

ضابطه جبری تابع

درس دوم

اهداف درس دوم

در فرایند آموزشی این درس انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به اهداف زیر برسند :

- ۱ تشخیص قانون بین متغیرهای x و y
- ۲ تعیین دامنه و تعیین برد توابع با معلوم بودن ضابطه و دامنه

ابزار مورد نیاز

- ۱ صفحه شطرنجی
- ۲ خط‌کش

روش تدریس درس دوم

درس دوم این فصل با معرفی تابع به عنوان یک ماشین آغاز می‌شود و طی آن قانون یا ضابطه تابع معرفی می‌گردد. سپس با نمایش تابع به صورت زوج مرتب، دامنه و برد معرفی و پس از آن در فعالیت صفحه ۶۵ با مشخص کردن ضابطه و دامنه توابع، تعیین برد توابع را هدف‌گیری می‌کند و در همین حین به توابع مختلف چند جمله‌ای، کسری، رادیکالی اشاره می‌گردد (انواع توابع سال بعد در کتاب آمار و ریاضی (۲) معرفی خواهند شد).

اهداف کار در کلاس صفحه ۶۶ یکی تعیین دامنه و برد توابع با کمک نمودار است و دیگری با کسب اطلاعات از روی نمودار، تعیین ضابطه تابع است.

توصیه‌های آموزشی

۱ آموزش ریاضی با مثال‌های عینی و کاربرد ریاضی در زندگی روزمره به درک بهتر دانش‌آموزان کمک می‌کند. در این درس معرفی تابع به منزله یک ماشین به درک و فهم آنها از ضابطه تابع و دامنه و برد آن کمک قابل توجهی می‌کند.

۲ در معرفی تابع $f: A \rightarrow B$ قرار داده شده است که A دامنه تابع f است.

۳ اگر دامنه تابعی داده نشده باشد به طور پیش‌فرض، بزرگ‌ترین مجموعه نقاطی از اعداد حقیقی که برای ضابطه تابع تعریف شده باشد را، دامنه در نظر می‌گیریم.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان

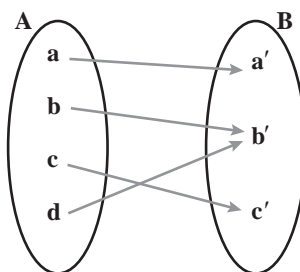
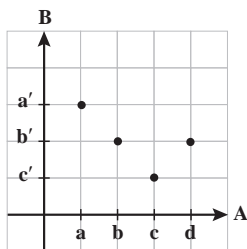
۱ معمولاً دانش‌آموزان در تعیین دامنه توابع کسری، مخرج کسر را بزرگ‌تر از صفر فرض کرده و دامنه را تعیین می‌کنند.

۲ در تعیین دامنه توابعی که نمودار آنها داده شده است، غالباً حتی اگر دامنه نامحدود باشد، تا جایی که نمودار رسم شده است و مشاهده می‌کنند به عنوان دامنه در نظر می‌گیرند. بهتر است با رسم پیکان در انتها، توجه دانش‌آموزان را به نامحدود بودن دامنه معطوف کنیم.

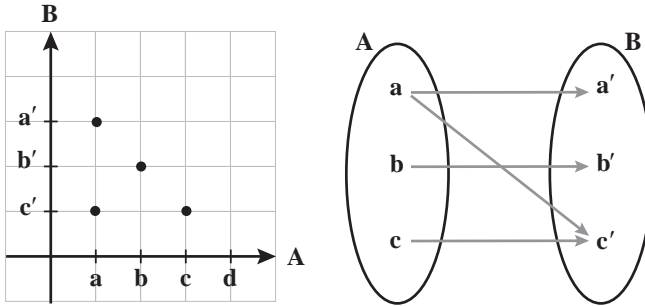
حل تمرین‌های درس دوم

۱ کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.

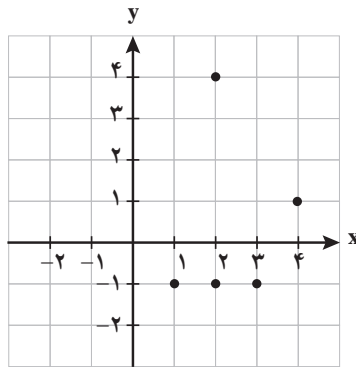
حل:



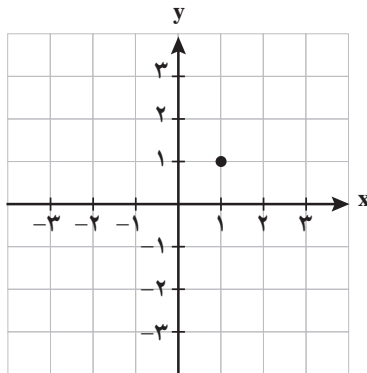
الف) تابع هست.



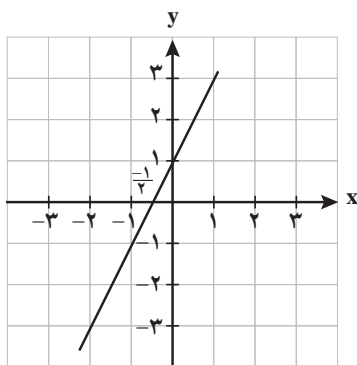
ب) تابع نیست زیرا از a ، دو پیکان خارج شده است.



ب) $f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$ تابع نیست زیرا مؤلفه اول دو زوج مرتب مساوی هستند.



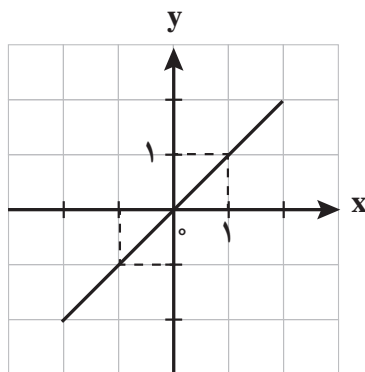
ت) $g = \{(1, 1)\}$ تابع هست.



ث) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x + 1$$

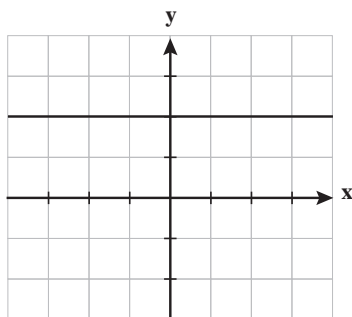
تابع هست.



نیمساز ناحیه اول و سوم ج) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x$$

تابع هست.



ج) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2$$

تابع ثابت است.

۲ بُرد هر یک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = x^2 + x + 1, \quad A = \{0, -1, 1, 2, -2\}, \quad R_f = \{1, 3, 7\}$$

$$f(0) = 1$$

$$f(2) = 7$$

$$f(-1) = 1 - 1 + 1 = 1 \quad f(-2) = 3$$

$$f(1) = 1 + 1 + 1 = 3$$

حل :

ب) $f: A \rightarrow B$

حل:

$$f(x) = \frac{x+1}{x}, \quad A = \left\{ \frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2 \right\} \quad R_f = \left\{ \circ, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, 3 \right\} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \quad f(2) = \frac{3}{2}$$

$$f(1) = 2 \quad f(-1) = \circ \quad f(-2) = \frac{1}{2}$$

پ) $f: A \rightarrow B$

حل:

$$f(x) = \sqrt{x+1}, \quad A = \{\circ, 1, 2, 3, 4, 8\} \quad R_f = \{1, 2, 3, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}\} \quad f(\circ) = 1 \quad f(3) = 2$$

$$f(1) = \sqrt{2} \quad f(4) = \sqrt{5}$$

$$f(2) = \sqrt{3} \quad f(8) = 3$$

ت) $f: A \rightarrow B$

حل:

$$f(x) = x, \quad A = W = \{\circ, 1, 2, 3, \dots\} \quad R_f = W \quad f(\circ) = \circ \quad f(1) = 1 \quad f(2) = 2 \dots$$

ث) $f: A \rightarrow B$

حل:

$$f(x) = \circ, \quad A = \mathbb{R} \quad R_f = \{\circ\} \quad \text{برد تابع ثابت تنها یک عضو دارد.}$$

۳ تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. f کدام تابع است؟ حاصل $f(3)$ را بیابید.

الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

ب) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2(x-4)^2$$

$$f(x) = 2^3 \sqrt{x-4}$$

پ) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

ت) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x^2 - 4$$

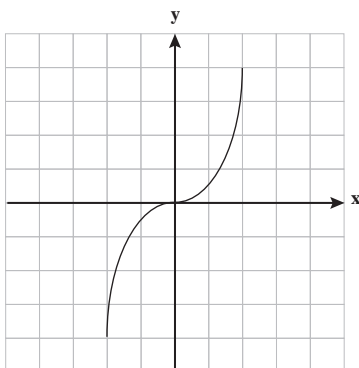
$$f(x) = 2^3 \sqrt{x-4}$$

حل: قسمت پ $f(x) = 2x^2 - 4$

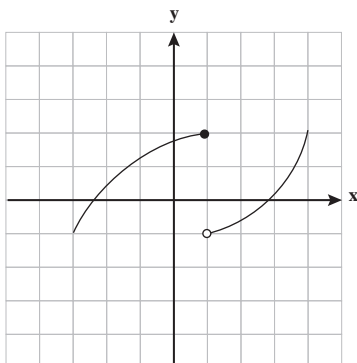
صحیح است.

$$f(3) = 2(27) - 4 = 50$$

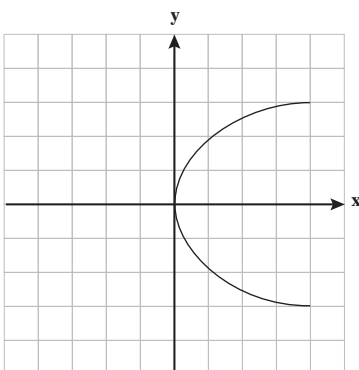
۲ کدام نمودار، نمایش یک تابع می‌باشد؟ چرا؟



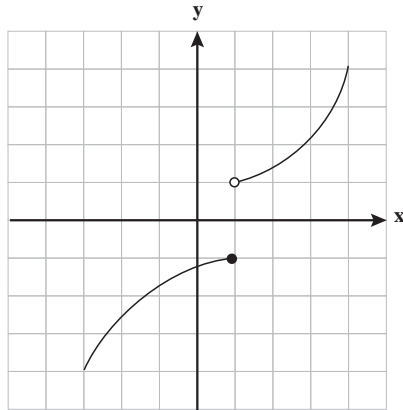
الف) تابع هست زیرا هر خطی موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.



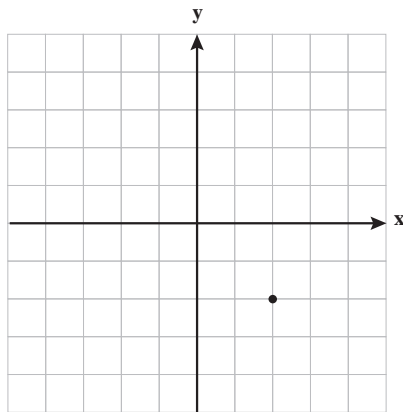
ب) تابع هست.



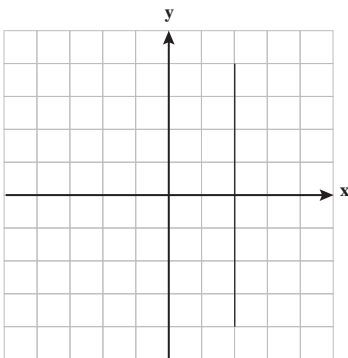
پ) تابع نیست، زیرا خطی وجود دارد که موازی محور y ها رسم شود و نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند.



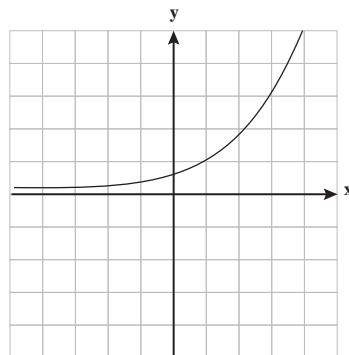
ت) تابع هست.



ث) تابع هست.



ج) تابع نیست.



چ) تابع هست.

نمودار تابع خطی

درس سوم

اهداف درس سوم

در فرایند آموزشی این درس انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به اهداف زیر برسند :

۱. تابع خطی را تشخیص دهند.
۲. نمودار تابع خطی را به کمک ضابطه آن رسم کنند.
۳. پدیده‌های خطی در زندگی روزمره را تشخیص دهند.

ابزار مورد نیاز

۱. کاغذ شطرنجی
۲. خط‌کش
۳. کامپیوتر

روش تدریس درس سوم

این درس نیز با رابطه خطی بین دو متغیر شروع شده است. در ورود به مطلب هدف از پرسیدن سؤال تخمین تعداد صندلی‌ها در پایان ساعات کاری مشخص است که نقاطی در یک راستا را مشخص می‌کند. در ادامه در قالب چند فعالیت به معرفی تابع خطی می‌پردازد. در اولین فعالیت صفحه ۷۰ به رابطه بین اندازه وزنه و طول فنر که یک رابطه خطی با شیب $\frac{1}{3}$ و مقدار ثابت ۵ است اشاره می‌کند. فعالیت صفحه ۷۲ رابطه خطی بین زمان تولید و میزان تولید لوله را مشخص می‌کند. هدف کار در کلاس صفحه ۷۳ یادآوری تعیین شیب خط با داشتن دو نقطه و نوشتن معادله خط و سپس رسم تابع خطی است.

در کار در کلاس صفحه ۷۳ رابطه بین عمق و دمای سنگ را به صورت یک تابع خطی نمایش می‌دهد و در واقع به کاربرد تابع خطی در طبیعت اطراف اشاره دارد. کار در کلاس صفحه ۷۴ به مدل رشد خطی برای تعیین جمعیت اشاره دارد و با طرح یک مثال دانش‌آموزان را با تخمین زدن و کسب اطلاعات از روی نمودار آشنا می‌کند.

کار در کلاس صفحه ۷۵ به خطی بودن تابع محیط مستطیل‌هایی که اختلاف طول و عرض آن مقدار ثابت است نسبت به یکی از اضلاع آن اشاره دارد و به غیرخطی بودن تابع مساحت مستطیل نسبت به عرض آن با طرح یک سؤال اشاره می‌کند.

در دومین کار در کلاس همین صفحه هدف بررسی ضابطه و رسم نمودار توابع خطی است که از مبدأ مختصات عبور می‌کنند. (به فرم $y=ax$)

اشتباهات رایج دانش‌آموزان

- ۱ غالباً دانش‌آموزان در رسم نمودار توابع خطی با دامنه محدود، نقاط را به هم وصل می‌کنند.
- ۲ در مسائلی که قسمت معلوم مسئله y است به آن بی‌توجه بوده و مقدار آن را به جای x قرار می‌دهند.

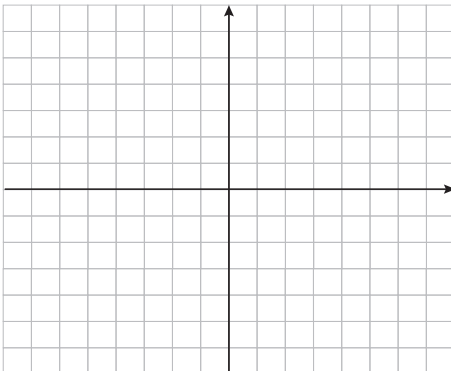
کار در کلاس

ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی را که طول آنها ۴ واحد بیشتر از عرض آنها است، برحسب عرض آن بنویسید و نشان دهید یک تابع خطی است.

— آیا تابع مساحت آنها نیز یک تابع خطی است؟

کار در کلاس

اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده و $f(-1)=2$ باشد، نمودار و ضابطه تابع f را مشخص کنید.



حل تمرین‌های درس سوم

۱) مقادیر m و n را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه $f(x) = mx + n$ داشته باشیم: $f(1) = 1$ و $f(2) = 4$.

حل:

$$\begin{cases} m + n = 1 \\ 2m + n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} m = 3 \\ n = -2 \end{matrix}$$

۲) ضابطه تابع خطی f را که از نقاط $(2, 3)$ و $(4, 1)$ می‌گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

حل:

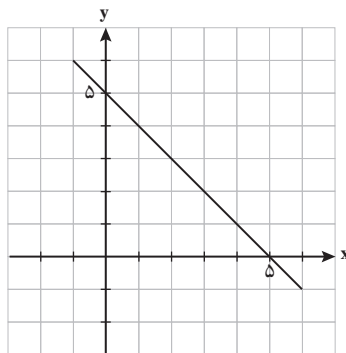
$$\begin{aligned} f(4) = 1 & \Rightarrow y = -x + n \Rightarrow 1 = -4 + n \Rightarrow n = 5 \\ m = \frac{3-1}{2-4} = -1 & \Rightarrow f(x) = -x + 5 \end{aligned}$$

۳) در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(2) = 8$ ، مقادیر $f(-3)$ و $f(5)$ را بیابید.

$$3) m = \frac{8-5}{2-1} = 3$$

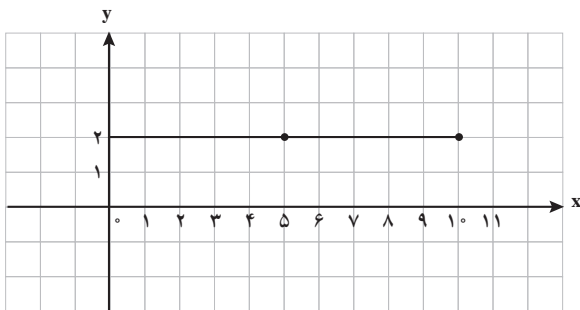
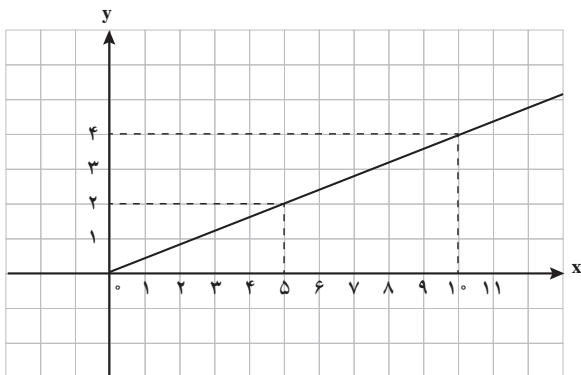
حل:

$$\begin{aligned} f(1) = 5 & \Rightarrow f(x) = 3x + n \\ 5 = 3 + n & \Rightarrow n = 2 \\ f(x) = 3x + 2 & \\ f(-3) = 3(-3) + 2 = -7 & \\ f(5) = 3(5) + 2 = 17 & \end{aligned}$$



۴) نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه آن برابر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ باشد و از نقطه $A \left(\frac{1}{2}, 5 \right)$ بگذرد.

حل: جواب سؤال منحصر به فرد نیست.



۵ نمودار یک تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(2)=7$ است. در این صورت اختلاف $f(0/1)$ و $f(-0/1)$ را به دست آورید.

$$f(0)=0, \quad f(2)=7 \quad m=\frac{7}{2}, \quad f(x)=\frac{7}{2}x$$

حل :

$$f(0/1)=3/5 \times 0/1 = 0/35$$

$$f(-0/1)=3/5 \times -0/1 = -0/35$$

۶ رابطه بین درجه دما برحسب سانتی گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک

جسم 20° درجه سانتی گراد بالا رفته است. دمای آن برحسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

$$f(20) = \frac{9}{5} \times 20 + 32 = 68$$

$$\text{حل : } 68 - 32 = 36$$

$$f(0) = \frac{9}{5} \times 0 + 32 = 32$$

۷ یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می کند و هر کالا را ۷۰ تومان می فروشد.

الف) تابع سود را تعیین و نمودار آن را رسم کنید.

ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟
حل:

الف) $Rf(x) = 70x$

$$P(x) - R(x) - C(x) = 20x - 3000$$

x	۲۰۰	۳۰۰
$P(x)$	۱۰۰۰	۳۰۰۰

ب) $20x - 3000 > 0$

$$x > 150$$

حداقل باید ۱۵۱ کالا بفروشد.

