

فصل اوّل



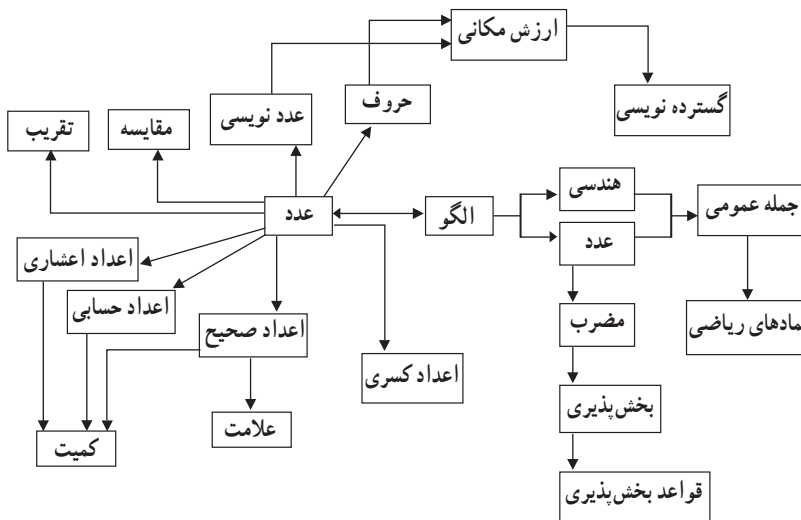
عدد و الگوهای عددی



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است. در درس اول با استفاده از الگوهایی که دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با آن آشنا شده‌اند همانند الگوهای اعداد زوج و فرد، سعی شده است تا دانش‌آموزان بتوانند رابطه حاکم بر الگو را با استفاده از عبارت فارسی و سپس به صورت نمادین با استفاده از علامت‌هایی مانند \square ، \triangle ، \circ و... بیان کنند. همچنین در این درس با استفاده از الگوهای هندسی مفهوم مضرب معرفی شده است. درس دوم شامل یادآوری عددنویسی تا مرتبه میلیارد و مفاهیم مرتبط با آن است. در درس سوم علاوه بر مفهوم‌سازی بخش‌پذیری، قواعد مربوط به بخش‌پذیری بر اعداد ۲، ۳، ۵ و ۹ نیز معرفی شده است. درس چهارم نیز به معرفی اعداد صحیح و مقایسه آنها پرداخته است.

شبکه مفهومی



تصویر عنوانی

در تصویر عنوانی مثال‌هایی از جهان اطراف، برای اعداد خیلی بزرگ آورده شده است تا تصور ذهنی دانش‌آموزان از این اعداد بهتر شود و آنها به این درک برسند که اعداد هم در مقیاس بزرگ مانند سیاره‌ها و ستاره‌های راه شیری و هم در مقیاس کوچک مانند بدن انسان قابل مشاهده هستند.

در بخشی از تصویر عنوانی نشان داده شده است که کهکشان راه شیری به عنوان بخش کوچکی از جهان قابل مشاهده، دارای بیش از ۴۰۰ میلیارد ستاره است. این کهکشان علاوه بر ستاره‌ها دارای سیاره‌های زیادی نیز است که زمین یکی از آن سیارات است. در بخش دیگری از تصویر نشان داده شده است که مغز انسان به عنوان بخش کوچکی از بدن انسان به عنوان یکی از میلیاردها موجود زنده زمین، دارای بیش از ۱۰۰ میلیارد سلول عصبی (نورون) است که در هر لحظه هر یک از این سلول‌ها با هزاران سلول عصبی دیگر در ارتباطند.

با تفکر در این واقعیت‌ها می‌توان به این حقیقت پی برد که در هر ذره‌ای از جهان هستی، عظمتی غیر قابل توصیف وجود دارد که نشان دهنده قدرت لایزال پروردگار متعال است. همان‌طور که سعدی می‌فرماید:

برگ درختان سبز در نظر هوشیار هر ورقش دفتری است، معرفت کردگار

در بالای تصاویر نیز دو آیه از قرآن کریم که اشاره به قدرت الهی در آفرینش آسمان‌ها و زمین دارد، آورده شده است.

در بالای تصویر عنوانی، نیز تصویری از زیردریایی فاتح آمده است که در درس چهارم برای مفهوم‌سازی اعداد صحیح از آن استفاده شده است.

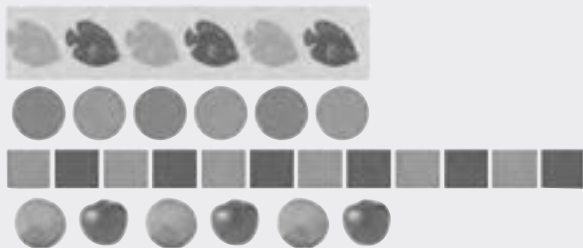
دانش‌تنی‌هایی برای معلم

الگوهای عددی

آنچه که در آموزش الگوها به دنبال آن هستیم این است که یادگیرنده دانش موجود خود را با موقعیت‌های به ظاهر متفاوت تطبیق دهد و قاعده‌ای کلی در آن کشف کند. الگو زمینه بسیار مناسبی برای تمرین چنین مهارتی است. چرا که پیش‌بینی کردن و تعمیم دادن بخشی از مفاهیم اصلی آن است. در واقع آموختن الگوها و چگونگی بیان آنها یکی از روش‌های تفکر جبری محسوب می‌شود. الگوهای تکرار شونده اولین الگوهای هستند که دانش‌آموزان با آن آشنا می‌شوند. آنچه در این الگوها اهمیت دارد درک هسته الگو است. هسته الگو، زنجیره‌ای از عناصر است که تکرار می‌شوند. با شناسایی هسته الگو دانش‌آموزان می‌توانند الگو را توصیف کنند و قدرت تعمیم و تحلیل آن را خواهند داشت.

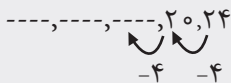
درک کامل از الگوهای تکرار شونده زمانی اتفاق می‌افتد که دانش‌آموزان دریابند دو الگویی که با مواد و عناصر به ظاهر مختلف ساخته شده‌اند می‌توانند از لحاظ ریاضی، ویژگی‌های یکسانی داشته باشند و در واقع یک الگو هستند. برای مثال الگوی ABAB می‌تواند با ابزار مختلف و

در زمینه‌های مختلف نشان داده شود. مانند نمونه‌های زیر که از کتاب ریاضی اول دبستان آورده شده است :



درک این مفهوم که هر کدام از الگوهای بالا می‌توانند به صورت AB بیان شوند، مقدمه خوبی برای معرفی قدرت جبر است.

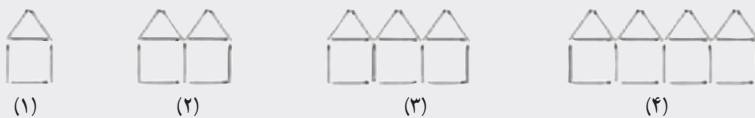
نوع دیگر الگوهایی که دانش‌آموزان با آن روبه‌رو می‌شوند الگوهای افزایشی - کاهشی است. این الگوها از یک مرحله به مرحله بعد با نظم و قاعده مشخصی تغییر می‌کنند. در آموزش این الگوها دانش‌آموزان باید قاعده‌ای کلی را کشف کنند که به کمک آن بتوانند الگو را در هر مرحله توصیف و پیش‌بینی کنند و آن را تعمیم دهند.



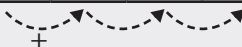
۹۹۵,۰۰۰ و ۹۹۶,۰۰۰ و ۹۹۷,۰۰۰ و و ۹۹۹,۰۰۰ و



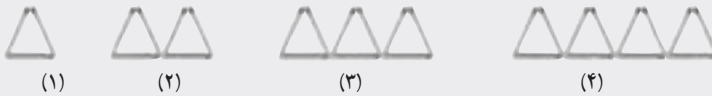
تعمیم در این نوع الگوها می‌تواند به دو صورت اتفاق بیفتد. در حالت اول دانش‌آموزان با بیان رابطه بازگشتی، الگو را پیش‌بینی می‌کنند. در این حالت آنها با استفاده از درک رابطه هر جمله الگو با جمله قبلی قادر به پیش‌بینی ادامه الگو هستند. در مثال زیر که از کتاب ریاضی پنجم آورده شده است رابطه بازگشتی الگو را می‌بینید :



شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب کبریت				



در حالت دوم دانش‌آموزان به دنبال قاعده کلی با استفاده از رابطه بین شماره جمله و تعداد عناصر هر جمله هستند. پس از کشف این رابطه، آنها قادر خواهند بود جملات دور الگو را نیز پیش‌بینی کنند. برای مثال می‌توانند بدون دانستن جمله ۹۹ام جمله صدم را توصیف کنند. در مثال زیر که از کتاب ریاضی پنجم آورده شده است به کمک فلشی که ردیف بالا و پایین جدول را به هم مرتبط کرده است، از دانش‌آموزان خواسته شده است که رابطه کلی را کشف کنند:



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد چوب کبریت					

$\begin{matrix} \text{---} \times \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{---} \blacktriangleleft \\ \text{---} \blacktriangleleft \\ \text{---} \blacktriangleleft \\ \text{---} \blacktriangleleft \end{matrix}$
 $\begin{matrix} + \\ + \\ + \\ + \end{matrix}$

اعداد صحیح

اعداد صحیح شامل دو موضوع مقدار و علامت است و کمیت‌هایی که دارای جهت باشند با این اعداد نمایش داده می‌شوند. اعداد صحیح در زندگی روزمره در زمینه‌های مختلفی مانند دما، ارتفاع و پول ظاهر می‌شوند. بنابراین دانش‌آموزان با این مفهوم در مدل‌های واقعی تا حدودی آشنا هستند. با توجه به این آشنایی، دو مدل برای معرفی اعداد صحیح پیشنهاد می‌شود. یکی با استفاده از کمیت‌ها و دیگری با استفاده از محور اعداد.

استفاده از موضوع گل زده و خورده در فوتبال که در فعالیت پیشنهادی به طور کامل تشریح شده است و همچنین بازی‌هایی که دارای امتیازات مثبت و منفی هستند از نوع مدل کمی‌اند. اما استفاده از زمینه‌هایی مانند دما و ارتفاع جزء مدل خطی محسوب می‌شوند که با استفاده از محور اعداد نمایش داده می‌شوند. توصیه می‌شود دانش‌آموزان اعداد صحیح را در هر دو مدل تجربه کنند. زیرا این مدل‌ها مفهوم نیستند بلکه ابتدا مفهوم باید ساخته شود و سپس دانش‌آموزان بتوانند آن را روی مدل سوار کنند. درگیر کردن دانش‌آموزان با هر دو مدل باعث می‌شود که آنها بتوانند مفاهیم مورد نیاز را از مدل‌ها و زمینه‌های مختلف استخراج کنند.

توسعه مفاهیم

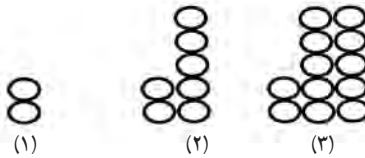
در درس الگوها دانش‌آموزان باید بتوانند رابطه‌ای بین شماره جمله و تعداد عناصر هر جمله را پیدا کنند. این مفهوم می‌تواند به این صورت گسترش یابد که آنها درک کنند نه تنها یک الگو را می‌توان به شیوه‌های مختلف توصیف کرد بلکه این شیوه‌های مختلف، رابطه‌ها و عبارات ریاضی به ظاهر متفاوتی را نتیجه می‌دهد که معنای یکسانی دارند. این مفهوم، زمینه مناسبی برای تفکر جبری و درک تساوی‌های جبری در پایه‌های بالاتر است.

در قسمت مربوط به بخش‌پذیری، گسترش مفهوم به این صورت اتفاق می‌افتد که دانش‌آموز پس از درک مفهوم بخش‌پذیری و درک چرایی قوانین مربوط به اعداد ۲، ۳، ۵ و ۹، بتواند بخش‌پذیری بر اعداد ۶ و ۱۰ را نتیجه بگیرد.

در درس آخر گسترش مفهوم برای برخی از دانش‌آموزان در جمع اعداد صحیح معنا پیدا می‌کند. به این صورت که آنها با استفاده از درکشان از اعداد صحیح و همچنین زمینه و مثال‌های واقعی از اعداد صحیح در زندگی روزمره، نحوه جمع با این اعداد را نتیجه می‌گیرند.

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

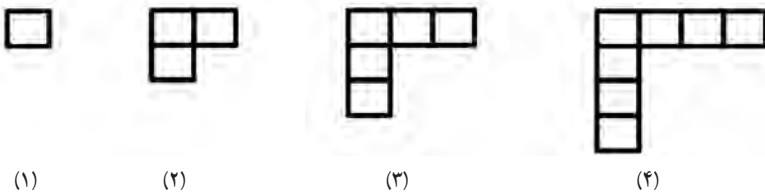
۱- به الگوی زیر توجه کنید :



— عدد ۳۷ تعداد دایره‌های جمله چندم این الگو است؟

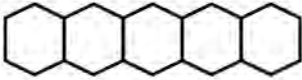
— آیا عدد ۴۵ می‌تواند نشان دهنده تعداد دایره‌های یکی از جمله‌های این الگو باشد؟ چرا؟

۲- با توجه به الگو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



یک عبارت با نمادهای \square ، \circ ، \triangle و ... بنویسید. به کمک این عبارت پیش‌بینی کنید شکل ۸۹ام این الگو از چند مربع تشکیل شده است؟

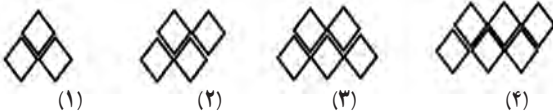
۳- 70° شش ضلعی منتظم به ضلع ۱ سانتی‌متر داریم که آنها را مانند الگوی زیر کنار هم قرار داده‌ایم. محیط شکل نهایی چند سانتی‌متر می‌شود؟



۴- سه عدد پیدا کنید که هم مضرب ۲ باشد و هم مضرب ۷.

۵- عدد ۱۸ چه اعدادی است؟

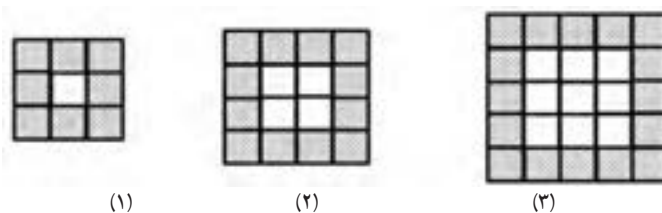
۶- کدام یک از عبارت‌های زیر رابطه بین تعداد لوزی‌ها و شماره شکل را به درستی نشان می‌دهد. به کمک این رابطه بگویید شکل ۱۳۳ام از چند لوزی تشکیل شده است؟ (\square نشان دهنده شماره شکل و \triangle نشان دهنده تعداد لوزی‌هاست.)



$$\triangle = \square + 2$$

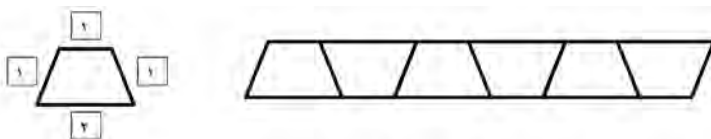
$$\triangle = (2 \times \square) - 1$$

۷- به الگوی زیر دقت کنید و به سؤال‌ها پاسخ دهید.

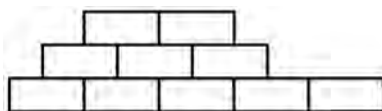


- جمله صدم از چند مربع تشکیل شده است؟
 – جمله صدم چند مربع سفید دارد؟
 – جمله صدم چند مربع هاشورخورده دارد؟

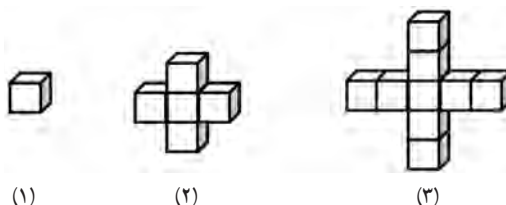
۸– میزهای یک رستوران به شکل ذوزنقه است. در هر ضلع ذوزنقه به اندازه مشخص شده صندلی جا می‌گیرد. صاحب این رستوران برای یک جشن بزرگ دستور داد ۵۳ تا از این میزها را مطابق الگوی زیر کنار یکدیگر بچینند. دور این ۵۳ میز چند صندلی می‌تواند چیده شود؟



۹– شکل روبه روی یک دیوار مثلثی را نشان می‌دهد که تعدادی از آجرهای آن ریخته است. وقتی دیوار کامل بود ردیف پایین آن ۴۵ آجر، ردیف بعدی ۴۴ آجر، ردیف بعدی ۴۳ آجر، ... و بالاترین ردیف آن ۱ آجر داشت. با توجه به این موضوع، چند آجر از این دیوار ریخته است؟



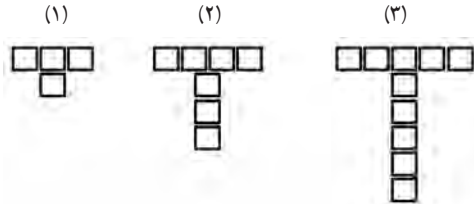
۱۰– با توجه به الگوی زیر جدول را کامل کنید. سپس رابطه بین شماره شکل و تعداد مکعب‌ها را با نوشتن یک عبارت با نمادهای \square ، \bigcirc ، \triangle و ... بیان کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴				
تعداد چوب کبریت								

۱۱- به کمک یک الگوی عددی، ده تا از مضارب عدد ۶ را تولید کنید.

۱۲- تعداد مربع‌های شکل (۵۳) ام این الگو زوج است یا فرد؟ چرا؟



۱۳- با یک مداد رنگی آبی، روی جدول ۱ تا ۱۰۰، از خانه شماره ۱ شروع کردیم و یک در میان خانه‌ها را آبی کردیم. روی همان جدول و با مداد رنگی قرمز، از خانه شماره ۲ شروع کردیم و یک در میان خانه‌ها را قرمز کردیم. با توجه به این جدول به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- خانه‌های قرمز چه ویژگی مشترکی دارند؟ یکان آنها چه ارقامی است؟
- آیا خانه‌ای وجود دارد که هم با قرمز رنگ شده باشد و هم با آبی؟
- آیا خانه‌ای وجود دارد که رنگ نشده باشد؟

۱۴- اگر همین روند را برای ساختن مضرب‌های عدد ۷ ادامه دهیم دوازدهمین مضرب ۷ چه عددی است؟ یک عبارت با نمادهای \square ، \bigcirc ، \triangle و ... برای پیدا کردن مضارب عدد ۷ بنویسید.

$$1 \times 7 \quad 2 \times 7 \quad 3 \times 7 \quad 4 \times 7 \quad \dots$$

۱۵- الگویی رسم کنید که رابطه بین شماره شکل‌ها و تعداد شکل‌های آن به صورت زیر باشد.

$$۱- (\text{شماره شکل} \times \text{شماره شکل}) = \text{تعداد شکل‌ها}$$

۱۶- هر یک از اعداد زیر را به رقم بنویسید.

۳ تا ده میلیارد، ۵ تا صد میلیون، ۶ تا صد هزارتایی، ۸ تا ده هزارتایی، ۲ تا هزارتایی و ۱ صدتایی:

شصت میلیارد و شصت میلیون و شش:

۱۷- در هر قسمت عدد خواسته شده را بنویسید.

بزرگ‌ترین عدد زوج ۶ رقمی بدون تکرار ارقام:

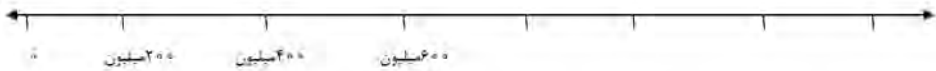
کوچک‌ترین عدد فرد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام:

۱۸- جدول را کامل کنید.

به حروف	به رقم	ارزش مکانی رقم خواسته شده
	۱۰۰۳۴۵۶۰۰۷۸	
پنجاه و شش میلیون و نهصد و نود هزار و پانصد		

۱۹- هر یک از اعداد زیر را به طور تقریبی روی محور نشان دهید.

۷۸۰۵۶۰۲۳۴ و ۱۶۷۰۰۰۰۰۰ و ۵۶۱۸۵۴۰۰



۲۰- در عدد ۵۷۸۹۰۰۱۲۳

- چه رقمی دارای ارزش مکانی دهگان هزار است؟

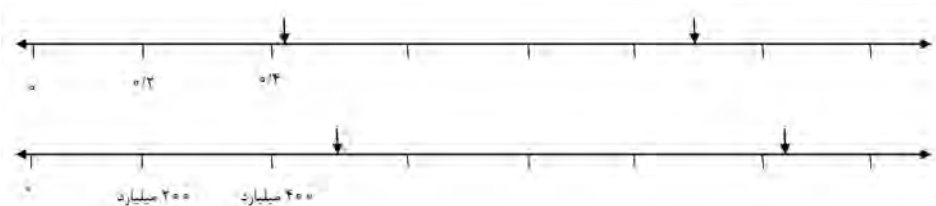
- رقم ۷ دارای چه ارزش مکانی است؟

- اگر این عدد را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم، ارزش مکانی ۹ چه تغییری می‌کند؟

- اگر این عدد را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنیم، ارزش مکانی ۹ چه تغییری خواهد کرد؟

۲۱- ابتدا محورها را کامل کنید و سپس برای نقطه‌های مشخص شده، یک عدد مناسب

(به طور تقریبی) بنویسید.



۲۲- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

بزرگ‌ترین عدد زوج ۵ رقمی بین ۵۰۰۰۰ و ۶۰۰۰۰ :
 عددی بین اعداد ۵۰۰۰۰ و ۶۰۰۰۰ با رقم‌های ۲، ۴، ۷، ۸ و ۹ (بدون تکرار رقم‌ها) :
 کوچک‌ترین عدد زوج ۷ رقمی با طبقه هزار ۵۷۰ و بدون تکرار رقم‌ها :

۲۳- عدد ۵۶۸۰۰۹۷۸ را یک بار با تقریب ده میلیون و بار دیگر با تقریب یک میلیون بنویسید.

۲۴- اعداد زیر را مقایسه کنید و داخل مربع یکی از علامت‌های $<$ $=$ $>$ قرار دهید.

$$۱۰۰۰۰۰۰۰ \square ۹۹۹۹۹۹۹۹ \qquad ۵۶۰۰۷۸۰۵۶ \square ۵۶۰۰۰۷۸۰۵۶$$

۲۵- رضا در محاسبه ۶۳۷×۵۲ با ماشین حساب به جای ۵۲، به اشتباه ۶۲ را وارد کرد. او چگونه می‌تواند با انجام یک عمل ریاضی حاصل ضرب به دست آمده را درست کند؟

۲۶- بزرگ‌ترین عدد ممکن را در عبارت زیر قرار دهید.

$$۵۷۸۰۰۰۱۲۹ + \dots < ۶۵۱۱۲۳۰۰۰$$

۲۷- حدس می‌زنید در یک سال تحصیلی چند ثانیه را در مدرسه می‌گذرانید؟ حدس خود را

بنویسید.

تعداد ثانیه‌های حضور خود را در مدرسه با کمک ماشین حساب به طور دقیق حساب کنید و حدس خود را با آن مقایسه کنید.

۲۸- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$۶۴۳۲۰۰۰۰۰۰۱۶, ۱۰۱۰۹۰۰۰۰۰۰, ۷۹۹۰۰۰۰۰۰, ۵۶۷۸۰۰۰۰۰۰$$

۲۹- هر عدد را به مناسب آن وصل کنید.

۱۰۰۰۰۰	جمعیت قاره آمریکا
۵۶۱۰	میانگین تعداد مسافرین روزانه متروی شهر تهران
۲۲۰۰۰۰۰	ظرفیت ورزشگاه آزادی
۴۴۲۷۰۰۰۰۰۰	ارتفاع قله دماوند (m)

۳۰- اعداد ستون سمت راست را به عددی از ستون سمت چپ وصل کنید به طوری که حاصل جمع این دو عدد در محدوده مشخص شده قرار بگیرد.

● (محدوده: از ۲۳۲۴۰۰۰ تا ۲۳۲۵۰۰۰)

۲۰۰۱۵۰	۱۹۹۹۶۰۰
۸۲۴۰۰۱	۲۳۲۳۹۹۹
۳۲۴۵۰۰	۲۱۲۴۰۰۰
۲۰۰	۱۵۰۰۰۰۰

۳۱- در مربع چه رقمی نوشته شود که عدد چهار رقمی زیر هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد.

۷۳۵ □

۳۲- دور اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند خط بکشید. کدام یک از این اعداد بر ۲ نیز بخش پذیرند؟

۷۳۲، ۱۷۸، ۵۶۶، ۲۱۹، ۴۵۰، ۲۳۳

۳۳. با کارت‌های ۸، ۷، ۲، ۰ و ۳ می‌توان عددی پنج رقمی ساخت که بر ۹

بخش پذیر باشد؟ چرا؟

۳۴- دور اعدادی که بر ۹ بخش پذیرند خط بکشید.

۷۵۱۱، ۵۶۰۲، ۹۳۹۶، ۴۱۸۷، ۳۰۳۳، ۱۲۹۶

از بین این اعداد کدام یک بر ۳ نیز بخش پذیر است؟

۳۵- با کارت‌های ۴، ۰، ۱، ۵ و ۳ بزرگترین عدد پنج رقمی را بسازید که بر ۵

بخش پذیر باشد.

۳۶- در داخل مربع چه ارقامی می‌توان قرار داد که عدد حاصل هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد. تمام پاسخ‌های ممکن را پیدا کنید.

۲۰۶۱ □

۳۷- با سه تا از ارقام ۳، ۰، ۵، ۲ و ۱ عددی چهار رقمی بسازید که بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۹ بخش پذیر نباشد.

۳۸- بین دو عدد ۴۰۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ عدد پنج رقمی پیدا کنید که بر ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر باشد و همه مرتبه‌های آن زوج باشد.

۳۹- یک معلم آزمونی طراحی کرده است که در هر صفحه آن به تعداد مساوی سؤال قرار داده است. اگر این آزمون ۳۵ سؤال داشته باشد و در هر صفحه بیشتر از ۵ سؤال باشد، این آزمون چند صفحه‌ای می‌تواند باشد؟

۴۰- نزدیک‌ترین عدد به ۱۹۵۰۶ که بخش پذیر بر ۹ باشد چیست؟

۴۱- در یک مسابقه ورزشی ۳۶ دانش‌آموز شرکت داشتند. مربی آنها را به چند گروه مساوی تقسیم کرد به طوری که در هر گروه بیشتر از یک دانش‌آموز قرار گرفت. مربی به چند طریق می‌تواند این گروه‌بندی را انجام دهد؟

۴۲- سه عدد دو رقمی بنویسید که بر هیچ یک از اعداد ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد.

۴۳- درستی یا نادرستی هر یک از جمله‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

- عدد ۴۲۶ زوج است چون همه رقم‌هایش زوج است.

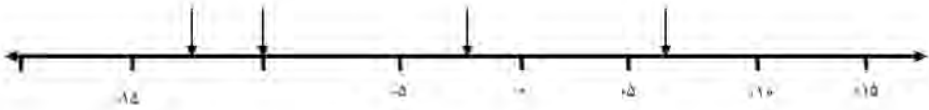
- عدد ۳۲۱ بر ۳ بخش پذیر است پس بر ۹ نیز بخش پذیر است.

- عدد ۱۰۲ کوچک‌ترین عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۲ و ۳ است.

۴۴- دورترین عدد چهار رقمی به ۱۰۰۰ که بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد را بنویسید.

۴۵- یک استخر بزرگ به عرض ۸۷ متر و طول ۱۰۲ متر داریم و می‌خواهیم کف آن را با کاشی‌های مربع شکل بپوشانیم. ما باید برای پر کردن کف استخر از کاشی‌های کامل استفاده کنیم و اجازه نداریم هیچ کدام از کاشی‌ها را به اندازه کوچک‌تر تبدیل کنیم. با این شرایط ما باید کاشی‌هایی به ضلع چند متر انتخاب کنیم؟

۴۶- نقاط مشخص شده محور زیر، چه اعدادی را نشان می‌دهد؟



۴۷- اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

$$\begin{array}{ccc}
 -120 \square +1 & -4 \square 0 & -2 \square +2 \\
 +4 \square 0 & -5 \square +1 & +5 \square +6
 \end{array}$$

۴۸- جاهای خالی را با کلمه مناسب پر کنید.

بر روی محور اعداد صحیح هر چه به سمت راست پیش برویم عددها می‌شوند و هر چه به سمت چپ پیش برویم عددها می‌شوند.

۴۹- هر یک از نقاط مشخص شده روی محور چه اعدادی را نشان می‌دهند؟



۵۰- هر یک از اعداد زیر را روی محور به صورت تقریبی نمایش دهید.

$$-50, -10, -156, +93, -67$$



۵۱- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$-۶۰, ۰, +۵, +۶۰, -۱۰۰, +۲, -۱, -۷$

۵۲- هر یک از الگوهای زیر را ادامه دهید.

..... و و و $۵+$ و $۱۰+$ و $۱۵+$

..... و و و $۲۰-$ و $۳۰-$ و $۴۰-$

۵۳- اگر ساعت ۱ بعد از ظهر را مبدأ قرار دهیم، با تعیین جهت‌های مثبت و منفی، هر یک از زمان‌های زیر را با یک عدد صحیح نمایش دهید.

۳ ساعت قبل از ظهر:

۱ ساعت بعد از ظهر:

۷ ساعت بعد از ظهر:

۵ ساعت قبل از ظهر:

۵۴- از یک شیر آب در هر ساعت ۲۰ لیتر آب وارد استخر می‌شود و ۳ لیتر آب از چاه تخلیه خارج می‌شود. جدول زیر میزان ورودی و خروجی آب در این استخر را نشان می‌دهد. جدول را کامل کنید.

زمان	۱	۲	۳	۴
شیر آب	$+۲۰$			
چاه	-۳			

پس از ۴ ساعت چقدر آب وارد استخر شده و چقدر آب از استخر خارج شده است؟

۵۵- بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی چیست؟

۵۶- قرینهٔ صفر چه عددی است؟

۵۷- دمای اصفهان در یکی از روزهای ماه آبان ۸ درجه بالای صفر بود و دمای همدان در همان روز ۱۰ درجه از اصفهان سردتر بود. در آن روز دمای همدان چند درجه بود؟

۵۸- رضا عدد ۸۶۴۲° را به عنوان بزرگ‌ترین عدد زوج پنج رقمی غیر تکراری نوشت به نظر شما اشتباه او چه بوده است؟

معرفی منابع

- ۱- آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن و شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، بینش نو، ویرایش دوم.
- ۲- کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت. ای. ریس، مرلین. ن. سایدام و مری مونتگومری لیندکوئیست، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.
- ۳- Elementary and Middle School Mathematics, John A. Van de Walle, Karen S. Karp, Jennifer M. Bay-Williams, ۲۰۱۰, Seven Edition.
- ۴- Structured Activities for Intelligent Learning, Richard Skemp, ۱۹۹۴.
- ۵- Mathematics for Elementary Teachers, Gary L. Musser, Blake E. Peterson, William F. Burger, ۲۰۱۴.
- ۶- <http://nrich.maths.org>

رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم روند ارائه عددنویسی

عددنویسی در پایه اول:

- ۱- عدد را به عنوان پاسخی برای سؤال‌های «چند تا؟» و «چندمین؟» درک می‌کنند.
- ۲- درک عامل‌های سازنده‌های اعداد تا ۱۰ (عامل‌های جمعی)
- ۳- شمارش با ابزارهای مختلف (چینه، چوب خط و انگشت)
- ۴- مقایسه اعداد
- ۵- نماد اعداد ۰ تا ۹
- ۶- آموزش نماد ۱۰ تا ۹۹ با جدول ارزش مکانی به وسیله شمارش
- ۷- نوشتن اعداد تا ۹۹ به حروف

عدد نویسی در پایه دوم:

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا هزار با استفاده از ابزارهای دسته بندی شده ای مانند کوئیزنر
- ۲- تعمیق مفهوم ارزش مکانی با ابزارهایی مانند چرتکه و پول
- ۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد سه رقمی
- ۴- آشنایی با مفهوم تقریب و تقریب اعداد به کمک محور

عدد نویسی در پایه سوم:

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا هزار با استفاده از ابزارهای دسته بندی شده ای مانند کوئیزنر
- ۲- تعمیق مفهوم ارزش مکانی با ابزارهایی مانند چرتکه و پول
- ۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد تا چهار رقمی
- ۴- حس بزرگی عدد هزار
- ۵- آشنایی با روش های برای تقریب اعداد

عدد نویسی در پایه چهارم:

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا طبقه میلیون با تجسم ابزار کوئیزنر و استفاده از ابزارهایی مانند چرتکه و پول
- ۲- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد ۹ رقمی
- ۳- حس بزرگی عدد میلیون
- ۴- تقریب زدن اعداد با روش گرد کردن با تقریب مشخص

عدد نویسی در پایه پنجم:

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا طبقه میلیارد با تجسم ابزار کوئیزنر
- ۲- درک رابطه ستون های جدول ارزش مکانی
- ۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد ۱۲ رقمی
- ۴- حس بزرگی عدد میلیارد
- ۵- تقریب زدن اعداد با روش گرد کردن و قطع کردن

روند ارائه الگویابی

الگویابی در پایه اول:

- ۱- درک مفهوم الگو
- ۲- پیش‌بینی کردن ادامه الگو بعد از کشف قانون الگو
- ۳- درک واحد تکرار و مشخص کردن آن در الگوهای تکرار شونده
- ۴- معرفی الگوهای عددی از طریق شمارش چندتا چندتا و ارتباط آن با الگوهای هندسی

الگویابی در پایه دوم:

- ۱- تعمیم الگوهای هندسی با رسم شکل و الگوهای عددی با شمارش
- ۲- آموزش الگوهای عددی دو مرحله‌ای

الگویابی در پایه سوم:

- ۱- برقراری ارتباط بین الگوهای عددی و هندسی و پیش‌بینی ادامه الگوها با استفاده از رسم شکل
- ۲- آموزش ماشین‌های ورودی - خروجی و ارتباط آن با ضابطه الگو (جمع و تفریق)

الگویابی در پایه چهارم:

- ۱- پیش‌بینی ادامه الگوها با استفاده از ضابطه الگو برای جملات دور
- ۲- آموزش ماشین‌های ورودی - خروجی و ارتباط آن با ضابطه الگو (ضرب و تقسیم)

الگویابی در پایه پنجم:

- ۱- پیش‌بینی ادامه الگوها با استفاده از ضابطه الگو برای جملات دور

جدول انتظارات عملکردی:

جدول انتظارات عملکردی فصل اول ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱	روابط موجود در الگوهای خطی را کشف می‌کند و آنها را با عبارات کلامی و نمادی بیان می‌کند.					
۲	اعداد زوج و فرد و ویژگی‌های آنها را می‌شناسد.					
۳	مفهوم مضرب را درک کرده است و می‌تواند مضرب‌های اعداد را پیدا کند.					
۴	اعداد تا طبقه میلیارد را می‌خواند، به رقم و حروف می‌نویسد و گسترده‌نویسی می‌کند.					
۵	الگوی بین ستون‌های جدول ارزش مکانی را می‌داند و می‌تواند در ضرب و تقسیم مضارب 10^0 از آنها استفاده کند.					
۶	درک درستی از بزرگی اعداد (حس عددی) دارد.					
۷	با استفاده از تقریب به روش‌های گرد کردن و قطع کردن، می‌تواند اعداد را روی محور اعداد نشان دهد.					
۸	مفهوم بخش پذیری را درک کرده است.					
۹	بدون تقسیم کردن می‌تواند بخش پذیری اعداد بر ۲، ۳، ۵ و ۹ را مشخص کند.					
۱۰	مفهوم اعداد صحیح را درک کرده و می‌تواند آنها را نمایش دهد.					
۱۱	می‌تواند اعداد صحیح را به درستی مقایسه کند.					
۱۲	می‌تواند اعداد صحیح را به صورت تقریبی روی محور اعداد مشخص کند.					

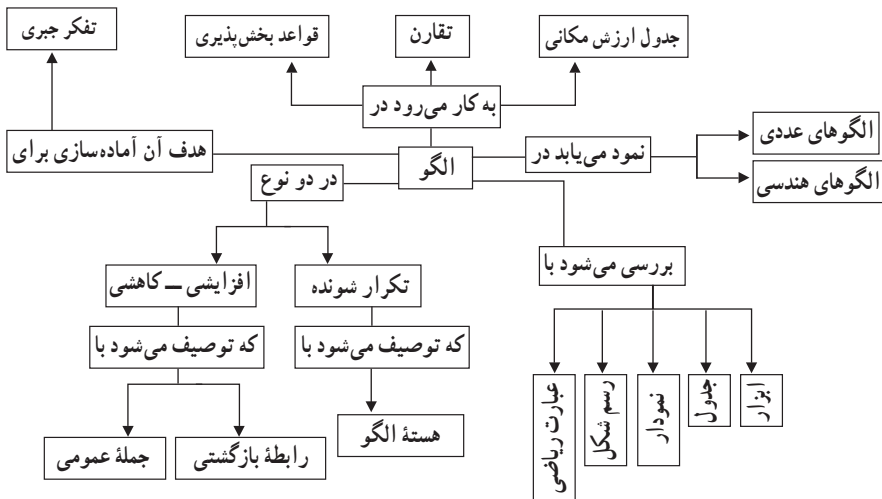


الگوهای عددی

اهداف

- ۱- توسعه تفکر جبری از طریق تعمیم
- ۲- آشنایی با اعداد زوج و فرد از طریق الگوها
- ۳- آشنایی و درک مفهوم مضرب
- ۴- کشف روابط موجود در الگوهای خطی و بیان آنها با عبارات کلامی و نمادی

شبکه مفهومی



روش تدریس

فعالیت ۱: (صفحه ۲)

دانش آموزان تا کنون با الگوهای متنوعی در کتاب‌های درسی روبه‌رو شده‌اند و نظم موجود در الگوهای مورد مشاهده را درک کرده و توانسته‌اند در پاسخ‌گویی به سؤال‌های مختلف از این

قاعده‌های کشف‌شده، استفاده کنند. اما در کتاب ششم هدف آموزشی این است که دانش‌آموزان بتوانند قاعده کشف شده را با استفاده از عبارات فارسی و نمادهایی مانند \square ، \circ ، \triangle و ... بیان کنند و یک قاعده کلی و عمومی برای الگو بیابند. در این مرحله رابطه‌های بازگشتی (رابطه‌هایی که ارتباط هر مرحله از الگو را با مرحله قبلی نشان می‌دهد) مدنظر نیست. بلکه به دنبال رابطه‌ای هستیم که ارتباط تعداد عناصر هر مرحله از الگو را با شماره آن مرحله نشان دهد و به کمک چنین رابطه‌ای است که می‌توان الگو را در هر مرحله آن پیش‌بینی کرد.

در صفحه ۲ کتاب از زمینه اعداد زوج و فرد برای آموزش این مفهوم استفاده شده است. برای تدریس این صفحه پیشنهاد می‌شود که دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل دهند و بدون توضیحی از جانب معلم این صفحه را حل کنند. سپس نتایج کار گروه‌ها در کلاس به بحث گذاشته شود.

فعالیت ۲: (صفحه ۴)

در صفحه ۴ کتاب یک زمین بازی طراحی شده است که نیمه راست آن شامل تونل‌هایی است که در هر کدام به تعداد زوج توپ وجود دارد و نیمه چپ آن نیز شامل تونل‌هایی است که در هر کدام به تعداد فرد توپ قرار دارد. در این فعالیت دانش‌آموزان باید مسیری را در این زمین بازی انتخاب کنند و در پایان بگویند تعداد توپ‌هایی که جمع‌آوری کرده‌اند زوج است یا فرد. هدف فعالیت این است که در طول انجام آن، دانش‌آموزان کشف کنند وقتی اعداد زوج و فرد در حالت‌های مختلف با هم جمع می‌شوند حاصل عددی زوج است یا فرد. برای رسیدن به این هدف لازم است دانش‌آموزان چندین بار فرایند پیشنهادی کتاب را تجربه کنند. برای اجرای این فعالیت، می‌توانید از روش زیر استفاده کنید:

دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل دهند. به هر گروه یک کپی از این زمین بازی داده شود. (از صفحه ۴ کتاب برای اجرای فعالیت استفاده نکنید. چون با توجه به سؤال‌هایی که در پایین زمین بازی آورده شده است ممکن است دانش‌آموزان نتیجه فعالیت را حدس بزنند بدون اینکه عمیقاً درگیر فرایند کشف نتایج مورد نظر شوند.) سپس از گروه‌ها خواسته شود روی سؤال‌هایی مشابه سؤال‌های زیر بحث کنند و نتایج بحث گروه‌ها در کلاس مطرح شود و هر گروه از ادعاها و نتیجه‌گیری‌های خود دفاع کند:

۱- آیا امکان دارد دو تونل از نیمه راست، به عنوان مسیر رفت و برگشت انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به تعداد فرد توپ داشته باشید؟ چرا؟

۲- دو تونل از نیمه چپ، به عنوان مسیر رفت و برگشت انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به تعداد زوج توپ داشته باشید. چند مسیر توانستید پیدا کنید؟

۳- یک تونل از نیمه راست و یک تونل از نیمه چپ انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به

تعداد زوج توپ داشته باشید. آیا امکان دارد؟ چرا؟

پس از اتمام بحث، پیشنهاد می‌شود یک بازی به شرح زیر در کلاس اجرا شود. به گروه‌ها یک دسته کارت شامل اعداد ۳ تا ۲۳ بدهید. دانش‌آموزان باید کارت‌ها را مخلوط کنند و آنها را به پشت (طوری که اعداد کارت‌ها معلوم نباشد!) روی میز قرار دهند. در هر مرحله بازی، کارت بالایی برگردانده می‌شود و هر نفر که بتواند مسیری در تونل‌ها پیدا کند که حاصل جمع توپ‌های آن برابر عدد روی کارت باشد یک امتیاز می‌گیرد. در پایان بازی کسی برنده است که امتیازات بیشتری کسب کرده باشد.

در پایان کلاس به‌عنوان کار در منزل، از دانش‌آموزان خواسته شود که با این زمین، بازی جدیدی طراحی کنند و در کلاس مطرح کنند.

فعالیت ۲: (صفحه ۴ و ۵)

در سؤال ۲ فعالیت، مفهوم مضرب به کمک الگوهای هندسی معرفی شده است. برای آموزش این مفهوم، مطابق روش کتاب، از دانش‌آموزان خواسته شود با چوب کبریت الگوهای هندسی ۲ تایی، ۳ تایی، ۴ تایی و ... بسازند و سپس رابطه موجود در آن را با عبارت فارسی و نمادهایی مانند \square ، \circ ، \triangle و ... بیان کنند. نتایج کار دانش‌آموزان روی تخته کلاس کشیده شود و سپس مفهوم مضرب به آنها ارائه شود. در پایان، دانش‌آموزان می‌توانند صفحات ۴ و ۵ کتاب را به طور انفرادی حل کنند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

۱- در سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۵، پس از حل سؤال توسط دانش‌آموزان، می‌توان آنها را اینگونه به چالش کشید که بررسی کنند چند پاسخ ممکن برای این مسئله وجود دارد؟

فعالیت‌های پیشنهادی

فعالیت ۱:

پیشنهاد می‌شود این فعالیت قبل از انجام کار در کلاس صفحه ۳ اجرا شود. از بچه‌ها خواسته شود به اطراف خود دقت کنند و الگوهایی مثال بزنند که از اعداد زوج تشکیل شده باشد. سپس دانش‌آموزان در گروه‌های سه یا چهار نفری گروه‌بندی شوند و از گروه‌ها خواسته شود یک ماشین ورودی - خروجی طراحی کنند که همه اعداد زوج را بسازد و همه خروجی‌های آن اعداد زوج باشد. نتایج کار گروه‌ها روی تخته کلاس نوشته شود در مورد شباهت‌ها و تفاوت‌های این ماشین‌ها در کلاس بحث شود. در مرحله بعد از بچه‌ها خواسته شود به ازای ورودی‌ها \circ و به ازای خروجی‌ها \square

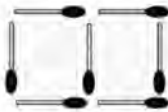
بگذارند و ماشین خود را به یک عبارت ریاضی با نمادهای \square و \bigcirc تبدیل کنند. در قسمت بعدی از آنها خواسته شود یک ماشین ورودی - خروجی طراحی کنند که همه اعداد فرد را به ازای ورودی‌های ۱، ۲، ۳، ... تولید کند و همیشه خروجی‌های این ماشین فرد باشد. نتایج کار گروه‌ها روی تخته کلاس نوشته شود. در مورد شباهت‌ها و تفاوت‌های این ماشین‌ها در کلاس بحث شود. در مرحله بعد از دانش‌آموزان خواسته شود به ازای ورودی‌ها \bigcirc ، و به ازای خروجی‌ها \square بگذارند و ماشین خود را به یک عبارت ریاضی با نمادهای \square و \bigcirc تبدیل کنند. در ادامه فعالیت می‌توان دانش‌آموزان را با این چالش روبه رو کرد که برای هر مرحله ماشینی بسازند که عکس ماشین قبلی عمل کند. یعنی خروجی‌های ماشین قبلی را بگیرد و ورودی‌های معادل آنها را سازد. در واقع در ماشین جدید باید \bigcirc و \square جابه‌جا شوند.

فعالیت ۲ :

هدف فعالیت این است که دانش‌آموزان بتوانند به یک الگو به شیوه‌های مختلف نگاه کنند. برای دستیابی به این هدف، الگوی چوب کبریتی زیر را در نظر بگیرید :



(۱)



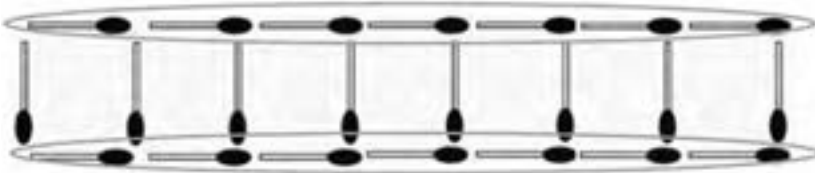
(۲)



(۳)

قبل از کلاس سه دانش‌آموز انتخاب شود و به هر کدام از آنها یکی از روش‌های زیر برای شمارش چوب کبریتی‌های شکل هفتم آموزش داده می‌شود :

روش اول : ابتدا چوب کبریتی‌های ردیف بالا، سپس چوب کبریتی‌های ردیف پایین و در نهایت چوب کبریتی‌های عمودی بین دو ردیف شمارش شود.

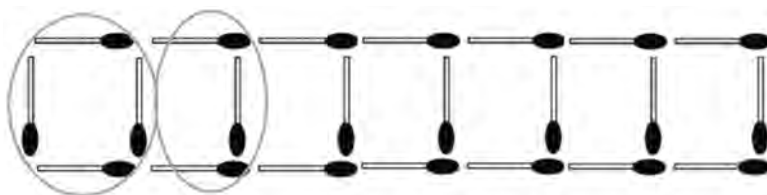


روش دوم : ابتدا چوب کبریتی عمودی سمت چپ به صورت تنها در نظر گرفته شود و سپس

دسته‌های سه تایی چوب کبریت‌ها شمرده شود.



روش سوم: ابتدا چوب کبریت‌های مربع اول شمرده شود و سپس چوب کبریت‌های باقیمانده به صورت دسته‌های سه تایی شمارش شود.



در شروع کلاس معلم دانش‌آموزان را در گروه‌های سه یا چهار نفره گروه‌بندی می‌کند. سپس الگوی بالا را روی تخته می‌کشد و هر کدام از آن سه دانش‌آموز را یک به یک پای تخته می‌آورد و از آنها می‌خواهد چوب کبریت‌های شکل هفتم را با روشی که یاد گرفته بودند بشمارند. پس از بیان روش هر دانش‌آموز، از گروه‌ها خواسته می‌شود یک قانون کلی برای به دست آوردن تعداد چوب کبریت‌ها، براساس این روش شمارش بنویسند و قانون خود را به صورت عبارت ریاضی با نمادهای \square ، \circ ، \triangle و ... بیان کنند. رابطه‌های زیر برای هر کدام از سه روش شمارش توسط دانش‌آموزان بیان خواهد شد:

روش اول	$1 + \text{شمارهٔ شکل} + (2 \times \text{شمارهٔ شکل}) = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$
روش دوم	$1 + (3 \times \text{شمارهٔ شکل}) = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$
روش سوم	$(3 - 1) \times \text{شمارهٔ شکل} + 4 = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$

گروه‌ها نتایج کار خود را روی تخته بنویسند و دربارهٔ چرایی درستی هر سه روش در کلاس گفتگو شود. در این فعالیت علاوه بر تمرین نوشتن عبارت ریاضی، ممکن است برخی از دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که این سه عبارت ریاضی نتایج یکسانی دارد و با هم مساوی است.

(در سایت <http://nrich.maths.org/811> فیلم‌هایی برای این سه روش شمارش تهیه شده است.

در صورت امکان نمایش فیلم در کلاس، می‌توانید برای اجرای فعالیت از این سایت استفاده کنید.)

فعالیت ۳:

این فعالیت به صورت بازی قابل اجراست. زیرا در آن برنده و بازنده وجود دارد. هدف بازی: بررسی ویژگی‌های اعداد زوج و فرد در محاسبات (جمع) ابزار مورد نیاز: توپ‌هایی که اعداد ۱ تا ۹ روی آنها نوشته شده است، و کیسه (به تعداد گروه‌ها) (در صورت در دسترس نبودن توپ، می‌توان از کارت‌های عددی ۱ تا ۹ نیز استفاده کرد). روش بازی: ابتدا دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل می‌دهند. به هر گروه یک کیسه حاوی ۵ توپ داده می‌شود که اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ (مجموعه A) روی توپ‌ها نوشته شده است. هر بازیکن در ابتدای بازی انتخاب می‌کند که می‌خواهد فرد باشد یا زوج. سپس در هر نوبت یکی از بازیکنان دو توپ از کیسه بیرون می‌آورد. اعداد روی این دو توپ را با هم جمع می‌کند. اگر حاصل عددی زوج بود برای بازیکن زوج یک امتیاز ثبت می‌شود و اگر حاصل فرد بود برای بازیکن فرد یک امتیاز ثبت می‌شود. پس از اینکه این فرایند حدود ۱۰ بار تکرار شد بازی تمام می‌شود و کسی برنده است که امتیاز بیشتری کسب کرده باشد.

پس از پایان این مرحله معلم باید از گروه‌ها بپرسد که آیا این بازی عادلانه بود؟ برای پاسخ‌گویی به این سؤال، دانش‌آموزان باید همه حالت‌های ساخته شدن حاصل جمع زوج و فرد در مجموعه A را پیدا کنند و تعداد این حالت‌ها را با هم مقایسه کنند. اگر تعداد حالت‌های زوج و فرد با هم برابر بود بازی عادلانه است و در غیر این صورت بازی ناعادلانه است.

این بازی می‌تواند با مجموعه‌های B، C و D نیز به همین ترتیب انجام شود.

مجموعه B: ۱، ۳، ۵، ۶ و ۷

مجموعه C: ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۸

مجموعه D: ۱، ۳، ۴، ۵، ۷ و ۹

با توجه به اینکه مفهوم بازی عادلانه و ناعادلانه در پایه پنجم مطرح شده است انتظار می‌رود که دانش‌آموزان با این مفهوم آشنایی کامل داشته باشند. همچنین لازم به ذکر است در این بازی تشخیص عادلانه یا ناعادلانه بودن هر مجموعه، مهم‌ترین بخش این بازی است که در جریان آن دانش‌آموزان به بررسی ویژگی‌های اعداد زوج و فرد در محاسبات می‌پردازند. (در صورت امکان استفاده از کامپیوتر، می‌توانید این بازی را در سایت <http://nrich.maths.org/4308> با دانش‌آموزان خود انجام دهید).

حل بعضی از تمرین‌های کتاب

سؤال ۲: بعد از رنگ کردن مضرب‌های ۳ و ۵ در جدول اعداد ۱ تا ۱۰۰، این جدول به صورت زیر خواهد بود. لازم به ذکر است که از این جدول می‌توان در انجام بازی معرفی شده در بخش «معما و سرگرمی» انتهای فصل استفاده کرد.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

سؤال ۳: الگوی این تمرین را می‌توان به شیوه‌های مختلف نگاه کرد. چند عبارت ریاضی مربوط به این الگو عبارت است از:

$$\square = \text{شماره شکل}$$

$$\bigcirc = \text{تعداد مربع‌ها}$$

$$\bigcirc = (2 \times (\square + 1)) + \square$$

$$\bigcirc = (3 \times (\square + 1)) - 1$$

$$\bigcirc = (3 \times \square) + 2$$

اجازه دهید دانش‌آموزان روش‌های مختلف خود را روی تخته بنویسند و در کلاس درباره درستی این روش‌ها و تفاوت‌ها و شباهت‌های آنها گفتگو شود.

سؤال ۶: برای پیدا کردن اعدادی که مضرب ۱۲ و ۱۵ باشند مانند روش کتاب عمل کنید تا عددی فراموش نشود.

$$1 \times \boxed{12} = 12 \quad 2 \times \boxed{6} = 12 \quad 3 \times \boxed{4} = 12$$

$$4 \times \boxed{3} = 12 \quad 6 \times \boxed{2} = 12 \quad 12 \times \boxed{1} = 12$$

به ضرب 4×3 رسیدیم که تکراری است، عامل‌های ضرب تکراری می‌شود و می‌توان دیگر ادامه داد. نتیجه می‌گیریم که ۱۲ می‌تواند مضرب اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۶ و ۱۲ باشد. همین فرایند برای عدد ۱۵ نیز تکرار می‌شود.

توصیه‌های آموزشی

۱- توانایی بیان رابطه‌ی کلی در الگوها با عبارات فارسی یا عبارات ریاضی با نمادهای \triangle ، \square ، \bigcirc و ... مهارتی فراتر از درک الگو و توانایی تعمیم دادن آن است. به این معنی که ممکن است دانش‌آموزی الگو و نظم موجود در آن را کاملاً درک کرده باشد اما نتواند این نظم را در قالب عبارات بیان کند. لذا توصیه می‌شود برای شکل‌گیری و تقویت چنین مهارتی زمان کافی به دانش‌آموزان بدهید و با انجام فعالیت‌های متنوع آنها را در دستیابی به این مهارت همراهی کنید.

۲- در بررسی الگوها، طرح ایده‌های مختلف و بیان عبارات‌های ریاضی متناسب با این ایده‌ها، فرصتی غنی برای تمرین تفکر جبری است. چرا که دانش‌آموزان می‌بینند عبارات‌های ریاضی به ظاهر متفاوت برای یک الگو دارای نتایج یکسانی هستند. لذا توصیه می‌شود در بررسی الگوهای مختلف، همه‌ی دانش‌آموزان فرصت بیان نظرات و ایده‌های خود را داشته باشند.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱- مهم‌ترین بدهمی این است که دانش‌آموزان بین دو جمله متوالی یک الگو، رابطه‌ای کشف می‌کنند و بدون آنکه آن را برای جمله‌های دیگر الگو آزمایش کنند به کار می‌برند. در حالی که ممکن است آن رابطه برای جمله‌های بعدی صدق نکند. برای رفع این مشکل همیشه رابطه بیان شده را در تمام جمله‌های داده شده از الگو امتحان کنید و این کار را به دانش‌آموزان آموزش دهید.

۲- بدهمی دیگر این است که برخی از دانش‌آموزان تصور می‌کنند نسبت تعداد عناصر هر دو جمله، برابر با نسبت شماره آن دو جمله است. به طور مثال برای پیدا کردن تعداد عناصر جمله دهم، تعداد عناصر جمله پنجم را دو برابر می‌کنند. برای رفع این مشکل، بازنمایی جدول مناسب است چرا که تعداد عناصر و شماره جمله‌ها در آن قابل مشاهده است و دانش‌آموزان می‌توانند قطعی نبودن چنین رابطه‌هایی را از آن نتیجه بگیرند.

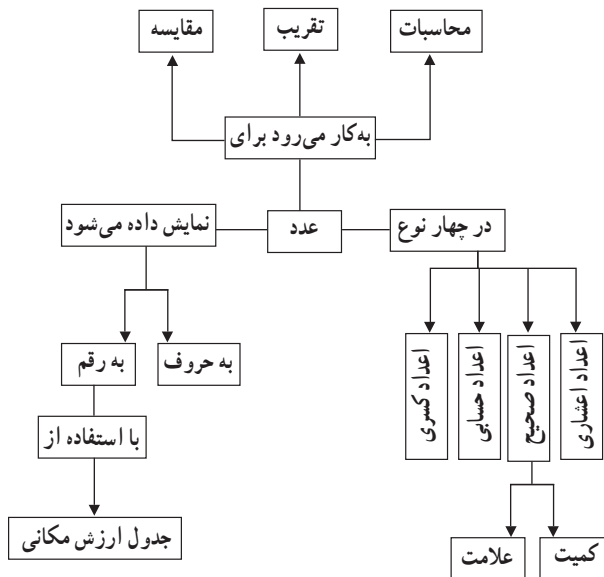


یادآوری عددنویسی

اهداف

- ۱- مرور و یادآوری عددنویسی و گسترده نویسی اعداد تا مرتبهٔ میلیارد
- ۲- کاربرد اعداد در دنیای واقعی
- ۳- نمایش تقریبی اعداد روی محور
- ۴- درک صحیح از بزرگی اعداد (حس عددی)
- ۵- برطرف کردن بدفهمی‌های رایج در عددنویسی

شبکه مفهومی



روش تدریس

این درس به طور کلی به یادآوری عدد نویسی تا طبقهٔ میلیارد می‌پردازد. در این فعالیت برای اولین بار جدول ارزش مکانی به طور کامل همراه با مرتبه‌های اعشاری رسم شده است و هدف از آن،

درک روابط بین ستون‌های جدول ارزش مکانی و الگوهای موجود در آن است. به این صورت که اگر یکی‌ها را در نظر بگیریم وقتی از سمت یکی‌ها به سمت چپ جدول حرکت کنیم هر ستون جدول ارزشی معادل 10^1 برابر ستون قبلی دارد. برای مثال صدتایی‌ها، 10^2 برابر ده تایی‌ها هستند. پس با حرکت به سمت چپ جدول اعداد بزرگ و بزرگ تر می‌شوند. ولی اگر از یکی‌ها به سمت راست جدول حرکت کنیم هر ستون جدول 10^1 برابر کوچکتر از ستون قبلی است. به عنوان مثال یک صدم 10^{-1} برابر کوچکتر از یک دهم است. با توجه به اینکه همه این مفاهیم در پایه‌های قبل آموزش داده شده است انتظار می‌رود که دانش‌آموزان روابط و الگوهای موجود در جدول ارزش مکانی را درک کرده باشند. لذا می‌توانیم با یک بحث کلاسی و مطرح کردن سؤال‌های زیر همه این مفاهیم را مرور کنیم.

۱- یکان میلیون، چند برابر دهگان هزار است؟

۲- چرا نام ستون سمت راست یکی‌ها، دهم است؟ (همین سؤال را می‌توان برای ستون‌های

صدم و هزارم هم مطرح کرد.)

۳- یک دهم از چند هزارم درست شده است؟

۴- اگر عددی در 10^2 ضرب شود مرتبه صدگان هزار آن به چه مرتبه‌ای منتقل خواهد شد؟ چرا؟

۵- اگر عددی بر 10^3 تقسیم شود مرتبه صدگان میلیون آن به کدام مرتبه منتقل می‌شود؟ چرا؟

پس از اتمام این بحث دانش‌آموزان قادر به انجام فعالیت کتاب هستند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

در سؤال‌های کار در کلاس سعی شده است با ارائه مثال‌های واقعی، دانش‌آموزان کاربرد

اعداد را در دنیای واقعی ببینند و همچنین در این بخش سؤالاتی مطرح شده است که درک عددی دانش‌آموزان را به چالش می‌کشد.

سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۸: نمایش تقریبی اعداد روی محور درک عددی خوبی به

دانش‌آموزان می‌دهد. زیرا آنها برای نشان دادن اعداد روی محور باید با توجه به مقیاس محور

عمل کنند. مثلاً برای نشان دادن عدد 4490016 با توجه به محور متوجه می‌شوند که فاصله هر

قسمت 10^6 میلیون است. از طرفی این عدد بین 10^7 تا 10^8 میلیون است و با توجه به اینکه در این

بازه 10^6 میلیون تا عدد وجود دارد پس این عدد نزدیک به صفر است. تمام این استدلال‌ها به درک

عددی آنها کمک بسیاری خواهد کرد.

سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۹ : در این سؤال نیز قرار است اعداد به صورت تقریبی روی محور نشان داده شوند. مقیاس اولین محور یک صدم است. اما دانش‌آموزان باید عدد $0/047$ که دارای مرتبه هزارم است را روی محور نشان دهند. بهتر است از آنها بخواهید عدد $0/047$ را گسترده کنند. در این صورت عدد برابر می‌شود با :

$$0/047 = 0/007 + 0/04$$

چون عدد $0/007$ از $0/01$ کوچکتر است پس $0/047$ از $0/05$ کوچکتر است و در نتیجه بین $0/04$ و $0/05$ قرار می‌گیرد.

سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۹ : در قسمت دوم این سؤال پرسیده شده است که "اگر عدد صد و سی میلیون بر 10^6 تقسیم شود، چه عددی به دست می‌آید؟" هدف از طرح این سؤال محاسبات نبوده است بلکه باید دانش‌آموزان با درک روابط بین جدول ارزش مکانی به آن پاسخ دهند. به این صورت که اگر هر عددی بر 10^6 تقسیم شود ارزش هر رقم 10^6 مرتبه کوچکتر می‌شود یعنی هر کدام از رقم‌ها یک واحد به سمت راست جدول حرکت می‌کنند و چون این عدد در مرتبه صدگان میلیون قرار دارد با یک واحد حرکت به سمت راست جدول، در مرتبه دهگان میلیون قرار خواهد گرفت. بنابراین به عدد سیزده میلیون خواهیم رسید.

سؤال ۴ کار در کلاس صفحه ۹ (قسمت سوم) : در این سؤال دانش‌آموزان مفهوم بین اعداد را تجربه می‌کنند. آنها قرار است عددی بین 60000 و 80000 را با رقم‌های $8, 7, 5, 4$ و 2 بنویسند. حل این سؤال مستلزم این است که دانش‌آموزان درک خوبی از اعداد داشته باشند، زیرا در این صورت متوجه می‌شوند تنها رقمی که می‌توانند در مرتبه دهگان هزار قرار دهند رقم 7 است.

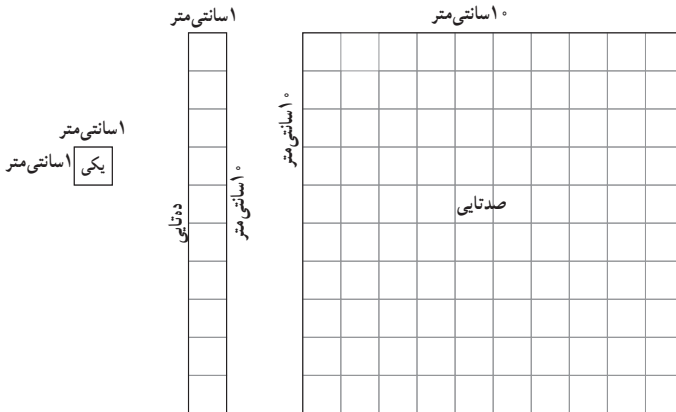
فعالیت‌های پیشنهادی

فعالیت ۱ :

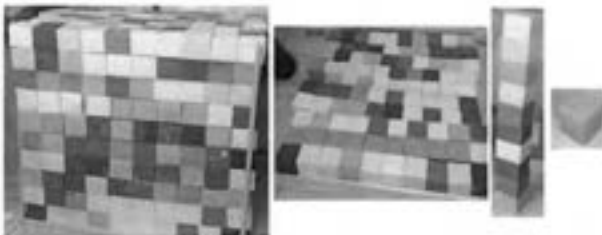
هدف از فعالیت این است که دانش‌آموزان عدد میلیارد را در مدل سطح نمایش دهند و از این طریق علاوه بر درک رابطه بین ستون‌های جدول ارزش مکانی، حسی نسبت به بزرگی عدد میلیون و میلیارد پیدا کنند.

در این فعالیت معلم باید مدل‌هایی برای یکی، ده تایی و صد تایی بسازد. به این صورت که او با استفاده از کاغذ باطله، یک مربع 1 سانتی‌متر \times 1 سانتی‌متر می‌سازد و به عنوان یکی به دانش‌آموزان معرفی می‌کند. سپس با قرار دادن ده تا از این مربع‌ها کنار هم، یک مستطیل 10 سانتی‌متر \times 1 سانتی‌متر درست می‌کند که نشان دهنده ده تایی است. در مرحله بعد با قرار دادن 10 تا از مستطیل‌های ده تایی

کنار هم، یک مربع ۱۰ سانتی متر \times ۱۰ سانتی متر ساخته می شود که صدتایی را نمایش می دهد. معلم پس از توضیح روند ساخت یکی، ده تایی و صدتایی، در جریان یک بحث کلاسی، از دانش آموزان می پرسد که اگر بخواهیم هزارتایی را بسازیم چه شکلی خواهد داشت و دارای چه ابعادی است؟ پس از گفتگو، دانش آموزان باید به این نتیجه رسیده باشند که هزارتایی به شکل یک مستطیل ۱۰۰ سانتی متر \times ۱۰۰ سانتی متر است که از ده مربع صدتایی به هم چسبیده درست شده است. معلم باید این فرایند را تا طبقه میلیاردها به صورت گام به گام ادامه دهد و در هر مرحله با طرح سؤال "شکل بعدی چیست و چه ابعادی دارد؟" تصویری از ابعاد شکل بعدی ایجاد کند و این کار با استفاده از الگوی موجود در جدول ارزش مکانی و روابط بین ستون های آن امکان پذیر است.



بعد از این جلسه، می توان برای ایجاد تصور و حسی نسبت به بزرگی اعداد، از دانش آموزان خواست که با استفاده از روزنامه و کاغذ باطله مدلی برای نمایش میلیون بسازند. این کار می تواند در یک فضای بزرگ مانند حیاط مدرسه و در طول چند هفته اتفاق بیفتد. معلم می تواند این فرایند را با مدل های سه بعدی نیز امتحان کند. سه شکل اول عبارت اند از مکعب، میله و صفحه و این الگو برای تمام طبقات جدول تکرار می شود با این تفاوت که این مدل ها در هر طبقه هزار برابر بزرگتر می شوند. در تصویر زیر مدلی سه بعدی برای میلیون را می بینید.



تصویر اول از سمت راست مکعبی با طول، عرض و ارتفاع 10 cm را نشان می‌دهد که حجم آن 1000 cm^3 خواهد شد. بنابراین این مکعب به عنوان مدلی برای عدد 1000 در نظر گرفته شده است. دومین تصویر نشان دهنده یک میله ده هزارتایی است زیرا با قرار دادن 10 تا از مکعب‌های هزارتایی روی هم، ساخته شده است و تصویر بعدی یک صفحه صد هزارتایی را نمایش می‌دهد چون با کنار هم چیدن 10 تا از میله‌های ده هزارتایی درست شده است و تصویر آخر نشان دهنده مکعب میلیون است زیرا با روی هم گذاشتن 10 صفحه صد هزارتایی به وجود آمده است. اگر این الگوی ساخت را ادامه دهیم مکعب میلیارد نیز ساخته خواهد شد.

فعالیت ۲:

این فعالیت به صورت بازی قابل اجرا است، زیرا در آن برنده و بازنده وجود دارد.

هدف بازی: مقایسه اعداد بزرگ و درک ارزش مکانی رقم‌ها

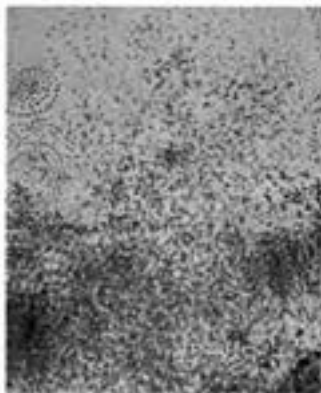
ابزار مورد نیاز: 10 کارت سفید برای هر بازیکن، تاس 9 وجهی (یا کارت‌های رقم 0 تا 9)
روش بازی: در هر مرحله قرار است دانش‌آموزان با ده بار پرتاب تاس یک عدد ده رقمی بسازند. برای این کار دانش‌آموزان باید گروه‌های دو نفره تشکیل دهند. در ابتدا یکی از بازیکنان تاس را پرتاب می‌کند. با توجه به رقم ظاهر شده هر بازیکن تصمیم می‌گیرد که آن رقم را در کدام مرتبه عدد خود روی کارت بنویسد. این فرایند ده بار تکرار می‌شود و در نهایت هر کدام از بازیکنان، روی کارت خود یک عدد ده رقمی دارند. سپس بازیکنان کارت‌های خود را به یکدیگر نشان می‌دهند و بازیکنی که عدد بزرگتری ساخته است هر دو کارت را بر می‌دارد. اگر این روند بازی چندین بار تکرار شود در پایان بازیکنی برنده است که کارت‌های بیشتری جمع کرده است.

فعالیت ۳:

یکی از اهداف این درس ایجاد تصور ذهنی و حس عددی از اعداد بزرگ است. در طی فعالیت‌های زیر که در طول یک سال تحصیلی می‌تواند ادامه داشته باشد دانش‌آموزان بزرگی اعداد میلیون و میلیارد را حس می‌کنند. هر معلم با توجه به امکانات و علائق دانش‌آموزان خود می‌تواند یکی از فرایندهای زیر را در کلاس دنبال کند. لازم به ذکر است که اجرای این فعالیت‌ها زمانی از کلاس نمی‌گیرد و به صورت یک کار جانبی و مداوم قابل پیگیری است.

۱- می‌توان برای کل یک کلاس یا یک پایه، پروژه‌ای تعریف کرد که هدف آن جمع‌آوری یک شیء خاص برای رسیدن به یک کمیت مشخص است. مثلاً جمع‌آوری 10000 در بطری.

۲- نمایش عدد میلیون از طریق گذاشتن یک میلیون نقطه روی مقوایی که در کلاس نصب شده است. (مانند تصویر زیر)



حل بعضی از تمرین‌های کتاب

هدف از تمرین سوم درک ارزش مکانی رقم‌ها است. برای حل آن از دانش‌آموزان می‌خواهیم در ابتدا با ماشین حساب حاصل $۶۳۷۸+۶۴۵۲$ را به دست آورند و سپس با فرض اشتباه میثم حاصل $۶۳۷۸+۶۴۸۲$ را محاسبه کنند و در هر مرحله پاسخ خود را یادداشت کنند. آنها خواهند دید که این دو پاسخ با هم ۳° واحد اختلاف دارند. لازم است در اینجا بحث کلاسی برای پاسخ گویی به سؤال‌هایی مانند "چه اتفاقی افتاد که این ۳° واحد اختلاف به وجود آمد؟" یا "در مرحله دوم چه چیزی تغییر کرد؟" انجام شود. انتظار می‌رود که در جریان کلاس، دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که حاصل دوم ۳° واحد بیشتر از مقدار واقعی است که به دلیل اشتباه وارد کردن رقم ۸ به جای رقم ۵ است. رقم ۸، سه واحد بیشتر از رقم ۵ است اما چون این رقم در مرتبه دهگان قرار دارد پس این اشتباه اختلاف ۳° واحدی را به وجود می‌آورد. بنابراین برای به دست آوردن حاصل واقعی کافی است که از پاسخ اشتباه به اندازه ۳° واحد کم کنیم.

توصیه‌های آموزشی

۱- توجه به الگوی موجود بین طبقه‌ها در جدول ارزش مکانی حائز اهمیت است. زیرا یکی از اهداف کتاب این است که در سؤالات ضرب و تقسیم اعداد در مضارب ده دانش‌آموزان بتوانند بدون محاسبه و با توجه به الگو و روابط بین ستون‌های جدول پاسخ دهند.

۲- نمایش تقریبی اعداد روی محور به درک عددی دانش‌آموزان کمک خواهد کرد. لذا توصیه می‌شود سؤال‌های مربوط به قسمت با صرف زمان کافی در کلاس حل شود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یکی از بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان مربوط به عدد نویسی است که سؤال ۲ کار در کلاس صفحه ۸ به آن پرداخته است. در این سؤال دانش‌آموزی عدد چهار هزار و پانصد و نه را به صورت ۴۰۰۰۵۰۰۹ نوشته است. در واقع او با توجه به اعدادی که می‌شنود بدون توجه به طبقات جدول ارزش مکانی شروع به نوشتن اعداد پشت سر هم می‌کند. یعنی پس از شنیدن چهار هزار آن را به صورت ۴۰۰۰ می‌نویسد و سپس عدد ۵۰۰ و عدد ۹ را به همین ترتیب به دنبال ۴۰۰۰ می‌نویسد. به نظر می‌رسد این نوع بدفهمی به دلیل درک نکردن تفاوت رقم و عدد ایجاد شده است. زیرا این دانش‌آموز، چهار هزار را به عنوان یک عدد می‌بیند نه به عنوان رقمی که در مرتبه هزارگان است. بنابراین آن را به صورت ۴۰۰۰ می‌نویسد. برای برطرف کردن این نوع بدفهمی، لازم است مفهوم عدد و رقم با توجه به جدول ارزش مکانی برای دانش‌آموز مرور شود.

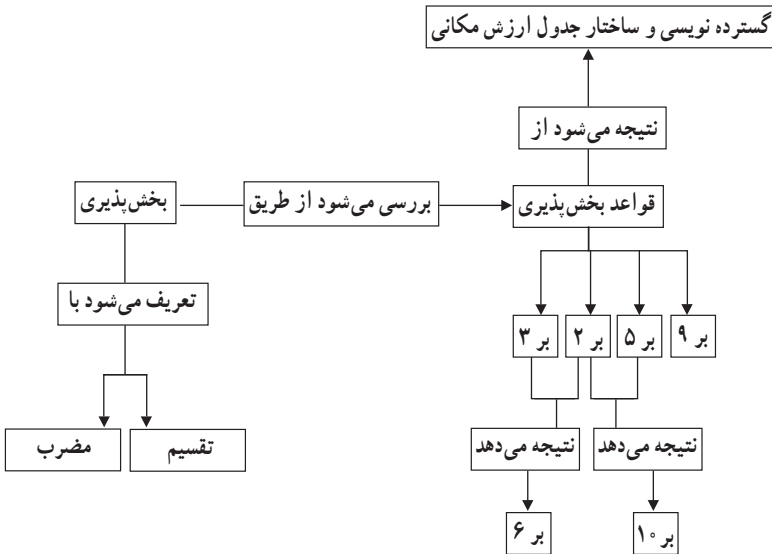


بخش پذیری

اهداف

- ۱- مرور مفهوم بخش پذیری
- ۲- مفهوم سازی قواعد بخش پذیری اعداد بر ۲، ۳، ۵، ۹

نقشه مفهومی

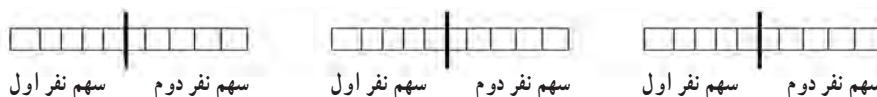


روش تدریس

فعالیت ۱: (صفحه ۱۱)

هدف این فعالیت، مفهوم سازی قواعد بخش پذیری بر ۲ و ۵ است. با توجه به ساختار ارزش مکانی، هر عدد می تواند به صورت چند یکی، چند ده تایی، چند صدتایی و ... گسترده شود. لذا برای استخراج قواعدی برای بخش پذیری بر اعداد ۲ و ۵، ابتدا سراغ دسته های ده تایی، صدتایی و ... می رویم. هر دسته ده تایی و صدتایی بر ۲ و ۵ بخش پذیر است. بنابراین هر تعداد از این دسته ها هم به ۲ و ۵ بخش پذیر خواهند بود. پس برای بررسی بخش پذیری یک عدد بر ۲ و ۵ کافی است یکان آن را بررسی کنیم.

برای تدریس این صفحه کتاب، دانش آموزان گروه های دو نفری تشکیل دهند. به هر گروه ۱۰ چینه داده شود و از گروه ها خواسته شود چینه ها را به طور مساوی بین خودشان تقسیم کنند. با انجام این کار دانش آموزان می بینند که ۱۰ بر ۲ بخش پذیر است، چون چینه ای باقی نمی ماند. در مرحله بعد، برای اینکه دانش آموزان درک کنند هر تعداد ده تایی بر ۲ بخش پذیر است به گروه های مختلف تعداد دسته های متفاوت داده شود و از آنها خواسته شود این دسته ها را بین خودشان به طور مساوی تقسیم کنند. در تقسیم دسته های ده تایی، ممکن است دانش آموزان به دو صورت عمل کنند. بعضی از آنها همه دسته های ده تایی به ۲ قسمت مساوی تقسیم می کنند. مانند شکل زیر:



برخی دیگر، ابتدا تا جای ممکن دسته های ده تایی کامل را بین خودشان تقسیم می کنند و سپس دسته باقیمانده را نصف می کنند. مانند شکل زیر:



در هر دو صورت دانش آموزان به این نتیجه می رسند که تعداد دسته ده تایی خودشان بر ۲ بخش پذیر است. با توجه به اینکه هر گروه تعداد متفاوتی دسته ده تایی داشت با بحث کلاسی دانش آموزان به این نتیجه می رسند که هر تعداد دلخواه از دسته های ده تایی بر ۲ بخش پذیر است. همین فرایند برای

دسته‌های صدتایی هم می‌تواند تکرار شود و در انتها دانش‌آموزان به این نتیجه می‌رسند که هر تعداد دسته صدتایی هم بر ۲ بخش پذیر است. در مرحله بعد، معلم یک عدد سه رقمی روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد عدد سه رقمی را با چینه یا کوئیزر بسازند و سپس بخش پذیری آن عدد بر ۲ را بررسی کنند. با توجه به روند قبلی کلاس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که برای بررسی بخش پذیری یک عدد بر ۲، کافی است بخش پذیر بودن یکان آن عدد بر ۲ را بررسی کنند. چون هر تعداد دسته ده تایی و صدتایی بر ۲ بخش پذیر است.

همین کار می‌تواند برای نتیجه‌گیری قاعده بخش پذیری بر ۵ نیز تکرار شود.

فعالیت ۲: (صفحه ۱۳)

هدف این فعالیت، مفهوم سازی قواعد بخش پذیری بر ۳ و ۹ است. با توجه به ساختار ارزش مکانی، هر عدد می‌تواند به صورت چند یکی، چند ده تایی، چند صدتایی و ... گسترده شود. لذا برای استخراج قواعدی برای بخش پذیری بر اعداد ۳ و ۹، ابتدا سراغ دسته‌های ده تایی، صدتایی و ... می‌رویم. وقتی هر دسته ده تایی و صدتایی را بر ۳ یا ۹ تقسیم کنیم یکی باقی می‌ماند. پس اگر برای مثال ۴ دسته ده تایی داشته باشیم بعد از تقسیم آن بر ۳ یا ۹، چهار تا باقی می‌ماند این اتفاق برای دسته‌های صدتایی نیز تکرار می‌شود یعنی با تقسیم هر تعداد دسته صدتایی بر ۳ یا ۹ به اندازه رقم آن باقی می‌ماند. بنابراین در هر عدد به اندازه مجموع رقم‌ها باقی می‌ماند. لذا برای بررسی بخش پذیری عدد بر ۳ کافی است بخش پذیر بودن مجموع رقم‌های آن عدد بر ۳ یا ۹ را بررسی کنیم.

برای تدریس این صفحه کتاب، مانند فعالیت قبل عمل کنید و اجازه دهید دانش‌آموزان همه این مراحل را در زمان کافی طی کنند و نتایج لازم را کسب کنند.

فعالیت‌های پیشنهادی

فعالیت ۱:

روش دیگر برای بررسی و پیدا کردن قواعد بخش پذیری بر ۲، ۳، ۵، ۹ این است که دانش‌آموزان تنها به بررسی دسته‌های ده تایی بپردازند. زیرا هر دسته صدتایی شامل ۱۰ دسته ده تایی است و هر بسته هزارتایی شامل ۱۰۰ دسته ده تایی است و غیره. لذا قواعدی که در دسته‌های ده تایی حاکم است برای دسته‌های صدتایی و هزارتایی و ... نیز حاکم است. بنابراین برای پیدا کردن قواعد بخش پذیری بر ۲، ۳، ۵، ۹ کافی است قاعده را برای دسته‌های ده تایی بررسی کنند و سپس با تعمیم آن به دسته‌های صدتایی، هزارتایی و ... نتیجه کلی را به دست آورند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۱۲ : یک سؤال باز پاسخ است. توصیه می‌شود دانش‌آموزان بعد از حل انفرادی، در جریان یک بحث کلاسی همه پاسخ‌های ممکن برای سؤال‌ها را بررسی کنند. برای مثال پاسخ قسمت الف ۹۵° یا ۵۹° است و پاسخ قسمت ب می‌تواند ۹۰° یا ۹۵° یا ۵۹° باشد. **سؤال ۵ کار در کلاس صفحه ۱۲ :** در این سؤال بخش‌پذیری بر ۱۰ بررسی می‌شود. دانش‌آموزان با توجه به دانش خود در مورد قواعد بخش‌پذیری بر ۲ و ۵ ، بخش‌پذیری بر ۱۰ را نتیجه می‌گیرند.

سؤال‌های ۱ تا ۳ کار در کلاس صفحه ۱۴ : سؤال‌های ۱ تا ۳ کار در کلاس ارتباط بخش‌پذیری ۳ و ۹ با هم را بررسی می‌کند. در واقع دانش‌آموزان باید بدانند که اگر عددی بر ۳ بخش‌پذیر باشد لزوماً بر ۹ بخش‌پذیر نیست، ولی اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد حتماً بر ۳ نیز بخش‌پذیر است. **سؤال ۴ کار در کلاس صفحه ۱۴ :** در این سؤال بخش‌پذیری بر ۶ بررسی می‌شود. دانش‌آموزان با توجه به دانش خود در مورد قواعد بخش‌پذیری بر ۲ و ۳ ، بخش‌پذیری بر ۶ را نتیجه می‌گیرند.

حل بعضی از تمرین‌های کتاب

سؤال ۴ : این سؤال نیز یک سؤال باز پاسخ است و زمینه مناسبی است که پاسخ‌های مختلف دانش‌آموزان در کلاس مطرح شود و مورد بررسی قرار گیرد :

الف : ۳۱۰ یا ۳۱۵

ب : ۴۲ ، ۴۵ ، ۴۸ ، ۵۱ ، ۵۴ ، ۵۷

ج : ۲۱ ، ۲۴ ، ۲۷

د : ۷۱ ، ۷۳ ، ۷۷ ، ۷۹

سؤال ۷ : هدف سؤال این است که بخش‌پذیری عدد ۳۶ بر ۲ و ۵ بررسی شود. در این سؤال دانش‌آموزان اجازه دارند فقط از پیمانه‌های ۲ لیتری یا فقط از پیمانه‌های ۵ لیتری استفاده کنند و نمی‌توانند از ترکیب این دو نوع پیمانه استفاده کنند. با توجه به این موضوع پاسخ سؤال، ۱۸ پیمانه ۲ لیتری است. چون ۳۶ بر ۵ بخش‌پذیر نیست پس با پیمانه‌های ۵ لیتری نمی‌تواند پر شود.

توصیه‌های آموزشی

آنچه که در بخش‌پذیری اهمیت دارد درک چرایی قواعد بخش‌پذیری است. زیرا تنها در این صورت است که دانش‌آموزان قدرت تولید قواعد بخش‌پذیری در موقعیت‌های جدید را پیدا می‌کنند. بنابراین توصیه می‌شود برای تدریس این مفهوم زمان کافی اختصاص داده شود و در کلاس با صبر و حوصله کافی به این موضوع پرداخته شود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- یکی از بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان این است که قواعد بخش‌پذیری بر یک عدد را در مورد عدد دیگر نیز به کار می‌برند. به طور مثال می‌گویند عددی بر ۶ بخش‌پذیر است که رقم یکان آن ۶ باشد یا مجموع ارقامش بر ۶ بخش‌پذیر باشد.
- ۲- یک بدفهمی رایج دیگر این است که از بخش‌پذیر بودن یک عدد بر ۳، بخش‌پذیری آن بر ۹ را نیز نتیجه می‌گیرند. برای برطرف شدن این بدفهمی‌ها توصیه می‌شود دانش‌آموزان را با مثال‌هایی روبه‌رو کنید که این قواعد را نقض کند.

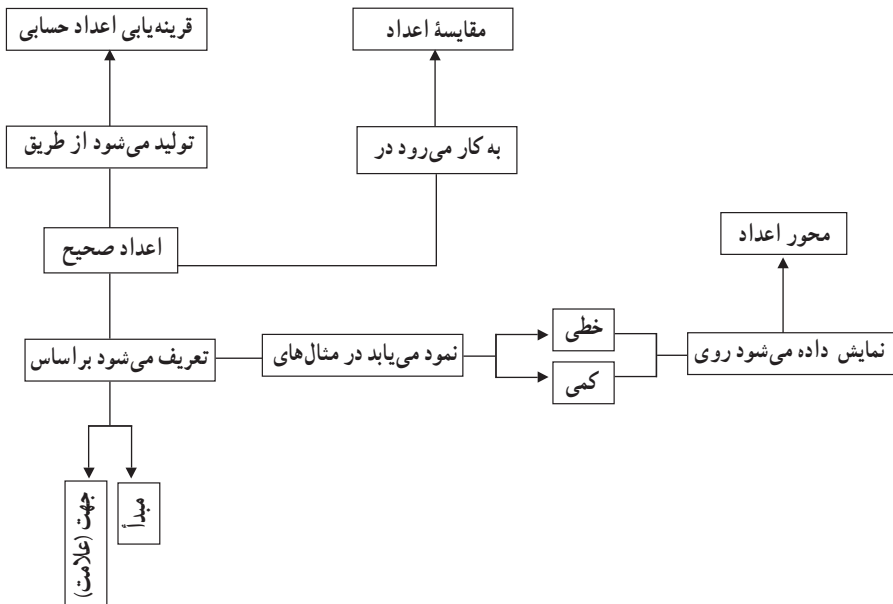


معرفی اعداد صحیح

اهداف

- ۱- معرفی اعداد صحیح با مثال‌های عینی
- ۲- نمایش اعداد صحیح با استفاده از علامت‌های مثبت و منفی
- ۳- مقایسه اعداد صحیح
- ۴- نمایش عددهای صحیح روی محور اعداد
- ۵- قراردادی بودن صفر به عنوان مبدأ اعداد صحیح
- ۶- قراردادی بودن جهت‌های مثبت و منفی

نقشه مفهومی



روش تدریس

یکی از زمینه‌های معرفی اعداد صحیح استفاده از مدل خطی دما است. این زمینه برای نشان دادن اعداد منفی آشنا است. زیرا دانش‌آموزان یا تجربه دمای زیر صفر را دارند یا درباره دما در اخبار چیزهایی شنیده‌اند. بنابراین این فعالیت می‌تواند شروع خوبی برای معرفی اعداد صحیح باشد. ابتدا از دانش‌آموزان می‌خواهیم که فعالیت درس را به تنهایی انجام دهند. در این فعالیت آنها برای اولین بار با موقعیتی روبه‌رو می‌شوند که دو عدد کمیت یکسانی دارند اما ارزش‌های متفاوتی دارند. مثلاً برای کمیت دما نیاز است که دو مقدار بالای صفر و زیر صفر با نمادهای متفاوتی نشان داده شود. برای نمونه در این فعالیت می‌بینیم که سارا دمای بالای صفر را با استفاده از مربع و دمای زیر صفر را با استفاده از مثلث نشان داده است. مریم نیز برای نشان دادن تمایز بین دمای بالا و زیر صفر به ترتیب از رنگ‌های مشکی و آبی استفاده کرده است. در قسمت بعدی فعالیت نیز هر یک از دانش‌آموزان با توجه به نمایش خودشان عددهای بالای صفر و زیر صفر را به انواع مختلفی نشان می‌دهند. پس با انجام این فعالیت دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که همه این نمایش‌ها، یک مقدار را نشان می‌دهند. مثلاً ۱۸ درجه زیر صفر به صورت‌های $18\triangle$ و $18\square$ نشان داده شده است. پس برای یکسان کردن تمام این نمایش‌ها از این به بعد قرارداد می‌کنیم که بالای صفر درجه را با علامت مثبت + و زیر صفر درجه را با علامت منفی - نشان دهیم. پس از انجام این فعالیت و بحث کلاسی انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به این نتیجه رسیده باشند که علامت‌های مثبت، منفی و جهت آنها قراردادی هستند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

سؤال ۱: در این سؤال اعداد صحیح منفی با قرینه‌یابی نسبت به نقطه صفر با استفاده از ابزار محور معرفی شده‌اند. به نظر می‌رسد ابزار محور و قرینه‌یابی نسبت به یک نقطه، درک شهودی خوبی برای معرفی اعداد منفی به وجود می‌آورد. زیرا با در نظر گرفتن اینکه در قرینه‌یابی هر کدام از اعداد نسبت به نقطه صفر، یک فاصله دارند بنابراین به همین اندازه فاصله می‌توانیم قبل از صفر نیز نقاطی را داشته باشیم. مثلاً نقطه ۵، پنج واحد از سمت راست از نقطه صفر فاصله دارد و اگر به همین اندازه پنج واحد از سمت چپ صفر حرکت کنیم آنگاه به نقطه دیگری می‌رسیم که ۵- نام دارد. اگر برای نقاط دیگر نیز این فرایند را تکرار کنیم می‌بینیم که قبل از صفر نیز اعدادی وجود دارند که برای متمایز کردن آنها از اعداد بعد از صفر از علامت‌های مثبت و منفی استفاده می‌کنیم و بنابر قرارداد اعداد سمت راست صفر

را با علامت مثبت و اعداد سمت چپ صفر را با علامت منفی نشان می‌دهیم.
سؤال ۳: در این سؤال با استفاده از مدل خطی ارتفاع، اعداد صحیح نشان داده شده‌اند. این سؤال می‌تواند زمینه خوبی برای اعداد صحیح باشد. زیرا پس از حل این سؤال می‌توانیم مثال‌های عینی برای دانش‌آموزان بگوییم. به طور نمونه کوه دماوند در ارتفاع 5610 متری از سطح دریا است.

از طرفی دیگر هدف از این سؤال تأکید بر قراردادی بودن مبدأ اعداد صحیح و جهت‌های مثبت و منفی است. زیرا با انتخاب هر طرف به عنوان جهت مثبت طرف دیگر جهت منفی می‌شود. به طور مثال اگر دانش‌آموزی بالای سطح دریا را به عنوان جهت مثبت در نظر بگیرد، هواپیما در ارتفاع $160-$ قرار خواهد گرفت در صورتی که اگر دانش‌آموز دیگری بالای سطح دریا را به عنوان جهت مثبت در نظر بگیرد آنگاه هواپیما در ارتفاع $160+$ قرار دارد.

سؤال ۵: در این سؤال به مقایسه اعداد صحیح با استفاده از ابزار محور پرداخته شده است. استفاده از ابزار محور همواره به درک شهودی دانش‌آموزان برای مقایسه اعداد صحیح کمک بسزایی خواهد کرد. زیرا دانش‌آموزان می‌توانند ببینند که با حرکت به سمت راست عددها بزرگ‌تر و با حرکت به سمت چپ عددها کوچک‌تر می‌شوند.

فعالیت‌های پیشنهادی

دو زمینه کمی و خطی برای تدریس اعداد صحیح وجود دارد. در بیشتر مثال‌های کتاب از مدل خطی (دما و ارتفاع) استفاده شده است. اما در این فعالیت ما با استفاده از مدل کمی به معرفی اعداد صحیح می‌پردازیم.

جدول زیر را به عنوان بازی‌های انجام شده بین تیم‌های یک مدرسه به دانش‌آموزان بدهید:

نام تیم برنده	نتیجه بازی	بازی‌های انجام شده
شاهین	۳-۵	عقاب - شاهین
امید	۲-۳	عقاب - امید
-	۱-۱	عقاب - استقلال
شاهین	۴-۰	شاهین - امید
استقلال	۲-۱	شاهین - استقلال
امید	۳-۴	امید - استقلال

سپس از آنها بخواهید مقایسه تفاضل گل تیم‌ها، تیم قهرمان را مشخص کنند. برای این کار دانش‌آموزان می‌توانند ابتدا تعداد گل‌هایی که هر تیم در تمام بازی‌ها زده است و همین‌طور تعداد گل‌هایی که در کل بازی‌ها خورده است را به دست آورند و سپس با کامل کردن جدول‌هایی مانند زیر تیم قهرمان را مشخص کنند.

نام تیم‌ها	گل زده	گل خورده	تفاضل گل‌ها
عقاب	۶	۹	-۳
شاهین			
امید			
استقلال			

حل بعضی از تمرین‌های کتاب

تمرین دوم مثال خوبی از زندگی روزمره است. زیرا بیشتر دانش‌آموزان تجربه استفاده از آسانسور را دارند. بنابراین ممکن است دیده باشند که طبقات زیر زمین و پارکینگ‌ها در بعضی آسانسورها با علامت منفی نشان داده می‌شود. پس با در نظر گرفتن این تجربه و استفاده از رسم شکل به راحتی می‌توانند به این سؤال پاسخ دهند. از طرفی امکان دارد در این سؤال برخی از دانش‌آموزان جمع اعداد صحیح را نیز کشف کنند. (برای این سؤال باید نمودار صفحه ۱۹ کشیده شود.)

توصیه‌های آموزشی

۱- در هر موضوع جدید یا نوع جدیدی از اعداد، شروع با زمینه آشنا اهمیت دارد. زیرا در این صورت دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از دانش قبلی، مفهوم جدید را بسازند. زمانی که دانش‌آموزان با اعداد صحیح کار می‌کنند معمولاً در مقایسه اعداد کمی دچار سردرگمی می‌شوند. بنابراین بهتر است که با زمینه‌های مناسب (دما، ارتفاع و محور) کار کنند تا همواره بتوانند پاسخ‌های خود را توجیه کنند.

۲- در تمرین اول ۱۲ ظهر به عنوان مبدأ در نظر گرفته شده است و جهت علامت‌ها به عهده دانش‌آموزان است. بنابراین ممکن است دانش‌آموزی در این تمرین قبل از ظهر را با علامت منفی

و بعد از ظهر را با علامت مثبت نشان دهد و دانش آموز دیگری دقیقاً عکس این کار را انجام دهد. بنابراین دانش آموز اول ۳ ساعت قبل از ظهر را به صورت ۳- و دانش آموز دوم ۳+ نشان خواهد داد. در اینجا بهتر است معلم با بحث کلاسی و طرح این سؤال که «نمایش کدام دانش آموز درست است؟» به این نتیجه برسد که نمایش هر دو دانش آموز با توجه به قرار دادهایشان صحیح است. در تمرین دوم نیز همین اتفاق برای طبقات تکرار می شود. بنابراین این سؤالات بستر مناسبی برای تأکید بر قراردادی بودن مبدأ و جهت های مثبت و منفی هستند.

۳- در بخش اعداد صحیح هدف کتاب تنها آشنایی با اعداد صحیح و مقایسه آنها است و هرگز نمی خواهیم دانش آموزان درگیر محاسبات جمع و تفریق اعداد صحیح شوند. البته ممکن است بعضی از بخش های کتاب درسی زمینه مناسبی برای جمع و تفریق اعداد صحیح باشند و حتی بعضی از دانش آموزان بتوانند به طور عینی جمع و تفریق اعداد صحیح را با استفاده از این زمینه ها کشف کنند. اما این موضوع به هیچ عنوان هدف کتاب درسی نمی باشد.

بdfهمی های رایج دانش آموزان

یکی از مهمترین و عمده ترین اشکالات دانش آموزان در بخش مقایسه اعداد صحیح است. در واقع آنها برای مقایسه اعداد صحیح به مقدار اعداد توجه می کنند صرفنظر از اینکه اعداد چه علامتی دارند. برای مثال عدد ۲+ را از ۱۲۰- کوچک تر می دانند. بهترین راه برای حل این مشکل استفاده از زمینه های مناسب است تا دانش آموزان بتوانند همواره پاسخ های خود را با استفاده از این زمینه ها توجیه کنند. به عنوان نمونه در مقایسه ۲+ و ۱۲۰- استفاده از زمینه های محور، دما و ارتفاع بزرگ بودن ۲+ را نسبت به ۱۲۰- به خوبی نشان می دهد.

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

هدفی که در "فرهنگ نوشتن" دنبال می شود این است که دانش آموزان بتوانند ایده های خود درباره مفاهیم مختلف و رابطه این مفاهیم را به فارسی بیان کنند تا از این طریق بتوانند کنترل بیشتری بر فرایند یادگیری خود داشته باشند. بنابراین طبیعی است که جملات دانش آموزان با یکدیگر متفاوت

باشد و نباید انتظار داشته باشیم که دانش آموزان بتوانند افکار خود را با اصطلاحات و جمله‌های کاملاً درست بیان کنند.

تمرین‌ها

سؤال ۱: هدف سؤال ۱ این است که دانش آموزان بتوانند با استفاده از الگوی داده شده رابطه بین شماره شکل و تعداد شکل‌ها را به دست آورند و برعکس. بنابراین برای حل این سؤال استفاده از جدول پیشنهاد می‌شود زیرا دانش آموزان با دیدن جدول به راحتی می‌توانند رابطه بین شماره شکل و تعداد شکل را به دست آورند. مانند زیر:

با توجه به جدول رابطه زیر مشهود است:

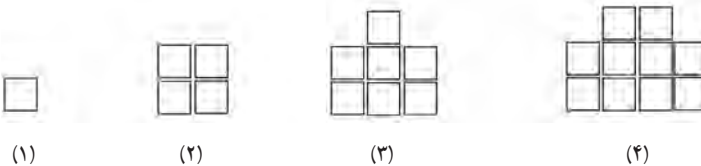
$$۶ \times \text{شماره شکل} = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب کبریت	۶	۱۲	۱۸	۲۴

× ۶

برای کشیدن الگوی مورد نظر با استفاده از رابطه داده شده، کشیدن جدول باز هم می‌تواند کمک کند. زیرا با کامل کردن جدول متوجه می‌شوند که در هر مرحله چه تعداد شکل دارند پس به راحتی می‌توانند الگوی مورد نظر را رسم کنند. مانند زیر:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد شکل	۱	۴	۷	۱۰



سؤال ۴: هدف از این سؤال پیدا کردن مضارب مشترک با استفاده از رابطه بین رنگ‌های جدول است. زیرا اگر دانش‌آموزان مضرب هر عدد را با یک رنگ، رنگ آمیزی کنند در پایان می‌توان توجه آنها را به خانه‌هایی که دو یا سه رنگ خورده‌اند جلب کرد. به طور مثال عدد ۶، ۱۲، ۱۸ و... جزء اعدادی هستند که دو بار رنگ می‌شوند یک بار به خاطر مضرب ۲ بودن و یک بار به خاطر مضرب ۳ بودن. بنابراین می‌توان در اینجا از آنها بپرسیم که آیا این اعداد بر ۶ هم بخش پذیر هستند؟ و آنها با استفاده از مائین حساب به این سؤال پاسخ دهند و نتیجه بگیرند که اگر عددی هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد حتماً بر ۶ نیز بخش پذیر خواهد بود. همین فرایند می‌تواند برای مضارب ۲ و ۵ نیز تکرار شود و مضرب ۱۰ بودن نتیجه شود.

از طرف دیگر اعدادی که مضارب ۹ هستند حتماً رنگ مضرب ۳ بودن را نیز دارند. ولی برعکس این کار اتفاق نیفتاده است. بنابراین اینجا فرصت مناسبی برای دیدن این مطلب هست که مضارب ۹ حتماً مضرب ۳ نیز هستند ولی برعکس آن امکان ندارد.

فرهنگ خواندن

مهارت درک مطلب در ریاضی اهمیت بسیاری دارد. مهم ترین کاربرد آن در حل مسائل ریاضی است. چرا که دانش‌آموز برای حل یک مسئله، ابتدا باید صورت آن را به خوبی درک کند و سپس حل آن را آغاز کند. همچنین به کمک چنین مهارتی دانش‌آموزان می‌توانند بعد از خواندن یک متن ریاضی، مفاهیم مطرح شده در آن را مستقیماً و بدون آموزش شخص دیگری فرا گیرند. هدف از "فرهنگ خواندن" ارتقای مهارت درک مطلب دانش‌آموزان از متون ریاضی است.

معما و سرگرمی

این بخش با هدف جذاب کردن مفاهیم ریاضی در قالب بازی و معما طراحی شده است و انجام آن در کلاس اختیاری است. بنابراین دانش‌آموزان می‌توانند این بخش را به صورت فردی نیز انجام دهند.

"معما و سرگرمی" این فصل به موضوع مضرب‌های ۳ و ۵ پرداخته است و برای اجرای این بازی دانش‌آموزان می‌توانند از جدول ۱ تا ۱۰۰ که در تمرین ۲ صفحه ۶ آمده است استفاده کنند.