حرکت‌شناسی در دو بعد

فصل ۱

حرکت شناسی در دو بعد

نگاهی به فصل : دربارهٔ حرکت‌هایی که در اطراف ما رخ می‌دهد، اغلب، پرسش‌های زیادی برای ما مطرح می‌شود؛ پرسش‌هایی چون : سیاره‌ها در چه مسیرهایی به دور خورشید حرکت می‌کنند؟ چرا هنگامی که فنری را می‌کشیم و رها می‌کنیم، نوسان می‌کند؟ ماهواره‌ها را چگونه در مدار زمین قرار می‌دهند؟ و... پاسخ این پرسش‌ها را باید در علم **مکانیک** جست‌وجو کرد. علمی که در آن حرکت اجسام مورد بررسی قرار می‌گیرد. هنگامی که چگونگی حرکت را توصیف می‌کنیم، با بخشی از علم مکانیک که **حرکت‌شناسی** نامیده می‌شود، سروکار داریم. بخش دیگری از علم مکانیک، **دینامیک** است که به بررسی رابطهٔ بین حرکت و نیرو می‌پردازد. به این موضوع در فصل بعد خواهیم پرداخت.

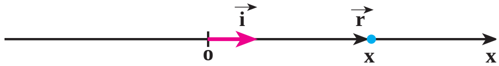
در فیزیک (۲) و آزمایشگاه تا اندازه‌ای حرکت‌شناسی در یک بعد را مورد بررسی قرار دادیم، با کمیت‌های مکان، جابه‌جایی سرعت متوسط و ... آشنا شدیم، و حرکت یکنواخت و حرکت با شتاب ثابت برروی یک خط راست را نیز بررسی کردیم. ما در زندگی روزمره بیشتر با حرکت‌هایی که در دو بعد و سه بعد انجام می‌شوند سروکار داریم، و بررسی آنها اهمیت بیشتری دارد؛ از این رو، در این فصل، پس از یادآوری مطالبی که در کتاب فیزیک (۲) و آزمایشگاه خوانده‌اید، به بررسی حرکت در دو بعد می‌پردازیم.

۱ــ۱ــ حرکت در یک بعد

در شکل ۱ــ۱ جسمی بر روی محور x نمایش داده شده است. مکان جسم در این شکل با بردار $\vec{r}$ مشخص شده است. بردار $\vec{r}$ را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$\vec{r} = x\,\vec{i} \qquad (۱ــ۱)$$

در این رابطه، $\vec{i}$ بردار یکّه در جهت محور x است.



شکل ۱ــ۱

هنگامی که جسم روی محور x حرکت می‌کند، در هر لحظه بردار مکان آن تغییر می‌کند. برای توصیف حرکت جسم، یعنی برای مشخص کردن بردار مکان جسم در لحظهٔ t کافی است که x را به صورت تابعی از زمان داشته باشیم :

$$x=f(t) \qquad (۱\text{ـ}۲)$$

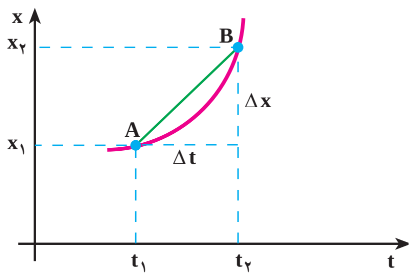
این رابطه، **معادلهٔ حرکت** جسم نامیده می‌شود.

در کتاب فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که حرکت جسم را می‌توان به صورت نموداری در دستگاه مختصات مکان ــ زمان نمایش داد؛ به عبارت دیگر، این نمودار با رسم تابع $x=f(t)$ در دستگاه مختصات t ــ x به‌دست می‌آید.

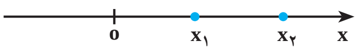
تمرین ۱ــ۱

معادلهٔ حرکت جسمی در یک بعد در SI با رابطهٔ $x = -t^2 + 6t - 8$ بیان شده است. الف) نمودار مکان ــ زمان آن را رسم کنید. ب) بردار مکان جسم را در زمان‌های $t = 0$ ، ۱ ، ۳ (s) روی محور x نمایش دهید.

سرعت متوسط : نمودار مکان ــ زمان جسمی در شکل ۱ــ۲ــ الف نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱ــ۲ــ الف نشان داده شده است، متحرک در لحظهٔ t_1 در مکان x_1 (نقطهٔ A) روی نمودار مکان ــ زمان و در لحظهٔ t_2 در مکان x_2 (نقطهٔ B) قرار دارد.



شکل ۱ــ۲ــ الف



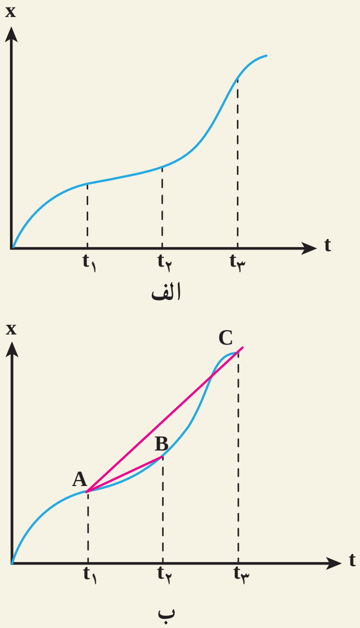
شکل ۱ــ۲ــ ب

در این شکل، $\Delta x = x_2 - x_1$ مقدار جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$، و نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$، که شیب خط AB در دستگاه مکان ــ زمان است، سرعت متوسط متحرک نامیده می‌شود. این کمیت را با $\bar{v}_x$ نشان دادیم :

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (۱\text{ـ}۳)$$

زیرنویس x مشخص می‌کند که حرکت در راستای محور x انجام می‌شود.

مثال ۱ــ۱



شکل ۱ــ۳

در نمودار شکل ۱ــ۳ــ الف سرعت متوسط را در بازه‌های t_2-t_1 و t_3-t_1 با هم مقایسه کنید.

پاسخ : در شکل ۱ــ۳ــ ب خط‌های AB و AC به ترتیب بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 و دو لحظهٔ t_1 و t_3 رسم شده‌اند. شیب پاره‌خط AB برابر سرعت متوسط در بازهٔ t_2-t_1 است و شیب پاره خط AC برابر سرعت متوسط در بازهٔ t_3-t_1 است. و چون شیب پاره‌خط AC بیشتر از شیب پاره‌خط AB است، بنابراین سرعت متوسط در بازهٔ t_3-t_1 بزرگتر از سرعت متوسط در بازهٔ t_2-t_1 است.

مثال ۱ــ۲

معادلهٔ حرکت جسمی در SI با رابطهٔ $x = ۲t^۲ + ۱$ بیان شده است. سرعت متوسط آن را در بازه‌های زمانی (الف) ۱ تا ۲ ثانیه، (ب) ۱ تا ۱/۱ ثانیه، (پ)۱ تا ۱/۰۱ ثانیه و (ت) ۱ تا ۱/۰۰۱ ثانیه به دست آورید. (ث) از این مثال به چه نتیجه‌ای می‌رسید؟

پاسخ

الف)

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\bar{v}_x = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۹-۳}{۲-۱} = ۶\,m/s$$

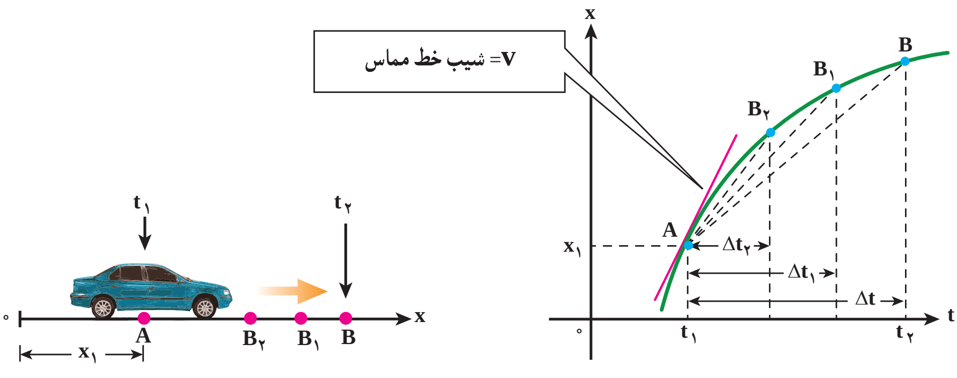
ب) $\bar{v}_x = \frac{۳/۴۲-۳}{۱/۱-۱} = ۴/۲\ m/s$

پ) $\bar{v}_x = \frac{۳/۰۴۰۲-۳}{۱/۰۱-۱} = ۴/۰۲\ m/s$

ت) $\bar{v}_x = \frac{۳/۰۰۴۰۰۲-۳}{۱/۰۰۱-۱} = ۴/۰۰۲\ m/s$

ث) همان‌طور که دیدیم سرعت متوسط در بازه‌های زمانی کوچک و کوچک‌تر به یک مقدار مشخص میل می‌کند.

سرعت لحظه‌ای : دیدیم که سرعت متوسط بین دو نقطه از نمودار مکان ــ زمان، شیب خطی است که نمودار مکان ــ زمان را در آن دو نقطه قطع می‌کند. اکنون می‌خواهیم ببینیم از دید هندسی با کوچک شدن تدریجی Δt، سرعت متوسط به چه صورتی در می‌آید. به این منظور، نمودار مکان ــ زمان شکل ۱ــ۴ را در نظر بگیرید. از این شکل در می‌یابیم اگر بازهٔ زمانی Δt، کوچک و کوچک‌تر شود، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک و نزدیک‌تر شده و سرانجام، خط AB در نقطهٔ A بر نمودار مماس می‌شود. شیب خط مماس را در این حالت، سرعت لحظه‌ای جسم در لحظهٔ $t_۱$ می‌نامیم.



شکل ۱ــ۴ ــ شکل سمت چپ، اتومبیلی را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کند. شکل سمت راست، نمودار مکان ــ زمان حرکت اتومبیل را نشان می‌دهد. با کوچک شدن Δt، B به A نزدیک شده و خط واصل در حالت $\Delta t \to ۰$ تبدیل به خط مماس بر منحنی می‌شود و شیب آن، سرعت لحظه‌ای را نشان می‌دهد.

به‌عبارت دیگر، هنگامی که $t_۲$ به $t_۱$ نزدیک می‌شود، یعنی وقتی Δt به سمت صفر میل می‌کند، $\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت لحظه‌ای جسم را در لحظهٔ $t_۱$ به‌دست می‌دهد. پس، **سرعت لحظه‌ای حدّ سرعت**

متوسط است، هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند. سرعت لحظه‌ای را با v_x نمایش می‌دهیم؛ در نتیجه داریم:

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (۱\_۴)$$

در درس ریاضی دیده‌اید که این حد برابر مشتق تابع x نسبت به زمان است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

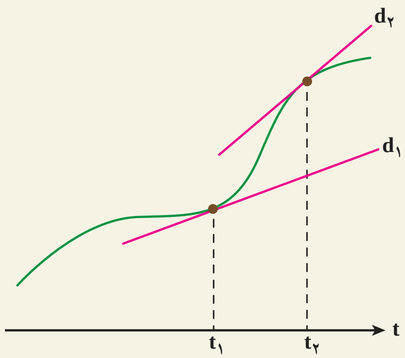
$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad (۱\_۵)$$

اگر $x = f(t)$ معلوم باشد، از رابطهٔ ۱ــ۵ می‌توان v_x را به صورت تابعی از زمان به دست آورد؛ این تابع، معادلهٔ سرعت نامیده می‌شود. در حالت حدی، وقتی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، وتر AB در نقطهٔ A بر نمودار مکان ــ زمان مماس می‌شود. این همان تعبیر هندسی **مشتق** است که در درس ریاضی خوانده‌اید. از این پس، سرعت لحظه‌ای را ــ به اختصار ــ سرعت می‌نامیم.

مثال ۱ــ۳

در شکل ۱ــ۵ مماس d_1، در لحظهٔ t_1 و مماس d_2 در لحظهٔ t_2 نشان داده شده است. در کدام لحظه سرعت بیشتر است؟

پاسخ: همان‌طور که در شکل دیده می‌شود شیب d_2 بیشتر از شیب d_1 است و بنابراین $v_2 > v_1$ است (سرعت در لحظهٔ t_2 بیشتر از سرعت در لحظهٔ t_1 است).



شکل ۱ــ۵

مثال ۱ــ۴

در مثال ۱ــ۲، معادلهٔ حرکت متحرک در SI به صورت $x = 2t^2 + 1$ است.

الف) معادلهٔ سرعت آن را به دست آورید.

ب) نمودار سرعت ــ زمان را برای آن رسم کنید.

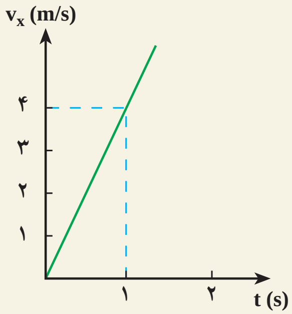
پ) سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = 1s$ به دست آورید.

پاسخ

الف) با استفاده از رابطهٔ ۱ــ۵ داریم :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 4t$$

ب) نمودار سرعت ــ زمان به صورت خط راستی است که از مبدأ دستگاه $v - t$ می‌گذرد.



شکل ۱ــ۶

پ)

$$v_x = 4t$$

$$t = 1s \Rightarrow v_x = 4m/s$$

این نتیجه را می‌توانستیم از مثال ۱ــ۲ نیز حدس بزنیم؛ زیرا در آن مثال با نزدیک شدن t_2 به t_1، سرعت متوسط جسم نیز به مقدار $4m/s$ (سرعت جسم در لحظهٔ $t = 1s$) نزدیک می‌شود.

بردار سرعت متحرک را، در حرکت یک بُعدی، می‌توان به صورت زیر نمایش داد :

$$\vec{v} = v_x \vec{i} \qquad (۱ــ۶)$$

هنگامی که جسم در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، v_x مثبت است (چرا؟) و در نتیجه، بردار سرعت جسم در جهت این محور قرار می‌گیرد. هنگامی که جسم در خلاف جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، v_x منفی است و بردار سرعت در جهت عکس این محور قرار می‌گیرد.

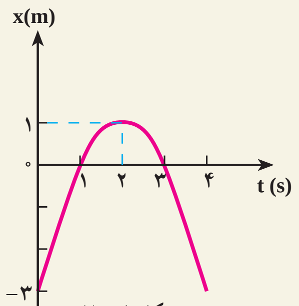
مثال ۱ــ۵

معادلهٔ حرکت جسمی در SI با رابطهٔ $x=-t^{2}+4t-3$ بیان شده است. الف) معادلهٔ سرعت آن را به دست آورید. ب) نمودارهای مکان ــ زمان و سرعت ــ زمان متحرک را در ۴ ثانیهٔ اوّل رسم کنید. پ) مسیر حرکت جسم را رسم و چگونگی حرکت را توصیف کنید.

پاسخ

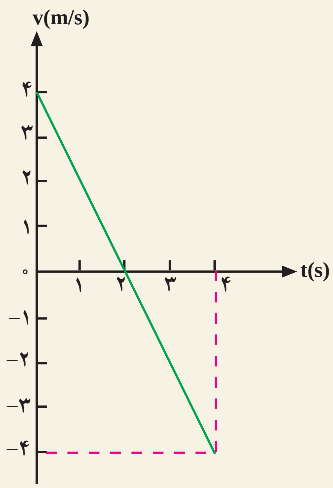
الف) با استفاده از رابطهٔ ۱ــ۵ داریم :

$$v_x=\frac{dx}{dt}=-2t+4$$



شکل ۱ ــ ۷

ب) نمودار مکان ــ زمان متحرک به صورت یک سهمی است (شکل ۱ــ۷) که بیشینهٔ آن در لحظهٔ $t=2s$ است (چرا؟). همچنین، جسم در لحظه‌های $t=1s$ و $t=3s$ در مبدأ و در لحظهٔ $t=0$، در نقطهٔ $x=-3m$ قرار دارد.



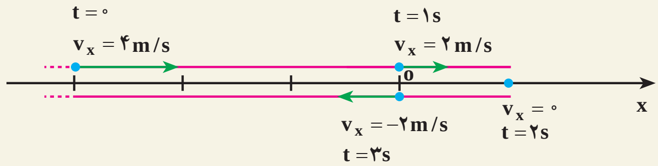
شکل ۱ــ۸

نمودار سرعت ــ زمان متحرک به صورت یک خط راست است (شکل ۱ــ۸) که در بند (الف) معادلهٔ آن را به دست آوردیم.

پ) با توجه به این نمودارها ملاحظه می‌شود که متحرک در لحظهٔ $t=0$ در مکان $x=-3m$ قرار دارد و با سرعت $4m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند. سپس سرعت آن به تدریج کاهش می‌یابد (شیب مماس بر نمودار مکان ــ زمان در شکل ۱ــ۷ به تدریج کم می‌شود) تا در لحظهٔ $t=2s$ که سرعت آن صفر می‌شود. می‌توان گفت شیب مماس بر نمودار مکان ــ زمان در این لحظه صفر می‌شود.

از لحظهٔ $t=2s$ به بعد متحرک برمی‌گردد و در خلاف جهت محور x شروع به‌حرکت می‌کند و v_x منفی می‌شود. در برگشت، اندازهٔ سرعت افزایش می‌یابد و در لحظهٔ

$t = ۳s$ دوباره از مبدأ می‌گذرد. در این لحظه، سرعت آن $-۲m/s$ است. مسیر حرکت جسم در شکل ۱ــ۹ رسم شده و بردار سرعت آن نیز روی شکل نمایش داده شده است.



شکل ۱ــ۹

در شکل ۱ــ۹ باید مسیر روی محور x رسم شود ولی ما برای اینکه مسیر را بهتر مشخص کنیم، آن را در بالا و پایین این محور رسم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که در تمام مسیر رفت و برگشت، معادلهٔ مکان و معادلهٔ سرعت جسم، به ترتیب به صورت زیر بیان می‌شود:

$$x = -t^{۲} + ۴t - ۳$$

$$v_x = -۲t + ۴$$

مثال ۱ــ۶

متحرکی با سرعت ثابت $۵m/s$، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. این متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ از نقطهٔ $x = ۱۰m$ می‌گذرد. الف) معادلهٔ حرکت را بنویسید. ب) تعیین کنید که متحرک در چه زمانی به مبدأ مختصات می‌رسد.

پاسخ

الف) در فیزیک ۲ و آزمایشگاه دیدیم که معادلهٔ حرکت یکنواخت یک جسم روی خط راست با رابطهٔ:

$$x = v_x t + x_0 \qquad (۱ــ۷)$$

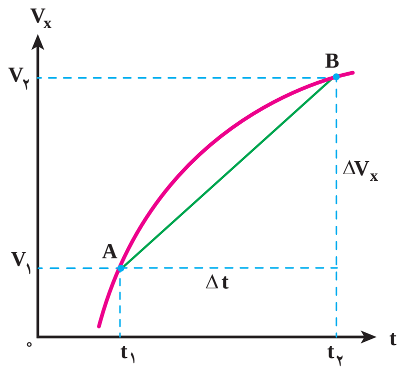
بیان می‌شود که در آن v_x سرعت (ثابت) جسم و x_0 مکان جسم در لحظهٔ $t = ۰$ است؛ در نتیجه، چون در این مثال $x_0 = +۱۰m$ و $v_x = -۵m/s$ است، معادلهٔ حرکت جسم به صورت زیر خواهد بود.

ب)

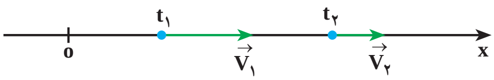
$$x = -۵t + ۱۰$$

$$x = ۰ \Rightarrow = -۵t + ۱۰ \Rightarrow t = ۲s$$

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای : می‌دانید هنگامی که سرعت جسم تغییر می‌کند، حرکت را **شتابدار** می‌نامند. در شکل ۱ــ ۱۰ــ الف نمودار سرعت ــ زمان یک حرکت شتابدار و در شکل ۱ــ ۱۰ــب بردار سرعت متحرک، در زمان‌های t_1 و t_2، نشان داده شده است.



شکل ۱ــ ۱۰ ــ الف



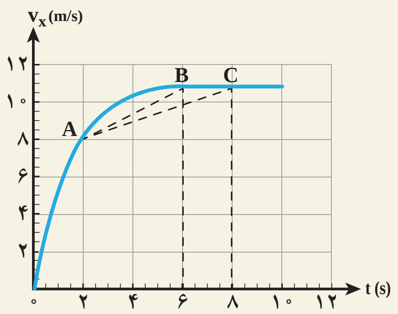
شکل ۱ ــ ۱۰ ــ ب

همچنین، می‌دانید که $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$ را تغییر سرعت متحرک در بازهٔ زمانی Δt و نسبت $\frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ را که شیب خط AB در نمودار سرعت ــ زمان است، شتاب متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی می‌نامند. این کمیت را با نماد $\bar{a}$ نشان می‌دهیم؛ در نتیجه داریم :

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \qquad (۱ــ۸)$$

مثال ۱ــ۷

نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل ۱ــ۱۱ است. شتاب متوسط این متحرک را در بازه‌های زمانی بین 2s و 6s، و بین 2s و 8s تعیین و با هم مقایسه کنید.



شکل ۱ــ۱۱

پاسخ : شیب پاره‌خط AB برابر شتاب متوسط متحرک در بازهٔ بین 2s و 6s، و شیب پاره‌خط AC برابر شتاب متوسط متحرک در بازهٔ بین 2s و 8s است. بنابراین شتاب متوسط در بازهٔ زمانی نخست برابر

است با

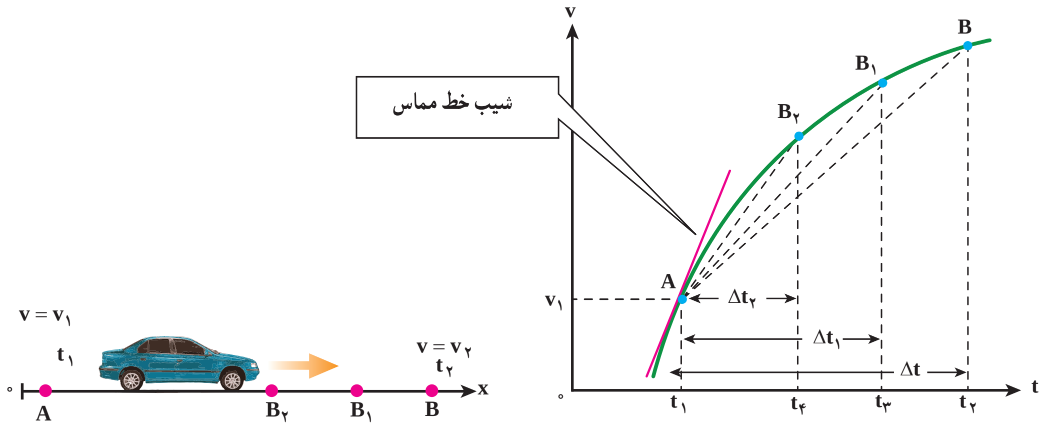
$$\bar{a}_1 = \text{AB شیب} \simeq \frac{11-8}{6-2} = \frac{3}{4}\,m/s^2$$

و شتاب متوسط در بازهٔ زمانی دوم چنین می‌شود.

$$\bar{a}_2 = \text{AC شیب} \simeq \frac{11-8}{8-2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}\,m/s^2$$

بنابراین $\bar{a}_1 > \bar{a}_2$ است.

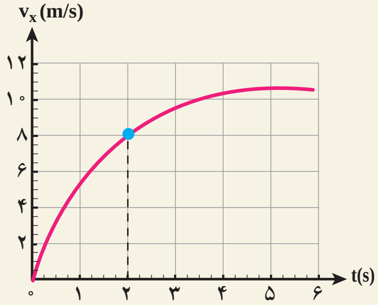
در شکل ۱ــ۱۰ هنگامی که Δt بسیار کوچک و کوچک‌تر می‌شود، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک و نزدیک‌تر شده و سرانجام خط AB در نقطهٔ A بر نمودار سرعت ــ زمان مماس می‌شود. شیب خط مماس بر نمودار در نقطهٔ A را شتاب لحظه‌ای جسم در لحظهٔ t_1 می‌نامیم (شکل ۱ــ۱۲).



شکل ۱ــ۱۲ ــ شکل سمت چپ اتومبیلی را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کند. شکل سمت راست، نمودار سرعت ــ زمان اتومبیل را نشان می‌دهد. با کوچک شدن Δt، B به A نزدیک شده و در حالت $\Delta t \to 0$ خط واصل تبدیل به خط مماس بر منحنی می‌شود و شیب آن، شتاب لحظه‌ای را نشان می‌دهد.

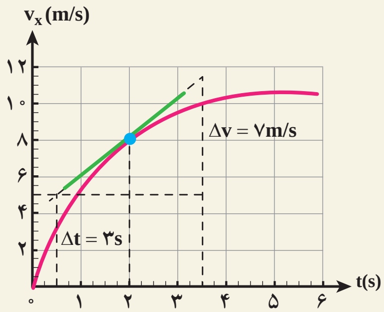
مثال ۱ــ۸

نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند در شکل ۱ــ۱۳ نشان داده شده است. شتاب این متحرک را در $t = 2s$ تعیین کنید.



شکل ۱ــ۱۳

پاسخ : شتاب متحرک در t =۲s برابر شیب این منحنی در t =۲s است. شیب، شتاب لحظه‌ای را به‌دست می‌دهد.



شکل ۱ــ۱۴

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۷m/s}{۳s}=۲/۳\,m/s^{۲}$$

توجه کنید که در حل این مسئله می‌توانستید از مختصات هر دو نقطهٔ دلخواه دیگری از خط مماس نیز استفاده کنید.

اکنون می‌توان شتاب لحظه‌ای را، مانند سرعت لحظه‌ای، به‌طور دقیق این‌گونه تعریف کرد : هنگامی‌که Δt به سمت صفر میل می‌کند، $\bar{a}_x=\frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ شتاب لحظه‌ای جسم را در لحظهٔ t_1 به دست می‌دهد؛ به عبارت دیگر، **شتاب لحظه‌ای حد شتاب متوسط است، هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند**. شتاب لحظه‌ای را با a_x نمایش می‌دهیم؛ در نتیجه داریم :

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad (۱\text{ـ}۹)$$

به بیان ریاضی، شتاب لحظه‌ای مشتق سرعت نسبت به زمان است؛ از این پس، شتاب لحظه‌ای را ــ برای اختصار ــ شتاب می‌نامیم. اکنون با استفاده از رابطه‌های ۱ــ۵ و ۱ــ۹ شتاب را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

مثال ۱ــ۹

معادلهٔ حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 6t^2 + 9t$ بیان شده است.

الف) شتاب متوسط آن را در بازهٔ زمانی ۱ تا ۲ ثانیه به دست آورید. ب) شتاب آن را در لحظه‌های $t = 0$ و $t = 1$ ثانیه پیدا کنید.

پاسخ

الف) برای به دست آوردن شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی لازم است سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 2s$ داشته باشیم. ابتدا معادلهٔ سرعت را به‌دست می‌آوریم :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 12t + 9$$

از این معادله در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 2s$ به ترتیب مقادیر ۰ (صفر) و $-3m/s$ برای سرعت به دست می‌آید.

$$\bar{a}_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{-3 - 0}{2 - 1} = -3 m/s^2$$

ب) ابتدا معادلهٔ شتاب متحرک را می‌نویسیم :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6t - 12$$

با استفاده از این رابطه، شتاب متحرک در لحظه‌های $t = 0$ و $t = 1s$ چنین به دست می‌آید :

$$t = 0s \rightarrow a_x = -12 m/s^2$$

$$t = 1s \rightarrow a_x = -6 m/s^2$$

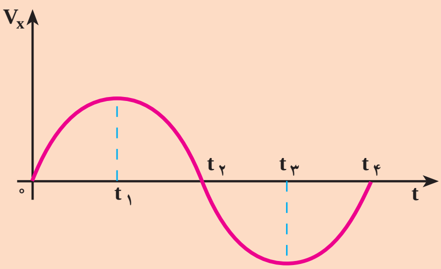
بردار شتاب را می‌توان به صورت زیر نمایش داد :

$$\vec{a} = a_x \vec{i} \qquad (۱ــ۱۰)$$

در رابطهٔ بالا اگر a_x مثبت باشد، $\vec{a}$ در جهت محور x و اگر منفی باشد در خلاف جهت محور x قرار می‌گیرد.

تمرین ۱ــ۲

نمودار سرعت ــ زمان متحرکی در شکل ۱ــ۱۵ نشان داده شده است. تعیین کنید در چه بازهٔ زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازهٔ زمانی در خلاف جهت محور x است.



شکل ۱ــ۱۵

هنگامی که اندازهٔ سرعت متحرکی زیاد می‌شود، حرکت را **تندشونده** و هنگامی که اندازهٔ سرعت متحرکی کاهش می‌یابد، حرکت را **کندشونده** می‌نامند.

فعالیت ۱ــ۱

در تمرین ۱ــ۲، سرعت متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ مثبت است. a_x نیز مثبت است؛ زیرا شیب مماس بر نمودار در این بازهٔ زمانی مثبت است و حرکت تندشونده است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ نیز مثبت است. اکنون جاهای خالی را در گزاره‌های زیر پر کنید.

الف) در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت متحرک ...... است. a_x ...... است. حرکت ...... است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ ...... است.

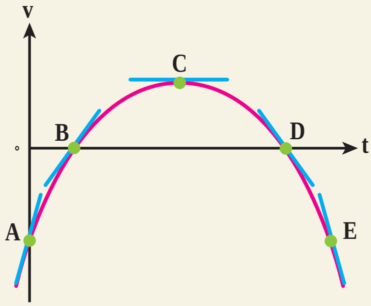
ب) در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ سرعت متحرک ...... است. a_x ...... است. حرکت ...... است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ ...... است.

پ) در زمان‌های بزرگ‌تر از $t_۳$، سرعت متحرک ...... است. a_x ...... است. حرکت ...... است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ ...... است.

در فعالیت ۱ــ۱ می‌بینید که وقتی $a_x v_x > ۰$ باشد، حرکت تندشونده و وقتی $a_x v_x < ۰$ باشد، حرکت کندشونده است.

مثال ۱ــ۱۰

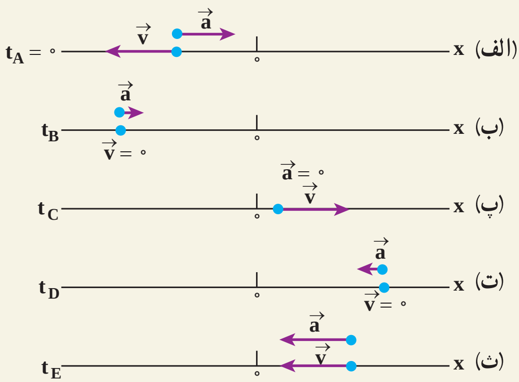
شکل ۱ــ۱۶، نمودار سرعت ــ زمان متحرکی است که در راستای محور x حرکت می‌کند. دربارهٔ علامت‌های شتاب و سرعت متحرک و تندشونده یا کُندشونده بودن حرکت اظهار نظر کنید.



شکل ۱ــ۱۶

پاسخ

خط‌های مماس بر منحنی در نقاط A، B، C، D و E رسم شده که شیب این خط‌ها نشان‌دهندهٔ شتاب در آن نقطه‌ها است. از روی شکل در می‌یابیم که شیب در نقاط A و B مثبت، در نقطهٔ C برابر صفر و در نقطه‌های D و E منفی است. بنابراین شتاب در نقطه‌های A و B مثبت، شتاب در نقطهٔ C برابر صفر و در نقطه‌های D و E منفی است. در حالی که همان‌طور که از شکل مشخص است، سرعت در نقطه‌های A و E منفی، در نقطه‌های B و D صفر، و در نقطهٔ C مثبت است. بنابراین مکان، سرعت و شتاب ذره روی محور x با شکل‌های زیر سازگارند.



شکل ۱ــ۱۷

در (الف) $v<0$ و $a>0$ و در نتیجه $av<0$ و حرکت کندشونده است. در (ب) $v=0$ و $a>0$ و متحرک در سکون لحظه‌ای و در آستانهٔ حرکت در جهت $+x$ است. در (پ) $v>0$ و $a=0$ است. در (ت) $v=0$ و $a<0$ و متحرک به‌طور لحظه‌ای ساکن و در آستانهٔ حرکت در جهت $-x$ است. در (ث) $v<0$ و $a<0$ و در نتیجه $av>0$ و حرکت تندشونده است.

مثال ۱ــ۱۱

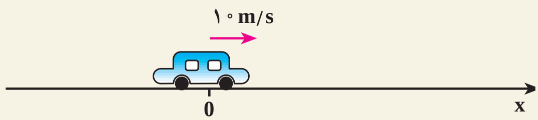
خودرویی با سرعت $10\,m/s$ در حال حرکت است. راننده ترمز می‌کند و سرعت خودرو با شتاب $2\,m/s^2$ کاهش می‌یابد. الف) چه زمانی طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود؟ ب) در این بازهٔ زمانی خودرو چه مسافتی را می‌پیماید؟

پاسخ

الف) در کتاب فیزیک ۲ و آزمایشگاه دیدیم که در حرکت با شتاب ثابت معادلهٔ سرعت به‌صورت زیر است:

$$v_x = a_x t + v_{0x} \qquad (۱ــ۱۱)$$

که در آن a_x شتاب (ثابت) جسم و v_{0x} سرعت جسم در لحظهٔ $t=0$ است. در شکل ۱ــ۱۸حرکت خودرو را در جهت محور x در نظر گرفته‌ایم.



شکل ۱ــ۱۸

بنابراین، $v_{0x}=+10\,m/s$ و چون حرکت کندشونده است، علامت a_x مخالف علامت v_{0x} است؛ در نتیجه، $a_x=-2\,m/s^2$. با استفاده از معادلهٔ سرعت داریم:

$$v_x = -2t + 10$$

هنگامی که خودرو متوقف می‌شود، $v_x=0$ است؛ در نتیجه:

$$0 = -2t + 10 \Rightarrow t = 5\,s$$

ب) می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت معادلهٔ حرکت به صورت زیر است :

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ + v_{\circ x}t \qquad (۱\text{ــ}۱۲)$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲ + ۱\circ(۵) + \circ = ۲۵m$$

این نتیجه را می‌توانستیم از رابطهٔ مستقل از زمان زیر نیز به دست آوریم :

$$v_x^۲ - v_{\circ x}^۲ = ۲a_x(x - x_\circ) \qquad (۱\text{ــ}۱۳)$$

$$\circ - (۱\circ)^۲ = ۲(-۲)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = ۲۵m$$

سقوط آزاد

سقوط آزاد نمونه‌ای طبیعی از حرکت یک بُعدی با شتاب ثابت است. اگر جسمی را در امتداد قائم رو به بالا یا رو به پایین پرتاب کنید، در صورتی که بتوان از تأثیرات هوا چشم‌پوشی کرد، سرعت جسم با آهنگ ثابت و معینی تغییر می‌کند. گالیله نخستین کسی بود که استدلال کرد تمام اجسام در نبود مقاومت هوا با شتاب ثابتی سقوط می‌کنند. این شتاب برای همهٔ اجسام یکسان و بزرگی آن در نزدیکی سطح زمین تقریباً برابر $۹/۸\ m/s^۲$ است. شکل ۱ــ۱۹ نشان می‌دهد یک پر و یک سیب در شرایط خلأ نسبی با شتاب یکسانی سقوط می‌کنند.

شکل ۱ــ۱۹ ــ یک پر و یک سیب در شرایط خلأ نسبی با شتاب یکسانی سقوط می‌کنند. این شتاب، فاصلهٔ میان عکس‌های متوالی را افزایش داده است.

در سقوط آزاد، جابه‌جایی در راستای قائم است، بنابراین مکان متحرک با y نشان داده می‌شود. معادله‌های حرکت شتاب ثابت که در فیزیک ۲ و آزمایشگاه با آنها آشنا شدیم برای سقوط آزاد در نزدیکی سطح زمین نیز به‌کار می‌آیند. یعنی کافی است حرکت را به‌جای محور x در راستای محور قائم (y) درنظر بگیریم، به‌طوری که جهت +y رو به بالا باشد. با این انتخاب، شتاب سقوط آزاد همواره منفی است (یعنی در خلاف جهت مثبت محور y است) و بنابراین ذره، چه رو به بالا و چه رو به پایین حرکت کند $a=-g=-۹/۸\ m/s^۲$ است. به این ترتیب کافی است در معادله‌های حرکت شتاب ثابت، x را به y و a را به $-g$ تبدیل کنیم تا معادله‌های سقوط آزاد به‌دست آیند :

$$v=-gt+v_◦ \qquad (۱\text{ـ}۱۴)$$

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_◦t+y_◦ \qquad (۱\text{ـ}۱۵)$$

$$v^۲-v_◦^۲=-۲g(y-y_◦) \qquad (۱\text{ـ}۱۶)$$

همان‌طور که گفتیم شتاب همواره منفی و روبه پایین است، ولی سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد. در حین بالا رفتن، سرعت مثبت است ولی این سرعتِ مثبت کاهش می‌یابد تا اینکه به‌طور لحظه‌ای صفر شود. در حین پایین آمدن، سرعت منفی است ولی بزرگی آن افزایش می‌یابد.

مثال ۱ــ۱۲

سنگی را از بالای ساختمان بلندی به ارتفاع $۴۵\,m$ رها می‌کنیم، (الف) سنگ پس از چه زمانی به زمین می‌رسد؟ (ب) سرعت آن هنگام رسیدن به زمین چقدر است؟ $(g=۱◦ m/s^۲)$

پاسخ

الف) برای بررسی حرکت سقوط آزاد اجسام، محور y را در راستای قائم و رو به بالا و مبدأ آن را نقطهٔ رها کردن جسم در نظر می‌گیریم. در این صورت، معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت (۱ــ۱۵) به صورت زیر به دست می‌آید :

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲$$

$$-۴۵=-\frac{۱}{۲}(۱◦)t^۲ \Rightarrow t=۳s$$

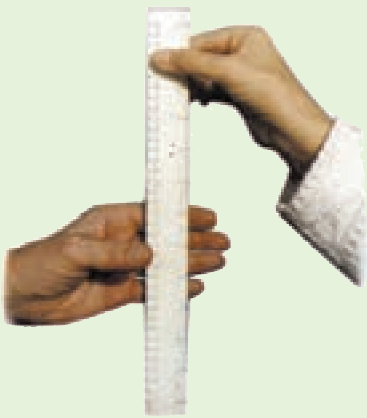
ب) با استفاده از معادلهٔ سرعت (۱ــ۱۱) داریم :

$$v = -gt$$

$$v = -۱۰ \times ۳ = -۳۰ \text{ m/s}$$

فعالیت ۱ــ۲

از دوست خود بخواهیدکه مطابق شکل ۱ــ۲۰، خط کش مدرّج بلندی را بین انگشتان شما نگه دارد و در یک لحظه، آن را رها کند. چگونه می‌توانید زمان واکنش خود را (یعنی زمانی که طول می‌کشد تا پس از مشاهدهٔ رها شدن خط کش، آن را بگیرید) اندازه‌گیری کنید؟



شکل ۱ــ۲۰

مثال ۱ــ۱۳

سنگی را با سرعت ۲۰m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می کنیم. الف) چه زمانی طول می کشد تا سنگ به بالاترین ارتفاع برسد؟ ب) سنگ تا چه ارتفاعی بالا می‌رود ؟ پ) چه زمانی طول می کشد تا سنگ به نقطهٔ پرتاب برگردد؟ ت)سرعت سنگ در این نقطه چه مقدار است؟ ($g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$)

پاسخ

الف) محور y را روبه بالا و مبدأ آن را در نقطهٔ پرتاب فرض می کنیم؛ درنتیجه، در لحظهٔ پرتاب داریم : $v_{۰y} = +۲۰ \text{ m/s}$ و $y_۰ = ۰$. در شروع حرکت، جسم در جهت محور y حرکت می کند، با استفاده از رابطه‌های ۱ــ۱۵ و ۱ــ۱۴ داریم :

$$y = -5t^2 + 20t$$

$$v_y = -10t + 20$$

در بالاترین نقطه، $v_y = 0$؛ در نتیجه :

$$0 = -10t + 20 \Rightarrow t = 2s$$

$$t = 2s$$

ب) بالاترین ارتفاعی که سنگ به آن می‌رسد، از معادلهٔ حرکت به دست می‌آید :

$$y = -5(2)^2 + 20(2) = 20m$$

پ) در بازگشت سنگ به نقطهٔ پرتاب، داریم : $y = 0$ ؛ در نتیجه :

$$-5t^2 + 20t = 0$$

یا

$$t(-5t + 20) = 0$$

پاسخ‌های این معادله $t = 0s$ و $t = 4s$ است. $t = 0s$ مربوط به لحظهٔ پرتاب است و $t = 4s$ زمانی است که طول می‌کشد تا سنگ به نقطهٔ پرتاب برگردد.

ت) سرعت متحرک در این لحظه از معادلهٔ سرعت به دست می‌آید :

$$v_y = -10(4) + 20 = -20\ m/s$$

علامت منفی نشان می‌دهد که در هنگام بازگشت سنگ به نقطهٔ پرتاب، سوی سرعت آن رو به پایین است. ملاحظه می‌شود که با معادله‌های حرکت و سرعت، می‌توان چگونگی حرکت سنگ را، در هر لحظه از رفت و برگشت، توصیف کرد.

مثال ۱ــ۱۴

از بالای ساختمانی به ارتفاع $50m$ سنگی را در راستای قائم با سرعت $15\ m/s$ ، به بالا پرتاب می‌کنیم. چه مدت زمانی طول می‌کشد تا سنگ به زمین برسد؟ $(g = 10\ m/s^2)$

پاسخ

محور مختصات را رو به بالا و مبدأ آن را در بالای ساختمان در نظر می‌گیریم؛ در نتیجه، معادلهٔ حرکت سنگ به صورت زیر است :

$$y = -5t^2 + 15t$$

در پایین ساختمان، $y = -50\,m$؛ در نتیجه :

$$-50 = -5t^2 + 15t$$

با حل این معادله، دو مقدار $t = -2s$ و $t = 5s$ به‌دست می‌آید. چون حرکت از لحظهٔ $t = 0$ شروع شده است، پاسخ اوّل قابل قبول نیست؛ در نتیجه، زمان رسیدن سنگ به زمین $5s$ است.

۱ــ۲ــ حرکت در دو بُعد یا حرکت در صفحه

در بخش ۱ــ۱ حرکت در یک بعد را مرور کردیم. در این بخش به بررسی حرکت در صفحه که آن را حرکت دو بُعدی نیز می‌نامیم، می‌پردازیم. حرکت گلولهٔ توپی که شلیک می‌شود یا حرکت یک سیاره به دور خورشید یا حرکت اتومبیل در پیچ جاده و ... مثال‌هایی از حرکت دو بعدی‌اند.

شکل ۱ــ۲۱

در شکل ۱ــ۲۲ مسیر حرکت جسمی در صفحهٔ xoy نشان داده شده است. مکان جسم در این صفحه، با بردار $\vec{r}$ نمایش داده می‌شود. این بردار را می‌توان به‌صورت زیر نوشت :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \qquad (۱ــ۱۷)$$

که در آن $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به ترتیب بردارهای یکّه در جهت‌های x و y اند.

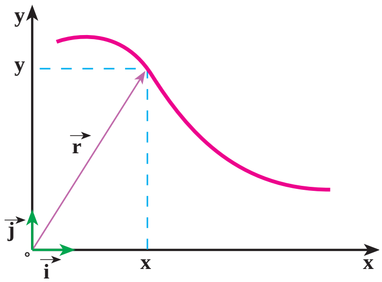
چون هنگام حرکت جسم، در هر لحظه بردار مکان آن تغییر می‌کند، برای مشخص کردن مکان جسم در حین حرکت، کافی است که مؤلفه‌های x و y را به صورت تابع‌هایی از زمان داشته باشیم :

$$x = f(t) \text{ و } y = g(t) \qquad (۱ــ۱۸)$$

رابطه‌های ۱ــ ۱۸ معادله‌های حرکت یک جسم را در دو بُعد نشان می‌دهند. واضح است که در حرکت دو بعدی، بردار مکان نیز تابعی از زمان است :

$$\vec{r} = f(t)\,\vec{i} + g(t)\,\vec{j} \qquad (۱\_۱۹)$$

بنابراین، می‌توان گفت که حرکت در صفحه، ترکیب دو حرکت یک بعدی در امتدادهای x و y است که با داشتن معادله‌های مربوط به آن، مکان جسم در هر لحظه معلوم و در نتیجه، **مسیر حرکت** آن مشخص می‌شود.



شکل ۱ــ۲۲

فعالیت ۱ــ۳

فرض کنید در یک مدت کوتاه، معادله‌های حرکت یک خرگوش در سطح زمین، برحسب یکاهای SI، به‌صورت $x = ۱۰t$ و $y = -۵t^{۲}$ است. مسیر حرکت این خرگوش را به کمک نقطه‌یابی، در بازهٔ زمانی ۰ تا ۵ ثانیه، روی کاغذ شطرنجی رسم کنید.

باید دانست که مسیر را می‌توان، علاوه بر روش نقطه‌یابی، به کمک **معادلهٔ مسیر** هم مشخص کرد. برای یافتن معادلهٔ مسیر کافی است که با حذف زمان (t) بین معادله‌های حرکت برای x و y رابطه‌ای بین آنها، به دست آورد.

مثال ۱ــ۱۵

معادلهٔ مسیر را برای خرگوش در فعالیت ۱ــ۳ به دست آورید و آن را رسم کنید.

پاسخ

t را بین مؤلفه‌های بردار مکان حذف می‌کنیم :

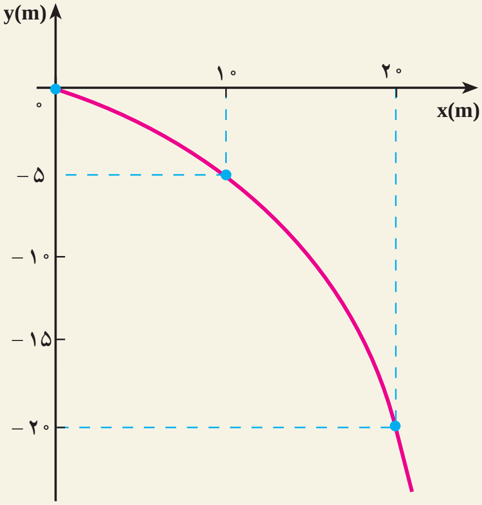
$$x = ۱۰t \rightarrow t = \frac{x}{۱۰}$$

و

$$y = -۵t^{۲} \rightarrow y = -۵\left(\frac{x}{۱۰}\right)^{۲}$$

$$y = -\frac{x^2}{20}$$

معادلهٔ مسیر در این مثال، یک سهمی است که بیشینهٔ آن در $x = 0$، است و از نقطه‌های $(10\,m, -5m)$ و $(20\,m \;,\; -20\,m)$ می‌گذرد (شکل ۱ـ۲۳).



شکل ۱ـ۲۳

فعالیت ۱ـ۴

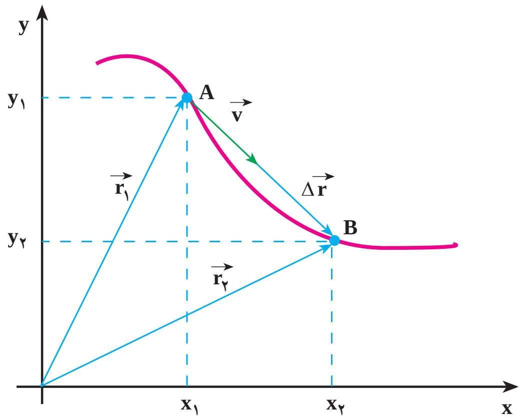
معادله‌های حرکت در SI برای خودروی A در صفحهٔ افقی به صورت $x_A = 3t^2$ و $y_A = 8$ و برای خودروی B در همان صفحه به صورت $x_B = 6t$ و $y_B = 4t$ داده شده است. از طریق نقطه‌یابی تحقیق کنید که آیا مسیر این دو خودرو تلاقی دارند یا نه؟ چه شرطی باید برقرار باشد تا بین خودروها برخورد رُخ دهد؟

جابه‌جایی و سرعت متوسط : برای بررسی حرکت جسم روی مسیری مطابق شکل ۱ـ۲۴، فرض کنید متحرکی در لحظهٔ t_1 در نقطهٔ A (مکان $\vec{r}_1$) و در لحظهٔ t_2 در نقطهٔ B (مکان $\vec{r}_2$) باشد. در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم، برداری که از A به B رسم می‌شود جابه‌جایی (تغییر مکان) جسم را در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ نمایش می‌دهد. این بردار که در شکل ۱ـ۲۴ رسم شده است، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \qquad (۱ـ۲۰)$$

$$\Delta \vec{r} = (x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j}) - (x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j})$$

$$\Delta \vec{r} = (\Delta x)\,\vec{i} + (\Delta y)\,\vec{j} \qquad (۲۱\text{ـ}۱)$$



شکل ۱ــ۲۴ــ بردار سرعت متوسط و بردار تغییر مکان هم‌جهت‌اند.

سرعت متوسط جسم در یک بازهٔ زمانی معین، همانند حالت یک بعدی، به‌این صورت تعریف می‌شود :

$$\vec{\bar{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad (۲۲\text{ـ}۱)$$

و با استفاده از رابطهٔ ۱ــ۲۱ داریم :

$$\vec{\bar{v}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)\vec{i} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)\vec{j} \qquad (۲۳\text{ـ}۱)$$

اگر $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ را با $\bar{v}_x$ و $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ را با $\bar{v}_y$ نمایش دهیم، خواهیم داشت :

$$\vec{\bar{v}} = (\bar{v}_x)\,\vec{i} + (\bar{v}_y)\,\vec{j} \qquad (۲۴\text{ـ}۱)$$

پرسش ۱ــ۱

رابطهٔ ۱ــ۲۲ نشان می‌دهد که سرعت متوسط، کمیتی برداری است و $\vec{\bar{v}}$ با $\Delta \vec{r}$ هم جهت است. علت را توضیح دهید.

مثال ۱ــ۱۶

معادله‌های حرکت جسمی در دو بُعد، به صورت زیر است :

$x = ۲t$ و $y = -t^۲ + ۴t$ (SI)

الف) بردار مکان جسم را در لحظه های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۲s$ به دست آورید.

ب) سرعت متوسط آن را در بازهٔ زمانی ۱ تا ۲ ثانیه تعیین و بزرگی آن را حساب کنید.

پاسخ

الف) در $t_۱ = ۱s$:

$x_۱ = ۲m$ و $y_۱ = +۳m$

$\vec{r}_۱ = ۲\vec{i} + ۳\vec{j}$

به همین ترتیب در $t_۲ = ۲s$:

$x_۲ = ۴m$ و $y_۲ = ۴m$

$\vec{r}_۲ = ۴\vec{i} + ۴\vec{j}$

ب) در بازهٔ زمانی ۱ تا ۲ ثانیه :

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = ۴-۲ = ۲m$$

$$\Delta y = y_۲ - y_۱ = ۴-۳ = ۱\ m$$

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲}{۱} = ۲m/s$$

$$\bar{v}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{۱}{۱} = ۱m/s$$

$$\vec{\bar{v}} = ۲\vec{i} + \vec{j}$$

$$(\bar{v})^۲ = (\bar{v}_x)^۲ + (\bar{v}_y)^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ = ۵$$

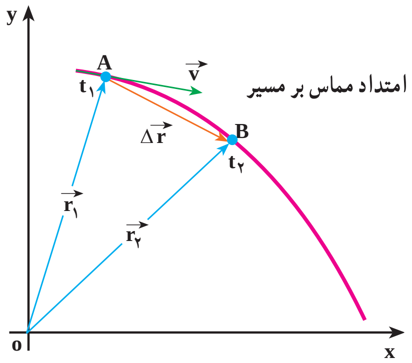
$$\bar{v} = \sqrt{۵} \simeq ۲/۲۳m/s$$

تمرین ۱ــ۳

در فعالیت ۱ــ۳ سرعت متوسط خرگوش را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به‌دست آورید.

سرعت لحظه‌ای : در شکل ۱ــ۲۵ نمودار حرکت جسمی روی یک مسیر خمیده در صفحهٔ xoy نشان داده شده است. مکان جسم در دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$، مشخص شده است. پیش‌تر گفتیم که بردار سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی معین، با بردار جابه‌جایی مربوط به آن، هم‌جهت است. همچنین می‌دانید هنگامی که بازهٔ زمانی Δt، کوچک و کوچک‌تر شود، سرعت متوسط به سرعت لحظه‌ای نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؛ یعنی، بردار سرعت لحظه‌ای حدّ بردار سرعت متوسط است، وقتی Δt به سمت صفر میل می‌کند :

$$\vec{v} = \underset{\Delta t \to ۰}{\text{حدّ}} \ (\overline{\vec{v}}) = \underset{\Delta t \to ۰}{\text{حدّ}} \ \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad (۱ــ۲۵)$$



شکل ۱ــ۲۵ــ سرعت لحظه‌ای در امتداد مماس بر مسیر حرکت است.

به عبارت دیگر می‌توان گفت که «سرعت لحظه‌ای، مشتق بردار مکان جسم، نسبت به زمان است» :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (۱ــ۲۶)$$

در حدّی که Δt به سمت صفر میل کند، با استفاده از رابطهٔ ۱ــ۲۱ می‌توان سرعت لحظه‌ای جسم را برحسب مؤلفه‌های آن در دو امتداد x و y به‌دست آورد :

$$\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}\right)\vec{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right)\vec{j}$$

$$\vec{v} = (v_x)\,\vec{i} + (v_y)\,\vec{j} \qquad (۱ــ۲۷)$$

در شکل ۱ــ۲۵ می‌بینید که وقتی $t_۲$ به سمت $t_۱$ میل کند، راستای بردار جابه‌جایی $\Delta \vec{r}$، به سمت راستای مماس بر منحنی مسیر، در نقطهٔ A میل خواهد کرد؛ بنابراین، چون بردار سرعت متوسط همواره هم‌جهت با جابه‌جایی است، در حدّی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، بردار سرعت لحظه‌ای بر مسیر حرکت در نقطهٔ A مماس خواهد شد؛ بدین ترتیب می‌توان گفت، هنگامی که جسم روی یک مسیر خمیده حرکت می‌کند، جهت بردار سرعت آن که همواره بر مسیر حرکت مماس است، در هر لحظه تغییر می‌کند. از این پس، برای اختصار، بردار سرعت لحظه‌ای را سرعت می‌نامیم.

مثال ۱ــ۱۷

خودرویی در صفحهٔ xoy حرکت می‌کند. معادله‌های حرکت آن در SI به‌صورت زیر است:

$$x = ۶t + ۵ \quad \text{و} \quad y = ۴t^۲$$

بزرگی سرعت خودرو را در $t = ۱s$ به‌دست آورید.

پاسخ

با استفاده از رابطهٔ ۱ــ۲۷ مؤلفه‌های سرعت به‌دست می‌آید:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = ۶ m/s$$

ملاحظه می‌شود که مؤلفهٔ افقی سرعت مقدار ثابتی دارد و تابع زمان نیست؛ به همین ترتیب، برای مؤلفهٔ قائم سرعت داریم:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = ۸t$$

همان‌طور که می‌بینید، این مؤلفه تابع زمان است و بزرگی آن در $t = ۱s$ برابر است با:

$$v_y = ۸ \ m/s$$

پس، بزرگی سرعت در $t = ۱s$ برابر است با:

$$v = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰ m/s$$

تمرین ۱ــ۴

در مثال ۱ــ۱۷معادلهٔ مسیر را بنویسید و آن را رسم کنید. بردار سرعت متحرک را در $t = 1s$ روی مسیر، نمایش دهید.

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

می‌دانید وقتی که سرعت جسم در حال حرکت تغییر می‌کند، حرکت را شتاب‌دار می‌گویند. البته این تغییر سرعت می‌تواند به معنای تغییر در بزرگیِ سرعت، تغییر در جهتِ سرعت یا هر دو باشد. دیدیم که وقتی مسیر حرکت جسم خمیده است، جهت سرعت آن الزاماً تغییر می‌کند؛ بنابراین، حرکت بر روی مسیر منحنی، حرکتی شتاب‌دار است حتّی اگر بزرگی سرعت ثابت باشد.

فعالیت ۱ــ۵

دو حرکت شتاب‌دار مثال بزنید که در آنها، بزرگی سرعت تغییر نکند.

در شکل ۱ــ۲۶ــ الف، بردارهای سرعت در دو لحظهٔ t_1 و t_2 روی مسیر نشان داده شده است.

برای محاسبهٔ تغییر در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ را مطابق شکل ۱ــ۲۶ــ ب از مبدأ مشترک o رسم می‌کنیم و $\Delta \vec{v}$ را به‌دست می‌آوریم (شکل ۱ــ۲۶ــ ب). در اینجا نیز، مشابه حرکت یک‌بعدی، بردار شتاب متوسط را در بازهٔ زمانی Δt به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم :

$$\vec{\bar{a}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad (۱ــ۲۸)$$

با استفاده از رابطهٔ ۱ــ۲۷ داریم :

$$\vec{\bar{a}} = \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right) \vec{i} + \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right) \vec{j}$$

که آن را می‌توان به‌صورت زیر نوشت :

$$\vec{\bar{a}} = (\bar{a}_x)\, \vec{i} + (\bar{a}_y)\, \vec{j} \qquad (۱ــ۲۹)$$