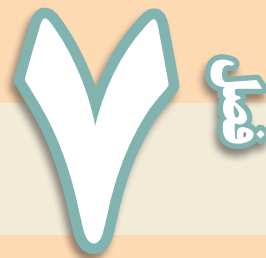


آمار و احتمال



امروزه آمار و احتمال به عنوان یک علم پرکاربرد در همهٔ علوم از جمله علوم پزشکی، علوم فنی و مهندسی، هواشناسی، محیط زیست و ... استفاده می‌شود.



آمار و احتمال در پزشکی



آمار و احتمال در کشاورزی



آمار و احتمال در مهندسی کامپیوتر



آمار و احتمال در محیط زیست

احتمال یا اندازه‌گیری شانس

درس اول

مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه

درس دوم

متغیر و انواع آن

درس سوم

درس اول: احتمال یا اندازه گیری شانس

مقدمه

پیشامدهایی وجود دارند که ممکن است رخ بدهند یا رخ ندهند و ما از چگونگی رخ دادن آنها اطلاع نداریم. به عنوان مثال تا زمانی که سکه را پرتاب نکرده ایم، نتیجه پرتاب سکه (پشت یا رو آمدن آن)، مشخص نیست. چنین پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی را که نتیجه آن به طور دقیق قابل پیش‌بینی نباشد؛ اما از همه حالت‌های ممکن در به وقوع پیوستن آنها، مطلع باشیم، پدیده‌ها یا آزمایش‌های تصادفی می‌نامیم. به عنوان مثال نتیجه یک بازی فوتبال از قبل، قابل پیش‌بینی نیست؛ اما سه حالت پیروزی، تساوی و باخت برای هر یک از تیم‌ها وجود دارد که ممکن است اتفاق بیفتد. همان‌طور که در سال قبل خواندید، مجموعه شامل همه این حالت‌های ممکن، فضای نمونه‌ای نامیده می‌شود. اگر این مجموعه را S بنامیم، هر زیر مجموعه S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می‌نامیم.



پیشامدهای تصادفی

فعالیت

۱ اگر دو تاس آبی و قرمز را با هم بیندازیم، همه حالت‌های ممکن را می‌توان در جدول زیر مشاهده کرد. ابتدا این جدول را کامل کنید و از طریق اصل ضرب درستی تعداد کل حالت‌های موجود در جدول را بررسی کنید؛ سپس به سؤال‌ها پاسخ دهید :

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱,۱)	(۱,۲)			(۱,۵)	
۲	(۲,۱)		(۲,۳)			(۲,۶)
۳			(۳,۳)		(۳,۵)	
۴		(۴,۲)				
۵						(۵,۶)
۶	(۶,۱)					(۶,۶)



۲ قطر آبی رنگ چه پیشامدی را نشان می دهد؟

۳ خانه های مربوط به حالت هایی را که هر دو عدد رو شده زوج و هر دو عدد رو شده فردند هاشور بزنید؛ چه الگویی به دست می آید؟

۴ با توجه به جدول، یک مسئله طرح کنید و پاسخ آن را توضیح دهید.

۵ با توجه به جدول و قطرهای آن، تعداد حالت ها برای مجموع دو تاس، در چه اعدادی برابر است؟ (راهنمایی: به عنوان مثال، تعداد حالت ها برای مجموع ۵ و مجموع دو تاس ۹، برابر است)

کار در کلاس

فرض کنید می خواهیم یک تاس و یک سکه را با هم بیندازیم:

۱ آیا می توانید نتیجه حاصل را به صورت قطعی بیان کنید؟

۲ آیا این پدیده یا آزمایش، تصادفی است؟ چرا؟

۳ همه حالت های ممکن را بنویسید (فضای نمونه ای را تشکیل دهید).

۴ تعداد این حالت ها را با استفاده از اصل ضرب به دست آورید.

۵ جدول 2×6 یا 6×2 مربوط به این آزمایش را رسم کنید.



مثال ۱

فرض کنید خانواده ای ۴ فرزند دارد؛ اما از جنسیت فرزندان این خانواده اطلاع نداریم. اگر ترتیب به دنیا آمدن فرزندان اهمیت داشته باشد، با توجه به اصل ضرب تعداد همه حالت های ممکن برای فرزندان این خانواده عبارت است از: $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$. حالت (پ، پ، د، پ) به معنای این است که فرزند اول یا بزرگ تر در این خانواده پسر و فرزند دوم دختر و فرزند سوم و چهارم، پسر هستند. حالت (د، پ، پ، پ) را شما توضیح دهید.

پیشامدهای زیر را در نظر بگیرید و جاهای خالی را پر کنید:

الف) پیشامد اینکه «دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد» $A =$

$A = \{(د، پ، پ، پ) و (پ، پ، د، پ) و (پ، پ، پ، د) و (پ، د، پ، پ) و (د، پ، پ، پ) و (پ، د، د، پ) و (پ، پ، د، د) و (د، د، پ، پ) و (د، د، د، پ) و (د، د، د، د)\}$

ب) پیشامد اینکه «حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد» $B =$

$B = \{(پ، پ، پ، پ) و (پ، پ، د، پ) و (پ، د، پ، پ) و (د، پ، پ، پ) و (پ، د، د، پ) و (پ، پ، د، د) و (د، د، پ، پ) و (د، د، د، پ) و (د، د، د، د)\}$



پ پیشامد اینکه «تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند» $C =$

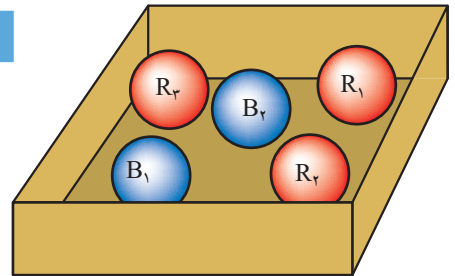
$$C = \{(پ، پ، د، د) و (د، د، پ، پ) و (د، د، پ، پ) و (پ، پ، د، د) و (پ، پ، د، د) و (د، د، پ، پ)\}$$

ت پیشامد اینکه «تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد» $D =$

$$D = \{(پ، پ، پ، پ) و (پ، پ، پ، د) و (پ، پ، د، پ) و (پ، د، پ، پ) و (د، پ، پ، پ) و (پ، پ، پ، پ)\}$$

مثال ۲

در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز متفاوت (با شماره‌های ۱ تا ۳) و ۲ مهره آبی متفاوت (با شماره‌های ۱ و ۲) وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از این جعبه خارج شود، تعداد حالت‌های ممکن در انتخاب ۳ مهره از بین ۵ مهره، عبارت است از $\binom{5}{3} = 10$ زیرا ترتیب انتخاب مهم نیست. بنابراین فضای نمونه‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود:



$$S = \{R_1 R_2 R_3, R_1 R_2 B_1, R_1 R_2 B_2, R_1 R_3 B_1, R_1 R_3 B_2, R_2 R_3 B_1, R_2 R_3 B_2, B_1 B_2 R_1, B_1 B_2 R_2, B_1 B_2 R_3\}$$

اگر پیشامدهای «حداقل ۱ مهره آبی انتخاب شود» و «حداکثر ۱ مهره آبی انتخاب شود» و «هر سه مهره قرمز انتخاب شود» را به ترتیب A و B و C بنامیم؛ خواهیم داشت:

$$A = \{B_1 R_1 R_2, B_1 R_1 R_3, B_1 R_2 R_3, B_2 R_1 R_2, B_2 R_1 R_3, B_2 R_2 R_3\}$$

$$B = \{B_1 R_1 R_2, B_1 R_1 R_3, B_1 R_2 R_3, B_2 R_1 R_2, B_2 R_1 R_3, B_2 R_2 R_3\}$$

$$C = \{R_1 R_2 R_3\}$$

اگر S را مجموعه مرجع فرض کنیم، متمم A یعنی A' با کدام یک از مجموعه‌های B یا C برابر است؟

پیشامدها و برخی اعمال روی آنها

اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه‌ای S باشند، در این صورت هر یک از پیشامدهای $(A \cup B)$ ، $(A \cap B)$ و $(A - B)$ در فضای نمونه‌ای S به صورت‌های زیر توصیف می‌شوند:

الف) اجتماع دو پیشامد:

پیشامد $(A \cup B)$ وقتی رخ می‌دهد (اتفاق می‌افتد) که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.

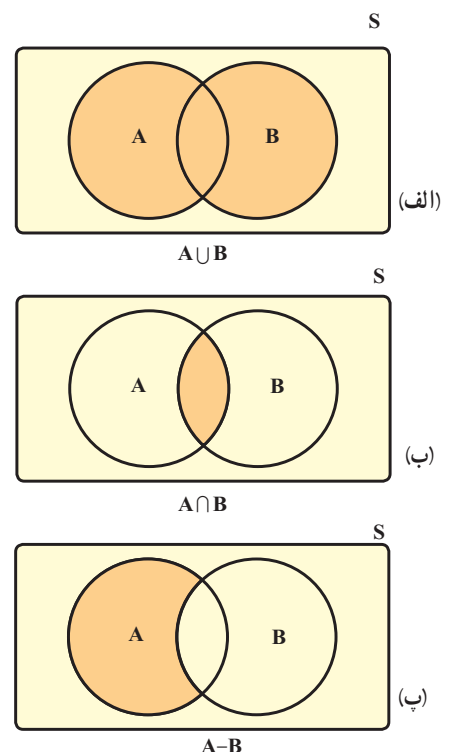
(یا A رخ بدهد یا B رخ بدهد یا هر دو رخ بدهند.)

ب) اشتراک دو پیشامد:

پیشامد $(A \cap B)$ وقتی رخ می‌دهد که دو پیشامد با هم رخ بدهند (هم پیشامد A رخ بدهد و هم پیشامد B رخ بدهد).

پ) تفاضل دو پیشامد:

پیشامد $(A - B)$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



(ت) متمم یک پیشامد :

اگر A یک پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشد، متمم پیشامد A که با A' (یا A^c) نمایش داده می‌شود، وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد؛ بنابراین با توجه به نمودار واضح است که $A \cap A' = \emptyset$ و $A \cup A' = S$

تعریف: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ ، در این صورت A و B را دو پیشامد **ناسازگار** می‌نامیم. در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم رخ نمی‌دهند.

تذکر: با توجه به تعریف متمم یک پیشامد، همواره هر پیشامد تصادفی مانند A و متمم آن یعنی A' ، دو پیشامد ناسازگارند.

اگر A, B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، این سه پیشامد را دو به دو ناسازگار می‌نامیم هرگاه $A \cap B = \emptyset$ و $A \cap C = \emptyset$ و $B \cap C = \emptyset$ باشد.

مشار ۳

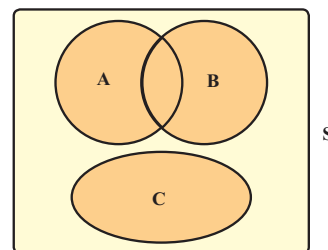
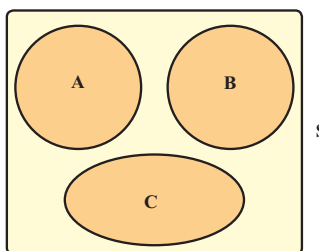
اگر یک تاس را بیندازیم و پیشامدهای «روشدن عدد بزرگ‌تر از ۴»، «روشدن عدد کوچک‌تر از ۳» و «روشدن عدد ۳ یا ۴» را به ترتیب A ، B و C تعریف کنیم، در این صورت همواره، پیشامدهای A ، B و C دو به دو ناسازگارند و داریم:

الف) $A = \{5, 6\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{3, 4\}$

ب) $A' = \{1, 2, 3, 4\}$, $B' = \{3, 4, 5, 6\}$, $C' = \{1, 2, 5, 6\}$

مثال ۴

کدام یک از شکل های زیر سه پیشامد دوبه دو ناسازگار را نشان می دهد؟



کار در کلاس

۱ با توجه به فعالیت ابتدای این درس (انداختن دو تاس) هر یک از پیشامدهای زیر را تشکیل دهید و جاهای خالی را پر کنید.

$$A = \text{پیشامد آنکه هر دو تاس فرد باشند} = \{(1,1), \dots\}$$

$$B = \{(1, 5), (5, 1), \dots\}$$

$$C = \{ (3, 1), \dots \} = \text{پیشامد آنکه تاس ۳ مضرپ ۳ بیاید}$$

الف پیشامد اینکه «هر دو تاس فرد و مجموع آنها ۶ باشد»

$$(A \cap B) = \{(\omega_1, \omega_2), \dots, \dots\} \rightarrow n(A \cap B) = \dots$$

ب پیشامد آنکه «هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس ۶ باشد»

$$\dots\dots\dots = \{(1,1), (1,3), (3,1), (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3), (3,5), (5,3), (5,5)\}$$

پیشامد آنکه $(A-C)$ رخ بدهد؛ یعنی «هر دو تاس فرد باشند، ولی» پس داریم:

$$A-C = \{(1,1), (1,3), (1,5), \dots, (5,5)\}$$

پیشامد $(C-B)$ را توصیف کنید و آن را تشکیل دهید.

اگر پیشامد D را «مجموع دو تاس، عدد ۷ باشد» و پیشامد E را «هر دو تاس زوج باشند» تعریف کنیم، آیا D و E ناسازگارند؟ چرا؟

۲ تاسی را می‌اندازیم، روی فضای نمونه‌ای حاصل، پیشامدهای A و B و C را طوری تعریف کنید که:

الف A و B ناسازگار باشند.

ب A و B و C دو به دو ناسازگار باشند.

پ $(A \cap B)$ و C ناسازگار باشند.

مثال ۵

یک تاس و ۲ سکه را با هم می‌اندازیم:

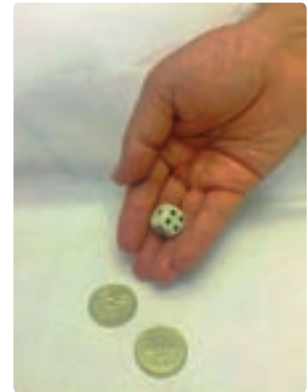
الف فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

$$n(S) = 2 \times 2 \times \dots = \dots$$

ب پیشامد آنکه «هر دو سکه رو و تاس زوج باشد» را تشکیل دهید.

$$A = \{(r, r, 2), \dots, \dots\}$$

پ پیشامد آنکه «هر دو سکه پشت یا تاس عدد ۵ بیاید» را تشکیل دهید.



$$B = \{(p, p, 1), (p, p, 2), (p, p, 3), (p, p, 4), (p, p, 5), (p, p, 6), (p, r, 1), (p, r, 2), (p, r, 3), (p, r, 4), (p, r, 5), (p, r, 6), (r, p, 1), (r, p, 2), (r, p, 3), (r, p, 4), (r, p, 5), (r, p, 6), (r, r, 1), (r, r, 2), (r, r, 3), (r, r, 4), (r, r, 5), (r, r, 6)\}$$

احتمال رخداد یک پیشامد (اندازه‌گیری شانس)

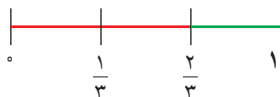
می‌دانیم اگر S فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و $A \subseteq S$ یک پیشامد در فضای S باشد، احتمال رخداد پیشامد A یعنی $P(A)$ که به صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ تعریف می‌شود، عددی است حقیقی که $0 \leq P(A) \leq 1$. همچنین می‌دانیم $P(A)$ هر چقدر به ۱ نزدیک‌تر باشد، شانس رخداد A بیشتر و هر چقدر به صفر نزدیک‌تر باشد، شانس رخداد A کمتر است. در واقع در مسائل احتمال با محاسبه $P(A)$ شانس رخداد پیشامد A را اندازه‌گیری می‌کنیم.



مثال ۱

فرض کنیم هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۲ و ۳ و ۴ و بدون تکرار رقم می‌توانیم بسازیم، روی یک کارت می‌نویسیم و آنها را در کیسه‌ای قرار می‌دهیم. سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم:

اگر پیشامدهای A و B را به ترتیب «خارج شدن عدد زوج» و «خارج شدن عدد فرد» تعریف کنیم، شانس رخداد کدام پیشامد بیشتر است؟



$$S = \{43, 34, 24, 42, 23, 32\}$$

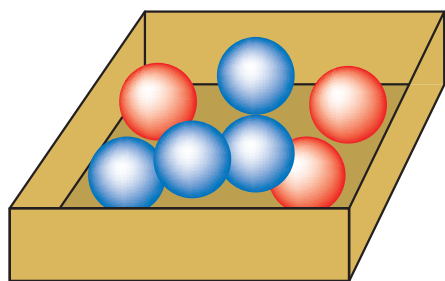
$$A = \{34, \dots, 32\}, B = \{\dots, \dots\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

واضح است که $P(A) > P(B)$ ، پس شانس رخداد پیشامد A از شانس رخداد پیشامد B بیشتر است. (در این مثال تعداد عددهای زوج از تعداد عددهای فرد، بیشتر است)

مثال ۲

در جعبه‌ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه سه مهره به تصادف خارج کنیم، چقدر احتمال دارد:



الف) $n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!4!} = 35$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{4}{35}$$

ب) $P(B) = \frac{\binom{4}{3} + \binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{1}{7}$
یا هر سه مهره آبی، یا هر سه قرمز

پ) $P(C) = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{18 + 12}{35} = \frac{6}{7}$
دو مهره قرمز و یک مهره آبی یا دو آبی و یک قرمز

الف) هر سه مهره آبی باشند.

ب) هر سه مهره هم‌رنگ باشند.

پ) دقیقاً ۲ مهره هم‌رنگ باشند.

شعاعیت

اگر S فضای نمونه‌ای متناهی و ناتهی برای یک آزمایش تصادفی باشد و A و B پیشامدهایی در این فضا باشند، در این صورت:

$$I) 0 \leq P(A) \leq 1$$

زیرا: $A \subseteq S \Rightarrow 0 \leq n(A) \leq \dots \Rightarrow \frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \dots \Rightarrow 0 \leq \dots \leq 1$

$$II) P(\emptyset) = 0, P(S) = 1$$



آندری نیکولایویچ کولموگوروف ریاضی‌دان اهل روسیه بود که دستاوردهای برجسته‌ای در زمینه‌های احتمال دارد. او برای اولین بار در سال ۱۹۳۳ میلادی اصولی تحت عنوان اصول احتمال را معرفی کرد.

زیرا $P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$, $P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$

III) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

زیرا $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } n(S)}$

$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$

$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، این تساوی به صورت زیر نوشته می شود:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

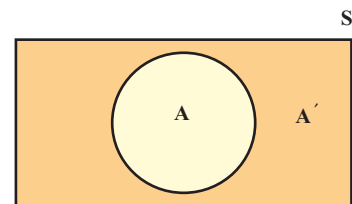
کار در کلاس

اگر A' متمم پیشامد A در فضای نمونه‌ای S باشد، A و A' ناسازگارند نشان دهید.

$P(A) = 1 - P(A')$

می دانیم $P(A \cup A') = P(S) = \dots\dots\dots$

$P(A \cup A') = P(A) + P(A') \Rightarrow P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = \dots\dots\dots \\ P(A') = \dots\dots\dots \end{cases}$



مثال ۱

اگر دو تاس را با هم بیندازیم، چقدر احتمال دارد:

الف هر دو تاس زوج باشند؟ (می دانیم در انداختن دو تاس $n(S) = 6^2 = 36$)

$A = \{(2,2), (2,4), (4,2), \dots, (6,6)\}$ پیشامد هر دو زوج

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

ب مجموع دو تاس ۸ یا هر دو تاس فرد باشند

$B = \{(3,5), (5,3), (2,6), (6,2), (4,4)\}$ مجموع دو تاس ۸

$C = \{(1,1), (1,3), (3,1), (3,3), (5,1), (1,5), (3,5), (5,3), (5,5), (1,5), (5,1), (3,3), (3,1), (1,3), (1,1)\}$ هر دو تاس فرد



$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{5}{36} + \frac{9}{36} - \frac{2}{36} =$$

$$(B \cap C) = \{(3, 5), (5, 3)\} \Rightarrow P(B \cap C) = \frac{2}{36}$$

پ مجموعه دو تاس ۷ یا هر دو زوج باشند؟

$$D = \text{مجموع دو تاس } 7 \rightarrow D = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

$$A = \text{هر دو تاس زوج} \rightarrow n(A) = 9, (A \cap B) = \emptyset$$

$$\Rightarrow P(D \cup A) = P(D) + P(A) = \frac{6}{36} + \frac{9}{36} = \frac{15}{36}$$

ت مجموعه دو تاس کمتر از ۱۱ باشد؟

می دانیم مجموع دو تاس از ۲ تا ۱۲ می تواند تغییر کند و چون تعداد حالت هایی که مجموع دو تاس کمتر از ۱۱ است، زیاد و محاسبه آن طولانی است، از پیشامد متمم استفاده می کنیم.

پیشامد مجموع کمتر از ۱۱

$$A' = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{3}{36} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36}$$

ث حاصل ضرب دو عدد رو شده ۱۲ باشد؟

$$A = \{(2, 6), \dots, \dots, \dots\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\dots}{\dots}$$

مثال ۲

اگر حروف کلمه جهانگردی را به تصادف کنار هم قرار دهیم، چقدر احتمال دارد :

الف حرف «ی» آخر باشد؟

ب دو حرف «ی» و «د» کنار هم باشند؟

پ با حرف «ج» شروع و به حرف «ی» ختم شود؟

حل :

طبق مثال حل شده در فصل ۶ داریم :

$$\text{الف) } P(A) = \frac{7!}{8!} = \frac{1}{8}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{2! \times 7!}{8!} = \frac{2}{8}$$

$$n(C) = 1 \times 2 \times \dots \times 6$$

$$P(C) = \frac{6!}{8!} = \frac{1}{56}$$

$$\text{پ) } \underline{\text{ی}} \quad \underline{۱} \quad \underline{۲} \quad \underline{۳} \quad \underline{۴} \quad \underline{۵} \quad \underline{۶} \quad \underline{\text{ج}}$$

جهانگردی

- ۱) هر یک از اعداد طبیعی و زوج کوچک‌تر از ۱۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و یکی از این کارت‌ها را به تصادف برمی‌داریم:
- (الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش یا پدیده تصادفی را مشخص کنید.
- (ب) چه تعداد پیشامد تصادفی را روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد؟
- (پ) پیشامد A را که در آن «عدد روی کارت انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد»، مشخص کنید.
- ۲) فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. هر یک از عبارت‌های توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.
- (الف) پیشامدهای A و C رخ بدهند؛ ولی B رخ ندهد.
- (ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.
- (پ) پیشامد B رخ بدهد و C رخ ندهد.
- ۳) هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت می‌نویسیم و آنها را در یک کیسه قرار می‌دهیم؛ سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید:
- (الف) فضای نمونه‌ای و پیشامد A که در آن «عدد روی کارت زوج باشد».
- (ب) پیشامد B که در آن «عدد روی کارت اول باشد».
- (پ) پیشامد C که در آن «عدد رو شده بزرگ‌تر از ۲ باشد».
- ۴) خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. فضای نمونه‌ای مربوط به فرزندان این خانواده را و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.
- ۵) سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه دیگر را می‌اندازیم:
- (الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
- (ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.
- (پ) پیشامد آنکه «حداقل ۲ سکه رو بیاید» را مشخص کنید.
- ۶) می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته ریاضی و ۲ دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چقدر احتمال دارد:
- (الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟
- (ب) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟
- (پ) ۱ نفر از رشته ریاضی و ۱ نفر از رشته تجربی باشد؟

۷ یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد از مشتریان کارت نوع A ($P(A) = \frac{34}{100}$) و ۶۲ درصد کارت نوع B و ۱۵ درصد هر دو کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟

۸ اگر ۷ نفر که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد :
الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟
ب) یکی از آنها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟

۹ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \subseteq B$ ، ثابت کنید، $P(A) \leq P(B)$.



ماد عصر احتمال به سرمی بریم

در عصر شک و شاید

در عصر پیش بینی وضع هوا

از هر طرف که باد بیايد

در عصر قاطعیت تردید

عصر جدید

عصری که هیچ اصلی

جز اصل احتمال، یقینی نیست

اما من

بی نام تو

حتی

یک لحظه احتمال ندارم

چشمان تو

عین الیقین من

قطعیت نگاه تو

دین من است

من از تو ناگزیرم

من

بی نام ناگزیرتومی میرم

قیصر امین پور

درس دوم: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه



آیا تاکنون به نقش اعداد و ارقام در زندگی روزمره یک خانواده فکر کرده‌اید؟

خانواده‌ای را که شامل پدر، مادر و فرزندان است، در نظر بگیرید. اعضای این خانواده در فصل بهار، می‌خواهند به یک مسافرت تفریحی به یکی از شهرهای کشور بروند.

برای این منظور پدر و مادر خانواده با پیگیری اخبار هواشناسی، به دنبال تعیین مناسب‌ترین زمان برای مسافرت خود هستند. در این اخبار، کارشناس هواشناسی می‌گوید:

«براساس اعداد و ارقام جمع‌آوری شده، درباره میزان دمای هوا، رطوبت جوی و بارش باران طی ده روز گذشته و با استفاده از روش‌های مدل‌بندی هواشناسی، پیش‌بینی می‌شود، دمای هوا طی سه روز آینده ۵ درجه گرم‌تر شود و بدون تغییر در میزان رطوبت جوی، هوا صاف آفتابی باشد.»

آنها پس از شنیدن این گزارش، تصمیم می‌گیرند سه روز آینده را برای مسافرت انتخاب کنند.

بنابراین هرچه اطلاعات دقیق‌تر و کامل‌تر باشد و از روش‌های مناسب‌تری برای پیش‌بینی استفاده شود، تصمیم‌گیری‌های بهتری در خانواده گرفته می‌شود.

تعریف آمار و علم آمار:

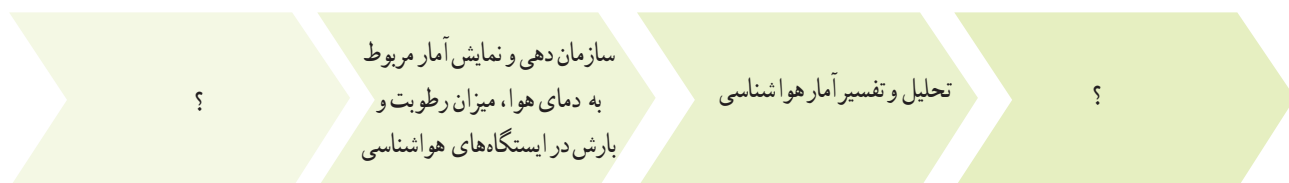
آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.

۱ در پیرامون خود، مثال‌هایی را از تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی براساس اعداد و ارقام بیاورید.

۲ مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید.



۳ با در نظر گرفتن اخبار هواشناسی مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید.



۴ تفاوت آمار و علم آمار در چیست؟

۵ مدیر کارخانه‌ای برای پیدا کردن تعداد کل لامپ‌های معیوب در یک ماه آینده، می‌خواهد یک تحقیق آماری انجام دهد. برای این منظور تعداد لامپ‌های معیوب را در چند روز کاری به صورت زیر جمع‌آوری کرده است.

روزهای کاری	روز کاری اول	روز کاری دوم	روز کاری سوم	روز کاری چهارم	روز کاری پنجم
تعداد لامپ‌های معیوب	۵۰	۷۰	۹۰	۱۲۰	۱۸۰

براساس داده‌های به دست آمده، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) روند تغییر اعداد و ارقام در این تمرین نشان‌دهنده چه چیزی است؟

ب) در این تمرین چه چیزی به عنوان آمار محسوب می‌شود؟

پ) بهترین تصمیمی که مدیر کارخانه براساس «علم آمار» می‌تواند بگیرد، چیست؟

☐ ادامه خط تولید لامپ‌ها

☐ توقف یا اصلاح خط تولید لامپ‌ها



کارخانه لامپ‌سازی



۶ کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است :

الف) اولین قدم در استفاده از «علم آمار»، جمع آوری داده‌هاست.....

ب) پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده، نتیجه استفاده از «علم آمار» است.....

پ) «علم آمار»، همان اعداد و ارقام است.....

۷ به شکل روبه‌رو توجه کنید : آیا این شکل را می‌توان به اعداد و ارقام تبدیل کرد؟ اعداد

و ارقام آن چگونه‌اند؟ برای پاسخ به این سؤالات، کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر را مطالعه کنید.

کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر (پردازش تصویر)



کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر

هر تصویر از تعداد زیادی مربع‌های کوچک تشکیل شده است. هر یک از این مربع‌های کوچک «پیکسل» نام دارند و به هر پیکسل می‌توان یک عدد را نسبت داد که بیانگر مقدار روشنایی آن است.

در واقع هر تصویر از یک **جدول عددی** تشکیل می‌شود که هر یک از اعداد، مقدار روشنایی هر پیکسل را نشان می‌دهند. جدول مربوط به هر تصویر را به راحتی می‌توان به دست آورد. در اینجا نکته حایز اهمیت، کاربرد «پردازش تصویر» است.

«پردازش تصویر» یکی از موضوعات بسیار مهم در مهندسی کامپیوتر محسوب می‌شود. رشد استفاده از پردازش تصویر در سیستم‌های «کنترل هوشمند سرعت»، «خواندن اتوماتیک پلاک خودرو در طرح‌های زوج و فرد»، «طرح ترافیک» و «ثبت تخلفات خودرو» در سال‌های اخیر مشهود بوده است.

با استفاده از معیارهایی که در علم آمار وجود دارد، می‌توان به بررسی کیفیت تصاویر پرداخت و تصاویر مخدوش و نامناسب را با تصاویر حقیقی‌شان مقایسه کرد.



۸ جدول سمت راست، جدول عددی شکل سمت چپ نامیده می‌شود. اگر رنگ سبز را با عدد ۳، رنگ زرد را با عدد ۲، رنگ قرمز را با عدد ۱ و رنگ مشکی را با عدد صفر، نشان دهیم. جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید.

؟		
		؟
	؟	؟

شکل

۱	؟	؟
؟	؟	۰
؟	۰	۳

جدول عددی

الف چاقی امروزه، به عنوان یکی از مسائل مهم و اساسی در زمینه سلامت افراد محسوب می‌شود. برای اطلاع بیشتر، کاربرد علم آمار در علوم پزشکی را مطالعه کنید.

کاربرد علم آمار در پزشکی (چاقی)

یکی از کاربردهای علم آمار در علوم پزشکی، بررسی موضوع چاقی است. برای اینکه میزان چاقی یک فرد را بسنجیم، از معیاری تحت عنوان، معیار «شاخص توده بدن» استفاده می‌کنیم. این معیار از تقسیم وزن افراد (W) بر حسب کیلوگرم بر توان دوم قد افراد (H) بر حسب متر یا به عبارت دیگر $\frac{W_{kg}}{(H_m)^2}$ محاسبه می‌شود و براساس آن نتایج زیر به دست می‌آید:



کاربرد علم آمار و احتمال در پزشکی

شاخص توده بدن	طبقه بندی
کمتر از ۱۸/۵	کم وزن
۱۸/۵ تا ۲۴/۹	وزن طبیعی
۲۵ تا ۲۹/۹	اضافه وزن
۳۰ تا ۳۴/۹	چاقی درجه یک
۳۵ تا ۳۹/۹	چاقی درجه دو
بیشتر از ۴۰	چاقی درجه سه

براساس علم آمار با استفاده از مدل‌های آماری مناسب، عوامل مؤثر بر شاخص توده بدن شناسایی می‌شود. به عنوان مثال، عواملی همچون «رژیم غذایی ناسالم» و «کم تحرکی» می‌توانند در بالا رفتن این معیار و ایجاد بیماری چاقی مؤثر باشند. بنابراین، امروزه با توجه به تغییر شیوه‌های زندگی، از جمله ماشینی شدن و استفاده از خوراکی‌های آماده، نیاز به استفاده از رژیم غذایی سالم، عدم مصرف خوراکی‌های مضر و همچنین ورزش و فعالیت بدنی، بسیار ضروری است. به همین منظور، ورزش صبحگاهی و ایجاد بوفه سالم در مدارس، گامی کوچک؛ اما مؤثر در جهت سلامت افراد است.

مثال ۱

فرض کنید وزن شخصی ۱۰۰ کیلوگرم و قدش ۱ متر و ۴۷ سانتی متر باشد. شاخص توده بدن شخص به صورت زیر است:

$$\text{شاخص توده بدن} = \frac{100}{(1/47)^2} = 33/02$$

- ۱ با مراجعه به جدول موجود در کاربرد علم آمار و احتمال در پزشکی، درباره چاق بودن این شخص به چه نتیجه ای می رسید؟
- ۲ درباره چاق بودن خودتان و اعضای خانواده خود اظهار نظر کنید.

ب شکل «الف»، افراد یک شهر را نشان می دهد که شامل افراد عادی و افراد چاق می باشند.

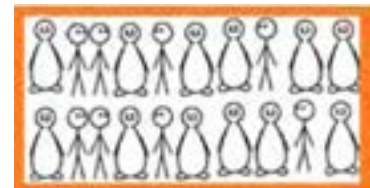


شکل الف - افراد یک شهر

با هدف به دست آوردن آمار افراد چاق و درصد این افراد، فرض کنیم بخواهیم تعداد کل افراد چاق را که در این شهر زندگی می کنند، بشماریم یا به عبارت دیگر سرشماری کنیم.

به نظر شما، این کار به سادگی انجام می شود؟

همان گونه که احتمالاً حدس زده اید، جمع آوری آمار تمام شهر، کار آسانی نیست. همان گونه که در شکل «ب» دیده می شود، به جای شمارش کل افراد این شهر، می توان تعدادی از افراد شهر را انتخاب کرد و براساس آن، پیش بینی کرد که چند درصد از افراد این شهر چاق اند. به کمک افراد انتخابی از شهر در شکل «ب» پیش بینی کنید که چند درصد افراد این شهر چاق اند.



شکل ب - افراد انتخابی از شهر

همان طور که می بینید این بار پاسخ به سؤالات، با دقت بیشتر و آسان تر داده می شود و به راحتی درصد افراد چاق در زیر مجموعه انتخابی قابل محاسبه است.



تعریف جامعه یا جمعیت

مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد، **جامعه** یا **جمعیت** نامیده می‌شود و هریک از این افراد یا اشیاء را **عضو جامعه** می‌نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه

تعداد اعضای جامعه را **اندازه جامعه** یا **حجم جامعه** گویند. به عنوان مثال، دانش‌آموزان یک مدرسه می‌توانند یک جامعه باشند و هریک از دانش‌آموزان مدرسه عضو این جامعه هستند.

تعریف نمونه

بخشی از جامعه را که برای مطالعه انتخاب شود، **نمونه** گویند و هریک از افراد یا اشیای انتخاب شده را **عضو نمونه** گویند.



تعریف اندازه یا حجم نمونه

تعداد اعضای نمونه را **اندازه نمونه** یا **حجم نمونه** گویند. به عنوان مثال دانش‌آموزان یک کلاس به عنوان یک نمونه از دانش‌آموزان مدرسه هستند و هریک از دانش‌آموزان کلاس، عضو نمونه محسوب می‌شوند.

کاردر کلاس

در نمودار روبه‌رو تعداد کل قطعات تولیدی دو کارخانه «الف» و «ب» مشخص شده است. برای شناسایی تعداد قطعات معیوب، نمونه‌هایی از تعداد کل قطعات تولیدی انتخاب شده که در نمودار روبه‌رو ارائه شده است. با توجه به اعداد و ارقام موجود در نمودار، جدول صفحه بعد را کامل کنید.

نمودار مربوط به تعداد قطعات تولیدی

تعداد کل قطعات تولیدی ■ تعداد نمونه‌های انتخابی ■



اندازه نمونه	نمونه	اندازه جامعه	عضو جامعه	جامعه
۱۰۰۰			قطعات تولیدی	کارخانه الف
	قطعات تولیدی انتخابی			کارخانه ب

تمرین



۱ می‌خواهیم درباره کیفیت محصولات تولیدی یک کارخانه، تحقیقی انجام دهیم. برای این منظور، از تعداد کل قطعات تولید شده در کارخانه که برابر با ۱۰۰۰۰ قطعه است، ۱۰۰ قطعه انتخاب می‌شود. با توجه به اطلاعات موجود، جدول زیر را کامل کنید :

ویژگی مورد بررسی	اندازه نمونه	اندازه جامعه	جامعه

۲ کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است :

الف) اندازه جامعه کمتر از اندازه نمونه است.....

ب) اعضای نمونه، همان اعضای جامعه‌اند.....

پ) نمونه زیر مجموعه‌ای از جامعه است.....

۳ در شکل زیر، دانش‌آموزان یک مدرسه در صف صبحگاهی مشاهده می‌شوند.

هر صف افقی نشان‌دهنده تعداد دانش‌آموزان یک کلاس است. جامعه و اعضای آن را مشخص کنید و دو نمونه دلخواه از این جامعه را ارائه کنید.



درس سوم: متغیر و انواع آن

فعالیت



مزرعه هلو

شکل روبه‌رو محصولات هلوی یک مزرعه کشاورزی را نشان می‌دهد. میوه‌های هلوی این مزرعه را به عنوان اعضای جامعه در نظر بگیرید. یکی از میوه‌ها را انتخاب کنید. برای بررسی مرغوبیت این میوه، می‌توان به چند ویژگی از آن مانند وزن و کیفیت توجه کرد. به کمک یک ترازوی دیجیتالی، وزن آن به راحتی قابل اندازه‌گیری است.

الف برای اندازه‌گیری کیفیت میوه هلو چه باید کرد؟ آیا به کمک ابزار اندازه‌گیری می‌توان به این سؤال پاسخ داد؟

ب آیا ترازو، پاسخ این سؤال را هم می‌دهد؟

پ کشاورز چگونه می‌تواند کیفیت میوه هلوی تولیدی خود را بالا ببرد؟

برای پاسخ به سؤالات «الف» و «ب» باید گفت که هیچ ترازو و یا وسیله‌ای که بتواند میزان کیفیت میوه هلو را اندازه‌گیری کند، وجود ندارد. با این حال کشاورزان با توجه به کیفیت آن، این میوه را به صورت «درجه یک»، «درجه دو» و «درجه سه» به بازار عرضه می‌کنند. به عبارت بهتر، عدد یک را به میوه‌های هلوی بسیار مرغوب و درشت، عدد دو را به میوه‌های هلوی متوسط و عدد سه را به میوه‌های هلوی ریز نسبت می‌دهند. برای پاسخ به سؤال «پ»، کاربرد علم آمار در مهندسی کشاورزی را مطالعه کنید.

کاربرد علم آمار در مهندسی کشاورزی (طراحی و نحوه تولید محصولات)



علم آمار در مهندسی کشاورزی کاربرد بسیار زیادی دارد. یک مهندس کشاورزی همواره علاقه‌مند است تا کمیت و کیفیت تولید محصولاتش به بیشترین حد ممکن برسد. برای این منظور، مهندس کشاورزی از انواع کودها مانند نیترات آمونیوم، فسفر و ... استفاده می‌کند. اما سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود، آن است که چه میزان کود باید استفاده شود تا کمیت و کیفیت تولید محصولات آن به بیشترین مقدار برسد؟ اینجاست که علم آمار با طراحی آزمایش‌هایی، به این سؤال پاسخ می‌دهد.

بدین منظور، قطعات مختلفی از زمین به طوری که از نظر رطوبت، حاصلخیزی خاک، نور و ... کاملاً یکسان باشند، در نظر گرفته می‌شود. سپس به مطالعه درصدهای مختلف کودهای مورد نظر در این قطعات زمین پرداخته می‌شود. به عبارت دیگر علم آمار در تعیین عوامل مؤثر مانند کودهای مورد استفاده در زمین کشاورزی و سطوحی از عوامل مانند درصدهایی از میزان استفاده کودها برای رسیدن به تولیدات بیشتر کشاورزی به مهندسان کشاورزی کمک می‌کند.

تعریف متغیر و مقدار متغیر

متغیر، ویژگی از اعضای یک جامعه است که بررسی و مطالعه می‌شود و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند. عددی را که به ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود، مقدار متغیر می‌گویند.



شکل الف

به عنوان مثال در شکل «الف» وزن و کیفیت میوه هلو به عنوان دو متغیر مربوط به میوه هلوست و مقادیر آن در جدول زیر آمده است:

مقدار متغیر	متغیر مربوط به میوه هلو
۲۰۰ گرم	وزن هلو
درجه یک (۱)، درجه دو (۲)، درجه سه (۳)	کیفیت هلو

کاردرکلاس

۱ شکل «ب» یک خودرو را نشان می‌دهد، برخی از ویژگی‌های این خودرو مانند سرعت، میزان بنزین مصرفی و رنگ خودرو در شکل مشخص شده است.



شکل ب

«سرعت خودرو» و «میزان بنزین مصرفی»، قابل اندازه‌گیری است. به عنوان مثال حداکثر سرعت این خودرو در جاده‌ها ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است. به عبارت دیگر مقدار متغیر «سرعت خودرو» برابر با ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است.

همچنین اگر خودرویی به عنوان مثال برای هر ۱۰۰ کیلومتر، ۸ لیتر بنزین مصرف کند؛ بنابراین مقدار متغیر «میزان مصرف خودرو» برابر با ۸ لیتر برای هر ۱۰۰ کیلومتر است.

ولی در این مثال رنگ خودرو قابل اندازه‌گیری نیست. می‌توان انواع رنگ‌های مشکی، سفید و ... را به عنوان مقادیر متغیر «رنگ خودرو» در نظر گرفت و آنها را با اعداد دلخواهی مانند عدد یک برای رنگ مشکی و عدد دو برای رنگ سفید نشان داد.

به نظر شما چه متغیرهای دیگری در این خودرو می‌توان معرفی نمود؟
در سطرهای خالی مقدار هریک از متغیرهای معرفی شده جدید را بیان کنید.

مقدار متغیر	متغیرهای یک خودرو
۱۲۰	حداکثر سرعت مجاز خودرو در جاده
۸	میزان بنزین مصرفی برای هر ۱۰۰ کیلومتر
سفید	رنگ خودرو



۲ جدول زیر متغیرهایی را که دربارهٔ یک دانش‌آموز مطالعه شده است، نشان می‌دهد. مقدار این متغیرها را دربارهٔ خودتان در جدول زیر بنویسید.

مقدار متغیر	متغیرهای یک دانش‌آموز
	سن دانش‌آموز
	نمره ریاضی نهم دانش‌آموز
	گروه خونی (A, B, O, AB)
	قد دانش‌آموز
	وزن دانش‌آموز

مقدار متغیر	متغیر
۱/۲ متر	طول بدن

۳ با توجه به مطالب مربوط به کاربرد علم آمار در محیط زیست، متغیرها و مقدار متغیرهای مربوط به یوزپلنگ ایرانی را در جدول روبه‌رو بنویسید.

۴ در یک کارخانه، کارگران مشغول کارند. مهندس این کارخانه، این کارگران را بر اساس مهارت به صورت بسیار ماهر، ماهر، متوسط و ضعیف درجه بندی کرده است. متغیر و مقدار متغیر را برای کارگران بنویسید.

کاربرد علم آمار و احتمال در محیط زیست



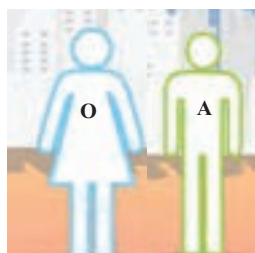
کاربرد علم آمار و احتمال در محیط زیست

علم آمار و احتمال در محیط زیست کاربرد دارد. به عنوان مثال با استفاده از این علم می‌توان به شناسایی و شناخت عوامل مؤثر بر زیستگاه‌های مطلوب حیوانات در حال انقراض اشاره کرد. این موضوع مدیران محیط زیست را در مدیریت و حفاظت از این زیستگاه‌ها یاری می‌کند. یکی از این حیوانات در حال انقراض «یوزپلنگ ایرانی» است. یوزپلنگ ایرانی یک زیرگونهٔ به شدت در معرض خطر انقراض از یوزپلنگ است که اکنون تنها چند ده قلاده از آن در ایران یافت می‌شود. این جانور در مناطق بیابانی در سطح منطقه زندگی می‌کرد و سال‌هاست که نسل آن در معرض نابودی کلی قرار دارد. یوزپلنگ از خانوادهٔ گربه سانان به شمار می‌آید؛ اما به دلیل داشتن دست و پای بلند، بدنی کشیده و باریک، و سینه‌های فراخ تا حدود زیادی به سگ‌های تازی شبیه است. در میان گربه‌سانان، یوز با داشتن ارتفاع شانهای برابر با ۳۸ تا ۶۷ سانتی‌متر و وزنی بین ۲۷ تا ۴۰ کیلوگرم از جمله گربه‌سانان کوچک جثه به شمار می‌رود. اندازهٔ طول بدن آن به ۱/۲ متر می‌رسد و طول دم آن نیز میان ۴۸ تا ۶۶ سانتی‌متر است. همچنین سر این جانوران به نسبت کوچک است.

در یک شهر، با افراد مختلفی رو به رو می‌شویم و از آنها سؤالاتی می‌کنیم. آنها به صورت زیر، به سؤالات ما پاسخ داده‌اند. به عنوان مثال:

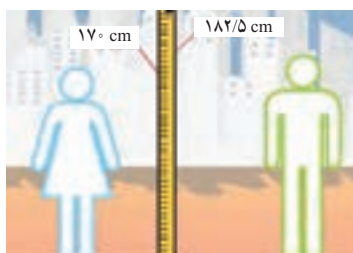
و سؤال آخر:

«گروه خونی خود را بگویید؟»



از همان خانم و آقای پرسیم:

«قد شما چند سانتی متر است؟»



از مادر یک خانواده می‌پرسیم:

«چند فرزند دارید؟»



از یک آقای خانم می‌پرسیم:

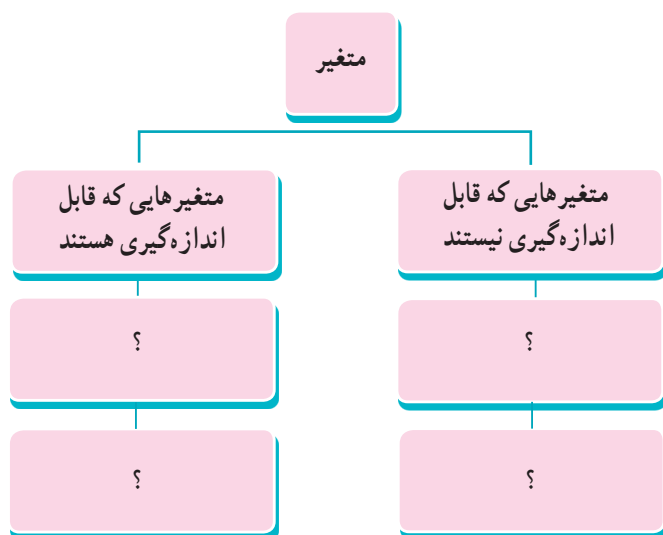
«چقدر از آشپزی کردن لذت می‌برید؟»



حال به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف با توجه به شکل‌های مورد نظر، پاسخ‌های افراد را در جدول زیر قرار دهید و آن را کامل کنید.

نام متغیر		
تعداد فرزندان	۲	—
قد افراد		
گروه خونی		
میزان لذت بردن از آشپزی		



ب با توجه به متغیرهای بیان شده، کدام متغیرها قابل اندازه‌گیری‌اند و کدام نیستند؟ به جای علامت سؤال، نام متغیر مورد نظر را بنویسید.

تعریف متغیرهای کمی

متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری اند، «متغیرهای کمی» گویند. به عنوان مثال تعداد فرزندان خانواده و وزن افراد متغیرهای کمی اند.

تعریف متغیرهای کیفی

متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری نیستند، «متغیرهای کیفی» گویند. به عنوان مثال گروه خونی افراد و پاسخ سؤال «میزان لذت بردن از آشپزی» متغیرهای کیفی اند.

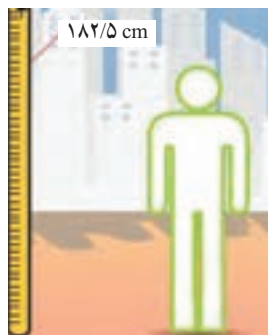
کاردکلاس



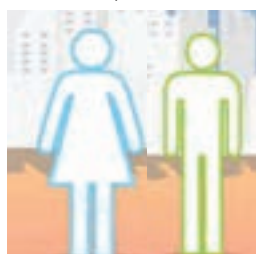
شکل الف



شکل ب



شکل پ



شکل ت

۱ با توجه به شکل‌ها، جملات را کامل کنید :

در شکل «الف»، تعداد مسافران یک قطار، یک متغیر کمی است.

در شکل «ب»، اقوام ایرانی یک متغیر است.

در شکل «پ»، قد فرد، یک متغیر است.

در شکل «ت»، جنسیت افراد یک متغیر است.

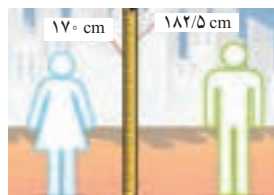
۲ نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید :

- | | | |
|-------------------------------|------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> کیفی | <input type="checkbox"/> کمی | الف) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، جنگنده) |
| <input type="checkbox"/> کیفی | <input type="checkbox"/> کمی | ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید. |
| <input type="checkbox"/> کیفی | <input type="checkbox"/> کمی | پ) رنگ چشم (میشی، آبی، قهوه‌ای) |

۳ جدول زیر را کامل کنید.

سؤال (متغیر)	پاسخ (مقدار متغیر)	نوع متغیر
موی شما چه رنگی است؟	مشکی، قهوه‌ای، طلایی، سفید، قرمز	
وزن شما چه عددی است؟	۶۰ تا ۷۰ کیلوگرم	
چقدر از تماشای بازی فوتبال لذت می‌برید؟	بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم، لذت نمی‌برم	

فعالیت



همان گونه که در فعالیت قبل مطرح شد، پاسخ دو سؤال زیر، متغیرهایی از نوع کمی اند.

۱ از مادر یک خانواده می پرسیم: چند فرزند دارید؟

برخی از جواب های ممکن: ۰، ۱، ۲، ۳ و ...

۲ قد شما چند سانتی متر است؟

برخی از جواب های ممکن: ۱۵۰ سانتی متر تا ۱۷۰ سانتی متر، ۱۵۹ سانتی متر، ۱۶۰/۵ سانتی متر و ...

۳ فرض کنید کمترین و بیشترین وزن در جامعه دانش آموزان پایه دهم کشور به ترتیب ۴۶ کیلوگرم و ۷۵ کیلوگرم باشد. در این صورت

وزن تمام دانش آموزان کشور در بازه [۴۶, ۷۵] قرار می گیرد.

آیا هر عددی از این بازه می تواند وزن یک دانش آموز باشد؟

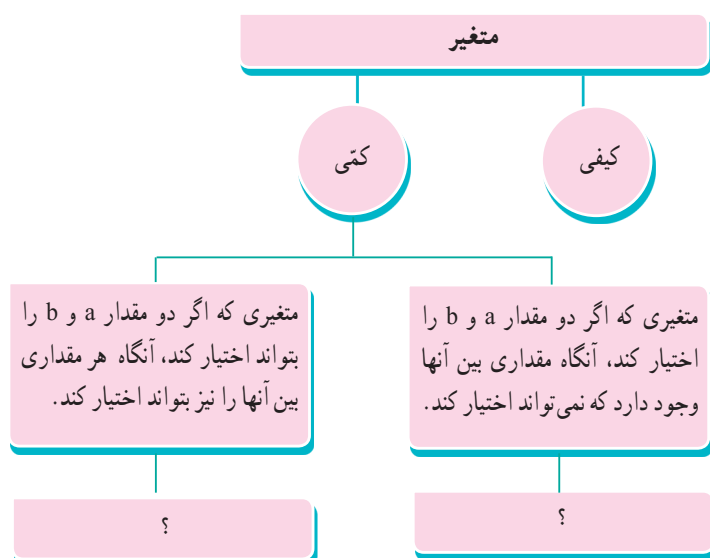
۴ فرض کنید کمترین و بیشترین تعداد فرزندان یک خانواده در کشور به ترتیب ۰ و ۲۰ باشد. در این صورت تعداد فرزندان هر خانواده

در این کشور عددی صحیح از بازه [۰, ۲۰] خواهد بود. آیا هر عددی از این بازه می تواند نشان دهنده تعداد فرزندان یک خانواده باشد؟

۵ متغیرهای مطرح شده در قسمت های ۳ و ۴ کمی اند و یا کیفی؟

۶ چه تفاوتی در متغیرهای مطرح شده در قسمت های ۳ و ۴ وجود دارد که جواب های مربوط به آنها متفاوت است؟

۷ با توجه به قسمت های ۳ و ۴ در شکل زیر به جای علامت سؤال، پاسخ مناسب قرار دهید.



انواع متغیر کمی :

(۱) متغیر پیوسته (۲) متغیر گسسته



تعریف متغیر پیوسته

متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آنها را نیز بتواند اختیار کند. به عنوان مثال وزن یک دانش آموز می تواند ۴۶ کیلوگرم، ۴۷ کیلوگرم یا هر عددی بین این دو رقم باشد.

تعریف متغیر گسسته

متغیر گسسته، متغیری است که پیوسته نباشد. به عنوان مثال تعداد فرزندان یک خانواده متغیر گسسته است.

کار در کلاس



۱) با پر کردن جاهای خالی، پیوسته یا گسسته بودن متغیرهای کتی زیر را مشخص کنید.

الف) سرعت خودرو یک متغیر پیوسته است. مقدار آن متغیر ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است.

ب) میزان مصرف بنزین این خودرو، یک متغیر و مقدار آن برای هر ۱۰۰ کیلومتر است.

پ) تعداد سرنشینان مجاز در این خودرو، یک متغیر است و این تعداد برابر با است.

۲) انواع متغیرهای زیر را مشخص کنید :

<input type="checkbox"/> پیوسته	<input type="checkbox"/> گسسته	الف) تعداد ماهی های یک دریا
<input type="checkbox"/> پیوسته	<input type="checkbox"/> گسسته	ب) مدت زمانی که طول می کشد از خانه به مدرسه برسد.
<input type="checkbox"/> پیوسته	<input type="checkbox"/> گسسته	پ) وزن افراد
<input type="checkbox"/> پیوسته	<input type="checkbox"/> گسسته	ت) تعداد دانش آموزان یک مدرسه

۵ در جدول زیر، پاسخ شما چه نوع متغیری (گسسته یا پیوسته) است؟

سؤال (متغیر)	پاسخ (مقدار متغیر)	نوع متغیر
قد شما چه عددی است؟	عددی بین ۱۷۲ تا ۱۸۵ سانتی متر	
وزن شما چه عددی است؟	۸۰/۵ کیلوگرم	
تعداد دوستان شما چند نفر است؟، ۳، ۲، ۱، ۰	
وزن دوستان چه عددی است؟	۷۰، ۷۱، ۷۲ و کیلوگرم	
شاخص توده بدن خانواده شما چه عددی است؟	۲۲، ۳۲/۵، ۳۰ و	
ارتفاع شانه یوزپلنگ ایرانی چقدر است؟	عددی بین ۳۸ تا ۶۷ سانتی متر	

انواع متغیرهای کیفی

فعالیت

به سؤال‌های زیر توجه کنید :

سؤال : از یک آقا و خانم می‌پرسیم : چقدر از آشپزی کردن لذت می‌بری؟

برخی از جواب‌های ممکن : خیلی زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم

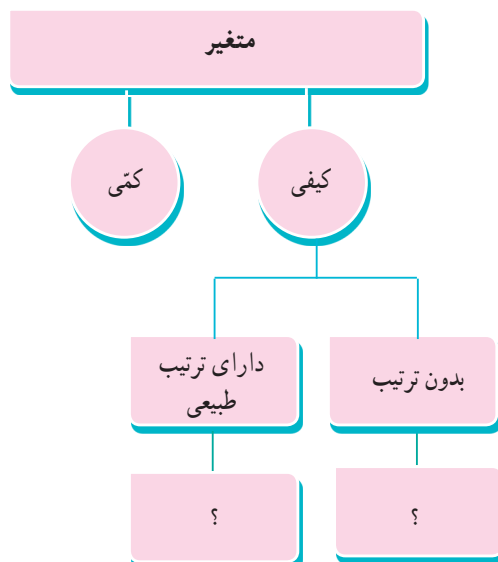
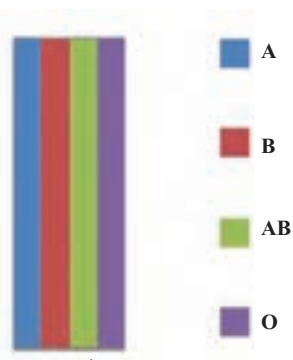
سؤال : گروه خونی خود را بگویید.

برخی از جواب‌های ممکن : گروه خونی A، B، AB، O

در پاسخ به سؤال اول، یک ترتیب طبیعی وجود دارد؛ همانند شکل «الف» در صورتی که در پاسخ

به سؤال دوم نمی‌توان ترتیب طبیعی قائل شد، شکل «ب» را ملاحظه کنید.

در شکل زیر به جای علامت سؤال، پاسخ مناسب را قرار دهید.



متغیرهای ترتیبی و اسمی

انواع متغیر کیفی :

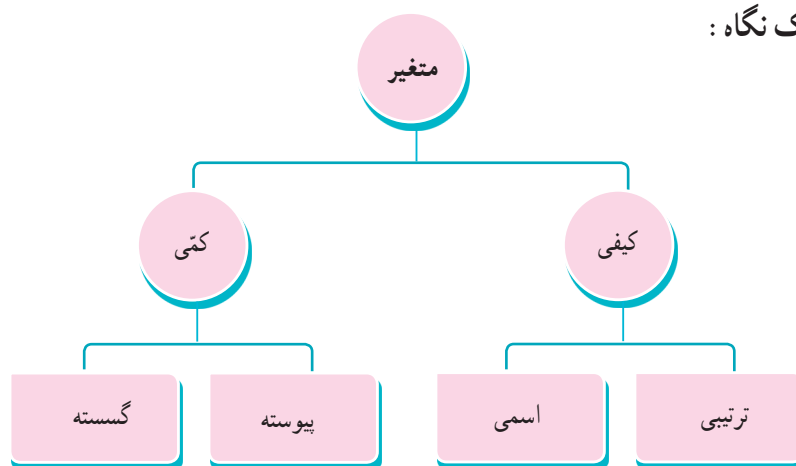
متغیرهای کیفی قابل اندازه گیری نیستند. این متغیرها به دو دسته زیر تقسیم می شود :

(۱) متغیر ترتیبی (۲) متغیر اسمی (غیر ترتیبی)

متغیر ترتیبی : متغیری است که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد. به عنوان مثال سطح تحصیلات (دیپلم، فوق دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری)

متغیر اسمی (غیر ترتیبی) : متغیری کیفی است که ترتیبی نیست؛ مانند جنسیت (زن و مرد)

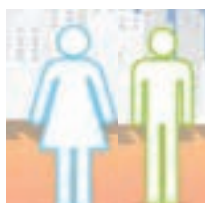
انواع متغیرها در یک نگاه :



کار در کلاس

با توجه به شکل های زیر جملات زیر را کامل کنید :

در شکل «الف»، جنسیت افراد، یک متغیر **اسمی** است و مقادیر آن زن و مرد است.



شکل الف

در شکل «ب»، مقام هایی که یک ورزشکار در مسابقه به دست می آورد، یک متغیر است و مقادیر آن است.

مقام اول

مقام دوم

مقام سوم

شکل ب

در شکل «پ»، میزان علاقه شما درباره خورش قیمه سؤال شده است که یک متغیر است و مقادیر آن است.



شکل پ

بسیار زیاد،
زیاد،
متوسط،
کم،
بسیار کم

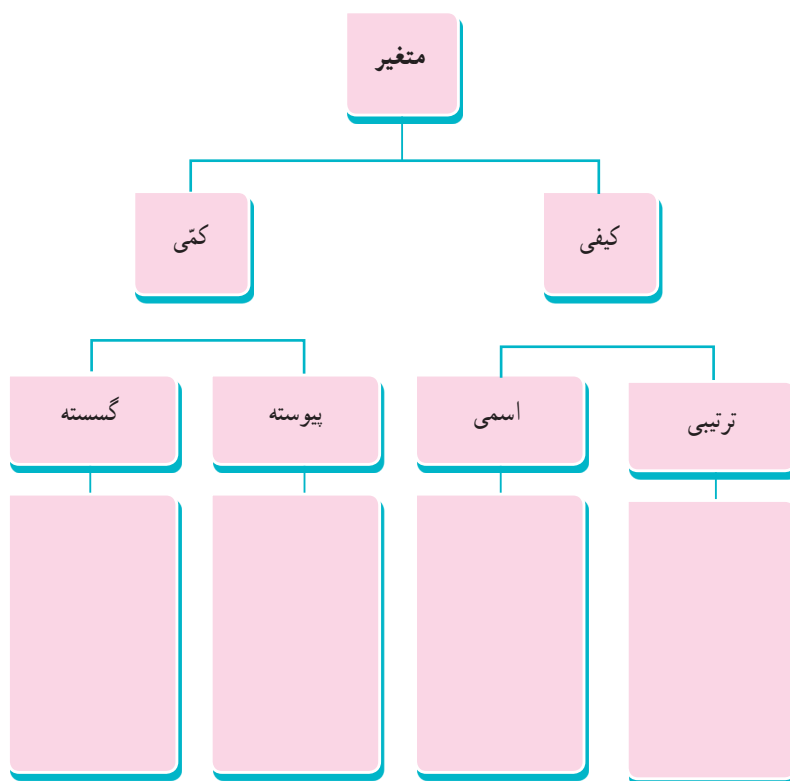
۱ با پر کردن جاهای خالی، اسمی یا ترتیبی بودن متغیرهای زیر را مشخص کنید.

- ☐ اسمی ☐ ترتیبی
☐ اسمی ☐ ترتیبی
☐ اسمی ☐ ترتیبی
☐ اسمی ☐ ترتیبی

- الف) مراحل رشد یک انسان (نوزاد، کودک، نونهال، نوجوان، جوان، میان سال، کهن سال)
 ب) نژاد افراد (سفید پوست، زرد پوست، سیاه پوست)
 پ) رنگ موی افراد (مشکی، قهوه ای، طلایی)
 ت) کیفیت میوه هلو (درجه ۱، درجه ۲، درجه ۳)
 ۲ نوع متغیرها را در نمودار زیر، دسته بندی کنید.



متغیر	نوع متغیر
۱- میزان بارندگی برحسب سانتی متر در یک شهر	
۲- نوع بارندگی (باران، برف)	
۳- تعداد شهرهایی که در یک روز هوای آفتابی دارند	
۴- میزان دمای هوا	
۵- شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم)	
۶- انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)	
۷- شدت بارندگی (زیاد، متوسط، کم)	



۳ جدول زیر متغیرهای دانش‌آموزان را نشان می‌دهد. انواع متغیرها از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، ترتیبی و اسمی را در جدول زیر کامل کنید.

متغیرهای دانش‌آموزان	متغیر کمی	متغیر کیفی	متغیر گسسته	متغیر پیوسته	متغیر ترتیبی	متغیر اسمی
سن	×			×		
نمرهٔ ریاضی نهم						
جنسیت (دختر و پسر)						
قد						
وزن						
میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)		×			×	
میزان رضایت در مدرسه (بسیار، متوسط، ضعیف)						
شاخص تودهٔ بدن						

۴ فرض کنید وزن شخصی ۹۵ کیلوگرم و قد او ۱/۶۰ سانتی‌متر باشد.

الف) شاخص تودهٔ بدن این شخص را حساب کنید.

ب) شاخص تودهٔ بدن شخص چه نوع متغیری از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، اسمی و ترتیبی است؟

۵ جدول سمت راست، جدول عددی شکل سمت چپ است. اگر رنگ سبز را با عدد ۳، رنگ سفید را با عدد ۲ و رنگ قرمز را با

عدد ۱ نشان دهیم، جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید. این شکل چه چیزی است؟

؟	؟	؟
؟		؟
	؟	؟

شکل

؟	۳	۳
۲	؟	۲
؟	۱	۱

جدول عددی

۶ جامعه و نمونه را تعریف کنید و برای هر یک مثال بزنید.

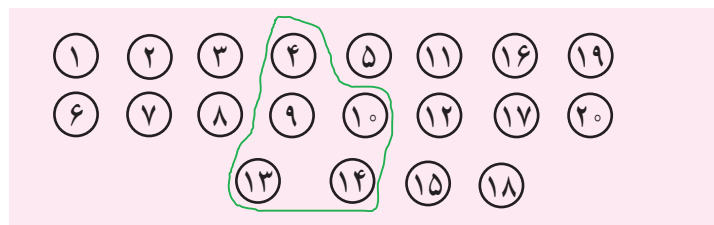
۷ شکل زیر یک جامعهٔ فرضی را نشان می‌دهد که اعضای آن را با شماره‌های ۱ تا ۲۰ مشخص کرده‌ایم. همچنین اعضای نمونه با خط

سبز رنگ انتخاب شده‌اند. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) اندازهٔ جامعه چه عددی است؟

ب) اندازهٔ نمونهٔ انتخابی چه عددی است؟

پ) اعضای نمونهٔ انتخابی را بنویسید.



۸ جدول زیر را کامل کنید.

متغیر	نوع متغیر
وزن یک هلو	
کیفیت یک هلو	
اندازه طول بدن یوزپلنگ ایرانی	
اقوام ایرانی	
وضعیت آب و هوا	
دمای هوا در قله	
فشار هوا در قله کوه	

