



فصل ۷

آمار و احتمال

نگاه کلی به فصل

در این فصل که شامل سه درس است به دو موضوع احتمال و آمار پرداخته شده است. دانش‌آموزان از کلاس دوم دبستان با این دو اصطلاح آمار و احتمال آشنایی داشته، بعضی مفاهیم آماری را یاد گرفته‌اند و در مواردی همچون دسته‌بندی داده‌ها و رسم بعضی نمودارهای آماری مطالبی را یاد گرفته‌اند و نیز با احتمال تجربی در مقطع ابتدایی و احتمال ریاضی در متوسطه ۱ آشنایی داشته و حتی در پایه نهم از مجموعه‌ها در تعریف احتمال استفاده کرده و پیشامدهای تصادفی را تا حدودی به عنوان زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونه‌ای می‌شناسند.

تا سال نهم برای محاسبه احتمال رخداد یک پیشامد تصادفی از تکنیک‌های شمارشی و روش‌های ترکیبی، استفاده جدی نشده و امسال در کتاب دهم از جایگزینت و تبدیل و ترکیب برای شمارش و محاسبه تعداد کل حالت‌ها و نیز تعداد حالت‌های مطلوب استفاده خواهند کرد.

در بخش احتمال یکی از اهداف اصلی، معرفی زیرمجموعه‌های فضای نمونه‌ای به عنوان پیشامدهای تصادفی می‌باشد.

هدف دیگر در بخش احتمال فصل هفتم، معرفی جبر پیشامدها یا اعمال روی پیشامدها بوده و اینکه در ادبیات به کار رفته در مسائل و تمرین‌ها، چگونه باید از الفاظی چون «و» و «یا» استفاده کرد. استفاده از تکنیک‌های شمارشی که در فصل ۶ آموزش داده شده در حل مسائل احتمال نیز از اهداف دیگر این درس است.

از طرفی چون فضاهای نمونه‌ای مورد بحث در این درس همگی گسسته بوده و هنوز دانش‌آموزان با فضاهای پیوسته آشنا نشده و سابقه ذهنی ندارند به راحتی می‌توان اصول احتمال را در این فضا بیان و اثبات نموده و از آنها نیز در حل مسائل استفاده کرد.

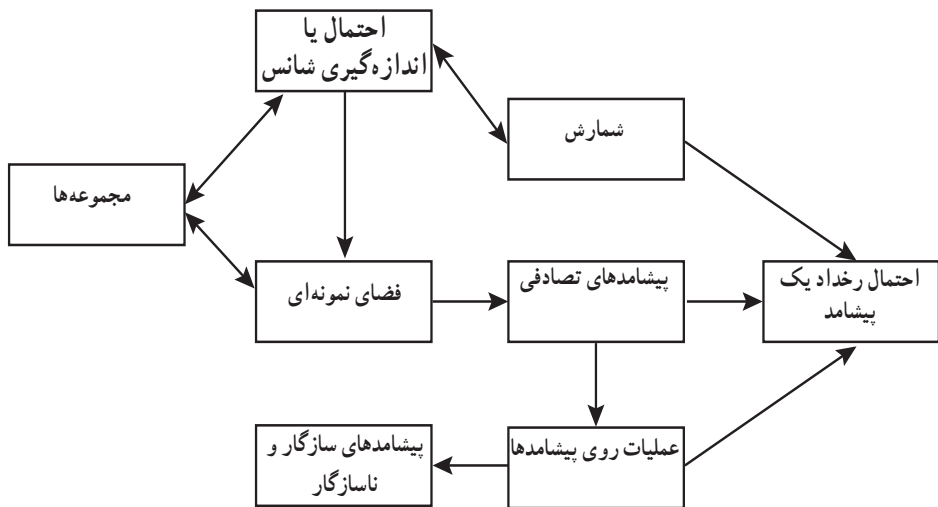
در بخش آمار و در درس دوم یعنی «مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه» به معرفی آمار و علم آمار به طوری دقیق پرداخته شده است و مواردی از کاربرد علم آمار را متذکر شده و توضیح داده‌ایم.

در این درس، اصطلاحات آماری مانند جامعه، نمونه، حجم جامعه و نمونه و غیره به صورتی دقیق تعریف و برای آنها مثال‌هایی زده شده است. هدف اصلی در این درس، اهمیت و کاربردهای علم آمار و آشنایی دانش‌آموزان با اصطلاحات آماری و بالا بردن سواد آماری آنهاست.

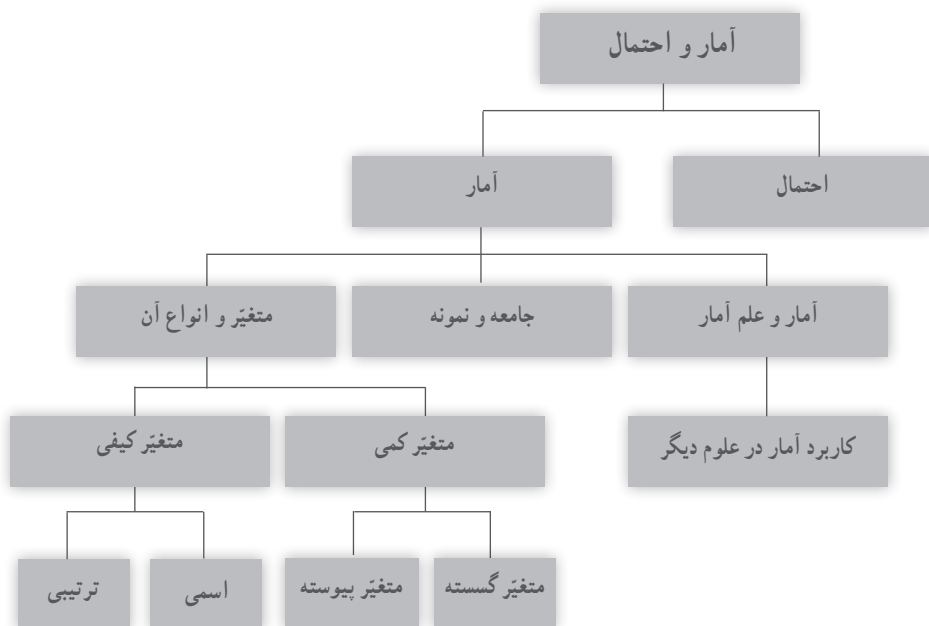
در درس سوم دانش‌آموزان با انواع متغیرها آشنا می‌شوند.

تعریف متغیر به عنوان ویژگی برای اعضای یک جامعه و دسته‌بندی کردن انواع متغیرها به دو دسته کلی متغیرهای کمی و متغیرهای کیفی می‌تواند در فهم مطالب آماری و نحوه برخورد دانش‌آموزان با مسائل آماری مؤثر باشد. درس سوم با هدف معرفی انواع متغیرهای کمی و نیز انواع متغیرهای کیفی و دسته‌بندی آنها ادامه یافته است و از مثال‌های متنوعی برای درک و تمایز این متغیرها از یکدیگر استفاده می‌شود.

نقشه مفهومی بخش مربوط به احتمال



نقشه مفهومی بخش مربوط به آمار



دانستنی‌هایی برای معلم

نظریهٔ احتمال به شاخه‌ای از علم ریاضی گفته می‌شود که با تحلیل وقایع تصادفی که ما از چگونگی رخداد آنها مطلع نیستیم، سر و کار دارد. میزان اطمینان ما از رخداد بعضی از رویدادها به صورت یک کمیت عددی—عددی بین صفر و یک— قابل توصیف است.

هر چقدر عدد حاصل—احتمال رخداد یک رویداد تصادفی—به صفر نزدیک‌تر باشد، اطمینان ما نسبت به رخداد آن پیشامد بیشتر است و هر چقدر به یک نزدیک باشد، اطمینان ما نسبت به رخداد آن پیشامد بیشتر است. امروزه احتمال برای علم آمار به عنوان یکی از ابزارهای قوی در تجزیه و تحلیل و تصمیم‌گیری به شمار می‌رود، وقتی صحبت از نمونه‌گیری تصادفی می‌شود، احتمال به کار می‌آید و وقتی صحبت از پیش‌بینی می‌شود باید از احتمال کمک گرفت و خلاصه رابطهٔ تنگاتنگی بین آمار و احتمال وجود دارد. در فلسفهٔ علم پیروان نظریهٔ عدم قطعیت بسیارند و بزرگرایان توانسته‌اند در بسیاری از شئون فلسفه حرف‌هایی برای مطرح کردن داشته باشند.

منابع

- ۱ دانشنامهٔ ریاضی، انتشارات کانون فرهنگی آموزش، پرویز شهریاری، حمیدرضا امیری، ...
- ۲ ورودی به نظریهٔ احتمال، انتشارات مدرسه، عین‌اله پاشا
- ۳ ورودی به نظریهٔ آمار، انتشارات مدرسه، عین‌اله پاشا
- ۴ آمار و احتمال مقدماتی، دکتر جواد بهبودیان، انتشارات دانشگاه امام رضا (ع)
- ۵ آمار مقدماتی، تألیف رونالدو وناکات، تامس اچ ووناکات، ترجمهٔ دکتر محمدرضا مشکانی، مرکز نشر.

نمونه سؤالات ارزشیابی بخش احتمال

- ۱ تاسی را می‌اندازیم. اگر زوج بیاید یک تاس دیگر می‌اندازیم و اگر فرد بیاید دو سکه می‌اندازیم:
 - الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش چند عضو دارد؟
 - ب) پیشامد A که در آن اعداد رو شده در دو تاس مثل هم باشند را تشکیل دهید.
- ۲ تمام اعداد دو رقمی را روی کارت‌هایی (روی هر کارت یک عدد) نوشته در کیسه‌ای می‌ریزیم و یک کارت به تصادف از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد عدد روی کارت خارج شده:
 - الف) فرد باشد
 - ب) زوج باشد

ج) اول و کمتر از 5° باشد

۲ در جعبه‌ای پنج مهره قرمز و چهار مهره آبی وجود دارد. یک مهره از این جعبه خارج کرده و بدون نگاه کردن به آن کنار گذاشته و سپس مهره دیگری به تصادف از جعبه، خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد مهره دوم آبی باشد.

۴ سه تاس را با هم می‌اندازیم مطلوب است احتمال آنکه:

الف) هر سه عدد رو شده مثل هم باشند.

ب) مجموع سه عدد رو شده شش باشد.

ج) مجموع سه عدد رو شده بزرگ‌تر از چهار باشد.

د) هر سه عدد رو شده زوج یا هر سه فرد باشند.

ه) حاصل ضرب سه عدد رو شده عددی اول باشد.

۵ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند ثابت کنید:

$$p(A-B) \leq p(A)$$

۶ از بین پنج دانش‌آموز کلاس دهم ریاضی و چهار دانش‌آموز کلاس دهم تجربی یک تیم چهار نفره به

تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد:

الف) دانش‌آموزان ریاضی و تجربی در این تیم برابر باشند.

ب) حداقل یک دانش‌آموز ریاضی در این تیم باشد.

ج) حداکثر سه دانش‌آموز تجربی در این تیم باشد.

۷ نه نفر که سه نفر آنها هم کلاسی هستند، به تصادف در یک ردیف قرار می‌گیرند، چقدر احتمال دارد:

الف) سه نفر هم کلاسی کنار هم نباشند

ب) یکی از این سه نفر در اول صف، یکی در وسط و یکی در آخر صف قرار بگیرند.

۸ در هر یک از موارد زیر جامعه، نمونه و ویژگی مربوطه را مشخص کنید.

الف) معلمی می‌خواهد در مورد نمرات درس ریاضی دهم در یک مدرسه، تحقیقی را انجام دهد. گروهی از دانش‌آموزان پایه دهم را انتخاب می‌کند.

ب) مدیر یک فروشگاه زنجیره‌ای می‌خواهد در مورد فروش روزانه محصول جدید، تحقیقی را انجام دهد. تعداد محصولات به فروش رفته در یک روز را انتخاب می‌کند.

۹ کدام یک از متغیرهای زیر گسسته و کدام پیوسته‌اند؟

الف) تعداد سهام فروخته شده در بازار بورس در هر روز

ب) طول عمر لامپ‌های تلویزیونی که توسط یک کارخانه تولید شوند.

احتمال یا اندازه گیری شانس

اهداف

- یادآوری و تکمیل مفاهیم مربوط به آزمایش تصادفی، فضای نمونه‌ای و پیشامدهای تصادفی به عنوان زیرمجموعه‌های فضای نمونه‌ای
- مشخص کردن پیشامدهای تصادفی در حالت‌های مختلف و یافتن تعداد اعضای آنها با ابزار ترکیبیات
- آشنا شدن دانش‌آموزان با جبر پیشامدها و اعمال روی پیشامدها و استفاده از آنها در حل مسائل
- طرح و حل مسائل پیشرفته‌تر (نسبت به سال نهم) با استفاده از جایگشت، تبدیل و ترکیب در محاسبه $n(A)$ و $n(S)$.

روش تدریس

این درس با معرفی چند تعریف و اصطلاح و یادآوری آنها به عنوان مقدمه آغاز شده و اولین فعالیت در صفحه ۱۴۲ فعالیت مربوط به انداختن دو تاس است که فعالیتی بسیار غنی و جذاب برای دانش‌آموزان است. در جدول 6×6 که رسم شده، الگوهای بسیاری وجود داشته است که دانش‌آموزان باید با تعریف پیشامدهایی این الگوها را مشخص کنند (هاشور بزنند یا قطر بکشند). در عین حال به طوری کاملاً شهودی ملاحظه خواهند کرد که مثلاً (۱ و ۲) با (۲ و ۱) چه فرقی دارد و این دو زوج مرتب خانه‌هایی مجزاً از جدول را اشغال کرده‌اند.

توصیه می‌شود وقت کافی و مناسب برای این فعالیت اختصاص داده شود؛ زیرا در صفحات

بعدی مجدّد به این فعالیت ارجاع خواهد شد.

در کار در کلاس صفحه ۱۴۳ دانش‌آموزان باید جدولی 2×6 یا 6×2 رسم کنند و تمام حالت‌های ممکن را در انداختن یک تاس و یک سکه را مشاهده نمایند. توضیح اینکه در این آزمایش تصادفی به طور مثال (۵ و پ) با (پ و ۵) فرقی نمی‌کند و هر دو نشان‌دهنده این حالت‌اند که سکه پشت آمده و تاس عدد ۵ را نشان می‌دهد.

بهتر است از دانش‌آموزان بخواهیم همه حالت‌های ممکن در پرتاب دو سکه و یک تاس را نیز تشکیل داده و بنویسند.

مثال ۱ در صفحه ۱۴۳ شبیه به خانواده سه فرزندی است که در سال نهم مورد بررسی قرار گرفته است و دانش‌آموزان در این مثال، با پر کردن جاهای خالی، حالت‌های مورد نظر را بررسی و با مسئله ترتیب به دنیا آمدن فرزندان نیز آشنا می‌شوند.

مثال ۲ در صفحه ۱۴۴ برای اولین بار برداشت بیش از یک مهره از یک جعبه را تجربه کرده و از فرمول ترکیب برای محاسبه $n(S)$ استفاده می‌کنند.

در همین صفحه ۱۴۴ اعمال روی پیشامدها (جبر پیشامدها) معرفی؛ و معادل با هر یک از آنها بیان توصیفی مربوطه نیز آمده است تا دانش‌آموزان در مسائل بتوانند تشخیص بدهند که چه زمانی باید از اجتماع، یا اشتراک یا تفاضل دو پیشامد استفاده کنند.

با توجه به تعریف متمم یک مجموعه در فصل اول، متمم یک پیشامد در صفحه ۱۴۵ تعریف و همچنین دو و سه پیشامد ناسازگار نیز معرفی شده‌اند و مثال ۳ برای درک دقیق این مفاهیم آورده شده است، توصیه می‌شود با طرح مثال‌های شبیه مثال ۳ برای آزمایش‌های تصادفی دیگر، به تبیین این مفاهیم پرداخته شود.

در کار در کلاس صفحه ۱۴۵ و با ارجاع به فعالیت اول این درس (انداختن دو تاس) و استفاده از الفاظ «و» و «یا» کاربرد جبر پیشامدها را در حل مسائل به دانش‌آموزان نشان می‌دهیم، همچنین در قسمت دوم این کار در کلاس صفحه ۱۴۶ روی مفهوم پیشامدهای سازگار و ناسازگار تمرین می‌شود.

ذکر مثال ۵ در صفحه ۱۴۶ تمرینی است برای استفاده از جبر پیشامدها تا سعی کنید مثال‌هایی که شبیه به این مثال در کلاس طرح کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی شبیه به این مثال‌ها طراحی و حل کنند.

در پاراگراف انتهایی صفحه ۱۴۶ به یادآوری فرمول احتمال رخداد یک پیشامد پرداخته و اینکه عدد احتمالی یک پیشامد در چه بازه‌ای تغییر کرده است و چه وقت رخداد یک پیشامد محتمل‌تر و چه وقت شانس کمتری برای رخداد آن وجود دارد.

توصیه می‌شود برای اینکه خوش‌تعریف بودن رابطه $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ تا حدی برای دانش‌آموزان جا بیفتد. مثال: از یک جعبه شامل مثلاً ۴ مهره رنگی قرمز و ۸ مهره آبی زده شود و ۱ مهره به تصادف از این جعبه خارج شود که احتمال آبی بودن این مهره $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ و احتمال قرمز بودن آن $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ است و این نکته تأکید شود که انتظار ما این است که این مهره، آبی باشد و چون تعداد مهره‌های آبی دو برابر تعداد قرمزهاست، انتظار ما این است که این احتمال دو برابر باشد و البته اعداد به دست آمده مؤید همین مطلب می‌باشند ($\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$).

در فعالیت صفحه ۱۳۷ به نوعی سه اصل معروف کولموگروف البته در فضاهای گسسته و هم شانس اثبات شده و هدف اصلی، استفاده از این رابطه‌ها در حل مسائل می‌باشد.

در صفحه ۱۴۸ کار در کلاس و مثال مطرح شده استفاده از فرمول‌های قبل را مرور کرده و حل این مثال، به درک و فهم دانش‌آموزان در استفاده از این اصول و جبر پیشامدها کمک می‌کند. مثال دوم صفحه ۱۴۹ شبیه مثالی در فصل ۶ است و از ابزارهای شمارشی اصل ضرب و فاکتوریل برای محاسبه تعداد حالت‌های مطلوب استفاده می‌کند. توصیه می‌شود نمونه این مثال برای دانش‌آموزان طرح و توسط ایشان حاصل شود. تمرین‌های آخر این درس، همگی در حد مطالب داخل درس است و پس از حل توسط دانش‌آموزان در منزل باید توسط همکاران بازبینی شود.

حل تمرین‌های آخر درس اول از فصل ۷

۱ هر یک از اعداد طبیعی و زوج کوچک‌تر از بازده را روی یک کارت می‌نویسیم و یکی از این کارت‌ها را به تصادف برمی‌داریم:

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش یا پدیده تصادفی را مشخص کنید.

$$S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

ب) چه تعداد پیشامد تصادفی را روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد؟ $2^5 = 32$

ج) پیشامد A را که در آن «عدد روی کارت انتخاب شده بر چهار بخش پذیر باشد»، مشخص کنید.

$$A = \{4, 8\}$$

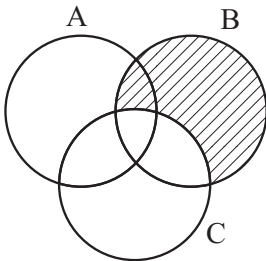
۲) فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. هر یک از عبارت‌های

توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.

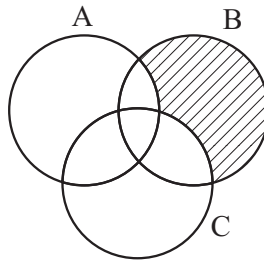
الف) پیشامدهای A، C رخ بدهند؛ ولی B رخ ندهد.

ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.

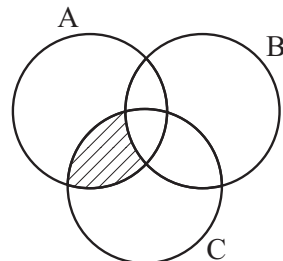
ج) پیشامد B رخ بدهد و C رخ ندهد.



(ج)



(ب)



(الف)

۳) هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت می‌نویسیم و آنها را در یک کیسه قرار می‌دهیم؛

سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید:

الف) فضای نمونه‌ای و پیشامد A که در آن «عدد روی کارت زوج باشد»

$$S = \{1, 2, \dots, 8\} \text{ و } A = \{2, 4, 6, 8\}$$

ب) پیشامد B که در آن «عدد روی کارت اول باشد»

$$B = \{1, 3, 5, 7\}$$

ج) پیشامد C که در آن «عدد رو شده بزرگ‌تر از ۲ باشد»

$$C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

۴) خانواده‌ای سه فرزند دارد. فضای نمونه‌ای مربوط به فرزندان این خانواده را و پیشامد آنکه

حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

$$S = \{(پ, پ, پ), (د, پ, پ), (پ, د, پ), (د, د, پ), (پ, پ, د), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, د, د)\}$$

$$A = S - \{(پ, پ, پ)\}$$

۵) سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید، دو سکه

دیگر می‌اندازیم:

(الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
فضای نمونه‌ای 10° عضو دارد.

(ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید. $A = \{(۲ \text{ و } ۴) \text{ و } (۶ \text{ و } ۲) \text{ و } (۴ \text{ و } ۲)\}$
(ج) پیشامد آنکه «حداقل دو سکه رو بیاید» را مشخص کنید.

$$B = \{(ر, ر, ر) \text{ و } (ر, ر, پ) \text{ و } (ر, پ, ر) \text{ و } (پ, ر, ر)\}$$

۶ می‌خواهیم از بین سه دانش‌آموز کلاس دهم رشته ریاضی و دو دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چقدر احتمال دارد:

(الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟

(ب) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟

(ج) یک نفر از رشته ریاضی و یک نفر از رشته تجربی باشد؟

$$\text{الف) } p(A) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{3}{10}$$

$$\text{ب) } p(B) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{4}{10}$$

$$\text{ج) } p(C) = \frac{\binom{3}{1} \times \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10}$$

۷ یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A, B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد مشتریان کارت نوع A ($p(A) = \frac{34}{100}$) و ۶۲ درصد کارت نوع B و ۱۵ درصد هر دو کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$= \frac{34}{100} + \frac{62}{100} - \frac{15}{100} = \frac{86}{100}$$

۸ اگر هفت نفر که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال

دارد:

$$\text{الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟} \quad p(A) = \frac{7! - (6! \times 2!)}{7!} = \frac{5}{7}$$

ب) یکی از آنها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟

$$p(B) = \frac{2 \times 5!}{7!} = \frac{1}{21}$$

۹ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \subseteq B$ ، ثابت کنید، $P(A) \leq P(B)$.

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B) \Rightarrow \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow p(A) \leq p(B)$$

<p>حتی یک لحظه احتمال ندارم پشمان تو عین الیقین من قطعیت نگاه تو دین من است من از تو ناگزیرم من بی نام ناگزیر تو می میرم</p>	<p>ما در عصر احتمال به سر می بریم در عصر شک و شاید در عصر پیش بینی وضع هوا از هر طرف که باد بیاید در عصر قاطعیت تردید عصر جدید عصری که هیچ اصلی جز اصل احتمال، یقینی نیست اما من بی نام تو</p>
--	---

قیصر امین پور



مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه

درس دوم

اهداف

در این درس، به دنبال معرفی آمار و علم آمار و بیان تفاوت‌های بین آنها هستیم. همچنین به بررسی نقش اعداد و ارقام در زندگی روزمره یک خانواده پرداخته‌ایم. از سویی دیگر با معرفی در مفهوم جدید تحت عنوان جامعه و نمونه، مفاهیم کلیدی در علم آمار معرفی شده است.

روش تدریس

در این درس، با تأکید بر مفهوم آمار و علم آمار و بیان تفاوت‌های بین آنها به دنبال آن هستیم که تفکر جدیدی را در علم آمار معرفی کنیم. در مثال مربوط به هواشناسی، بخش‌های علم آمار قرار داده شده است که در ادامه تعریف این دو واژه، این بخش‌ها را ملاحظه می‌فرمایید. در کار در کلاس این درس، به دنبال آن هستیم که مثال‌هایی از تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی را بر اساس اعداد و ارقام بیان نماییم و در ادامه با استفاده از نقشه‌های مفهومی، تأکید بسیاری روی مفهوم علم آمار داریم و همچنین پیداسازی مثال مربوط به هواشناسی روی نقشه مفهومی می‌تواند مفهوم علم آمار را برای دانش‌آموز کاملاً تثبیت نماید. در تمرین‌های اولیه این درس نیز با تأکید به تفاوت آمار و علم آمار و همچنین استفاده از پیش‌بینی در علم آمار روی پدیده‌های تصادفی، این مفهوم را کامل بیان می‌نماییم. در انتها برای تمرین هفت و هشت، با بیان کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر (پردازش تصویر)، کاربردهای مهم علم آمار بیان می‌شود. نکته لازم آن است که دانش‌آموزان برای پاسخ به

این سؤال می‌بایست این کاربرد را به دقت مطالعه کنند.

از سویی دیگر برای بیان مفهوم جامعه و نمونه به معرفی کاربرد علم آمار در پزشکی، مفهوم شاخص توده بدن پرداخته شده است که نکات جدایی را در مورد چاقی افراد بیان می‌کند. دانش‌آموزان برای پاسخ به فعالیت و کار در کلاس‌های آتی می‌بایست به دقت این کاربرد را مطالعه نمایند.

در ادامه فعالیت مربوط به مفهوم جامعه و نمونه، جامعه‌ای از افراد چاق و عادی مشخص شده است که شمارش افراد چاق موجود در شهر بسیار دشوار بوده، ولی این کار برای نمونه انتخابی ساده است. در اینجا هدف بیان مفهوم جامعه و نمونه است و همچنین تعریف اندازه، یا حجم جامعه و نمونه و نهایت در کار در کلاس و تمرین‌های آتی این مفهوم به صورت کامل تثبیت شده است.

متغیر و انواع آن

درس سوم

اهداف

در این درس، به دنبال مفهوم متغیر و معرفی اقسام متغیر هستیم. در آمار انواع متغیرها نقش بسیار مهمی در تحلیل‌های آماری دارند. در این درس، این مفاهیم به طور کامل تثبیت می‌شود.

روش تدریس

در فعالیت اول این درس با بیان محصولات هلوی یک مزرعه کشاورزی، دو ویژگی این میوه بیان می‌شود که یکی وزن و دیگری کیفیت این میوه می‌باشد و سؤالاتی در مورد کیفیت میوه هلو از دانش‌آموز شده و روی این موضوع تأکید شده است که کیفیت میوه هلو قابل اندازه‌گیری نیست و آن را به صورت درجه یک، درجه دو، درجه سه می‌توانیم مشخص کنیم و با دادن اعداد دلخواه «یک» برای میوه‌های بسیار مرغوب، «دو» برای میوه‌های متوسط و عدد «سه» برای میوه‌های ریز، به نوعی این ویژگی را مقداردهی می‌کنیم. گفتنی است که اعداد در اینجا صرفاً نشان‌دهنده ویژگی میوه هلو هستند و هر عدد دلخواهی را به صورت قراردادی می‌توانیم به این ویژگی نسبت دهیم. به عبارت بهتر اعداد برای این ویژگی به صورت کد هستند و قابل جمع و تفریق، ضرب و تقسیم نیستند. برای پاسخ به قسمت پ این فعالیت می‌بایست کاربرد علم آمار در مهندسی کشاورزی را به دقت مطالعه نمود.

در ادامه دانش آموز با مفهوم متغیر و مقدار متغیر آشنا می شود. نکته خلی مهمی که دبیران محترم می بایست به آن توجه نمایند آن است که مقدار متغیر عددی است که به ویژگی یک عضو نسبت داده می شود. این عدد می تواند قابل اندازه گیری باشد، یا نمی تواند قابل اندازه گیری باشد.

به عنوان مثال، عدد ۲۰۰ گرم برای میوه هلو، عددی قابل اندازه گیری است، ولی عدد ۱ و ۲ و ۳ که نشان دهنده درجه کیفیت میوه هلو است قابل اندازه گیری نیست و صرفاً به صورت قراردادی این اعداد به کیفیت هلو نسبت داده می شود، یا می توان مقدار مربوط به کیفیت میوه هلو را به صورت قراردادی درجه یک، درجه دو و درجه سه معرفی نمود.

این موضوع در کار در کلاس این درس مطرح شده است که تأکید زیادی روی مقدار رنگ خودرو شده است که رنگ خودرو با رنگ های مشکی، سفید و... در نظر گرفت که آنها را با اعداد دلخواهی مانند عدد یک برای رنگ مشکی و عدد دو برای رنگ سفید نشان داد یا همان رنگ ها را برای مقادیر این متغیر نوشت.

در ادامه، این مفهوم به صورت خوبی در کار در کلاس بیان شده است. در قسمت سوم کار در کلاس با مطالعه علم آمار در محیط زیست می توان ویژگی های یوزپلنگ ایرانی را بیان نمود.

در ادامه این درس، با مفهوم متغیرهای کمی و کیفی آشنا شده و این متغیرها با کامل کردن فعالیت مربوط برای دانش آموز تثبیت می شود. لازم به ذکر است دانش آموزان می بایستی در قسمت «الف» این فعالیت جدول مورد نظر را کامل کنند. خط تیره ای که در ردیف اول این جدول قرار دارد نشان دهنده آن است که از آقای مورد نظر سؤالی در مورد تعداد فرزندان نشده است. در قسمت «ب» این فعالیت، دانش آموزان باید نمودار مورد نظر را براساس متغیرهای معرفی شده در جدول می بایست کامل کنند. در ادامه با مفهوم انواع متغیرهای کمی و کیفی آشنا شده و کار در کلاس ها و تمرین های متنوعی مطرح می شوند.

حل کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها

۱ در پیرامون خود، مثال‌هایی را از تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی بر اساس اعداد و ارقام بیاورید.

۲ مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید.

• جمع‌آوری اعداد و ارقام

• سازمان‌دهی و نمایش

• تحلیل و تفسیر داده

• پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی

۳ با در نظر گرفتن اخبار هواشناسی مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید.

• جمع‌آوری اعداد و ارقام هواشناسی

• سازمان‌دهی و نمایش آمار مربوط به دمای هوا، میزان رطوبت و بارش در ایستگاه‌های هواشناسی

• تحلیل و تفسیر آمار هواشناسی

• پیش‌بینی وضعیت هوا

۴ تفاوت آمار و علم آمار در چیست؟ آمار اعداد و ارقام است، ولی علم آمار مجموعه روش‌هایی شامل

جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازمان‌دهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری می‌باشد.

۵ مدیر کارخانه‌ای برای پیدا کردن تعداد کل لامپ‌های معیوب در یک ماه آینده، می‌خواهد یک تحقیق

آماری انجام دهد. برای این منظور، تعداد لامپ‌های معیوب را در چند روز کاری به صورت زیر جمع

آوری کرده است.

روز کاری پنجم	روز کاری چهارم	روز کاری سوم	روز کاری دوم	روز کاری اول	روزهای کاری
۱۸۰	۱۲۰	۹۰	۷۰	۵۰	تعداد لامپ‌های معیوب



کارخانه لامپ‌سازی

براساس داده‌های به دست آمده، به سؤالات زیر پاسخ دهید :

الف) روند تغییر اعداد و ارقام در این تمرین نشان دهنده چه چیزی است؟ افزایش تعداد لامپ‌های معیوب

ب) در این تمرین، چه چیزی به عنوان آمار محسوب می‌شود؟ تعداد لامپ‌های معیوب

پ) بهترین تصمیمی که مدیر کارخانه براساس «علم آمار» می‌تواند بگیرد، چیست؟

توقف یا اصلاح خط تولید لامپ‌ها ادامه خط تولید لامپ‌ها

۶ کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است :

الف) اولین قدم در استفاده از «علم آمار»، جمع‌آوری داده‌هاست. درست

ب) پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده، نتیجه استفاده از «علم آمار» است. درست

پ) «علم آمار»، همان اعداد و ارقام است. نادرست

۷ به شکل زیر توجه کنید : آیا این شکل را می‌توان به اعداد و ارقام تبدیل کرد؟ اعداد و ارقام آن

چگونه‌اند؟ برای پاسخ به این سؤالات، کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر را مطالعه کنید. بله، اعداد و

ارقام به صورت جدول‌های عددی‌اند که هر عدد نشان‌دهنده مقدار روشنایی هر پیکسل است.



کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر (پردازش تصویر)

هر تصویر از تعداد زیادی مربع‌های کوچک تشکیل شده است. هر یک از این مربع‌های کوچک «پیکسل» نام دارند و به هر پیکسل می‌توان یک عدد را نسبت داد که بیانگر مقدار روشنایی آن است. در واقع هر تصویر از یک جدول عددی تشکیل می‌شود که هر یک از اعداد، مقدار روشنایی هر پیکسل را نشان می‌دهند. جدول مربوط به هر تصویر را به راحتی می‌توان به دست آورد. در اینجا نکته حائز اهمیت، کاربرد «پردازش تصویر» است.

«پردازش تصویر» یکی از موضوعات بسیار مهم در مهندسی کامپیوتر محسوب می‌شود. رشد استفاده از پردازش تصویر در سیستم‌های «کنترل هوشمند سرعت»، «خواندن اتوماتیک پلاک خودرو در طرح‌های زوج و فرد»، «طرح ترافیک» و «ثبت تخلفات خودرو» در سال‌های اخیر مشهود بوده است. با استفاده از معیارهایی که در علم آمار وجود دارد، می‌توان به بررسی کیفیت تصاویر پرداخت و تصاویر مخدوش و نامناسب را با تصاویر حقیقی‌شان مقایسه کرد.



کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر



۸ جدول سمت راست، جدول عددی شکل سمت چپ نامیده می‌شود. اگر رنگ سبز را با عدد ۳، رنگ زرد را با عدد ۲، رنگ قرمز را با عدد ۱ و رنگ مشکی را با عدد صفر، نشان دهیم. جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید.

؟			۱	؟	؟
		؟	؟	؟	۰
	؟	؟	؟	۰	۳

شکل

جدول عددی

اندازه نمونه	نمونه	اندازه جامعه	عضو جامعه	جامعه
۱۰۰۰	قطعات تولیدی انتخابی	۶۰۰۰	قطعات تولیدی	کارخانه الف
۷۵۰	قطعات تولیدی انتخابی	۵۰۰۰	قطعات تولیدی	کارخانه ب

تمرین

۱ می‌خواهیم درباره کیفیت محصولات تولیدی یک کارخانه، تحقیقی انجام دهیم. برای این منظور، از تعداد کل قطعات تولید شده در کارخانه که برابر با ۱۰۰۰۰ قطعه است، ۱۰۰ قطعه انتخاب می‌شود. با توجه به اطلاعات موجود، جدول زیر را کامل کنید:



ویژگی مورد بررسی	اندازه نمونه	اندازه جامعه	جامعه
کیفیت محصولات تولیدی	۱۰۰	۱۰۰۰۰	محصولات تولیدی یک کارخانه

۲ کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است :

الف) اندازهٔ جامعه، کمتر از اندازهٔ نمونه است. نادرست

ب) اعضای نمونه، همان اعضای جامعه‌اند. درست

پ) نمونهٔ زیر، مجموعه‌ای از جامعه است. درست

۳ در شکل زیر، دانش‌آموزان یک مدرسه در صف صبحگاهی مشاهده می‌شوند.

هر صف افقی نشان‌دهندهٔ تعداد دانش‌آموزان یک کلاس است. جامعه و اعضای آن را مشخص کنید و دو

نمونهٔ دلخواه از این جامعه را ارائه کنید.

جامعه تمامی دانش‌آموزان مدرسه که اعضای آن همهٔ دانش‌آموزان آن هستند.



دو نمونهٔ دلخواه

فعالیت

در یک شهر، با افراد مختلفی روبرو می‌شویم و از آنها سؤالاتی می‌کنیم. آنها به صورت زیر، به سؤالات ما پاسخ داده‌اند. به عنوان مثال:

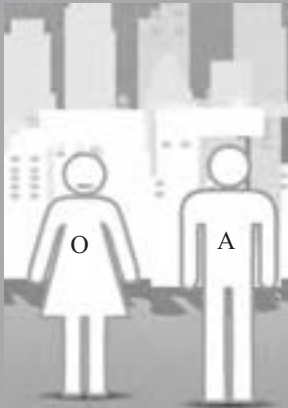
از مادر یک خانواده می‌پرسیم:
«چند فرزند دارید؟»



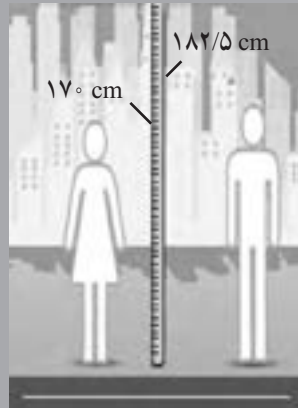
از یک آقا و خانم می‌پرسیم: «چقدر از
آشپزی کردن لذت می‌برید؟»



و سؤال آخر: «گروه خونی خود را
بگویید؟»



از همان خانم و آقا می‌پرسیم: «قد شما چند
سانتی متر است؟»

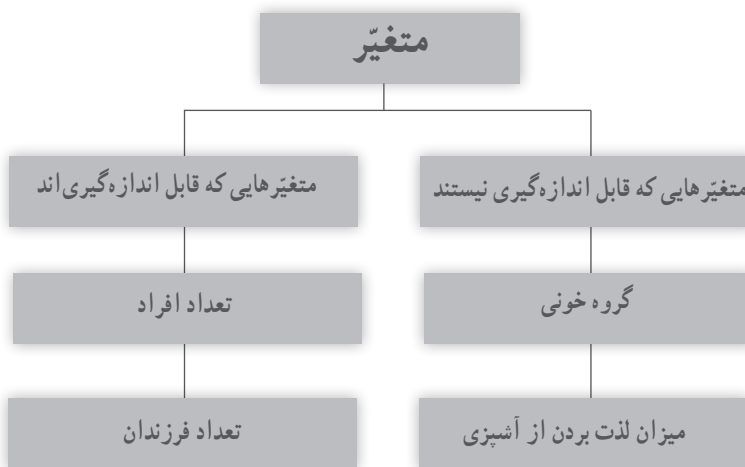


حال به سؤالات زیر پاسخ دهید :

الف) با توجه به شکل‌های مورد نظر، پاسخ‌های افراد را در جدول زیر قرار دهید و آن را کامل کنید.

		نام متغیر
۲	-	تعداد فرزندان
۱۷۰	۱۸۲/۵	قد افراد
O	A	گروه خونی
بسیار زیاد	کم	میزان لذت بردن از آشپزی

ب) با توجه به متغیرهای بیان شده، کدام متغیرها قابل اندازه‌گیری‌اند و کدام نیستند؟ به جای علامت سؤال، نام متغیر مورد نظر را بنویسید.



تعریف متغیرهای کمی

متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری اند، «متغیرهای کمی» گویند. به عنوان مثال، تعداد فرزندان خانواده و وزن افراد متغیرهای کمی اند.

تعریف متغیرهای کیفی

به متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند، «متغیرهای کیفی» گویند. به عنوان مثال، گروه خونی افراد و پاسخ کار در کلاس «میزان لذت بردن از آشپزی» متغیرهای کیفی اند.

۱ با توجه به شکل‌ها، جملات را کامل کنید :

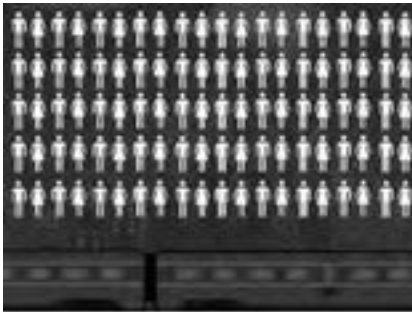
در شکل «الف»، تعداد مسافران یک قطار، یک متغیر... کمی... است.

در شکل «ب»، اقوام ایرانی یک متغیر... کیفی... است.

در شکل «پ»، قد فرد، یک متغیر... کمی... است.

در شکل «ت»، جنسیت افراد یک متغیر... کیفی... است.

الف



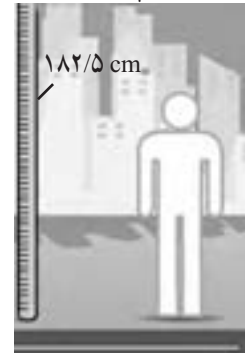
ب



ت



پ



۲ نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید :

کیفی کمی

الف) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، جنگنده)

کیفی کمی

ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید.

کیفی کمی

پ) رنگ چشم (میشی، آبی، قهوه‌ای)

۳ جدول زیر را کامل کنید.

نوع متغیر	پاسخ (مقدار متغیر)	سؤال (متغیر)
کیفی	مشکی، قهوه‌ای، طلایی، سفید، قرمز	موی شما چه رنگی است؟
کمی	۶۰ تا ۷۰ کیلوگرم	وزن شما چه عددی است؟
کیفی	بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم، لذت نمی‌برم	چقدر از تماشای بازی فوتبال لذت می‌برید؟

انواع متغیرهای کمی

فعالیت

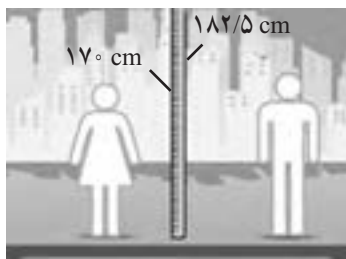
همان‌گونه که در فعالیت قبل مطرح شد، پاسخ دو سؤال زیر، متغیرهایی از نوع کمی اند.

۱ از مادر یک خانواده می‌پرسیم : چند فرزند دارید؟

برخی از جواب‌های ممکن : ۰، ۱، ۲، ۳ و ...

۲ قد شما چند سانتی‌متر است؟

برخی از جواب‌های ممکن : ۱۵۰ سانتی‌متر تا ۱۷۰ سانتی‌متر، ۱۵۹ سانتی‌متر، ۱۶۰/۵ سانتی‌متر و ...



۳ فرض کنید کمترین و بیشترین وزن در جامعه دانش‌آموزان پایه دهم کشور به ترتیب ۴۶ کیلوگرم و ۷۵ کیلوگرم باشد. در این صورت، وزن تمام دانش‌آموزان کشور در بازه [۴۶, ۷۵] قرار می‌گیرد.

آیا هر عددی از این بازه می‌تواند وزن یک دانش‌آموز باشد؟ بله، می‌تواند قرار گیرد.

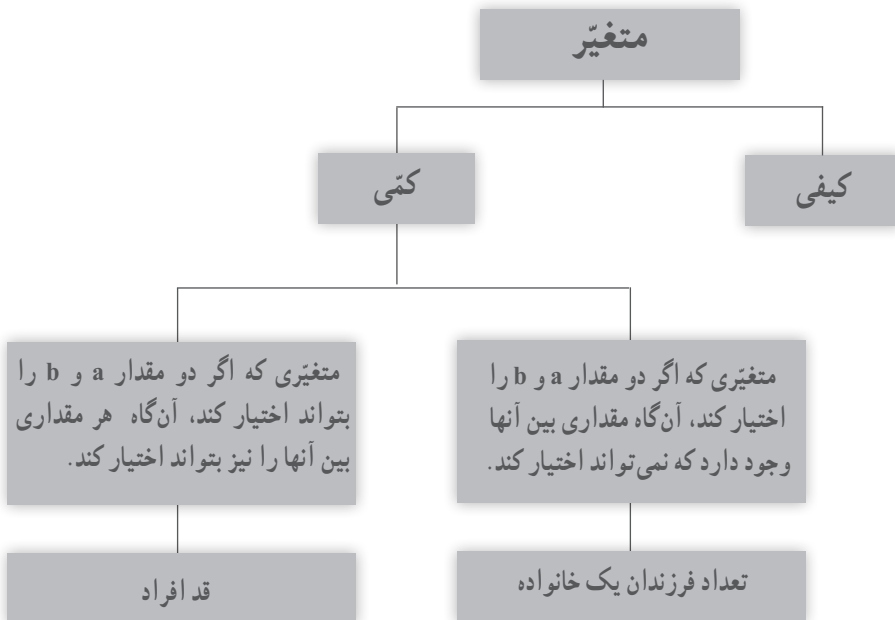
۴ فرض کنید کمترین و بیشترین تعداد فرزندان یک خانواده در کشور به ترتیب ۰ و ۲۰ باشد. در این صورت، تعداد فرزندان هر خانواده در این کشور عددی صحیح از بازه [۰, ۲۰] خواهد بود. آیا هر عددی از این بازه می‌تواند نشان‌دهنده تعداد فرزندان یک خانواده باشد؟ خیر، نمی‌تواند باشد.

۵ متغیرهای مطرح شده در قسمت‌های ۳ و ۴ کمی‌اند و یا کیفی؟

۶ چه تفاوتی در متغیرهای مطرح شده در قسمت‌های ۳ و ۴ وجود دارد که جواب‌های مربوط به آنها

متفاوت است؟

۷ با توجه به قسمت‌های ۳ و ۴ در شکل زیر به جای علامت سؤال، پاسخ مناسب قرار دهید.



انواع متغیر کمی

۱ متغیر پیوسته ۲ متغیر گسسته

تعریف متغیر پیوسته

متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آنها را نیز بتواند اختیار کند. به عنوان مثال، وزن یک دانش‌آموز می‌تواند ۴۶ کیلوگرم، ۴۷ کیلوگرم یا هر عددی بین این دو رقم باشد.



تعریف متغیر گسسته

متغیر گسسته، متغیری است که پیوسته نباشد. به عنوان مثال، تعداد فرزندان یک خانواده متغیر گسسته است.

کار در کلاس

۱ با پر کردن جاهای خالی، پیوسته یا گسسته بودن متغیرهای کمی زیر را مشخص کنید.

الف) سرعت خودرو یک متغیر پیوسته است. مقدار آن متغیر ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است.

ب) میزان مصرف بنزین این خودرو، یک متغیر کمی و مقدار آن برای هر ۱۰۰ کیلومتر ۱۰ است.

پ) تعداد سرنشینان مجاز در این خودرو، یک متغیر کمی است و این تعداد، برابر با چهار است.



۲ انواع متغیرهای زیر را مشخص کنید :

- الف) تعداد ماهی‌های یک دریا
 ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید.
 پ) وزن افراد
 ت) تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه
- گسسته پیوسته
 گسسته پیوسته
 گسسته پیوسته
 گسسته پیوسته

۳ در جدول زیر، پاسخ شما چه نوع متغیری (گسسته یا پیوسته) است؟

سؤال (متغیر)	پاسخ (مقدار متغیر)	نوع متغیر
قد شما چه عددی است؟	عددی بین ۱۷۲ تا ۱۸۵ سانتی‌متر	پیوسته
وزن شما چه عددی است؟	۸۰/۵ کیلوگرم	پیوسته
تعداد دوستان شما چند نفر است؟	۰، ۱، ۲، ۳،	گسسته
وزن دوستان چه عددی است؟	۰، ۷۱، ۷۲ و کیلوگرم	پیوسته
شاخص توده بدن خانواده شما چه عددی است؟	۲۲، ۳۲/۵، ۳۰ و	پیوسته
ارتفاع شانه یوزپلنگ ایرانی چقدر است؟	عددی بین ۳۸ تا ۶۷ سانتی‌متر	پیوسته

انواع متغیرهای کیفی

فعالیت

۱ به سؤال‌های زیر توجه کنید :

سؤال : از یک آقا و خانم می‌پرسیم : چقدر از آشپزی کردن لذت می‌بری؟

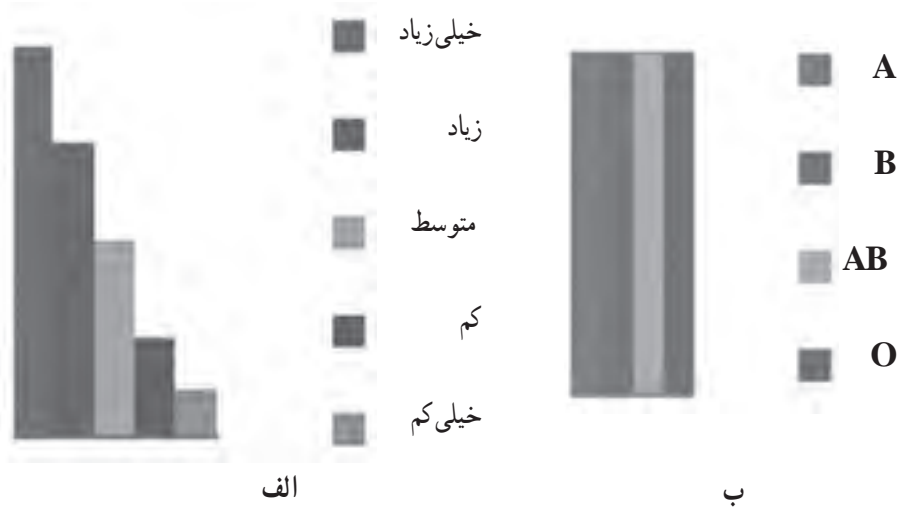
برخی از جواب‌های ممکن : خیلی زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم

سؤال : گروه خونی خود را بگویید.

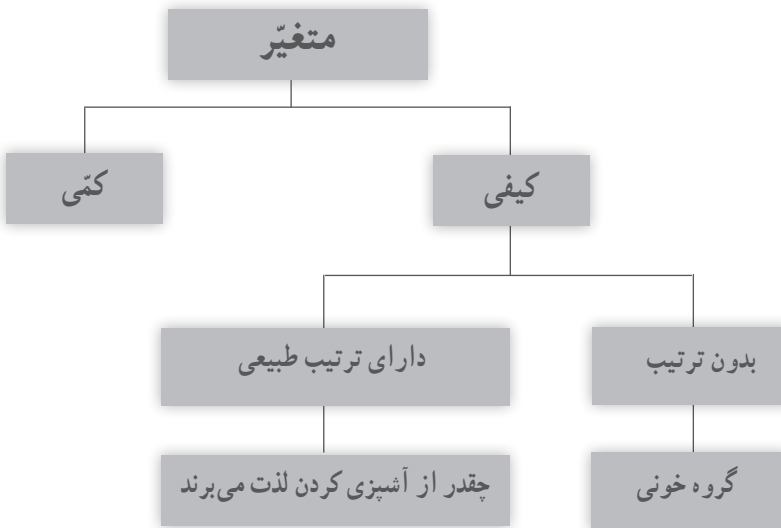
برخی از جواب‌های ممکن : گروه خونی A، B، AB، O

در پاسخ به سؤال اول، یک ترتیب طبیعی وجود دارد؛ همانند شکل «الف» در صورتی که در پاسخ به سؤال

دوم نمی‌توان ترتیب طبیعی قائل شد، شکل «ب» را ملاحظه کنید.



۲ در شکل زیر به جای علامت سؤال، پاسخ مناسب را قرار دهید.



متغیرهای ترتیبی و اسمی

انواع متغیر کیفی :

متغیرهای کیفی قابل اندازه‌گیری نیستند. این متغیرها به دو دسته زیر تقسیم می‌شود :

۱ متغیر ترتیبی ۲ متغیر اسمی (غیر ترتیبی)

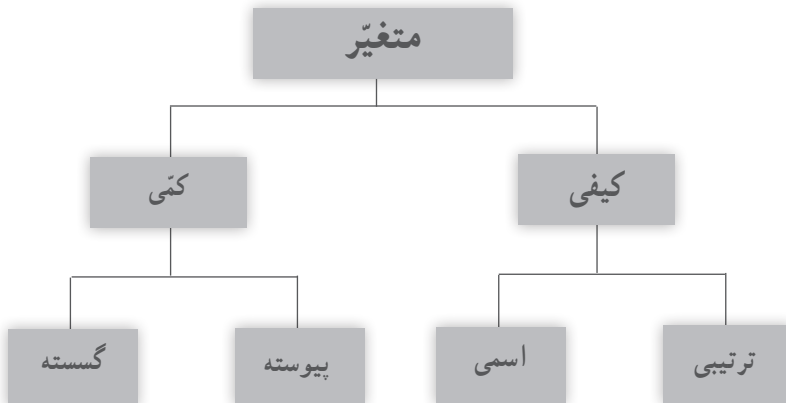
متغیر ترتیبی

متغیری است که در آن، نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد. به عنوان مثال، سطح تحصیلات (دیپلم، فوق دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری)

متغیر اسمی (غیر ترتیبی)

متغیری کیفی است که ترتیبی نیست؛ مانند جنسیت (زن و مرد)

انواع متغیرها در یک نگاه



کار در کلاسی

با توجه به شکل‌های زیر جملات زیر را کامل کنید:

در شکل «الف»، جنسیت افراد، یک متغیر اسمی است و مقادیر آن زن و مرد است.

در شکل «ب»، مقام‌هایی که یک ورزشکار در مسابقه به دست می‌آورد، یک متغیر کیفی است و مقادیر آن مقام اول، مقام دوم و مقام سوم است.

در شکل «پ»، میزان علاقه شما درباره خورش قیمه سؤال شده است که یک متغیر کیفی است و مقادیر آن بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم است.



الف

مقام اول

مقام دوم

مقام سوم

ب



بسیار زیاد

زیاد

متوسط

کم

بسیار کم

پ



معلمان محترم و صاحب نظران گرامی می‌توانند نظر اصلاحی خود را در باره مطالب این کتاب از طریق نامه به نشانی تهران - صندوق پستی ۴۸۷۴/۱۵۸۷۵ - گروه درسی مربوط و یا پیام‌نگار (Email) talif@talif.sch.ir ارسال نمایند.

دفتر تألیف کتاب های درسی متوسطه نظری