

کار، انرژی و توان



خانم زهرا نعمتی، نخستین بانوی ایرانی برنده مدال طلا از مسابقات جهانی پارالمپیک ۲۰۱۲ لندن. به نظر شما این قهرمان جهان، چقدر انرژی صرف کشیدن کمان می‌کند؟ مقدار این انرژی و تندی تیری را که از کمان رها می‌شود چگونه می‌توان حساب کرد؟

انرژی مهم‌ترین مفهومی است که در سرتاسر فیزیک و علوم و مهندسی با آن سروکار داریم. انرژی این امکان را فراهم می‌کند تا تمامی فعالیت‌های روزمره خود را انجام دهید. بخوابید و استراحت کنید؛ مشاهده کنید و بیندیشید؛ برخیزید و طرحی نو در اندازید! انرژی همچنین توان لازم را برای به حرکت درآوردن موتور خودروها، کشتی‌ها و هواپیماها فراهم می‌کند.

در علوم سال هفتم دیدید که انرژی شکل‌های متفاوتی دارد و در همه چیز و همه جا وجود دارد. انرژی می‌تواند از شکلی به شکل دیگر تبدیل شود و در حین این فرایند، مقدار کل آن پایسته می‌ماند. همچنین دیدید که با انجام کار می‌توان انرژی را از جسمی به جسم دیگر منتقل کرد. در این فصل پس از آشنایی با انرژی جنبشی و کار انجام شده توسط نیروهای ثابت، به قضیه کار-انرژی جنبشی خواهیم پرداخت. در ادامه فصل، رابطه بین کار و انرژی پتانسیل و پایستگی انرژی مکانیکی را بررسی می‌کنیم. سرانجام با توان، به عنوان کمیتی برای بیان آهنگ انجام کار آشنا می‌شویم.

۱-۲ انرژی جنبشی

در علوم سال هفتم دیدید هر چیزی که حرکت کند، انرژی دارد و انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی نامیدیم (شکل ۱-۲). همچنین دیدید هر چه جسمی تندتر حرکت کند، انرژی جنبشی بیشتری دارد و هنگامی که جسم ساکن باشد، انرژی جنبشی آن صفر است. برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می کند، انرژی جنبشی از رابطه زیر به دست می آید:

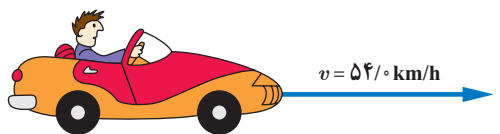
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1-2)$$



شکل ۱-۲ جسم در حال حرکت، انرژی جنبشی دارد.

یکاهای SI جرم و تندی به ترتیب کیلوگرم (kg) و متر بر ثانیه (m/s) است. بنابراین، یکای SI انرژی جنبشی (و هر نوع دیگری از انرژی) kgm^2/s^2 است که به افتخار جیمز ژول، فیزیک دان انگلیسی، ژول (J) نامیده می شود. انرژی جنبشی کمیته نرده ای و همواره مثبت است؛ این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

مثال ۱-۲



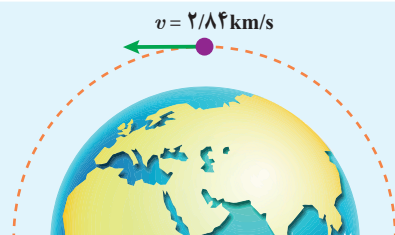
جرم خودرویی به همراه راننده اش $840 \times 10^2 \text{ kg}$ است. این خودرو با تندی 54 km/h در حرکت است، انرژی جنبشی آن چند ژول است؟
پاسخ: با توجه به اطلاعات داده شده داریم:

$$m = 840 \times 10^2 \text{ kg}, \quad v = 54 \text{ km/h} = (54 / \frac{\text{km}}{\text{h}}) (\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}) (\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}) = 15 \text{ m/s}$$

با جایگذاری این مقادیر در رابطه ۱-۲ داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(840 \times 10^2 \text{ kg})(15 \text{ m/s})^2 = 945 \times 10^4 \text{ J}$$

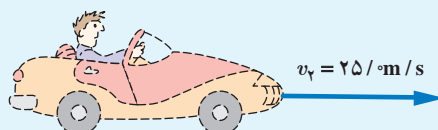
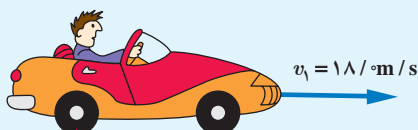
تمرین ۱-۲



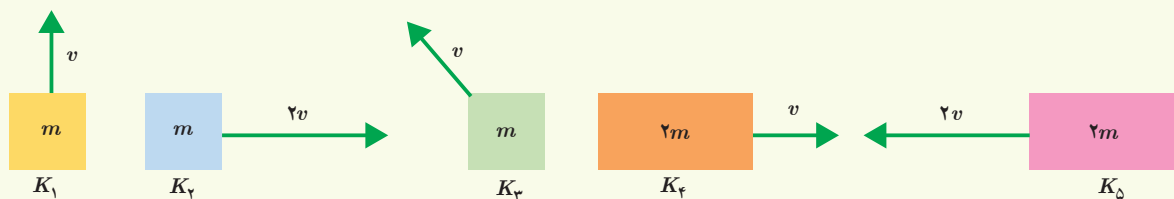
ماهواره ای به جرم 224 kg ، با تندی ثابت 284 km/s دور زمین می چرخد. انرژی جنبشی ماهواره را بر حسب ژول و مگاژول حساب کنید.

تمرین ۲-۲

جرم خودرویی به همراه راننده اش $840 \times 10^2 \text{ kg}$ است (شکل زیر). تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش روی شکل زیر داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو ($\Delta K = K_2 - K_1$) را بین این دو نقطه حساب کنید.



انرژی جنبشی هر یک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین تا بیشترین بنویسید.



خوب است بدانید



لایب‌نیتس (۱۷۱۶-۱۶۴۶م)

لایب‌نیتس فیلسوف و ریاضی‌دان آلمانی نخستین دانشمندی بود که به اهمیت انرژی جنبشی در فیزیک پی برد. لایب‌نیتس استدلال می‌کرد که در طبیعت حاصل ضرب جرم در مربع تندی پایسته است. وی نام این مفهوم جدید را نیروی زنده نامید^۱.

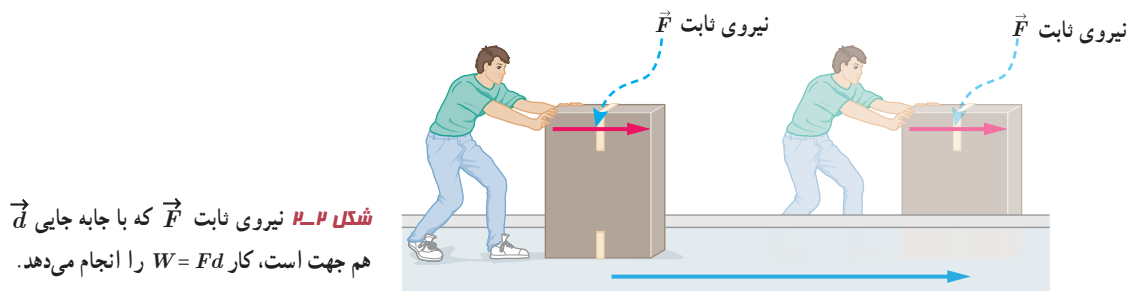
سال‌ها پیش از لایب‌نیتس، رنه دکارت (۱۶۵۰-۱۵۹۶م)، فیلسوف، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان فرانسوی ادعا کرده بود حاصل ضرب جرم در سرعت که امروزه تکانه نامیده می‌شود، در طبیعت کمیتی پایسته است.

معرفی واژه انرژی به جای اصطلاح نیروی زنده را به توماس یانگ (۱۸۲۹-۱۷۷۳م) فیزیک‌دان انگلیسی نسبت داده‌اند، هر چند از اصطلاح جدید وی در ابتدا چندان استقبال نشد. او در کتابی که

در سال ۱۸۰۷ میلادی به چاپ رساند، پیشنهاد کرد که به منظور تمایز بهتر میان مفاهیم نیرو و انرژی، به جای نیروی زنده از واژه انرژی استفاده شود. در سال ۱۸۶۷ میلادی، لُرد کِلِوین و پیتر تیت دو فیزیک‌دان اسکاتلندی در جلد اول رساله فلسفه طبیعی، اصطلاح امروزی انرژی جنبشی را برای انرژی جسم در حال حرکت به کار بردند و ضریب یک دوم را هم که لایب‌نیتس در نظر نگرفته بود، وارد کردند.

۲-۲ کار انجام شده توسط نیروی ثابت

در علوم سال هفتم دیدید که مفهوم کار در فیزیک، با مفهوم آن در زندگی روزمره بسیار متفاوت است. همچنین با تعریف کار، برای حالتی که نیروی وارد شده به جسم، ثابت و با جابه‌جایی جسم در یک جهت باشد (شکل ۲-۲)، به صورت رابطه زیر آشنا شدید :



شکل ۲-۲ نیروی ثابت \vec{F} که با جابه‌جایی \vec{d} هم جهت است، کار $W = Fd$ را انجام می‌دهد.

جسم در جهت نیرو، به اندازه d جابه‌جا شده است.

$$W = Fd$$

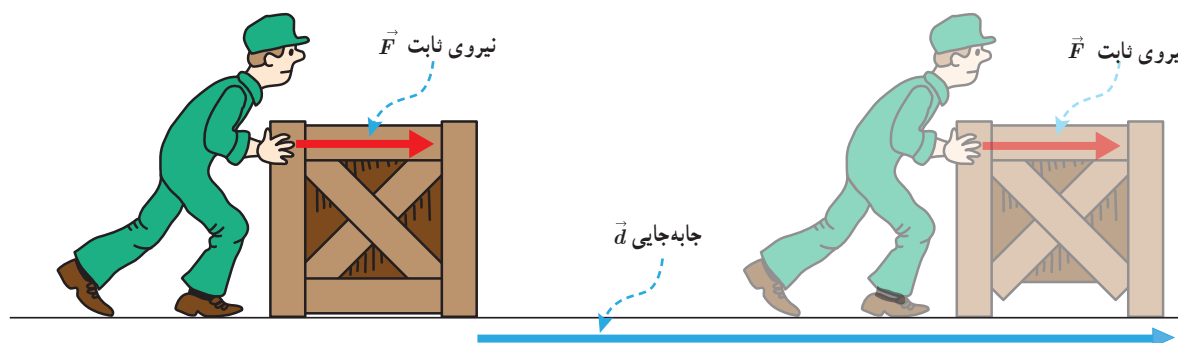
(۲-۲)

^۱ - vis viva (living force)

در این رابطه F اندازه نیروی وارد بر جسم و d اندازه جابه جایی آن است. کار، همان یکای انرژی را دارد و کمیتی زده ای است. برای استفاده از این رابطه به منظور محاسبه کار باید به دو نکته توجه کرد. اول آنکه، نیروی ثابت وارد بر جسم، باید با جابه جایی آن هم جهت باشد و دوم آنکه، باید بتوان جسم را مانند یک ذره فرض کرد (بخش مدل سازی را در فصل اول ببینید).

مثال ۲-۲

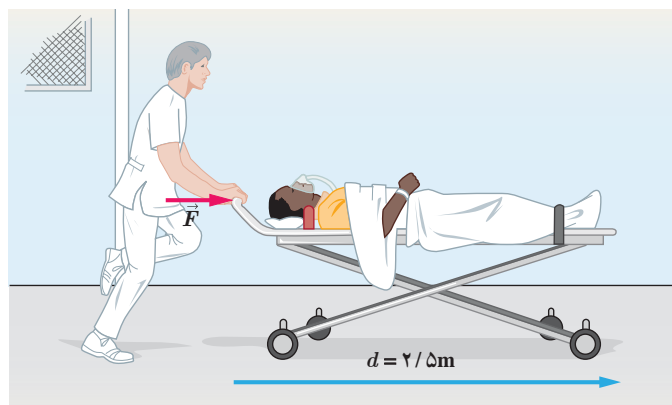
شکل زیر کارگری را در حال هل دادن جعبه ای با نیروی ثابت 225N نشان می دهد. اگر جعبه 14m در امتداد نیرو جابه جا شود، کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟



پاسخ: اندازه نیروی وارد شده به جعبه، ثابت و با جابه جایی جعبه هم جهت است. بنابراین، از رابطه ۲-۲ داریم:

$$W = Fd = (225\text{N})(14\text{m}) = 3.15 \times 10^3 \text{J}$$

مثال ۳-۲



بیماری به جرم 72kg روی تختی به جرم 15kg دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی ثابت و افقی \vec{F} روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز هل می دهد. مجموعه تخت و بیمار با شتاب 0.60m/s^2 حرکت می کند.

الف) اندازه نیروی \vec{F} چقدر است؟

ب) اگر تخت 2.5m در جهت این نیرو جابه جا شود، کار انجام شده توسط نیروی \vec{F} را حساب کنید.

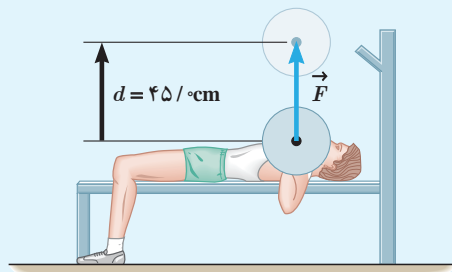
پاسخ: الف) جرم کل بیمار و تخت برابر 87kg است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma = (87\text{kg})(0.60\text{m/s}^2) = 52\text{N}$$

ب) چون نیرو و جابه جایی در یک جهت اند، با استفاده از رابطه (۲-۲) کار نیروی F برابر است با:

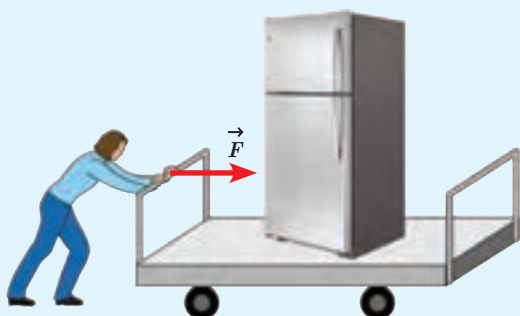
$$W = Fd = (52\text{N})(2.5\text{m}) = 1.3 \times 10^2 \text{J}$$

تمرین ۲-۳



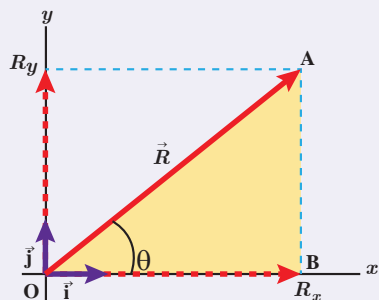
ورزشکاری وزنه‌ای به جرم 68 kg را به طور یکنواخت، 45 cm بالای سر خود می‌برد (شکل روبه رو). کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است را محاسبه کنید. اندازه شتاب گرانش زمین را $g = 9.81\text{ N/kg}$ بگیرید.

تمرین ۲-۴



شکل روبه‌رو شخصی را در حال هل دادن یک گاری حمل بار روی سطحی هموار و بدون اصطکاک با نیرویی به بزرگی $F = 66\text{ N}$ نشان می‌دهد. اگر گاری $18/4\text{ m}$ در جهت نیرو جابه‌جا شود، کاری را که شخص روی گاری انجام می‌دهد چقدر است؟

مهارت‌های ریاضی (یادآوری از ریاضی سال‌های هشتم و نهم)



در ریاضی سال هشتم با تجزیه یک بردار روی محورهای x و y و نوشتن مؤلفه‌های آن بر حسب بردارهای یک‌ه \vec{i} و \vec{j} آشنا شدید (شکل روبه رو).

اگر R_x و R_y مؤلفه‌های بردار \vec{R} روی محورهای x و y باشند، می‌توان نوشت:

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} \quad (1)$$

همچنین در ریاضی سال نهم دیدید که در یک مثلث قائم الزاویه، مانند مثلث OAB در شکل بالا، توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه‌ای مانند θ به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$$\sin \theta = \frac{AB}{OA} \quad \text{و} \quad \cos \theta = \frac{OB}{OA} \quad (2)$$

اگر اندازه بردار \vec{R} را با R نشان دهیم، با توجه به شکل بالا داریم:

$$OA = R \quad \text{و} \quad OB = R_x \quad \text{و} \quad AB = R_y$$

به این ترتیب، مؤلفه‌های بردار \vec{R} را می‌توان به صورت زیر نوشت:

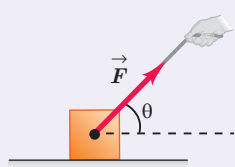
$$R_x = R \cos \theta \quad \text{و} \quad R_y = R \sin \theta \quad (3)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۳) در رابطه (۱) می‌توان یک بردار را بر حسب توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس نوشت. به این ترتیب داریم:

$$\vec{R} = R \cos \theta \vec{i} + R \sin \theta \vec{j} \quad (4)$$

مقادیر سینوس و کسینوس به ازای چند زاویه پرکاربرد

θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$
0°	۰	۱
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
90°	۱	۰
180°	۰	-۱



برای مثال وقتی جسمی را مطابق شکل روبه رو با نیروی \vec{F} می کشیم، مؤلفه افقی این نیرو $F \cos \theta$ و مؤلفه قائم آن $F \sin \theta$ است که در آن F اندازه نیروی \vec{F} است. همچنین با توجه به رابطه ۴ می توان نوشت:

$$\vec{F} = F \cos \theta \vec{i} + F \sin \theta \vec{j}$$

همان طور که تا اینجا دیدید، تعریف کار بر اساس رابطه ۲-۲ تنها برای حل مسئله هایی به کار می رود که نیرو و جابه جایی در یک جهت باشند. اگر مطابق شکل ۲-۳ نیروی وارد شده به جسم با جابه جایی زاویه θ بسازد، در این حالت نیروی \vec{F} دارای دو مؤلفه است؛ یکی موازی با جابه جایی و دیگری عمود بر آن. همان طور که از علوم هفتم نیز به یاد دارید، مؤلفه ای از نیرو که بر جابه جایی عمود است ($F \sin \theta$) کاری روی جسم انجام نمی دهد. کار انجام شده روی جسم تنها ناشی از مؤلفه ای از نیرو است که در راستای جابه جایی است ($F \cos \theta$). در این حالت، کاری که نیروی ثابت \vec{F} به ازای جابه جایی \vec{d} روی جسم انجام می دهد از رابطه زیر به دست می آید:

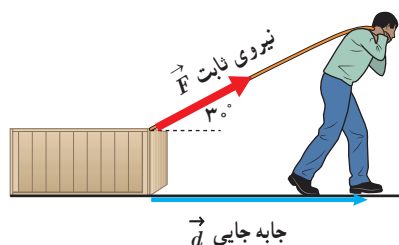
$$W = (F \cos \theta) d$$

(۳-۲)



شکل ۲-۳ نیروی ثابت \vec{F} با جابه جایی \vec{d} زاویه θ می سازد و کار $W = (F \cos \theta) d$ را روی جسم انجام می دهد.

مثال ۲-۴

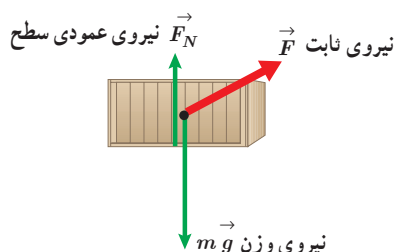


شکل روبه رو شخصی را نشان می دهد که جعبه ای را با نیروی ثابت 195 N روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز، به اندازه $4/2 \text{ m}$ جابه جا می کند. الف) کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟ ب) نیروهای دیگری را که بر جسم وارد می شود مشخص کنید. کاری را که هر کدام از این نیروها روی جسم انجام می دهند حساب کنید.

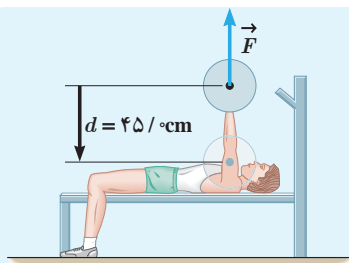
پاسخ: الف) با جایگذاری اطلاعات داده شده و $\cos \theta = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ در رابطه ۲-۳ داریم:

$$W = (F \cos \theta) d = (195 \text{ N} \times \frac{\sqrt{3}}{2})(4/2 \text{ m}) = 709 \text{ J}$$

ب) نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر جابه جایی عمودند (شکل روبه رو) و کاری روی جسم انجام نمی دهند. (توجه کنید که: $\cos \theta = \cos 90^\circ = 0$)



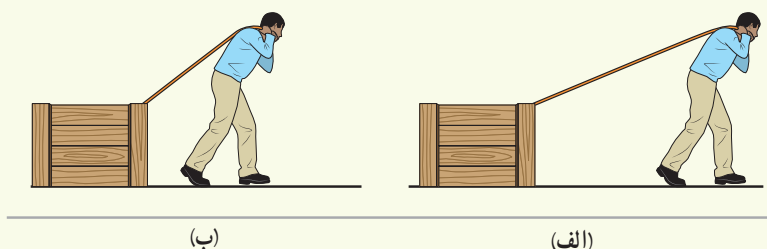
تمرین ۲-۵



تمرین ۲-۳ را دوباره ببینید. کار انجام شده توسط ورزشکار را روی وزنه برای حالتی حساب کنید که ورزشکار با وارد کردن همان نیروی \vec{F} ، وزنه را به آرامی پایین می‌آورد (شکل روبه رو). توضیح دهید که در این دو حالت، چه تفاوتی بین مقادیر به دست آمده برای کار انجام شده توسط ورزشکار وجود دارد.

پرسش ۲-۲

شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند (شکل الف) و بار دیگر با طنابی کوتاه‌تر (شکل ب) روی سطحی هموار می‌کشد. اگر

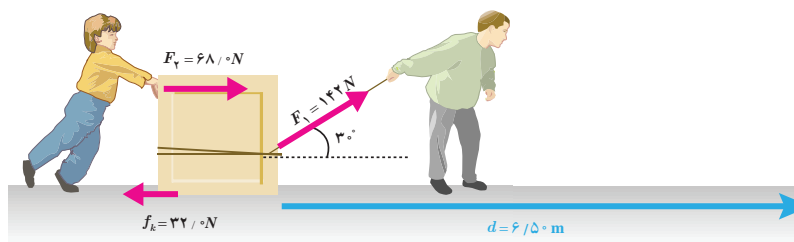


جابه جایی و کاری که این شخص در هر دو بار روی جعبه انجام می‌دهد یکسان باشد، توضیح دهید در کدام حالت، شخص نیروی بزرگ‌تری وارد کرده است. اصطکاک را در هر دو حالت، ناچیز فرض کنید.

کار کل: اگر به جای یک نیرو، چند نیرو بر جسمی وارد شود، کار را چگونه باید محاسبه کنیم؟ یک روش آن است که با استفاده از رابطه ۲-۳، کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه کنیم. سپس با جمع جبری کار انجام شده توسط تک‌تک نیروها کار کل (W_t) را بیابیم. روش دیگر یافتن کار کل آن است که ابتدا مؤلفه در امتداد جابه‌جایی را برای هر نیرو مشخص می‌کنیم. آن‌گاه با توجه به جهت این مؤلفه‌ها، اندازه نیروی خالص را، که در امتداد بردار جابه‌جایی است، به دست می‌آوریم. سرانجام، اندازه این نیروی خالص را در رابطه ۲-۳ قرار می‌دهیم. در مثال زیر از هر دو روش برای محاسبه کار کل استفاده شده است.

مثال ۲-۵

شکل زیر پدر و پسر را در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی F_1 را پدر و نیروی F_2 را پسر به جسم وارد می‌کنند و f_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است که با حرکت جسم مخالفت می‌کند و در خلاف جهت جابه‌جایی به جعبه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی جسم را محاسبه کنید.



۱- t در W_t از سر حرف واژه total به معنای کل گرفته شده است.

پاسخ:

روش اول: در این روش، کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه کار نیروی F_1 ، اطلاعات داده شده و $\cos \theta = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ را در رابطه ۲-۳ جایگذاری می‌کنیم. به این ترتیب داریم:

$$W_1 = (F_1 \cos \theta) d = (142 \text{ N} \times \sqrt{3}/2)(6/5 \text{ m}) = 749 \text{ J}$$

چون پسر جعبه را در جهت جابه‌جایی هل می‌دهد، کار انجام شده توسط نیروی F_2 برابر است با:

$$W_2 = F_2 d = (68 \text{ N})(6/5 \text{ m}) = 442 \text{ J}$$

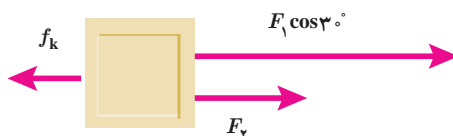
برای محاسبه کار نیروی f_k ، اطلاعات داده شده و $\cos \theta = \cos 180^\circ = -1$ را در رابطه ۲-۳ جایگذاری می‌کنیم. پس:

$$W_3 = (f_k \cos \theta) d = (32 \text{ N} \times (-1))(6/5 \text{ m}) = -208 \text{ J}$$

همان‌طور که گفتیم کار کل (W_t) انجام شده با جمع جبری مقدار کار انجام شده توسط تک تک نیروها برابر است. توجه کنید که کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است. به این ترتیب داریم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 = 749 \text{ J} + 442 \text{ J} + (-208 \text{ J}) = 103 \times 10^3 \text{ J}$$

روش دوم: در این روش، ابتدا نیروها و مؤلفه‌های نیروهایی را شناسایی می‌کنیم که در امتداد جابه‌جایی بر جسم وارد می‌شوند (شکل زیر).



اندازه نیروی خالص در امتداد جابه‌جایی برابر است با:

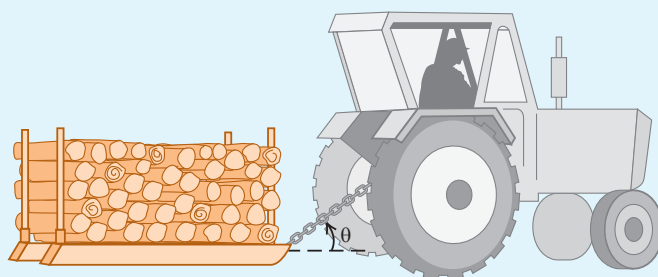
$$F = F_1 \cos 30^\circ + F_2 - f_k = 142 \text{ N} \times \sqrt{3}/2 + 68 \text{ N} - 32 \text{ N} = +159 \text{ N}$$

علامت مثبت نشان می‌دهد نیروی خالص F در جهت جابه‌جایی است. به این ترتیب کار کل انجام شده برابر است با:

$$W_t = F d = (159 \text{ N})(6/5 \text{ m}) = 103 \times 10^3 \text{ J}$$

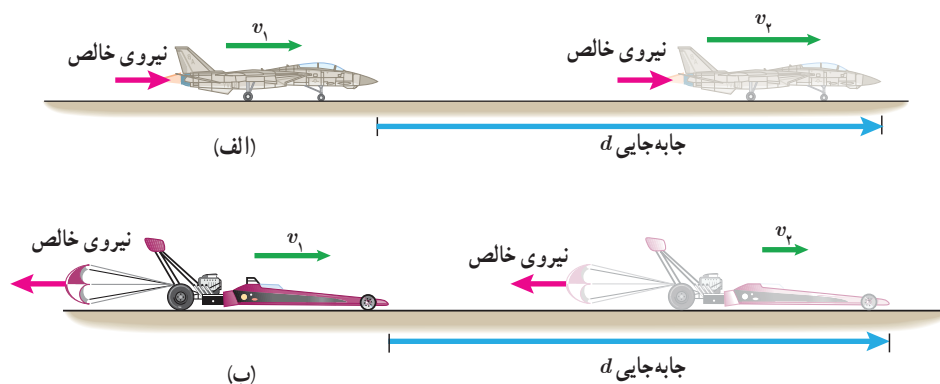
تمرین ۲-۶

کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازه ۲۳۵m جابه‌جا می‌کند (شکل زیر). وزن کل سورتمه و بار آن $mg = 147 \times 10^4 \text{ N}$ است. تراکتور نیروی ثابت $F_1 = 500 \times 10^3 \text{ N}$ را در زاویه $\theta = 45^\circ$ بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3/50 \times 10^4 \text{ N}$ است که برخلاف جهت حرکت به سورتمه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورتمه را به دو روش محاسبه کنید.



اگر در حین جابه‌جایی جسمی، نیروی خالصی به آن وارد شود، کار کل انجام شده روی جسم ممکن است مثبت یا منفی باشد. در شکل (۴-۲ الف)، نیروی خالص وارد شده به هواپیما با جابه‌جایی آن هم جهت است و کار کل انجام شده روی هواپیما، سبب افزایش انرژی جنبشی آن شده است؛ درحالی که در شکل (۴-۲ ب)، نیروی خالص برخلاف جهت جابه‌جایی به یک خودروی مسابقه‌ای وارد شده و کار کل انجام شده روی آن، سبب کاهش انرژی جنبشی اتومبیل شده است. به این ترتیب، می‌توان گفت: وقتی نیروی خالصی به جسمی وارد می‌شود، اگر کار مثبتی روی جسم انجام دهد به معنای دادن انرژی به آن است و اگر کار منفی روی جسم انجام دهد، به معنای گرفتن انرژی از آن است.

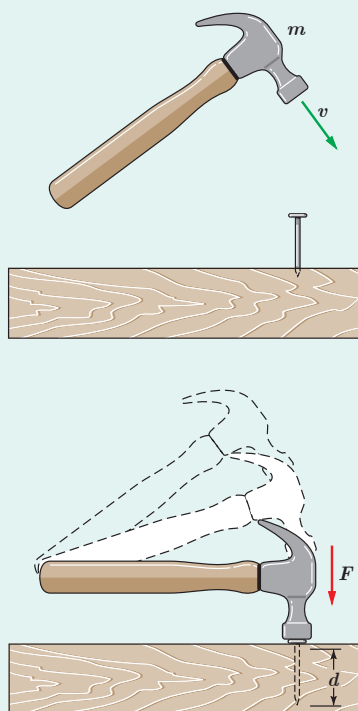
شکل ۴-۲ الف کار مثبت روی هواپیما انجام شده و انرژی جنبشی آن افزایش یافته است. **ب** کار منفی روی خودرو انجام شده و انرژی جنبشی آن کاهش یافته است.



بین کار کل انجام شده روی یک جسم و تغییر انرژی جنبشی آن رابطه‌ای وجود دارد که به قضیه کار-انرژی جنبشی معروف است. مطابق این قضیه، کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است. اگر انرژی جنبشی جسمی را در دو وضعیت متفاوت با K_1 و K_2 نشان دهیم، در این صورت قضیه کار-انرژی جنبشی با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$W_t = K_2 - K_1 \quad (4-2)$$

هنگامی که $W_t > 0$ است انرژی جنبشی جسم افزایش می‌یابد (انرژی جنبشی پایانی بزرگ‌تر از انرژی جنبشی آغازی K_1 است) و جسم در پایان جابه‌جایی تندتر از آغاز آن حرکت می‌کند. هنگامی که $W_t < 0$ است، انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد ($K_2 < K_1$) و تندی آن پس از جابه‌جایی کمتر است. هنگامی که $W_t = 0$ است انرژی جنبشی جسم در دو نقطه آغازی و پایانی یکسان ($K_2 = K_1$) و تندی آن نیز در این دو نقطه برابر است. توجه کنید که قضیه کار-انرژی جنبشی نه تنها برای حرکت یک جسم روی مسیری مستقیم معتبر است، بلکه اگر جسم روی هر مسیر خمیده‌ای نیز حرکت کند، می‌توان از آن استفاده کرد (تمرین ۲-۸ را ببینید).



قضیه کار-انرژی جنبشی، قانون جدیدی در فیزیک نیست؛ بلکه صرفاً کار (رابطه ۲-۳) و انرژی جنبشی (رابطه ۲-۱) را به هم مرتبط می‌سازد و به سادگی می‌توان آن را از قانون دوم نیوتون به دست آورد (اثبات این قضیه جزء اهداف این کتاب نیست).

قضیه کار-انرژی جنبشی برای حل مسئله‌هایی مفید است که کار نیروهای وارد شده به جسم به سادگی محاسبه می‌شود. در این صورت با داشتن کار کل، می‌توانیم تندی جسم را در هر نقطه دلخواه از مسیرش پیدا کنیم. همچنین اگر قضیه کار-انرژی جنبشی را به صورت $K_f - K_i = W_t$ بنویسیم، تغییر انرژی جنبشی را می‌توان کاری در نظر گرفت که جسمی متحرک، روی جسم دیگری انجام می‌دهد. برای مثال چکشی که میخی را به چوبی می‌کوبد، هنگام برخورد با میخ، روی آن کار انجام می‌دهد (شکل روبه‌رو).

مثال ۲-۶



توپ فوتبالی به جرم $10^2 \times 4/50$ از نقطه پناستی با تندی $18/0 \text{ m/s}$ به طرف دروازه شوت می‌شود (شکل روبه‌رو). توپ با تندی $15/0 \text{ m/s}$ به دستان دروازه‌بان برخورد می‌کند. کار کل انجام شده روی توپ را که سبب کاهش تندی آن شده است محاسبه کنید.

پاسخ: با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی به سادگی می‌توان مسئله را حل کرد. ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده و رابطه ۲-۱ انرژی جنبشی توپ را در دو وضعیت مورد نظر مسئله به دست می‌آوریم:

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(0/450 \text{ kg})(18/0 \text{ m/s})^2 = 72/9 \text{ J}$$

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}(0/450 \text{ kg})(15/0 \text{ m/s})^2 = 50/6 \text{ J}$$

به این ترتیب، کار کل انجام شده روی توپ را از رابطه ۲-۴ محاسبه می‌کنیم:

$$W_t = K_f - K_i = 50/6 \text{ J} - 72/9 \text{ J} = -22/3 \text{ J}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که کار کل انجام شده روی توپ، انرژی جنبشی آن را کاهش داده است.



چتربازی به جرم کل ۷۵۰ kg ، از بالونی که در ارتفاع $۸۰۰ \times ۱۰^۲\text{ m}$ از سطح زمین است، با تندی $۱/۲ \text{ m/s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با تندی $۴/۸ \text{ m/s}$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز را در طول مسیر سقوط محاسبه کنید. شتاب گرانش زمین را $۹/۸۱ \text{ m/s}^۲$ بگیرید.

پاسخ: ابتدا انرژی جنبشی چترباز را در دو وضعیت پریدن از بالون و همچنین رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم. با توجه به اطلاعات داده شده و همچنین رابطه ۱-۲ داریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(۷۵۰\text{ kg})(۱/۲ \text{ m/s})^2 = ۵۴\text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(۷۵۰\text{ kg})(۴/۸ \text{ m/s})^2 = ۸۶۴\text{ J}$$

همان‌طور که در شکل روبه‌رو دیده می‌شود در طول حرکت چترباز، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به او وارد می‌شود. نیروی وزن در جهت جابه جایی و نیروی مقاومت بر خلاف جابه جایی است. بنابراین، کار کل برابر مجموع کار این دو نیرو است. به این ترتیب، از رابطه ۴-۲ داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = ۸۶۴\text{ J} - ۵۴\text{ J} = ۸۱۰ \times ۱۰^۲\text{ J}$$

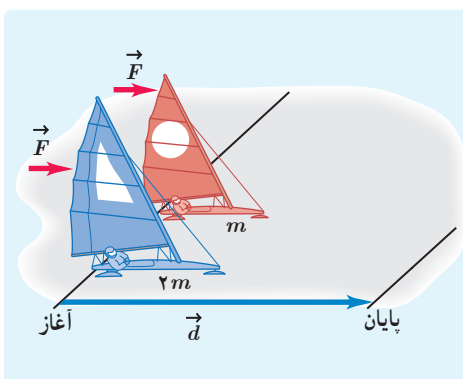
با پیدا کردن کار نیروی وزن (mg) و جایگذاری آن در عبارت بالا، کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم. از رابطه ۲-۲ داریم:

$$W_{\text{وزن}} = mgd = (۷۵۰\text{ kg})(۹/۸۰ \text{ m/s}^۲)(۸۰۰ \times ۱۰^۲\text{ m}) = ۵/۸۸ \times ۱۰^۵\text{ J}$$

به این ترتیب، کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$۵/۸۸ \times ۱۰^۵\text{ J} + W_{\text{مقاومت هوا}} = ۸۱۰ \times ۱۰^۲\text{ J} \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -۵/۸۷ \times ۱۰^۵\text{ J}$$

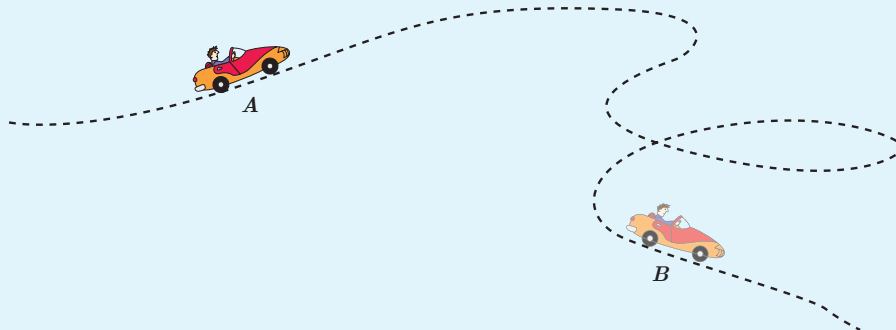
توجه کنید برای اینکه چترباز به طور ایمن و با تندی نسبتاً کمی به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا اثر کار نیروی وزن را تقریباً خنثی کرده است.



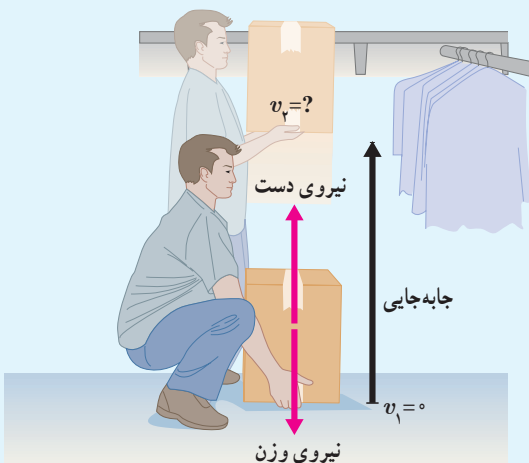
دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، دارای جرم‌های m و $۲m$ ، روی دریاچه افقی و بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان \vec{F} با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود (شکل روبه‌رو). هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله d می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان، با هم مقایسه کنید.

تمرین ۲-۸

جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده اش $10^3 \times 8/4$ kg است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، کار کل انجام شده روی خودرو $10^4 \times 7/35$ J است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر $54/0$ km/h باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟



تمرین ۲-۹

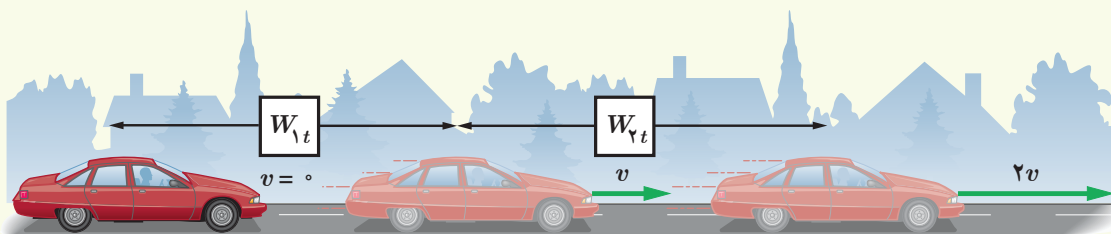


شکل روبه رو شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی ثابت $52/7$ N، جعبه‌ای به جرم $4/1$ kg را از حال سکون در امتداد قائم جابه‌جا می‌کند.

الف) کار انجام شده توسط شخص و کار انجام شده توسط نیروی وزن را روی جعبه در ارتفاع $1/4$ m به طور جداگانه حساب کنید. ب) کار کل انجام شده روی جعبه تا ارتفاع $1/4$ m چقدر است؟ پ) با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، تندی نهایی جعبه را در ارتفاع $1/4$ m حساب کنید.

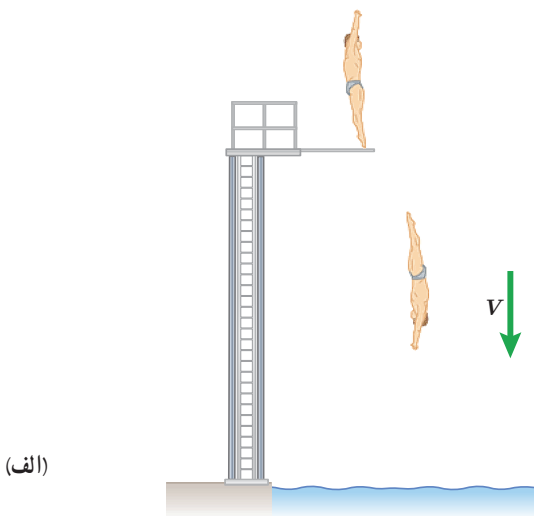
پرسش ۲-۳

برای آنکه تندی خودرویی از حال سکون به v برسد، باید کار کل W_{1t} روی آن انجام شود. همچنین برای آنکه تندی خودرو از v به $2v$ برسد، باید کار کل W_{2t} روی آن انجام شود (شکل زیر). نسبت W_{1t}/W_{2t} چقدر است؟



۴-۲ کار و انرژی پتانسیل

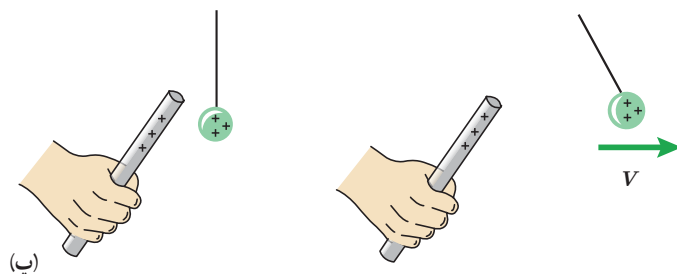
در علوم هفتم با نوع دیگری از انرژی، به نام انرژی پتانسیل یا انرژی ذخیره‌ای آشنا شدید که می‌تواند به شکل‌های متنوعی مانند گرانشی، کشسانی و الکتریکی باشد. انرژی پتانسیل، برخلاف انرژی جنبشی که به حرکت یک جسم وابسته است، ویژگی یک سامانه (دستگاه یا سیستم) است تا ویژگی یک جسم منفرد. به عبارت دیگر، انرژی پتانسیل به مکان اجسام یک سامانه نسبت به یکدیگر بستگی دارد. وقتی انرژی پتانسیل یک سامانه کاهش می‌یابد، به شکل‌های دیگری از انرژی تبدیل می‌شود. برای مثال، وقتی شخصی از یک تخته پرش به درون استخری پر از آب شیرجه می‌زند، انرژی پتانسیل سامانه شخص-زمین به تدریج به انرژی جنبشی شخص تبدیل می‌شود و شخص با تندی نسبتاً زیادی با سطح آب برخورد می‌کند (شکل ۵-۲ الف). یا هنگامی که فنری را توسط جسمی فشرده و رها می‌کنیم، انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم-فنر به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود و جسم با تندی زیادی پرتاب می‌شود (شکل ۵-۲ ب). همچنین وقتی یک جسم باردار را به جسم باردار دیگر نزدیک‌تر می‌کنیم، بسته به نوع بار، اجسام یکدیگر را می‌ربایند یا می‌رانند. در این حالت انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه دو جسم باردار تغییر می‌کند (شکل ۵-۲ پ).



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۵-۲ هر سامانه می‌تواند دست کم از دو جسم یا تعداد بسیار بیشتری از اجسام تشکیل شده باشد. (الف) انرژی پتانسیل گرانشی در سامانه شخص-زمین. (ب) انرژی پتانسیل کشسانی در سامانه جسم-فنر. (پ) انرژی پتانسیل الکتریکی در سامانه دو جسم باردار.

خوب است بدانید

انرژی پتانسیل، کمیتی مربوط به یک سامانه است. در اغلب موارد وقتی دو یا چند جسم به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند به دلیل موقعیت مکانی‌شان در سامانه، انرژی پتانسیل دارند. از نظر تاریخی، اصطلاح انرژی پتانسیل را نخستین بار ویلیام رانکین در میانه قرن نوزدهم (۱۸۵۳ م) معرفی کرد؛ هر چند دانشمندان دیگری پیش از وی، به گونه‌ای مفهوم آن را به کار برده بودند. اواخر قرن ۱۷، کریستیان هویگنس، کتابی درباره حرکت نوشت و در آن به نوعی به انرژی پتانسیل اشاره کرد. با وجود این، اصطلاح انرژی پتانسیل را به کار نبرده بود و به اهمیت آن نیز پی نبرده بود. همچنین، لاگرانژ، لاپلاس، پواسون و گرین از برجسته‌ترین دانشمندان زمان خود، در اواخر قرن ۱۸ و اوایل قرن ۱۹، مفهوم پتانسیل الکتریکی را در فرمول‌بندی ریاضی اثرات الکتریکی به کار برده بودند.

انرژی پتانسیل گرانشی

شکل ۶-۲ جسمی به جرم m را نشان می‌دهد که در حال سقوط به طرف زمین است. در حین سقوط، نیروی وزن $m\vec{g}$ و نیروی مقاومت هوا \vec{f}_{air} به آن وارد می‌شود. وقتی جسم از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 از سطح زمین می‌رسد کار نیروی وزن در این جابه‌جایی برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = (mg\cos\theta)d = (mg\cos^\circ)d = mgd$$

$$= mg(h_1 - h_2) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

انرژی پتانسیل گرانشی سامانه متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U = mgh \quad (۵-۲)$$

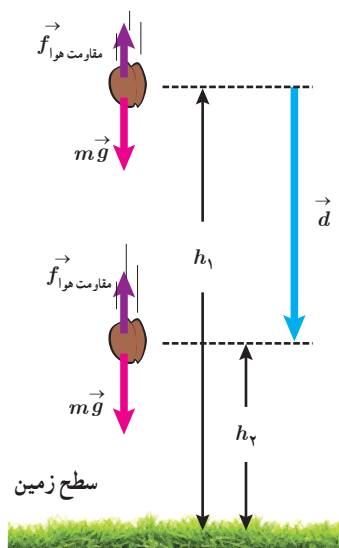
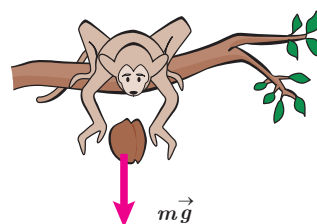
به این ترتیب، کار نیروی وزن را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$W_{\text{وزن}} = -(U_2 - U_1) = -\Delta U \quad (۶-۲)$$

رابطه ۶-۲ نشان می‌دهد کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است. همچنین توجه کنید که علامت منها در جلوی ΔU در رابطه ۶-۲ اهمیت زیادی دارد. هنگامی که جسمی روبه پایین حرکت می‌کند h کاهش می‌یابد، نیروی وزن جسم کار مثبت انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد ($\Delta U < 0$).

هنگامی که جسمی رو به بالا حرکت می‌کند و از زمین دور می‌شود، h افزایش می‌یابد. در این صورت کار انجام شده توسط نیروی وزن جسم منفی است و انرژی پتانسیل گرانشی آن افزایش می‌یابد ($\Delta U > 0$).

اگرچه رابطه ۶-۲ را برای جسمی که در امتداد قائم و رو به پایین سقوط می‌کرد به دست آوردیم، ولی به سادگی می‌توان نشان داد این رابطه برای هر مسیر دلخواهی برقرار است. به عبارت دیگر، کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و همواره برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم-زمین است.



شکل ۶-۲ نیروهای وارد شده به جسمی که به طرف زمین سقوط می‌کند.

تمرین ۱۰-۲

برای جسمی به جرم m که رو به بالا حرکت می‌کند و از سطح زمین دور می‌شود نشان دهید کار نیروی وزن، همچنان از رابطه ۶-۲ به دست می‌آید. فرض کنید که جسم به اندازه کافی نزدیک به سطح زمین بماند به گونه‌ای که وزن آن ثابت باشد.

توجه: انرژی پتانسیل گرانشی، یک ویژگی مشترک جسم و زمین است و برای سامانه‌ای متشکل از این دو، تعریف می‌شود. بنابراین، $U = mgh$ را باید انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم – زمین بخوانیم؛ زیرا اگر زمین ثابت بماند و جسم از زمین دور شود، U افزایش می‌یابد و اگر جسم به زمین نزدیک شود U کاهش می‌یابد. توجه کنید که رابطه $U = mgh$ شامل هر دو ویژگی جسم (جرم آن m) و زمین (مقدار g) است. (برخی مواقع و صرفاً برای سادگی در گفتار، به انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم – زمین، انرژی پتانسیل گرانشی جسم نیز می‌گویند.)

هنگامی که با انرژی پتانسیل گرانشی سر و کار داریم می‌توانیم $h = 0$ را در هر ارتفاعی انتخاب کنیم؛ زیرا اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را انتقال دهیم، مقدارهای h_1 و h_2 تغییر می‌کنند و همین طور مقدارهای U_1 و U_2 . ولی باید توجه داشته باشیم که این انتقال مبدأ، تأثیری بر اختلاف ارتفاع $h_2 - h_1$ یا بر اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی $U_2 - U_1 = mg(h_2 - h_1)$ ندارد.

کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) بین دو نقطه است نه مقدار U در یک نقطه خاص. در نتیجه همان طور که در مثال بعد خواهید دید می‌توانیم U را در هر نقطه‌ای که بخواهیم برابر صفر تعریف کنیم بدون آنکه تأثیری در پاسخ مسئله داشته باشد.

مثال ۲-۸

شکل زیر، کوه نوردی به جرم $72/0 \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که در حال صعود به قله زردکوه بختیاری به ارتفاع $4/22 \text{ km}$ از سطح آزاد دریاست. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی کوه نورد در $1/25$ کیلومتری پایان ارتفاع صعود چقدر است؟ مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را (الف) سطح دریا و (ب) قله کوه بگیرد. ($g = 9/81 \text{ m/s}^2$)



زردکوه بختیاری، یکی از غنی‌ترین ذخایر طبیعی آب ایران و سرچشمه رودخانه‌های کارون و زاینده‌رود است.

پاسخ: اگر مطابق فرض (الف)، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح دریا بگیریم، می‌توان نوشت:

$$h_1 = 2/97 \times 10^3 \text{ m} \quad \text{و} \quad h_2 = 4/22 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\Delta U = mg(h_2 - h_1) = (72/0 \text{ kg})(9/81 \text{ m/s}^2)(4/22 \times 10^3 \text{ m} - 2/97 \times 10^3 \text{ m}) = 8/83 \times 10^5 \text{ J}$$

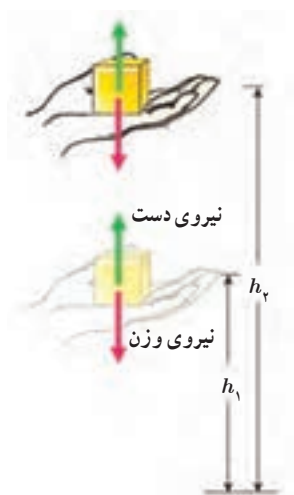
حال اگر مطابق فرض (ب)، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در قله کوه فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$h_1 = -1/25 \times 10^3 \text{ m} \quad \text{و} \quad h_2 = 0$$

$$\Delta U = mg(h_2 - h_1) = (72/0 \text{ kg})(9/81 \text{ m/s}^2)[0 - (-1/25 \times 10^3 \text{ m})] = 8/83 \times 10^5 \text{ J}$$

همان طور که انتظار داشتیم انتقال مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، تأثیری در نتیجه نهایی و فیزیک مسئله ندارد.

مثال ۲-۹



جسم ساکنی به جرم m را مانند شکل روبه رو، با دستمان از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 می‌بریم و دوباره به حالت سکون می‌رسانیم. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، کار نیروی دست را در این جابه‌جایی محاسبه کنید.

پاسخ: با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی (رابطه ۲-۴) داریم:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = K_2 - K_1$$

از آنجا که جسم در ابتدا و انتهای مسیر ساکن است، تغییر انرژی جنبشی آن صفر است ($\Delta K = 0$). به این ترتیب داریم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = 0 \Rightarrow W_{\text{دست}} = -W_{\text{وزن}}$$

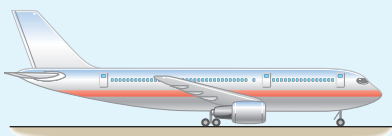
با توجه به رابطه ۲-۵ می‌توانیم کار نیروی وزن را با استفاده از تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به دست آوریم.

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -(mgh_2 - mgh_1)$$

به این ترتیب، کار نیروی دست برابر است با:

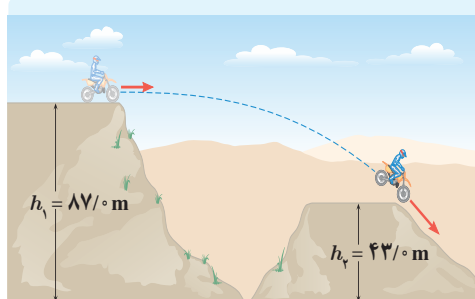
$$W_{\text{دست}} = -(-\Delta U) = +(mgh_2 - mgh_1)$$

تمرین ۲-۱۱



انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) یک هواپیمای مسافربری به جرم 10^4 kg که با تندی 864 km/h در ارتفاع 10^3 m حرکت می‌کند چقدر است؟ مقدار این انرژی‌ها را با هم مقایسه کنید.

تمرین ۲-۱۲



جرم موتور سوار با موتورش 147 kg است. این موتورسوار، پرشی مطابق شکل روبه‌رو انجام می‌دهد.

الف) انرژی پتانسیل گرانشی موتور سوار را روی هر یک از تپه‌ها حساب کنید (9.81 m/s^2).

ب) کار نیروی وزن موتورسوار را در این جابه‌جایی به دست آورید.

انرژی پتانسیل کشسانی

در علوم هفتم با انرژی پتانسیل وابسته به اجسام کشسان، مانند فنر و نوآرهای لاستیکی آشنا شدید. در این بخش تنها به بررسی انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم - فنر می‌پردازیم. فنرها را به شکل‌ها و اندازه‌های متفاوتی می‌سازند (شکل ۲-۷) و در بیشتر وسایل و ابزارهای مورد استفاده ما در زندگی روزمره کاربرد دارند. آنها را می‌توان در اتومبیل‌ها، قطارها، اغلب ساعت‌ها، برخی از اسباب بازی‌ها و ... مشاهده کرد (شکل ۲-۸).



شکل ۲-۷ انواع مختلف فنر. بنا به کاربرد، برخی از فنرها به گونه‌ای ساخته می‌شوند که بین حلقه‌های مجاور آنها فاصله‌ای وجود ندارد و نمی‌توان آنها را متراکم کرد.



(پ)

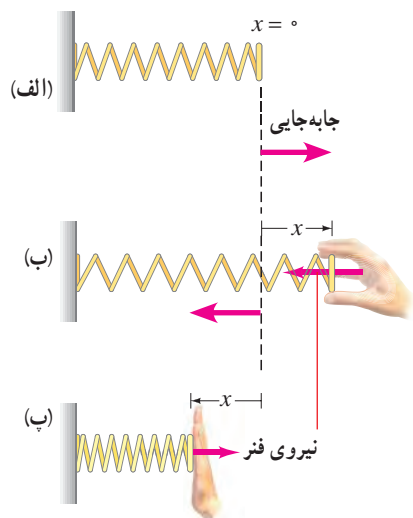


(ب)



(الف)

شکل ۸-۲ کاربرد فنر در (الف) ساعت (ب) اتومبیل (پ) قطار



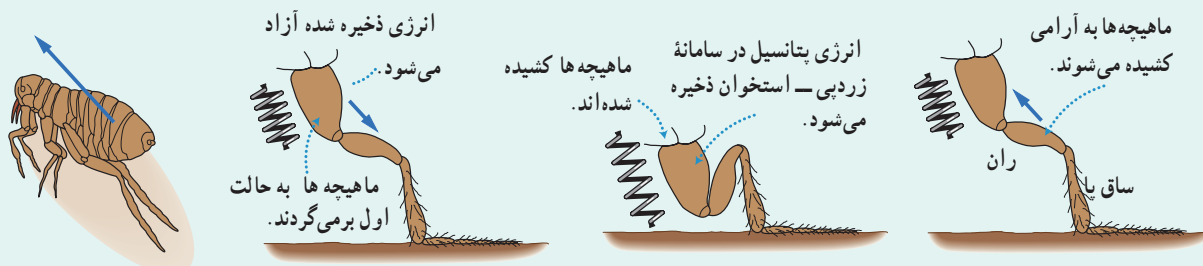
شکل ۹-۲ الف فنری را در وضعیت تعادلش نشان می‌دهد ($x = 0$) که در آن، فنر نه فشرده و نه کشیده شده است. با کشیدن یا فشردن فنر به اندازه x از مکان تعادلش، نیرویی در خلاف جهت جابه‌جایی به دست شخص وارد می‌شود (شکل‌های ۹-۲ ب و پ). یعنی کار نیروی فنر در این جابه‌جایی، منفی و تغییر انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم-فنر مثبت است. با توجه به آنچه در رابطه ۶-۲ دیدیم در مورد تغییر انرژی پتانسیل کشسانی فنر نیز، مشابه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} \quad (۷-۲)$$

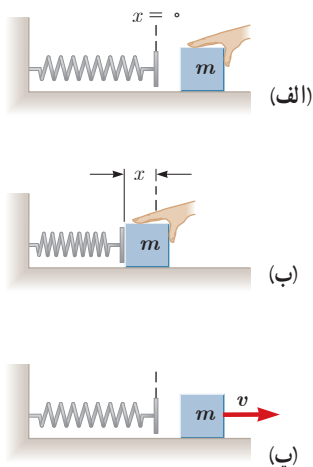
شکل ۹-۲ الف) فنر در حال تعادل. ب) و پ) با کشیدن و فشردن فنر، انرژی پتانسیل کشسانی در سامانه دست-فنر ذخیره می‌شود.

خوب است بدانید

حشره‌کک به داشتن توانایی پرش شگفت‌آور شهرت دارد؛ زیرا می‌تواند بیش از صد برابر ارتفاع پیکر خود بپرد. نتایج پژوهش‌هایی که روی نحوه حرکت حشره‌کک انجام شده، نشان می‌دهند که $1/50 \text{ ms}$ طول می‌کشد تا این حشره به تندی پیشینه خود، یعنی حدود $1/50 \text{ m/s}$ برسد. در این مدت کک می‌تواند تا ارتفاع $3/5 \text{ cm}$ بپرد. شکل‌های زیر به ترتیب الگوی پرش کک را براساس ذخیره و آزاد شدن انرژی پتانسیل کشسانی در پاهای آن نشان می‌دهد. جرم کک حدود 50 mg است.



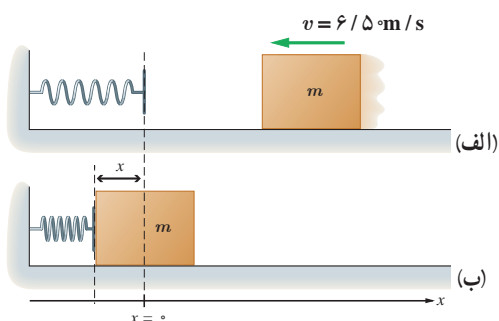
مثال مفهومی ۲-۱۰



دریافت خود را از شکل رو به رو با توجه به مفاهیمی که تا اینجا با آن آشنا شدید، بیان کنید. فرض کنید جسم روی سطحی افقی و بدون اصطکاک حرکت می‌کند.

پاسخ: شکل الف فنری را در حال تعادل نشان می‌دهد که نه فشرده و نه کشیده شده است و انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم - فنر صفر است. در شکل ب، جسمی به جرم m فنر را فشرده می‌کند. با توجه به فشرده‌گی فنر، انرژی پتانسیل کشسانی در سامانه جسم - فنر ذخیره شده است. وقتی جسم رها می‌شود، مطابق شکل پ نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند روی جسم کار انجام می‌دهد، انرژی پتانسیل کشسانی سامانه فنر-جسم کاسته و انرژی جنبشی جسم افزوده می‌شود.

مثال ۲-۱۱



جسمی به جرم $4/20 \times 10^2 \text{ g}$ مطابق شکل روبه‌رو با تندی $6/50 \text{ m/s}$ به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند.

(الف) انرژی جنبشی جسم در موقعیت شکل الف چقدر است؟
 (ب) اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم-فنر $5/60 \text{ J}$ باشد، کار نیروی فنر چقدر است؟
 (پ) با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را وقتی جسم از موقعیت شکل (الف) به موقعیت شکل (ب) می‌رود حساب کنید.

پاسخ: (الف) با استفاده از رابطه ۲-۱، انرژی جنبشی جسم در موقعیت الف برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0/420 \text{ kg})(6/50 \text{ m/s})^2 = 8/87 \text{ J}$$

(ب) با توجه به رابطه ۲-۷ کار نیروی فنر برابر است با:

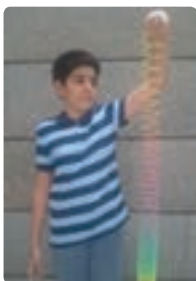
$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_2 - U_1) = -(5/60 - 0) = 5/60 \text{ J}$$

(پ) از قضیه کار-انرژی جنبشی (رابطه ۲-۴) کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = K_2 - K_1$$

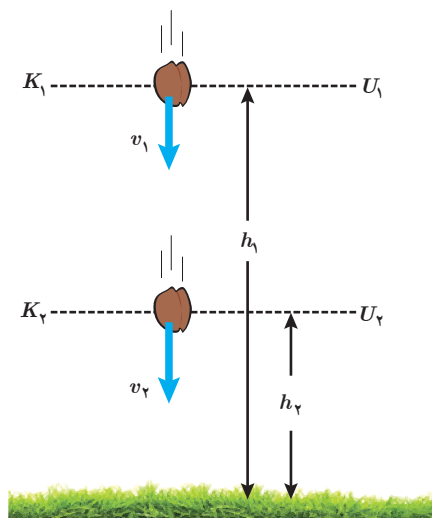
$$5/60 \text{ J} + W_{\text{اصطکاک}} + 0 + 0 = 0 - 8/87 \text{ J} \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -3/27 \text{ J}$$

فعالیت ۲-۱



یک فنر فلزی یا پلاستیکی نرم و نسبتاً بلند اختیار کنید. فنر را مطابق شکل روبه رو، از یک طرف آن در امتداد قائم آویزان کنید. ابتدا پیش بینی کنید که با رها کردن فنر، چه اتفاقی می‌افتد؟ فنر را رها کنید و با دقت، تمامی تبدیل‌های انرژی آن را بررسی کنید و نتیجه را به کلاس ارائه دهید. اگر دوربین با امکان ضبط و پخش آهسته فیلم در اختیار دارید، فیلمی از این فعالیت تهیه کنید و آن را به طور آهسته مشاهده کنید.

۵-۲ پایستگی انرژی مکانیکی



شکل ۱۰-۲ جسمی را در حال سقوط به طرف زمین نشان می‌دهد. فرض کنید مقاومت هوا در برابر حرکت جسم ناچیز است و تنها نیروی وزن به آن وارد می‌شود. در قسمتی از مسیر انرژی جنبشی جسم از K_1 به K_2 و انرژی پتانسیل آن از U_1 به U_2 تغییر کرده است. همان‌طور که دیدیم مطابق رابطه ۶-۲، کار نیروی وزن هنگام جابه‌جایی از موقعیت ۱ به موقعیت ۲ برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -(U_2 - U_1)$$

از آنجا که در طول مسیر تنها نیروی وزن به جسم وارد می‌شود کار کل انجام شده روی جسم برابر کار نیروی وزن است. به این ترتیب، بنا به قضیه کار-انرژی جنبشی (رابطه ۴-۲) داریم:

$$W_t = W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1$$

از مقایسه دو رابطه اخیر می‌توان نوشت:

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نیز بازنویسی کرد:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

(۸-۲)

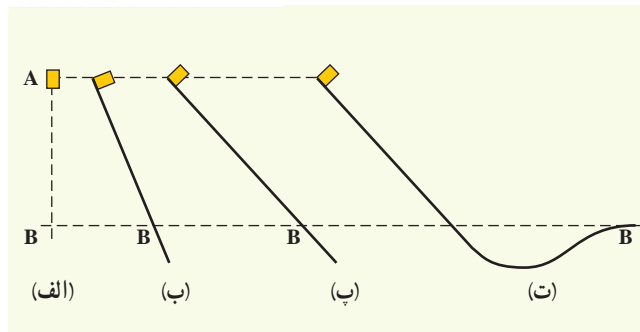
این رابطه نشان می‌دهد مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم در نقطه‌های مختلف مسیر حرکت با هم برابر است. مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی هر جسم را انرژی مکانیکی آن می‌نامیم و با E نشان می‌دهیم ($E = K + U$). به این ترتیب، از رابطه ۸-۲ نتیجه می‌شود:

$$E_1 = E_2$$

(۹-۲)

چون نقطه‌های (۱) و (۲) در مسیر حرکت جسم در شکل ۱۰-۲ اختیاری‌اند، نتیجه می‌گیریم با نادیده گرفتن نیروی مقاومت هوا، انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر مقدار یکسانی دارد و پایسته می‌ماند. این نتیجه، اصل پایستگی انرژی مکانیکی نام دارد و برای شرایطی که بتوان اثر ناشی از نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا را نادیده گرفت، کاربرد دارد.

پرسش ۴-۲



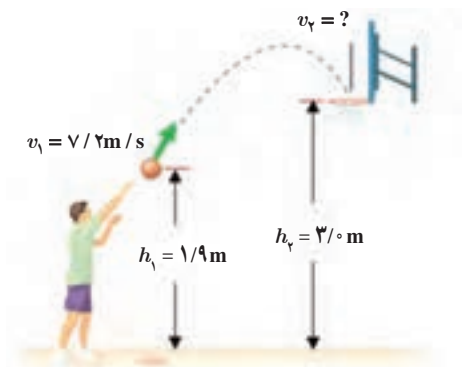
شکل روبه‌رو، چهار وضعیت متفاوت را برای حرکت جسمی نشان می‌دهد. در وضعیت الف، جسم از حال سکون سقوط می‌کند و در سه وضعیت دیگر جسم از حال سکون روی مسیری بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می‌کند. تندی جسم را در نقطه B برای هر چهار وضعیت با هم مقایسه کنید.

شکل ۱۰-۲ با نزدیک تر شدن جسم به زمین، انرژی پتانسیل گرانشی کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.



کریستیان هویگنس (۱۶۹۵-۱۶۴۹م)، فیزیک‌دان، اخترشناس و ریاضی‌دان هلندی، نخستین دانشمندی بود که در قرن هفدهم، پایستگی انرژی مکانیکی را برای حرکت یک جسم بر اثر گرانش زمین بیان کرد. هویگنس در ادامه فعالیت‌های گالیله در خصوص آونگ، قوانین آونگ ساده را ارائه داد و ساعت‌های آونگی را اختراع کرد. وی همچنین ساخت عدسی‌های تلسکوپ را بهبود بخشید و برای نخستین بار حلقه‌های سیاره زحل را مشاهده و گزارش کرد.

مثال ۱۲-۲



شکل روبه‌رو ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_1 = 7/2 \text{ m/s}$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد چقدر است؟ مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

پاسخ: چون اثر نیروی مقاومت هوا را در حین حرکت توپ ناچیز فرض کردیم، پایداری انرژی مکانیکی برقرار است. لذا از رابطه ۸-۲ می‌توان نوشت:

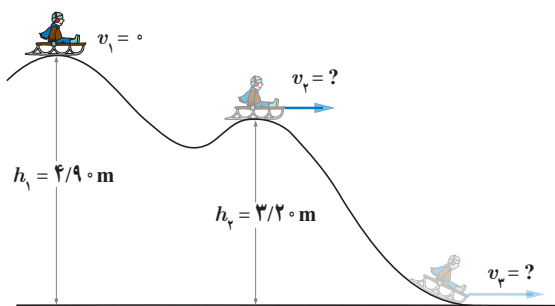
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

با حذف m از طرفین معادله بالا، و جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

$$\frac{1}{2}(7/2 \text{ m/s})^2 + (9/11 \text{ m/s}^2)(1/9 \text{ m}) = \frac{1}{2}v_2^2 + (9/11 \text{ m/s}^2)(3/10 \text{ m})$$

با حل معادله بالا، تندی توپ در دهانه سبد برابر $v_2 = 5/5 \text{ m/s}$ به دست می‌آید.

مثال ۱۳-۲



سورتمه سواری از ارتفاع $h_1 = 4/9 \text{ m}$ بالای سطح زمین و روی مسیری بدون اصطکاک، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند.

(الف) تندی سورتمه را در ارتفاع h_2 به دست آورید.

(ب) تندی سورتمه را هنگامی که به سطح زمین می‌رسد پیدا کنید. مقاومت هوا را هنگام حرکت سورتمه نادیده بگیرید.

پاسخ: (الف) چون نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا را در حین حرکت سورتمه ناچیز فرض کردیم، پایداری انرژی مکانیکی برقرار است؛ لذا از رابطه ۸-۲ می‌توان نوشت:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

با حذف m (جرم سورتمه و سورتمه سوار) از طرفین معادله بالا، و جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

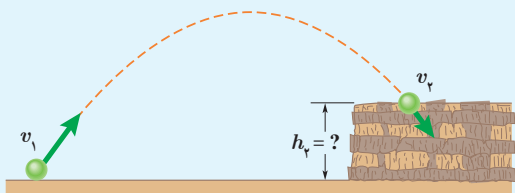
$$0 + (9/11 \text{ m/s}^2)(4/9 \text{ m}) = \frac{1}{2}v_2^2 + (9/11 \text{ m/s}^2)(3/2 \text{ m}) \Rightarrow v_2 = 5/77 \text{ m/s}$$

(ب) به‌طور مشابه قسمت قبل، انرژی مکانیکی وضعیت اول و وضعیت سوم سورتمه سوار را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم.

در این صورت تندی سورتمه سوار روی زمین برابر $v_3 = 9/8 \text{ m/s}$ به دست می‌آید. به‌جای این کار می‌توانستید انرژی مکانیکی وضعیت دوم و وضعیت سوم سورتمه سوار را مساوی یکدیگر قرار دهید.

تمرین ۱۳-۲

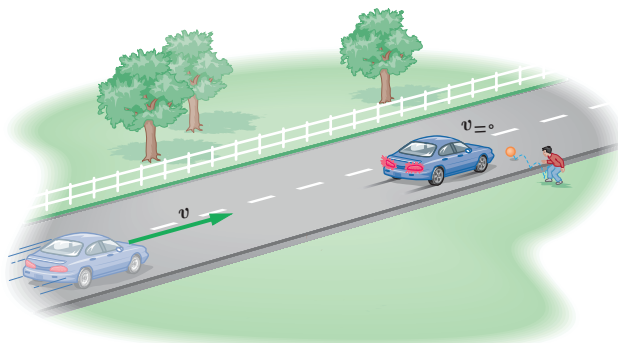
در مثال ۱۲-۲، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در ارتفاع h_1 بگیرید و بر این اساس تندی توپ را هنگام رسیدن به دهانه سبد حساب کنید.



تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = 42^\circ \text{ m/s}$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود.

اگر توپ با تندی $v_2 = 24^\circ \text{ m/s}$ به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع h_r را به دست آورید. مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

۶-۲ کار و انرژی درونی



شکل ۲-۱۱ وقتی خودرویی ترمز می‌گیرد کار نیروهایی که بر خلاف جهت جابه‌جایی خودرو به آن وارد می‌شوند، انرژی جنبشی خودرو را کاهش می‌دهند.

خودرویی را در نظر بگیرید که با تندی v روی سطح جاده‌ای افقی در حرکت است. ناگهان راننده مانعی را می‌بیند و ترمز می‌کند طوری که چرخ‌های خودرو قفل می‌شوند و روی آسفالت جاده کشیده و ساییده می‌شوند و خط ترمز به وجود می‌آید (شکل ۱۱-۲). در این فرایند نیروی اصطکاک که برخلاف جهت جابه‌جایی خودرو به آن وارد می‌شود، روی خودرو کار منفی انجام می‌دهد. حال این پرسش مطرح می‌شود که پس از توقف خودرو، انرژی جنبشی آن کجا رفته است؟ برای پاسخ به این پرسش، نوع دیگری انرژی را معرفی می‌کنیم که انرژی درونی نامیده می‌شود. انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهنده آن است.

معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم، انرژی درونی آن بالا می‌رود. انرژی درونی یک جسم، هم به تعداد ذرات جسم و هم به انرژی هر ذره بستگی دارد. به طوری که هرچه تعداد ذرات سازنده یک جسم و انرژی هر ذره آن بیشتر باشد، انرژی درونی آن نیز بیشتر است. چون در حین ترمز گرفتن خودرو، لاستیک‌های آن و سطح جاده گرم‌تر شده‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که انرژی درونی هر دو افزایش یافته است. در نتیجه می‌توان گفت که در اثر کار نیروی اصطکاک، انرژی جنبشی خودرو به انرژی درونی لاستیک‌های آن و سطح جاده تبدیل شده است.

در این گونه موارد، اصطلاحاً می‌گوییم انرژی تلف شده است. در واقع، همان‌طور که اشاره شد، در این حالت انرژی از بین رفته است بلکه به انرژی درونی لاستیک‌ها و سطح جاده تبدیل شده است. چون این انرژی را در اغلب موارد و در عمل نمی‌توان دوباره مورد استفاده قرار داد، معمولاً از اصطلاح انرژی تلف شده استفاده می‌شود.

پرسش ۲-۴

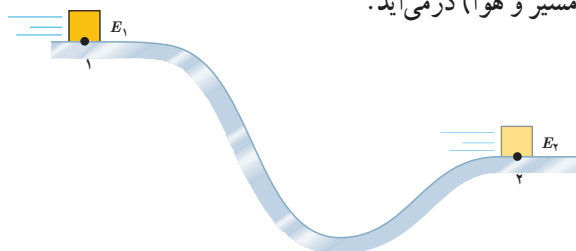


شخصی توپ در حال حرکتی را با دست خود می‌گیرد (شکل روبه‌رو). پس از توقف توپ، انرژی جنبشی آن کجا رفته است؟

شکل ۲-۱۲ جسمی را نشان می‌دهد که پس از طی مسیری انرژی مکانیکی آن از E_1 به E_2 تغییر کرده است. اگر در طول مسیر نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا، به جسم وارد شوند و روی جسم کار منفی انجام دهند، بخشی از انرژی مکانیکی جسم را به انرژی درونی جسم، سطح مسیر و هوا تبدیل می‌کنند. اگر کار انجام شده توسط این نیروها که معمولاً به نیروهای اتلافی نیز شناخته می‌شوند را با W_f نمایش دهیم در این صورت می‌توان نوشت^۱:

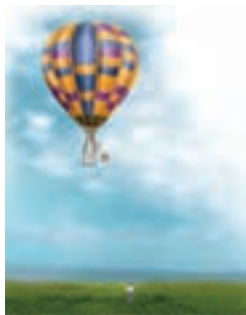
$$W_f = E_2 - E_1 \quad (۲-۱۰)$$

این رابطه نشان می‌دهد با حضور نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی‌ماند و تغییر می‌کند. همان‌طور که پیش از این نیز اشاره کردیم این تغییر انرژی به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن (سطح مسیر و هوا) درمی‌آید.



شکل ۲-۱۲ وقتی نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا در حین حرکت جسم، روی آن کار انجام دهند انرژی مکانیکی جسم پایسته نیست.

قانون پایستگی انرژی: در یک سامانه منزوی^۲، مجموع کل انرژی‌ها پایسته می‌ماند. انرژی را نمی‌توان خلق یا نابود کرد و تنها می‌توان آن را از یک شکل به شکل دیگر تبدیل کرد. این بیان، که براساس آزمایش‌های بسیاری بنا شده است قانون پایستگی انرژی نامیده می‌شود و تاکنون هیچ مورد استثنایی برای آن یافت نشده است.



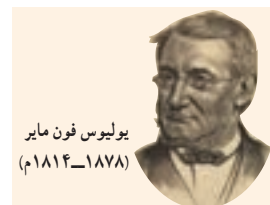
از بالونی که در ارتفاع 45° متری سطح زمین و با تندی $4/2 \text{ m/s}$ در پرواز است، بسته‌ای به جرم 25 kg رها می‌شود و با تندی $23/6 \text{ m/s}$ به زمین برخورد می‌کند. کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته را از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین حساب کنید.

پاسخ: ابتدا انرژی مکانیکی بسته را در لحظه رها شدن و هنگام برخورد به زمین حساب می‌کنیم. اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض می‌کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} E_1 &= K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \\ &= \frac{1}{2}(25 \text{ kg})(4/2 \text{ m/s})^2 + (25 \text{ kg})(9/81 \text{ m/s}^2)(45 \text{ m}) = 1/13 \times 10^4 \text{ J} \\ E_2 &= K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \\ &= \frac{1}{2}(25 \text{ kg})(23/6 \text{ m/s})^2 + 0 = 6/96 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

با جایگذاری مقادیر انرژی مکانیکی بسته در رابطه ۲-۱۰، کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته برابر است با:

$$W_f = E_2 - E_1 = 6/96 \times 10^3 \text{ J} - 1/13 \times 10^4 \text{ J} = -4/3 \times 10^3 \text{ J}$$



یولیوس فون مایر
(۱۸۱۴-۱۸۷۸م)

قانون پایستگی انرژی بیانی از ثبات در طبیعت است. انرژی کل، کمیتی است که پایسته می‌ماند؛ درحالی که کمیت‌های دیگر می‌توانند تغییر کنند. اولین اظهار نظر درباره اینکه قانون پایستگی انرژی در طبیعت حاکم است، در اواسط قرن نوزدهم میلادی مطرح شد. مایر در آلمان و ژول در انگلستان، اظهار نظر کردند که گرما و انرژی مکانیکی هم‌ارز یکدیگرند؛ یعنی می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند و مجموع آنها ثابت بماند. قانون پایستگی انرژی مایر و ژول، دو شاخه مهم فیزیک، به نام ترمودینامیک و مکانیک را وحدت بخشید.



جیمز پریسکات ژول
(۱۸۱۸-۱۸۸۹م)

مثال ۲-۱۴

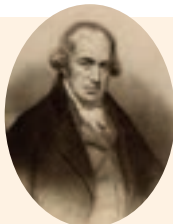
۱ - معمولاً از حرف کوچک f برای نشان دادن نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا استفاده می‌شود.

۲ - به سامانه‌ای که نه از محیط اطراف انرژی بگیرد و نه به محیط اطراف انرژی دهد، سامانه منزوی گفته می‌شود.



توپى به جرم 0.45 kg با تندی $v_1 = 8 \text{ m/s}$ از نقطه A می‌گذرد (شکل روبه‌رو). نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، 20% درصد انرژی جنبشی توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف می‌کنند. تندی توپ را در این نقطه به دست آورید.

۲-۲ توان



جیمز وات (۱۷۳۶-۱۸۱۹م) مخترع و مهندس اسکاتلندی، فعالیت حرفه‌ای خود را با اصلاح و تکمیل ماشین بخار نیوکامن آغاز کرد. پس از آن در سال ۱۷۶۹ میلادی، ماشین بخار دیگری طراحی کرد که نسبت به ماشین‌های بخار موجود، بازده و سرعت عمل بیشتری داشت. اختراع جدید وات، مورد استقبال زیادی قرار گرفت به طوری که ظرف چند سال پس از اختراع وی، حدود 500 دستگاه از آن، در سراسر انگلستان مورد استفاده قرار گرفت. مقدار اسب بخار ($1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$) از آزمایش‌هایی به دست آمده که توسط وات انجام شده است. نتیجه این آزمایش‌ها این بود که یک اسب می‌تواند در بالا بردن زغال سنگ از معدن در هر دقیقه 33000 فوت-پوند (ft-lbs) کار انجام دهد. هر فوت - پوند تقریباً معادل $1/36$ ژول است.

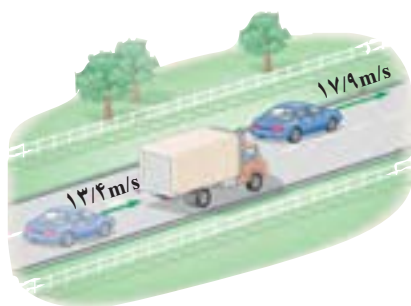
در علوم نهم با برخی از ماشین‌های ساده آشنا شدید. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های هر ماشین، چه ساده باشد چه پیچیده، مدت زمانی است که طول می‌کشد تا کار معینی را انجام دهد. یک ماشین می‌تواند کار معینی را آرام، یا تند انجام دهد. برای مثال، هرچه موتور یک خودرو قوی‌تر باشد راحت‌تر و سریع‌تر می‌تواند از یک جاده کوهستانی بالا رود. در صورتی که برای پیمودن همین مسیر توسط خودرویی مشابه، ولی با موتور ضعیف‌تر، زمان طولانی‌تری لازم است.

در اغلب موارد لازم است بدانیم در چه مدت زمانی می‌توان کار معینی را انجام داد. در فیزیک، آهنگ انجام کار را با کمیتی به نام توان توصیف می‌کنیم. هرچند در گفت و گوهای روزمره، معمولاً واژه توان را با واژه‌های انرژی یا نیرو مترادف می‌گیرند، اما این کمیت در فیزیک تعریف دقیقی دارد. توان، همانند کار و انرژی، کمیتی است نرده‌ای و به صورت آهنگ انجام کار بیان می‌شود. هنگامی که کار W در بازه زمانی Δt انجام می‌شود، کار انجام شده در واحد زمان یا توان متوسط \bar{P} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \quad (2-11)$$

یکای SI توان، وات (W) است که به احترام جیمز وات مخترع انگلیسی نام‌گذاری شده است. مطابق تعریف توان (رابطه ۲-۱۱)، یک وات برابر است با یک ژول بر ثانیه ($1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$). استفاده از یکاهای بزرگ‌تر توان، مانند کیلووات (kW) و مگاوات (MW) نیز متداول است. یکای قدیمی توان، به نام اسب بخار ($1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$) هنوز نیز استفاده می‌شود. این یکا نخستین بار توسط وات برای ارزیابی توان خروجی اختراع جدیدش، ماشین بخار، معرفی شد. توان موتور بیشتر وسایل نقلیه با این یکا بیان می‌شود.

مثال ۲-۱۵



شکل روبه‌رو خودرویی به جرم 10^3 kg را نشان می‌دهد که برای سبقت گرفتن از کامیونی، در مسیری افقی و در مدت $3/00 \text{ s}$ تندی خود را از $v_1 = 13/4 \text{ m/s}$ به $v_2 = 17/9 \text{ m/s}$ تغییر داده است. توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار، دست کم چقدر باید باشد؟ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.

پاسخ: با توجه به رابطه ۲-۴، کار کل انجام شده توسط موتور خودرو، برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. به این ترتیب، با به دست آوردن انرژی جنبشی خودرو در دو وضعیت داده شده و محاسبه کار کل موتور خودرو داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$= \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}(1300 \times 10^3 \text{ kg})[(17/9 \text{ m/s})^2 - (13/4 \text{ m/s})^2] = 9/16 \times 10^4 \text{ J}$$

با جایگذاری مقدار به دست آمده در رابطه ۲-۱۱، کمترین توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{9/16 \times 10^4 \text{ J}}{3/0 \text{ s}} = 3/05 \times 10^4 \text{ W} = 40/9 \text{ hp}$$

در واقع با وجود نیروهای اتلافی (مانند مقاومت هوا) در حین حرکت خودرو، توان مورد نیاز از این مقدار بیشتر است.

مثال ۲-۱۶

جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن 500 kg است (شکل روبه‌رو). اگر این بالابر در مدت $10/0 \text{ s}$ از طبقه همکف به طبقه دوم در ارتفاع $6/2 \text{ m}$ برود، توان متوسط موتور این بالابر چند اسب بخار است؟ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.

پاسخ: با توجه به رابطه ۲-۴، کار کل انجام شده روی اتاقک بالابر (شامل کار نیروی وزن و کار نیروی موتور بالابر) برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. به این ترتیب داریم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} = K_2 - K_1$$

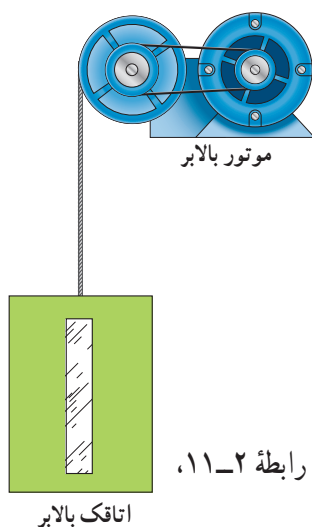
$$-mg(h_2 - h_1) + W_{\text{موتور}} = 0 - 0$$

$$W_{\text{موتور}} = mg(h_2 - h_1) = (500 \text{ kg})(9/81 \text{ m/s}^2)(6/2 \text{ m} - 0) = 3/04 \times 10^4 \text{ J}$$

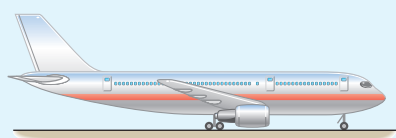
در محاسبه بالا، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین (طبقه همکف) گرفته‌ایم. با توجه به رابطه ۲-۱۱،

توان متوسط موتور بالابر برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{3/04 \times 10^4 \text{ J}}{10/0 \text{ s}} = 3/04 \times 10^3 \text{ W} = 4/08 \text{ hp}$$

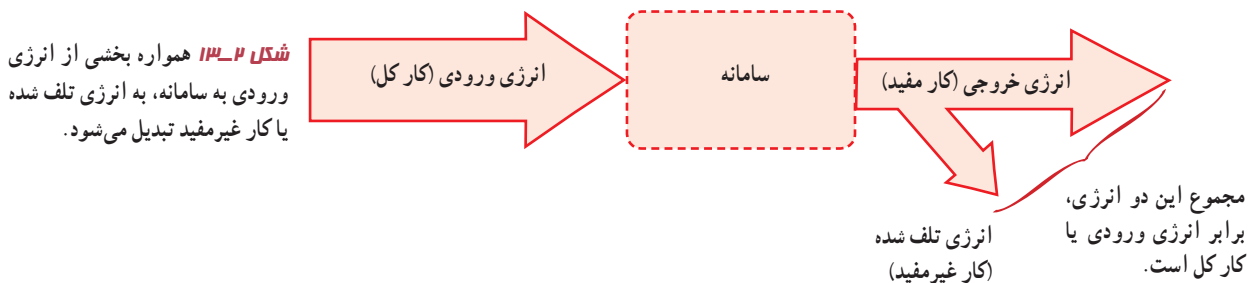


تمرین ۲-۱۶



هر یک از دو موتور جت یک هواپیمای مسافربری بوئینگ ۷۶۷، پیشرانده‌ای (نیروی جلوبر هواپیما) برابر $1/97 \times 10^5 \text{ N}$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه $15/6 \text{ km}$ در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما چند اسب بخار است؟

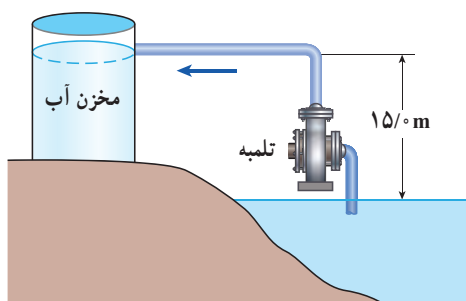
بازده: در هر سامانه تنها بخشی از انرژی ورودی (انرژی مصرفی سامانه) به انرژی موردنظر ما تبدیل می‌شود. برای مثال، وقتی موتور بالابری کار می‌کند بخشی از انرژی الکتریکی ورودی به کار مکانیکی تبدیل می‌شود و اتا‌فک بالابر را جابه‌جا می‌کند. بخش دیگری از انرژی الکتریکی ورودی به صورت انرژی‌های ناخواسته‌ای مانند گرم‌تر شدن اجزای موتور و کابل بالابر در می‌آید. شکل ۱۳-۲ طرح واره‌ای است که این نوع تبدیل انرژی‌ها در سامانه را نشان می‌دهد.



همان‌طور که طرح واره شکل ۱۳-۲ نشان می‌دهد تنها بخشی از انرژی ورودی قابل استفاده است که به آن انرژی خروجی یا کار مفید می‌گویند. نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بازده می‌نامیم. معمولاً بازده هر سامانه را برحسب درصد بیان می‌کنند، که همواره عددی کوچک‌تر از ۱۰۰ است. با توجه به تعریف بازده، از رابطه زیر می‌توان درصد بازده هر سامانه را به سادگی محاسبه کرد.

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 \quad (12-2)$$

مثال ۱۷-۲



تلمبه‌ای با توان ورودی ۱۵/۴ kW در هر ثانیه ۷۰٪ لیتر آب دریاچه‌ای به چگالی 1000 kg/m^3 را مطابق شکل روبه‌رو تا ارتفاع ۱۵/۰ متری مخزنی می‌فرستد. بازده تلمبه چند درصد است؟

پاسخ: انرژی الکتریکی ورودی به تلمبه برابر است با

$$E_{\text{ورودی}} = (15/4 \times 10^3 \text{ W})(1/0 \text{ s}) = 1/54 \times 10^4 \text{ J}$$

جرم هر لیتر آب دریاچه $1/0 \text{ kg}$ و کار مفید تلمبه برابر است با:

$$E_{\text{خروجی}} = mg(h_2 - h_1) = (70/0 \text{ kg})(9/81 \text{ N/kg})(15/0 \text{ m} - 0) = 1/03 \times 10^4 \text{ J}$$

در محاسبه بالا، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح آب دریاچه گرفته‌ایم. با توجه به رابطه ۱۲-۲، درصد بازده تلمبه برابر است با:

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{1/03 \times 10^4 \text{ J}}{1/54 \times 10^4 \text{ J}} \times 100 = 66/9\%$$

لازم است توجه کنید که بخشی از توان ورودی تلمبه به دلیل اصطکاک آب در حال حرکت با جداره داخلی لوله تلف می‌شود.

تمرین ۲-۱۷

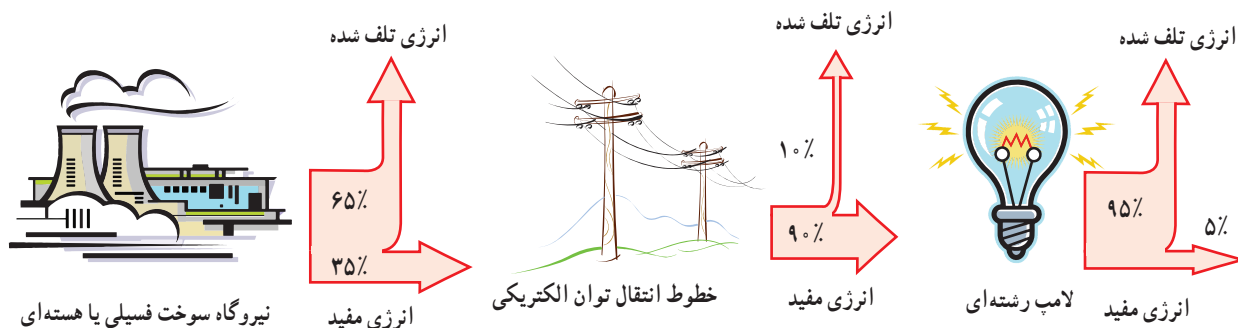


آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی، از ارتفاع ۹۰۰ متری روی پره های توربینی می ریزد و آن را می چرخاند. با چرخش توربین، مولد می چرخد و انرژی الکتریکی تولید می شود (شکل روبه رو). اگر ۸۵ درصد کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی توربین بریزد تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به ۲۰۰ MW برسد؟ جرم هر متر مکعب آب را 10^3 kg در نظر بگیرید.

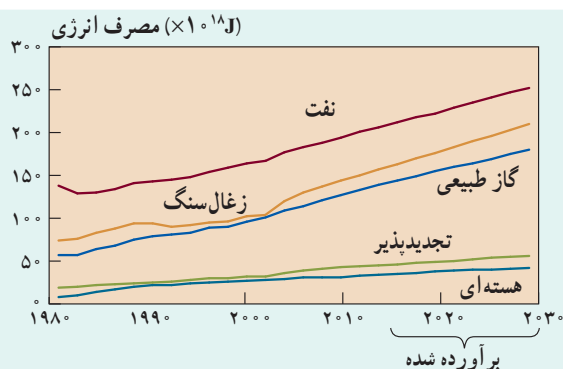
فعالیت ۲-۲

شکل زیر طرح واره ای از درصد انرژی مفید و انرژی تلف شده در یک نیروگاه سوخت فسیلی یا هسته ای را از آغاز تا مصرف در یک لامپ رشته ای نشان می دهد.

الف) یک نیروگاه سوخت فسیلی را در نظر بگیرید که با مصرف گازوئیل، انرژی الکتریکی تولید می کند. با سوختن هر لیتر گازوئیل ۳۴/۲ مگاژول انرژی گرمایی تولید می شود. برای اینکه یک لامپ رشته ای ۱۰۰ واتی در طول یک ماه به مدت ۱۸۰ ساعت روشن بماند (به طور میانگین هر شبانه روز ۶ ساعت)، چقدر گازوئیل باید در نیروگاه مصرف شود؟
 ب) با توجه به نتیجه قسمت الف، درک خود از هشدار معروف «لامپ اضافی خاموش!» را بیان کنید.
 پ) اگر در سراسر ایران، هر خانه در طول یک ماه، معادل انرژی الکتریکی مصرف شده در قسمت الف، صرفه جویی کند، مرتبه بزرگی گازوئیل صرفه جویی شده را تخمین بزنید.

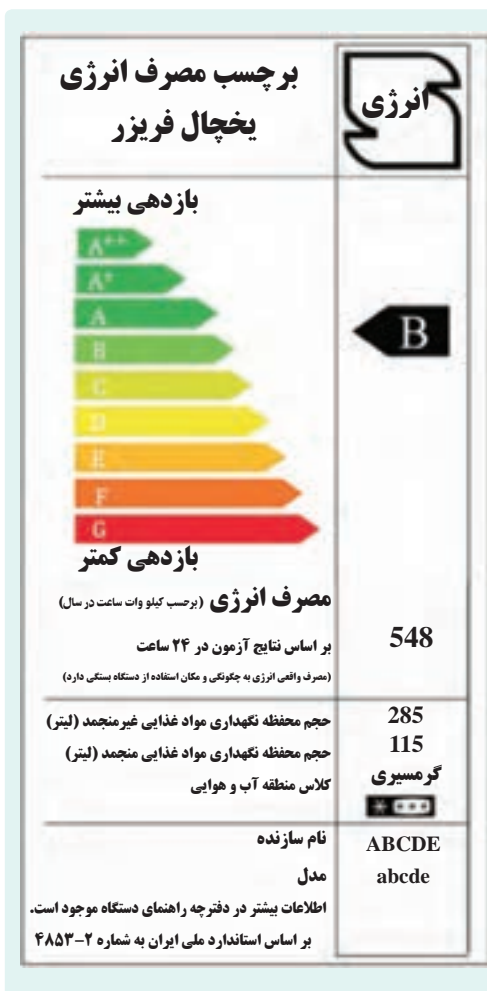


خوب است بدانید



کل مصرف انرژی از منابع مختلف. همان طور که دیده می شود طی ۱۵ سال آینده مصرف انرژی جهان از منابع مختلف رشد چشمگیری خواهد داشت. در این میان بهره برداری از سوخت های فسیلی بیش از سایر منابع انرژی است.

بهینه سازی مصرف انرژی: امروزه انرژی در همه عرصه های زندگی بشر و همچنین توسعه زیرساخت های صنعتی و اقتصادی نقش محوری ایفا می کند و یکی از ارکان استقلال و اقتدار سیاسی کشورها محسوب می شود. افزایش روز افزون مصرف انواع مختلف انرژی در جهان، هم اینک به یکی از چالش های فراروی بشر تبدیل شده است (شکل روبه رو). این امر به ویژه پس از بحران انرژی در دهه ۱۹۷۰ میلادی،



متخصصان حوزه انرژی را به بررسی و ارائه راهکارهایی برای استفاده و مصرف بهینه انرژی واداشته است.

همان‌طور که دیده می‌شود بهینه‌سازی مصرف انرژی از نظر اقتصادی نه تنها یک ضرورت است؛ بلکه از جنبه زیست محیطی نیز اهمیت بسزایی دارد. بهینه‌سازی مصرف انرژی به بیان ساده به مجموعه‌ای از راهکارها و عملکردها گفته می‌شود که منجر به کاهش مصرف مقدار انرژی در بخش‌های مختلفی از قبیل تولید، خدمات و مسکونی شود. به این منظور دولت‌ها تلاش می‌کنند تا برنامه‌های مختلفی را پس از برنامه‌ریزی دقیق و به خصوص توجه به جنبه‌های زیست محیطی آن به اجرا در آورند. برای مثال، یکی از موارد مهمی که در سال‌های اخیر در ایران از طرف مسئولان مورد تأکید نظری و عملی قرار گرفته است، تعیین ملاک‌هایی برای مصرف انرژی کلیه وسایل خانگی است که عملکرد آنها به انرژی وابسته است. حاصل این کار تهیه و تدوین برچسب انرژی است که شامل اطلاعات مربوط به مصرف انرژی کالای تولید شده است (شکل روبه‌رو).

برچسب مصرف انرژی مربوط به نوعی از یخچال فریزر. همان‌طور که دیده می‌شود شاخص مصرف انرژی این کالا، از رتبه A تا G، دارای رتبه B است که رتبه متوسطی محسوب می‌شود.

فعالیت ۲-۳

مدت زمانی را که طول می‌کشد تا با دویدن به بالای یک راه‌پله برسید اندازه بگیرید. آهنگ انجام این کار را محاسبه کنید. پاسخ خود را برحسب وات و اسب بخار بیان کنید.

۲-۱ انرژی جنبشی



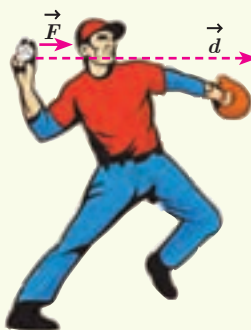
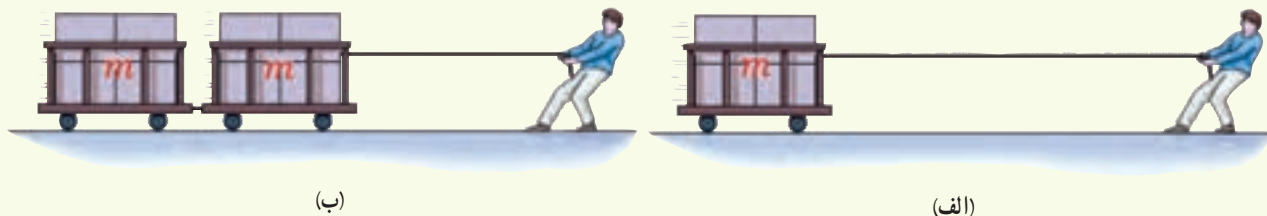
۱ تقریباً بیشتر شهاب‌سنگ‌هایی که وارد جو زمین می‌شوند به دلیل اصطکاک زیاد با ذرات تشکیل دهنده جو، به دمای بالایی می‌رسند و می‌سوزند. شکل روبه‌رو شهاب سنگی به جرم 10^5 kg و $1/35$ را نشان می‌دهد که با تندی $4/12 \text{ km/s}$ وارد جو زمین شده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ را به دست آورید. این انرژی را با انرژی جنبشی یک هواپیمای مسافربری به جرم 10^4 kg و $7/25$ که با تندی 936 km/h در حرکت است مقایسه کنید.



۲ حدود ۵۰۰۰۰ سال پیش شهاب سنگی در نزدیک آریزونای آمریکا به زمین برخورد کرده و چاله‌ای بزرگ از خود به جای گذاشته است (شکل روبه‌رو). با اندازه‌گیری‌های جدید (۲۰۰۵ میلادی) برآورد شده است که جرم این شهاب سنگ حدود 10^8 kg و $1/40$ بوده و با تندی $12/0 \text{ km/s}$ به زمین برخورد کرده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ هنگام برخورد به زمین چقدر بوده است؟ (خوب است بدانید انرژی آزاد شده توسط هر تن TNT برابر $4/18 \times 10^9 \text{ J}$ است.)

۲-۲ و ۲-۳ کار انجام شده توسط نیروی ثابت و کار و انرژی جنبشی

۳ در شکل‌های (الف) و (ب) جرم اربابه‌های یکسان است. برای اینکه تندی اربابه‌ها از صفر به مقدار معین v برسد، کار انجام شده در هر دو حالت را باهم مقایسه کنید.



۴ ورزشکاری سعی می‌کند توپ بیسبالی به جرم 145 g را با بیشترین تندی ممکن پرتاب کند. به این منظور، ورزشکار نیرویی به بزرگی $F = 75/0 \text{ N}$ تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی ($d = 1/45 \text{ m}$) بر آن وارد می‌کند (شکل روبه‌رو). تندی توپ هنگام جدا شدن از دست ورزشکار چقدر است؟

۵ آیا کار کل انجام شده بر یک جسم در یک جابه‌جایی می‌تواند منفی باشد؟ توضیح دهید.

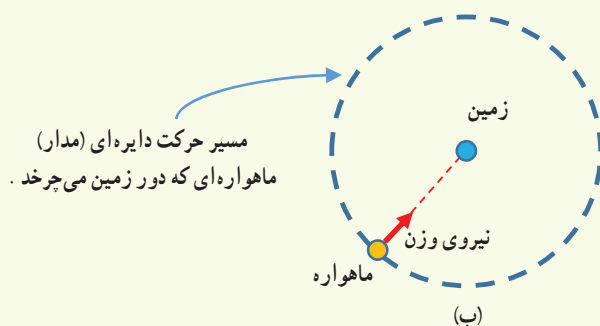
۶ برای آنکه نیروی خالصی، بتواند تندی جسم را از صفر به v برساند باید مقدار کار W را روی آن انجام دهد. اگر قرار باشد تندی این جسم از صفر به $3v$ برسد کاری که روی جسم باید انجام شود چند برابر W است؟



۷ اگر مطابق شکل روبه‌رو سطلی را در دست نگه دارید، آیا نیروی دست شما هنگامی که با تندی ثابت در مسیر افقی قدم می‌زنید روی سطل کاری انجام می‌دهد؟ اگر تندی حرکت شما در طول مسیر کم و زیاد شود چطور؟ پاسخ خود را در هر مورد توضیح دهید.

۸ شخصی گلوله‌ای برفی به جرم $۱۵۸g$ را از روی زمین بر می‌دارد و تا ارتفاع $۱۸۵cm$ بالا می‌برد و سپس آن را با تندی $۱۲/۴m/s$ پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص روی گلوله برف چقدر است؟

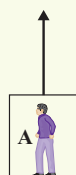
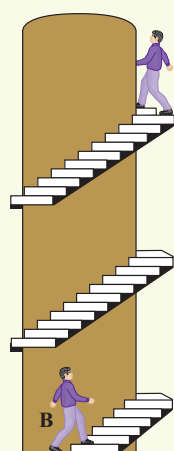
۹ ماهواره‌ها در مدارهای معین و با تندی ثابتی دور زمین می‌چرخند. حرکت یک ماهواره به دور زمین (شکل الف) را می‌توان مطابق شکل (ب) مدل‌سازی کرد. همان‌طور که دیده می‌شود نیروی خالصی (نیروی وزن) همواره بر ماهواره وارد می‌شود. چگونه امکان دارد با وجود وارد شدن این نیرو به ماهواره، انرژی جنبشی آن ثابت بماند؟



(الف)

۲-۴ کار و انرژی پتانسیل

۱۰ آیا انرژی جنبشی یک جسم می‌تواند منفی باشد؟ انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانه چطور؟ توضیح دهید.



۱۱ دو شخص هم جرم A و B به طبقه سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسانسور و شخص B به آرامی از پله‌های ساختمان بالا می‌روند. گزاره‌های درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A از شخص B کمتر است، زیرا آرام‌تر بالا رفته است.

ب) انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A کمتر از شخص B است، زیرا برای رسیدن به طبقه سوم ساختمان مسافت کمتری پیموده است.

پ) کار نیروی وزن برای هر دو شخص در طول مسیر یکسان است.

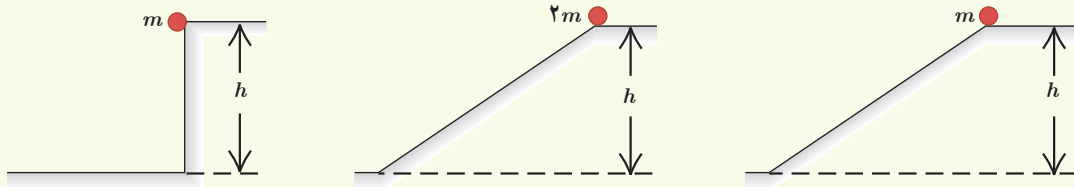
ت) انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم ساختمان یکسان است.

۲-۵ و ۲-۶ پایستگی انرژی مکانیکی و کار و انرژی درونی

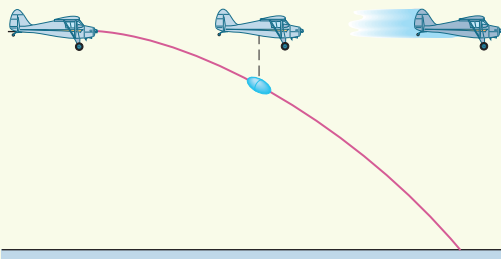
۱۲ در سه شکل زیر اجسامی از حالت سکون و ارتفاع h نسبت به سطح افق رها می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آنها وارد نمی‌شود. در کدام حالت، جسم

(الف) بیشترین تندی را هنگام رسیدن به سطح افقی دارد؟

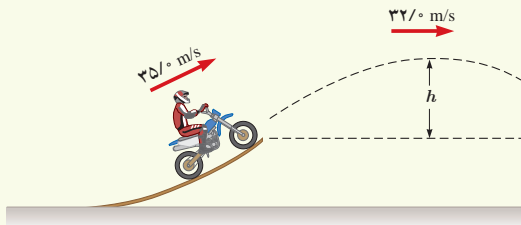
(ب) تا هنگام رسیدن به پایین مسیر، بیشترین مقدار کار نیروی وزن روی آن انجام شده است؟



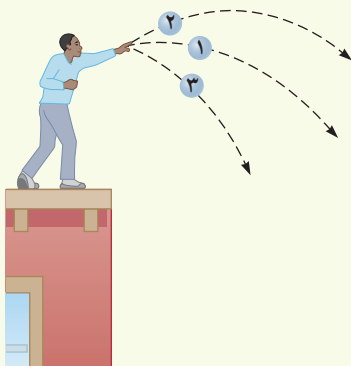
۱۳ در شکل روبه‌رو هواپیمایی که در ارتفاع ۲۲۵m از سطح زمین و با تندی ۱۹۸km/h پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب دیدگان زلزله رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ (از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم‌پوشی کنید.)



۱۴ موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل روبه‌رو، پرشی را با تندی ۳۵/۰ m/s انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به ۳۲/۰ m/s برسد، ارتفاع h را پیدا کنید. اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.



۱۵ سه توپ مشابه، از بالای ساختمانی با تندی یکسانی پرتاب می‌شوند (شکل روبه‌رو). توپ (۱) در امتداد افق، توپ (۲) با زاویه‌ای بالاتر از امتداد افق و توپ (۳) با زاویه‌ای پایین‌تر از امتداد افق پرتاب می‌شود. با نادیده گرفتن مقاومت هوا، انرژی جنبشی توپ‌ها را هنگام برخورد با سطح زمین، با یکدیگر مقایسه کنید.



۱۶ گلوله‌ای به جرم ۴۵g از دهانهٔ تفنگی با تندی ۱/۲۲km/s و ارتفاع ۱/۶۲m از سطح زمین شلیک می‌شود. اگر گلوله با تندی ۰/۴۲۵km/s به زمین برخورد کند،

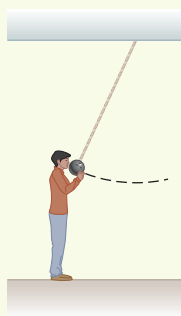
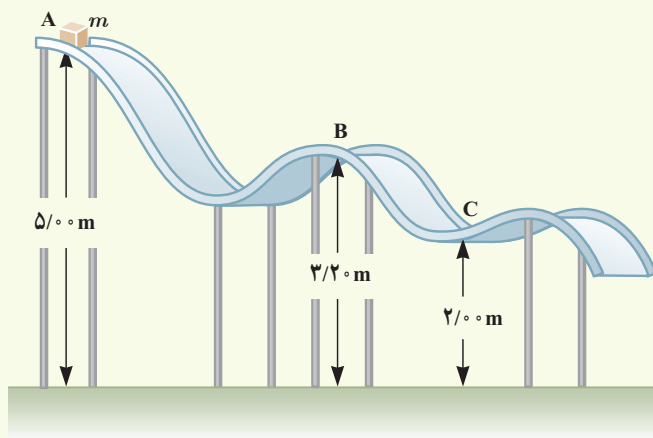
(الف) در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟

(ب) مقدار به‌دست آمده در قسمت (الف) را با کار نیروی وزن مقایسه کنید.

۱۷ جسمی به جرم $m = ۱۲/۵ \text{ kg}$ در نقطه A از حالت سکون رها می‌شود و در مسیری بدون اصطکاک سُر می‌خورد (شکل زیر). تعیین کنید :

الف) تندی جسم را در نقطه B

ب) کار نیروی گرانشی را در حرکت جسم از نقطه A تا نقطه C.



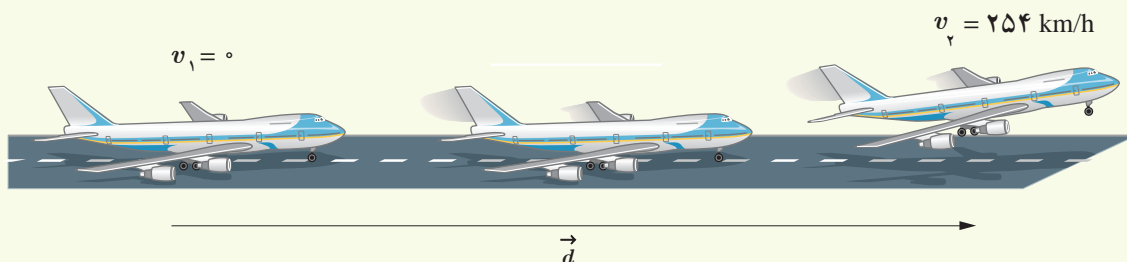
۱۸ شکل روبه‌رو گلوله‌ای را نشان می‌دهد که از سقف کلاسی آویزان شده و دانش‌آموزی آن را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر نوک بینی خود گرفته است. الف) وقتی دانش‌آموز گلوله را رها می‌کند هنگام برگشت به او برخورد نمی‌کند. چرا؟ (این تجربه ساده ولی هیجان‌انگیز را در صورت امکان در کلاستان انجام دهید). ب) اگر دانش‌آموز هنگام رها کردن گلوله، آن را هل دهد، هنگام برگشت آن، چه اتفاقی می‌افتد؟

۲-۲ توان

۱۹ بالابری با تندی ثابت، باری به جرم $۶/۸۰ \times ۱۰^۲ \text{ kg}$ را در مدت ۱۸۶ s تا ارتفاع $۷۸/۴ \text{ m}$ بالا می‌برد. اگر جرم بالابر $۳/۲۰ \times ۱۰^۲ \text{ kg}$ باشد، توان متوسط موتور آن چند وات و چند اسب بخار است؟

۲۰ شخصی به جرم $۷۸/۵ \text{ kg}$ ، در مدت زمان $۸۴/۰ \text{ s}$ از تعداد ۵۰ پله بالا می‌رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را $۲۸/۵ \text{ cm}$ فرض کنید.

۲۱ شکل زیر هواپیمایی به جرم $۷/۲۰ \times ۱۰^۴ \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از $۲/۰۵ \times ۱۰^۲ \text{ m}$ جابه‌جایی در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن $v_p = ۲۵۴ \text{ km/h}$ می‌رسد.



الف) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما را در این جابه‌جایی حساب کنید.

یک دقیقه پس از برخاستن، هواپیما تا ارتفاع ۵۶۵m از سطح زمین اوج می‌گیرد و تندی آن به ۳۲۸km/h می‌رسد. در این مدت،

ب) کار نیروی وزن چقدر است؟

پ) به جز نیروی وزن، چه نیروهای دیگری بر هواپیما اثر می‌کند (با این نیروها در علوم سال ششم آشنا شدید)؟ کار کدام یک از این

نیروها مثبت و کار کدام یک از آنها منفی است؟

ت) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما چقدر است؟

ث) توان کل انجام کار توسط نیروهای غیر از وزن را بیابید.

۲۲ سالانه نزدیک به ۱۲۵ میلیارد لیتر مواد و فراورده‌های نفتی از طریق حدود $1/40 \times 10^4$ km خطوط لوله در نقاط مختلف کشور توزیع می‌شود. این خطوط در طول مسیر خود از مراکز انتقال متعددی می‌گذرند تا توان لازم را برای ادامه راه به دست آورند. شکل زیر یکی از این مراکز را نشان می‌دهد که در ارتفاع $2/05 \times 10^3$ m از سطح دریای آزاد قرار دارد. در این مرکز، در هر ثانیه یک متر مکعب مواد نفتی از طریق لوله‌ای با قطر ۳۲/۰ اینچ (۸۱/۲cm) توسط دو دستگاه پمپ (تلمبه) تا ارتفاع $2/70 \times 10^3$ m از سطح دریای آزاد فرستاده می‌شود. اگر بازده هر یک از پمپ‌های این مرکز ۲۸ درصد باشد^۱ توان هر یک از آنها بر حسب مگاوات (MW) و اسب بخار (hp) چقدر است؟ (چگالی مواد نفتی را $8/60 \times 10^2$ kg / m^۳ بگیرید.)



مرکز انتقال نفت گندم‌کار، یکی از ۷ مرکزی است که در مسیر مارون — اصفهان قرار دارد. این مسیر، که طولی برابر ۴۳۱ کیلومتر دارد دومین مسیر سخت و صعب‌العبور خطوط انتقال مواد نفتی در دنیاست.

۱ — بخش زیادی از انرژی پمپ‌ها، صرف غلبه بر چسبندگی زیاد مواد نفتی با جداره داخلی لوله‌های انتقال می‌شود.