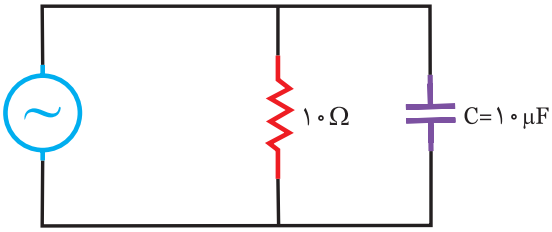
جدول را کامل و منحنی‌های z=F(f) و I=F(f) را رسم نمایید. شکل (۶۲-۴)



F	0	∞
Z		
I		

تمرین

۱- در مدار RC موازی شکل (۶۳-۴) مقادیر I، z و Cos φ را در فرکانس F=0Hz و F=10KHz محاسبه کنید.



شکل (۶۳-۴)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

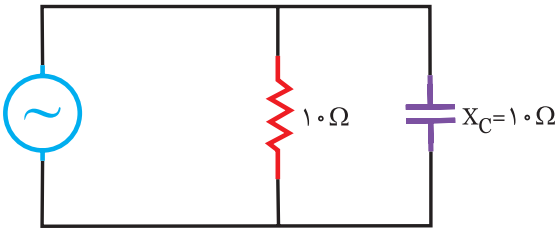
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۶۴-۴) ابتدا ضریب قدرت را محاسبه کنید در چه فرکانسی ضریب قدرت به ۱ می‌رسد؟



ω =1000 (rad/s)

شکل (۶۴-۴)

.....

.....

.....

.....

فعالیت ۱۲

جدول زیر را برای مدار RC موازی کامل کنید:

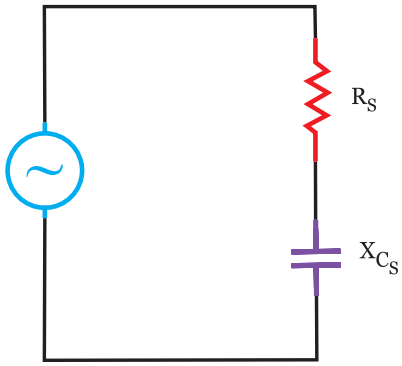
فرکانس افزایش		
مقاومت خازنی	☐ افزایش ☐ کاهش	$X_c = \frac{1}{.....}$
امپدانس	☐ افزایش ☐ کاهش	$\frac{R.....}{\sqrt{}}$
جریان	☐ افزایش ☐ کاهش	$I = \frac{V_e}{.....}$
ضریب قدرت	☐ افزایش ☐ کاهش	$\cos\varphi = \frac{.....}{R}$
زاویه اختلاف فاز	☐ افزایش ☐ کاهش	φ مدار ..... می شود

خلاصه درس

۴-۱۴ تبدیل مدار RC سری به RC موازی

بسیاری از موارد، لازم است تا مدار RC سری را به مدار RC موازی تبدیل کنیم،در فصول آینده در بحث مدارات مختلط مشاهده می‌شود که با این تبدیل می‌توانیم مدار را ساده کرده و آن را مورد تحلیل قرار دهیم. برای تبدیل مدار RC سری به موازی این مراحل را انجام می‌دهیم:

۱- امپدانس z، ضریب قدرت اکتیو Cos φ و ضریب قدرت راکتیو Sin φ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:

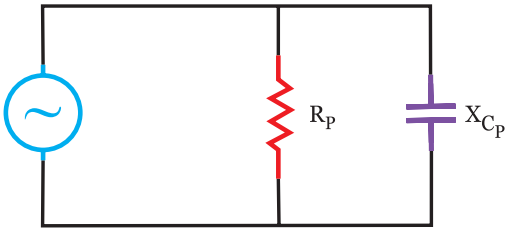


$$Z = \sqrt{R^2 + X_{cs}^2}$$

$$\cos\varphi_s = \frac{Z_s}{R_s} \qquad \sin\varphi_s = \frac{X_{cs}}{Z_s}$$

شکل (۴-۶۵)

۲- برای تبدیل به حالت موازی، چون مقادیر بدست آمده در هر دو حالت سری و موازی یکسان است، بنابراین مقادیر مقاومت اهمی در حالت موازی R_p و مقاومت خازنی X_{cp} باید تغییر کند که آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



شکل (۴-۶۶)

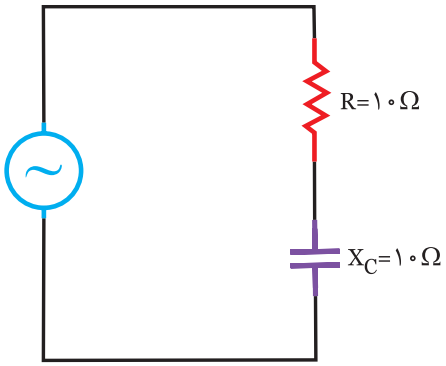
$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow R_p = \frac{Z_s}{\cos\varphi_s}$$

$$\cos\varphi = \frac{Z}{X_c} \Rightarrow X_{cp} = \frac{Z_s}{\sin\varphi_s}$$

$$R_p = \frac{Z^2}{R_S} \qquad X_{cp} = \frac{Z^2}{X_{cS}}$$

مثال ۱۰

مدار شکل (۴-۶۷) را به یک مدار RC موازی تبدیل کنید:



شکل (۴-۶۷)

۱) ابتدا امپدانس Cos φ ،(z) و Sin φ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

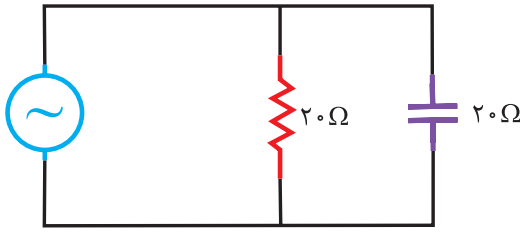
$$\sin\varphi = \frac{X_c}{Z} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۲) با توجه به روابط حالت موازی خواهیم داشت:

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R_p}\Rightarrow R_p=\frac{Z}{\cos\varphi}=\frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=20\Omega$$

$$\cos\varphi=\frac{Z}{X_c}\Rightarrow X_{cp}=\frac{Z}{\sin\varphi}=\frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=20\Omega$$

بنابراین معادل موازی مدار بالا به صورت شکل (۶۸-۴) است.



شکل (۶۸-۴)

بیشتر بدانید

چنانچه مقادیر R و Xc برابر باشد، مقاومت‌های معادل در حالت موازی دو برابر مقاومت‌ها در حالت سری است.

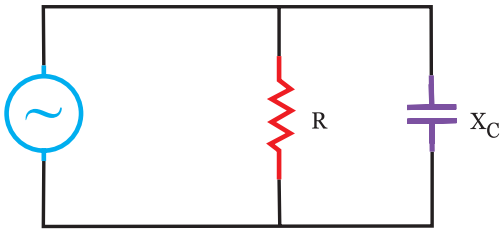
اگر $R=X_c$ $\quad R_p=2R_s$

$X_{cs}=2X_{cs}$

خلاصه درس

۴-۱۵- تبدیل مدار RC موازی به RC سری

برای این تبدیل نیز، ابتدا Cos φ ، z و Sin φ را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم.



شکل (۶۹-۴)

$$Z=\frac{R.X_c}{\sqrt{R^2+X_c^2}}$$

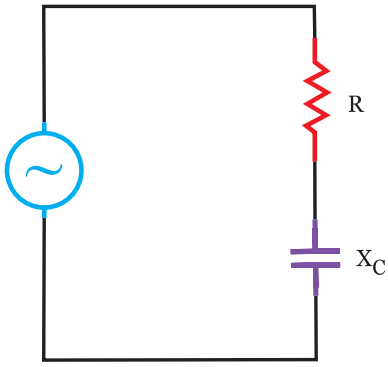
$$\cos\varphi=\frac{Z}{R}$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_c}$$

سپس با توجه به روابط مدار R_C سری، می توان نوشت:

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow R_s=Z.\cos\varphi$$

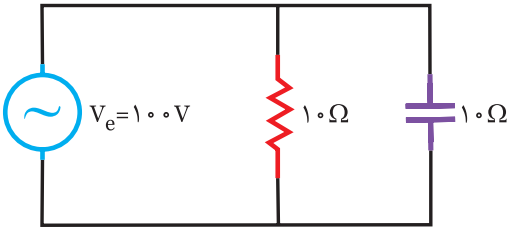
$$\sin\varphi=\frac{X_c}{Z}\Rightarrow X_{cs}=Z.\sin\varphi$$



شکل (۷۰-۴)

مثال ۱۱

مدار شکل (۷۱-۴) را به یک مدار سری تبدیل کنید، ضمنا جریان کل مدار را در هر دو حالت محاسبه کنید.



شکل (۷۱-۴)

حل

ابتدا Cos φ ، z و Sin φ را در هر حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$Z=\frac{R.X_c}{\sqrt{R^2+X_c^2}}=\frac{10\times10}{\sqrt{10^2+10^2}}=\frac{100}{10\sqrt{2}}$$

$$=\frac{10}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{5\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_c}=\frac{5\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{100}{5\sqrt{2}}=\frac{20}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=10\sqrt{2}$$

سپس معادل مدار را در حالت موازی تعیین می‌کنیم:

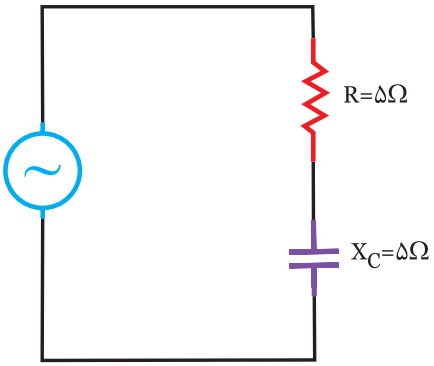
$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow R=Z.\cos\varphi=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \boxed{R_s=5\Omega}$$

$$\sin\varphi=\frac{X_c}{Z}\Rightarrow X_c=Z.\sin\varphi=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \boxed{X_{cs}=5\Omega}$$

با تبدیل مدارات از حالت سری به موازی و
بالعکس جریان و توان‌های مدار ثابت می‌ماند.

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۵\sqrt{۲}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}$$

$$Z=\sqrt{R^{۲}+Xc^{۲}}=\sqrt{۵^{۲}+۵^{۲}}=۵\sqrt{۲}$$

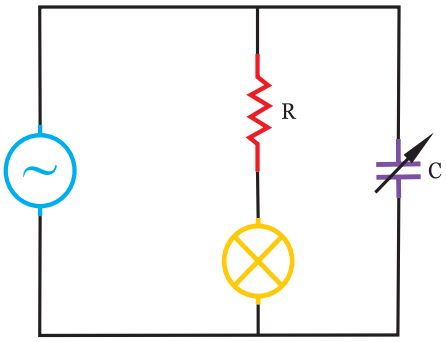


شکل (۷۲-۴)

آزمون

۱) در مدار R_C موازی گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید.

- در مدار R_C موازی، هرچه ظرفیت خازن افزایش یابد، مدار خازنی‌تر می‌شود. ☐ صحیح ☐ غلط
- با افزایش فرکانس، ضریب قدرت کاهش می‌یابد. ☐ صحیح ☐ غلط
- توان اکتیو، متناسب با ظرفیت خازن تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط
- زمانی که ضریب قدرت برابر ۰/۷۰۷ است، مقادیر R و X_C برابر است. ☐ صحیح ☐ غلط
- در مدار شکل (۷۳-۴) با افزایش ظرفیت خازن، نور لامپ ثابت می‌ماند. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۷۳-۴)

۲) روابط مربوط به هر پارامتر را تعیین کنید: (یک گزینه اضافی است)

۱- مقاومت خازنی
۲- توان راکتیو
۳- ضریب کیفیت (مدار R_C موازی)
۴- توان ظاهری
۵- امپدانس

☐ $Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^{۲}+Xc^{۲}}}$

☐ $Z=\frac{R}{\cos\varphi}$

☐ $Ps=\frac{Ve^{۲}}{Z}$

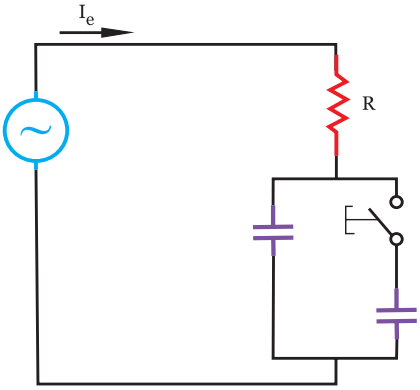
☐ $Xc=\frac{۱}{W.c}$

☐ $Q=\frac{R}{Xc}$

☐ $Pd=\frac{Ve^{۲}}{Xc}$

۳) در مدار شکل (۷۴-۴) با بستن کلید، جریان مدار ..... می‌یابد.

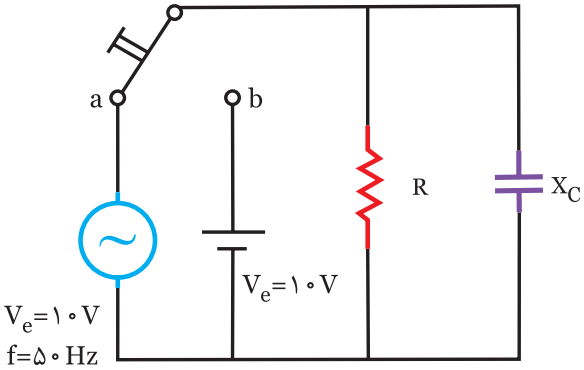
زیرا.....



شکل (۷۴-۴)

۴) در مدار شکل (۷۵-۴) اگر کلید از حالت a به حالت b تبدیل شود. توان راکتیو مدار ..... می‌یابد.

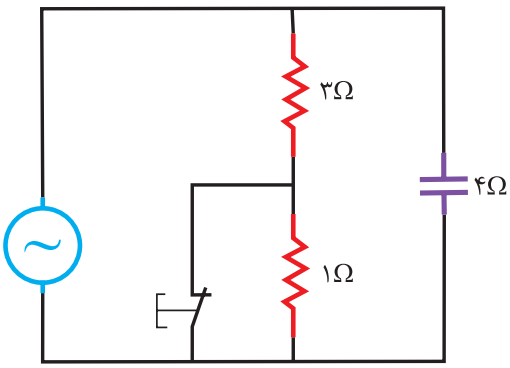
زیرا .....



شکل (۷۵-۴)

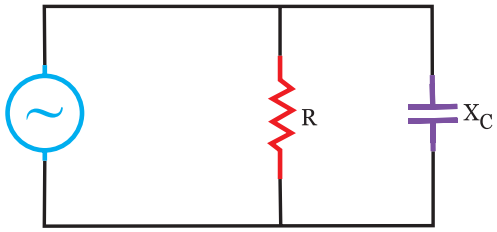
۵) در مدار شکل (۷۶-۴) با قطع کلید، ضریب قدرت ..... می‌یابد.

زیرا .....

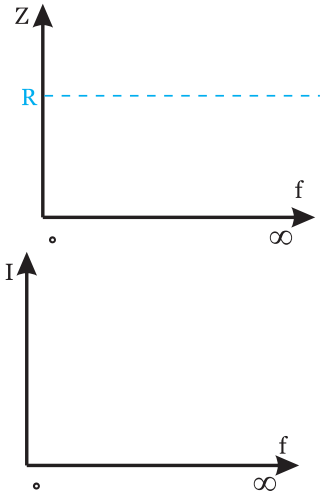


شکل (۷۶-۴)

۶) در مدار شکل (۷۷-۴):



F	۰	∞
Z		
I		



الف) جدول تاثیر F را بروی z و I کامل کنید.

ب) منحنی‌های z=F(f) و I=F(f) را ترسیم کنید.

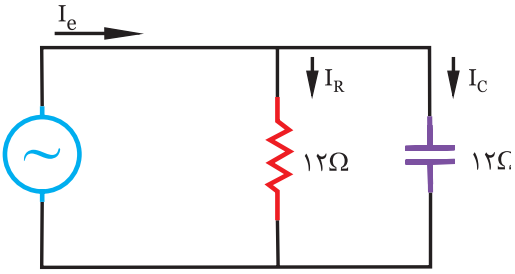
شکل (۷۷-۴)

۷) در مدار شکل (۷۸-۴) معادله جریان در مقاومت $I_{R(t)}=۴\sqrt{۲}\,Sin۱۰۰۰t$ است. مطلوبست:

الف) معادله زمانی ولتاژ منبع

ب) جریان خازن و جریان کل مدار

ج) توان‌های موثر، غیرموثر و ظاهری



شکل (۷۸-۴)

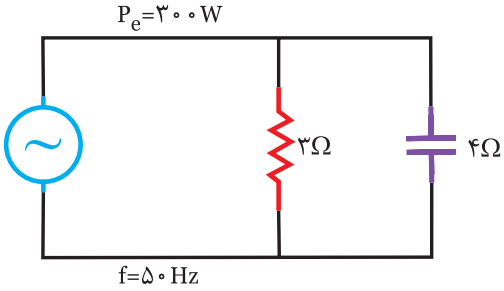
۸) در مدار شکل (۷۹-۴) توان اکتیو ۳۰۰ وات است: (دی ۸۴)

الف)توان راکتیو و ظاهری چقدر است؟

ب) جریان در هر شاخه چقدر است؟

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها را رسم کنید.

راهنمایی: با معلوم بودن P_e و R , V_e را محاسبه کنید.



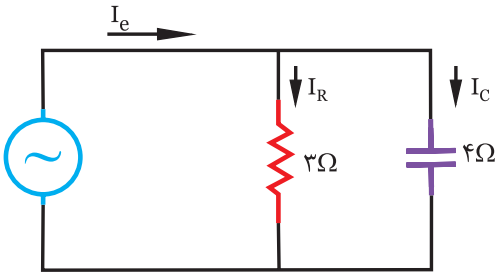
شکل (۷۹-۴)

۹) در مدار شکل (۸۰-۴) مطلوبست: «خرداد۸۷»

الف) جریان هر شاخه و معادله آن

ب) جریان منبع و معادله آن

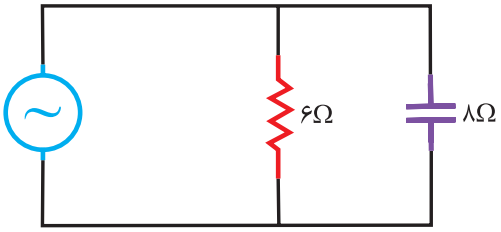
ج) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار



$V_{(t)}=۲۴\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۲۵۰۰t)$

شکل (۸۰-۴)

۱۰) مدار شکل (۸۱-۴) را به یک مدار سری تبدیل کنید و معادل سری را رسم کنید. «خرداد۸۶»



$R_S=?$ $X_{C_S}=?$

شکل (۸۱-۴)

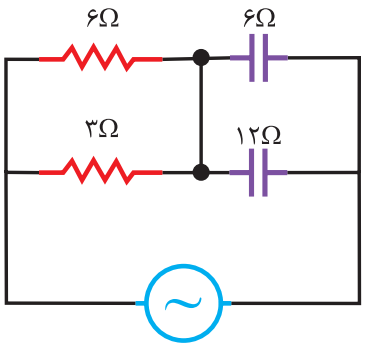
۱۱) در مدار شکل (۸۲-۴) ضریب کیفیت چقدر است؟

الف) ۰/۵

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴



ω =۱۰۰rad/s

شکل (۸۲-۴)

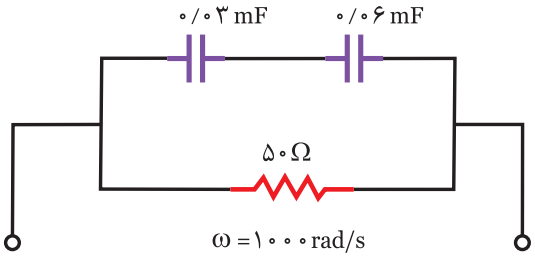
۱۲) در مدار شکل (۸۳-۴) ضریب قدرت راکتیو کدام است؟

الف) ۰/۲

ب) ۰/۵

ج) ۰/۶

د) ۰/۷



ω =۱۰۰۰rad/s

شکل (۸۳-۴)

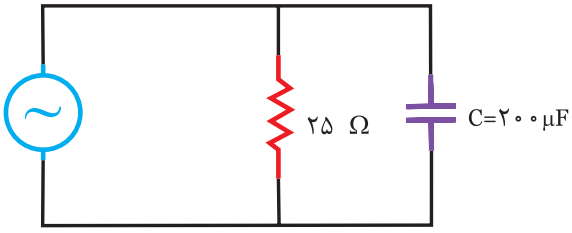
۱۳) در مدار شکل (۸۴-۴) ضریب کیفیت کدام است؟

الف) ۲/۵

ب) ۱/۲۵

ج) ۰/۸

د) ۰/۴



$V_{(t)}$=۱۰۰Sin ۵۰۰t

شکل (۸۴-۴)

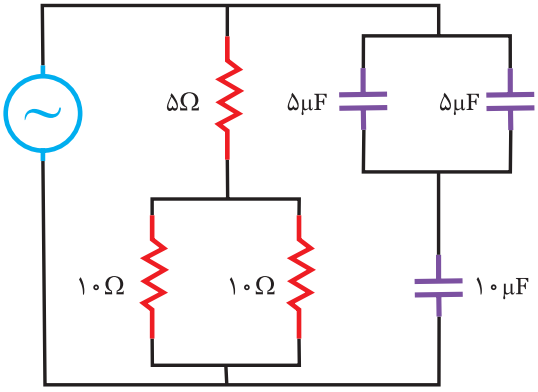
۱۴) جریان موثر (I_e) در مدار شکل (۸۵-۴) چند آمپر است؟

الف) ۱۲/۶

ب) ۱۵/۸

ج) ۸/۳

د) ۱۱/۱



$V_{(t)}$=۱۰۰ $\sqrt{۲}$ Sin ۱۰۰۰۰t

شکل (۸۵-۴)

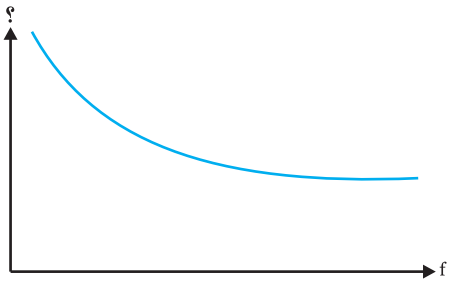
۱۵) منحنی شکل (۸۶-۴) اثر فرکانس را در کدام مدار R_C و بروی کدام کمیت نسان می‌دهد؟

الف) موازی- جریان

ب) موازی - مقاومت

ج) سری - مقاومت

د) سری - جریان



شکل (۸۶-۴)

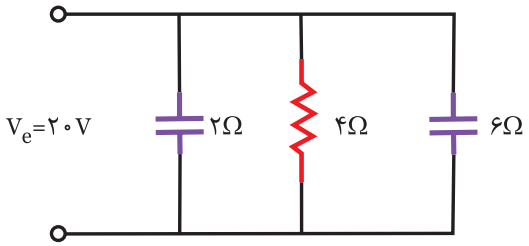
۱۶) ضریب قدرت در مدار شکل (۸۷-۴) کدام است؟

الف) ۰/۳۵

ب) ۰/۴۴

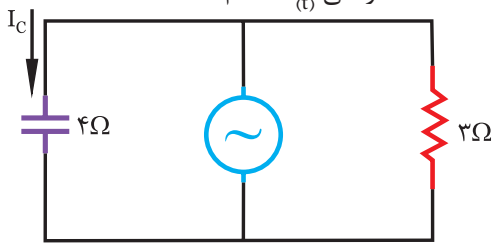
ج) ۰/۸۹

د) ۰/۵



شکل (۸۷-۴)

۱۷) در مدار شکل (۸۸-۴) تغییرات جریان به صورت $I_c = ۳Sin۴۰۰t$ است. معادله زمانی $V_{(t)}$ کدام است؟



شکل (۸۸-۴)

الف) $V_e = ۱۲Sin(۴۰۰t - ۳۷^\circ)$

ب) $V_e = ۱۲\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t - \frac{\pi}{۲})$

ج) $V_e = ۱۲\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t + ۵۳^\circ)$

د) $V_e = ۱۲\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t - \frac{\pi}{۲})$

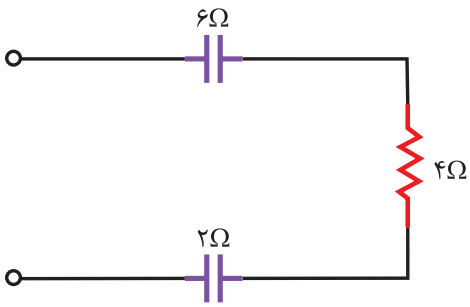
۱۸) در مدار شکل (۸۹-۴) ضریب کیفیت کدام است؟

الف) ۰/۳۵۷

ب) ۰/۵

ج) ۲/۶۶

د) ۲



شکل (۸۹-۴)

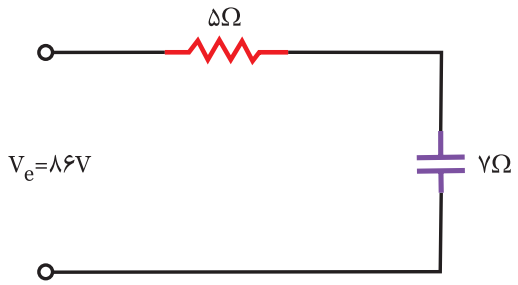
۱۹) در مدار شکل (۹۰-۴) ولتاژ دو سر مقاومت، چقدر است؟

الف) ۵۰

ب) ۷۰

ج) ۶۴

د) ۸۶



شکل (۹۰-۴)

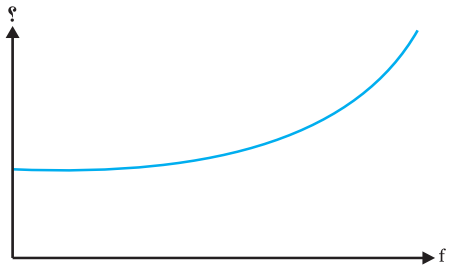
۲۰) شکل (۹۱-۴) مشخصه تغییرات کدام کمیت را در مدار R_C نشان می‌دهد؟

الف) سری- جریان

ب) سری - مقاومت

ج) موازی - جریان

د) موازی - مقاومت



شکل (۹۱-۴)

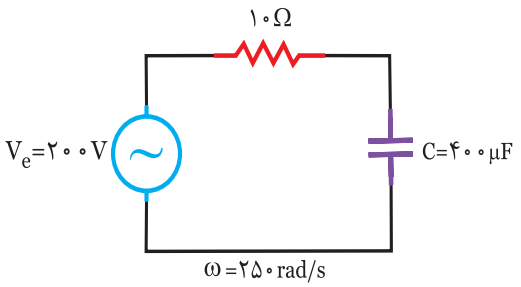
۲۱) در مدار شکل (۹۲-۴) معادله ولتاژ دو سر خازن کدام است؟

الف) $۱۴۱\text{Sin}(۲۵۰t - \frac{\pi}{۴})$

ب) $۱۴۱\text{Sin}(۲۵۰t + \frac{\pi}{۴})$

ج) $۱۰\text{Sin}(۲۵۰t + \frac{\pi}{۴})$

د) $۱۰\text{Sin}(۲۵۰t + \frac{\pi}{۴})$



شکل (۹۲-۴)

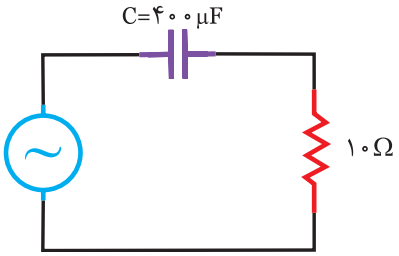
۲۲) در مدار شکل (۹۳-۴) معادله ولتاژ دو سر خازن به صورت V_c=۲۵ Sin ۵۰۰t است، توان مصرفی مدار چند وات است؟

الف) ۴۰

ب) ۱۶۰

ج) ۸۰

د) ۲۴۰



شکل (۹۳-۴)

۲۳) ضریب کیفیت یک مدار R_C سری برابر $\frac{۴}{۳}$ است. این مدار توسط ولتاژی به معادله $V=۲۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰\pi t)$ تغذیه می‌شود، جریان موثر این مدار با R=۶ Ω چند آمپر است؟

الف) ۱۱

ب) ۲۲

ج) $۲۲\sqrt{۲}$

د) $\frac{۱۱۰}{۲}$

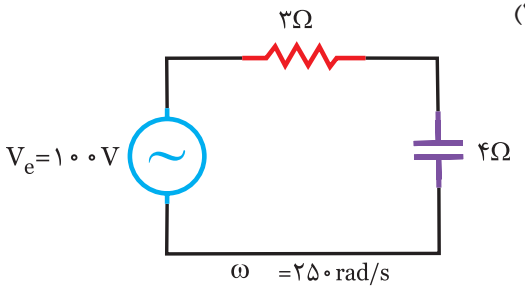
۲۴) حداکثر انرژی ذخیره شده در خازن چند ژول است؟ شکل (۴-۹۴)

الف) j ۳/۲

ب) j ۶/۴

ج) j ۶۴

د) j ۳۲



شکل (۴-۹۴)

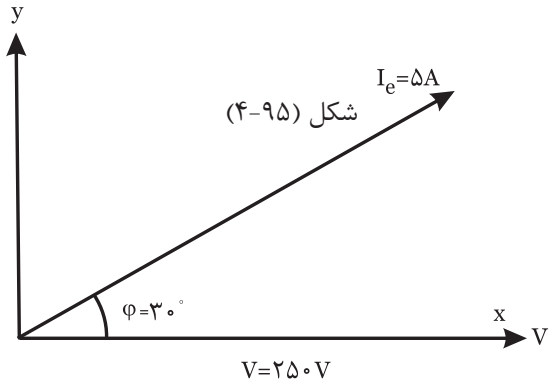
۲۵) در یک مدار R_C سری دیاگرام برداری جریان و ولتاژ مطابق شکل (۴-۹۵) است. نسبت توان اکتیو به توان ظاهری چقدر است؟

الف) ۵۰

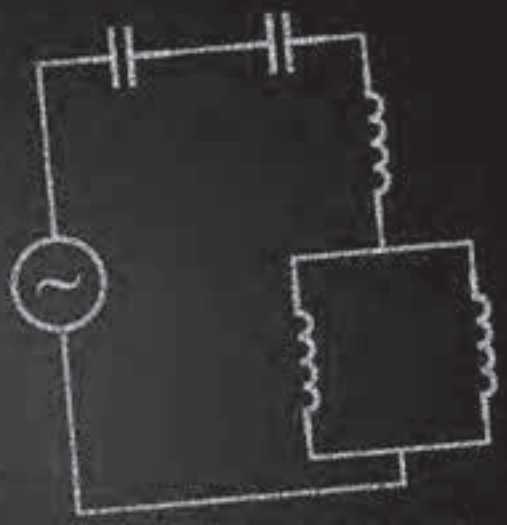
ب) $\frac{۱}{۲}$

ج) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

د) $\frac{۱}{۵۰}$



شکل (۴-۹۵)



فصل پنجم

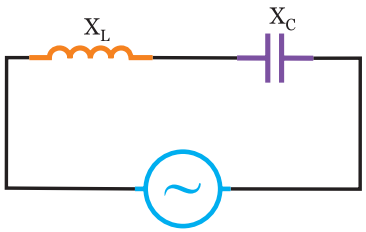
مدارهای LC سری و LC موازی

هرتز
ولتاژ ماکزیمم
Inductance
خازن
Admittance
سلف
توان غیر موثر
اندوکتانس
فرکانس
Impedance
توان دواته
رزنانس
ضریب خودالقایی میکروفاراد
جریان×مقاومت = ولتاژ
راکتانس القایی مقابله و زمانی حالت تشدید
SUSCEPTANCE منبع ولتاژ
$I_{(t)} = I_m \sin(\omega t + ۹۰^\circ)$
خاصیت سلفی
امپدانس در حالت رزنانس
راکتانس
ولتاژ موثر منبع
$P_S = V_e . I_e$
Resistance
توان غیر مصرفی
اکتیو
مقاومت‌های سلفی و خازنی Reactance
توان غیر مفید
فرکانس رزنانس
$X_L = \omega L = ۵۰۰ \times ۵ \times ۱۰^{-۳} = ۲/۵\Omega$
اندوکتانس سلفی
ولتاژ ماکزیمم
$P_d = P_{dc} + P_{dl}$
ظرفیت خازن
Serial LC Circuits
فرکانس صفر مبنا
منبع ولتاژ متناوب
$X_L = ۲\pi f L$
جریان موثر
توان دواته
امپدانس
RESISTOR
میکروفاراد
Capacitance

$\theta_v = ۳۰^\circ$
توان ظاهری
$P_e = \frac{V_e^۲}{R}$
راکتیو
$X_L = X_C$
دیاگرام برداری
وار
توان غیر موثر
$\frac{X_C . X_L}{|X_C - X_L|}$

۱-۵- مدارهای LC سری:

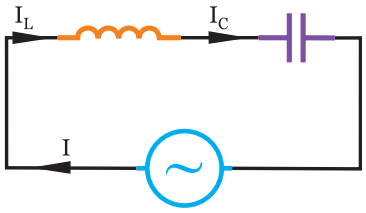
هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی بصورت سری به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۱-۵) مدار LC سری را تشکیل می‌دهد.



شکل (۱-۵)

$$Z = |X_L - X_c|$$

در مدارهای LC سری جریان منبع با جریان هر یک از عناصر که در شکل (۲-۵) دیده می‌شود برابر می‌باشد.

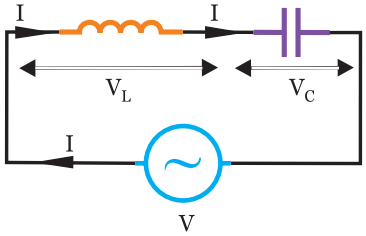


شکل (۲-۵)

$$\Rightarrow \quad \text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I = \frac{V}{Z} \qquad I_L = I_c = I$$

در این مدارها در شکل (۳-۵) ولتاژ منبع به نسبت مقاومت‌های سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

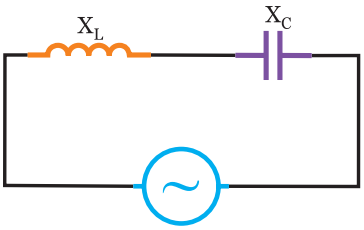


شکل (۳-۵)

$$V = |V_L - V_c|$$

$$V_L = X_L.I \quad , \quad V_c = X_c.I$$

در مدارهای LC سری مطابق شکل (۴-۵) اختلاف فاز φ=۹۰ می‌باشد.

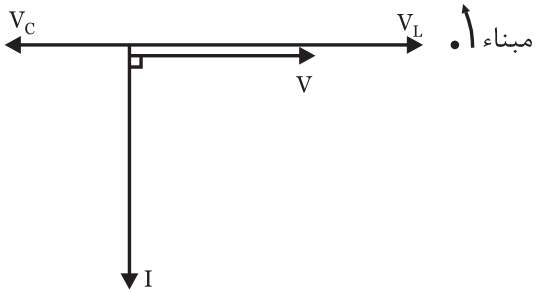


شکل (۴-۵)

$$V_{(t)} = V_m \sin \omega t$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t \pm ۹۰^\circ)$$

اگر $X_L > X_C$ باشد. مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۵-۵)

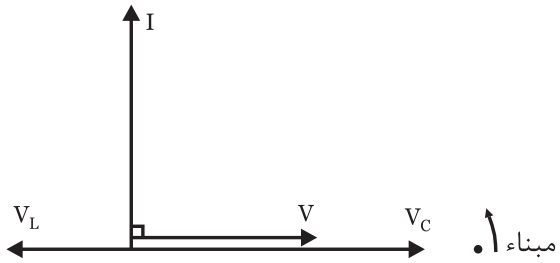
- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع ۹۰ درجه عقب‌تر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - ۹۰^\circ)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L نسبت به I، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود. از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می‌باشد.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C نسبت به I، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود. از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می‌باشد.

اگر $X_L<X_C$ باشد. مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۶-۵)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع °۹۰ جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

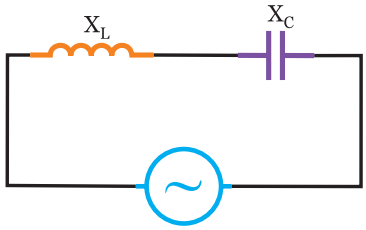
$i_{(t)}= I_m Sin(\omega t + ۹۰^\circ)$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان °۹۰ از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L نسبت به I، °۹۰ جلوتر ترسیم می‌شود. از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_C$ می‌باشد.
- در خازن جریان °۹۰ از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C نسبت به I، °۹۰ عقب‌تر ترسیم می‌شود. از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_c$ می‌باشد.

اگر $V_L=V_C$ باشد:

از انجائیکه $I_L=I_C$ می‌باشد ولتاژ دو سر سلف و خازن در مدار شکل (۷-۵) برابر می‌شود لذا ولتاژ منبع صفر خواهد شد که مدار در حالت تشدید یا رزنانس می‌باشد.



شکل (۷-۵)

$X_L=X_c \Rightarrow V_L= V_c$

$V_e = |V_L - V_c| \Rightarrow V=۰$

$X_c=X_L \Rightarrow \frac{۱}{۲\pi fc} = ۲\pi fL \Rightarrow (۲\pi)^۲ f^۲ Lc=۱ \Rightarrow$

$f_r= \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}$

برای بدست آوردن توان در مدارهای LC سری به علت اینکه $\varphi=\pm ۹۰$ است، داریم.

$\varphi= \pm ۹۰^\circ \Rightarrow Cos\varphi=۰ \quad , \quad Sin\varphi= \pm ۱$

- توان موثر یا مصرفی صفر می‌باشد.

$P_e = V_e.I_e.Cos\varphi=۰$

- توان غیر موثر یا راکتیو می‌شود.

$P_d = V_e.I_e.Sin\varphi= \pm V_e.I_e$

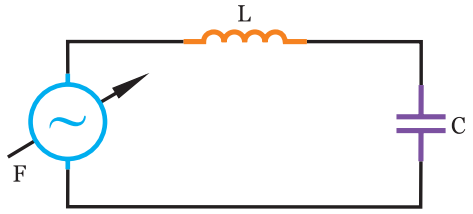
اگر $X_L>X_c$ باشد مدار پس فاز بوده و $P_d=V_e.I_e$ می‌شود و اگر $X_L<X_c$ باشد مدار پیش فاز بوده و $P_d=-V_e.I_e$ می‌شود.

- توان ظاهری می‌شود.

$P_s =V_e.I_e \Rightarrow P_s=|P_d|$

۲-۵- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار LC سری:

از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L=۲\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_c=\frac{۱}{۲\pi fc}$ کاهش می‌یابد، لذا با توجه به فرمول‌های $Z = |X_L - X_c|$ و $I=\frac{V}{Z}$ در شکل‌های زیر، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس را بررسی می‌کنیم.

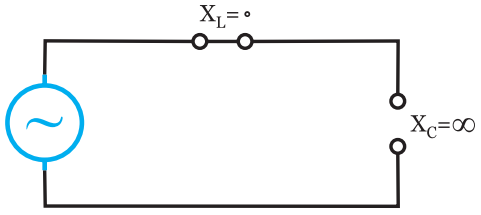


شکل (۸-۵)

که سه حالت اتفاق می‌افتد.

۱) فرکانس صفر(DC):

خازن مدار را قطع می‌کند.



شکل (۹-۵)

$X_L=۰$

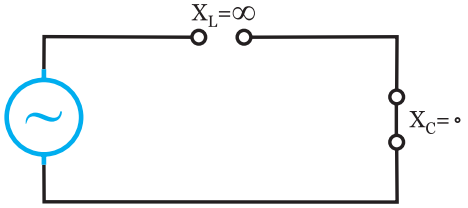
$X_c=\infty$

$Z=\infty$

$I=۰$

۲) فرکانس بی‌نهایت:

سلف مدار را قطع می‌کند.



شکل (۵-۱۰)

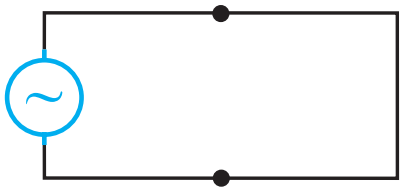
$X_L=\infty$

$X_c=0$

$Z=\infty$

$I=0$

۳) فرکانس رزنانس(تشدید):



شکل (۵-۱۱)

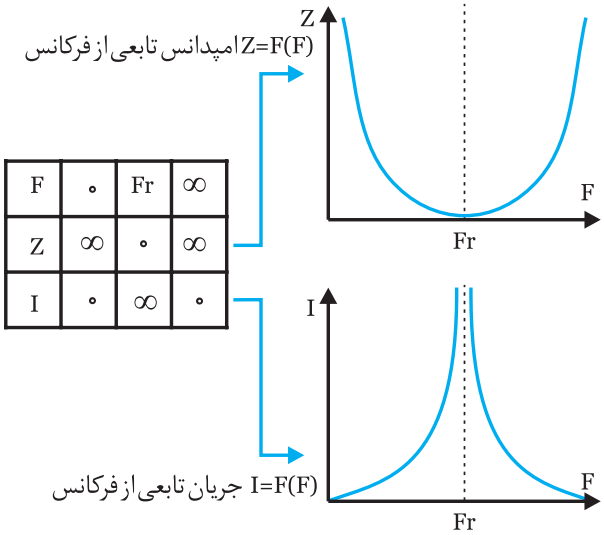
$X_c=X_L$ $\quad Z=0$

$V_e=V_L \Rightarrow I=\infty$

$P_d=0 \Rightarrow$

$Ps=0$

نتایج بررسی شده را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.

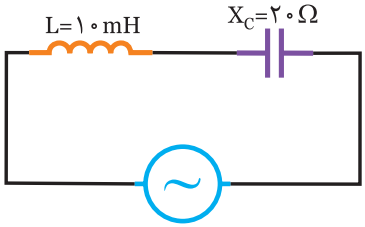


F	۰	Fr	∞
Z	∞	۰	∞
I	۰	∞	۰

شکل (۵-۱۲)

مثال ۱

در مدار شکل (۵-۱۳) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)}=100\sqrt{2}\ \text{Sin}\ 1000t$

شکل (۵-۱۳)

حل

ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

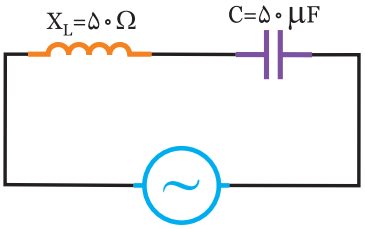
$X_L=\omega L=1000\times10\times10^{-3}=10\Omega$

$Z=|X_L-X_C|=|10-20|=10\Omega$

توضیح: چون $X_c>X_L$ می‌باشد لذا مدار پیش فاز است.

فعالیت ۱

در مدار شکل (۵-۱۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)}=100\sqrt{2}\ \text{Sin}\ 500t$

شکل (۵-۱۴)

حل

ابتدا X_C را بدست می‌آوریم.

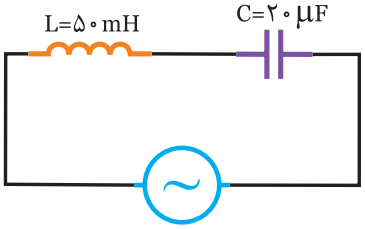
$X_c=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{.....}=.....\Omega$

$Z=|X_L-.....|=|50-.....|=.....\ \Omega$

توضیح: چون $X_L > X_C$ می‌باشد لذا مدار ..... فاز است.

تمرین

در مدار شکل (۱۵-۵) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)} = ۵۰ \sin ۱۰۰۰t$

شکل (۱۵-۵)

.....

.....

.....

.....

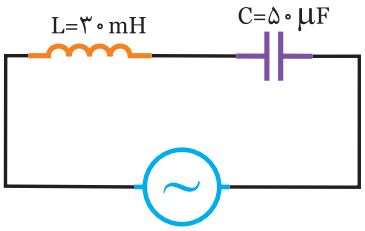
.....

.....

.....

مثال ۲

در مدار شکل (۱۶-۵) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲} \sin ۱۰۰۰t$

شکل (۱۶-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع

حل

الف) ابتدا مقدار X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = ۱۰۰۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۳} = ۳۰\Omega$$

$$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{۱۰۰۰ \times ۵۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۲۰\Omega$$

$$Z = |X_L - X_C| = |۳۰ - ۲۰| = ۱۰\Omega$$

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

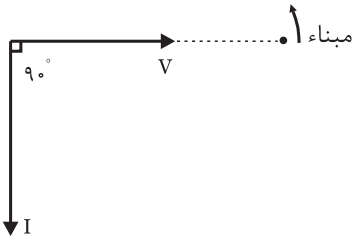
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۱۰۰v$$

جریان موثر مدار

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\ A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.



شکل (۱۷-۵)

- در این مدار $X_L > X_c$ است لذا مدار پس فاز و جریان منبع ۹۰ از ولتاژ مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار I معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

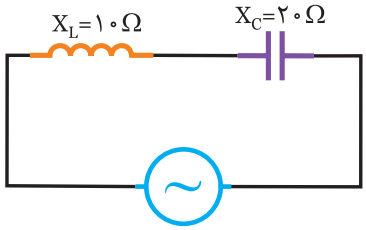
$$I_m = I_e \times \sqrt{۲} \Rightarrow I_m = ۱۰\sqrt{۲}\ A$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - ۹۰^\circ)$$

$$\Rightarrow i_{(t)} = ۱۰\sqrt{۲} \sin(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۱۸-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - ۳۰^\circ)$

شکل (۱۸-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

الف)

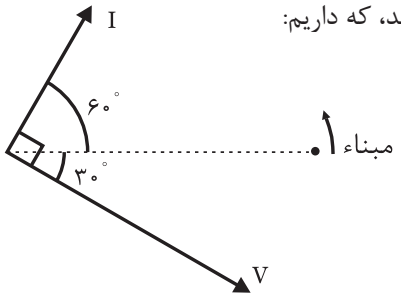
$Z = |X_L - X_C| = |..... - .....| = ... \Omega$

$\text{جریان} = \dfrac{.....}{.....}$

$V_e = \dfrac{.....}{\sqrt{۲}} = \dfrac{.....}{\sqrt{۲}} = ...v$

$I_e = \dfrac{V_e}{Z} = \dfrac{.....}{.....} = ... A$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_C>X_L$ است لذا مدار پیش فاز می‌باشد، که داریم:



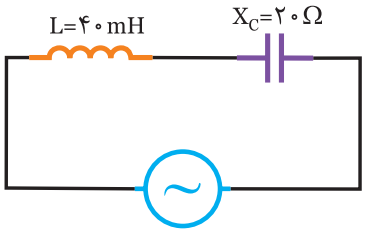
شکل (۱۹-۵)

$I_m = I_e \times \sqrt{۲} = ... A$

$i_{(t)} = I_m \text{Sin}(\omega t - ۶۰^\circ) \Rightarrow i_{(t)} = ... \text{Sin}(۵۰۰t - ۶۰^\circ)$

تمرین

در مدار شکل (۲۰-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۱۰۰۰t + ۵۰^\circ)$

شکل (۲۰-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

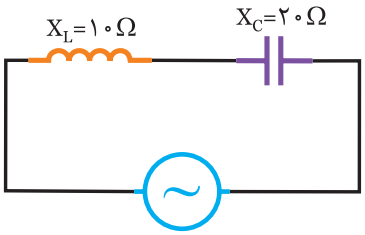
.....

.....

.....

مثال ۳

در مدار شکل (۲۱-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}۱۰۰۰t$

شکل (۲۱-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف)

$Z = |X_L - X_C| = |۱۰-۲۰| = ۱۰\Omega$

مقاومت × جریان = ولتاژ

جریان موثر

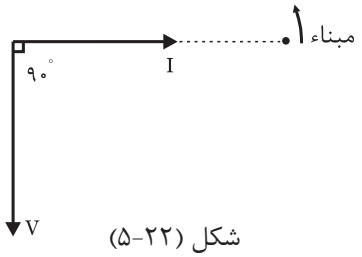
$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲A$

ولتاژ موثر

$V_e = z.I_e = ۱۰\times۲ = ۲۰v$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم کنید.



شکل (۲۲-۵)

- در این مدار $X_c > X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ منبع ۹۰° از جریان مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

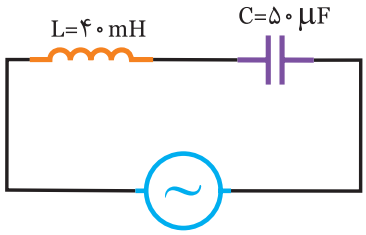
$V_e = \sqrt{۲}\ V_e = \sqrt{۲} \times ۲۰ = ۲۰\sqrt{۲}v$

$V_{(t)} = V_m Sin(\omega t - ۹۰^\circ)$

$\Rightarrow V_{(t)} = ۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۲۳-۵) مطلوبست:



$i_{(t)} = ۳\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t + ۶۰^\circ)$

شکل (۲۳-۵)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف) ابتدا X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$X_L = \omega L = ۵۰۰\times۴۰\times۱۰^{-۳} = ۲۰\Omega$

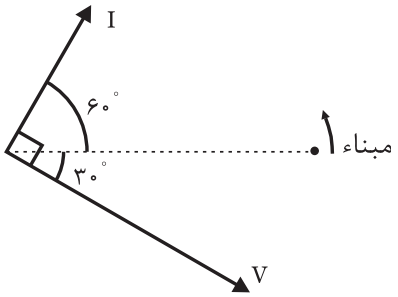
$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{.....} = ...\Omega$

$Z = |X_c - .....| = |.....-.....| = ...\ \Omega$

$I_e = \frac{.....}{.....} = ...\ A$

$V_e = z.I_e = ...\times.....= .....v$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری داریم که در این مدار $X_c > X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ مدار ۹۰° عقب‌تر از جریان مدار است.



شکل (۲۴-۵)

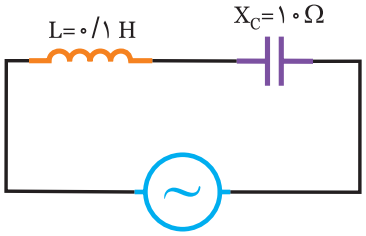
$V_e = \sqrt{۲}\ V_e = ...v$

$V_{(t)} = V_m Sin(\omega t - .....)$

$\Rightarrow V_{(t)} = ...\ Sin(۵۰۰t - .....)$

تمرین

در مدار شکل (۲۵-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۲۰۰t-۶۰^\circ)$

شکل (۲۵-۵)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

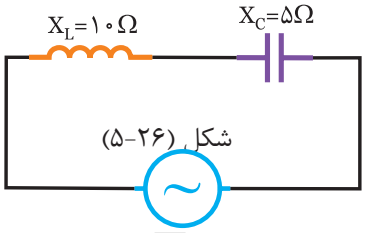
.....

.....

.....

مثال ۴

در مدار شکل (۲۶-۵) مطلوبست:



شکل (۲۶-۵)

$i_{(t)}=۳\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۱۰۰۰t$

الف) ولتاژ دو سر سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها

حل

الف)

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۳A$$

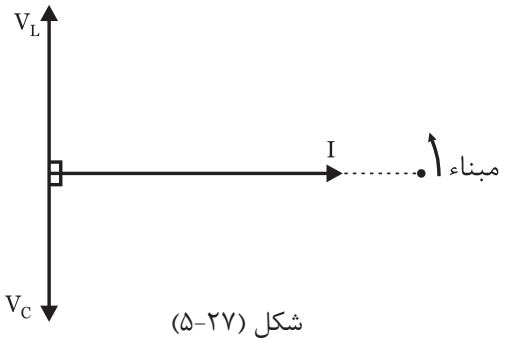
جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_L=X_L.I_e=(۱۰)(۳)=۳۰v$$

$$V_c=X_c.I_e=(۵)(۳)=۱۵v$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.

- مبنا را رسم کنید.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع را رسم کنید.



شکل (۲۷-۵)

- در سلف، جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L، ۹۰° از جریان مدار جلوتر است.
- درخازن، جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C، ۹۰° از جریان مدار عقب‌تر است.
- با توجه به موقعیت بردارهای V_L و V_C معادله‌ی زمانی آن‌ها می‌شود.

$$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_L=۳۰\sqrt{۲}\ v$$

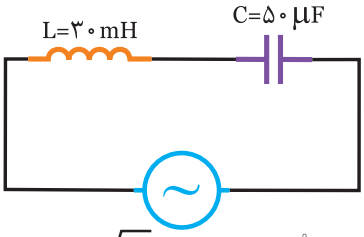
$$V_{cm}=\sqrt{۲}\ V_c=۱۵\sqrt{۲}\ v$$

$$V_{L(t)}=۳۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$$

$$V_{c(t)}=۱۵\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$$

فعالیت ۴

در مدار شکل (۲۸-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t-۵۰^\circ)$

شکل (۲۸-۵)

الف) ولتاژ دو سر هر المان

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها

حل

الف) ابتدا X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$X_L=\omega L=۵۰۰\times۳۰\times۱۰^{-۳}=۱۵\Omega$

$X_c=\frac{۱}{\omega c}=\frac{۱}{۵۰۰\times.....}=.....\Omega$

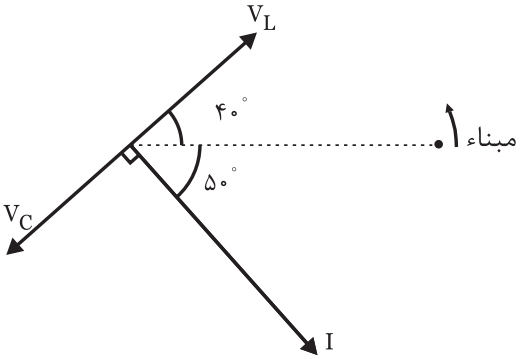
$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$

جریان × مقاومت = ولتاژ

$V_L=X_L.I_e=(۱۵)(.....)=.....v$

$V_c=X_c.I_e=(.....)(.....)=.....v$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ دو سر سلف و خازن باید مبنا را مشخص کرده و دیاگرام معادله زمانی جریان را رسم کنیم و سپس دیاگرام V_L و V_C را رسم نماییم.



شکل (۲۹-۵)

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_L=(\sqrt{۲})(.....)=.....v$

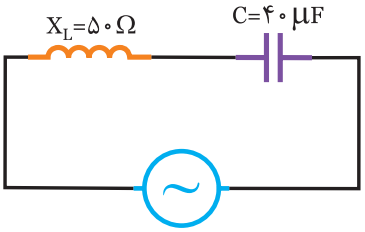
$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_c=(\sqrt{۲})(.....)=.....v$

$V_{L(t)}=.....\ \text{Sin}(۵۰۰t+۴۰^\circ)$

$V_{c(t)}=.....\ \text{Sin}(۵۰۰t-۱۴۰^\circ)$

تمرین

در مدار شکل (۳۰-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۴\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t+۱۰^\circ)$

شکل (۳۰-۵)

الف) ولتاژ دو سر V_L و V_C

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

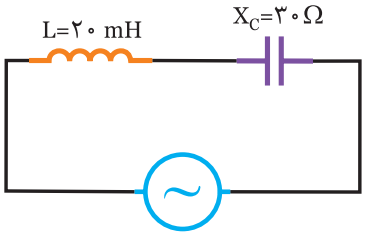
.....

.....

.....

مثال ۵

در مدار شکل (۳۱-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=100\sqrt{2}\ \sin(1000t-90^\circ)$

شکل (۳۱-۵)

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان

حل

الف) ابتدا مقاومت سلفی را محاسبه کنید.

$$X_L=\omega L=1000\times20\times10^{-3}=20\Omega$$

$$Z=|X_L-X_C|=|20-30|=10\Omega$$

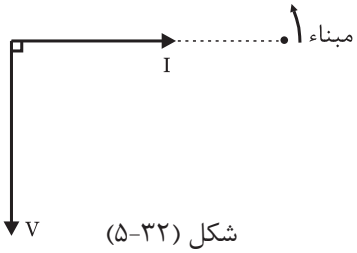
$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100v$$

$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{100}{10}=10A$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان منبع دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_c>X_L$ است مدار خاصیت خازنی دارد و جریان مدار ۹۰ جلوتر از ولتاژ می‌شود.



شکل (۳۲-۵)

جریان ماکزیمم

$$I_m=\sqrt{2}\ I_e=\sqrt{2}\times10=10\sqrt{2}$$

$$i_{(t)}=I_m\sin\omega t\ \Rightarrow\ i_{(t)}=10\sqrt{2}\ \sin(1000t)$$

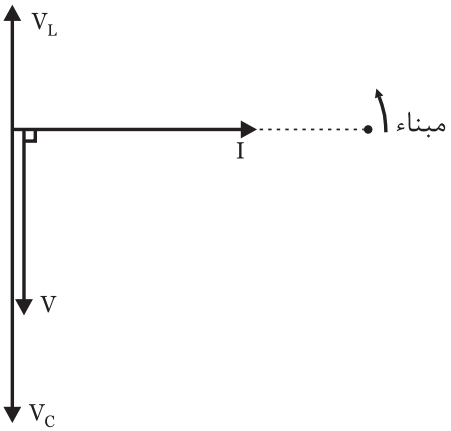
ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست می‌آوریم.

ولتاژ = مقاومت × جریان

$$V_L=X_L.I_e=(20)(10)=200v$$

$$V_c=X_c.I_e=(30)(10)=300v$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف و خازن دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه ولتاژ سلف 90° جلوتر از جریان مدار و ولتاژ خازن 90° عقب‌تر از جریان مدار می‌باشد معادله‌ی زمانی V_L و V_C را می‌نویسیم.



شکل (۳۳-۵)

$$V_{Lm}=\sqrt{2}\ V_L=200\sqrt{2}\ v$$

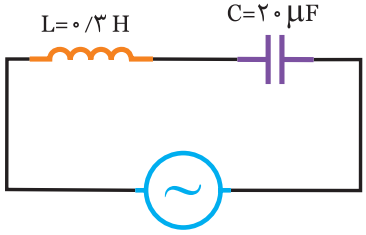
$$V_{cm}=\sqrt{2}\ V_c=300\sqrt{2}\ v$$

$$V_{L(t)}=200\sqrt{2}\ \sin(1000t+90^\circ)$$

$$V_{c(t)}=300\sqrt{2}\ \sin(1000t-90^\circ)$$

فعالیت ۵

در مدار شکل (۵-۳۴) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \sin(۵۰۰t)$

شکل (۵-۳۴)

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ آن‌ها

حل

الف)

$X_L = \omega L = ۵۰۰ \times ۰/۳ = \ldots\ldots\ \Omega$

$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\Omega$

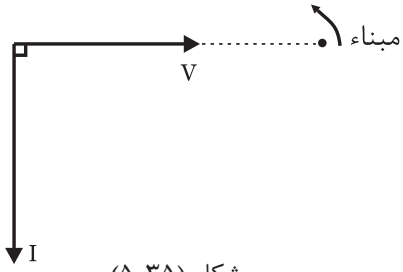
$Z = |X_L - X_c| = |۱۵۰ - \ldots\ldots| = \ldots\ldots\ \Omega$

$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\sqrt{۲}} = \ldots\ldots\ldots v$

$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$

برای بدست آوردن معادله زمانی جریان مدار دیاگرام برداری نیاز می‌باشد.



شکل (۵-۳۵)

- ابتدا مبنا را رسم کنید.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.
- چون $X_L > X_c$ است لذا مدار پس فاز است.

$I_m = \sqrt{۲}\ I_e = (\sqrt{۲})(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ A$

$I_{(t)} = \ldots\ldots\ \sin(۵۰۰t - ۹۰^\circ)$

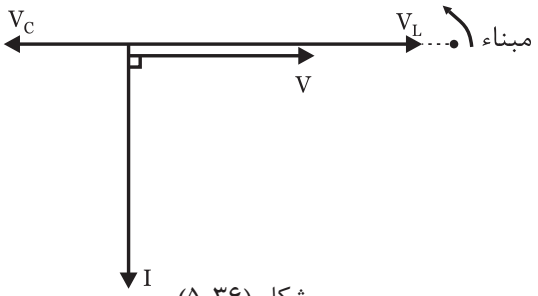
ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست آورید.

$V_L = X_L . I_e = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots v$

$V_c = X_c . I_e = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots v$

ج) برای بدست آوردن معادله زمانی V_L و V_C دیاگرام برداری نیاز داریم.

- مبنا را مشخص کنید.
- بردار V و I را رسم کنید.



شکل (۵-۳۶)

- ولتاژ سلف ۹۰° از جریان سلف جلوتر است.
- ولتاژ خازن ۹۰° از جریان خازن عقب‌تر است.

$V_{Lm} = \sqrt{۲}\ V_L = (\sqrt{۲})(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ v$

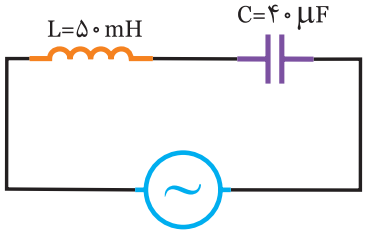
$V_{cm} = \sqrt{۲}\ V_c = (\sqrt{۲})(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ v$

$V_{L(t)} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \sin(۵۰۰t + ۰)$

$V_{c(t)} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \sin(۵۰۰t - ۱۸۰^\circ)$

تمرین

در مدار شکل (۵-۳۷) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t+۹۰^\circ)$

شکل (۵-۳۷)

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی V_L و V_C

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

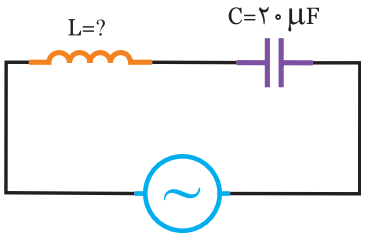
.....

مثال ۶

در مدار شکل (۵-۳۸) مطلوبست:

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t-۳۰^\circ)$

$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۵۰۰t+۶۰^\circ)$

شکل (۵-۳۸)

حل

الف) ابتدا ولتاژ و جریان موثر مدار را بدست آورید.

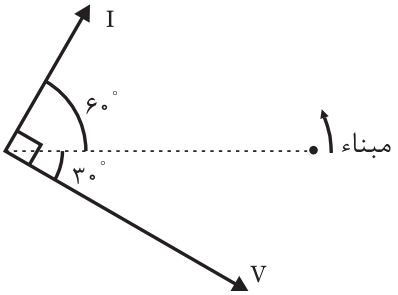
$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲A$$

$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$Z=\frac{V_e}{I_e}=\frac{۱۰۰}{۲}=۵۰\Omega$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.



شکل (۵-۳۹)

چون جریان مدار ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار است به همین دلیل مدار پیش فاز بوده و $X_c>X_L$ است.

$$Z = |X_L - X_c|$$

$$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{۵۰۰\times۲۰\times۱۰^{-۶}} = ۱۰۰\Omega$$

$$Z = X_c - X_L$$

$$۵۰ = ۱۰۰ - X_L \Rightarrow X_L = ۵۰\Omega$$

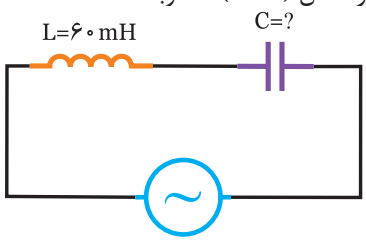
ب)

$$X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۵۰}{۵۰۰} = ۰/۱H$$

$$L = ۱۰۰mH$$

فعالیت ۶

در مدار شکل (۵-۴۰) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۱۰۰ \sin ۱۰۰۰t$

$i_{(t)} = ۵ \sin(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$

شکل (۵-۴۰)

الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد

حل

الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}} = \ldots\ldots v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots A$$

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\Omega$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.

چون ولتاژ مدار جلوتر از جریان می‌باشد، مدار پس فاز و $X_L>X_c$ است.

$$Z = |X_L - X_c|$$

$$X_L = \omega L = ۶۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰۰ = ۶۰\Omega$$

$$Z = X_L - X_c$$

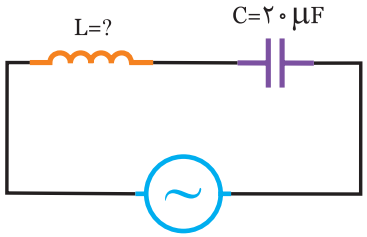
$$\ldots\ldots = ۶۰ - \ldots\ldots \Rightarrow X_c = \ldots\ldots\Omega$$

ب)

$$X_c = \frac{۱}{\omega c} \Rightarrow c = \frac{۱}{\omega . X_c} = \frac{۱}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots} = \ldots\ldots \mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۴۱) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲} \sin(۱۰۰۰t - ۵۰^\circ)$

$i_{(t)} = ۴\sqrt{۲} \sin(۱۰۰۰t + ۴۰^\circ)$

شکل (۵-۴۱)

الف) مقاومت القایی

ب) ضریب خودالقایی سلف(L)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

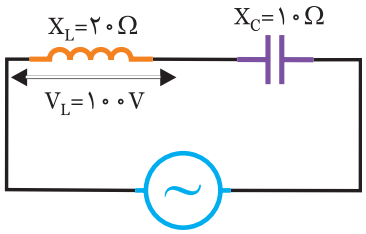
.....

.....

.....

مثال ۷

در مدار شکل (۴۲-۵) مطلوبست:



شکل (۴۲-۵)

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض θ_v=۰

حل

الف)

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

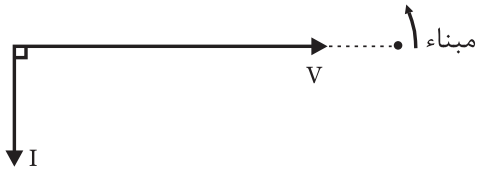
$$I_e = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵\ A$$

ب) جریان×مقاومت= ولتاژ

$$Z = |X_L - X_C| = |۲۰-۱۰| = ۱۰\Omega$$

$$V_e = z.I_e \Rightarrow V_e = ۱۰\times۵ = ۵۰V$$

ج) چون $X_L>X_c$ است مدار پس فاز می‌باشد و جریان مدار ۹۰ از ولتاژ مدار عقب‌تر است.



شکل (۴۳-۵)

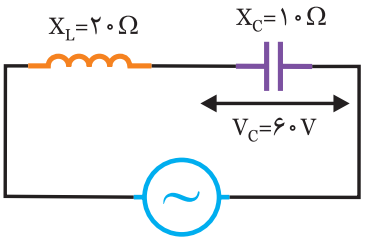
فعالیت ۷

در مدار شکل (۴۴-۵) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض θv=۳۰



شکل (۴۴-۵)

حل

الف)

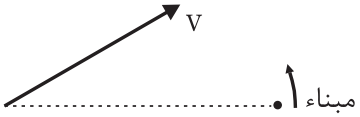
$$I_e = \frac{V_C}{X_C} = \frac{.....}{.....} = ...\ A$$

ب)

$$Z = |X_L - X_c| = |.....-.....| = ...\ \Omega$$

$$V_e = z.I_e = ...\times.....=.....V$$

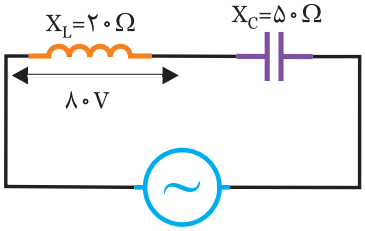
ج) چون $X_L>X_c$ است، مدار ..... می‌باشد و جریان مدار ..... درجه از ولتاژ مدار ..... است. دیاگرام را کامل کنید.



شکل (۴۵-۵)

تمرین

در مدار شکل (۴۶-۵) مطلوبست:



شکل (۴۶-۵)

الف) جریان مدار ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض θv=۰

.....

.....

.....

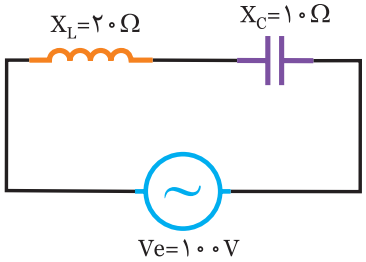
.....

.....

.....

مثال ۸

در مدار شکل (۵-۴۷) مطلوبست:



شکل (۵-۴۷)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

حل

الف) بخاطر اینکه مقاومت R نداریم توان موثر صفر است.

$P_e=V_e.I_e.\cos\varphi = ۰$

ب)

$Z = |X_L-X_C| = |۲۰-۱۰| = ۱۰\Omega$

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\,A$

بخاطر اینکه $X_L>X_c$ است، توان غیر موثر مثبت می‌باشد.

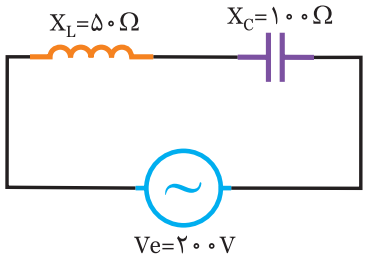
$P_d=V_e.I_e\sin\varphi = (۱۰۰)(۱۰)(۱)=۱۰۰۰V.A.R$

ج)

$P_S=V_e.I_e=۱۰۰\times۱۰=۱۰۰۰V.A$

فعالیت ۸

در مدار شکل (۵-۴۸) مطلوبست:



شکل (۵-۴۸)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

حل

الف) Pe=۰

ب)

$Z = |X_L-X_c| = |.....-.....| = ... \Omega$

$I_e = \frac{V_e}{.....} = \frac{.....}{.....} = ... A \Rightarrow$ جریان $= \frac{.....}{.....}$

بخاطر اینکه $X_c>X_L$ است، توان راکتیو ..... است.

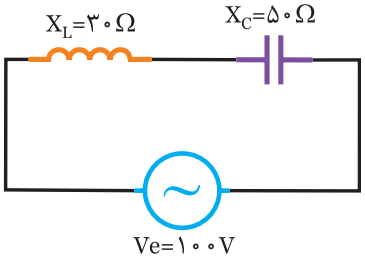
$P_d=-V_e.I_e\sin\varphi = -(۱)(.....)(۲۰۰)= - .....V.A.R$

ج)

$P_S=V_e.I_e= (.....)(.....) = ... V.A$

تمرین

در مدار شکل (۵-۴۹) مطلوبست:



شکل (۵-۴۹)

الف) توان اکتیو مدار

ب) توان غیر مفید مدار

ج) توان ظاهری مدار

.....

.....

.....

.....

.....

.....

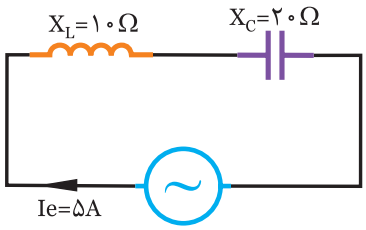
.....

.....

.....

مثال ۹

در مدار شکل (۵-۵۰) مطلوبست:



شکل (۵-۵۰)

الف) توان اکتیو

ب) توان راکتیو

ج) توان ظاهری

حل

الف)

$P_e=R.I_e^{۲}=(۰)(۵)^{۲}=۰w$

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲}=(۱۰)(۵)^{۲}=۲۵۰$

$P_{dc}=-X_c.I_e^{۲}=-(۲۰)(۵)^{۲}=-۵۰۰$

$P_d=۲۵۰-۵۰۰=-۲۵۰V.A.R$

ج)

$Z=|X_L-X_C|=|۱۰-۲۰|=۱۰Ω$

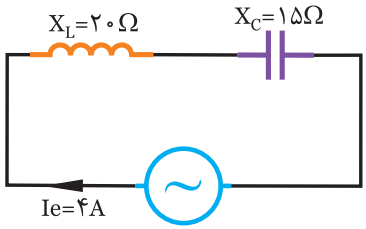
$P_s=z.I_e^{۲}=۱۰(۵)^{۲}=۲۵۰V.A$

البته می‌توان از رابطه‌ی $P_s=|P_d|$ نیز بدست آورید.

$P_s=|P_d|=|-۲۵۰|=۲۵۰V.A$

فعالیت ۹

در مدار شکل (۵-۵۱) مطلوبست:



شکل (۵-۵۱)

الف) توان مصرفی

ب) توان غیرمصرفی

ج) توان ظاهری

حل

الف)

$P_e=R.I_e^{۲}=(.....)(.....)^{۲}=.....w$

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲}=(۴)(.....)^{۲}=.....V.A.R$

$P_{dc}=-X_c.I_e^{۲}=-(۱۵)(.....)^{۲}=.....V.A.R$

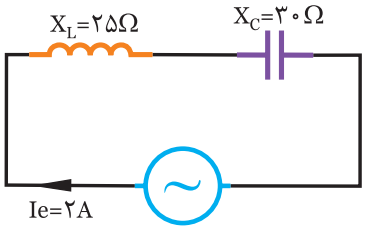
$P_d=P_{dL}+P_{dc}=.....-.....=.....V.A.R$

ج)

$P_s=|P_d|=|.....|=.....V.A$

تمرین

در مدار شکل (۵-۵۲) مطلوبست:



شکل (۵-۵۲)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

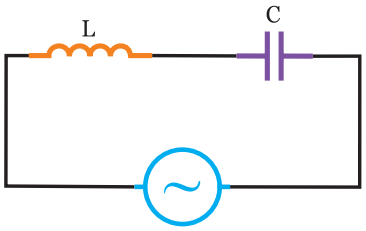
.....

.....

.....

مثال ۱۰

در مدار شکل (۵-۵۳) اگر $V_L=۳V_c$ باشد. مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۵۰۰t-۹۰^\circ)$

شکل (۵-۵۳)

الف) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲A$$

$$V_e=|V_L-V_C| \Rightarrow ۱۰۰=۳V_C-V_C \Rightarrow ۱۰۰=۲V_C$$

$$V_C=\frac{۱۰۰}{۲}=۵۰v$$

$$V_L=۳V_C=۳\times ۵۰=۱۵۰v$$

$$\text{مقاومت}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$X_L=\frac{V_L}{I_e}=\frac{۱۵۰}{۲}=۷۵\Omega$$

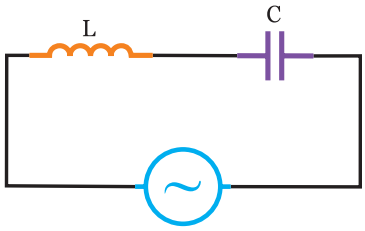
$$X_c=\frac{V_c}{I_e}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵\Omega$$

$$c=\frac{۱}{\omega.X_c}=\frac{۱}{۲۵\times ۵۰۰}=۸۰\mu F$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۷۵}{۵۰۰}=۱۵۰\ mH$$

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۵-۵۴) اگر $V_c=۲V_L$ باشد. مطلوبست:



$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t+۶۰^\circ)$

$V_{(t)}=۲۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t-۳۰^\circ)$

شکل (۵-۵۴)

الف) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$$V_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....v$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

$$V_e=|V_L-V_C| \Rightarrow ۲۰۰=۲V_L-V_L \Rightarrow V_L=.....v$$

$$V_c=۲V_L=۲\times .....=.....v$$

$$\text{مقاومت}=\frac{.....}{.....}$$

$$X_L=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$$

$$X_c=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$$

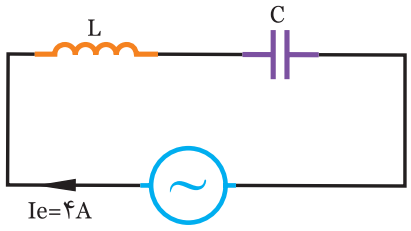
$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۱۰۰۰}=.....mH$$

$$c=\frac{۱}{\omega.X_c}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times .....}=.....\mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۵۵) اگر $V_C=۴V_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



Ve=۱۰۰V

ω=۱۰۰۰rad/s

شکل (۵-۵۵)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

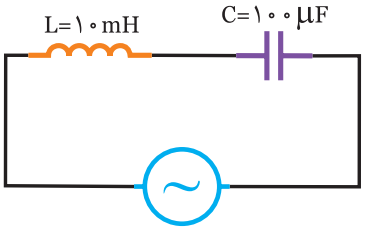
.....

.....

.....

مثال ۱۱

فرکانس رزنانس مدار شکل (۵-۵۶) را بدست آورید.



شکل (۵-۵۶)

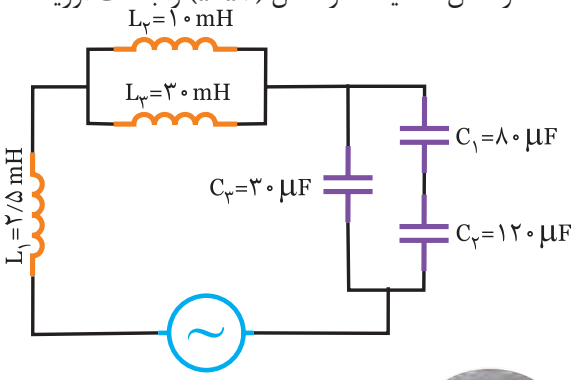
حل

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۱۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}}}$$

$$=\frac{۱۰۰۰}{۲\pi}=۱۵۹Hz$$

فعالیت ۱۱

فرکانس تشدید مدار شکل (۵-۵۷) را بدست آورید.



شکل (۵-۵۷)

حل

$$C_{۱۲}=\frac{C_۱.C_۲}{C_۱+C_۲}=\frac{۱۲۰\times۸۰}{۱۲۰+۸۰}=\frac{.....}{.....}=.....\mu F$$

$$C_t=C_۳+C_{۱۲}=۱۰۰+.....=.....\mu F$$

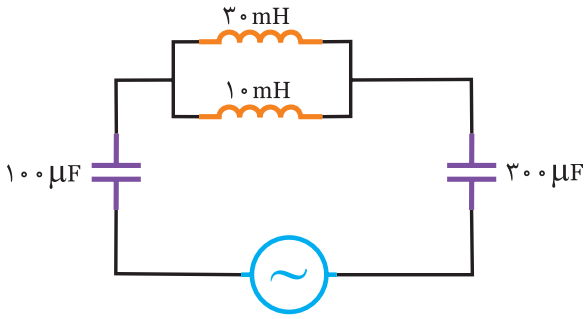
$$L_{۲۳}=\frac{L_۱.L_۲}{L_۱+L_۲}=\frac{.....\times.....}{.....}=.....mH$$

$$L_t=L_۱+L_{۲۳}=۲/۵+.....=.....mH$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{L_t.c_t}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times.....}}=.....Hz$$

تمرین

فرکانس رزنانس مدار شکل (۵-۵۸) را بدست آورید.



شکل (۵-۵۸)

.....

.....

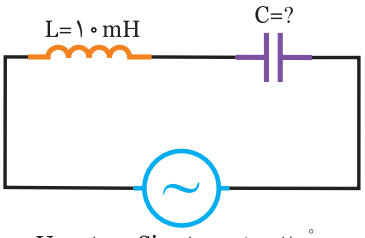
.....

.....

.....

مثال ۱۲

در مدار شکل (۵-۵۹) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$V_{(t)}=۱۰۰\ Sin\ (۱۰۰۰t + ۲۰^{\circ})$

شکل (۵-۵۹)

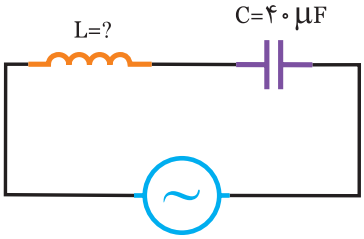
حل

شرط اینکه مدار در حالت رزنانس قرار گیرد $X_L=Xc$ است لذا داریم:

$$\omega L=\frac{۱}{\omega c} \Rightarrow c=\frac{۱}{\omega^{۲}.L}=\frac{۱}{(۱۰۰۰)^{۲}\times ۱۰\times ۱۰^{-۳}}=۱۰۰\mu F$$

فعالیت ۱۲

در مدار شکل (۵-۶۰) اندوکتانس L را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t - ۱۰^{\circ})$

شکل (۵-۶۰)

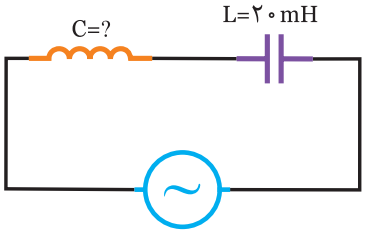
حل

$$X_c= X_L \Rightarrow \frac{۱}{\omega c}= \omega L \Rightarrow L=\frac{۱}{.....}$$

$$L=\frac{۱}{(۵۰۰)^{۲}\times .....}= .....mH$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۶۱) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ Sin\ ۲۵۰t$

شکل (۵-۶۱)

.....

.....

.....

.....

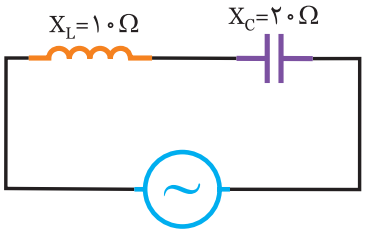
.....

.....

.....

مثال ۱۳

در مدار شکل (۶۲-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۱۰۰۰t$

شکل (۶۲-۵)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

حل

الف) ابتدا L و C را بدست آورید.

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۱۰}{۱۰۰۰}=۱۰mH$$

$$c=\frac{۱}{X_c.\omega}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۲۰}=۵۰\mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۱۰\times۱۰^{-۳}\times۵۰\times۱۰^{-۶}}}=۲۲۵Hz$$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_L=X_c$ می‌باشد لذا

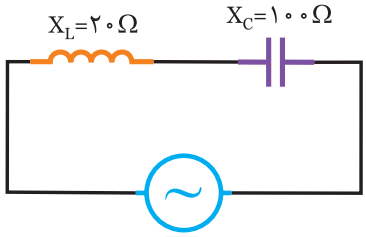
$$Z=|X_L-X_c|=۰$$

ج)

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{V}{۰}=\infty$$

فعالیت ۱۳

در مدار شکل (۶۳-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

شکل (۶۳-۵)

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{.....}=.....mH$$

$$c=\frac{۱}{\omega.X_c}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\mu F$$

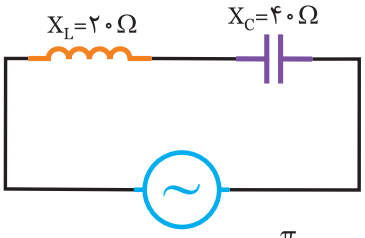
$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times.....}}=.....Hz$$

ب) Z=.....

ج) I=.....

تمرین

در مدار شکل (۶۴-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۲۰۰\ \text{Sin}\ (۲۵۰t+\frac{\pi}{۳})$

شکل (۶۴-۵)

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

.....

.....

.....

.....

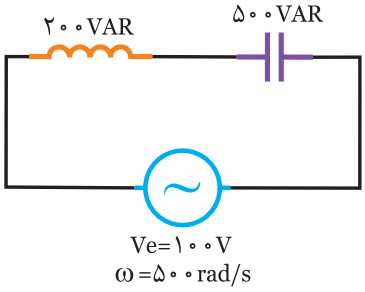
.....

.....

.....

مثال ۱۴

در مدار شکل (۶۵-۵) مطلوبست:



شکل (۶۵-۵)

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d=|P_{dc}-P_{dL}|=۵۰۰-۲۰۰=۳۰۰V.A.R$

$P_d=V_e.I_e \Rightarrow I_e=\frac{P_d}{V_e}=\frac{۳۰۰}{۱۰۰}=۳\,A$

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲} \Rightarrow X_L=\frac{۲۰۰}{(۳)^{۲}}=۲۲/۲۲\,\Omega$

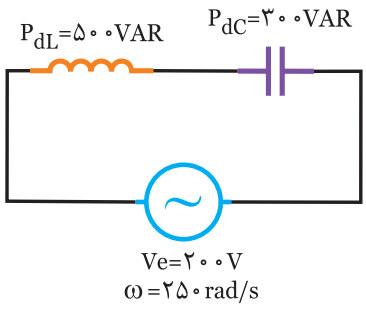
$P_{dc}=X_c.I_e^{۲} \Rightarrow X_c=\frac{۵۰۰}{(۳)^{۲}}=۵۵/۵۵\,\Omega$

$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۲/۲۲}{۵۰۰}=۴۴/۴۴\,mH$

$C=\frac{۱}{X_c.\omega}=\frac{۱}{۵۰۰\times ۵۵/۵۵}=۳۶\,\mu F$

فعالیت ۱۴

در مدار شکل (۶۶-۵) مطلوبست:



شکل (۶۶-۵)

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d=|P_{dL}-P_{dc}|=.....-.....=.....V.A.R$

$P_d=V_e.I_e \Rightarrow I_e=\frac{P_d}{.....}=\frac{.....}{.....}=.....A$

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲} \Rightarrow X_L=\frac{P_{dL}}{(.....)^{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$

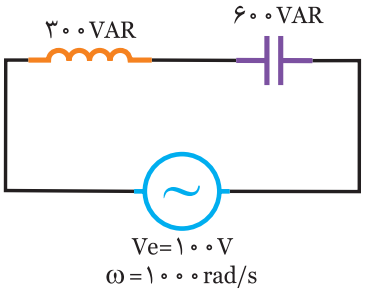
$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{.....}=.....mH$

$P_{dc}=X_c.I_e^{۲} \Rightarrow X_c=\frac{P_{dc}}{(.....)^{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$

$C=\frac{۱}{\omega.X_c}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\mu F$

تمرین

در مدار شکل (۶۷-۵) مطلوبست:



شکل (۶۷-۵)

الف) اندازه‌ی جریان منبع ب) اندازه‌ی L و C

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۱- در مدار LC سری کدام صحیح نیست؟

۱) $P_e=۰$

۲) $Cos\varphi=۰$

۳) $Sin\varphi=۰$

۴) $Sin\varphi=۱$

۲- در مدار LC سری در حالت رزنانس کدام صحیح نیست؟

۱) $P_d=۰$

۲) $P_s=۰$

۳) $P_e=۰$

۴) $P_L=P_c$

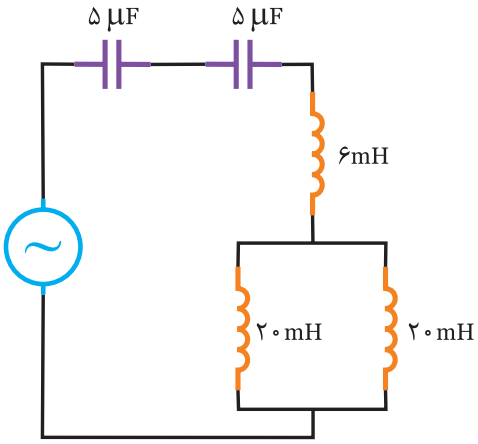
۳- فرکانس تشدید مدار شکل (۶۸-۵) چند هرتز است.

۱) ۱۲۵۰

۲) $\frac{۱۲۵}{\pi}$

۳) ۱۲۵

۴) $\frac{۱۲۵۰}{\pi}$



شکل (۶۸-۵)

۴- در مدار LC سری اگر فرکانس زیاد شود P_{dL} چه خواهد شد؟

۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد.

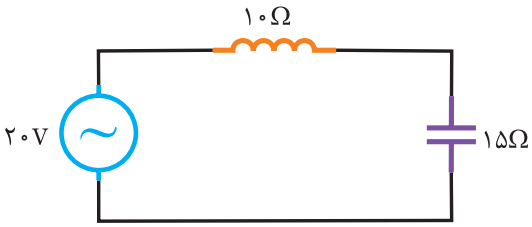
۵- در مدار شکل (۶۹-۵) توان راکتیو چند وار است.

۱) ۲۰-

۲) ۲۰

۳) ۸۰-

۴) ۸۰



شکل (۶۹-۵)

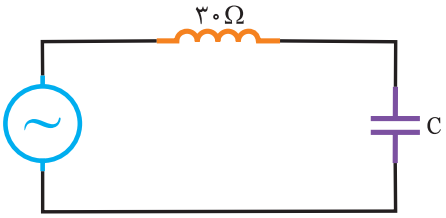
۶- در مدار شکل (۵-۷۰) اگر $i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$ و $V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۵۰۰t-۹۰^\circ)$ باشد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است.

۱) ۴۰۰

۲) ۸۰

۳) ۳۶

۴) ۶۶



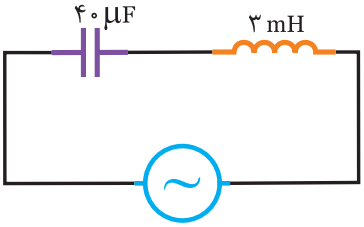
شکل (۵-۷۰)

۷- در مدار شکل (۵-۷۱) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ج) مدار توسط نرم افزار مولتی‌سیم به صورت آزمایشگاه مجازی بسته و درستی جواب‌ها را بررسی کنید.



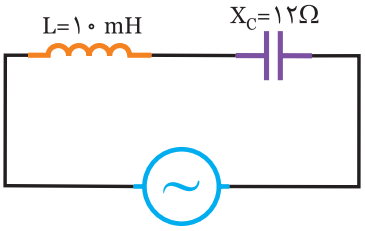
$V_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۲۵۰۰t$

شکل (۵-۷۱)

۸- در مدار شکل (۵-۷۲) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



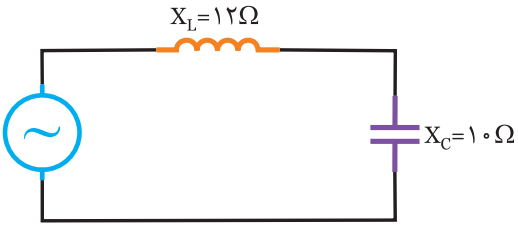
$V_{L(t)}=۸\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۴۰۰t$

شکل (۵-۷۲)

۹- در مدار شکل (۵-۷۳) مطلوبست:

الف) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر سلف و خازن



$V_{(t)}=۸۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

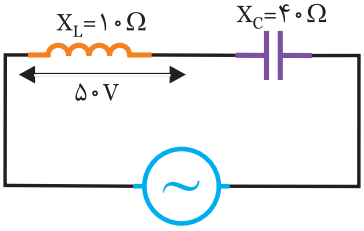
شکل (۵-۷۳)

۱۰- در مدار شکل (۵-۷۴) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری ولتاژ با فرض $\theta_v=۵۰$



شکل (۵-۷۴)

تحقیق کنید

به کمک موتورهای جستجوگر درباره‌ی لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

۱) Impedance

۲) Admittance

۳) Susceptance

۴) Reactance

۵) Serial LC Circaits

همچنین درباره‌ی تفاوت لغات زیر تحقیق کنید.

۱) Resistance با Resistor

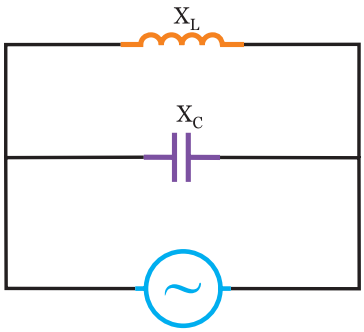
۲) Inductance با Inductor

۳) Capacitance با Capacitor

خلاصه درس

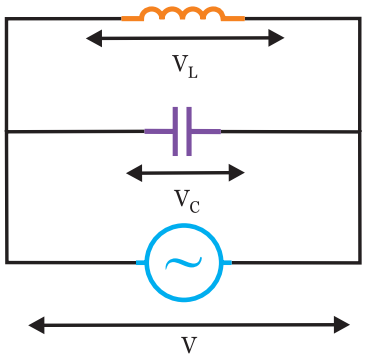
۳-۵- مدارهای LC موازی:

هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی به صورت موازی به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۵-۷۵) مدار LC موازی را تشکیل می‌دهد.



شکل (۵-۷۵)

در مدارهای LC موازی ولتاژ منبع با ولتاژ هر یک از عناصر که در شکل (۵-۷۶) دیده می شود، برابر می‌باشد.



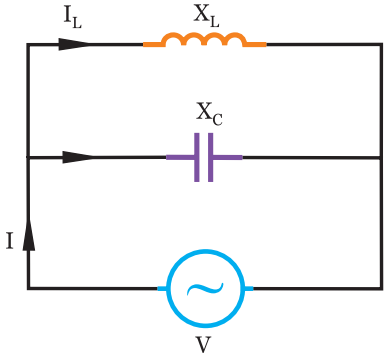
شکل (۵-۷۶)

جریان × مقاومت = ولتاژ

$V = Z.I$

$V_L = V_C = V_e$

در این مدارها در شکل (۵-۷۷) جریان منبع به نسبت عکس مقاومت‌های سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

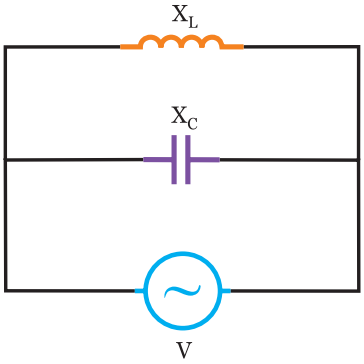


شکل (۵-۷۷)

$I_e = |I_L - I_c|$

$I_L = \frac{V_e}{X_L}$ $\qquad$ $I_c = \frac{V_e}{X_c}$

در مدارهای LC موازی مطابق شکل (۵-۷۸) اختلاف فاز $\varphi = ۹۰$ می‌باشد.

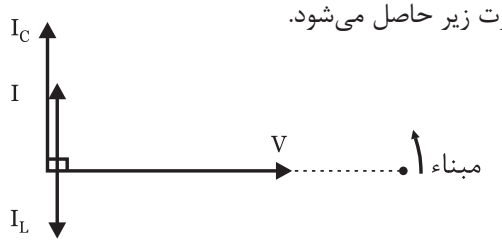


$V_{(t)} = V_m \sin\omega t$

$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t \pm ۹۰^\circ)$

شکل (۵-۷۸)

اگر $X_L>X_c$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۷۹-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۷۹-۵)

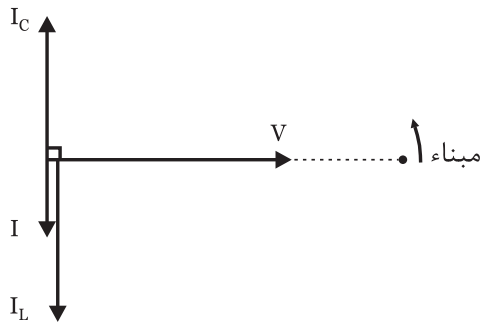
- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع ۹۰° جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

$i_{(t)}= I_m Sin\ (\omega t + ۹۰^\circ)$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L نسبت به V؛ ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود .
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_C نسبت به V ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_c>I_L$ می‌باشد.

اگر $X_L<X_c$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۸۰-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.

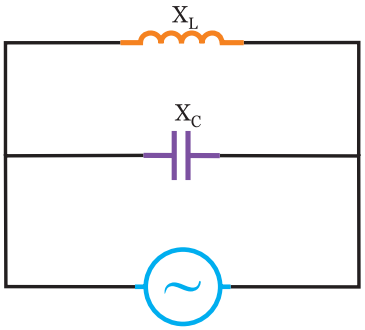


شکل (۸۰-۵)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع ۹۰° عقب‌تر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $I_{(t)}= I_m Sin\ (\omega t + ۹۰^\circ)$ نوشته می‌شود.
- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L نسبت به V ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L>I_C$ می‌باشد.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_C نسبت به V ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L>I_C$ می‌باشد.

اگر $X_L>X_C$ باشد:

از آنجائیکه $V_L=V_C$ می‌باشد جریان عبوری از سلف و خازن در مدار شکل (۸۱-۵) برابر می‌شود لذا جریان منبع صفر خواهد شد که مدار در حالت تشدید یا رزنانس می‌باشد.



شکل (۸۱-۵)

$X_L = X_c \Rightarrow I_c = I_L$

$I=|I_L - I_c| \Rightarrow I=۰$

$X_L = X_c \Rightarrow \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}} = ۲\pi fL \Rightarrow f_r= \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}$

برای بدست آوردن توان در مدارهای LC موازی به علت اینکه $\varphi=\pm۹۰$ است، داریم:

$\varphi= \pm ۹۰^\circ \Rightarrow Cos\varphi=۰$ $\quad Sin\varphi= \pm۱$

- توان موثر یا مصرفی صفر می‌باشد.

$P_e=V_e.I_e.Cos\varphi =۰$

- توان غیر موثر یا راکتیو می‌شود.

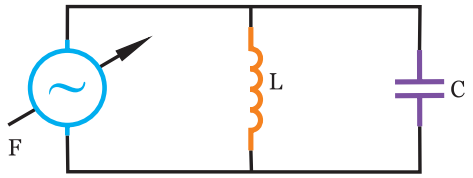
$P_d=V_e.I_e.Sin\ \varphi =\pm V_e.I_e$

- اگر $X_L>X_c$ باشد. مدار پیش فاز بوده و $P_d=-V_e.I_e$ می‌شود و اگر $X_L<X_c$ باشد. مدار پس فاز بوده و $P_d=V_e.I_e$ می‌شود.
- توان ظاهری می‌شود. $P_s= V_e.I_e \Rightarrow P_s=|P_d|$

۵-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدارLC موازی:

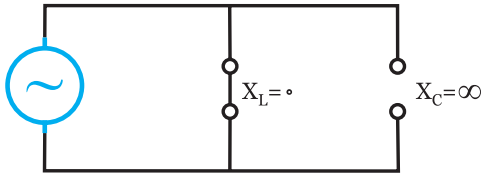
از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L= ۲\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_c= \frac{۱}{۲\pi fc}$

کاهش می‌یابد لذا با توجه به فرمول‌های $Z=\frac{1}{\left|\frac{1}{X_L}-\frac{1}{X_c}\right|}$ و $I=\frac{V}{Z}$ در شکل های زیر، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس بررسی می‌کنیم.



شکل (۵-۸۲)

۱) فرکانس صفر (DC):



شکل (۵-۸۳)

$f=0 \Rightarrow X_L=0$

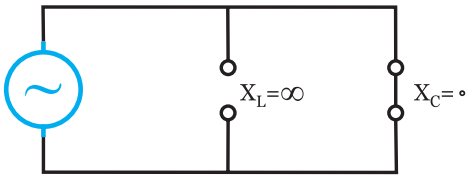
$X_c=\infty$

$Z=0$

$I=\infty$

سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

۲) فرکانس بی‌نهایت:



شکل (۵-۸۴)

$f=\infty \Rightarrow X_L=\infty$

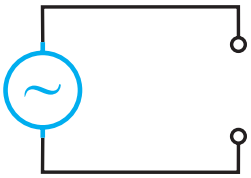
$X_c=0$

$Z=0$

$I=\infty$

خازن مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

۳) فرکانس رزنانس (تشدید):



شکل (۵-۸۵)

$$Z=\frac{1}{\frac{1}{X_L}-\frac{1}{X_c}}=\infty$$

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}}$$

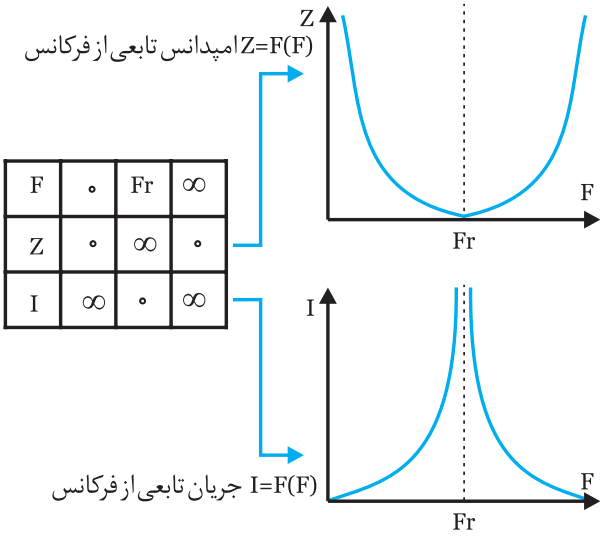
$f=f_r \Rightarrow X_L=X_c$

$Z=\infty$

$I=0$

نتایج بررسی شده را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.

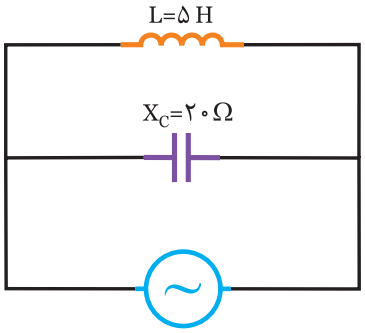
F	0	Fr	∞
Z	0	∞	0
I	∞	0	∞



شکل (۵-۸۶)

مثال ۱۵

در مدار شکل (۵-۸۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)}=100\sqrt{2}\ \sin 500t$

شکل (۵-۸۷)

حل

ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

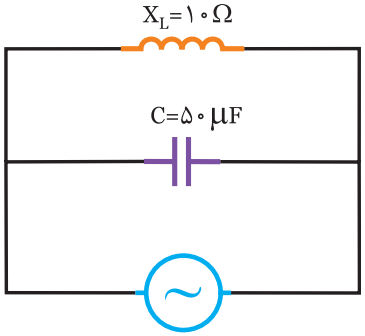
$X_L=\omega L=500\times 5\times 10^{-3}=2/5\Omega$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_L-X_c|}=\frac{2/5\times 20}{|2/5-20|}=\frac{50}{17/5}=2/85\Omega$$

توضیح: چون $X_c>X_L$ می‌باشد لذا مدار پس فاز است.

فعالیت ۱۵

در مدار شکل (۸۸-۵) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۸۸-۵)

حل

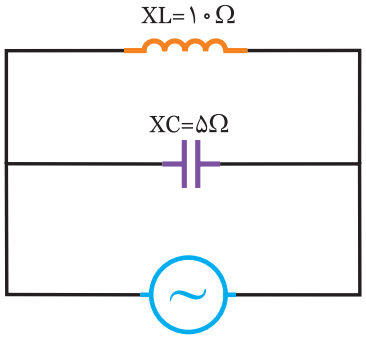
$$X_c=\frac{۱}{\omega c}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\Omega$$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{.....\times.....}{|.....-.....|}=.....$$

توضیح: چون X_C.....X_L می‌باشد لذا مدار ..... فاز است.

تمرین

در مدار شکل (۸۹-۵) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۸۹-۵)

.....

.....

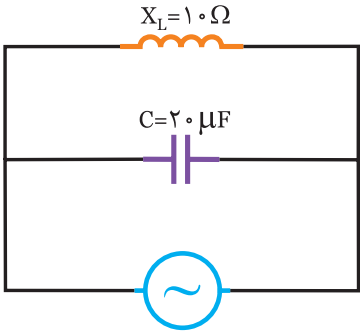
.....

.....

.....

مثال ۱۷

در مدار شکل (۹۰-۵) مطلوبست:



شکل (۹۰-۵)

الف) جریان مدار ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

الف) ابتدا مقدار X_c را بدست می‌آوریم.

$$Xc=\frac{۱}{\omega c}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۲۰\times۱۰^{-۶}}=۵۰\Omega$$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{۱۰\times۵۰}{|۱۰-۵۰|}=\frac{۵۰۰}{۴۰}=۱۲/۵\Omega$$

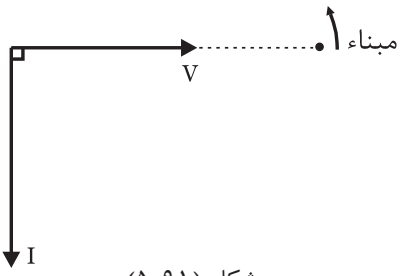
$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$V_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۵۰v$$

جریان موثر مدار

$$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{۵۰}{۱۲/۵}=۴A$$

ب) برای نوشتن معادله زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.



شکل (۹۱-۵)

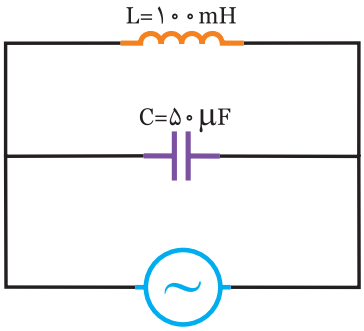
- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.
- در این مدار $X_c>X_L$ است لذا مدار پس فاز و جریان منبع ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار I معادله به صورت زیر می‌شود.

$$I_m=\sqrt{۲}\ I_e=۴\sqrt{۲}\ A$$

$$I_{(t)}=I_m Sin\ (\omega t-۹۰^\circ) \Rightarrow I_{(t)}=۴\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$$

فعالیت ۱۶

در مدار شکل (۹۲-۵) مطلوبست:



$$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t-۶۰^\circ)$$

شکل (۹۲-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

الف)

$$X_L=\omega L=\ .....\times ۵۰۰=\ .....\ \Omega$$

$$X_c=\frac{۱}{\omega c}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\Omega$$

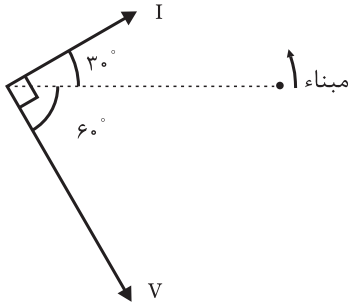
$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{.....\times.....}{|.....-.....|}=۲۰۰\Omega$$

$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....v$$

جریان موثر مدار

$$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....\ A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_L>X_C$ است لذا مدار پیش فاز می‌باشد، که داریم:



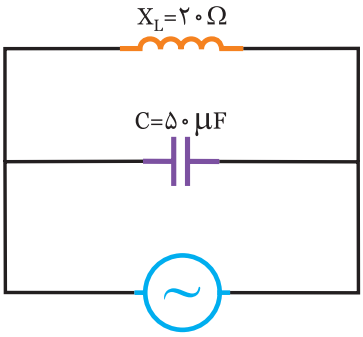
شکل (۹۳-۵)

$$I_m=\sqrt{۲}\ I_e=.....\ A$$

$$I_{(t)}=I_m Sin\ (\omega t+۳۰^\circ) \Rightarrow I_{(t)}=.....\ Sin(.....+۳۰^\circ)$$

تمرین

در مدار شکل (۹۴-۵) مطلوبست:



$$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t-۱۰^\circ)$$

شکل (۹۴-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

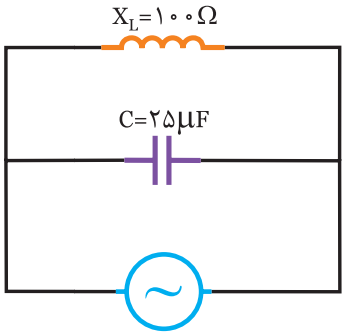
.....

.....

.....

مثال ۱۷

در مدار شکل (۹۵-۵) مطلوبست:



$i_{(t)} = 2\sqrt{2}\ \text{Sin}\ (500t+70^\circ)$

شکل (۹۵-۵)

الف)ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف) ابتدا X_c را بدست می‌آوریم.

$$Xc=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{500\times 25\times 10^{-6}}=80\Omega$$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_L-X_c|}=\frac{100\times 80}{|80-100|}=400\Omega$$

مقاومت × جریان = ولتاژ

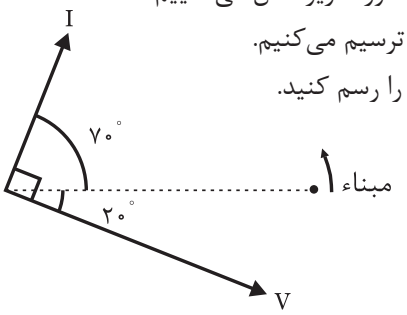
$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2\ A$$

ولتاژ موثر منبع

$$V_e=z.I_e=400\times 2=800v$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- بردار I را رسم کنید.



شکل (۹۶-۵)

- در این مدار $X_L>X_c$ است لذا مدار پیش فاز و جریان منبع ۹۰ از جریان مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

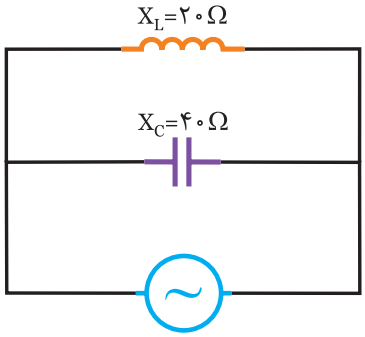
$$V_m=\sqrt{2}\ V_e=\sqrt{2}\times 800=800\sqrt{2}$$

$$V_{(t)}=V_m\text{Sin}\ (500t-20^\circ)$$

$$\Rightarrow V_{(t)}=800\sqrt{2}\ \text{Sin}(500t-20^\circ)$$

فعالیت ۱۷

در مدار شکل (۹۷-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=3\sqrt{2}\ \text{Sin}\ (\omega t-40^\circ)$

شکل (۹۷-۵)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف)

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{.....\times .....}{|.....-.....|}=.....\ \Omega$$

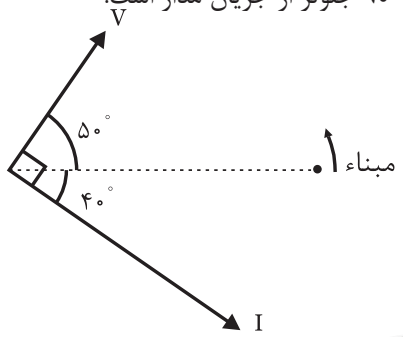
جریان موثر منبع

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

ولتاژ مدار

$$V_e=z.I_e=.....\times .....=.....v$$

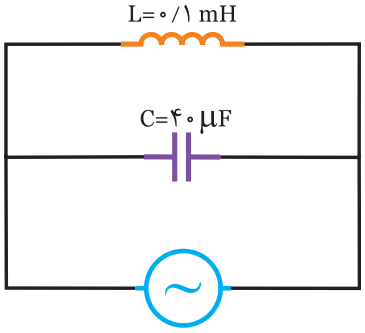
ب) برای نوشتن معادله زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری درایم که در این مدار $X_c>X_L$ است لذا مدار پس فاز و ولتاژ مدار ۹۰° جلوتر از جریان مدار است.



شکل (۹۸-۵)

تمرین

در مدار شکل (۹۹-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۲\sin ۲۵۰\ t$

شکل (۹۹-۵)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

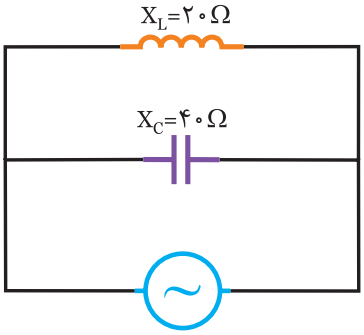
.....

.....

.....

مثال ۱۸

در مدار شکل (۱۰۰-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin ۵۰۰t$

شکل (۱۰۰-۵)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف)

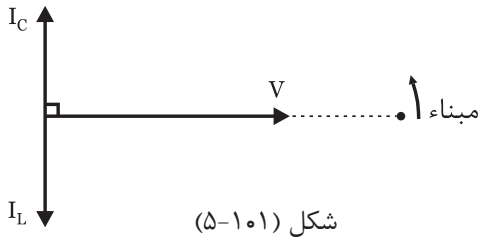
$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵\ A$$

$$I_c=\frac{V_e}{X_c}=\frac{۱۰۰}{۴۰}=۲/۵\ A$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که مر احل آن به صورت زیر است.

- مبنا را ترسیم کنید.
- معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع را رسم کنید.



شکل (۱۰۱-۵)

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L، ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_c، ۹۰° از ولتاژ مدار جلوتر است.

- با توجه به موقعیت بردارهای I_L و I_c معادله‌ی زمانی آن‌ها می‌شود.

$I_{Lm}=\sqrt{۲}\ I_L=۵\sqrt{۲}\ A$

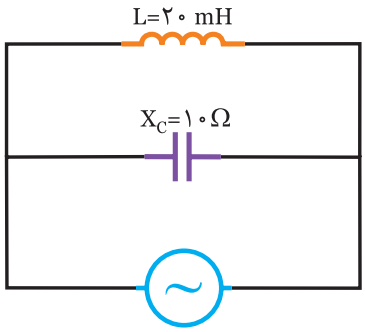
$I_{cm}=\sqrt{۲}\ I_c=۲/۵\sqrt{۲}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\ A$

$i_{L(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t-۹۰^\circ)$

$i_{C(t)}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\ Sin(۵۰۰t+۹۰^\circ)$

فعالیت ۱۸

در مدار شکل (۵-۱۰۲) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t-۲۰^\circ)$

شکل (۵-۱۰۲)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف)

$X_L=\omega L=.....\times.....=.....\Omega$

$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....v$

$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{.....}{.....}=.....A$

$I_c=\frac{V_e}{X_c}=\frac{.....}{.....}=.....A$

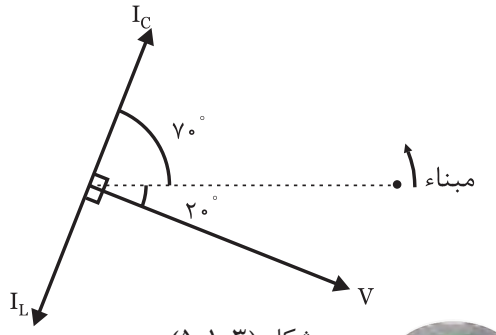
ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان سلف و خازن باید مبنا را مشخص کرده و دیاگرام معادله زمانی ولتاژ را رسم کنیم و سپس دیاگرام I_L و I_c را رسم نماییم.

$I_{Lm}=\sqrt{۲}\ I_L=.....A$

$I_{cm}=\sqrt{۲}\ I_c=.....A$

$I_{L(t)}=.....Sin(۱۰۰۰t-.....)$

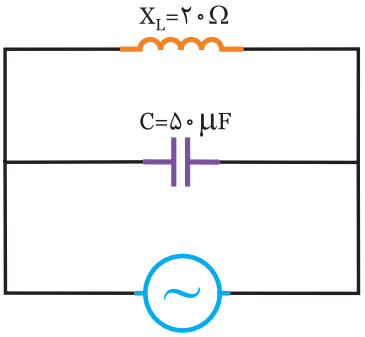
$I_{c(t)}=.....Sin(۱۰۰۰t+.....)$



شکل (۵-۱۰۳)

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۰۴) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t+۳۰^\circ)$

شکل (۵-۱۰۴)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

.....

.....

.....

.....

.....

.....

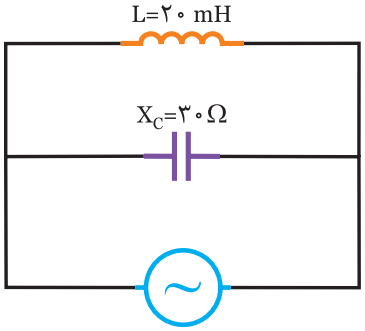
.....

.....

.....

مثال ۱۹

در مدار شکل (۵-۱۰۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\,(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$

شکل (۵-۱۰۵)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف) ابتدا مقاومت سلفی را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = ۱۰۰۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۳} = ۲۰\Omega$$

$$Z = \frac{X_c . X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{۳۰ \times ۲۰}{|۲۰ - ۳۰|} = ۶۰\Omega$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲\ A$$

جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_e = z.I_e \Rightarrow V_e = ۲ \times ۶۰ = ۱۲۰v$$

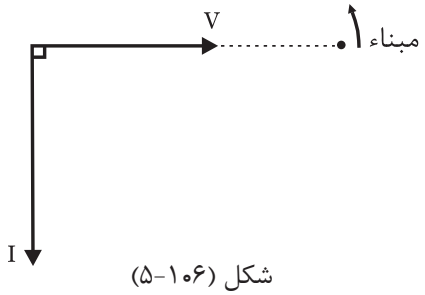
برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_c > X_L$ است مدار خاصیت سلفی دارد و ولتاژ مدار ۹۰° جلوتر از جریان مدار می‌باشد.

ولتاژ ماکزیمم

$$V_m = \sqrt{۲}\ V_e = \sqrt{۲} \times ۱۲۰ = ۱۲۰\sqrt{۲}\ V$$

$$V_{(t)} = V_m \text{Sin}\ \omega t \Rightarrow V_{(t)} = ۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t)$$



شکل (۵-۱۰۶)

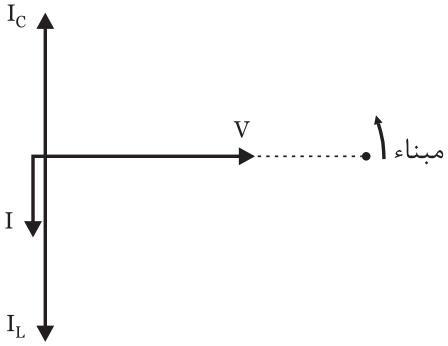
ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان سلف و خازن را بدست می‌آوریم.

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{۱۲۰}{۲۰} = ۶\ A$$

$$I_c = \frac{V_e}{X_c} = \frac{۱۲۰}{۳۰} = ۴\ A$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان سلف ۹۰° عقب‌تر از ولتاژ مدار و جریان خازن ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار می‌باشد معادله‌ی زمانی I_L و I_c را می‌نویسیم.



شکل (۵-۱۰۷)

$$I_{Lm} = \sqrt{۲}\ I_L = ۶\sqrt{۲}\ A$$

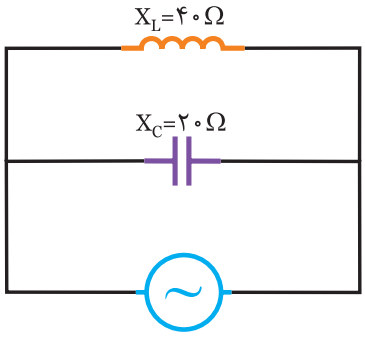
$$I_{cm} = \sqrt{۲}\ I_c = ۴\sqrt{۲}\ A$$

$$i_{L(t)} = ۶\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$$

$$i_{c(t)} = ۴\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t + ۹۰^\circ)$$

فعالیت ۱۹

در مدار شکل (۵-۱۰۸) مطلوبست:



$i_{(t)}=\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t+۳۰^\circ)$

شکل (۵-۱۰۸)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف)

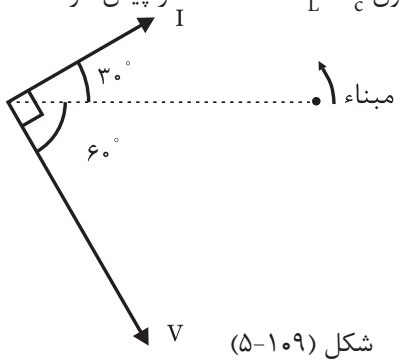
$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_L-X_c|}=\frac{.....\times.....}{|.....-.....|}=.....\ \Omega$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

$$V_e=Z.I_e=.....\times.....=.....v$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ مدار نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد.

- ابتدا مبناء را رسم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم کنید.
- چون $X_L>X_c$ است لذا مدار پیش فاز است.



شکل (۵-۱۰۹)

$$V_m=\sqrt{۲}\ V_e=.....\times.....=.....v$$

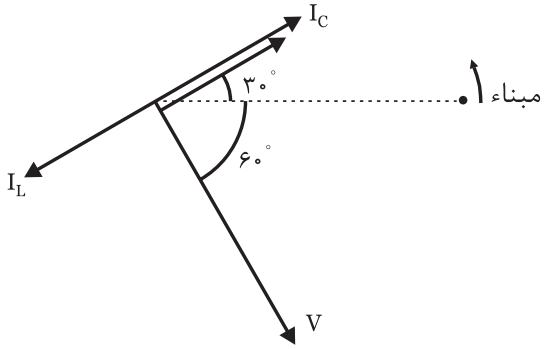
$$V_{(t)}=.....\ Sin(۵۰۰t-.....)$$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان سلف و خازن را بدست آورید.

$$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{.....}{.....}=.....\ A$$

$$I_c=\frac{V_e}{.....}=\frac{.....}{.....}=.....\ A$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن دیاگرام برداری را ترسیم می‌نماییم.



شکل (۵-۱۱۰)

$$I_{Lm}=\sqrt{۲}\ I_L=.....\ A$$

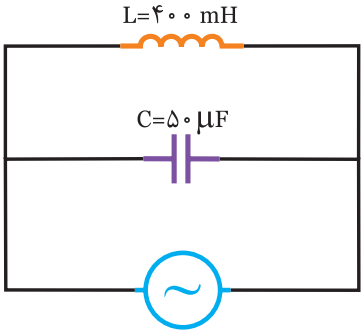
$$I_{cm}=\sqrt{۲}\ I_c=.....\ A$$

$$i_{L(t)}=.....\ Sin(۵۰۰t-۱۵۰^\circ)$$

$$i_{c(t)}=.....\ Sin(۵۰۰t+.....)$$

تمرین

در مدار شکل (۱۱۱-۵) مطلوبست:



$i_{(t)} = ۳\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۲۵۰t$

شکل (۱۱۱-۵)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

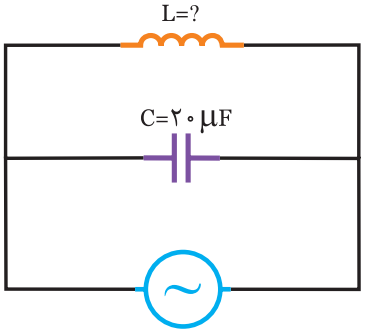
.....

.....

.....

مثال ۲۰

در مدار شکل (۱۱۲-۵) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۱۰۰\ \text{Sin}\ (۵۰۰t + ۳۰^\circ)$

$i_{(t)} = ۲\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - ۶۰^\circ)$

شکل (۱۱۲-۵)

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی

حل

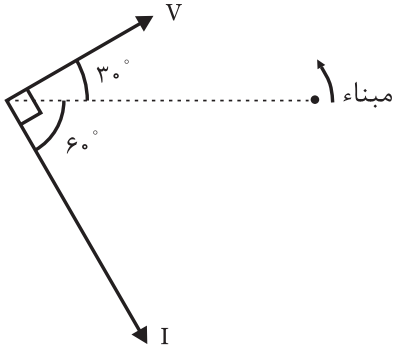
الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}} = ۵۰\sqrt{۲}\ v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}\ A$$

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}} \Rightarrow Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{۵۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۵۰\Omega$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.



شکل (۱۱۳-۵)

چون ولتاژ ۹۰° جلوتر از جریان است به همین دلیل مدار پس فاز و $X_c > X_L$ است.

$$Xc = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۰۰\Omega$$

$$Z = \frac{X_c . X_L}{|X_c - X_L|} \Rightarrow ۵۰ = \frac{۱۰۰ X_L}{|۱۰۰ - X_L|}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ X_L = ۵۰۰۰ - ۵۰ X_L$$

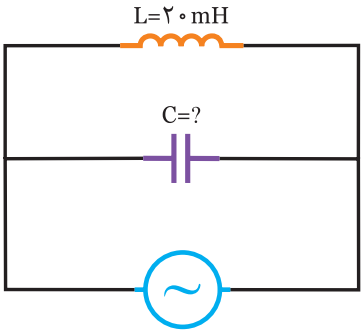
$$\Rightarrow ۱۵۰ X_L = ۵۰۰۰ \quad \Rightarrow X_L = \frac{۵۰۰۰}{۱۵۰} = ۳۳/۳۳\Omega$$

ب)

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۳۳/۳۳}{۵۰۰} = ۶۶/۶۶ \text{ mH}$$

فعالیت ۲۰

در مدار شکل (۵-۱۱۴) مطلوبست:



$$V_{(t)} = ۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - ۴۵^\circ)$$
$$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t + ۴۵^\circ)$$

شکل (۵-۱۱۴)

الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن

حل

الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{.....}{.....} = ...\text{v}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{.....}{.....} = ...\text{A}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{.....}{.....} = ...\text{ A}$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.

مبناء ۱.....

چون جریان ۹۰° جلوتر از ولتاژ است به همین دلیل مدار پیش فاز و $X_L > X_c$ است.

$$X_L = \omega L = ... \times ..... = ...\ \Omega$$

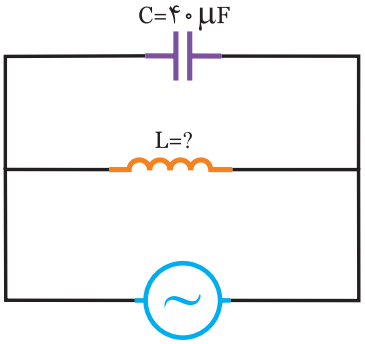
$$Z = \frac{X_c . X_L}{|X_L - X_c|} \Rightarrow ..... = \frac{..... \times X_c}{|..... - X_c|} \Rightarrow X_c = ...\ \Omega$$

ب)

$$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{۵۰۰ \times .....} = ...\ \mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۱۵) مطلوبست:



$$V_{(t)} = ۱۰۰\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - ۹۰^\circ)$$
$$i_{(t)} = ۴\ \text{Sin}\ (۵۰۰t + ۰^\circ)$$

شکل (۵-۱۱۵)

الف) مقاومت القایی ب) ضریب خودالقایی سلف(L)

.....

.....

.....

.....

.....

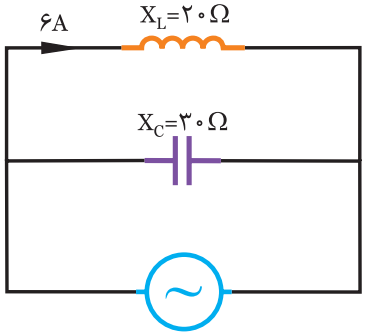
.....

.....

.....

مثال ۲۱

در مدار شکل (۱۱۶-۵) مطلوبست:



شکل (۱۱۶-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = ۰^\circ$

حل

الف)

جریان × مقاومت = ولتاژ

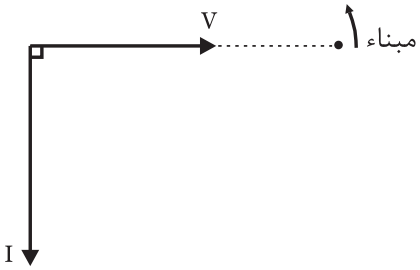
$V_e = X_L.I_L = ۶ \times ۲۰ = ۱۲۰v$

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{۳۰\times۲۰}{|۲۰-۳۰|} = \frac{۶۰۰}{۱۰} = ۶۰\Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲\ A$$

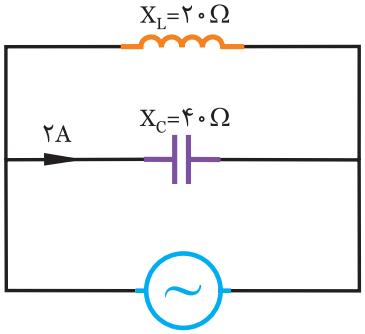
ج) چون $X_c > X_L$ است مدار پس فاز می‌باشد و جریان مدار ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.



شکل (۱۱۷-۵)

فعالیت ۲۱

در مدار شکل (۱۱۸-۵) مطلوبست:



شکل (۱۱۸-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = ۳۰^\circ$

حل

الف)

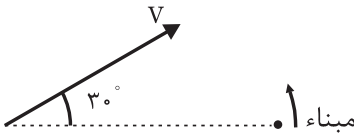
$V_e = X_c.I_c = ۴۰ \times$ ..... $=$ v

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{.....\times.....}{|.....-.....|} = ... \Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{.....}{.....} = ... A$$

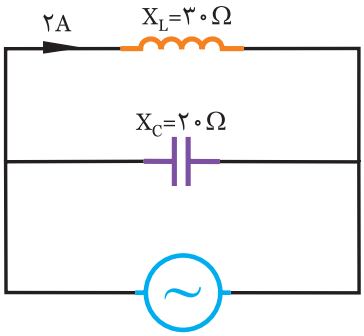
ج) چون $X_c > X_L$ است مدار ..... فاز می‌باشد و جریان مدار ..... از ولتاژ ..... مدار ..... است.



شکل (۱۱۹-۵)

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۲۰) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۰)

الف) ولتاژ منبع　　ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض θ_v= ۰

.....

.....

.....

.....

.....

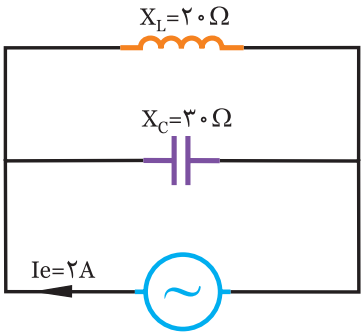
.....

.....

.....

مثال ۲۲

در مدار شکل (۵-۱۲۱) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۱)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

حل

الف) به خاطر اینکه R نداریم توان موثر صفر است.

$P_e = V_e.I_e.\cos\varphi = ۰$

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{۲۰\times۳۰}{|۲۰-۳۰|} = ۶۰\Omega$$

$V_e = z.I_e = ۶۰\times۲ = ۱۲۰v$

به خاطر اینکه $X_c > X_L$ است توان غیر موثر مثبت است.

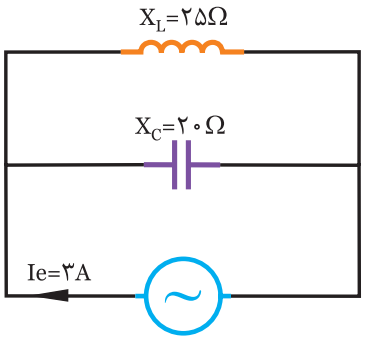
$P_d = V_e.I_e \sin\varphi = (۱۲۰)(۲)(۱) = ۲۴۰VAR$

ج)

$P_S = V_e.\ I_e = ۱۲۰\times۲ = ۲۴۰V.A$

فعالیت ۲۲

در مدار شکل (۵-۱۲۲) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۲)

الف) توان مفید

ب) توان غیر مفید

ج) توان ظاهری

حل

الف) $P_e = ۰$

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{.....\times.....}{|.....-.....|} = ... \Omega$$

$V_e = z.I_e = ...\times..... = ...v$

به خاطر اینکه $X_L > X_C$ است توان غیر موثر ..... است.

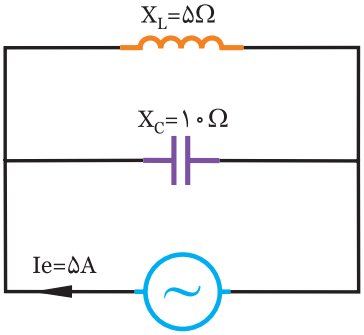
$P_d = -V_e.I_e.\sin\varphi = -(.....)(.....)(۱) = -$ .....V.A.R

ج)

$P_S = V_e.I_e = (.....)(.....) =$ ..... V.A

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۲۳) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۳)

الف) توان مصرفی مدار

ب) توان غیر مصرفی

ج) توان ظاهری

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

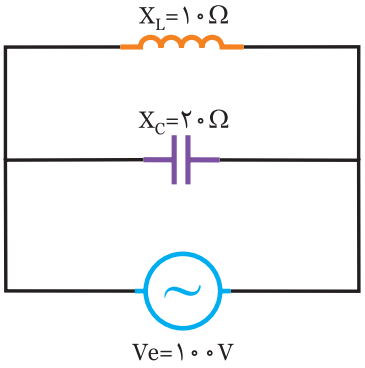
.....

.....

.....

مثال ۲۳

در مدار شکل (۵-۱۲۴) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۴)

الف) توان اکتیو

ب) توان راکتیو

ج) توان ظاهری

حل

الف) چون R نداریم توان صفر است.

$$P_e = \frac{V_e^{۲}}{R} = \frac{(۱۰۰)^{۲}}{\infty} = ۰\,w$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^{۲}}{X_L} = \frac{(۱۰۰)^{۲}}{۱۰} = ۱۰۰۰\ VAR$$

$$P_{dc} = \frac{V_e^{۲}}{-X_C} = \frac{(۱۰۰)^{۲}}{-۲۰} = -۵۰۰\ VAR$$

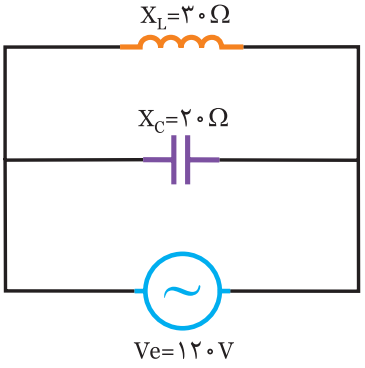
$$P_d = P_{dc} + P_{dL} = -۵۰۰ + ۱۰۰۰ = ۵۰۰VAR$$

ج)

$$P_s = |P_d| = ۵۰۰VA$$

فعالیت ۲۳

در مدار شکل (۵-۱۲۵) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۵)

الف) توان واته

ب) توان دواته

ج) توان ظاهری

حل

الف)

$$P_e = \frac{V_e^{۲}}{R} = \frac{.....}{.....} = ... \text{ w}$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^{۲}}{X_L} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{.....} = ... \text{ VAR}$$

$$P_{dc} = -\frac{V_e^{۲}}{Xc} = -\frac{(۱۲۰)^{۲}}{.....} = - ..... \text{ VAR}$$

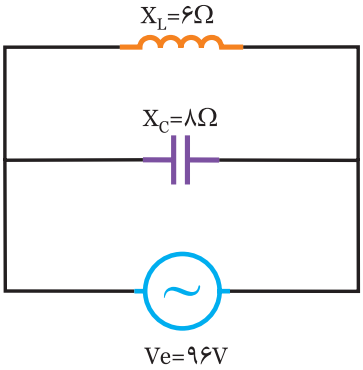
$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ... - ..... = - ..... \text{ VAR}$$

ج)

$$P_s = |P_d| = |.....| = ... \text{ V.A}$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۲۶) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۶)

الف) توان موثر ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

.....

.....

.....

.....

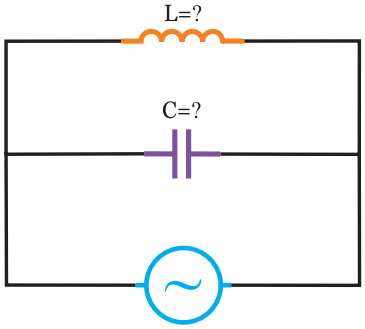
.....

.....

مثال ۲۴

در مدار شکل (۵-۱۲۷) اگر $I_L = ۳I_c$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$$V_{(t)} = ۶۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$$

$$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - ۹۰^{\circ})$$

شکل (۵-۱۲۷)

حل

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۶۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۶۰v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲A$$

$$I_e = |I_L - I_C| \Rightarrow ۲ = ۳I_C - I_C \Rightarrow ۲ = ۲I_C \Rightarrow I_C = ۱A$$

$$I_L = ۳I_C \Rightarrow I_L = ۳A$$

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰\,\Omega$$

$$X_c = \frac{V_e}{I_c} = \frac{۶۰}{۱} = ۶۰\,\Omega$$

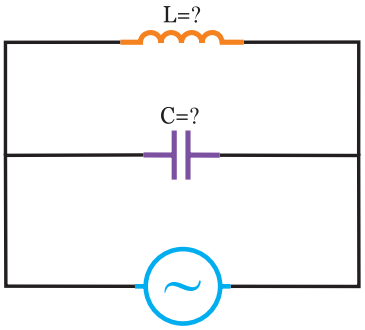
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۲۰}{۵۰۰} = ۴۰\,mH$$

$$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۶۰} = ۳/۳۳\,\mu F$$

فعالیت ۲۴

در مدار شکل (۵-۱۲۸) اگر $I_c = ۲I_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$$V_{(t)} = ۳۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\,(۲۵۰t - ۳۰^\circ)$$

$$i_{(t)} = \sqrt{۲}\ \text{Sin}\,(۲۵۰t + ۶۰^\circ)$$

شکل (۵-۱۲۸)

حل

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۳۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۳۰v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۱\,A$$

$$I_e = |I_c - I_L| \Rightarrow ۱ = ۲I_L - I_L \Rightarrow I_L = \ldots\ldots\ A$$

$$I_c = ۲I_L = ۲(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ A$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{۳۰}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ \Omega$$

$$X_c = \frac{V_e}{I_c} = \frac{۳۰}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ \Omega$$

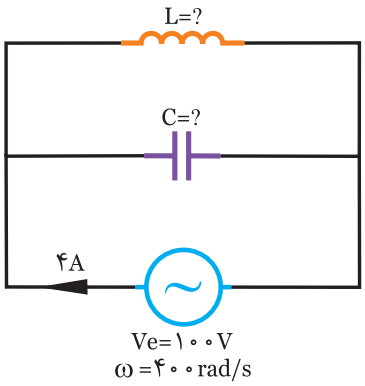
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\ldots\ldots}{۲۵۰} = \ldots\ldots\ mH$$

$$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{\ldots\ldots \times ۲۵۰} = \ldots\ldots\ \mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۲۹) اگر $I_L = ۴I_c$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



شکل (۵-۱۲۹)

.....

.....

.....

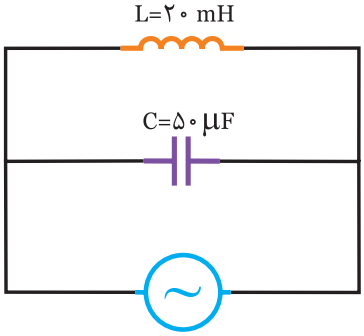
.....

.....

.....

مثال ۲۵

در مدار شکل (۵-۱۳۰) فرکانس رزنانس را بدست آورید.



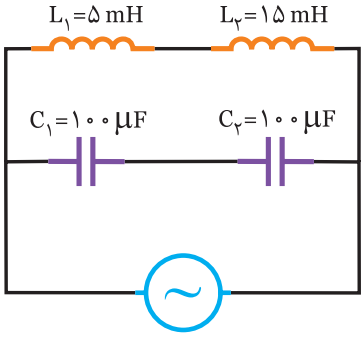
شکل (۵-۱۳۰)

حل

$$f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}} = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۵۰\times۱۰^{-۶}}} = ۱۵۹Hz$$

فعالیت ۲۵

در مدار شکل (۵-۱۳۱) فرکانس تشدید را بدست آورید.



شکل (۵-۱۳۱)

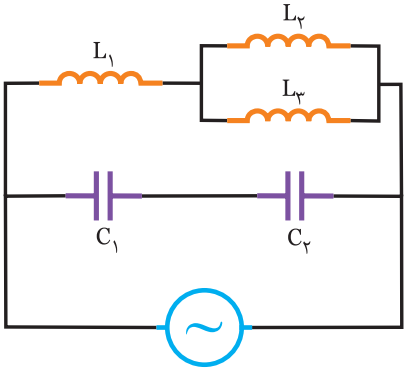
$$C_t = \frac{C_۱C_۲}{C_۱+C_۲} = \frac{.....\times.....}{.....+.....} = ... \mu F$$

$$L_t = L_۱ + L_۲ = ... + ... = ... mH$$

$$f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{L_t.c_t}} = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times.....}} = ... Hz$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۳۲) فرکانس رزنانس را بدست آورید.



شکل (۵-۱۳۲)

$L_۱ = ۶ mH$ $L_۲ = ۱۲ mH$ $L_۳ = ۶ mH$

$C_۱ = ۱۲۰ \mu F$ $C_۲ = ۲۴۰ \mu F$

.....

.....

.....

.....

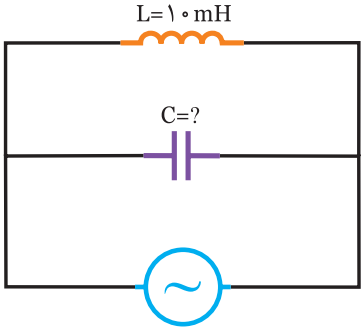
.....

.....

.....

مثال ۲۶

در مدار شکل (۵-۱۳۳) ظرفیت خازن c را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$\omega = ۵۰۰ rad/s$

شکل (۵-۱۳۳)

حل

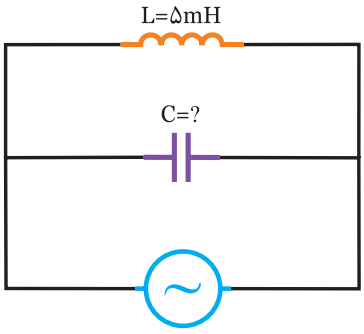
شرط اینکه مدار در حالت تشدید قرار گیرد این است که $X_L = Xc$ باشد لذا داریم.

$$X_L = X_c \Rightarrow \omega L = \frac{۱}{\omega c} \Rightarrow c = \frac{۱}{\omega^۲ . L}$$

$$c = \frac{۱}{(۵۰۰)^۲ (۱۰ \times ۱۰^{-۳})} = \frac{۱}{۲۵۰۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳}} = ۴۰۰ \mu F$$

فعالیت ۲۶

در مدار شکل (۵-۱۳۴) ظرفیت خازن c را چنان بیابید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۴۰۰t + ۳۰^\circ)$

شکل (۵-۱۳۴)

حل

$$X_L = X_c \Rightarrow \omega L = \frac{۱}{\omega c} \Rightarrow c = \frac{۱}{\omega^۲ . L}$$

$$c = \frac{۱}{\ldots\ldots \times (\ldots\ldots)} = \frac{۱}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ \mu F$$

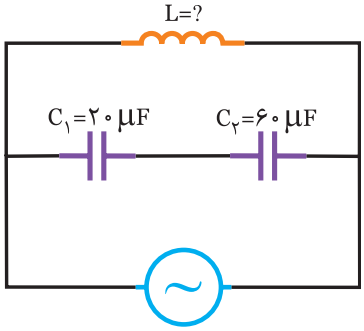
تمرین

در مدار شکل (۵-۱۳۵) اندوکتانس L را چنان بیابید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد

.....

.....

.....

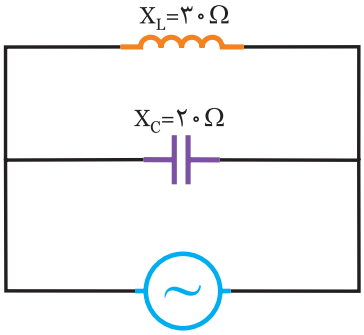


$V_{(t)} = ۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۱۰۰۰t$

شکل (۵-۱۳۵)

مثال ۲۷

در مدار شکل (۵-۱۳۶) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

شکل (۵-۱۳۶)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

حل

الف)

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۳۰}{۵۰۰} = ۶۰\ mH$$

$$c = \frac{۱}{Xc.\omega} = \frac{۱}{۲۰ \times ۵۰۰} = ۱۰۰\ \mu F$$

$$f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}} = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{۶۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۹}}} = ۶۵\ Hz$$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_c=X_L$ می‌باشد لذا داریم.

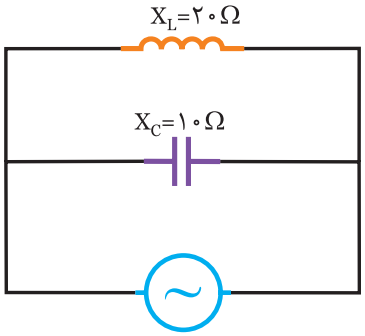
$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{X_c.X_L}{۰}=\infty$$

ج)

$$I_e=\frac{V}{Z}=\frac{V}{\infty}=۰A$$

فعالیت ۲۷

در مدار شکل (۵-۱۳۷) مطلوبست:



شکل (۵-۱۳۷)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت رزنانس

ج) جریان مدار در حالت رزنانس

حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{.....}=.....mH$$

$$c=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times.....}}=.....Hz$$

ب) چون $X_L=X_c$ می‌باشد، داریم.

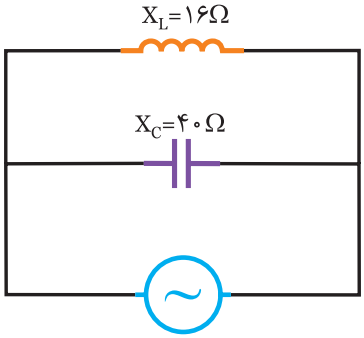
$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$$

ج)

$$I_e=\frac{V}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۳۸) مطلوبست:



$$V_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin\ (۲۵۰t+\frac{\pi}{۴})$$

شکل (۵-۱۳۸)

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس مدار در حالت رزنانس

ج) جریان مدار در حالت رزنانس

.....

.....

.....

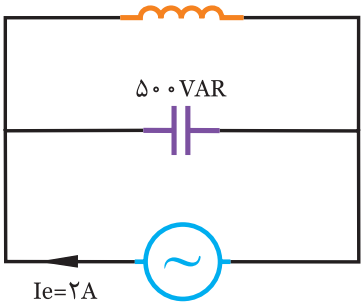
.....

.....

.....

مثال ۲۸

در مدار شکل (۵-۱۳۹) مطلوبست:



$\omega=۵۰۰rad/s$

شکل (۵-۱۳۹)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d = |P_{dc} - P_{dL}| = ۵۰۰ - ۲۰۰ = ۳۰۰VAR$

$P_e = V_e . I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_d}{I_e} = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰\ V$

ب)

$P_{dL} = \frac{V_e^۲}{X_L} \Rightarrow X_L = \frac{V_e^۲}{P_{dL}} = \frac{(۱۵۰)^۲}{۲۰۰} = ۱۱۲/۵\ \Omega$

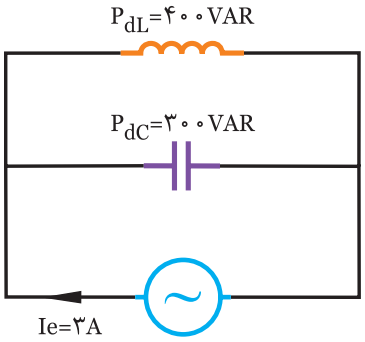
$P_{dc} = \frac{V_e^۲}{X_c} \Rightarrow X_c = \frac{V_e^۲}{P_{dc}} = \frac{(۱۵۰)^۲}{۵۰۰} = ۴۵\ \Omega$

$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۱۱۲/۵}{۵۰۰} = ۲۲۵\ mH$

$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۴۵} = ۴/۴۴\ \mu F$

فعالیت ۲۸

در مدار شکل (۱۴۰-۵) مطلوبست:



$\omega = ۵۰۰\ rad/s$

شکل (۱۴۰-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d = |P_{dL} - P_{dc}| = ۴۰۰ - ۳۰۰ = ۱۰۰VAR$

$P_d = V_e . I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_d}{.....} = \frac{.....}{.....} = ...\ v$

ب)

$X_L = \frac{V_e^۲}{P_{dL}} = \frac{(.....)^۲}{.....} = ...\ \Omega$

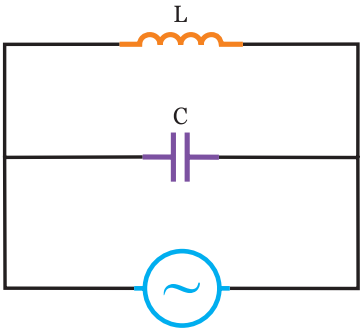
$X_c = \frac{V_e^۲}{P_{dc}} = \frac{(.....)^۲}{.....} = ...\ \Omega$

$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{.....}{۵۰۰} = ...\ mH$

$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{..... \times ۵۰۰} = ...\ \mu F$

تمرین

در مدار شکل (۱۴۱-۵) مطلوبست:



شکل (۱۴۱-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

.....

.....

.....

.....

.....

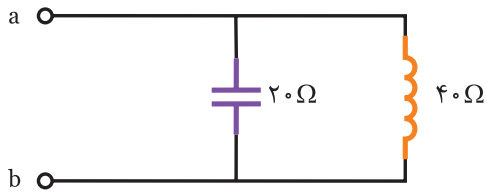
.....

.....

.....

.....

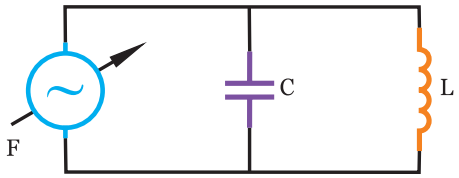
۱- مقاومت معادل بین دو نقطه a و b در شکل (۱۴۲-۵) چند اهم است؟



شکل (۱۴۲-۵)

۱) $X_c = ۲۰$
۲) $X_c = ۴۰$
۳) $X_L = ۲۰$
۴) $X_L = ۴۰$

۲- در مدار شکل (۱۴۳-۵) اگر فرکانس از صفر تا بی‌نهایت افزایش یابد جریان مدار کدام است.



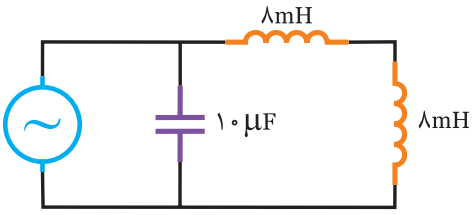
شکل (۱۴۳-۵)

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) افزایش سپس کاهش می‌یابد.
۴) کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۳- در مدار LC موازی اگر ظرفیت خازن چهار برابر شود فرکانس رزنانس کدام است.

۱) ۲ برابر می‌شود.
۲) نصف می‌شود.
۳) ۴ برابر می‌شود.
۴) $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود.

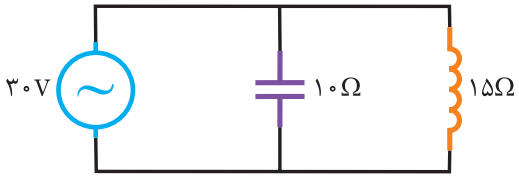
۴- فرکانس تشدید مدار شکل (۱۴۴-۵) چند هرتز است.



شکل (۱۴۴-۵)

۱) $\frac{۱۲۵۰}{\pi}$
۲) $\frac{۱۲۵}{\pi}$
۳) ۱۲۵۰
۴) ۱۲۵

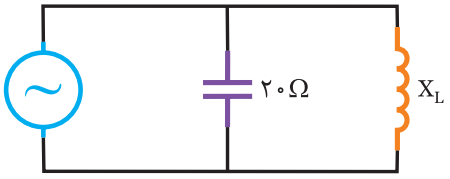
۵- در مدار شکل (۱۴۵-۵) توان راکتیو چند وار است.



شکل (۱۴۵-۵)

۱)
۲)
۳)
۴)

۶- اگر در شکل (۱۴۶-۵) ، Z=۲۰ باشد راکتانس القایی کدام است.



شکل (۱۴۶-۵)

۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۴۰
۴) ۵

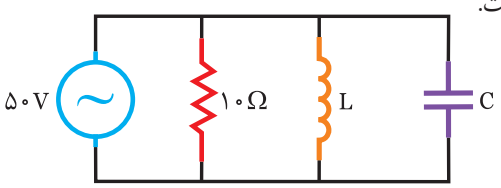
۷- اگر جریان مدار شکل (۵-۱۴۷)، ۵A باشد، کدام گزینه صحیح است.

۱) $X_c = ۲X_L$

۲) $X_L = ۲X_c$

۳) $X_L = X_c$

۴) L=c



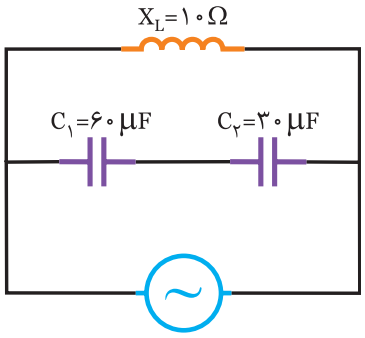
شکل (۵-۱۴۷)

۸- در مدار شکل (۵-۱۴۸) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

ج) مدار را توسط نرم‌افزار مولتی‌سیم بررسی کنید.



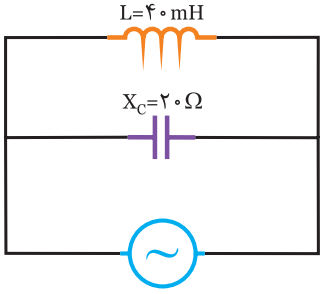
$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

شکل (۵-۱۴۸)

۹- در مدار شکل (۵-۱۴۹) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع



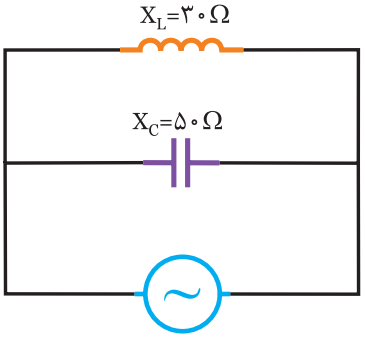
$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۴۰۰t + \frac{\pi}{۳})$

شکل (۵-۱۴۹)

۱۰- در مدار شکل (۵-۱۵۰) مطلوبست:

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



$V_{(t)} = ۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۲۵۰t$

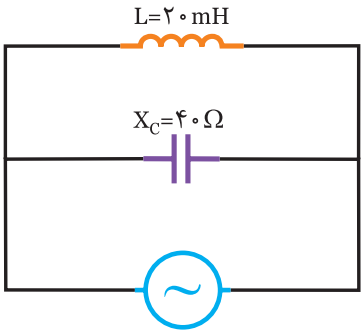
شکل (۵-۱۵۰)

۱۱- در مدار شکل (۱۵۱-۵) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

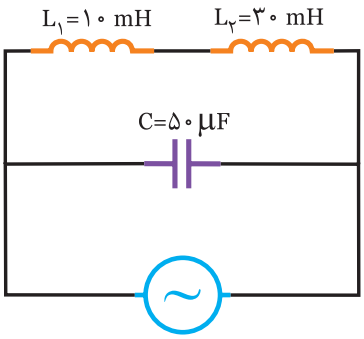
ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



$i_{(t)}$= ۳ Sin (۱۰۰۰t +۳۰°)

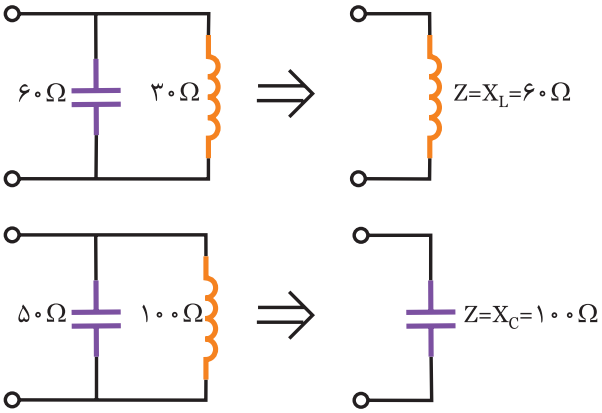
شکل (۱۵۱-۵)

۱۲- در مدار شکل (۱۵۲-۵) فرکانس تشدید را بدست آورید.

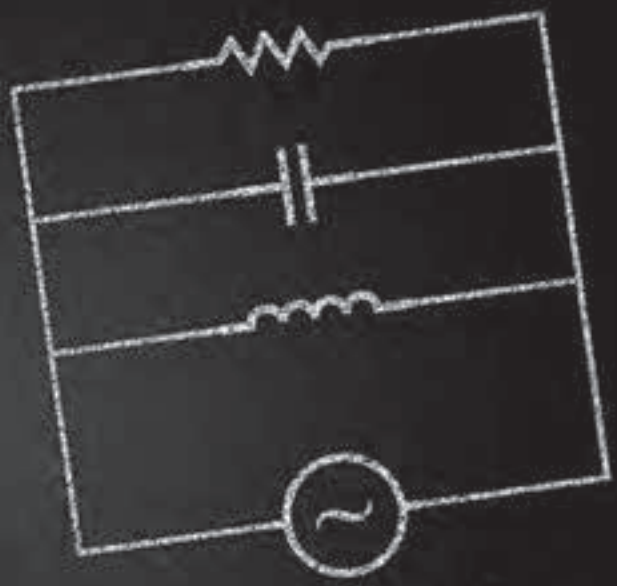


شکل (۱۵۲-۵)

اگر در مدار Lc موازی راکتانس خازنی و سلفی یکی دو برابر دیگری باشد امپدانس مدار برابر راکتانس بزرگتر و خاصیت آن شبیه کوچکتر می‌باشد.



شکل (۱۵۳-۵)



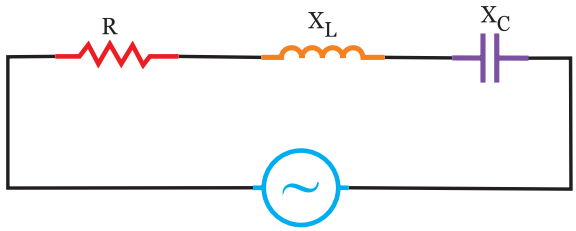
فصل ششم

مدارهای RLC

خلاصه درس

۱-۶- مدارهای RLC سری:

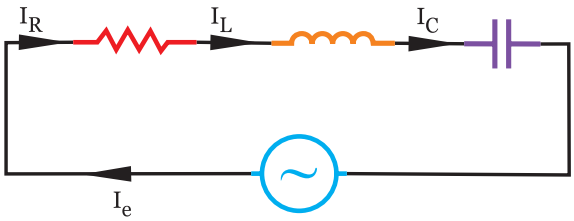
هرگاه یک مقاومت اهمی و یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی به صورت سری به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۱-۶) مدار RLC سری را تشکیل می‌دهد.



شکل (۱-۶)

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

در مدارهای RLC سری جریان منبع با جریان هر یک از عناصر که در شکل (۲-۶) دیده می‌شود، برابر می‌باشد.



شکل (۲-۶)

$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_L=I_C=I_R=I_e$$

$$I=\frac{V}{Z}$$

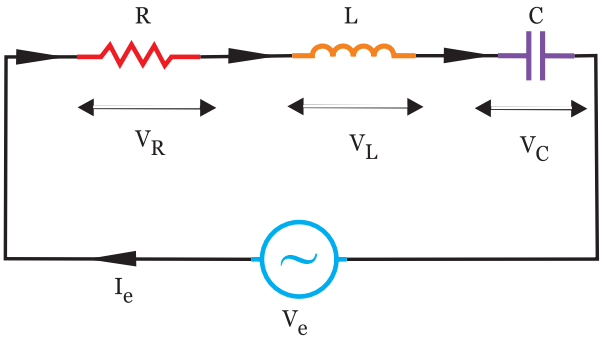
در این مدارها در شکل (۳-۶)، ولتاژ منبع به نسبت مقاومت‌های اهمی- سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

$$V=\sqrt{V_R^2+(V_L-V_C)^2}$$

$$V_R=I.R$$

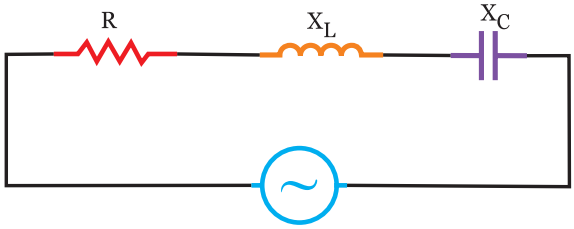
$$V_L=I.X_L$$

$$V_c=I.Xc$$



شکل (۳-۶)

در مدارهای RLC سری مطابق شکل (۴-۶) اختلاف فاز φ درجه می‌باشد که از رابطه زیر بدست می‌آید.



شکل (۴-۶)

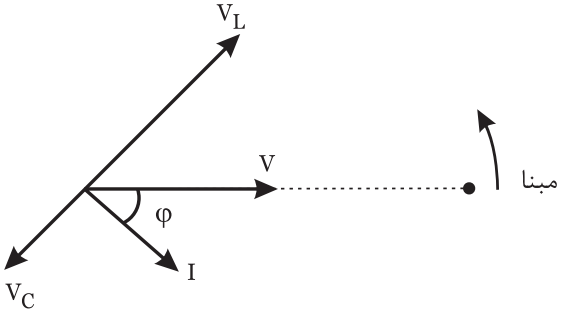
$$\cos\varphi=\frac{R}{Z} \qquad \cos\varphi=\frac{V_R}{V}$$

$$V_{(t)}=V_m\sin\omega t$$

$$i_{(t)}=I_m\sin(\omega t\pm\varphi)$$

اگر $X_L>X_c$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۶) به صورت زیر ایجاد می‌شود.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه عقب‌تر است.



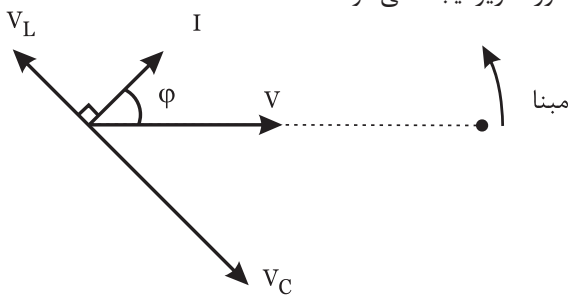
شکل (۵-۶)

- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $i_{(t)}=I_m\sin(\omega t-\varphi)$ نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L نسبت به I، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L>V_C$ می‌باشد.

- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_c نسبت به I، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $V_L>V_c$ می‌باشد.

اگر $X_L<X_C$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۶) به صورت زیر ایجاد می‌شود.



شکل (۶-۶)

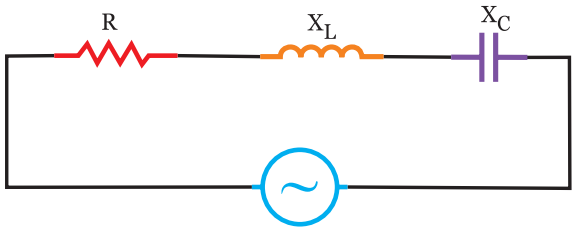
- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار v را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $i_{(t)}=I_m Sin(\omega t+\varphi)$ نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L نسبت به I، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجاییکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_c$ می‌باشد.

- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_c نسبت به I، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_c$ می‌باشد.

اگر $X_L=X_C$ باشد:

از آنجائیکه $I_L=I_C$ می‌باشد ولتاژ دو سر سلف و خازن در مدار شکل (۶-۷) برابر می‌شود لذا ولتاژ منبع برابر ولتاژ دو سر مقاومت خواهد شد که در حالت رزنانس می‌باشد.



شکل (۶-۷)

$$X_L=X_C \Rightarrow V_L=V_C$$

$$V=\sqrt{V_R^2+(V_L-V_C)^2}=V_R$$

$$X_c=X_L \Rightarrow \frac{1}{2\pi fc}=2\pi fL \Rightarrow f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای RLC ابتدا Cos φ و Sin φ را بدست می‌آوریم.

ضریب قدرت $Cos\,\varphi=\frac{R}{Z}$ و یا $Cos\,\varphi=\frac{V_R}{V_e}$ و ضریب قدرت غیر موثر $Sin\varphi=\frac{|V_L-V_C|}{V_e}$ و یا $Sin\varphi=\frac{|X_L-X_C|}{Z}$

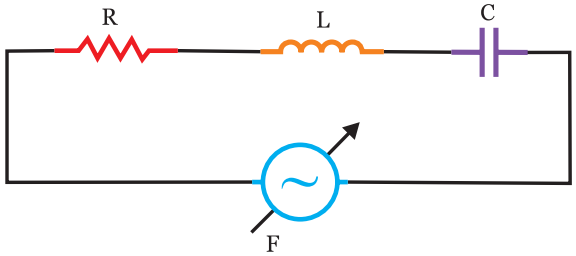
- توان موثر می‌شود: $Pe=Ve.Ie.Cos\,\varphi$
- توان غیر موثر می‌شود: $Pd=Ve.Ie.Sin\,\varphi$

اگر $X_L>X_C$ باشد مدار پس فاز بوده و Pd مثبت می‌شود و اگر $X_L<X_C$ باشد، مدار پیش فاز بوده و Pd منفی می‌شود.

- توان ظاهری می‌شود: $Ps=Ve.Ie$

۶-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC سری:

از آنجائیکه با افزایش مقاومت سلفی $X_L=2\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_c=\frac{1}{2\pi fc}$ کاهش می‌یابد لذا با توجه به فرمول‌های $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$ و $I=\frac{V}{Z}$ شکل (۶-۸)، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس بررسی می شود.



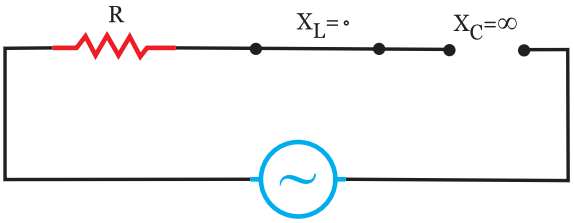
شکل (۶-۸)

در تمام تغییرات فرکانس، مقدار R ثابت است.

سه حالت در این مدار اتفاق می افتد.

۱- فرکانس صفر(DC):

$$f=0 \Rightarrow \begin{cases} X_L=0 \\ X_C=\infty \\ Z=\infty \\ I=0 \end{cases}$$

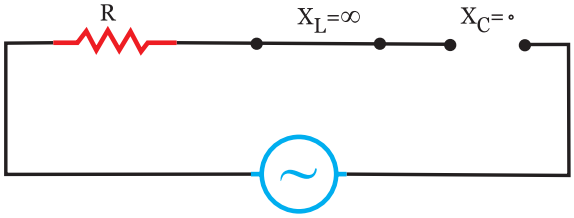


شکل (۶-۹)

خازن مدار را قطع می‌کند.

۲- فرکانس بی‌نهایت:

$$f=\infty \Rightarrow \begin{cases} I=0 \\ Z=\infty \\ Xc=0 \\ X_L=\infty \end{cases}$$



شکل (۶-۱۰)

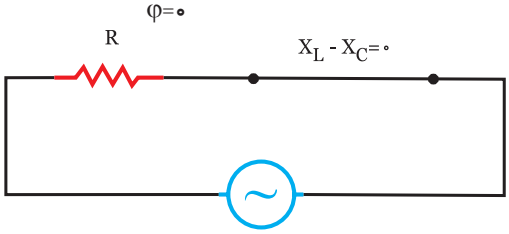
سلف مدار را قطع می‌کند.

۳- فرکانس رزنانس (تشدید) که باعث می‌شود، داشته باشیم.

$$f=f_r \Rightarrow X_L=X_C \Rightarrow Z=R$$

$$V_L=V_C \Rightarrow V_e=V_R$$

$$\varphi=0$$



شکل (۶-۱۱)

مدار کاملا اهمی $\quad Cos\varphi=1$

توان ظاهری برابر توان اکتیو $\quad Pe=Ps$

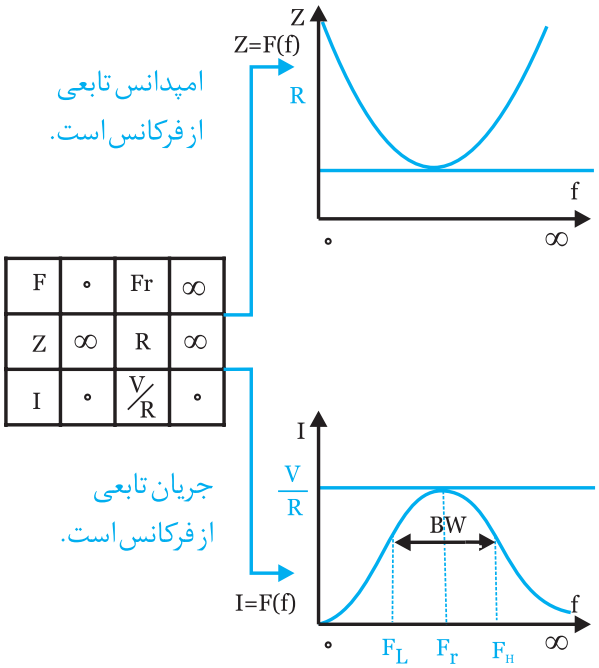
توان راکتیو نداریم. $\quad Pd=0$

$$I=\frac{V}{R}$$

نتایج بررسی شده را می‌توان در یک جدول خلاصه کرد.

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}} \Leftarrow X_L=X_C \qquad \omega_0=2\pi fL=\frac{1}{\sqrt{Lc}}$$

$$Q_0=\frac{L\omega_0}{R} \qquad Bw=\frac{f_r}{Q_0}$$



F	0	Fr	∞
Z	∞	R	∞
I	0	V/R	0

شکل (۶-۱۲)

فرکانس نیم توان پایین (قطع پایین) $\quad f_L=f_1=f_r-\frac{Bw}{2}$

فرکانس نیم توان بالا (قطع بالا) $\quad f_H=f_2=f_r+\frac{Bw}{2}$

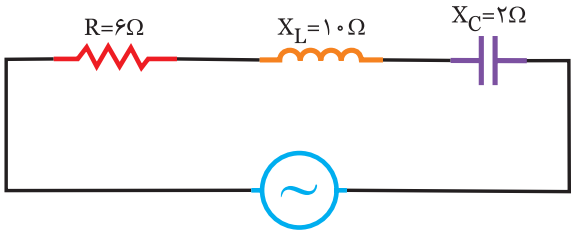
بیشتر بدانید

۱- برای بدست آوردن پهنای باند می‌توان از $Bw=\frac{R}{2\pi L}$ بدست آورد.

۲- از مدارات RL، RC، RLC و LC در فیلترها استفاده می‌شود.

مثال ۱

در مدار شکل (۶-۱۳) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۶-۱۳)

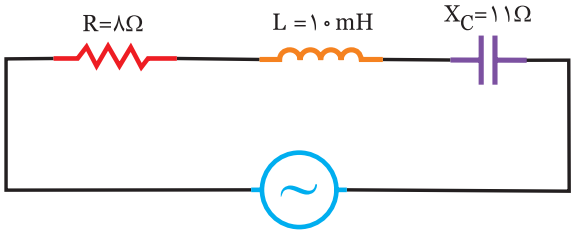
حل

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{6^2+(2-10)^2}=\sqrt{36+64}=10\Omega$$

توضیح: چون $X_L>X_c$ می‌باشد لذا مدار پس فاز است.

فعالیت ۱

در مدار شکل (۱۴-۶) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$V_{(t)}=100\sqrt{2}\,\mathrm{Sin}\,(500t-60^\circ)$$

شکل (۱۴-۶)

حل

ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

$X_L=\omega L=500\times$.....=..... Ω

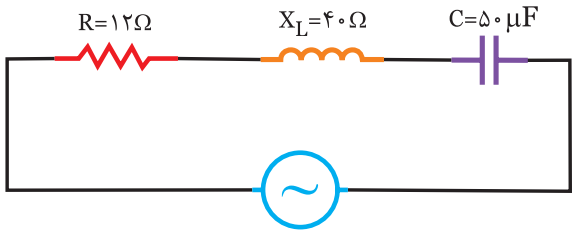
$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{(.....)^2+(.....-.....)^2}$

$Z=\sqrt{.....+.....}=.....\ \Omega$

توضیح: چون $X_C>X_L$ می‌باشد لذا مدار ..... است.

تمرین

۱- در مدار شکل (۱۵-۶) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$V_{(t)}=50\sqrt{2}\,\mathrm{Sin}\,(500t+\frac{\pi}{3})$$

شکل (۱۵-۶)

حل

.....

.....

.....

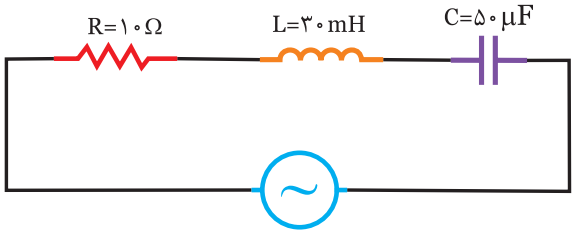
.....

مثال ۲

در مدار شکل (۱۶-۶) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



$$V_{(t)}=100\sqrt{2}\,\mathrm{Sin}\,1000t$$

شکل (۱۶-۶)

حل

الف) ابتدا X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$$X_L=\omega L=1000\times 30\times 10^{-3}=30\Omega$$

$$Xc=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{1000\times 50\times 10^{-6}}=20\Omega$$

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{10^2+(30+20)^2}=10\sqrt{2}\ \Omega$$

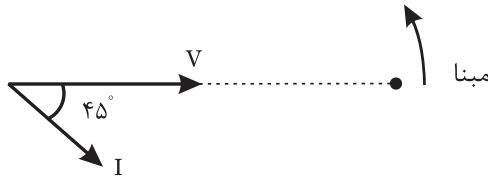
$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}\qquad Ve=\frac{Vm}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100V$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{100}{10\sqrt{2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$$ جریان مدار

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

مبنا را ترسیم کنید.

- بردار $V_{(t)}$ را رسم نمایید.



شکل (۶-۱۷)

- در این مدار $X_L>X_c$ بوده لذا مدار پس فاز و جریان منبع φ درجه از ولتاژ مدار عقب‌تر است لذا با بدست آوردن φ داریم.

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\varphi=۴۵^\circ$$

- با توجه به موقعیت بردار I معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

$$I_m=\sqrt{۲}\,Ie=\sqrt{۲}\,(۵\sqrt{۲})=۱۰A$$

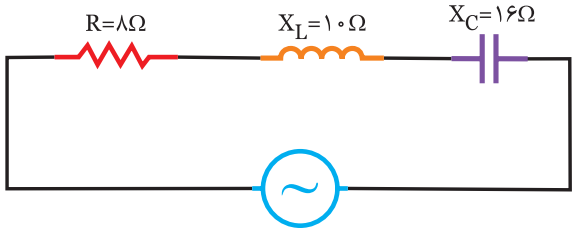
$$i_{(t)}=I_m\sin(\omega t-\varphi)\Rightarrow I_{(t)}=۱۰\sin(۱۰۰۰t-۴۵^\circ)$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۶-۱۸) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t-۳۰^\circ)$

شکل (۶-۱۸)

حل

الف)

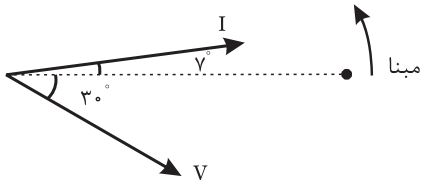
$$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}=\sqrt{۸^۲+(\ldots\ldots-\ldots\ldots)^۲}=\ldots\ldots\Omega$$

$$Ve=\frac{Vm}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots V$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots A$$ جریان مدار

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_c>X_L$ است لذا پیش فاز بوده و جریان φ° جلوتر از ولتاژ مدار خواهد بود.

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots\Rightarrow\varphi=۳۷^\circ$$



شکل (۶-۱۹)

$$I_m=\sqrt{۲}\,Ie=\ldots\ldots A$$

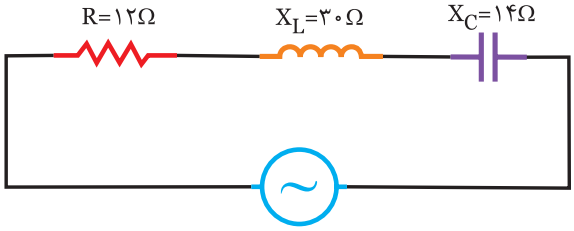
$$i_{(t)}=Im\sin(\omega t+\varphi)\Rightarrow i_{(t)}=\ldots\ldots\sin(۵۰۰t+۳۷^\circ)$$

تمرین

در مدار شکل (۶-۲۰) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t-۵۳^\circ)$

شکل (۶-۲۰)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

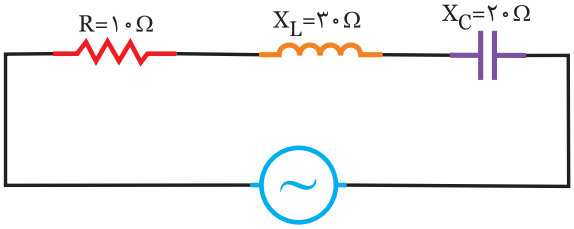
.....

مثال ۳

در مدار شکل (۲۱-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\,\text{Sin}\,\omega t$

شکل (۲۱-۶)

حل

الف)

$$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}=\sqrt{۱۰^۲+(۳۰-۲۰)^۲}=\sqrt{۲۰۰}=۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$$

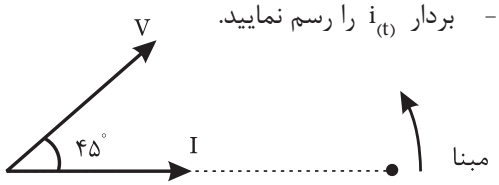
$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲A$$

مقاومت × جریان = ولتاژ

$Ve=I_e.Z=۲\times۱۰\sqrt{۲}=۲۰\sqrt{۲}\ v$ ولتاژ منبع

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم نمایید.



شکل (۲۲-۶)

- در این مدار $X_L>X_c$ است لذا مدار پس فاز و ولتاژ منبع φ درجه از جریان مدار جلوتر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

$$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\Rightarrow\varphi=۴۵^\circ$$

$$V_m=\sqrt{۲}\,Ve=\sqrt{۲}\,(۲۰\sqrt{۲})=۴۰v$$

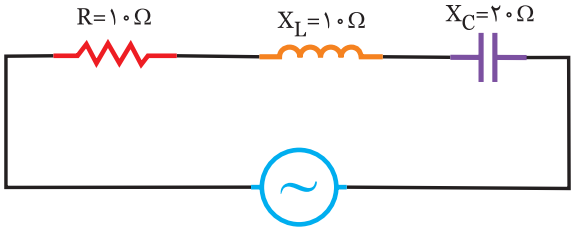
$$V_{(t)}=V_m\,\text{Sin}(\omega t+\varphi)\Rightarrow V_{(t)}=۴۰\text{Sin}(\omega t+۴۵^\circ)$$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۲۳-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



$i_{(t)}=۲\,\text{Sin}\,(۵۰۰t+۱۵^\circ)$

شکل (۲۳-۶)

حل

الف)

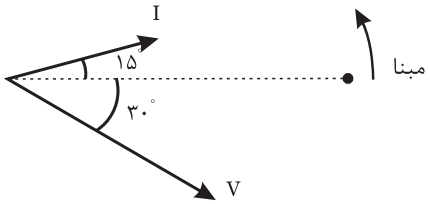
$$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}=\sqrt{(.....)^۲+(.....-.....)^۲}=.....\Omega$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

$Ve=Z\,.\,Ie=(.....)(.....)=.....v$ ولتاژ منبع

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری داریم که در این مدار $X_c>X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ مدار φ° عقب‌تر از جریان مدار است.

$$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{.....}=.....\Rightarrow\varphi=۴۵^\circ$$



شکل (۲۴-۶)

$V_m=\sqrt{۲}\ Ve=.....v$

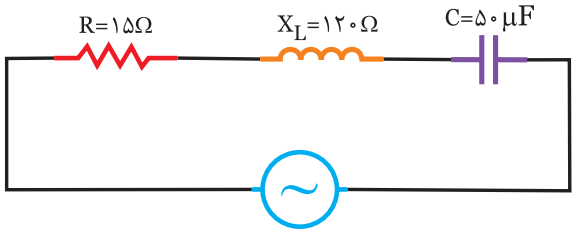
$V_{(t)}=V_m\,\text{Sin}(۵۰۰t-.....)\Rightarrow V_{(t)}=.....\text{Sin}(۵۰۰t-.....)$

تمرین

در مدار شکل (۲۵-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\,Sin\,(۲۰۰t-۶۰^\circ)$

شکل (۲۵-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

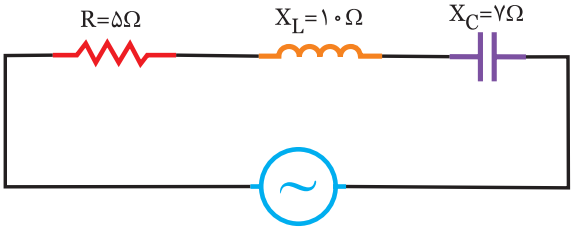
.....

مثال ۴

در مدار شکل (۲۶-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ دو سر سلف و خازن و مقاومت

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها



$i=۳\sqrt{۲}\,Sin\,۱۰۰۰t$

شکل (۲۶-۶)

حل

الف)

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۳A$$

جریان × مقاومت = ولتاژ

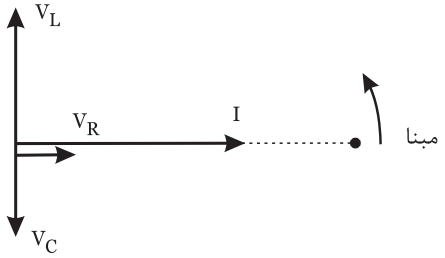
$V_L=X_L\,.\,Ie=(۱۰)(۳)=۳۰\ v$

$V_c=Xc\,.\,Ie=(۷)(۳)=۲۱\ v$

$V_R=R\,.\,Ie=(۵)(۳)=۱۵\ v$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.

- مبنا را ترسیم کنید.
- معادله زمانی جریان را رسم کنید.



شکل (۲۷-۶)

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L ، ۹۰° از جریان مدار جلوتر است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C ، ۹۰° از جریان مدار عقب‌تر است.
- در مقاومت، جریان هم فاز ولتاژ دو سرش است لذا V_R هم فاز جریان منبع می‌باشد.

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\,VL=۳۰\sqrt{۲}\ v$

$V_{Cm}=\sqrt{۲}\,Vc=۲۱\sqrt{۲}\ v$

$V_{Rm}=\sqrt{۲}\,VR=۱۵\sqrt{۲}\ v$

$V_{L(t)}=۳۰\sqrt{۲}\,Sin(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$

$V_{C(t)}=۲۱\sqrt{۲}\,Sin(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$

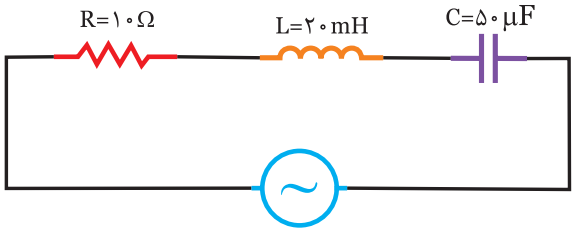
$V_{R(t)}=۱۵\sqrt{۲}\,Sin\,۱۰۰۰t$

فعالیت ۴

در مدار شکل (۲۸-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ دو سر هر المان

ب) معادله زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها



$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\,Sin\,(۵۰۰t-۶۰^\circ)$

شکل (۲۸-۶)

حل

الف) ابتدا X_L و X_C را بدست آورید.

$X_L=\omega L=۵۰۰\times$.....=..... Ω

$Xc=\frac{۱}{\omega c}=\frac{.....}{.....}$=.....Ω

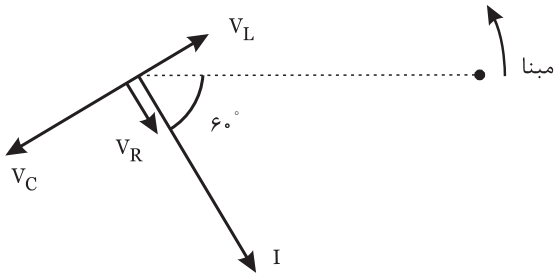
$Ie=\frac{Im}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}$=..... A

$V_L=X_L\,.\,Ie$=(.....)(.....)=.....v

$V_c=Xc\,.\,Ie$=(.....)(.....)=.....v

$V_R=R\,.\,Ie$=(.....)(.....)=.....v

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ دو سر عناصر باید مبنا را مشخص کرده و دیاگرام جریان را رسم کنیم و سپس دیاگرام V_R، V_L و V_C را روی آن‌ها ترسیم نماییم.



شکل (۲۹-۶)

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\,V_L=\sqrt{۲}$ (.....)=.....v

$V_{cm}=\sqrt{۲}\,V_c=\sqrt{۲}$ (.....)=.....v

$V_{Rm}=\sqrt{۲}\,V_R=\sqrt{۲}$ (.....)=.....v

$V_L(t)$=.....Sin(۵۰۰t+.....)

$V_C(t)$=.....Sin(۵۰۰t-۱۵۰°)

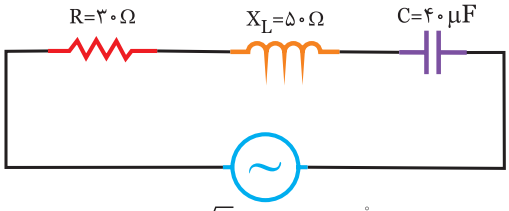
$V_R(t)$=.....Sin(۵۰۰t-.....)

تمرین

در مدار شکل (۳۰-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ دو سر هر عنصر

ب) معادله زمانی ولتاژ V_R، V_L و V_C



$i_{(t)}=۴\sqrt{۲}\,Sin\,(۵۰۰t+۱۰^\circ)$

شکل (۳۰-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

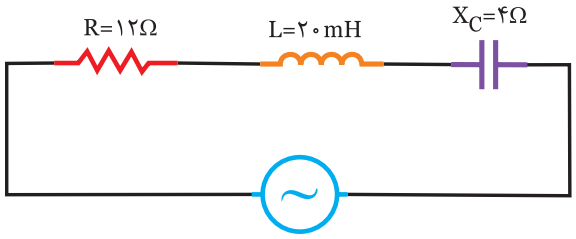
مثال ۵

در مدار شکل (۳۱-۶) مطلوبست:

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله زمانی ولتاژ دو سر هر المان



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$

شکل (۶-۳۱)

حل

الف) ابتدا مقاومت سلفی را به دست می‌آوریم.

$X_L=\omega L=۱۰۰۰\times۲۰\times۱۰^{-۳}=\ ۲۰\Omega$

$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}\ =\sqrt{۱۲^۲+(۲۰-۴)^۲}\ =۲۰\Omega$

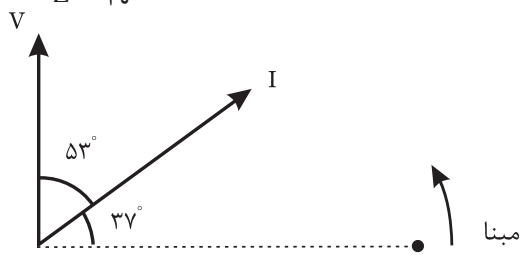
$Ve=\dfrac{V_m}{\sqrt{۲}}=\dfrac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰V$

$Ie=\dfrac{Ve}{Z}=\dfrac{۱۰۰}{۲۰}=۵A$ جریان منبع

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد.

چون $X_L>X_c$ است مدار خاصیت سلفی دارد و جریان مدار φ درجه عقب‌تر از ولتاژ می‌باشد.

$Cos\varphi=\dfrac{R}{Z}=\dfrac{۱۲}{۲۰}=۰/۶\Rightarrow\varphi=۵۳^\circ$



شکل (۶-۳۲)

$I_m=\sqrt{۲}\ I_e=\sqrt{۲}\times۵=۵\sqrt{۲}\ A$

$i_{(t)}=Im\ Sin(\omega t+۳۷^\circ)\Rightarrow i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۳۷^\circ)$

ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست می‌آوریم.

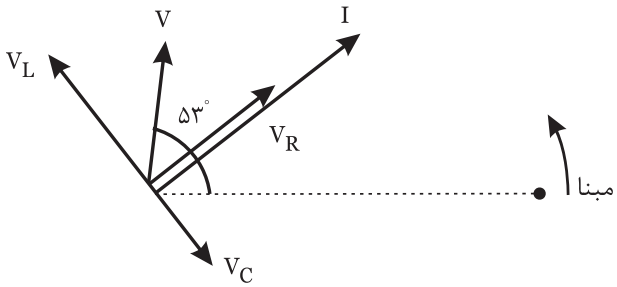
جریان × مقاومت = ولتاژ

$V_R=R\ .\ Ie=(۱۲)(۵)=۶۰v$

$V_L=X_L\ .\ Ie=(۲۰)(۵)=۱۰۰v$

$V_c=X_c\ .\ Ie=(۴)(۵)=۲۰v$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف- خازن و مقاومت دیاگرم برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه ولتاژ سلف ۹۰° جلوتر از جریان مدار و ولتاژ خازن ۹۰° عقب‌تر از جریان مدار و ولتاژ مقاومت هم فاز جریان مدار می‌باشد. معادله‌ی زمانی V_R، V_L و V_C را می‌نویسیم.



شکل (۶-۳۳)

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_L=۱۰۰\ \sqrt{۲}v$

$V_{Cm}=\sqrt{۲}\ V_C=۲۰\ \sqrt{۲}\ v$

$V_{Rm}=\sqrt{۲}\ V_R=۶۰\ \sqrt{۲}\ v$

$V_{L(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \ Sin(۱۰۰۰t+۱۲۷^\circ)$

$V_{C(t)}=۲۰\sqrt{۲}\ \ Sin(۱۰۰۰t-۵۳^\circ)$

$V_{R(t)}=۶۰\ \sqrt{۲}\ \ Sin(۱۰۰۰t+۳۷^\circ)$

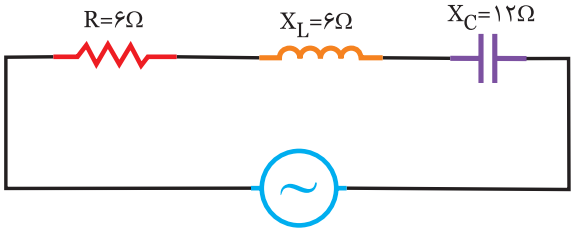
فعالیت ۵

در مدار شکل (۶-۳۴) مطلوبست:

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان



$V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\,Sin\,۵۰۰t$

شکل (۶-۳۴)

حل

الف)

$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2} = \sqrt{6^2+(.....-.....)^2} = ...\Omega$

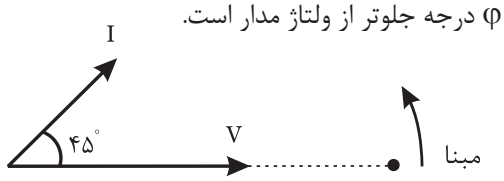
$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{.....}{.....} = ...v$

$Ie=\frac{Ve}{Z} = \frac{.....}{.....} = ...A$ جریان منبع

برای بدست آوردن معادله زمانی نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد.

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{6}{.....} = ... \Rightarrow \varphi = 45^\circ$

چون $X_c > X_L$ می‌باشد مدار خاصیت خازنی دارد و جریان مدار φ درجه جلوتر از ولتاژ مدار است.



شکل (۶-۳۵)

$I_m=\sqrt{2}\,Ie=\sqrt{2}\times.....=.....A$

$i_{(t)}=I_m\sin(\omega t+\varphi) \Rightarrow i_{(t)}=.....\sin(500t+.....)$

ب) با داشتن جریان منبع و با استفاده از قانون اهم ولتاژ دو سر هر المان را بدست آورید.

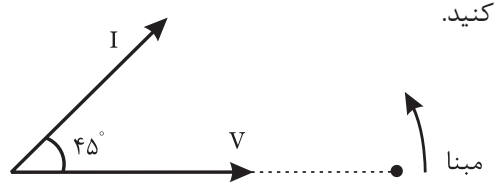
جریان × مقاومت = ولتاژ

$V_L=X_L\,.\,Ie=(.....)(.....)=.....v$

$V_C=X_C\,.\,Ie=(.....)(.....)=.....v$

$V_R=R\,.\,Ie=(.....)(.....)=.....v$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف- خازن و مقاومت نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که ولتاژ سلف ۹۰° جلوتر ار جریان مدار و ولتاژ خازن ۹۰° عقب‌تر از جریان مدار و ولتاژ مقاومت هم فاز جریان مدار می‌باشد. که آن را کامل کنید.



شکل (۶-۳۶)

$V_{Lm}=\sqrt{2}\,(.....)=.....v$

$V_{Cm}=\sqrt{2}\,(.....)=.....v$

$V_{Rm}=\sqrt{2}\,(.....)=.....v$

$V_{L(t)}=.....\sin(500t+135^\circ)$

$V_{C(t)}=.....\sin(500t-45^\circ)$

$V_{R(t)}=.....\sin(500t+45^\circ)$

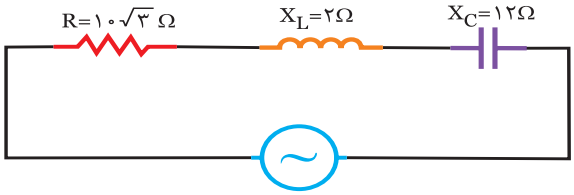
تمرین

در مدار شکل (۶-۳۱) مطلوبست:

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج)معادله‌ی زمانی V_R، V_L و V_C



$V_{(t)}=50\sqrt{2}\sin(250t-30^\circ)$

شکل (۶-۳۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

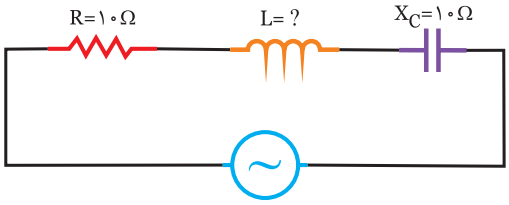
.....

مثال ۶

در مدار شکل (۳۸-۶) مطلوبست:

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t+۹۰^\circ)$

$i_{(t)}=۱۰\ Sin\ (۵۰۰t+۴۵^\circ)$

شکل (۳۸-۶)

حل

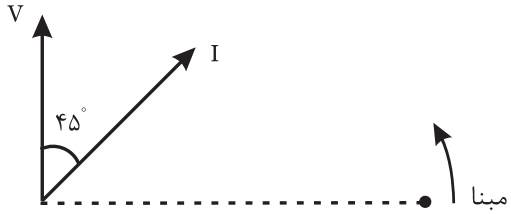
الف) ابتدا مقدار موثر ولتاژ و جریان را بدست می‌آوریم.

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰}{\sqrt{۲}}=۵\sqrt{۲}\ A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰}{۵\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید.



شکل (۳۹-۶)

چون ولتاژ مدار ۴۵° جلوتر از جریان می‌باشد مدار پس فاز بوده و $X_L>X_C$ می‌باشد.

ب)

$$Sin\varphi=\frac{|X_L-X_c|}{Z}\Rightarrow Sin۴۵^\circ=\frac{X_L-۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{X_L-۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}$$

$$۲X_L-۲۰=۲۰\Rightarrow ۲X_L=۴۰\Rightarrow X_L=۲۰\Omega$$

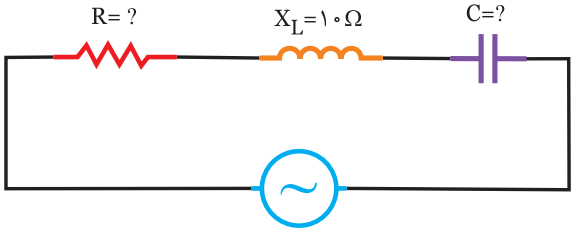
$$X_L=\omega L\Rightarrow L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۰}{۵۰۰}=۴۰\ mH$$

فعالیت ۶

در مدار شکل (۴۰-۶) مطلوبست: الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد

ج) مقاومت اهمی



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ ۱۰۰۰t$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t+۵۳^\circ)$

شکل (۴۰-۶)

حل

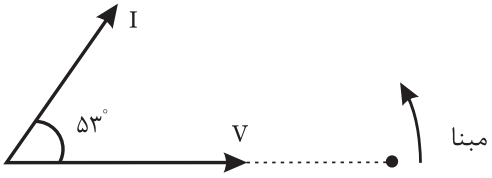
الف)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....V$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید



شکل (۴۱-۶)

چون جریان ۵۳° جلوتر از ولتاژ است مدار پیش فاز و $X_C>X_L$ می‌باشد.

$$Sin\varphi=\frac{|X_L-X_c|}{Z}\Rightarrow Sin۵۳^\circ=\frac{Xc-۱۰}{.....}\Rightarrow ۰/۸=\frac{Xc-۱۰}{.....}$$

$$\Rightarrow Xc=۲۶\Omega$$

ب)

$$C=\frac{۱}{۱۰۰۰\times.....}=.....\mu F$$

ج)

$$Cos\varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow Cos^\circ ۵۳=\frac{R}{.....}\Rightarrow ۰/۶=\frac{R}{.....}$$

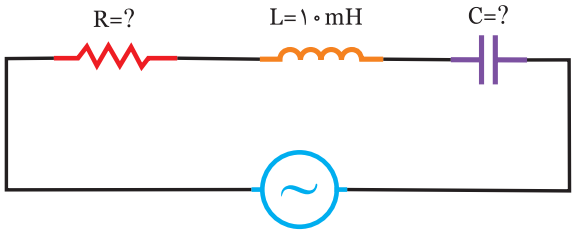
$$\Rightarrow R=.....\Omega$$

تمرین

در مدار شکل (۴۲-۶) مطلوبست:

الف) مقاومت خازنی　　ب) ظرفیت خازن

ج) مقاومت اهمی



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t-۵۳^{\circ})$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \sin ۱۰۰۰t$

شکل (۴۲-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

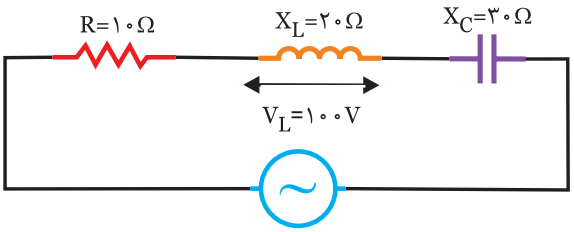
.....

مثال ۷

در مدار شکل (۴۳-۶) مطلوبست:

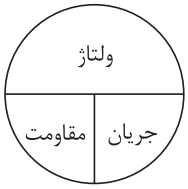
الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع



شکل (۴۳-۶)

حل



الف)

$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$Ie=\frac{V_L}{X_L}=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵A$$

ب)

$$Z=\sqrt{R^{۲}+(X_L-X_c)^{۲}}=\sqrt{۱۰^{۲}+(۲۰-۳۰)^{۲}}=۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$$

$$V_e=Z.Ie \Rightarrow Ve=۱۰\sqrt{۲}\times ۵=۵۰\sqrt{۲}\ v$$

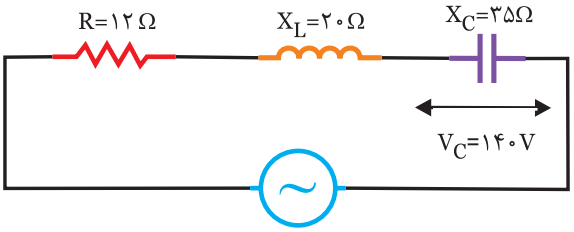
فعالیت ۷

در مدار شکل (۴۴-۶) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب)ولتاژ منبع

ج) ضریب توان مدار



شکل (۴۴-۶)

حل

$$Ie=\frac{V_c}{Xc}=\frac{۱۴۰}{.....}=.....A$$

الف)

$$Z=\sqrt{R^{۲}+(.....-.....)^{۲}}=\sqrt{.....+(.....-.....)^{۲}}=.....\ \Omega$$

ب)

$$Ve=Z\ Ie=(.....)(.....)=.....v$$

ج)

$$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....$$

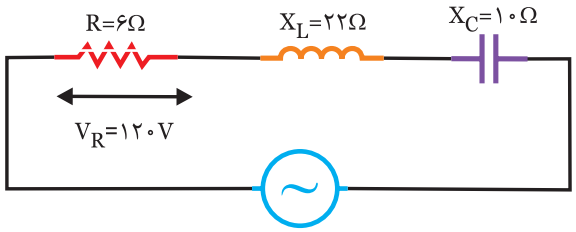
تمرین

در مدار شکل (۴۵-۶) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) ضریب قدرت مدار



شکل (۴۵-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

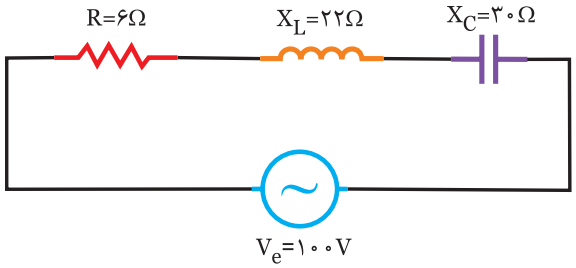
مثال ۸

در مدار شکل (۴۶-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری



شکل (۴۶-۶)

حل

الف) $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{۶^2+(۳۰-۲۲)^2}=۱۰\Omega$

$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰A$

$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$

$Pe=Ve\,.\,Ie\,.\,Cos\varphi=۱۰۰\times۱۰\times۰/۶=۶۰۰w$

ب) $Sin\varphi=\frac{|X_L-Xc|}{Z}=\frac{|۳۰-۲۲|}{۱۰}=۰/۸$

$P_d=Ve\,.\,Ie\,.\,Sin\varphi=-۱۰۰\times۱۰\times۰/۸=-۸۰۰\ VAR$

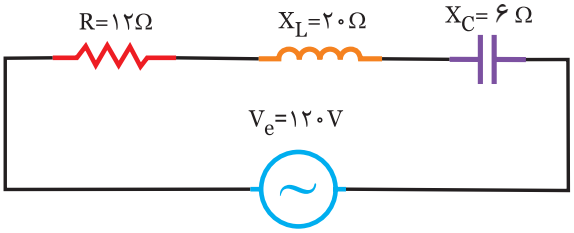
به خاطر اینکه $X_C>X_L$ است توان راکتیو منفی است.

ج) $P_S=Ve\,.\,Ie=۱۰۰\times۱۰=۱۰۰۰\ V.A$

فعالیت ۸

در مدار شکل (۴۷-۶) مطلوبست:

الف) توان اکتیو ب) توان راکتیو ج) توان ظاهری



شکل (۴۷-۶)

حل

الف)

$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{(.....)^2+(.....-.....)^2}=.....\Omega$

$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۲۰}{.....}=.....A$

$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۲}{.....}=.....$

$Pe=Ve.Ie.Cos\varphi=(.....)(.....)(.....)=.....w$

ب) $Sin\varphi=\frac{|XL-Xc|}{Z}=\frac{|.....-.....|}{.....}=.....$

$P_d=Ve.Ie.Sin\varphi=(.....)(.....)(.....)=.....VAR$

به خاطر اینکه $X_L>X_c$ است توان راکتیو مثبت است.

ج) $P_e=Ve.Ie=(.....)(.....)=.....V.A$

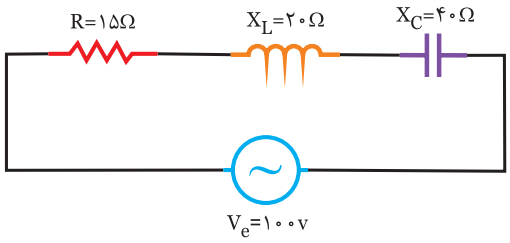
تمرین

در مدار شکل (۴۸-۶) مطلوبست:

الف) توان مفید

ب) توان غیر مفید

ج) ظاهری



شکل (۴۸-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

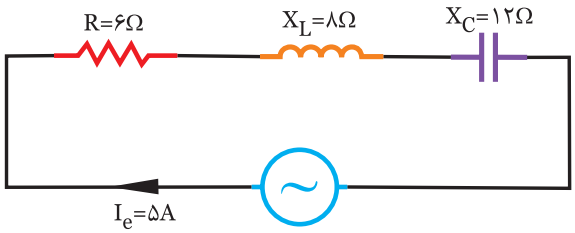
مثال ۹

در مدار شکل (۴۹-۶) مطلوبست:

الف) توان مصرفی

ب) توان غیر مصرفی

ج) توان ظاهری



شکل (۴۹-۶)

حل

الف)

$Pe=R\,Ie^{۲}=۶(۵)^{۲}=۱۵۰w$

ب)

$P_{dL}=X_L.Ie^{۲}=۸(۵)^{۲}=۲۰۰VAR$

$P_{dc}=-X_C.Ie^{۲}=-۱۲(۵)^{۲}=-۳۰۰VAR$

$P_d=۳۰۰-۲۰۰=-۱۰۰\ VAR$

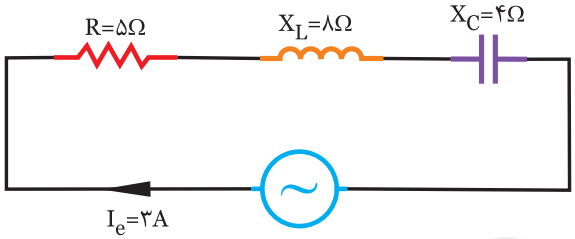
ج)

$Ps=\sqrt{P_d^{۲}+Pe^{۲}}=\sqrt{(۱۰۰)^{۲}+(۱۵۰)^{۲}}=۱۸۰V.A$

فعالیت ۹

در مدار شکل (۵۰-۶) مطلوبست:

الف) توان مصرفی ب) توان غیرموثر ج) توان ظاهری



شکل (۵۰-۶)

حل

الف)

$Pe=R\,Ie^{۲}=(.....)(.....)^{۲}=.....w$

ب)

$P_{dc}=-X_C.Ie^{۲}=-(.....)(.....)^{۲}=-.....VAR$

$P_{dL}=X_L.Ie^{۲}=(.....)(.....)^{۲}=.....VAR$

$P_d=.....-.....=.....VAR$

ج)

$Ps=\sqrt{P_d^{۲}+Pe^{۲}}=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}=.....V.A$

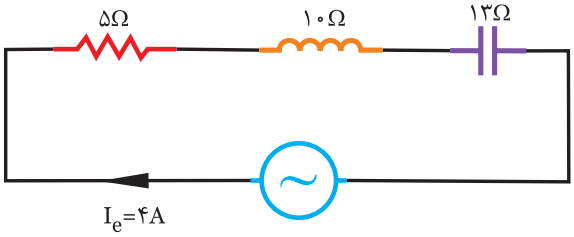
تمرین

در مدار شکل (۶-۵۱) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیرموثر

ج) توان ظاهری



شکل (۶-۵۱)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

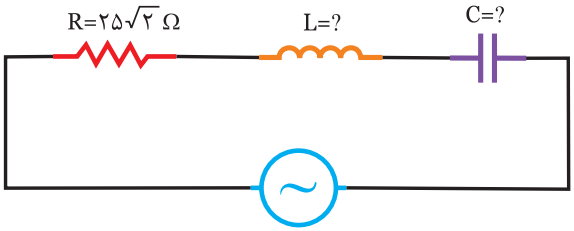
.....

.....

مثال ۱۰

در مدار شکل (۶-۵۲) اگر $V_L=۳V_c$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t-۴۵^\circ)$

شکل (۶-۵۲)

حل

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲A$$

$$\varphi=\theta_v-\theta_I=۰-(-۴۵)=۴۵^\circ$$

$$\text{Sin}\varphi=\frac{|V_L-Vc|}{Ve}\Rightarrow \text{Sin}۴۵^\circ=\frac{۳Vc-Vc}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۲Vc}{۱۰۰}\Rightarrow Vc=۲۵\sqrt{۲}\ v$$

$$V_L=۳V_C\Rightarrow V_L=۷۵\sqrt{۲}\ v$$

$$X_L=\frac{V_L}{Ie}=\frac{۷۵\sqrt{۲}}{۲}=۵۳\Omega$$

$$Xc=\frac{Vc}{Ie}=\frac{۲۵\sqrt{۲}}{۲}=۱۷/۶\Omega$$

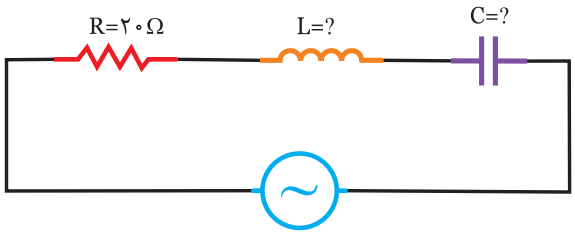
$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۵۳}{۵۰۰}=۱۰۶\ mH$$

$$C=\frac{۱}{\omega.xc}=\frac{۱}{۱۷/۶\times۵۰۰}=۱۱۳\mu F$$

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۶-۵۳) اگر $V_C=۲V_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه L و C



$V_{(t)}=۲۰۰\ \text{Sin}\ (۱۰۰۰t-۱۵^\circ)$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۱۰۰۰t+۳۰^\circ)$

شکل (۶-۵۳)

حل

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲۰۰}{.....}=.....v$$

$$Ie=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=.....A$$

$$\varphi=\theta_V-\theta_I=-۱۵-۳۰=-۴۵^\circ$$

زاویه منفی یعنی مدار پیش فاز است.

$$Sin\varphi=\frac{|V_c-V_L|}{Ve}\Rightarrow Sin۴۵^\circ=\frac{۲V_L-V_L}{.....}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{V_L}{.....}$$

$$\Rightarrow V_L=.....$$

$$V_c=۲V_L=.....v$$

$$X_L=\frac{V_L}{Ie}=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۱۰۰۰}=.....mH$$

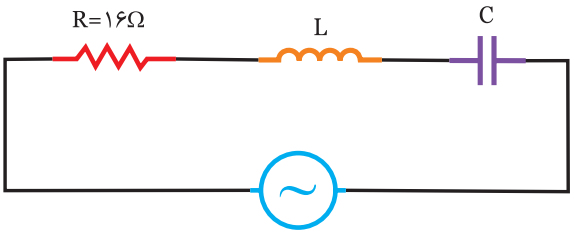
$$Xc=\frac{Vc}{Ie}=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

$$C=\frac{۱}{\omega.xc}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۶-۵۴) اگر $V_C=۲V_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ ۵۰۰t$$

$$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t+۳۷^\circ)$$

شکل (۶-۵۴)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

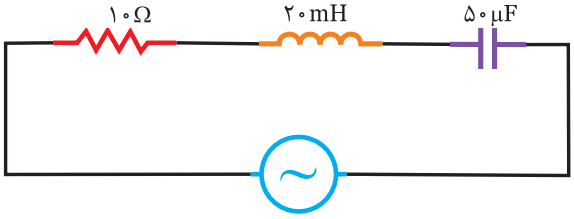
مثال ۱۱

در مدار شکل (۶-۵۵) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان



شکل (۶-۵۵)

حل

الف)

$$F_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۵۰\times۱۰^{-۶}}}=۱۶۰Hz$$

ب)

$$Q_\circ=\frac{X_L}{R}=\frac{۲\pi fL}{R}=\frac{۲\pi(۱۶۰)(۲۰\times۱۰^{-۳})}{۱۰}=۲$$

$$Bw=\frac{f_r}{Q_\circ}=\frac{۱۶۰}{۲}=۸۰Hz$$

ج)

$$f_L=f_r-\frac{Bw}{۲}=۱۶۰-\frac{۸۰}{۲}=۱۲۰Hz$$

$$f_H=f_r+\frac{Bw}{۲}=۱۶۰+\frac{۸۰}{۲}=۲۰۰Hz$$

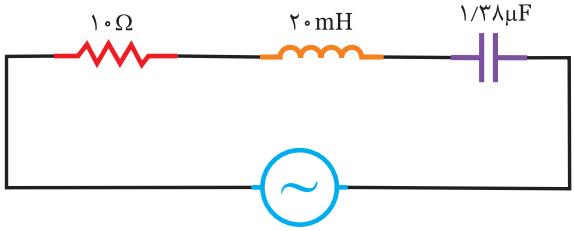
فعالیت ۱۱

در مدار شکل (۶-۵۶) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های قطع بالا و پایین



شکل (۶-۵۶)

حل

الف) $f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}} = \frac{۱}{۶\sqrt{۲\times۱/۳۸\times۱۰^{-۸}}} = \ldots\ldots\ Hz$

ب)

$Q_\circ = \frac{۲\pi fL}{R} = \frac{۲\pi(\ldots\ldots)(۲۰\times۱۰^{-۳})}{۱۰} = \ldots\ldots$

$Bw = \frac{f_r}{Q_\circ} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ Hz$

ج)

$f_L = f_r - \frac{Bw}{۲} = \ldots\ldots - \frac{\ldots\ldots}{۲} = \ldots\ldots\ Hz$

$f_H = f_r + \frac{Bw}{۲} = \ldots\ldots + \frac{\ldots\ldots}{۲} = \ldots\ldots\ Hz$

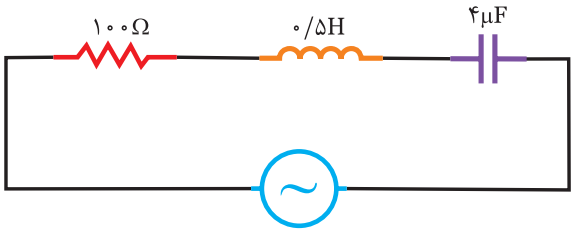
تمرین

در مدار شکل (۶-۵۷) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت مدار و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان مدار



شکل (۶-۵۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

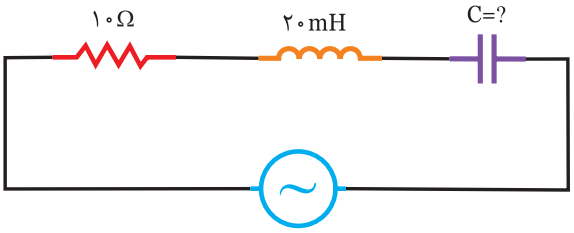
.....

.....

.....

مثال ۱۲

در مدار شکل (۶-۵۸) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$V_{(t)} = ۱۰۰\ Sin\ (۱۰۰۰t + ۳۰^\circ)$

شکل (۶-۵۸)

حل

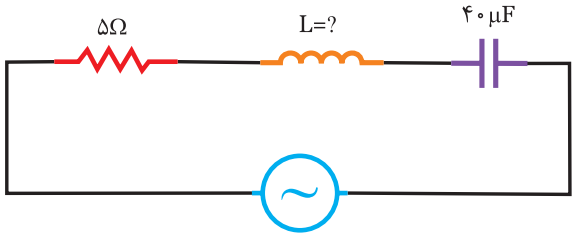
شرط اینکه مدار در حالت تشدید قرار گیرد :

$X_L = X_c \Rightarrow \omega L = \frac{۱}{\omega c}$

$\Rightarrow C = \frac{۱}{\omega^۲ L} = \frac{۱}{(۱۰۰۰)^۲\times۲۰\times۱۰^{-۳}} = ۵۰\mu F$

فعالیت ۱۲

در مدار شکل (۶-۵۹) اندوکتانس L را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\,\text{Sin}\,(۵۰۰t-۱۰^{\circ})$

شکل (۶-۵۹)

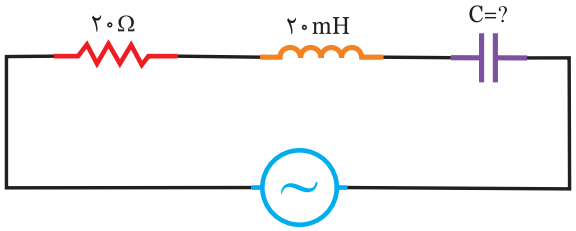
حل

$X_L=X_c \Rightarrow \omega L=\frac{۱}{\omega c}$

$\Rightarrow L=\frac{۱}{\ldots\ldots\ldots\times\ldots\ldots\ldots}=\ldots\ldots\ \text{mH}$

تمرین

در مدار شکل (۶-۶۰) ظرفیت c را چنان تعیین کنید که Z=R باشد.



$\omega=۲۵۰\,\text{rad/s}$

شکل (۶-۶۰)

حل

.....

.....

.....

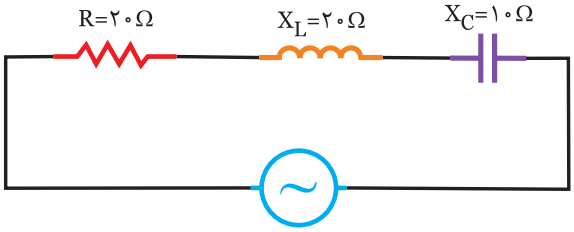
مثال ۱۳

در مدار شکل (۶-۶۱) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\,\text{Sin}\,۱۰۰۰t$

شکل (۶-۶۱)

حل

الف) ابتدا C و L را بدست می‌آوریم.

$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۰}{۱۰۰۰}=۲۰\text{mH}$

$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۱۰}=۱۰۰\mu\text{F}$

$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}}}$

$\Rightarrow f_r=\frac{۱۰۰۰}{۲\pi\sqrt{۲}}=۱۱۲/۵\ \text{Hz}$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_L=X_C$ می‌باشد، لذا:

$Z=R \Rightarrow Z=۲۰\Omega$

ج)

$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰\ \text{v}$

$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵\ \text{A}$

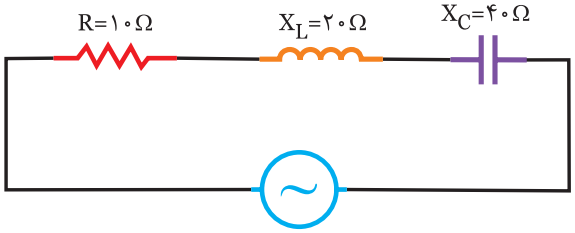
فعالیت ۱۳

در مدار شکل (۶-۶۲) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت رزنانس



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\,\text{Sin}\,۵۰۰t$

شکل (۶-۶۲)

حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{.....}=.....\ mH$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\ \mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times.....}}=.....\ Hz$$

ب)

$$Z=R \Rightarrow Z=.....\ \Omega$$

ج)

$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....\ v$$

$$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....\ A$$

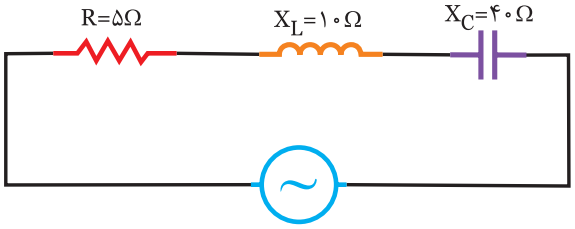
تمرین

در مدار شکل (۶-۶۳) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید



$V_{(t)}=۵۰\,\text{Sin}\,۲۵۰t$

شکل (۶-۶۳)

حل

.....

.....

.....

.....

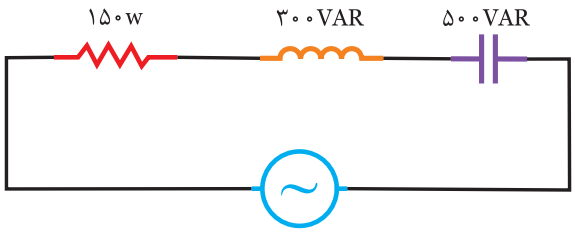
.....

مثال ۱۴

در مدار شکل (۶-۶۴) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی R، L و C



V_e=۱۰۰V

ω=۲۵۰Rad/s

شکل (۶-۶۴)

حل

الف)

$$P_s=\sqrt{Pe^{۲}+(P_{dL}-P_{dc})^{۲}}$$

$$\Rightarrow P_s=\sqrt{(۱۵۰)^{۲}+(۵۰۰-۳۰۰)^{۲}}=۲۵۰\ V.A$$

$$Ps=Ve.Ie \Rightarrow I_e=\frac{P_s}{Ve}=\frac{۲۵۰}{۱۰۰}=۲/۵\ A$$

ب)

$$X_L=\frac{P_{dL}}{Ie^{۲}}=\frac{۳۰۰}{(۲/۵)^{۲}}=\frac{۳۰۰}{۶/۲۵}=۴۸\ \Omega$$

$$X_c=\frac{P_{dc}}{Ie^{۲}}=\frac{۵۰۰}{(۲/۵)^{۲}}=\frac{۵۰۰}{۶/۲۵}=۸۰\ \Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۴۸}{۲۵۰}=۱۹۲mH$$

$$C=\frac{۱}{Xc.\omega}=\frac{۱}{۸۰\times۲۵۰}=۵۰\mu F$$

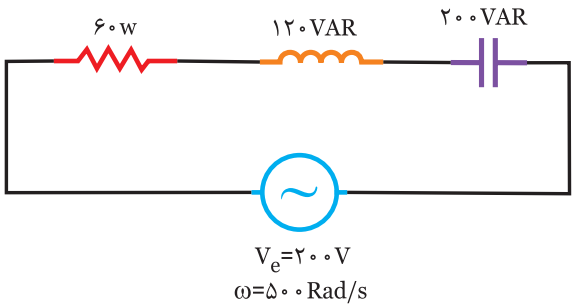
$$R=\frac{P_e}{Ie^{۲}}=\frac{۱۵۰}{(۲/۵)^{۲}}=\frac{۱۵۰}{۶/۲۵}=۲۴\ \Omega$$

فعالیت ۱۴

در مدار شکل (۶-۶۵) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی L، R و C



شکل (۶-۶۵)

حل

الف)

$$P_s=\sqrt{Pe^{۲}+(.....-.....)^{۲}}$$

$$\Rightarrow P_s=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....-.....)^{۲}}=.....\ V.A$$

$$P_s=Ve.Ie \Rightarrow I_e=\frac{P_s}{Ve}=\frac{.....}{۲۰۰}=.....\ A$$

ب)

$$R=\frac{P_e}{Ie^{۲}}=\frac{۶۰}{.....}=.....\ \Omega$$

$$X_L=\frac{P_{dL}}{Ie^{۲}}=\frac{۱۲۰}{.....}=.....\ \Omega$$

$$L=\frac{XL}{\omega}=\frac{.....}{۵۰۰}=.....\ mH$$

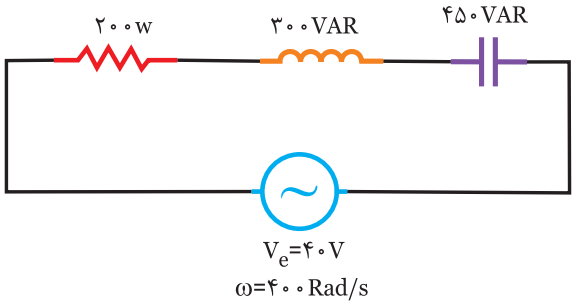
$$X_c=\frac{P_{dc}}{Ie^{۲}}=\frac{۲۰۰}{.....}=.....\ \Omega$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{.....\times۵۰۰}=.....\ \mu F$$

تمرین

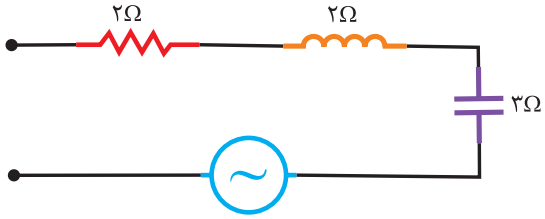
در مدار شکل (۶-۶۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع ب) اندازه‌ی L، R و C



شکل (۶-۶۶)

۱- در شکل (۶-۶۷) اگر V_C=۲۴v باشد. ولتاژ ورودی چند ولت است؟



شکل (۶-۶۷)

۱) ۴۳/۱

۲) ۳۲

۳) ۲۴

۴) ۱۷/۹

۲- در مدارRLCسری اگر L = ۱۵ mH، $V_{(t)}$=۱۰Sin ۲۰۰t و $i_{(t)}$=۱۰Sin(۲۰۰t +۳۰) باشد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

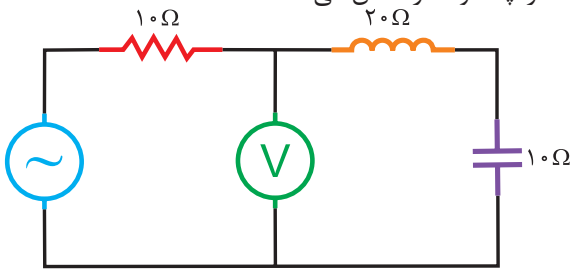
۱) ۱۲۵

۲) ۵۰۰

۳) ۶۲۵

۴) ۲۵۰۰

۳_ در مدار شکل (۶-۶۸) اگر توان مصرفی ۱۶۰ وات باشد ولت متر چند ولت را نشان می‌دهد.



شکل (۶-۶۸)

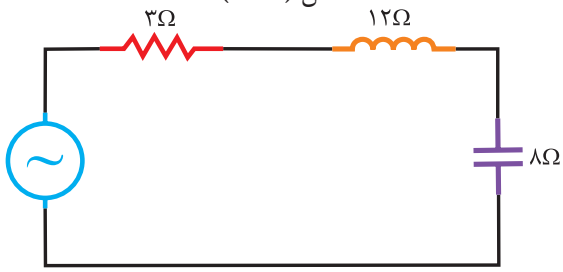
۱) ۴۰

۲) ۱۲۰

۳) ۸۰

۴) ۱۶۰

۴- در مدار شکل (۶-۶۹) ولتاژ دو سر خازن چند ولت است.



$V_{(t)}$=۲۰$\sqrt{۲}$ Sin ۳۰۰t

شکل (۶-۶۹)

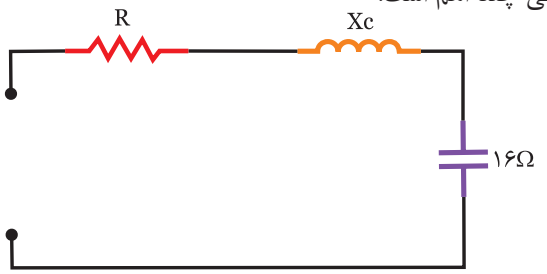
۱) ۲/۵

۲) ۳۲

۳) ۱۲۰

۴) ۱۶۰

۵- در مدار شکل (۶-۷۰) اگر ضریب توان ۰/۸ باشد، راکتانس خازنی چند اهم است.



شکل (۶-۷۰)

۱) ۳

۲) ۶

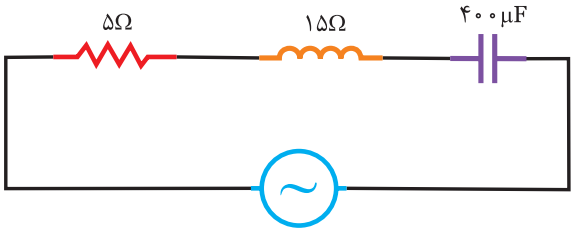
۳) ۸

۴) ۱۲

۶- در مدار شکل (۷۱-۶) مطلوبست:

الف) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ کل، L و C

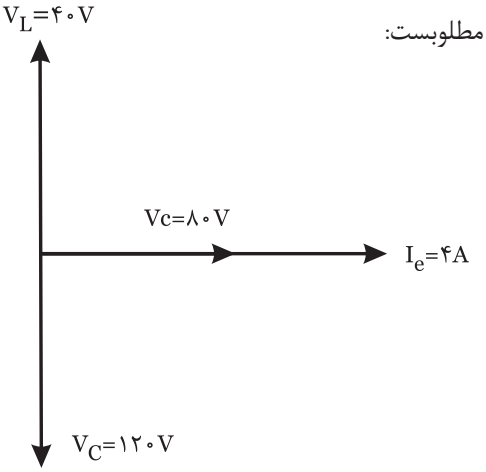


$V_{R(t)}$=۲۰ Sin ۵۰۰t

شکل (۷۱-۶)

۷- در مدار RLC سری دیاگرام برداری مطابق شکل (۷۲-۶) می‌باشد، مطلوبست:

امپدانس مدار و توان ظاهری



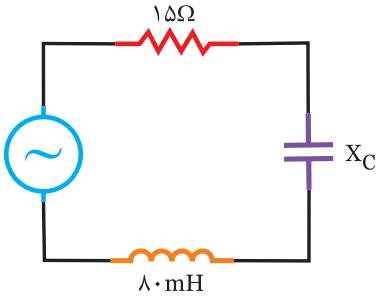
شکل (۷۲-۶)

۸- در شکل (۷۳-۶) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ کل

ج) توان‌های اکتیو- راکتیو و ظاهری



$V_{C(t)}$=۱۰۰ Sin (۵۰۰t - ۲۰°)

$i_{(t)}$=۵ Sin (۵۰۰t + ۷۰°)

شکل (۷۳-۶)

۹- اگر در مدار RLC سری فرکانس زیاد شود، توان مفید ..... .

۱۰- منحنی تاثیر فرکانس بر Cos φ را در مدار RLC سری محاسبه و رسم کنید.

راهنمایی: $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

نمودار z را بدست آورده و با توجه به ثابت بودن R نمودار Cos φ را رسم نمایید.

به کمک موتورهای جستجوگر درباره لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

۱) f_r= Resonance Frequency

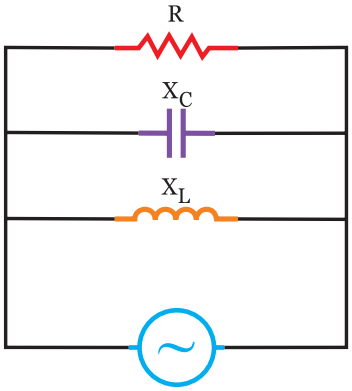
۲) BW= Band Width

۳) f_r= Low Frequency

۴) f_H= High Frequency

۳-۶- مدارهای RLC موازی:

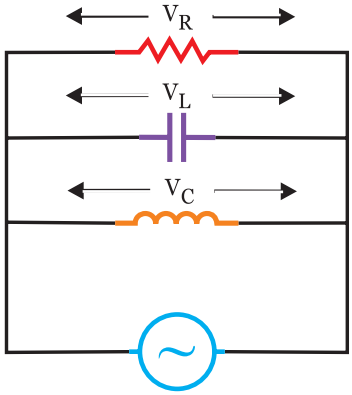
هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی و یک مقاومت اهمی به صورت موازی به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود، مطابق شکل (۷۴-۶) مدار RLC موازی را تشکیل می‌دهد.



شکل (۷۴-۶)

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{XL} - \frac{1}{Xc}\right)^2}}$$

در مدارهای RLC موازی ولتاژ منبع با ولتاژهای هر یک از عناصر که در شکل (۷۵-۶) دیده می‌شود، برابر می‌باشد.



شکل (۷۵-۶)

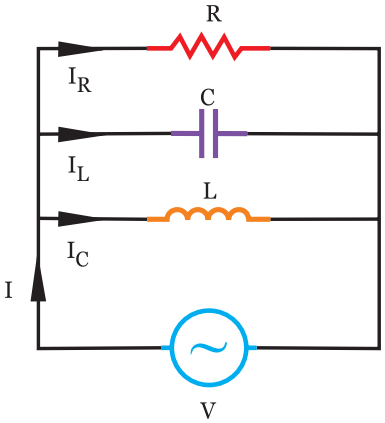
$V_L=V_R=V_C=V_e$ $\qquad$ $V=I.Z$

در این مدارها در شکل (۷۶-۶) جریان منبع به نسبت عکس مقاومت‌های اهمی- سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

$$I=\sqrt{I_R{}^2+(I_L-I_c)^2}$$

$$I_R=\frac{V_e}{R}$$

$$I_L=\frac{V_e}{X_L} \qquad I_c=\frac{V_e}{X_c}$$



شکل (۷۶-۶)

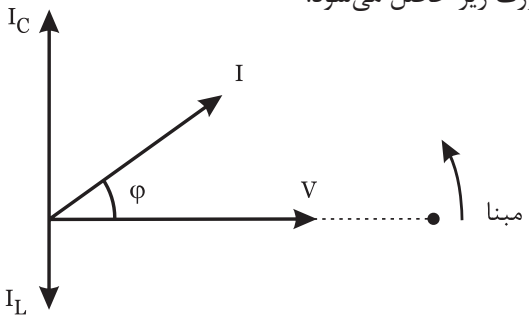
در مدارهای RLC موازی اختلاف فاز φ درجه می‌باشد که از روابط زیر بدست می‌آید.

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R} \qquad \cos\varphi=\frac{I_R}{I}$$

$$V_{(t)}=V_m \sin \omega t$$

$$i_{(t)}=I_m \sin(\omega t \pm \varphi)$$

اگر $X_L>X_c$ **باشد**، مراحل ایجاد نمودار شکل (۷۷-۶) به صورت زیر حاصل می‌شود.

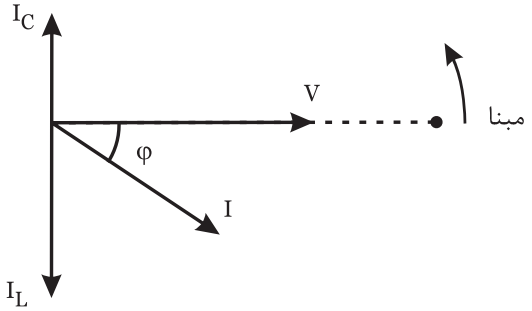


شکل (۷۷-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $i_{(t)}=I_m \sin(\omega t+\varphi)$ نوشته می‌شود.
- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L نسبت به V، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_c>I_L$ است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

I_c نسبت به V، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_C > I_L$ است.

اگر $X_L < X_c$ باشد، مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۷۸) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۶-۷۸)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه عقب‌تر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

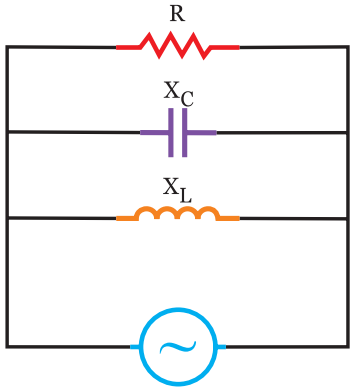
$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - \varphi)$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L نسبت به V، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L > I_C$ است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_c نسبت به V، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L > I_C$ است.

اگر $X_L = X_C$ باشد.

از آنجائیکه $V_L = V_C$ می‌باشد جریان عبوری از سلف و خازن در مدار شکل (۶-۷۹) برابر می‌شود لذا جریان منبع برابر جریان مقاومت خواهد شد که مدار در حالت رزنانس می‌باشد.



شکل (۶-۷۹)

$$X_L = X_c \Rightarrow I_c = I_L$$

$$I = \sqrt{I_R + {}^{2}(I_L - I_c)^{2}} = I_R$$

$$X_L = X_c \Rightarrow 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fc} \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای RLC ابتدا Cos φ و Sin φ را بدست می‌آوریم.

ضریب قدرت $\cos\varphi = \frac{I_R}{I}$ و یا $\cos\varphi = \frac{Z}{R}$

$\sin\varphi = Z\left|\frac{1}{X_L} - \frac{1}{Xc}\right|$ و یا $\sin\varphi = \frac{|I_L - I_c|}{I}$

- توان موثر برابر است با: $Pe = Ve.Ie.\cos\varphi$
- توان غیر موثر برابر است با: $P_d = Ve.Ie.\sin\varphi$

اگر $X_L > X_c$ باشد مدار پیش فاز بوده و P_d منفی می شود و اگر $X_L < X_c$ باشد مدار پس فاز بوده و P_d مثبت می‌شود.

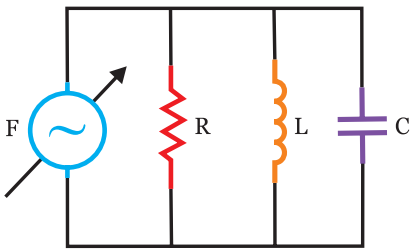
- توان ظاهری $Ps = Ve.Ie$

۶-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC موازی:

از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L = 2\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $Xc = \frac{1}{2\pi fc}$ کاهش می‌یابد لذا با توجه به فرمول‌های

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{Xc}\right)^2}} \quad \text{و} \quad I = \frac{V}{Z}$$

در شکل های (۶-۸۰) تا (۶-۸۳)، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس بررسی می‌شود.

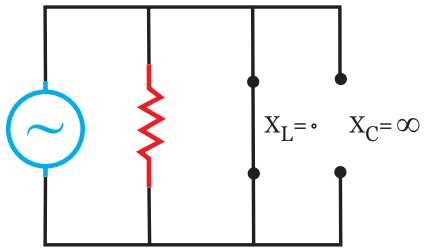


شکل (۶-۸۰)

در تمام تغییرات فرکانس مقدار R ثابت است.

سه حالت در این مدار اتفاق می‌افتد.

۱) فرکانس صفر(جریان مستقیم)

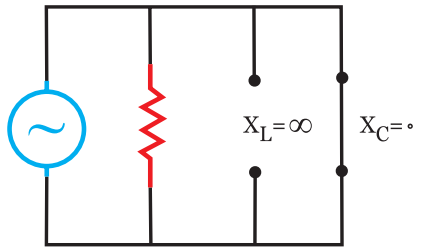


شکل (۸۱-۶)

سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

$f=0 \Rightarrow X_L=0$
$Xc=\infty$
$Z=0$
$I=\infty$

۲) فرکانس بی‌نهایت:



شکل (۸۲-۶)

خازن مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

$f=\infty \Rightarrow X_L=\infty$
$Xc=0$
$Z=0$
$I=\infty$

۳) فرکانس رزنانس(تشدید) که باعث می‌شود، داشته باشیم:

$f=f_r \Rightarrow X_L=Xc \Rightarrow Z=R$

$I_L=Ic \Rightarrow I_e=I_R$

$\varphi=0$

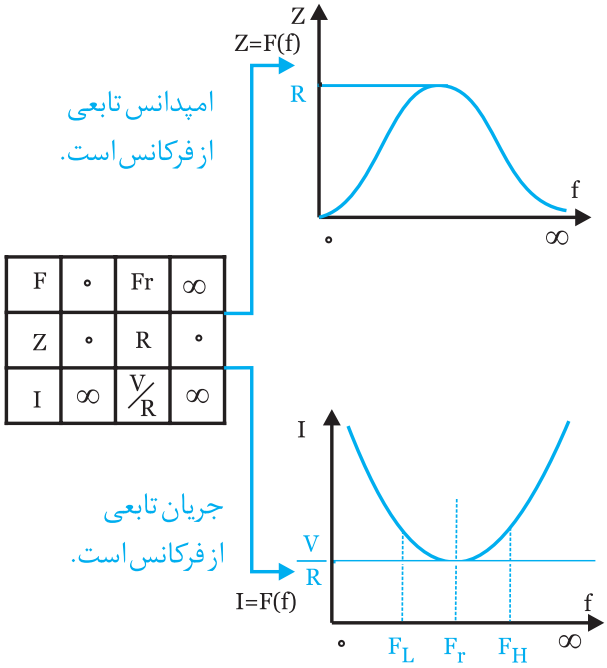
مدار کاملا اهمی — $\cos\varphi=1$

توان ظاهری برابر توان اکتیو — $Pe=Ps$

توان راکتیو نداریم. — $P_d=0$

$I=\frac{V}{R}$

نتایج بررسی شده را می‌توان در جدول شکل (۸۳-۶) خلاصه کرد.



شکل (۸۳-۶)

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftarrow X_L=X_c$$

$$\omega_r=2\pi f_r=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q_0=RC\omega_0$$

$$BW=\frac{f_r}{Q_0}$$

فرکانس نیم توان پایین (قطع پایین)

$$f_L=f_1=f_r-\frac{BW}{2}$$

فرکانس نیم توان بالا (قطع بالا)

$$f_H=f_2=f_r+\frac{BW}{2}$$

برای محاسبه امپدانس در مدار RLC موازی بهتر است.

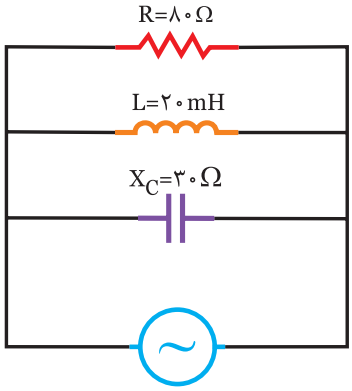
$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^2+X^2}} \qquad X=\frac{Xc\,.\,X_L}{Xc-X_L}$$

بیشتر بدانید

برای بدست آوردن پهنای باند می‌توان از $BW=\frac{1}{2\pi RC}$ بدست آورد.

مثال ۱۵

در مدار شکل (۶-۸۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\,\text{Sin}\,۱۰۰۰t$

شکل (۶-۸۴)

حل

ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

$$X_L=\omega.L=۱۰۰۰\times ۲۰\times ۱۰^{-۳}=۲۰\ \Omega$$

به جای استفاده از فرمول

$$Z=\frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{R^۲}+(\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{Xc})^۲}}$$

که محاسبه آن کمی دشوارتر است می‌توان از فرمول‌های زیر استفاده کرد.

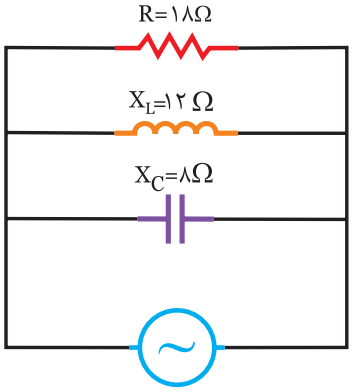
$$X=\frac{Xc\,.\,X_L}{|Xc-X_L|}=\frac{۲۰\times ۳۰}{|۳۰-۲۰|}=۶۰\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲+X^۲}}=\frac{۸۰\times ۶۰}{\sqrt{۸۰^۲+۶۰^۲}}=\frac{۴۸۰۰}{۱۰۰}=۴۸\ \Omega$$

توضیح: چون $X_C>X_L$ می‌باشد، مدار پس فاز است.

فعالیت ۱۵

در مدار شکل (۶-۸۵) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۶-۸۵)

حل

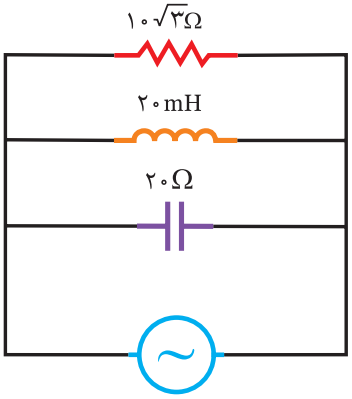
$$X=\frac{X_L\,.\,Xc}{|X_L-Xc|}=\frac{(.....)\ (.....)}{|.....-.....|}=.....\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲+X^۲}}=\frac{(.....)\ (.....)}{\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}}=۴۸\ \Omega$$

توضیح: چون $X_L>X_c$ می‌باشد، مدار ..... است.

تمرین

در مدار شکل (۶-۸۶) امپدانس مدار را بدست آورید.



ω=۵۰۰Rad/s

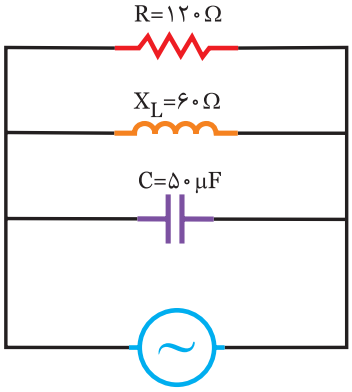
شکل (۶-۸۶)

مثال ۱۶

در مدار شکل (۸۷-۶) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



$V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t - ۳۰^\circ)$

شکل (۸۷-۶)

حل

الف) ابتدا مقدار X_C را بدست می‌آوریم.

$$X_C=\frac{۱}{\omega.C}=\frac{۱}{۵۰۰\times ۵۰\times ۱۰^{-۶}}=۴۰\Omega$$

$$X=\frac{Xc\ .\ X_L}{|Xc - X_L|}=\frac{۴۰\times ۶۰}{|۶۰ - ۴۰|}=۱۲۰\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲+X^۲}}=\frac{۱۲۰\times ۱۲۰}{\sqrt{۱۲۰^۲+۱۲۰^۲}}=۶۰\sqrt{۲}\Omega$$

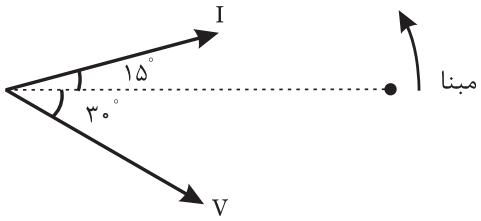
$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۲۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۲۰\ v$$

جریان مدار

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۲۰}{۶۰\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}\ A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.



شکل (۸۸-۶)

- در این مدار $X_L>X_c$ است مدار پیش فاز و جریان منبع Cos φ درجه از ولتاژ مدار جلوتر است لذا با بدست آوردن Cos φ داریم.

$$Cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۶۰\sqrt{۲}}{۱۲۰}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \varphi=۴۵^\circ$$

- با توجه به موقعیت بردار I معادله به صورت زیر می‌شود.

$$I_m=\sqrt{۲}\ Ie=\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}=۲\ A$$

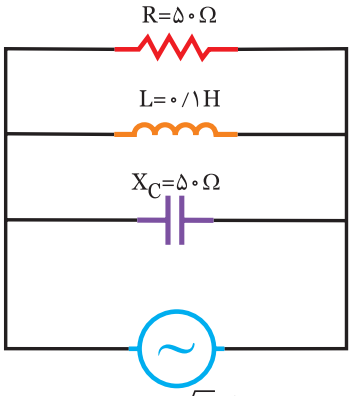
$$i_{(t)}=I_m Sin(\omega t+\varphi)\Rightarrow i_{(t)}=۲Sin(۵۰۰t+۱۵^\circ)$$

فعالیت ۱۶

در مدار شکل (۸۹-۶) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ ۲۵۰t$

شکل (۸۹-۶)

حل

الف) ابتدا X_L را بدست آورید.

$X_L = w.L = (۲۵۰)\ (.....) = ...\ w$

$$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{(.....)\ (.....)}{|..... - .....|} = ...\ w$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(.....)\ (.....)}{\sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲}} = ...\ w$$

$$Ve = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{.....}{\sqrt{۲}} = ...\ v$$

جریان مدار

$$Ie = \frac{Ve}{Z} = \frac{.....}{.....} = ...\ A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_c > X_L$ است لذا پس فاز بوده و جریان j درجه عقب‌تر از ولتاژ مدار خواهد بود.

$$Cos j = \frac{Z}{R} = \frac{.....}{۵۰} = ... \Rightarrow j = ...$$

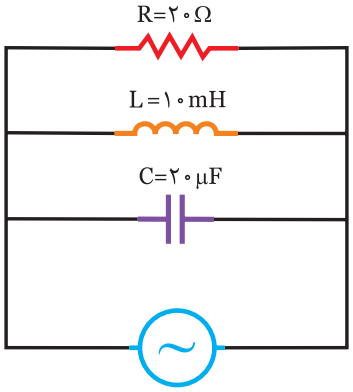
دیاگرام برداری را کامل کنید.

$$I_m = \sqrt{۲}\ Ie = \sqrt{۲}\ (.....) = ...\ A$$

$$i_{(t)} = I_m Sin(wt - j) \Rightarrow i_{(t)} = ...\ Sin(۲۵۰t - .....)$$

تمرین

در مدار شکل (۹۰-۶) مطلوبست:



شکل (۹۰-۶)

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

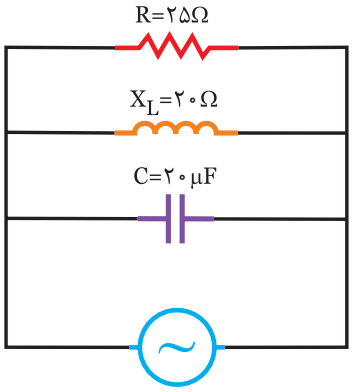
.....

مثال ۱۷

در مدار شکل (۹۱-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع



$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t - ۷۰^\circ)$

شکل (۹۱-۶)

حل

الف) ابتدا X_C را بدست آورید.

$$X_C = \frac{۱}{\omega.c} = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۰۰\Omega$$

$$X = \frac{Xc \,.\, X_L}{|Xc - X_L|} = \frac{۱۰۰ \times ۲۰}{|۱۰۰ - ۲۰|} = ۲۵\ \Omega$$

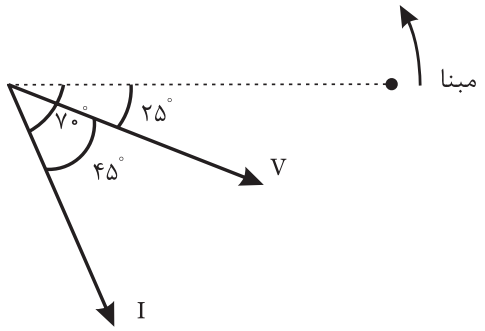
$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{۲۵ \times ۲۵}{\sqrt{۲۵^۲ + ۲۵^۲}} = \frac{۲۵}{\sqrt{۲}}\ \Omega$$

$$Ve = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲\ A$$

ولتاژ منبع

$$Ve = Z \,.\, Ie = \frac{۲۵}{\sqrt{۲}} \times ۲ = ۲۵\sqrt{۲}\ v$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام بردای می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.



شکل (۹۲-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم کنید.
- در این مدار $X_c > X_L$ است مدار پس فاز و ولتاژ منبع φ درجه از جریان مدار جلوتر است و آن را رسم کنید.

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{\frac{۲۵}{\sqrt{۲}}}{۲۵} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \varphi = ۴۵^\circ$$

- با توجه به موقعیت بـردار V معادله زمانی آن را می‌نویسیم.

$$V_m = \sqrt{۲}\,Ve = \sqrt{۲} \times (۲۵\sqrt{۲}) = ۵۰\ v$$

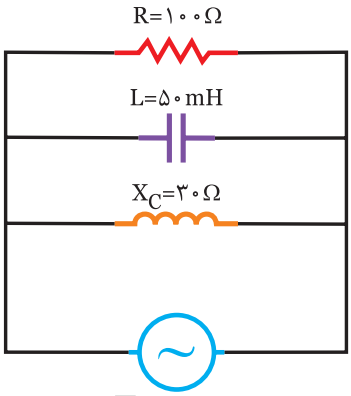
$$V_{(t)} = V_m Sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow V_{(t)} = ۵۰\ Sin(۵۰۰t - ۲۵^\circ)$$

فعالیت ۱۷

در مدار شکل (۹۳-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع



$$i_{(t)} = ۵\sqrt{۲}\ Sin\,(۱۰۰۰t + ۵۳^\circ)$$

شکل (۹۳-۶)

حل

الف) ابتدا X_L را بدست آورید.

$$X_L = \omega.L = ۱۰۰۰ \times ۵۰ \times ۱۰^{-۳} = \ldots\ldots\ \Omega$$

$$X = \frac{X_L \,.\, Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{(\ldots\ldots)\ (\ldots\ldots)}{|\ldots\ldots - \ldots\ldots|} = \ldots\ldots\ \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(۱۰۰)\ (\ldots\ldots)}{\sqrt{(۱۰۰)^۲ + (\ldots\ldots)^۲}} = \ldots\ldots\ \Omega$$

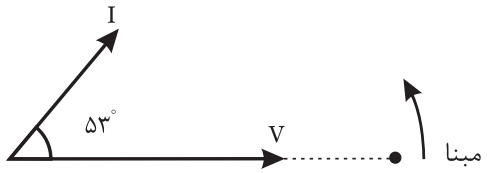
$$Ie = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\ldots\ldots}{\sqrt{۲}} = \ldots\ldots\ A$$

ولتاژ منبع

$$Ve = Z.Ie = (\ldots\ldots)\ (\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ v$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به در این مدار $X_L > X_c$ است لذا پیش فاز بوده و ولتاژ منبع φ درجه عقب‌تر است و آن را رسم کنید.

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{\ldots\ldots}{۱۰۰} = \ldots\ldots \Rightarrow \varphi = ۵۳^\circ$$



$V_m = \sqrt{۲}Ve = \sqrt{۲}$ (.....) = ... v

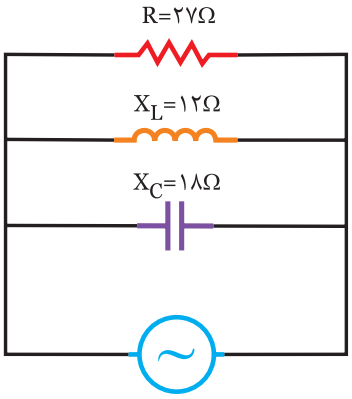
$V_{(t)}$ = ... Sin(۱۰۰۰t)

تمرین

در مدار شکل (۹۴-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



$i_{(t)}=۵\sqrt{۳}$ Sin (۵۰۰t - ۳۷°)

شکل (۹۴-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

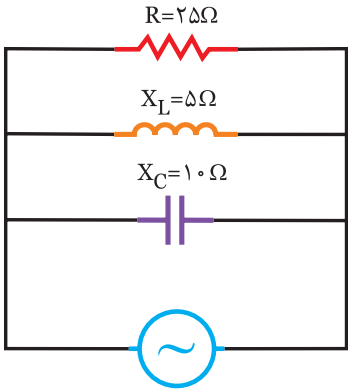
.....

مثال ۱۸

در مدار شکل (۹۵-۶) مطلوبست:

الف) جریان عبوری از سلف، خازن و مقاومت

ب) معادله‌ی زمانی جریان آن‌ها



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}$ Sin (۱۰۰۰t - ۲۰°)

شکل (۹۵-۶)

حل

الف)

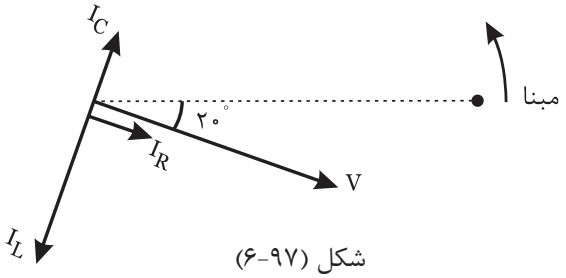
$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۵۰\ v$$

$$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{۵۰}{۵}=۱۰\ A$$

$$I_c=\frac{V_e}{X_c}=\frac{۵۰}{۱۰}=۵\ A$$

$$I_R=\frac{V_e}{R}=\frac{۵۰}{۲۵}=۲\ A$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.



شکل (۹۷-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.
- معادله زمانی ولتاژ منبع را رسم کنید.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L، ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.

- در خازن جریان ۹۰ از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_c، ۹۰° از ولتاژ مدار جلوتر است.

- در مقاومت، جریان هم فاز ولتاژ دو سرش است لذا I_R هم فاز ولتاژ مدار است.

$$I_{Lm} = \sqrt{۲}\, I_L = \sqrt{۲}\,(۱۰) = ۱۰\sqrt{۲}\ A$$

$$I_{cm} = \sqrt{۲}\, I_c = \sqrt{۲}\,(۵) = ۵\sqrt{۲}\ A$$

$$I_{Rm} = \sqrt{۲}\, I_R = \sqrt{۲}\,(۲) = ۲\sqrt{۲}\ A$$

با توجه به موقعیت بردارها معادلات را می‌نویسیم.

$$i_{L(t)} = ۱۰\sqrt{۲}\ \mathrm{Sin}(۱۰۰۰t - ۱۱۰^\circ)$$

$$i_{C(t)} = ۵\sqrt{۲}\ \mathrm{Sin}(۱۰۰۰t + ۷۰^\circ)$$

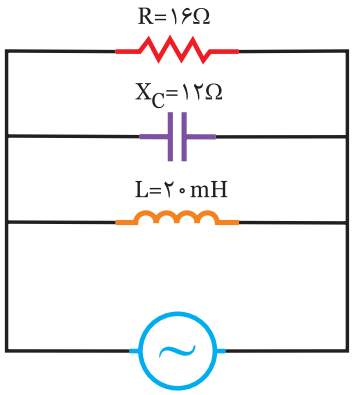
$$i_{R(t)} = ۲\sqrt{۲}\ \mathrm{Sin}(۱۰۰۰t - ۲۰^\circ)$$

فعالیت ۱۸

در مدار شکل (۹۸-۶) مطلوبست:

الف) جریان عبوری از عناصر

ب)معادله‌ی زمانی جریان‌های عناصر



$$V_{(t)} = ۴۸\sqrt{۲}\ \mathrm{Sin}\,(۵۰۰t + ۳۰^\circ)$$

شکل (۹۸-۶)

حل

الف)

$$Ve = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۴۸\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \ldots\ldots\ v$$

$$I_L = \frac{Ve}{X_L} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$$

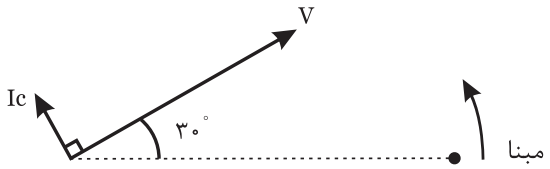
$$X_L = wL = (۵۰۰)\,(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ w$$

$$I_c = \frac{Ve}{X_c} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$$

$$I_R = \frac{Ve}{R} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان عناصر باید مبنا را مشخص کرده و باید دیاگرام معادله‌ی زمانی ولتاژ را رسم کنیم و سپس دیاگرام I_C، I_L و I_R را رسم نمایید.

دیاگرام را کامل کنید.



شکل (۹۹-۶)

$$I_{Lm} = \sqrt{۲}\, I_L = \sqrt{۲}\,(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ A$$

$$I_{cm} = \sqrt{۲}\, I_c = \sqrt{۲}\,(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ A$$

$$I_{Rm} = \sqrt{۲}\, I_R = \sqrt{۲}\,(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ A$$

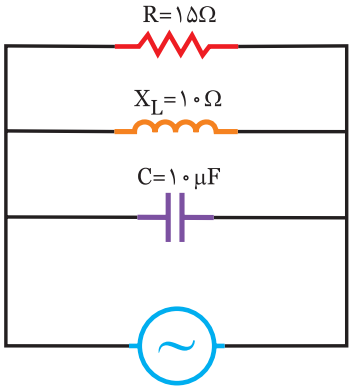
$$i_{L(t)} = \ldots\ldots\ \mathrm{Sin}(۵۰۰t - \ldots\ldots)$$

$$i_{C(t)} = \ldots\ldots\ \mathrm{Sin}(۵۰۰t + ۱۲۰^\circ)$$

$$i_{R(t)} = \ldots\ldots\ \mathrm{Sin}(۵۰۰t + \ldots\ldots)$$

تمرین

در مدار شکل (۶-۱۰۰) مطلوبست:



$V_{(t)}$=۶۰ Sin (۲۵۰t + ۴۵°)

شکل (۶-۱۰۰)

الف) جریان عبوری از عناصر

ب) معادله‌ی زمانی جریان‌های عناصر

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

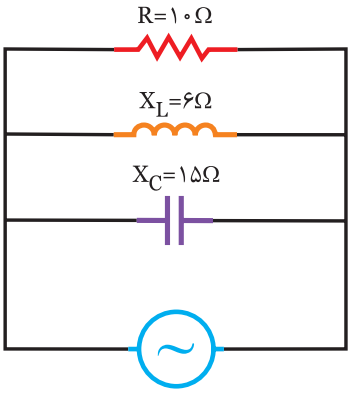
مثال ۱۹

در مدار شکل (۶-۱۰۱) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان R، L و C

ج) معادله‌ی زمانی جریان R، L و C



$i_{(t)}$=۵√۲ Sin (۱۰۰۰t - ۹۰°)

شکل (۶-۱۰۱)

حل

الف)

$$X = \frac{Xc \cdot X_L}{|Xc - X_L|} = \frac{۱۵ \times ۶}{|۱۵ - ۶|} = ۱۰\,\Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{۱۰ \times ۱۰}{\sqrt{۱۰^۲ + ۱۰^۲}} = \frac{۱۰۰}{۱۰\sqrt{۲}} = ۵\sqrt{۲}\,\Omega$$

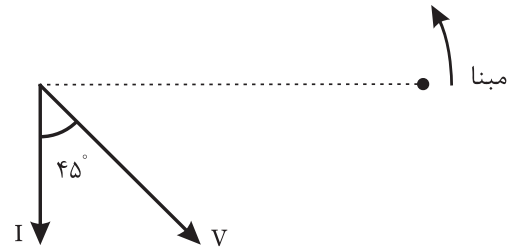
$$Ie = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۵\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۵\ A$$

$$Ve = Z.Ie \Rightarrow Ve = ۵\sqrt{۲} \times ۵ = ۲۵\sqrt{۲}\ v$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_c > X_L$ ، مدار خاصیت سلفی دارد و ولتاژ مدار φدرجه جلوتر از جریان مدار است.

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{۵\sqrt{۲}}{۱۲۰} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \varphi = ۴۵^\circ$$



شکل (۶-۱۰۲)

$V_m = \sqrt{۲}\, Ve = \sqrt{۲}\ (۲۵\sqrt{۲}) = ۵۰\ v$

$V_{(t)} = V_m \sin(\omega t - ۴۵^\circ) \Rightarrow V_{(t)} = ۵۰ \sin(۱۰۰۰t - ۴۵^\circ)$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان R، L و C را بدست آورید.

$I_L = \frac{Ve}{X_L} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۶} = ۵/۸۳\ A$

$I_c = \frac{Ve}{Xc} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۱۵} = ۲/۳۵\ A$

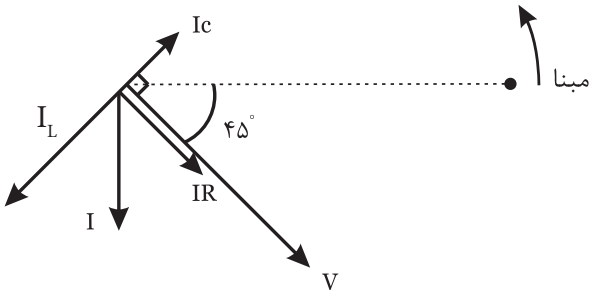
$I_R = \frac{Ve}{R} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۱۰} = ۳/۵۳\ A$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان R، L و C دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان سلف ۹۰° عقب‌تر از ولتاژ و جریان خازن ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار و جریان مقاومت هم فاز ولتاژ می‌باشد. معادله زمانی I_L، I_C و I_R را می نویسیم.

$I_{Rm} = \sqrt{۲}\, I_R = ۵\ A$

$I_{Lm} = \sqrt{۲}\, I_L = ۸/۳\ A$

$I_{cm} = \sqrt{۲}\, I_c = ۳/۳\ A$



شکل (۶-۱۰۳)

$i_{L(t)} = ۸/۳ \sin(۱۰۰۰t - ۱۳۵^\circ)$

$i_{c(t)} = ۳/۳ \sin(۱۰۰۰t + ۴۵^\circ)$

$i_{R(t)} = ۵ \sin(۱۰۰۰t - ۴۵^\circ)$

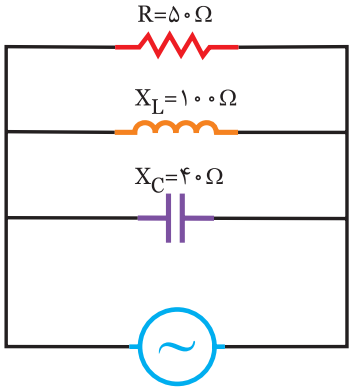
فعالیت ۱۹

در مدار شکل (۶-۱۰۴) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان R، L و C

ج) معادله‌ی زمانی جریان R، L و C



$i_{(t)} = ۱۰\sqrt{۲} \sin ۵۰۰t$

شکل (۶-۱۰۴)

حل

الف)

$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{(.....)\ (۱۰۰)}{|۱۰۰ - .....|} = ...\ \Omega$

$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(۵۰)\ (.....)}{\sqrt{۵۰^۲ + (.....)^۲}} = ...\ \Omega$

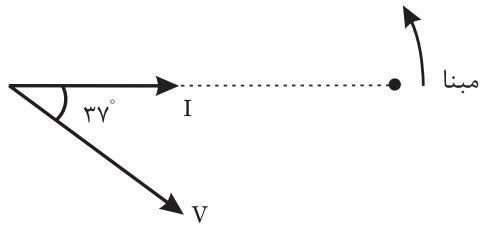
$Ie = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{.....}{.....} = ...\ A$

$Ve = Z.Ie = ... \times ..... = ...\ v$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_L > X_c$ است مدار خاصیت ..... دارد و ولتاژ φ درجه ..... از جریان مدار است.

$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{.....}{۵۰} = ... \Rightarrow \varphi = ۳۷^\circ$



شکل (۶-۱۰۵)

$V_m = \sqrt{۲}\ Ve = \sqrt{۲}\ (.....) = ...\ v$

$V_{(t)} = ...\ Sin(۵۰۰t - ۳۷^\circ)$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان R، L و C را بدست آورید.

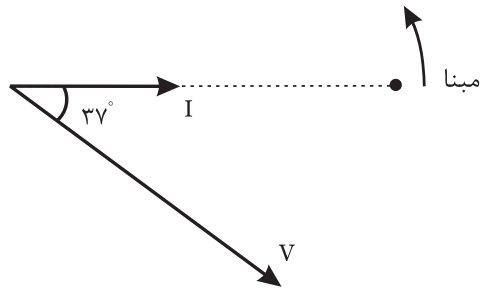
$I_L = \frac{Ve}{X_L} = \frac{.....}{۱۰۰} = ...\ A$

$I_c = \frac{Ve}{X_c} = \frac{.....}{.....} = ...\ A$

$I_R = \frac{Ve}{R} = \frac{.....}{۵۰} = ...\ A$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان R، L و C دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان سلف ۹۰° عقب‌تر از ولتاژ و جریان خازن ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار و جریان مقاومت هم فاز ولتاژ می‌باشد. معادله زمانی I_L، I_C و I_R را می نویسیم.

دیاگرام را کامل کنید.



شکل (۶-۱۰۶)

$I_{Rm} = \sqrt{۲}\ I_R = ...\ A$

$I_{Lm} = \sqrt{۲}\ I_L = ...\ A$

$I_{cm} = \sqrt{۲}\ I_c = ...\ A$

$i_{R(t)} = ...\ Sin(۵۰۰t - ۳۷^\circ)$

$i_{L(t)} = ...\ Sin(۵۰۰t - ۱۲۷^\circ)$

$i_{c(t)} = ...\ Sin(۵۰۰t + ۵۳^\circ)$

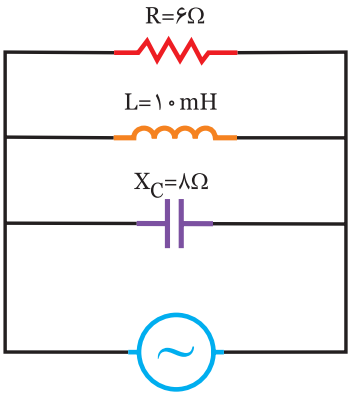
تمرین

در مدار شکل (۶-۱۰۷) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان R، L و C

ج) معادله‌ی زمانی جریان R، L و C



$i_{(t)} = ۵\sqrt{۲}\ Sin\ (۴۰۰t + ۹۰^\circ)$

شکل (۶-۱۰۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

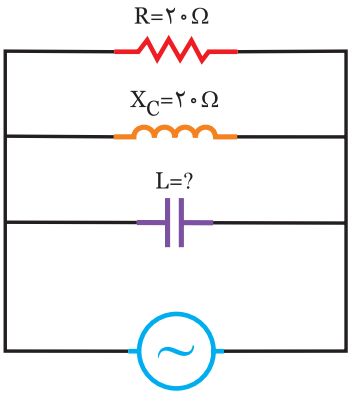
.....

مثال ۲۰

در مدار شکل (۱۰۸-۶) مطلوبست:

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t+۹۰^\circ)$

$i_{(t)}=۱۰\ Sin\ (۵۰۰t+۴۵^\circ)$

شکل (۱۰۸-۶)

حل

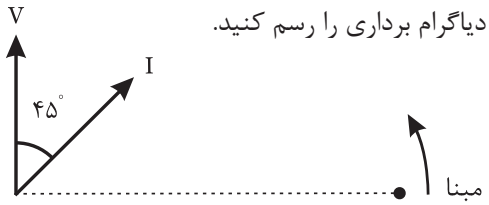
الف)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰\ v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰}{\sqrt{۲}}=۵\sqrt{۲}\ A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰}{۵\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}\ A$$

دیاگرام برداری را رسم کنید.



شکل (۱۰۹-۶)

چون ولتاژ مدار ۴۵ جلوتر از جریان می‌باشد مدار پس فاز و $X_L<X_c$ می‌باشد.

$$Sin\varphi=Z\left|\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{Xc}\right| \Rightarrow$$

$$Sin۴۵^\circ=۱۰\sqrt{۲}\left|\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{۲۰}\right| \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۱۰\sqrt{۲}\times\left(\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{۲۰}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲۰}=\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow X_L=۱۰\Omega$$

ب)

$$X_L=\omega L \Rightarrow L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۱۰}{۵۰۰}=۲۰\ mH$$

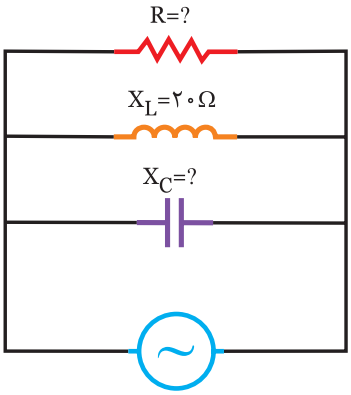
فعالیت ۲۰

در مدار شکل (۱۱۰-۶) مطلوبست:

الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد

ج) مقاومت اهمی



$V_{(t)}=۲۰۰Sin(۵۰۰t-۶۰^\circ)$

$i_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t-۱۵^\circ)$

شکل (۱۱۰-۶)

حل

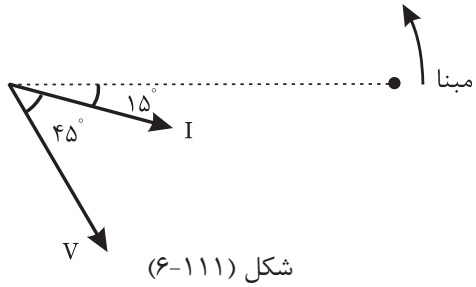
الف)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲۰۰}{\sqrt{۲}}=۱۰۰\sqrt{۲}\ v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۱۰}=.....\ \Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید.



شکل (۶-۱۱۱)

چون ولتاژ ۴۵ عقب‌تر از جریان می‌باشد مدار پیش فاز و $X_L > X_c$ می‌باشد.

$$\sin\varphi = Z\left|\frac{۱}{Xc} - \frac{۱}{X_L}\right| \Rightarrow$$

$$\sin ۴۵^\circ = \dots\dots \left|\frac{۱}{Xc} - \frac{۱}{۲۰}\right| \Rightarrow$$

$$\dots\dots = \dots\dots \left(\frac{۱}{Xc} - \frac{۱}{۲۰}\right) \Rightarrow Xc = \dots\dots\ \Omega$$

ب)

$$X_C = \frac{۱}{\omega . Xc} \Rightarrow C = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{۵۰۰ \times \dots\dots} = \dots\dots\ \mu F$$

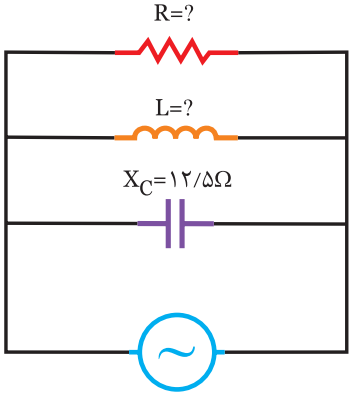
ج)

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow \cos ۴۵^\circ = \frac{\dots\dots}{R}$$

$$\Rightarrow \dots\dots = \frac{\dots\dots}{R} \Rightarrow R = \dots\dots\ \Omega$$

تمرین

در مدار شکل (۶-۱۱۲) مطلوبست:



$$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin ۵۰۰t$$

$$i_{(t)} = ۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۵۰۰t + ۳۷^\circ)$$

شکل (۶-۱۱۲)

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی

ج) مقاومت اهمی

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

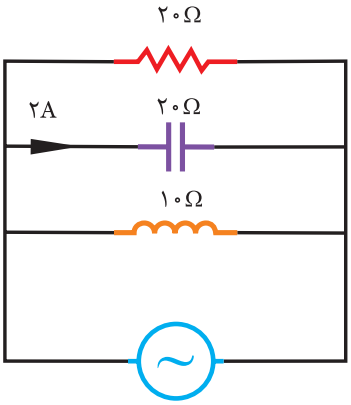
.....

.....

.....

مثال ۲۱

در مدار شکل (۶-۱۱۳) مطلوبست:



شکل (۶-۱۱۳)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) ضریب قدرت مدار

حل

الف) $Ve = Xc.Ic = ۲۰ \times ۲ = ۴۰\ v$

ب)

$$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{۱۰ \times ۲۰}{|۲۰ - ۱۰|} = ۲۰\ \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{۲۰ \times ۲۰}{\sqrt{۲۰^۲ + ۲۰^۲}} = \frac{۲۰ \times ۲۰}{۲۰\sqrt{۲}} = ۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$$

$$Ie = \frac{Ve}{Z} = \frac{۴۰}{۱۰\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲}\ A$$

ج)

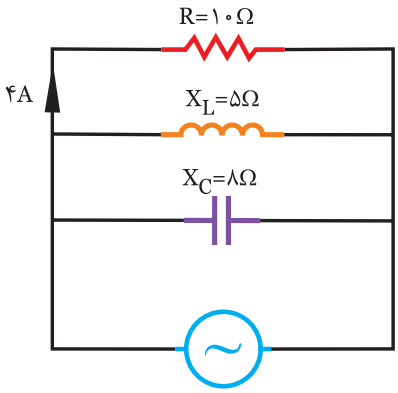
$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow Cos\varphi = \frac{۱۰\sqrt{۲}}{۲۰} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

فعالیت ۲۱

در مدار شکل (۶-۱۱۴) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع ب) جریان منبع

ج) ضریب قدرت مدار



شکل (۶-۱۱۴)

حل

الف) $Ve = R.I_R = ۱۰ \times$ ..... = ... v

ب)

$$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{..... \times .....}{|..... - .....|} = ... \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(.....)\ (.....)}{\sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲}} = ... \Omega$$

ج)

$$Ie = \frac{Ve}{Z} = \frac{.....}{.....} = ... A$$

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{.....}{۱۰} = ...$$

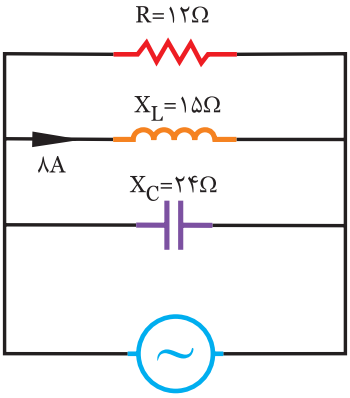
تمرین

در مدار شکل (۶-۱۱۵) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) ضریب قدرت مدار



شکل (۶-۱۱۵)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

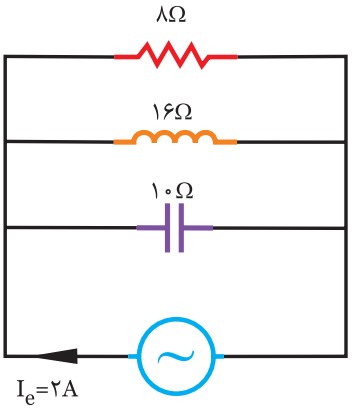
.....

مثال ۲۲

در مدار شکل (۶-۱۱۶) مطلوبست:

الف) توان مصرفی ب) توان غیر مصرفی

ج) توان ظاهری



شکل (۶-۱۱۶)

حل

الف)

$$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{۱۰ \times ۱۶}{|۱۶ - ۱۰|} = ۲۶/۶\ \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(۸)\ (۲۶/۶)}{\sqrt{۸^۲ + (۲۶/۶)^۲}} = \frac{۲۱۳/۳}{۲۷/۸۴} = ۷/۶۶\ \Omega$$

$$Ve = Z.Ie = ۷/۶۶ \times ۲ = ۱۵/۳۲\ v$$

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{۷/۶۶}{۸} = ۰/۹۵$$

$$Pe = Ve.Ie.\ Cos\varphi = (۱۵/۳۲)(۲)(۰/۹۵) = ۲۹/۱\ w$$

ب)

$$Sin\varphi = Z\left|\frac{۱}{X_L} - \frac{۱}{Xc}\right| = ۷/۶۶\left|\frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۱۶}\right| = ۰/۲۸$$

$$P_d = Ve.Ie.\ Cos\varphi = (۱۵/۳۲)(۲)(۰/۲۸) = ۸/۶\ V.A.R$$

ج)

$$Ps = Ve.Ie = ۱۵/۳۲ \times ۲ = ۳۰/۶۴\ V.A$$

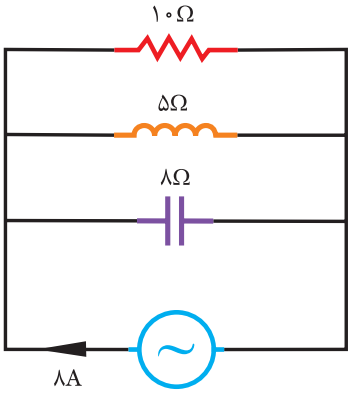
فعالیت ۲۲

در مدار شکل (۶-۱۱۷) مطلوبست:

الف) توان مفید

ب) توان غیرمفید

ج) توان ظاهری



شکل (۶-۱۱۷)

حل

الف)

$$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{..... \times .....}{|..... - .....|} = ...\ \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(.....)\ (.....)}{\sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲}} = ...\ \Omega$$

$$Ve = Z.I = (.....)\ (۸) = ...\ v$$

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{.....}{۱۰} = ...$$

$$Pe = Ve.Ie.\ Cos\varphi = (.....)(.....)(.....) = ...\ w$$

ب)

$$Sin\varphi = Z\left|\frac{۱}{X_L} - \frac{۱}{Xc}\right| = ...\left|\frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۸}\right| = ...$$

$$P_d = Ve.Ie.\ Cos\varphi = (.....)(.....)(.....) = ...\ V.A.R$$

ج)

$$Ps = Ve.Ie = (.....)(.....) = ...\ V.A$$

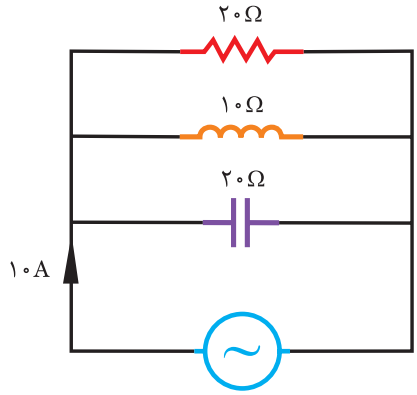
تمرین

در مدار شکل (۱۱۸-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان راکتیو

ج) توان ظاهری



شکل (۱۱۸-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

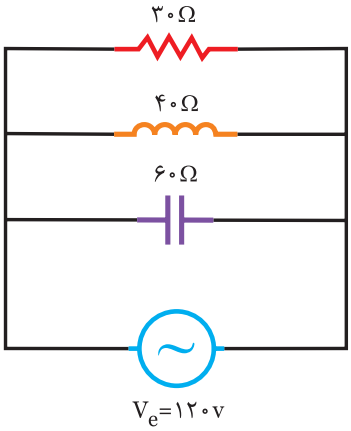
مثال ۲۳

در مدار شکل (۱۱۹-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیرموثر

ج) توان ظاهری



شکل (۱۱۹-۶)

حل

الف)

$$P_e = \frac{V_e^{۲}}{R} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{۳۰} = ۴۸۰\ w$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^{۲}}{X_L} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{۴۰} = ۳۶۰\ VAR$$

$$P_{dc} = -\frac{V_e^{۲}}{Xc} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{۶۰} = -۲۴۰\ VAR$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ۳۶۰ - ۲۴۰ = ۱۲۰\ V.A.R$$

ج)

$$P_s = \sqrt{Pe^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(۴۸۰)^{۲} + (۱۲۰)^{۲}} = ۴۹۴/۷\ V.A$$

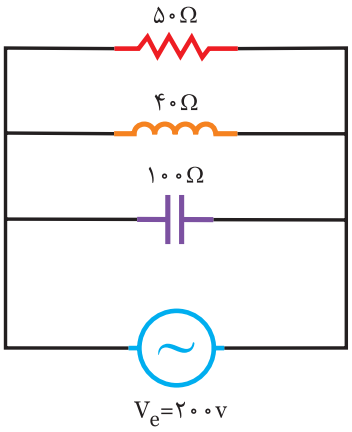
فعالیت ۲۳

در مدار شکل (۱۲۰-۶) مطلوبست:

الف) توان اکتیو

ب)توان راکتیو

ج) توان ظاهری



شکل (۱۲۰-۶)

حل

الف)

$$P_e = \frac{V_e^{۲}}{R} = \frac{(.....)^{۲}}{.....} = ... \text{ w}$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^{۲}}{X_L} = \frac{(.....)^{۲}}{.....} = ... \text{ VAR}$$

$$P_{dc} = \frac{-V_e^{۲}}{Xc} = -\frac{(.....)^{۲}}{.....} = - ..... \text{ VAR}$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ... - ..... = ... \text{ VAR}$$

ج)

$$P_s = \sqrt{Pe+^{۲} Pd^{۲}} = \sqrt{(.....)^{۲} + (.....)^{۲}} = ... \text{ V.A}$$

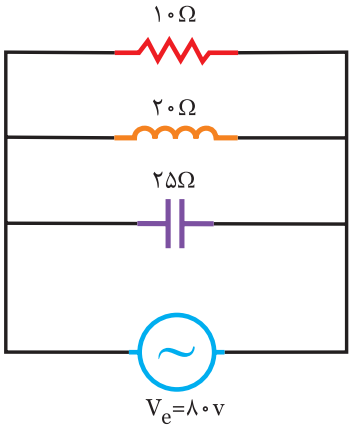
تمرین

در مدار شکل (۱۲۱-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیرموثر

ج) توان ظاهری



شکل (۱۲۱-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

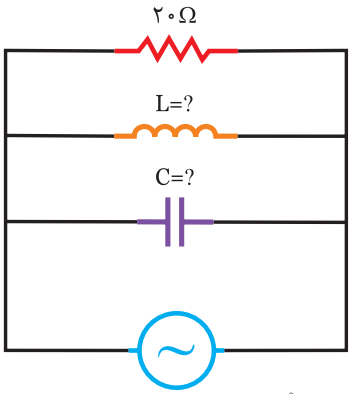
.....

.....

مثال ۲۴

در مدار شکل (۱۲۲-۶) اگر $I_L=۲I_c$ باشد مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$V_{(t)}=۱۰۰\,Sin(۵۰۰t+۳۰^\circ)$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\,Sin\,(۵۰۰t-۱۵^\circ)$

شکل (۱۲۲-۶)

حل

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}}=۵۰\sqrt{۲}\,A$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۵\,A$$

مدار پس فاز

$$\varphi=\theta_v-\theta_I \Rightarrow \varphi=۳۰-(-۱۵)=۴۵^\circ$$

$$Sin\varphi=\frac{|I_L-I_c|}{I_e}\Rightarrow Sin۴۵^\circ=\frac{۲I_c-I_c}{۵}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{Ic}{۵}$$

$$Ic=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\,A \qquad I_L=۲Ic=۲(\frac{۵\sqrt{۲}}{۲})=۵\sqrt{۲}\,A$$

$$X_L=\frac{Ve}{I_L}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{۵\sqrt{۲}}=۱۰\,\Omega$$

$$X_C=\frac{Ve}{Ic}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}}=۲۰\,\Omega$$

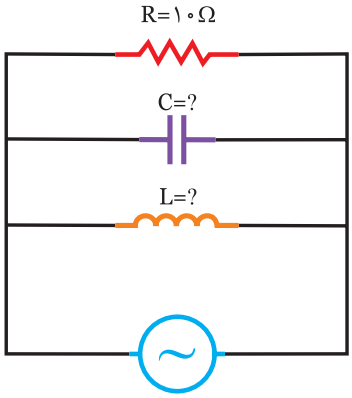
$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۱۰}{۵۰۰}=۲۰\,mH$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۲۰\times۵۰۰}=۱۰۰\,\mu F$$

فعالیت ۲۴

در مدار شکل (۱۲۳-۶) اگر $I_C=۳I_L$ باشد مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$V_{(t)}=۴۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۱۰۰۰t-۳۷^\circ)$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\,Sin\,۱۰۰۰t$

شکل (۱۲۳-۶)

حل

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=.....\ v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=.....\ A$$

مدار پیش فاز می‌باشد.

$$\varphi=\theta_v-\theta_I=-۳۷$$

$$Sin\varphi=\frac{|I_c-I_L|}{I_e}\Rightarrow Sin۳۷^\circ=\frac{۳I_L-I_L}{.....}\Rightarrow ۰/۶=\frac{۲I_L}{.....}$$

$$I_L=.....\ A \Rightarrow I_c=۳I_L=۳(.....)=.....\ A$$

$$X_L=\frac{Ve}{I_L}=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۱۰۰۰}=.....\ mH$$

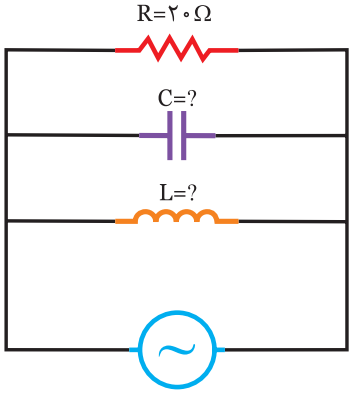
$$X_c=\frac{Ve}{I_c}=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times.....}=.....\ \mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۶-۱۲۴) اگر $I_L=۴I_c$ باشد مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$V_{(t)}=۲۰۰\,Sin۲۵۰t$

$i_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۲۵۰t+\frac{\pi}{۴})$

شکل (۶-۱۲۴)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

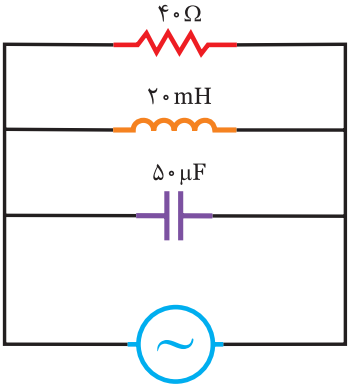
مثال ۲۵

در مدار شکل (۶-۱۲۵) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان



شکل (۶-۱۲۵)

حل

الف)

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۵۰\times۱۰^{-۶}}}=۱۶۰\ Hz$$

ب)

$$Q_\circ=RC\omega_\circ=۴۰\times۵۰\times۱۰^{-۶}\times۲\pi\times۱۶۰=۲$$

$$Bw=\frac{f_r}{Q_\circ}=\frac{۱۶۰}{۲}=۸۰Hz$$

ج)

$$f_L=f_r-\frac{Bw}{۲}=۱۶۰-\frac{۸۰}{۲}=۱۲۰Hz$$

$$f_H=f_r+\frac{Bw}{۲}=۱۶۰+\frac{۸۰}{۲}=۲۰۰Hz$$

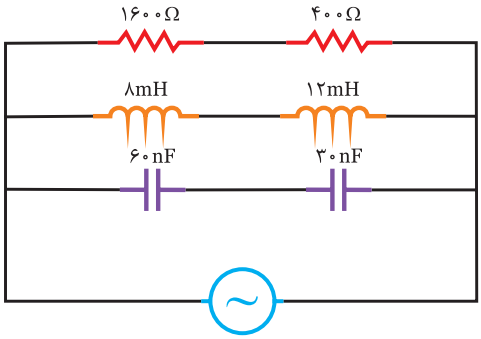
فعالیت ۲۵

در مدار شکل (۱۲۶-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان



شکل (۱۲۶-۶)

حل

الف)

$R_t = R_1 + R_2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots = \ldots\ldots\ \Omega$

$L_t = L_1 + L_2 = 8 + 12 = 20\,mH$

$C_t = \dfrac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{60 \times 30}{\ldots\ldots + \ldots\ldots} = \ldots\ldots\ nF$

$f_r = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_t.C_t}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}} =$

ب)

$Q_0 = 2\pi fRC = 2\pi\ (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)(\ldots\ldots) =$

$Bw = \dfrac{f_r}{Q_0} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ Hz$

ج)

$f_L = f_r - \dfrac{Bw}{2} = \ldots\ldots - \dfrac{\ldots\ldots}{2} = \ldots\ldots\ Hz$

$f_H = f_r + \dfrac{Bw}{2} = \ldots\ldots + \dfrac{\ldots\ldots}{2} = \ldots\ldots\ Hz$

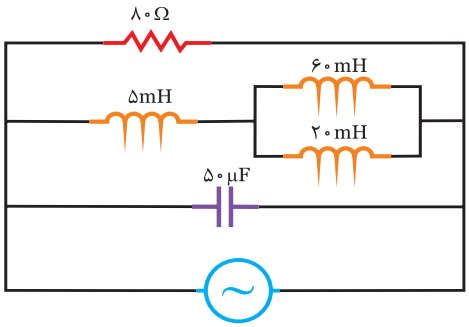
تمرین

در مدار شکل (۱۲۷-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان



شکل (۱۲۷-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

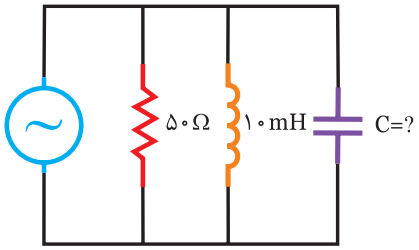
.....

.....

.....

مثال ۲۶

در مدار شکل (۱۲۸-۶) اگر مدار در حالت تشدید قرار گیرد ظرفیت خازن C چقدر است.



ω=۵۰۰ Rad/s

شکل (۱۲۸-۶)

حل

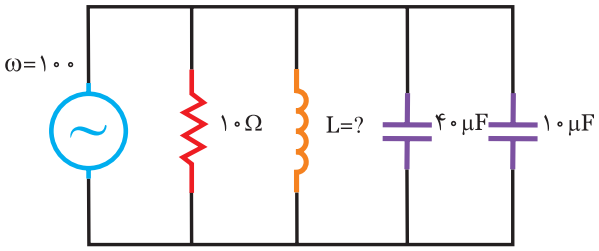
شرط رزنانس مدار $X_L=X_C$ می‌باشد، لذا داریم:

$$X_L=X_c \Rightarrow \omega L=\frac{۱}{\omega c} \Rightarrow C=\frac{۱}{\omega^{۲}.L}$$

$$C=\frac{۱}{(۵۰۰)^{۲}\times ۱۰\times ۱۰^{-۳}}=۴۰۰\mu F$$

فعالیت ۲۶

در مدار شکل (۱۲۹-۶) اگر مدار در حالت تشدید قرار گیرد اندوکتانس L را بدست آورید.



شکل (۱۲۹-۶)

حل

$$C_t=C_۱+C_۲=۴۰+۱۰=۵۰\mu F$$

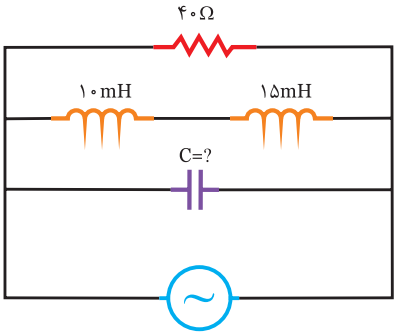
$$X_L=X_c \Rightarrow \omega L=\frac{۱}{\omega c}$$

$$\Rightarrow L=\frac{۱}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\frac{۱}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}$$

L = ... mH

تمرین

در مدار شکل (۱۳۰-۶) اگر مدار در حالت رزنانس باشد ظرفیت خازن چند میکروفاراد است.



ω=۲۵۰ Rad/s

شکل (۱۳۰-۶)

حل

.....

.....

.....

.....

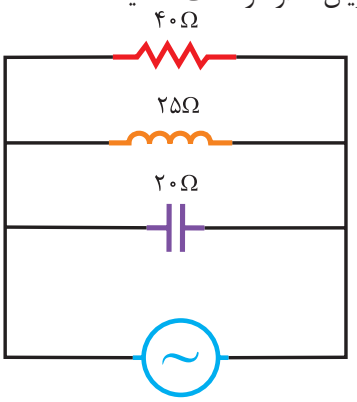
مثال ۲۷

در مدار شکل (۱۳۱-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

شکل (۱۳۱-۶)

حل

الف) ابتدا L و C را بدست آورید.

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۵}{۵۰۰}=۵۰\ mH$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۲۰\times ۵۰۰}=۱۰۰\ \mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۵۰\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰۰\times ۱۰^{-۶}}}=\frac{۱۰۰۰}{۲\pi\sqrt{۵}}$$

$$=۷۱/۲\ Hz$$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_L=X_C$ می‌باشد لذا:

$$Z=R \Rightarrow Z=۴۰\Omega$$

ج)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰V$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۴۰}=۲/۵\ A$$

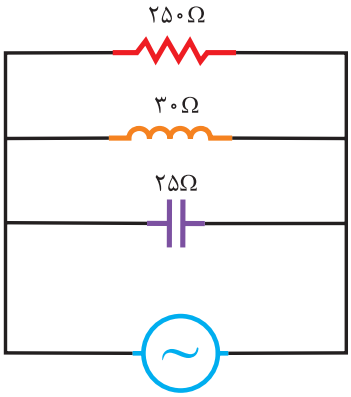
فعالیت ۲۷

در مدار شکل (۱۳۲-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید



$V_{(t)}=۲۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۲۵۰t-۴۵^\circ)$

شکل (۱۳۲-۶)

حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۲۵۰}=.....\ mH$$

$$C=\frac{۱}{Xc.\omega}=\frac{۱}{.....\times ۲۵۰}=.....\ \mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times .....}}=.....\ Hz$$

ب)

$$Z=R \Rightarrow Z=.....\ \Omega$$

ج)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=.....\ v$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....\ A$$

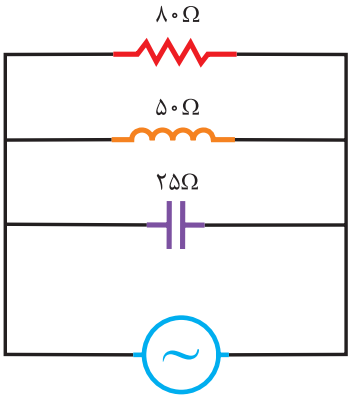
تمرین

در مدار شکل (۱۳۳-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید



$V_{(t)}=۱۶۰\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t+۲۰^\circ)$

شکل (۱۳۳-۶)

.....

.....

.....

.....

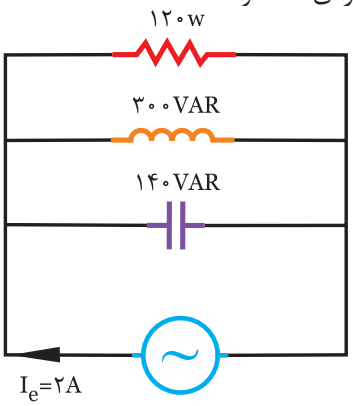
.....

مثال ۲۸

در مدار شکل (۶-۱۳۴) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L، R و C



ω=۵۰۰ Rad/s

شکل (۶-۱۳۴)

حل

الف)

$$P_s=\sqrt{Pe^{۲}+(P_{dL}-P_{dc})^{۲}}=\sqrt{(۱۲۰)^{۲}+(۱۴۰-۳۰۰)^{۲}}$$

$$=۲۰۰\ V.A$$

$$Ps=Ve.Ie \Rightarrow Ve=\frac{Ps}{Ie}=\frac{۲۰۰}{۲}=۱۰۰\ v$$

ب)

$$P_e=\frac{V_e^{۲}}{R} \Rightarrow R=\frac{V_e^{۲}}{P_e}=\frac{(۱۰۰)^{۲}}{۱۲۰}=۸۳/۳\ \Omega$$

$$P_{dL}=\frac{V_e^{۲}}{X_L} \Rightarrow X_L=\frac{V_e^{۲}}{P_{dL}}=\frac{(۱۰۰)^{۲}}{۳۰۰}=۳۳/۳\ \Omega$$

$$X_L=۳۳/۳\ \Omega \Rightarrow L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۳۳/۳}{۵۰۰}=۶۶/۶\ mH$$

$$P_{dc}=\frac{V_e^{۲}}{Xc} \Rightarrow X_c=\frac{V_e^{۲}}{P_{dc}}=\frac{(۱۰۰)^{۲}}{۱۴۰}=۷۱/۴\ \Omega$$

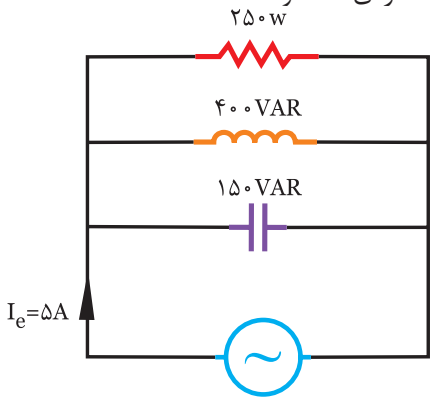
$$Xc=۷۱/۴\ \Omega \Rightarrow C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۵۰۰\times ۷۱/۴}=۲۸\ \mu F$$

فعالیت ۲۸

در مدار شکل (۶-۱۳۵) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L، R و C



ω=۴۰۰ Rad/s

شکل (۶-۱۳۵)

حل

الف)

$$P_s=\sqrt{Pe^{۲}+(P_{dL}-P_{dc})^{۲}}=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....-.....)^{۲}}$$

$$=.....\ V.A$$

$$Ps=Ve.Ie \Rightarrow Ve=\frac{.....}{.....}=\frac{.....}{.....}=.....\ v$$

ب)

$$P_e=\frac{V_e^{۲}}{R} \Rightarrow R=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

$$P_{dL}=\frac{V_e^{۲}}{X_L} \Rightarrow X_L=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۵۰۰}=.....\ mH$$

$$P_{dc}=\frac{V_e^{۲}}{Xc} \Rightarrow Xc=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

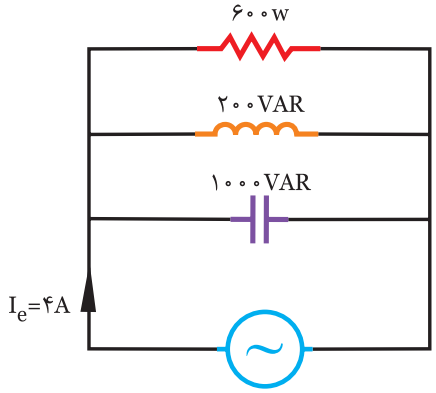
$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{.....\times ۴۰۰}=.....\ \mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۱۳۶-۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی R، L و C



ω=۲۵۰ Rad/s

شکل (۱۳۶-۶)

حل

۱- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، توان مفید..... .

۲- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، ابتدا توان راکتیو ..... و سپس ..... .

۳- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، ابتدا جریان کل مدار ..... و سپس ..... .

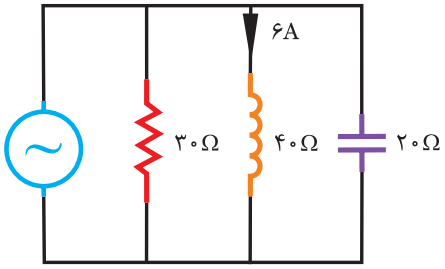
۴- در شکل (۱۳۷-۶) جریان کل چند آمپر است.

۱) ۱۰

۲) ۲۰

۳) ۱۲

۴) ۲۶



شکل (۱۳۷-۶)

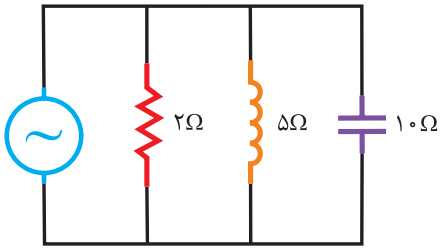
۵- اگر در شکل (۱۳۸-۶)، $I_R = ۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۳۰۰t$ باشد. معادله‌ی جریان خازن کدام است.

۱) $\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۳۰۰t + ۹۰^\circ)$

۲) $۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۳۰۰t + ۹۰^\circ)$

۳) $۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۳۰۰t - ۹۰^\circ)$

۴) $\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۳۰۰t$



شکل (۱۳۸-۶)

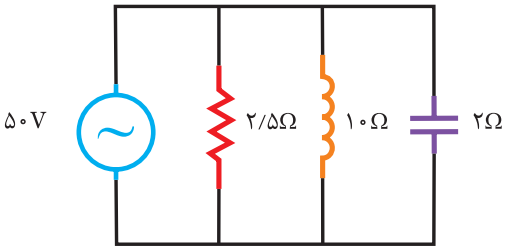
۶- در مدار شکل (۱۳۹-۶) توان ظاهری چند ولت‌آمپر است.

۱) ۲۰۰۰

۲) ۲۵۰۰

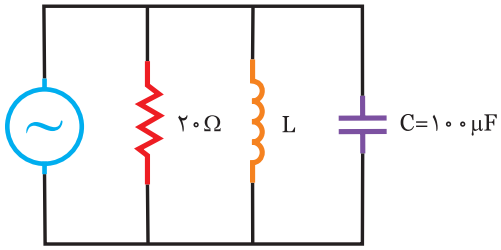
۳) $۱۰۰۰\sqrt{۲}$

۴) $۲۰۰۰\sqrt{۲}$



شکل (۱۳۹-۶)

۷- در مدار شکل (۱۴۰-۶) اندوکتانس مدار چند میلی هانری است.



$V_e = ۲۰۰\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

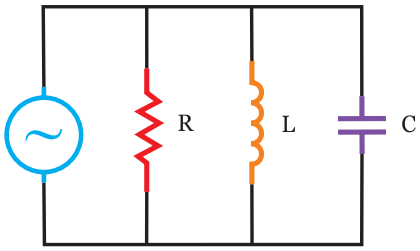
$i_e = ۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - \varphi)$

شکل (۱۴۰-۶)

۸- در شکل (۱۴۱-۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی R، L و C

ب) معادله‌ی جریان هر شاخه



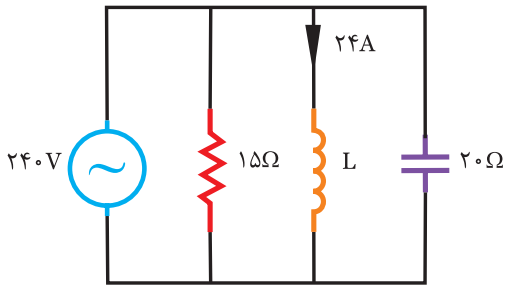
$V_e = ۱۰۰ \sin (۲۵۰۰t - ۳۰^\circ)$

$i_e = ۵ \sin (۲۵۰۰t + ۱۵^\circ)$

$i_C = ۱۰ \sin (۲۵۰۰t + ۶۰^\circ)$

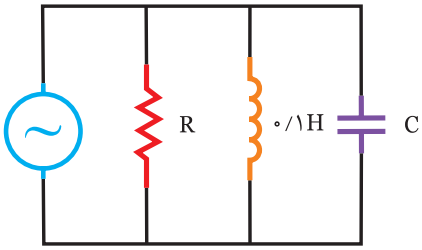
شکل (۱۴۱-۶)

۹- در مدار شکل (۱۴۲-۶) جریان کل را بدست آورید.



شکل (۱۴۲-۶)

۱۰- در مدار شکل (۱۴۳-۶) اگر Pe=Ps باشد، C و R را بدست آورید.



$V_e = ۵۰\sqrt{۲} \sin ۵۰۰t$

$i_e = ۲ \sin (۵۰۰t - ۴۵^\circ)$

شکل (۱۴۳-۶)

۵-۶- مدارهای RLC مختلط:

مدارهای مختلط از چند مدار ساده‌ی RC، RL و RLC در شاخه‌های سری و موازی تشکیل می‌شود که اگر این مدارها ساده شوند به RL یا RC تبدیل می‌شوند با استفاده از دیاگرام برداری و قراردادن ولتاژ به عنوان مبنا و انجام محاسبات در مراحل مختلف مجهولات را بدست می‌آوریم که جهت آشنایی به چند مثال اکتفا می‌کنیم.

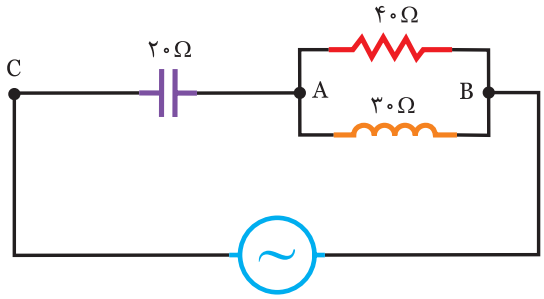
مثال ۲۹

در مدار شکل (۶-۱۴۴) مطلوبست:

الف) جریان کل مدار

ب) ولتاژ کل منبع

ج) امپدانس کل مدار



V_{AB}=۱۲۰V

شکل (۶-۱۴۴)

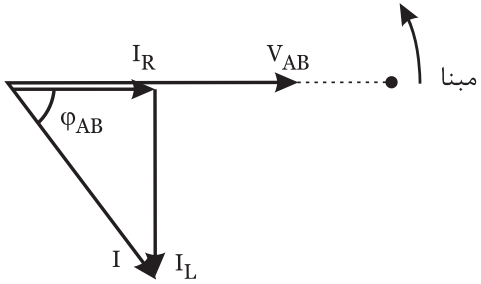
حل

الف) ابتدا باید جریان عبوری از سلف و خازن را بدست آوریم.

$$I_R = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{۱۲۰}{۴۰} = ۳\ A$$

$$I_L = \frac{V_{AB}}{X_L} = \frac{۱۲۰}{۳۰} = ۴\ A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد. که جریان مقاومت هم فاز ولتاژ دو سرش می‌باشد و جریان عبوری از سلف ۹۰ عقب‌تر از ولتاژ دو سرش می‌باشد، لذا داریم:



شکل (۶-۱۴۵)

چون I_L و I_R بر هم عمودند، داریم:

$$I_e = Ic = \sqrt{I_R^{۲} + I_L^{۲}} = \sqrt{۴^{۲} + ۳^{۲}} = ۵\ A$$

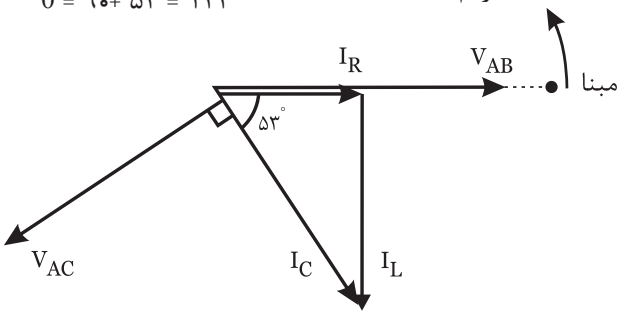
$$Tan\varphi_{AB} = \frac{I_R}{I_L} = \frac{۴}{۳} = ۱/۳۳ \Rightarrow \varphi_{AB} = ۵۳^{\circ}$$

ب)

$$V_{AC} = Ic\ .\ Xc = ۵ \times ۲۰ = ۱۰۰\ v$$

برای بدست آوردن ولتاژ منبع باید V_{AB} و V_{AC} را به صورت برداری جمع کنیم لذا نیاز به رسم دیاگرام برداری است. ولتاژ دو سر خازن از جریان عبوری خازن ۹۰° عقب‌تر است که داریم.

$$\theta = ۹۰ + ۵۳ = ۱۴۳^{\circ}$$



شکل (۶-۱۴۶)

چون زاویه‌ی بین V_{AB} و V_{AC} ، θ درجه می‌باشد به صورت زیر عمل می‌نماییم.

$$V = \sqrt{V_{AB}^{۲} + V_{AC}^{۲} + ۲V_{AB}.\ V_{AC}.\ Cos\theta} =$$

$$\sqrt{۱۲۰^{۲} + ۱۰۰^{۲} + ۲(۱۲۰)(۱۰۰)\ Cos۱۴۳^{\circ}}$$

$$V = ۷۲/۱\ v$$

ج) برای بدست آوردن امپدانس مدار با داشتن ولتاژ و جریان منبع به صورت زیر عمل می‌نماییم.

$$Z = \frac{Ve}{I} = \frac{۷۲/۱}{۵} = ۱۴/۴\ A$$

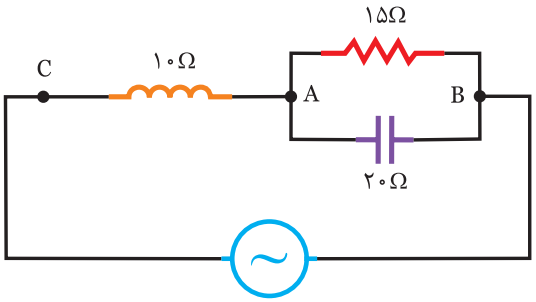
فعالیت ۲۹

در مدار شکل (۶-۱۴۷) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) امپدانس کل



V_{AB}=۶۰V

شکل (۶-۱۴۷)

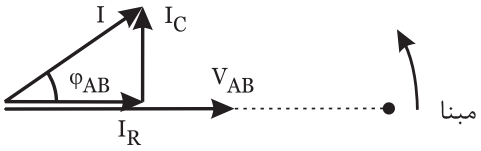
حل

الف)

$$I_R = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{۶۰}{.....} = ... A$$

$$I_C = \frac{V_{AB}}{Xc} = \frac{۶۰}{.....} = ... A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری است که جریان مقاومت هم فاز ولتاژ AB و جریان خازن ۹۰° جلوتر از ولتاژ AB می‌باشد.



شکل (۶-۱۴۸)

چون I_R و I_C بر هم عمودند، داریم:

$$I = I_L = \sqrt{I_R^{۲} + I_c^{۲}} = \sqrt{(.....)^{۲} + (.....)^{۲}} = ... A$$

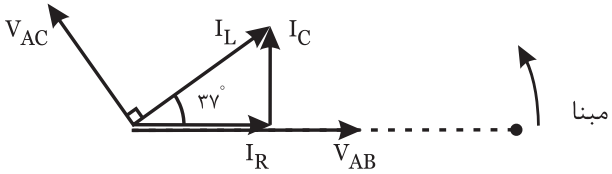
$$\tan \varphi_{AB} = \frac{I_c}{I_R} = \frac{.....}{.....} = ... \Rightarrow \varphi_{AB} = ۳۷^\circ$$

ب)

$$V_{AC} = I_L \cdot X_L = (.....)(۱۰) = ... v$$

برای بدست آوردن ولتاژ منبع باید V_{AB} و V_{AC} را به صورت برداری جمع کنیم لذا نیاز به رسم دیاگرام برداری است. ولتاژ دو سر سلف از جریان عبوری خازن ۹۰° جلوتر است، که داریم:

$$\theta = ۱۲۷^\circ = ۹۰^\circ + ۳۷^\circ$$



شکل (۶-۱۴۹)

چون زاویه‌ی بین V_{AB} و V_{AC} ، ۱۲۷° می‌باشد برآیند آن‌ها به صورت زیر است.

$$V = \sqrt{V_{AB}^{۲} + V_{AC}^{۲} + ۲V_{AB} \cdot V_{AC} \cdot \cos\theta} =$$

$$\sqrt{۶۰^{۲} + (.....)^{۲} + ۲(۶۰)(.....)\cos ۱۲۷^\circ}$$

$$V = ... v$$

ج)

$$Z = \frac{Ve}{I} = \frac{.....}{.....} = ... \Omega$$

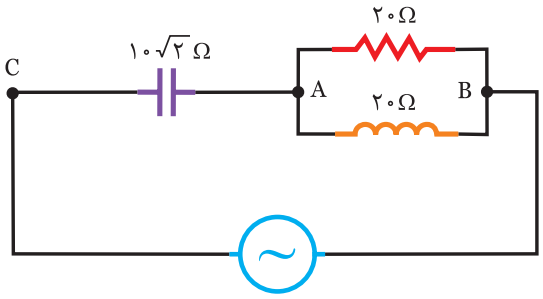
تمرین

در مدار شکل (۶-۱۵۰) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) امپدانس کل مدار



V_{AB}=$۶۰\sqrt{۲}$ V

شکل (۶-۱۵۰)

حل

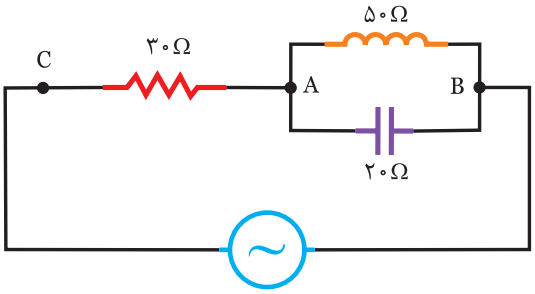
مثال ۳۰

در مدار شکل (۱۵۱-۶) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) رسم مثلث توان‌ها

ج) ضریب توان مدار



V_{AB}=۱۰۰V

شکل (۱۵۱-۶)

حل

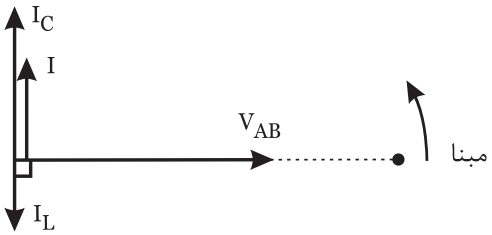
الف) ابتدا جریان سلف و خازن را بدست می‌آوریم.

$$I_L = \frac{V_{AB}}{X_L} = \frac{۱۰۰}{۵۰} = ۲\ A$$

$$I_c = \frac{V_{AB}}{Xc} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵\ A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد. که جریان سلف ۹۰° عقب‌تر از V_{AB} و جریان خازن ۹۰° جلوتر از V_{AB} می‌باشد، لذا داریم:

$$I = I_R = \vec{I_L} + \vec{I_C}$$



شکل (۱۵۲-۶)

$$I = |I_C - I_L| = ۵ - ۲ = ۳\ A$$

ب) ابتدا توان‌ها را بدست می‌آوریم.

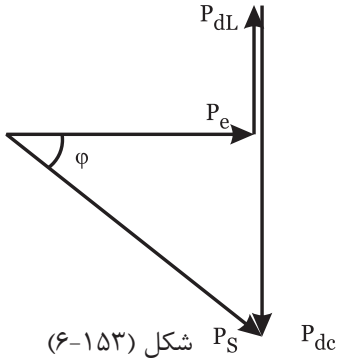
$$Pe = RI_R^۲ = ۳۰(۳)^۲ = ۲۷۰\ w$$

$$P_{dL} = X_L.I_L^۲ = ۵۰(۲)^۲ = ۲۰۰VAR$$

$$P_{dc} = -Xc.I_c^۲ = ۲۰(۵)^۲ = -۵۰۰VAR$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ۲۰۰ - ۵۰۰ = -۳۰۰\ VAR$$

$$P_s = \sqrt{Pe^۲ + Pd^۲} = \sqrt{(۲۷۰)^۲ + (-۳۰۰)^۲} = ۴۰۳/۶\ V.A$$



شکل (۱۵۳-۶)

ج)

$$Cos\varphi = \frac{Pe}{Ps} = \frac{۲۷۰}{۴۰۳/۶} = ۰/۶۶$$

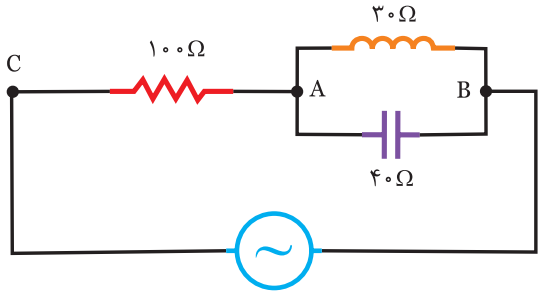
فعالیت ۳۰

در مدار شکل (۶-۱۵۴) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) رسم مثلث توان‌ها

ج) ضریب توان مدار



V_{AB}=۱۲۰v

شکل (۶-۱۵۴)

حل

الف)

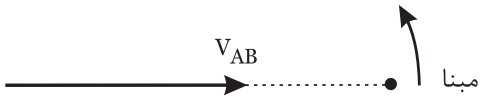
$$I_c = \frac{V_{AB}}{Xc} = \frac{۱۲۰}{.....} = ... A$$

$$I_L = \frac{V_{AB}}{X_L} = \frac{۱۲۰}{.....} = ... A$$

$$I = I_R = \vec{I_L} + \vec{I_C}$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری است.

دیاگرام برداری را کامل کنید.



ب)

$$I = |I_L - I_C| = |..... - .....| = ... A$$

$$Pe = RI_R^{۲} = (۱۰۰)(.....)^{۲} = ... w$$

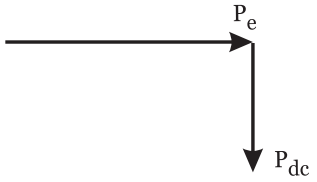
$$P_{dL} = X_L.I_L^{۲} = (۳۰)(.....)^{۲} = ... VAR$$

$$P_{dc} = -Xc.I_c^{۲} = (۴۰)(.....)^{۲} = -.....VAR$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ... - ..... = ...VAR$$

$$P_s = \sqrt{Pe^{۲} + Pd^{۲}} = \sqrt{(.....)^{۲} + (.....)^{۲}} = ...V.A$$

دیاگرام مثلث توان را کامل کنید.



ج)

$$Cos\varphi = \frac{Pe}{Ps} = \frac{.....}{.....} = ...$$

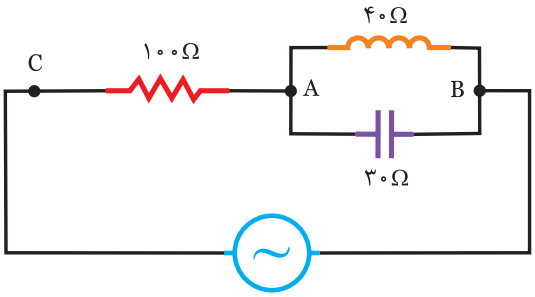
تمرین

در مدار شکل (۶-۱۵۵) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) رسم مثلث توان‌ها

ج) ضریب توان مدار



V_{AB}=۶۰V

شکل (۶-۱۵۵)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

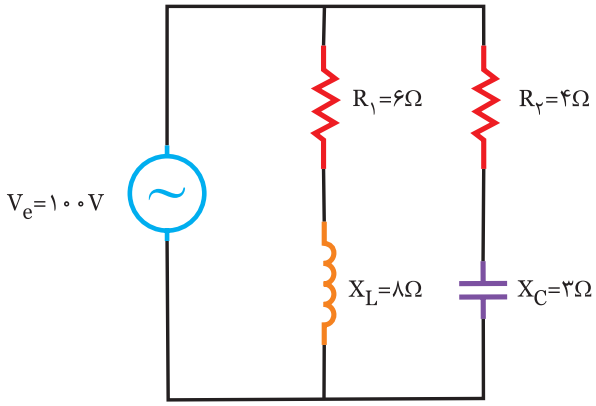
مثال ۳۱

در مدار شکل (۶-۱۵۶) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب)جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار



شکل (۶-۱۵۶)

حل

الف) برای بدست آوردن جریان، باید امپدانس هر شاخه را بدست آورید.

$$Z_1=\sqrt{R_1^2+X_L^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10\Omega$$

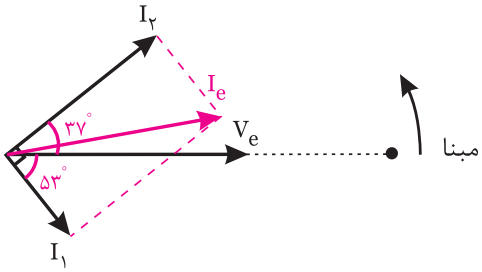
$$I_1=\frac{Ve}{Z_1}=\frac{100}{10}=10\ A$$

$$Z_2=\sqrt{R_2^2+X_c^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5\Omega$$

$$I_2=\frac{Ve}{Z_2}=\frac{100}{5}=20\ A$$

ب) برای بدست آوردن جریان منبع باید دیاگرام برداری رسم کرد.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژ منبع را رسم کنید.



شکل (۶-۱۵۷)

- جریان شاخه‌ی اول φ_1 درجه عقب‌تر از ولتاژ می‌باشد چون خاصیت سلفی دارد.

$$\cos\varphi_1=\frac{R_1}{Z_1}=\frac{6}{10}=0/6 \Rightarrow \varphi_1=53^\circ$$

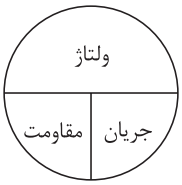
- جریان شاخه‌ی دوم φ_2 درجه جلوتر از ولتاژ می‌باشد چون خاصیت خازنی دارد.

$$\cos\varphi_2=\frac{R_2}{Z_2}=\frac{4}{5}=0/8 \Rightarrow \varphi_2=37^\circ$$

- با توجه به دیاگرام برداری I_1 و I_2 بر هم عمودند، لذا داریم:

$$Ie=\sqrt{I_1^2+I_2^2}=\sqrt{10^2+20^2}=\sqrt{500}=22/36\ A$$

ج)



$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{100}{22/36}=4/74\ \Omega$$

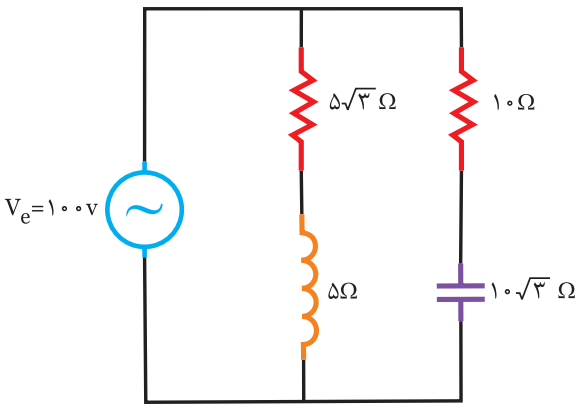
فعالیت ۳۱

در مدار شکل (۶-۱۳۲) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب)جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار



شکل (۶-۱۵۸)

حل

الف)

$$Z_1=\sqrt{R_1^2+X_L^2}=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}=.....\Omega$$

$$I_1=\frac{Ve}{Z_1}=\frac{100}{.....}=.....\ A$$

$$Z_2=\sqrt{R_2^2+X_c^2}=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}=.....\Omega$$

$$I_2=\frac{Ve}{Z_2}=\frac{100}{.....}=.....\ A$$

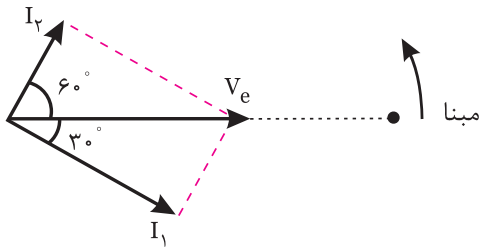
ب) باید دیاگرام برداری رسم شود.

- جریان شاخه‌ی اول φ_1 درجه عقب‌تر از ولتاژ منبع می‌باشد.

$$Cos\varphi_1=\frac{R_1}{Z_1}=\frac{5\sqrt{3}}{.....}=.....\Rightarrow \varphi_1=30^\circ$$

- جریان شاخه‌ی دوم φ_2 درجه جلوتر از ولتاژ منبع می‌باشد.

$$Cos\varphi_2=\frac{R_2}{Z_2}=\frac{10}{.....}=.....\Rightarrow \varphi_2=60^\circ$$



شکل (۶-۱۵۹)

چون I_1 و I_2 بر هم عمودند، لذا داریم:

$$Ie=\sqrt{I_1^2+I_2^2}$$

$$Ie=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}=.....A$$

ج)

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{100}{.....}=.....\ \Omega$$

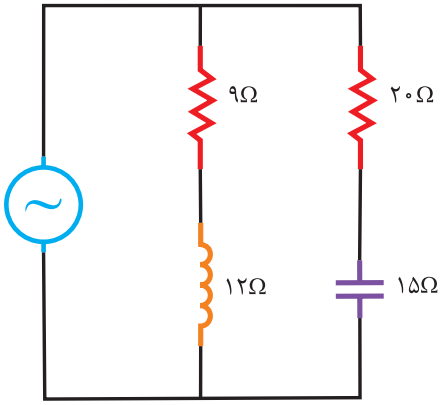
تمرین

در مدار شکل (۶-۱۶۰) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب)جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار



V_e=۱۲۰V

شکل (۶-۱۶۰)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

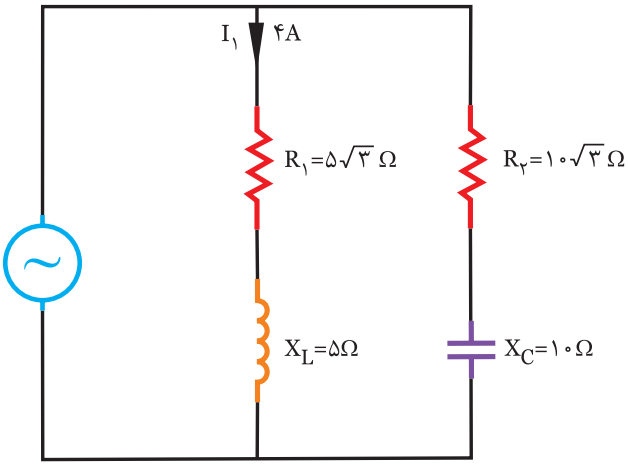
.....

مثال ۳۲

در مدار شکل (۶-۱۶۱) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_v = ۰$)



شکل (۶-۱۶۱)

حل

الف) برای بدست آوردن ولتاژ منبع امپدانس شاخه‌ی اول را بدست آورید.

$$Z_۱ = \sqrt{R_۱^۲ + X_L^۲} = \sqrt{(۵\sqrt{۳})^۲ + (۵)^۲} = ۱۰\Omega$$

$$Ve = I_۱ . Z_۱ = ۴ \times ۱۰ = ۴۰\ v$$

ب) ابتدا جریان شاخه‌ی دوم را با بدست آوردن امپدانس بدست می‌آوریم.

$$Z_۲ = \sqrt{R_۲^۲ + X_c^۲} = \sqrt{(۱۰\sqrt{۳})^۲ + (۱۰)^۲} = ۲۰\Omega$$

$$I_۲ = \frac{Ve}{Z_۲} = \frac{۴۰}{۲۰} = ۲\ A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به ترسیم دیاگرام برداری می‌باشد.

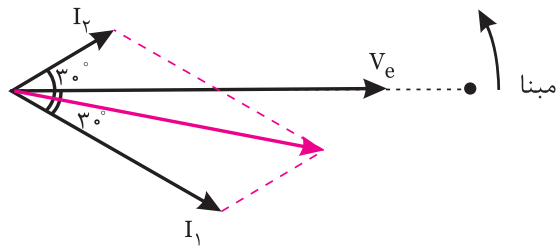
- ابتدا مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $I_۱$ را رسم کنید.
- ولتاژ منبع $\varphi_۱$ درجه از جریان $I_۱$ جلوتر است چون شاخه‌ی اول سلفی است.

$$Cos\varphi_۱ = \frac{R_۱}{Z_۱} = \frac{۵\sqrt{۳}}{۱۰} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \varphi_۱ = ۳۰^\circ$$

- جریان $I_۲$، $\varphi_۲$ درجه از ولتاژ منبع جلوتر است چون شاخه‌ی دوم خازنی است.

$$Cos\varphi_۲ = \frac{R_۲}{Z_۲} = \frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲۰} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \varphi_۲ = ۳۰^\circ$$

- با توجه به موقعیت $I_۱$ و $I_۲$، بردار جریان منبع را رسم می‌نماییم.



شکل (۶-۱۶۲)

چون $I_۱$ و $I_۲$ دارای ۶۰° اختلاف فاز می‌باشد برآیند آن‌ها می‌شود.

$$I_e = \sqrt{I_۱^۲ + I_۲^۲ + ۲I_۱I_۲ . Cos۶۰} =$$

$$\sqrt{۴^۲ + ۲^۲ + ۲(۲)(۴)(\frac{۱}{۲})}$$

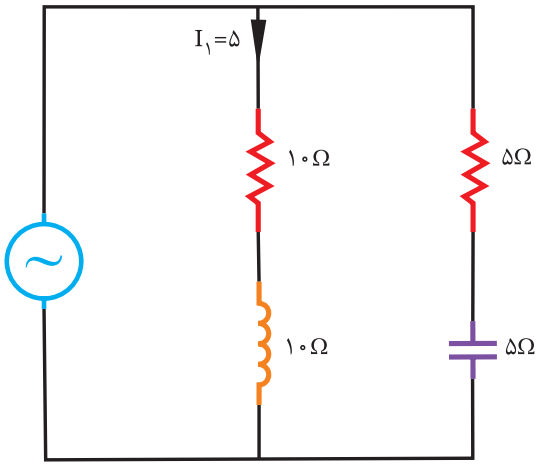
$$I_e = \sqrt{۱۶ + ۴ + ۸} = ۵/۲۹\ A$$

فعالیت ۳۲

در مدار شکل (۶-۱۶۳) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_{I_۱} = ۰$)



شکل (۶-۱۶۳)

حل

الف)

$$Z_1=\sqrt{R_1^2+X_L^2}=\sqrt{(10)^2+(.....)^2}=.....\Omega$$

$$Ve = Z_1 \cdot I_1 = (.....) + (5) = ... v$$

ب)

$$Z_2=\sqrt{R_2^2+X_c^2}=\sqrt{(5)^2+(.....)^2}=.....\Omega$$

$$I_2=\frac{Ve}{Z_2}=\frac{.....}{.....}=..... A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به ترسیم دیاگرام برداری می‌باشد.

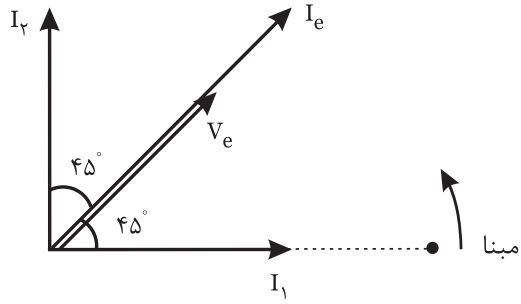
- چون شاخه‌ی I_1 پس فاز است لذا ولتاژ منبع (ولتاژ شاخه‌ی اول) φ درجه جلوتر از I_1 می‌باشد.

$$Cos\varphi_1=\frac{R_1}{Z_1}=\frac{10}{.....}=..... \Rightarrow \varphi_1=45^\circ$$

- چون شاخه‌ی I_2 پیش فاز است لذا جریان I_2، φ_2 درجه از ولتاژ منبع (ولتاژ شاخه‌ی دوم) جلوتر است.

$$Cos\varphi_2=\frac{R_2}{Z_2}=\frac{5}{.....}=..... \Rightarrow \varphi_2=45^\circ$$

- با موقعیت I_1 و I_2 ، جریان منبع بدست می‌آید.



شکل (۶-۱۶۴)

از آنجائیکه I_1 و I_2 برهم عمودند، برآیند آن‌ها به صورت زیر می‌باشد.

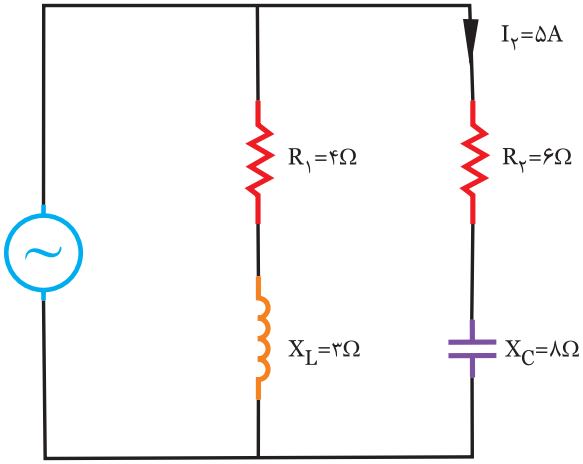
$$Ie=\sqrt{I_1^2+I_2^2}=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}=..... A$$

تمرین

در مدار شکل (۶-۱۶۵) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_{I_2}=0$)



شکل (۶-۱۶۵)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

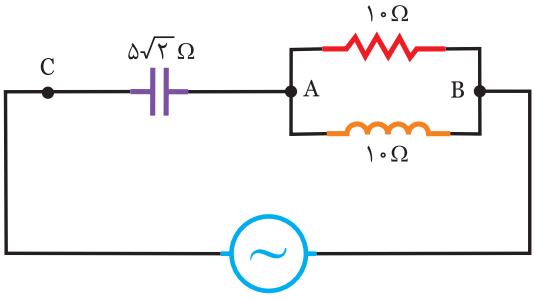
.....

۱- در مدار شکل (۶-۱۶۶) مطلوبست:

الف) جریان کل مدار

ب) ولتاژ کل منبع

ج) امپدانس کل مدار



V_{AB}=۱۰۰v

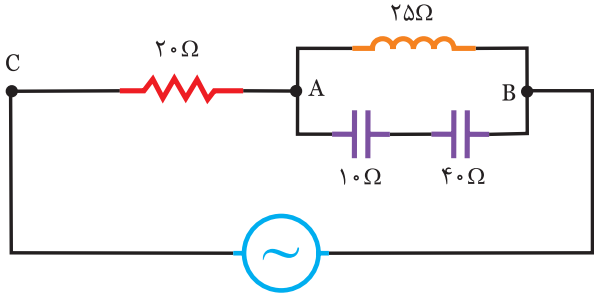
شکل (۶-۱۶۶)

۲- در مدار شکل (۶-۱۶۷) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) در فضای مجازی توسط مولتی‌سیم بررسی کنید.



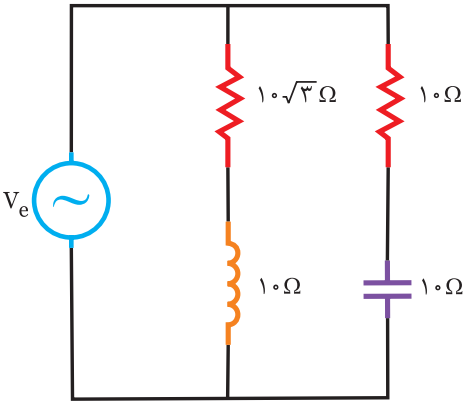
V_{AB}=۲۰۰V

شکل (۶-۱۶۷)

۳- در مدار شکل (۶-۱۶۸) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) امپدانس کل مدار



V_e=۱۰۰V

شکل (۶-۱۶۸)

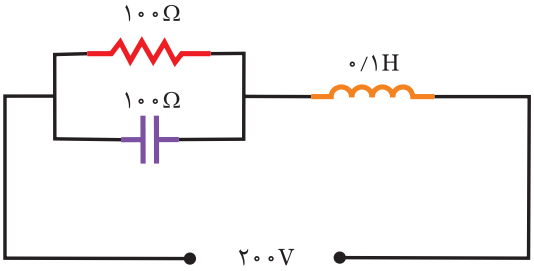
۴- فرکانس زاویه‌ای تشدید (ω_r) در شکل (۶-۱۶۹) چند رادیان بر ثانیه است.

۱) ۱۰۰۰

۲) ۲۵۰

۳) ۲۰۰۰

۴) ۵۰۰



شکل (۶-۱۶۹)

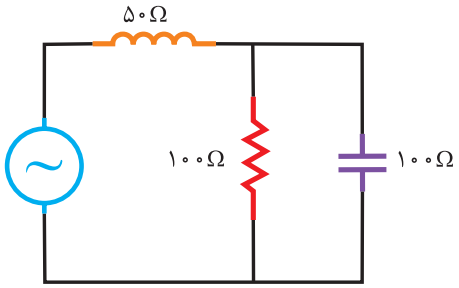
۵- ضریب توان مدار در شکل (۶-۱۷۰) کدام است.

۱) ۰/۵

۲) ۰/۸

۳) ۰/۷

۴) ۱



شکل (۶-۱۷۰)

۶- در مدار RLC سری در حالت تشدید قرار دارد اگر R دو برابر و L نیز دو برابر شود، پهنای باند ..... می‌شود.

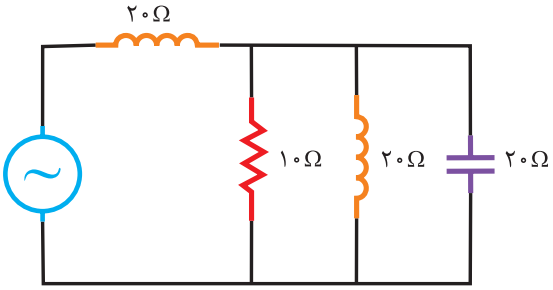
۱) بی‌نهایت

۲) نصف

۳) دو برابر

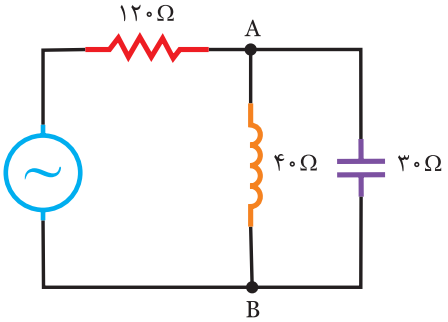
۴) تغییر نمی‌کند.

۷- در شکل (۶-۱۷۱) اگر ولتاژ کل ۵۰ ولت باشد جریان کل را بدست آورید.

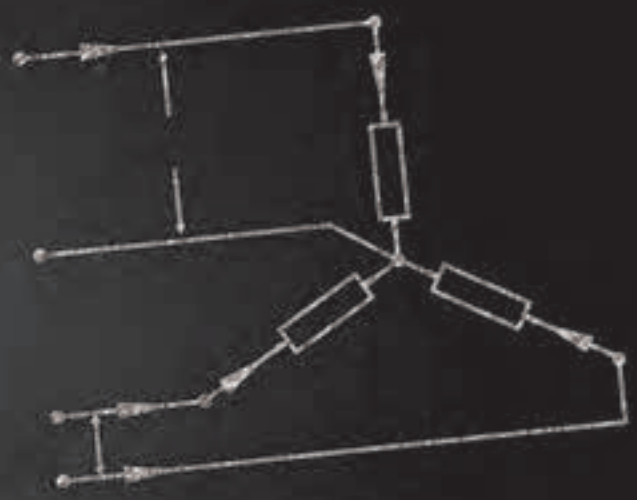


شکل (۶-۱۷۱)

۸- در مدار شکل (۶-۱۷۲) اگر V_{AB}= ۶۰V باشد، ولتاژ کل را بدست آورید.



شکل (۶-۱۷۲)



فصل هفتم

مدار جریان های سه فاز

خلاصه درس

۱-۷- مدارهای سه فاز:

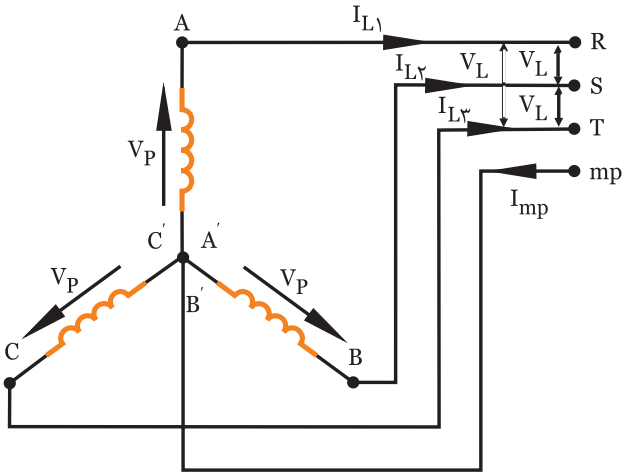
ساختمان ساده‌ی مولدهای سه فاز موجب شده است که انرژی الکتریکی در شکل سه فاز راحت‌تر و ارزان‌تر تولید شود. علاوه بر آن مزایای دیگری نیز برای برق سه فاز می توان برشمرد :

۱- توان الکتریکی در مصرف کننده‌های سه فاز متصل به شبکه هیچ وقت صفر نمی‌شود.
۲- ضربان موج یکسو شده سه‌فاز نسبت به یک فاز بسیار کمتر می‌باشد.
۳- در مصرف کننده‌های موتوری سه فاز حوزه‌ی دوار مغناطیسی ایجاد می‌کند لذا این مصرف کننده‌ها نیاز به راه انداز موتوری، مانند الکتروموتورهای یک فاز ندارند.

تولید جریان متناوب سه فاز:

سه سیم پیچ AA'، BB' و CC' با اختلاف فاز ۱۲۰° نسبت به یکدیگر قرار دارند که این سه سیم پیچ را می‌توان به دو صورت به یکدیگر وصل کرد.

الف) به صورت ستاره:



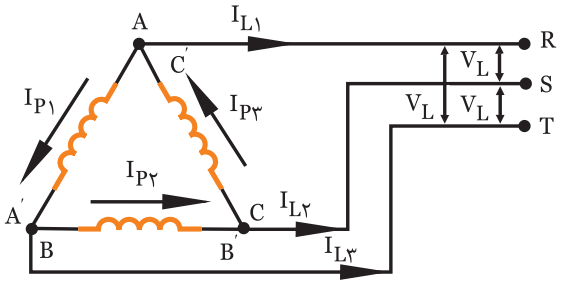
شکل (۱-۷)

$V_{AA'} = Vp$

$V_{BB'} = Vp$

$V_{CC'} = V_P$

ب) به صورت مثلث:



شکل (۲-۷)

$V_{AA'} = V_L$

$V_{BB'} = V_L$

$V_{CC'} = V_L$

چند تعریف مهم:

- ولتاژ فازی: ولتاژ دو سر هر یک از سیم پیچ‌ها را گویند. V_P

- جریان فازی: جریان عبوری از داخل هر یک از سیم پیچ‌ها را گویند. I_P

- ولتاژ خطی: ولتاژ بین دو خط (RS یا ST یا TR) را گویند. V_L

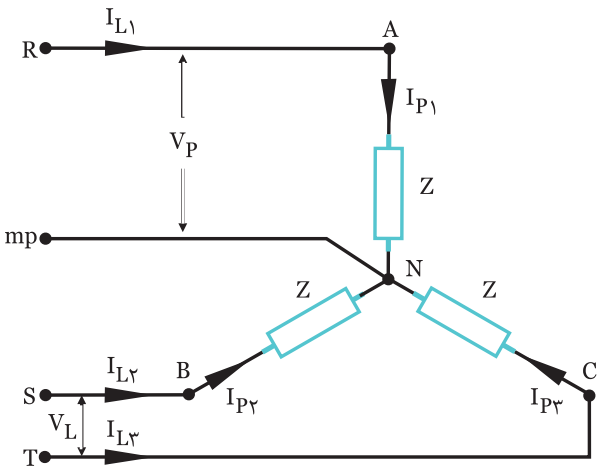
- جریان خطی: جریان عبوری از خطوط انتقال را گویند. I_L

بارهای متعادل و نامتعادل:

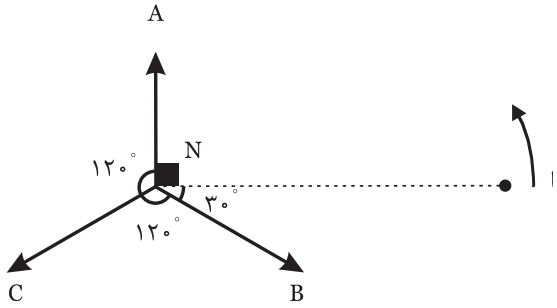
اگر سه مصرف کننده تمام مشخصاتشان از قبیل دامنه، زاویه فاز، پیش فاز و پس فاز بودن با هم یکی باشند بارها متعادلند و در غیر این صورت بارها نامتعادل هستند.

۲-۷- اتصال ستاره

در اتصال ستاره برای بدست آوردن مجهولات مسأله اگر نیاز به دیاگرام برداری باشد باید دیاگرام برداری ولتاژ فازها را به صورت زیر رسم کنیم و سپس خواسته‌های مسأله را روی آن دنبال کنیم. (شکل ۳-۷)



شکل (۳-۷)



شکل (۴-۷)

در اتصال ستاره همیشه داریم: $V_L = \sqrt{۳}\, V_P$

$I_L = I_P$

مصرف کننده‌ها در وضعیت ستاره دو حالت دارند:

الف) ستاره با بارهای متعادل:

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم می‌باشد یکی از مصرف کننده‌ها را بدست آورده و سه برابر می‌نماییم.

توان اکتیو کل مدار $P_e = ۳V_P.I_P.\cos\varphi$

توان راکتیو کل مدار $P_d = \pm ۳V_P.I_P.\sin\varphi$

توان ظاهری کل مدار $P_s = ۳V_P.I_P$

جریان سیم نول $I_N = ۰$

ب) ستاره با بارهای نامتعادل:

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم نمی‌باشند لذا توان هر سه مصرف کننده را با هم جمع می‌نماییم.

$$P_e = V_{P۱}.I_{P۱}.\cos\varphi_۱ + V_{P۲}.I_{P۲}.\cos\varphi_۲ + V_{P۳}.I_{P۳}.\cos\varphi_۳$$

$$P_d = \pm V_{P۱}.I_{P۱}.\sin\varphi_۱ \pm V_{P۲}.I_{P۲}.\sin\varphi_۲ \pm V_{P۳}.I_{P۳}.\sin\varphi_۳$$

$$P_S = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}}$$

به خاطر داشته باشید

۱- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل یک فاز قطع شود توان مصرفی $\frac{۲}{۳}$ توان نامی می‌شود.

۲- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل یک فاز و سیم نول قطع شود توان مصرفی $\frac{۱}{۲}$ توان نامی می‌شود.

۳- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل سیم نول قطع شود توان مصرفی تغییر نمی‌کند.

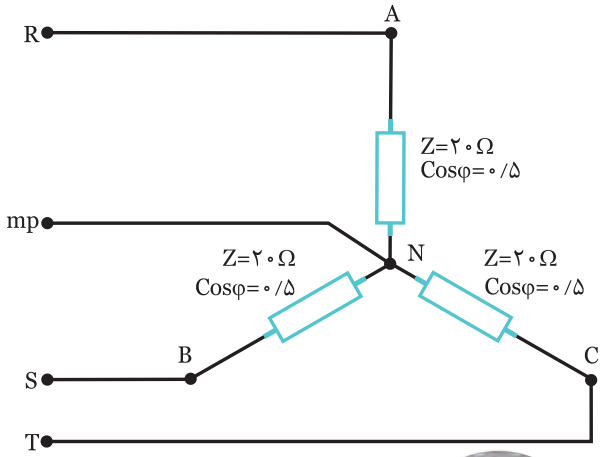
مثال ۱

در مدار شکل (۵-۷) اگر V_L=۳۸۰ ولت باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های موثر و غیر موثر و ظاهری



شکل (۵-۷)

حل

الف) از آنجائیکه بارها متعادل هستند جریان‌های فازی و خطی هر سه مصرف کننده برابر می‌باشد.

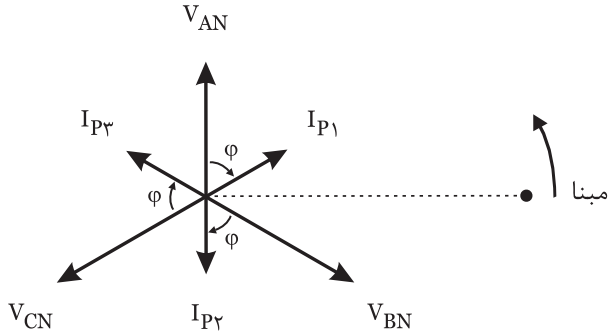
$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۳۸۰}{\sqrt{۳}} = ۲۲۰v$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{۲۲۰}{۲۰} = ۱۱A \Rightarrow I_L = I_P = ۱۱A$$

ب) برای رسم دیاگرام برداری به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌نماییم
- ولتاژ فازها را که استاندارد و با یکدیگر ۱۲۰° اختلاف فاز دارد، ترسیم می‌نماییم.

- چون مصرف کننده‌ها پس فاز هستند جریان هر فاز φ درجه عقب‌تر از ولتاژ فاز مورد نظر ترسیم می‌نماییم.



شکل (۶-۷)

ج)

$P_e = ۳V_P.I_P.Cos\varphi = ۳(۲۲۰)(۱۱)(۰/۵) = ۳۶۳۰\ w$

$Sin\varphi = \sqrt{۱-Cos\varphi^۲} = \sqrt{۱-(۰/۵)^۲} = ۰/۸۶$

$P_d = ۳Vp.Ip.Sin\varphi = ۳(۲۲۰)(۱۱)(۰/۸۶) = ۶۲۴۳\ VAR$

$Ps = ۳Vp.Ip = ۳(۲۲۰)(۱۱) = ۷۲۶۰ V.A$

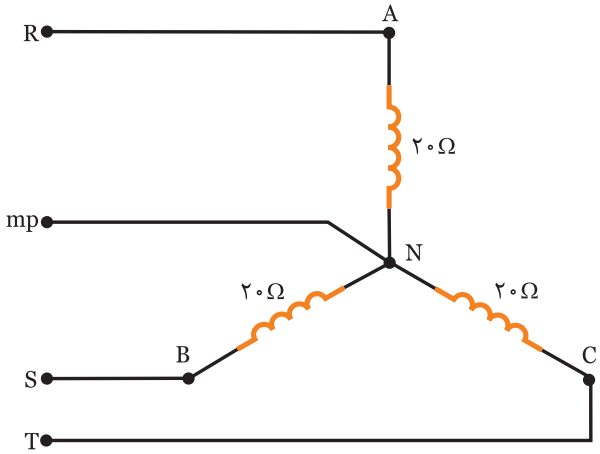
فعالیت ۱

در مدار شکل (۷-۷) اگر $V_L = ۳۸۰V$ باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های اکتیو- راکتیو و ظاهری



شکل (۷-۷)

حل

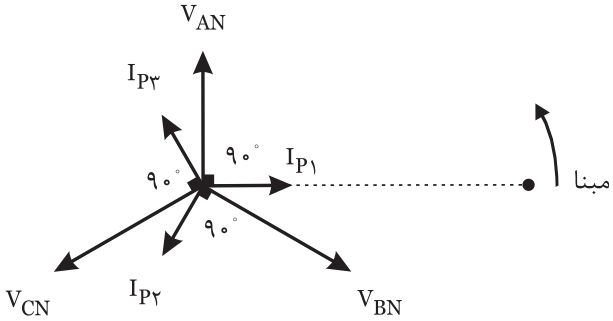
الف)

$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۳۸۰}{.....} = ...\ v$

$I_L = I_P = \frac{V_P}{z} = \frac{.....}{۲۰} = ...\ A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- ولتاژ فازها را رسم می‌نماییم.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ها سلفی می‌باشد جریان هر فاز ۹۰ عقب‌تر از ولتاژ فازی است.



شکل (۸-۷)

ج) در مصرف کننده‌ی سلفی خالص داریم.

$Cos\varphi = Cos۹۰^\circ = ۰\ ,\quad Sin۹۰^\circ = ۱$

$P_e = ۳V_P.I_P.Cos\varphi = ۳(.....)(.....)(.....) = ...\ w$

$P_d = ۳V_P.I_P.Sin\varphi = ۳(.....)(.....)(.....) = ...VAR$

$P_s = ۳V_P.I_P = ۳(.....)(.....) = ...\ V.A$

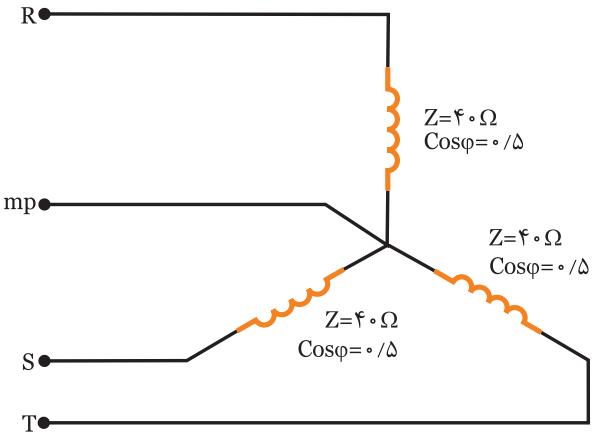
تمرین

در مدار شکل (۹-۷) اگر $V_L = ۳۸۰V$ باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار



شکل (۹-۷)

حل

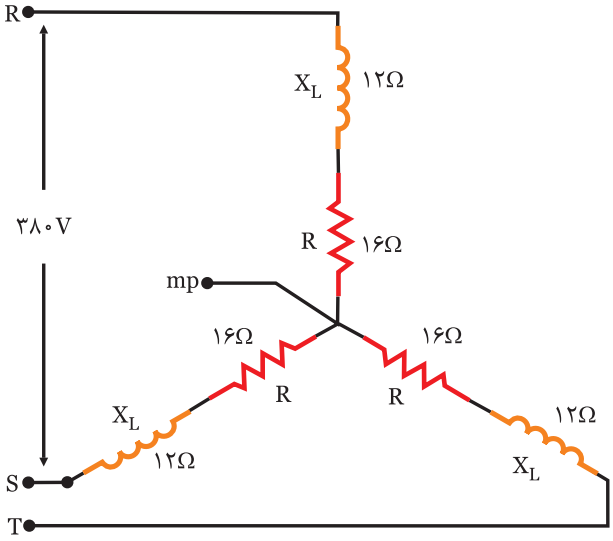
مثال ۲

در مدار شکل (۱۰-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول



شکل (۱۰-۷)

حل

الف) ولتاژ بین دو خط داده شده است به همین دلیل ولتاژ فاز به صورت زیر بدست می‌آید.

$$Vp=\frac{V_L}{\sqrt{۳}}=\frac{۳۸۰}{\sqrt{۳}}=۲۲۰\ v$$

از آنجائیکه بارها متعادلند داریم:

$$I_L=I_P=\frac{V_P}{z}=\frac{۲۲۰}{۲۰}=۱۱\ A$$

و در هر شاخه:

$$Z=\sqrt{R^۲+X_L^{\ ۲}}=\sqrt{۱۶^۲+۱۲^۲}=۲۰\Omega$$

ب)

$$Cos\varphi=\frac{R}{z}=\frac{۱۶}{۲۰}=۰/۸$$

$$P_e=۳V_P.I_P.Cos\varphi=۳(۲۲۰)(۱۱)(۰/۸)=۵۸۰۸W$$

پس فاز

$$\sin\varphi = \frac{X_L}{Z} = \frac{۱۲}{۲۰} = ۰/۶$$

$$P_d = ۳V_P.I_P.\sin\varphi = ۳(۲۲۰)(۱۱)(۰/۶) = ۴۳۵۶\ VAR$$

$$P_s = \sqrt{P_e^{۲} + P_s^{۲}} = \sqrt{(۵۸۰۸)^{۲}+(۴۳۵۶)^{۲}} = ۷۲۶۰\ V.A$$

ج) از آنجائیکه بارها متعادلند لذا جریان سیم نول صفر است.

$I_N = ۰$

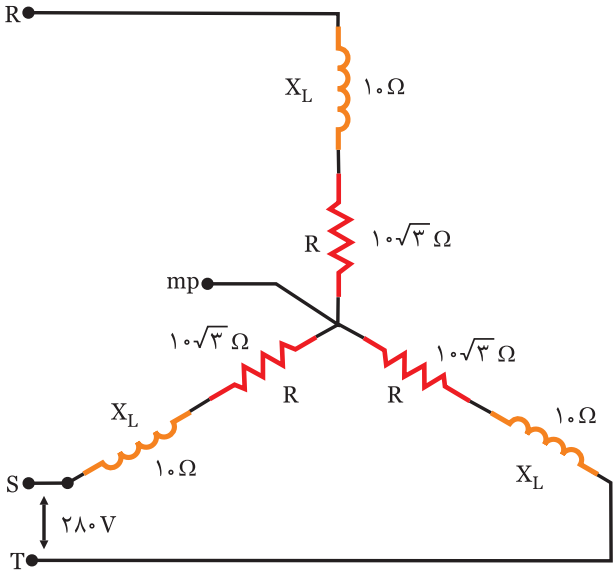
فعالیت ۲

در مدار شکل (۱۱-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول



شکل (۱۱-۷)

حل

الف)

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۲۸۰}{\sqrt{۳}} = \ldots\ v$$

$$Z = \sqrt{R^{۲} + X_L^{۲}} = \sqrt{(۱۰\sqrt{۳})^{۲}+(\ldots)^{۲}} = \ldots\ \Omega$$

$$I_L = I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots\ A$$

ب)

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{۱۰\sqrt{۳}}{\ldots} = \ldots$$

$$P_e = ۳V_P.I_P.\cos\varphi = ۳(\ldots)(\ldots)(\ldots) = \ldots\ w$$

$$\sin\varphi = \frac{X_L}{Z} = \frac{۱۰}{\ldots} = \ldots$$

$$P_d = ۳V_P.I_P.\sin\varphi = ۳(\ldots)(\ldots)(\ldots) = \ldots\ VAR$$

$$P_s = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(\ldots)^{۲}+(\ldots)^{۲}} = \ldots\ V.A$$

ج) $I_N = \ldots\ A$

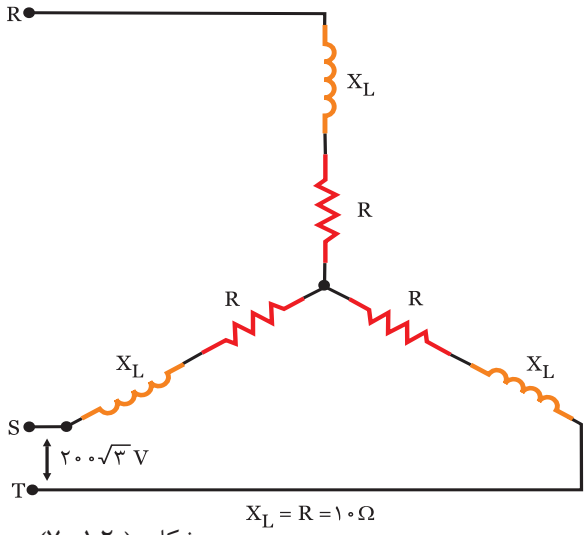
تمرین

در مدار شکل (۱۲-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول



شکل (۱۲-۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

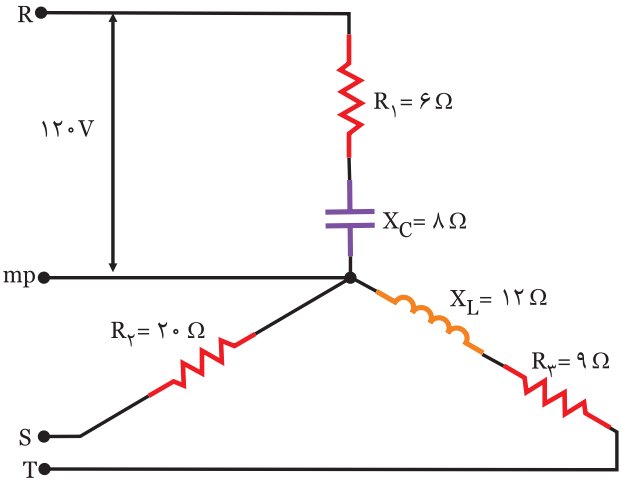
.....

مثال ۳

در مدار شکل (۱۳-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



شکل (۱۳-۷)

حل

الف) از آنجائیکه ولتاژ خط و نول داده شده است لذا ولتاژ فازی می‌باشد. $V_P = ۱۲۰v$

در مصرف کننده‌های ستاره همیشه $I_P = I_L$ برابر می‌باشد.

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{۶^2 + ۸^2} = ۱۰\Omega$$

$$I_{P1} = I_{L1} = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{۱۲۰}{۱۰} = ۱۲\ A$$

$$Z_2 = R_2 = ۱۰\Omega$$

$$I_{P2} = I_{L2} = \frac{V_P}{Z_2} = \frac{۱۲۰}{۲۰} = ۶\ A$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_L^2} = \sqrt{۱۲^2 + ۹^2} = ۱۵\Omega$$

$$I_{P3} = I_{L3} = \frac{V_P}{Z_3} = \frac{۱۲۰}{۲۰} = ۸\ A$$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را بدست می‌آوریم.

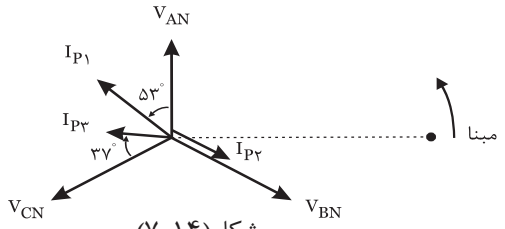
- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژ فازها را که همواره ۱۲۰ درجه اختلاف فاز دارند، رسم نمایید.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی Z_1 خازنی بوده لذا I_{P1}، φ_1 درجه جلوتر از ولتاژ فاز R می‌باشد.

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{۶}{۱۰} = ۰/۶\ A \Rightarrow \varphi_1 = ۵۳^\circ$$

- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی Z_2 اهمی می‌باشد لذا I_{P2}، هم فاز ولتاژ فاز s می‌باشد.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی Z_3 سلفی بوده لذا I_{P3}، φ_3 درجه عقب‌تر از ولتاژ فاز T می‌باشد.

$$\cos\varphi_3 = \frac{R_3}{Z_3} = \frac{۱۲}{۱۵} = ۰/۸\ A \Rightarrow \varphi_3 = ۳۷^\circ$$

- با توجه به موقعیت جریان‌ها دیاگرام به صورت زیر است.



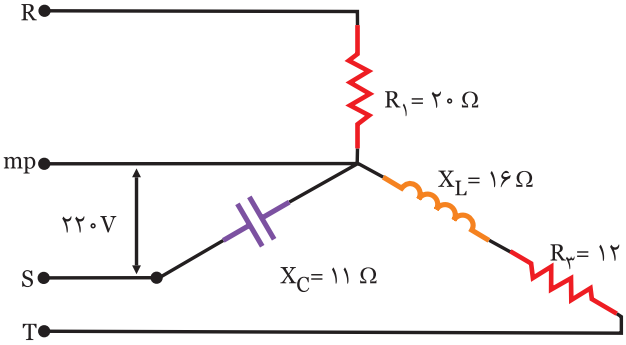
شکل(۱۴-۷)

فعالیت ۳

در مدار شکل (۱۵-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



شکل (۱۵-۷)

حل

الف)

$Z_۱ = R_۱ = ... \Omega$

$I_{P۱} = I_{L۱} = \frac{V_P}{Z_۱} = \frac{۲۲۰}{.....} = ...A$

$Z_۲ = X_c = ... \Omega$

$I_{L۲} = I_{P۲} = \frac{V_P}{Z_۲} = \frac{۲۲۰}{.....} = ... A$

$Z_۳ = \sqrt{R_۳^۲ + X_L^۲} = \sqrt{۱۲^۲ + ۱۶^۲} = ... \Omega$

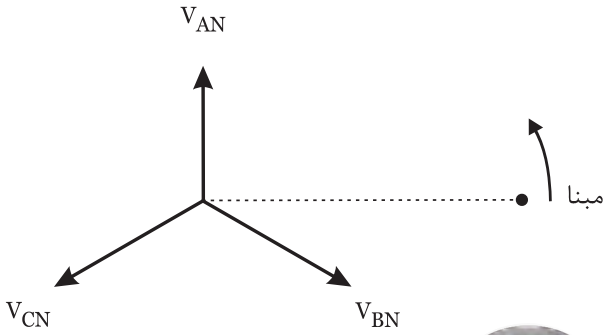
$I_{L۳} = I_{P۳} = \frac{V_P}{Z_۳} = \frac{۲۲۰}{.....} = ... A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام دهید.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژ فازها را ترسیم کنید.
- $Z_۱$ اهمی می‌باشد لذا جریان $I_{P۱}$ هم فاز فاز R (V_{AN}) است.
- $Z_۲$ خازنی می‌باشد لذا جریان $I_{P۲}$، ۹۰ جلوتر از فاز s (V_{BN}) است.
- $Z_۳$ خاصیت سلفی دارد لذا $I_{P۳}$، $\varphi_۳$ درجه عقب‌تر از فاز T است.

$Cos\varphi_۳ = \frac{R_۳}{Z_۳} = \frac{۱۲}{.....} = ... A \Rightarrow \varphi_۳ = ۵۳^\circ$

- با توجه به موقعیت جریان‌ها دیاگرام برداری را کامل کنید.



شکل (۷-۱۶)

تمرین

در مدار شکل (۷-۱۷) مطلوبست:

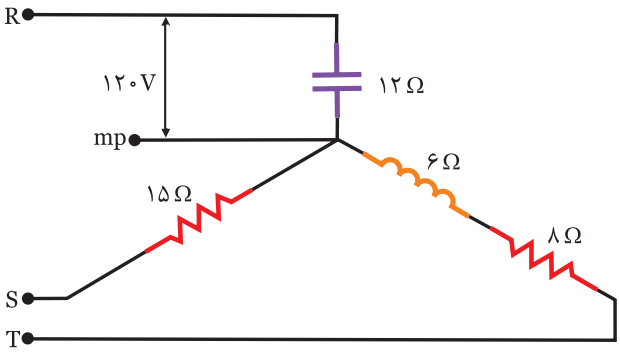
الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام ولتاژها و جریان‌ها

.....

.....

.....



شکل (۷-۱۷)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

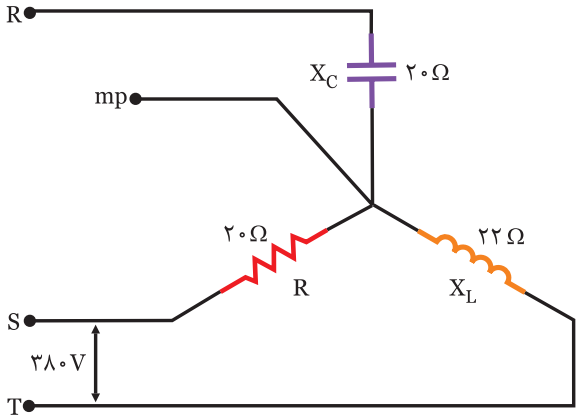
.....

مثال ۴

در مدار شکل (۷-۱۸) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار



شکل (۷-۱۸)

حل

الف) ابتدا ولتاژ فازی را بدست می‌آوریم.

$$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۳۸۰}{\sqrt{۳}} = ۲۲۰\ v$$

$$I_{P۱} = I_{L۱} = \frac{V_{P۱}}{X_c} = \frac{۲۲۰}{۲۰} = ۱۱\ A$$

$$I_{P۲} = I_{L۲} = \frac{V_P}{R} = \frac{۲۲۰}{۲۰} = ۱۱\ A$$

$$I_{P۳} = I_{L۳} = \frac{V_P}{X_L} = \frac{۲۲۰}{۲۲} = ۱۰\ A$$

ب) از آنجائیکه فاز R دارای مصرف کننده‌ی خازنی است فقط توان راکتیو دارد.

از آنجائیکه فاز S دارای مصرف کننده‌ی اهمی است فقط توان اکتیو دارد.

از آنجائیکه فاز T دارای مصرف کننده‌ی سلفی است فقط توان راکتیو دارد.

$$P_e = P_{e۲} = \frac{V_P^{۲}}{R} = \frac{(۲۲۰)^{۲}}{۲۰} = ۲۴۲۰w$$

$$P_d = -P_{dc} + P_{dL} = -\frac{V_P^{۲}}{X_C} + \frac{V_P^{۲}}{X_L} =$$

$$-\frac{(۲۲۰)^{۲}}{۲۰} + \frac{(۲۲۰)^{۲}}{۲۲} = -۲۲۰VAR$$

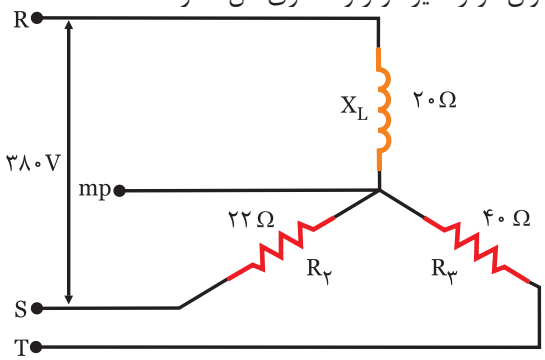
$$P_s = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(۲۴۲۰)^{۲} + (-۲۲۰)^{۲}} = ۲۴۲۱V.A$$

فعالیت ۴

در مدار شکل (۱۹-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار



شکل (۱۹-۷)

حل

الف)

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{.....}{.....} = ...\ v$$

$$I_{P۱} = I_{L۱} = \frac{V_P}{X_L} = \frac{.....}{۲۰} = ...\ A$$

$$I_{P۲} = I_{L۲} = \frac{V_P}{R_۲} = \frac{.....}{۲۲} = ...\ A$$

$$I_{P۳} = I_{L۳} = \frac{V_P}{R_۳} = \frac{.....}{۴۰} = ...\ A$$

ب)

$$P_e = P_{e۲} + P_{e۳} = \frac{V_P^{۲}}{R_۲} + \frac{V_P^{۲}}{R_۳} = \frac{(.....)^{۲}}{۲۲} + \frac{(.....)^{۲}}{۴۰} = ...\ W$$

$$P_d = P_{dL} = \frac{V_P^{۲}}{X_L} = \frac{(.....)^{۲}}{۲۰} = ...VAR$$

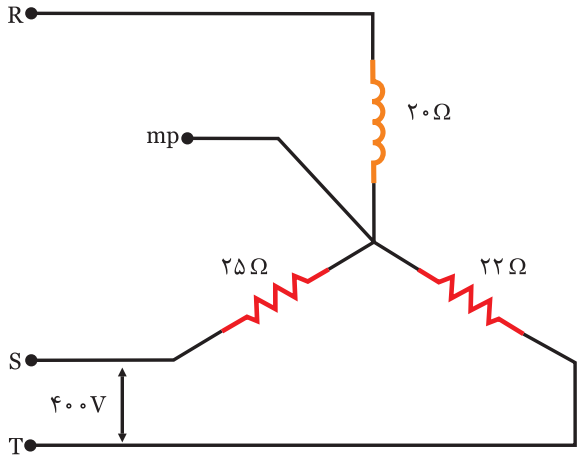
$$Z = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(.....)^{۲} + (.....)^{۲}} = ...V.A$$

تمرین

در مدار شکل (۲۰-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار



شکل (۲۰-۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقیق کنید

به کمک موتورهای جستجوگر درباره‌ی لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

۱) Three Phase System

۲) Sequnece Phase

۳) Triangular Form

۴) Balanced Loads

۵) Unbalanced Loads

کار عملی (در صورت امکان):

سه لامپ ۱۰۰ را به صورت ستاره در کارگاه ببندید و حالت‌های زیر را بررسی کنید.

۱- اگر یکی از لامپ‌ها قطع شود نور لامپ‌های دیگر چه تغییری می‌کند.

۲- اگر یکی از فازها و سیم نول قطع شود وضعیت نور لامپ‌ها را بررسی کنید.

۳- اگر فقط سیم نول قطع شود وضعیت را بررسی کنید.

آزمون

۱- چنانچه دو بردار F با زاویه ۶۰ باشد برآیند آن دو بردار $\sqrt{۳}$ F است. صحیح ☐ غلط ☐

۲- چنانچه دو بردار مساوی با زاویه‌ی ۱۲۰ باشد برآیند آن‌ها مساوی یکی از بردارها است. صحیح ☐ غلط ☐

۳- اگر در مصرف کننده‌هایی که گردش مکانیکی دارند جای دو فاز عوض شود ..... .

۴- در اتصال ستاره با بارهای نامتعادل اگر سیم نول قطع شود رابطه‌ی بین ولتاژ فازی و خطی کدام است.

۱) $V_L = \sqrt{۳}\, V_P$ ۲) $V_L = V_P$

۳) $V_P = \sqrt{۳}\, V_L$ ۴) با توجه به مصرف کننده‌ها کم و زیاد می‌شود.

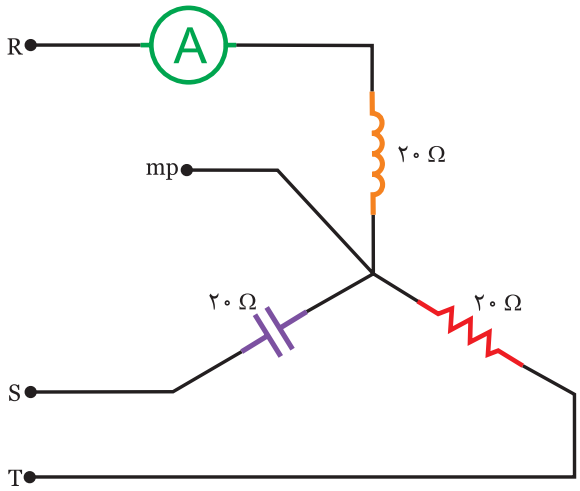
۵- در مدار شکل (۲۱-۷) آمپرمتر چه عددی را نشان می‌دهد.

۱) ۲۲

۲) ۱۱

۳) $۲۲\sqrt{۳}$

۴) $۱۱\sqrt{۳}$



$V_L = ۲۲۰\sqrt{۳}\ V$

شکل (۲۱-۷)

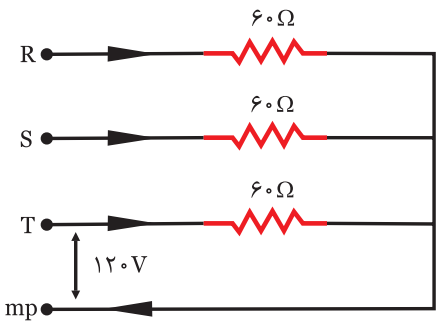
۶- در مدار شکل (۲۲-۷) جریان سیم نول چند آمپر است.

۱) ۲

۲) ۵/۴

۳) ۶

۴) صفر



شکل (۲۲-۷)

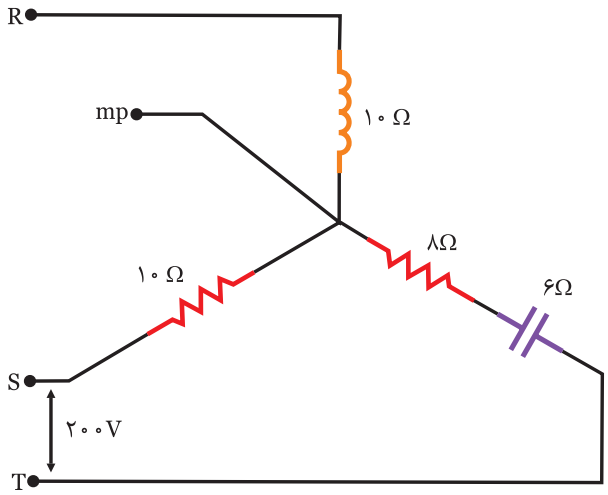
۷- در شکل (۲۳-۷) توان راکتیو چند کیلو وار است.

۱) ۶/۴

۲) ۱/۶

۳) ۴

۴) ۲/۴



شکل (۲۳-۷)

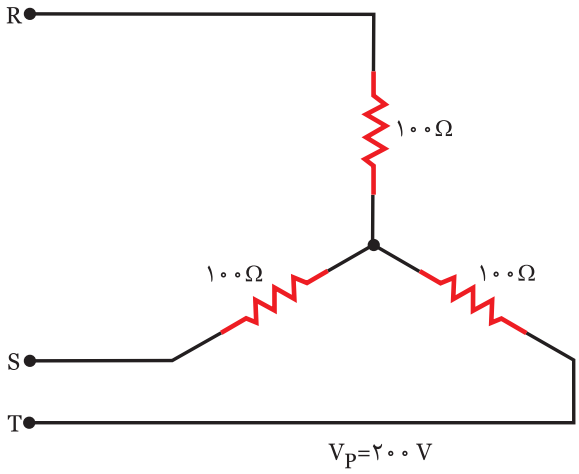
۸- در مدار شکل (۲۴-۷) توان ظاهری چند ولت آمپر است.

۱) ۴۰۰

۲) ۱۲۰۰

۳) ۸۰۰

۴) ۲۴۰۰



شکل (۲۴-۷)

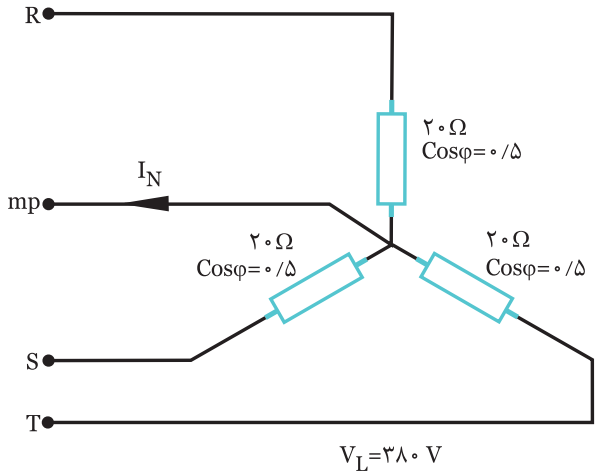
۹- جریان سیم نول در مدار شکل (۲۵-۷) چند آمپر است.

۱) صفر

۲) ۱۱

۳) $۱۱\sqrt{۳}$

۴) ۸/۰۵

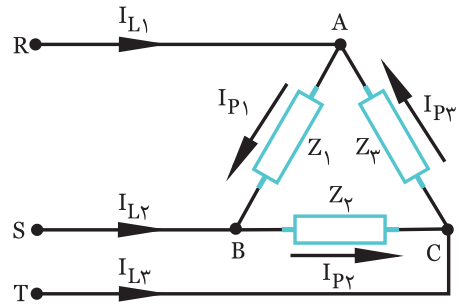


شکل (۲۵-۷)

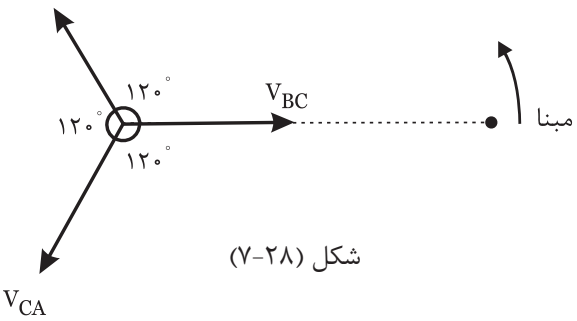
خلاصه درس

۳-۷- اتصال مثلث

در اتصال مثلث برای بدست آوردن مجهولات مسئله اگر نیاز به دیاگرام بردار می‌باشد باید دیاگرام برداری ولتاژ خطوط را به صورت زیر رسم کرد و سپس خواسته‌ها را بدست آورد در اتصال مثلث همواره ولتاژ خط با فاز برابر است. $V_L=V_P$



شکل (۷-۲۷)



شکل (۷-۲۸)

$V_{AB} = V_{P۱}$

$V_{BC} = V_{P۲}$

$V_{CA} = V_{P۳}$

مصرف‌کننده‌ها در وضعیت مثلث دو حالت دارند:

الف) مثلث با بارهای متعادل:

چون توان مصرف‌کننده‌ها شبیه هم می‌باشد یکی از مصرف کننده‌ها را به دست آورده سه برابر می‌نماییم.

از آنجائیکه بارها متعادل هستند جریان خط به صورت زیر بدست می‌آید:

$I_L = \sqrt{۳}\, I_P$

$P_e = ۳V_P.I_P.\cos\varphi$

$P_e = ۳V_P.I_P.\sin\varphi$

$P_s = ۳V_P.I_P$

ب) مثلث با بارهای نامتعادل:

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم نیستند لذا توان هر سه مصرف کننده را با هم جمع می‌نماییم.

$P_e = V_{P۱}.I_{P۱}.\cos\varphi_۱ + V_{P۲}.I_{P۲}.\cos\varphi_۲ + V_{P۳}.I_{P۳}.\cos\varphi_۳$

$P_d = \pm V_{P۱}.I_{P۱}.\sin\varphi_۱ \pm V_{P۲}.I_{P۲}.\sin\varphi_۲ \pm V_{P۳}.I_{P۳}.\sin\varphi_۳$

$P_S = \sqrt{P_e^۲ + P_d^۲}$

چند نکته:

۱- اگر در اتصال مثلث با بار متعادل یک مصرف کننده قطع شود توان مصرفی $\frac{۲}{۳}$ توان نامی می‌شود.

۲- اگر در اتصال مثلث با بار متعادل یک فاز (R یا S یا T) قطع شود توان مصرفی $\frac{۱}{۲}$ توان نامی می‌شود.

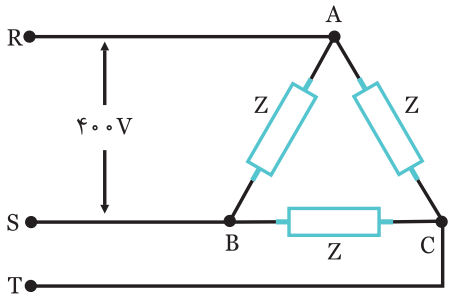
مثال ۵

در مدار شکل (۷-۲۹) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

پس فاز $\cos\varphi = ۰/۶$ و $Z=۱۰۰\ \Omega$



شکل (۷-۲۹)

حل

الف) در اتصال ستاره همواره $V_L=V_P$ می‌باشد. از آنجائیکه بارها متعادلند جریان فازها برابرند.

$$I_P = \frac{V_P}{Z_۱} = \frac{۴۰۰}{۱۰۰} = ۴A$$

$$I_L = \sqrt{۳}\, I_P = \sqrt{۳} \times ۴ = ۴\sqrt{۳}\ A$$

ب) از آنجائیکه بارها متعادلند توان یکی را بدست آورده و سه برابر می‌نماییم.

$P_e = ۳V_P.I_P.Cos\varphi = ۳(۴۰۰)(۴)(۰/۶) = ۲۸۸۰W$

$Sin\varphi = \sqrt{۱-Cos\varphi^۲} = \sqrt{۱-(۰/۶)^۲} = ۰/۸$

$P_d = ۳V_P.I_P.Sin\varphi = ۳(۴۰۰)(۴)(۰/۸) = ۳۸۴۰VAR$

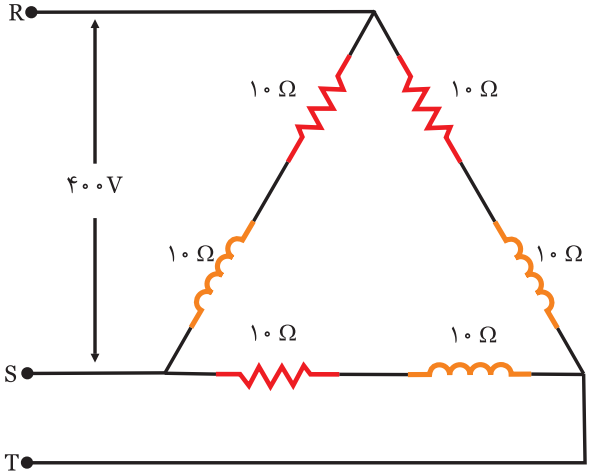
$P_S = ۳V_P.I_P = ۳(۴۰۰)(۴) = ۴۸۰۰V.A$

فعالیت ۵

در مدار شکل (۳۰-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار



شکل (۳۰-۷)

حل

الف)

$Z = \sqrt{R^۲ + X_L^۲} = \sqrt{۱۰^۲ + ۱۰^۲} = ۱۰\sqrt{۲}\,\Omega$

$V_P = V_L = ۴۰۰V$

$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{۴۰۰}{.....} = ...A$

$I_L = \sqrt{۳}\, I_P = \sqrt{۳}\,(.....) = ...A$

ب) بارها متعادلند لذا توان یک مصرف کننده بدست آورده و سه برابر می‌نماییم.

$Cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{۱۰}{.....} = ...A$

$P_e = ۳V_P.I_P.Cos\varphi = (۴۰۰)(.....)(.....) = ... W$

$Sin\varphi = \frac{X_L}{Z} = \frac{۱۰}{.....} = ...A$

$P_d = ۳V_P.I_P.Sin\varphi = ۳(۴۰۰)(.....)(.....) = ...VAR$

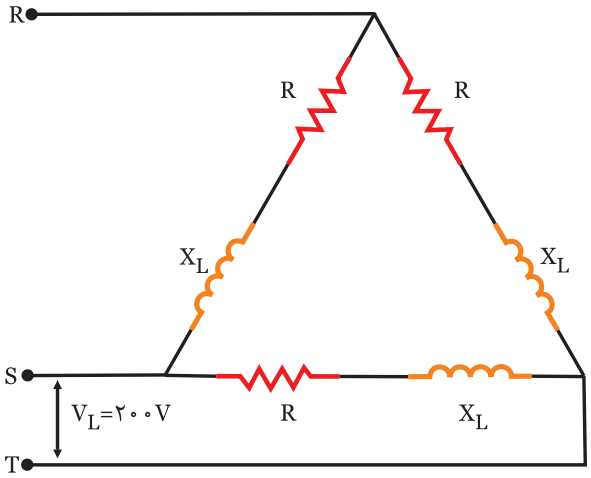
$P_s = ۳V_P.I_P = ۳(۴۰۰)(.....) = ... V.A$

تمرین

در مدار شکل (۳۱-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار



$R = ۱۰\Omega$

$X_L = ۱۰\sqrt{۳}\,\Omega$

شکل (۳۱-۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

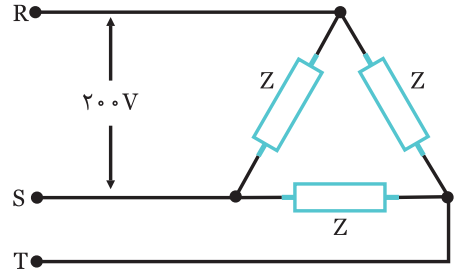
مثال ۶

در مدار شکل (۳۲-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

پس فاز $Cos\ \varphi = ۰/۵$ و $Z = ۲۰\ \Omega$



شکل (۳۲-۷)

حل

الف)

$V_L = V_P = ۲۰۰V$

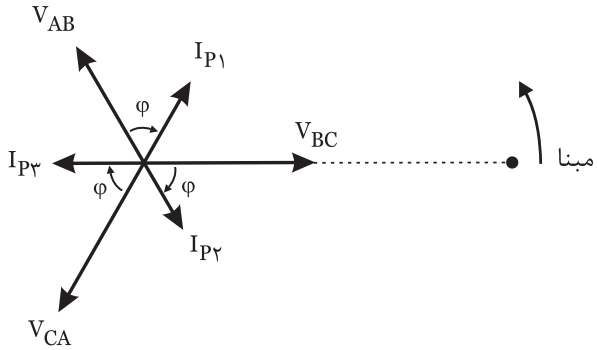
$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{۲۰۰}{۲۰} = ۱۰A$

$I_L = \sqrt{۳}\ I_P = \sqrt{۳}\ (۱۰) = ۱۷/۳\ A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام دهید.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژهای خط را ترسیم نمایید.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ها پس فاز است لذا جریان فازی φ درجه عقب‌تر از ولتاژ خط می‌باشد، که داریم:

$Cos\varphi = ۰/۵ \Rightarrow \varphi = ۶۰^\circ$



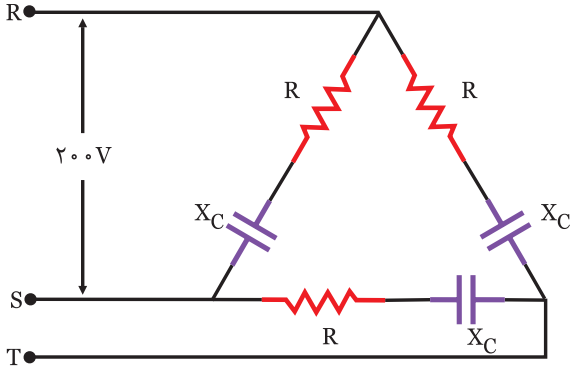
شکل (۳۳-۷)

فعالیت ۶

در مدار شکل (۳۴-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



$R = ۱۶\ \Omega$

$X_C = ۱۲\ \Omega$

شکل (۳۴-۷)

حل

الف)

$Z = \sqrt{R^۲ + X_c^۲} = \sqrt{۱۶^۲ + ۱۲^۲} = ... \Omega$

$V_L = V_P = ۴۰۰V$

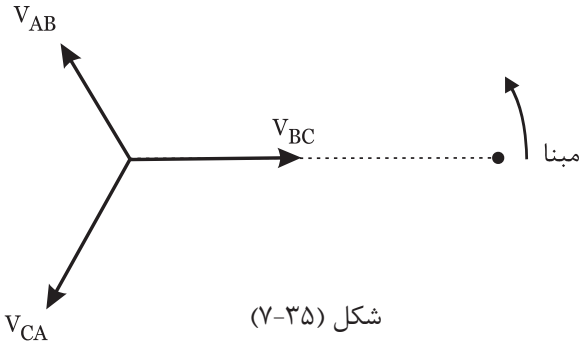
$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{۴۰۰}{.....} = ... A$

$I_L = \sqrt{۳}\ I_P = \sqrt{۳}\ (.....) = ... A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مبنا و ولتاژهای خط را ترسیم کرده و از آنجائیکه مصرف کننده‌ها خاصیت خازنی دارند جریان فاز φ درجه جلوتر از ولتاژهای خط می‌باشد.

$Cos\varphi = \frac{R}{z} = \frac{۱۶}{.....} = ... \Rightarrow \varphi = ۳۷^\circ$

بردار جریان‌ها را کامل نمایید.



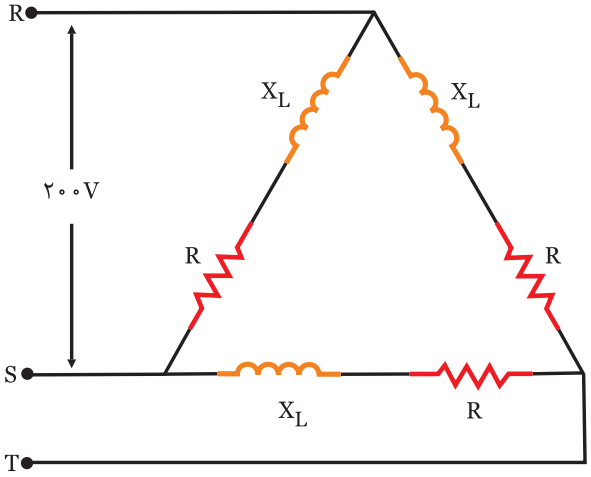
شکل (۳۵-۷)

تمرین

در مدار شکل (۳۶-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها $R=X_L=10\Omega$



شکل (۳۶-۷)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

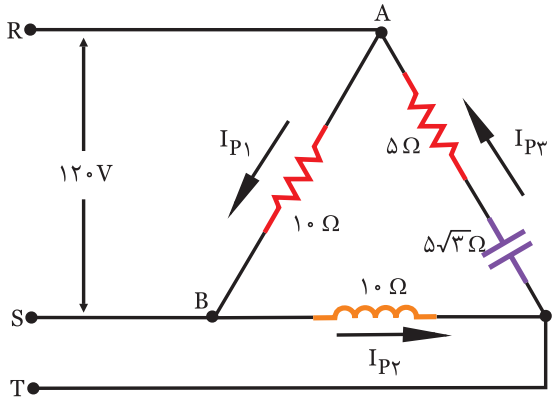
.....

مثال ۷

در مدار شکل (۳۷-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



شکل (۳۷-۷)

حل

الف) $V_P=V_L=120V$

$$I_{P1}=\frac{V_P}{Z_1}=\frac{120}{10}=12\ A$$

$$I_{P2}=\frac{V_P}{Z_2}=\frac{120}{10}=12\ A$$

$$Z_3=\sqrt{R^2+X_c^2}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=10\Omega$$

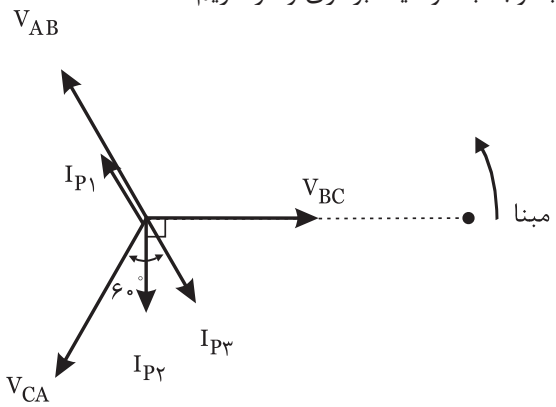
$$I_{P3}=\frac{V_P}{Z_3}=\frac{120}{10}=12\ A$$

ب) برای رسم دیاگرام برداری به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژهای خطی را ترسیم کنید.
- Z_1 اهمی است لذا جریان I_{P1} هم فاز ولتاژ (V_{AB}) می‌باشد.
- Z_2 سلفی است لذا جریان I_{P2}، ۹۰ درجه عقب‌تر از ولتاژ (V_{BC}) می‌باشد.
- Z_3 خاصیت خازنی دارد لذا I_{P3}، φ_3 درجه جلوتر از ولتاژ (V_{CA}) می‌باشد.

$$\cos\varphi_3=\frac{R_3}{Z_3}=\frac{5}{10}=0/5\ A \Rightarrow \varphi_3=60^\circ$$

- با توجه به موقعیت برداری ولتاژ داریم.



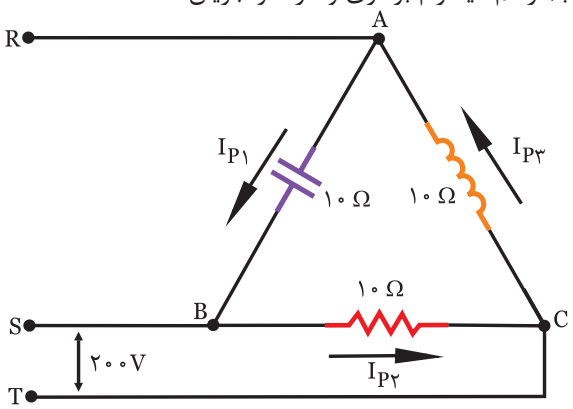
شکل (۷-۳۸)

فعالیت ۷

در مدار شکل (۷-۳۹) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



شکل (۷-۳۹)

حل

الف)

$V_L = V_P = ۲۰۰V$

$I_{P۱} = \frac{V_P}{Z_۱} = \frac{۲۰۰}{.....} = ...\ A$

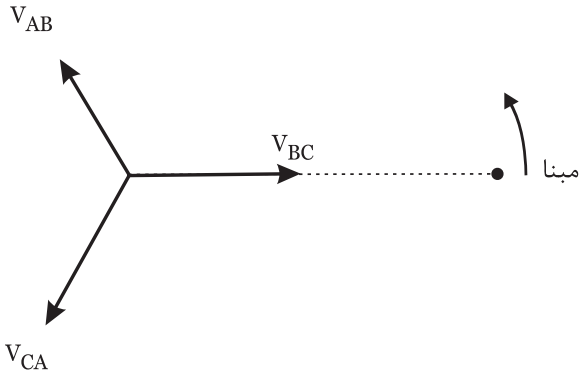
$I_{P۲} = \frac{V_P}{Z_۲} = \frac{۲۰۰}{.....} = ...\ A$

$I_{P۳} = \frac{V_P}{Z_۳} = \frac{۲۰۰}{.....} = ...\ A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری بعد از تعیین مبنا و ترسیم دیاگرام ولتاژها برای ترسیم جریان‌ها به نکات زیر دقت کنید.

- $Z_۱$ خازنی می‌باشد لذا $I_{P۱}$، ۹۰ جلوتر از (V_{AB}) می‌باشد.
- $Z_۲$ اهمی می‌باشد لذا جریان $I_{P۲}$، هم فاز (V_{BC}) می‌باشد.
- $Z_۳$ سلفی می‌باشد لذا $I_{P۳}$، ۹۰ درجه عقب‌تر از (V_{CA}) می‌باشد.

دیاگرام برداری را کامل کنید.



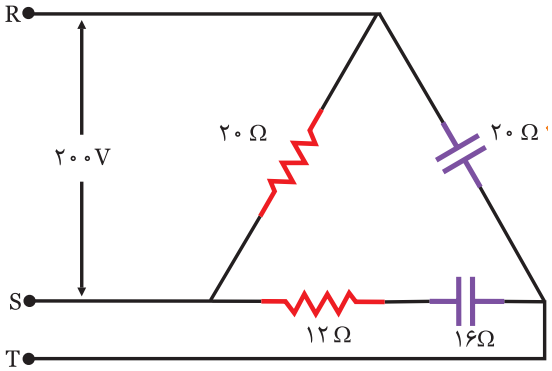
شکل (۷-۴۰)

تمرین

در مدار شکل (۷-۴۱) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



شکل (۷-۴۱)

حل

.....

.....

.....

.....

کار عملی (در صورت امکان):

سه لامپ ۱۰۰w را به صورت سیستم مثلث در کارگاه ببندید و حالت‌های زیر را بررسی کنید.

۱- اگر یکی از سه لامپ قطع شود نور لامپ‌های دیگر را بررسی کنید.

۲- اگر یکی از خط‌های R یا S یا T قطع شود نورلامپ‌های دیگر را بررسی کنید.

آزمون

۱- در یک اتصال مثلث با بار متعادل توان مصرفی کل ۱۲۰ وات است. اگر یک فاز قطع شود، توان مصرفی به ۶۰ وات می‌رسد.

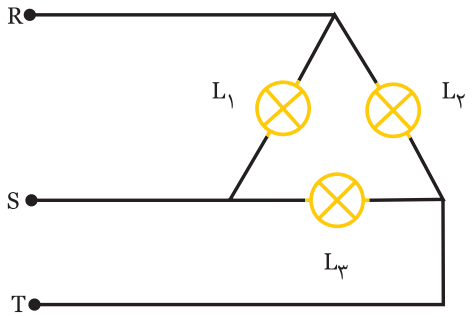
صحیح ☐ غلط ☐

۲- اگر در اتصال مثلث مصرف کننده‌ها سیم پیچ باشند با قطع یک فاز احتمال سوختن سیم پیچ‌ها وجود دارد.

صحیح ☐ غلط ☐

۳- در مدار شکل (۴۲-۷) اگر فاز R قطع شود جریان L_1 نصف می‌شود.

صحیح ☐ غلط ☐



شکل (۴۲-۷)

۴- در مدارهای سه فاز در کدام حالت در صورت قطع یک فاز یکی از مصرف کننده‌ها بدون تغییر مانده و ولتاژ دو مصرف کننده دیگر نصف می‌شود؟

۱) ستاره با بار نامتعادل

۲) ستاره با بار متعادل

۳) مثلث با بار متعادل

۴) مثلث با بار نامتعادل

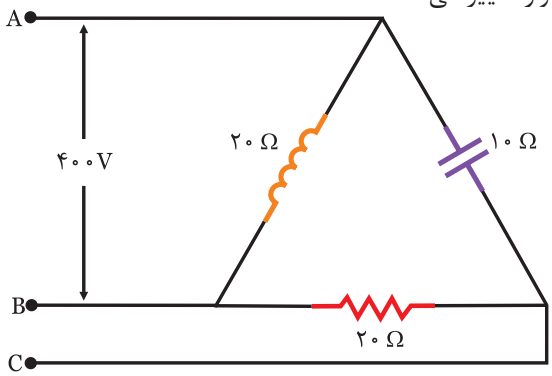
۵- در مدار شکل (۴۳-۷) اگر فاز A قطع شود توان راکتیو چند کیلو وار تغییر می‌کند؟

۱) ۸

۲) ۱۶

۳) ۴

۴) تغییر نمی‌کند.



شکل (۴۳-۷)

۶- کدام گزینه در مورد اتصال مثلث در بارهای نامتعادل صحیح است.

۱) جریان‌های خطی با هم برابر و جریان‌های فازی متفاوتند.

۲) ولتاژهای خطی و فازی با هم برابر و جریان‌های خطی و فازی متفاوت هستند.

۳) ولتاژهای خطی و جریان‌های خطی با هم متفاوتند.

۴) ولتاژهای خطی و فازی متفاوت و جریان‌های خطی و فازی برابرند.

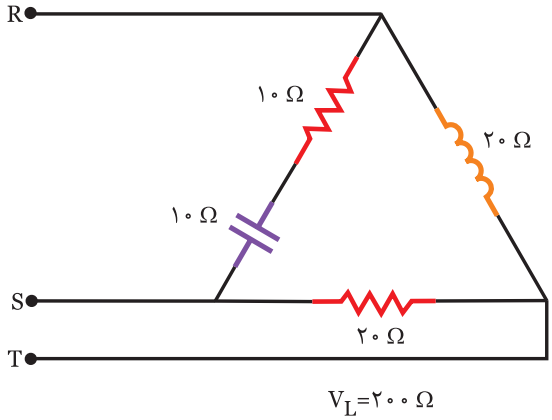
۷- در مدار شکل (۴۴-۷) توان مصرفی چند کیلو وات است.

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸



شکل (۴۴-۷)

۸- برای راه‌اندازی موتورهای سه فاز آسنکرون ابتدا به صورت ..... راه‌اندازی کرده و سپس به صورت ..... استفاده می‌شود.

۹- بارهای متعادل سه فاز یعنی بارهایی که مقدار اهمی آن یکسان باشد. صحیح ☐ غلط ☐

۱۰- مقدار ولتاژ یکسو شده‌ی موج سه فاز از مقدار ولتاژ یکسو شده‌ی یک فاز بیشتر است. صحیح ☐ غلط ☐