


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

کتاب معلم  (راهنمای تدریس)

# ریاضی



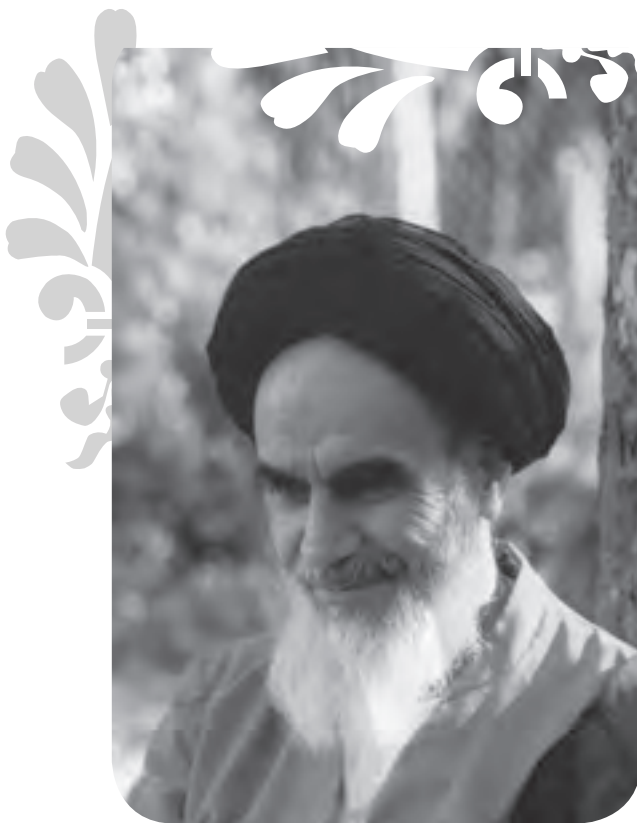
ششم دبستان ۱۳۹۵



وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب :	کتاب معلم ریاضی ششم دبستان - ۷۴/۱۰
پدیدآورنده :	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف :	دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف :	حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، طیب‌ه‌حمزه بیگی، خسرو داودی، محمد هاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیدصالحی، احمد شاهورانی، میرشهرام صدر، شادی صفی‌نیا، اکرم قابل‌رحمت، محمد مقاصدی (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
مدیریت آماده‌سازی هنری :	اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی :	لیدا نیک‌روش (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - پروانه امیراحمدی (صفحه‌آرا) - مریم دهقان زاده، مرضیه اخلاقی، سیده فاطمه طباطبایی، فرشته ارجمند، زهرا رشیدی مقدم، زینت بهشتی شیرازی، راحله زاد فتح‌الله، ناهید خیام باشی (امور آماده‌سازی)
نشانی سازمان :	تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹ وبگاه : <a href="http://www.irtextbook.ir">www.irtextbook.ir</a> و <a href="http://www.chap.sch.ir">www.chap.sch.ir</a>
ناشر :	اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
چاپخانه :	شرکت افست «سهامی عام»
سال انتشار و نوبت چاپ :	چاپ اول ۱۳۹۵

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع، بدون کسب مجوز، ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



در علم و تقوا کوشش کنید که علم به هیچ کس انحصار ندارد.  
علم مال همه است. تقوا مال همه است و کوشش برای رسیدن  
به علم و تقوا وظیفه همه ماست و همه شماست.  
امام خمینی (رحمة الله عليه)





## فهرست مطالب

۱	فصل ۱ (عدد و الگوهای عددی)
۲	نگاه کلی به فصل
۲۰	درس اول (الگوهای عددی)
۲۸	درس دوم (یادآوری عددنویسی)
۳۵	درس سوم (بخش پذیری)
۴۰	درس چهارم (معرفی اعداد صحیح)
۴۷	فصل ۲ (کسر)
۴۸	نگاه کلی به فصل
۷۲	درس اول (جمع و تفریق کسرها)
۸۰	درس دوم (ضرب کسرها)
۸۴	درس سوم (تقسیم کسرها)
۹۲	درس چهارم (محاسبات با کسر)
۱۰۰	فصل ۳ (اعداد اعشاری)
۱۰۱	نگاه کلی به فصل
۱۱۲	درس اول (یادآوری)
۱۱۸	درس دوم (یادآوری ضرب و تقسیم)
۱۲۵	درس سوم (تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی)
۱۲۹	درس چهارم (تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری)
۱۳۴	فصل ۴ (تقارن و مختصات)
۱۳۵	نگاه کلی به فصل
۱۵۷	درس اول (مرکز تقارن و تقارن مرکزی)
۱۶۲	درس دوم (دوران)
۱۶۶	درس سوم (مختصات)
۱۷۳	درس چهارم (تقارن و مختصات)
۱۷۷	فصل ۵ (اندازه گیری)
۱۷۸	نگاه کلی به فصل
۱۹۴	درس اول (طول و سطح)
۱۹۷	درس دوم (حجم و جرم)
۲۰۰	درس سوم (مساحت دایره)
۲۰۴	درس چهارم (خط و زاویه)
۲۰۹	فصل ۶ (تناسب و درصد)
۲۱۰	نگاه کلی به فصل
۲۲۷	درس اول (کسر، نسبت و تناسب)
۲۳۶	درس دوم (درصد)
۲۴۴	درس سوم (کاربرد درصد در محاسبات مالی)
۲۵۰	درس چهارم (کاربرد درصد در آمار و احتمال)
۲۵۶	فصل ۷ (تقریب)
۲۵۷	نگاه کلی به فصل
۲۶۸	درس اول (تقریب)
۲۷۳	درس دوم (اندازه گیری و محاسبات تقریبی)



ساختار کتاب حاضر از دو بخش اصلی نگاه کلی به فصل و تشریح دروس تشکیل شده است. بخش نگاه کلی به فصل شامل نگاه کلی به فصل، شبکه مفهومی، تصویر عنوانی، دانستی‌هایی برای معلم، توسعه مفاهیم، نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی، معرفی منابع، رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم و جدول انتظارات عملکردی است.

در قسمت نگاه کلی به فصل، نگاه اجمالی به محتوای فصل شده است. در شبکه مفهومی، ساختار فصل در قالب شبکه مفهومی به همراه ارتباطات موجود بین مفاهیم آن با استفاده از نمودار نمایش داده شده است. سپس اهداف کلی فصل مورد تشریح قرار گرفته و اهداف تصاویر عنوانی مورد بحث قرار گرفته است. در قسمت دانستی‌هایی برای معلم، مطالبی در خصوص حیطه دانشی مرتبط با محتوای فصل به منظور دانش‌آموزی آموزگاران محترم آورده شده است. در قسمت توسعه مفاهیم با چگونگی گسترش مفاهیم فصل مورد بحث قرار می‌گیرد.

در ادامه نمونه سؤال‌الاتی برای ارزشیابی با توجه به اهداف هر فصل طراحی و ارائه شده است. در این نمونه سؤال‌الات سعی شده است تا ضمن مشخص کردن دامنه محتوایی و عملکردی مورد انتظار از دانش‌آموزان جهت ارزشیابی از انواع سؤال‌الات ارزشیابی از قبیل، تشریحی، چندگزینه‌ای، پرکردنی و... و همچنین سؤال‌الات عملکردی استفاده شود.

قسمت منابع مفید، با هدف ارائه منابع مفید برای همکاران محترم جهت مطالعه آورده شده است. در قسمت رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم، سعی شده است رابطه طولی هر یک از مفاهیم مورد بحث در فصل ارائه شود. منظور از رابطه طولی سیر ارائه یک مفهوم از پایه اول تا قبل از پایه ششم است. قسمت پایانی بخش و نگاه کلی به فصل، جدول انتظارات عملکردی است که در این جدول معیارهایی برای سنجش عملکرد دانش‌آموزان در چهار سطح بسیار خوب، خوب، قابل قبول و نیاز به تلاش ارائه شده است که همکاران می‌توانند از این جدول برای ارزشیابی مستمر و پایانی دانش‌آموزان استفاده کنند. در بخش تشریح درس‌ها سعی شده است تا در حد امکان به مطالبی که می‌تواند برای آموزگاران محترم مفید بوده و کمک به بهبود فرایند یاددهی و یادگیری در کلاس درس کند، پرداخته شود. برای هر درس شامل قسمت‌های اهداف، شبکه مفهومی، روش تدریس، بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس، فعالیت‌های پیشنهادی، حل بعضی از سؤال‌ات تمرین، توصیه‌های آموزشی و بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان است. در کتاب حاضر سعی شده است به‌عنوان یکی از اجزای بسته آموزش ریاضی پایه ششم، پشتیبانی مناسبی از کتاب ریاضی پایه ششم که در جهت اهداف برنامه درسی ملی و در ادامه تغییر کتاب‌های درسی دوره ابتدایی تألیف شده، صورت گیرد.

در ادامه به توضیح مختصری از اهداف برنامه درسی ملی و رویکردهایی که در تألیف کتاب درسی ریاضی و راهنمای معلم مدنظر قرار گرفته است پرداخته می‌شود<sup>۱</sup>:

زمانی تأکید کتاب‌های درسی ریاضی بیشتر بر توانایی انجام دادن محاسبات بود. در رویکرد جدید، ضمن توجه به این هدف، تأکید اصلی بر پرورش قوه تفکر و تعقل و رشد توانایی حل مسئله است. رسیدن به چنین هدفی، مشکلات و دشواری‌های فراوانی دارد و به سرعت امکان‌پذیر نیست ولی مد نظر قرار دادن آن می‌تواند جهت اصلی حرکت جامعه آموزش ریاضی را تعیین کند. در این میان، اصلی‌ترین و مؤثرترین وظیفه بر عهده معلم قرار دارد. قدرت انعطاف و هماهنگی و همراهی معلمان با برنامه‌های جدید ستودنی است. بر این اساس، مؤلفان کتاب حاضر سعی کرده‌اند برای انجام وظیفه خویش در مورد آموزش معلمان، ضمن اطلاع‌رسانی مناسب و به‌هنگام درباره تألیف، کتاب راهنمای معلم را به‌موقع در اختیار همکاران عزیز قرار دهند.

ساختار کتاب درسی ریاضی از سه بخش «فعالیت»، «کار در کلاس» و «تمرین» تشکیل شده است. آنچه در هر «فعالیت» به‌طور عمده مد نظر بوده، آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم درس و سهیم بودن آنان در ساختن دانش موردنظر است. فعالیت‌ها شامل مراحل ماند درک کردن، کشف کردن، حل مسئله، استدلال کردن، بررسی کردن، حدس و آزمایش، توضیح راه‌حل، مرتب کردن، قضاوت در مورد یک راه‌حل و مقایسه راه‌حل‌های مختلف است. هدایت فعالیت‌ها به‌عهد معلم است و هر جا که لازم باشد، معلم راهنمایی لازم را ارائه خواهد کرد. در بسیاری موارد، انجام دادن فعالیت ساده و آسان نیست و صد البته، اجرای مناسب آن ارزش زیادی دارد. فعالیت‌ها در حد متوسط طراحی شده‌اند؛ بنابراین، معلم می‌تواند با توجه به زمان و توانایی دانش‌آموزان خود، یک فعالیت را غنی‌تر کند یا با ارائه توضیحات بیشتر و ایجاد تغییراتی، آن را ساده‌تر نماید.

هنگام انجام دادن فعالیت، هدایت گفت‌وگوی کلاسی یا گفتمان ریاضی، که در آن دانش‌آموزان به ارائه دیدگاه‌ها و دفاع از

۱- مطالب ارائه‌شده در ادامه از سند «تحلیل خط مشی‌ها، اسناد مصوب، پژوهش‌ها و منابع معتبر مرتبط با حوزه یادگیری ریاضی، ۱۳۹۵» برگرفته شده است.

ایده‌های خود و نیز قضاوت و ارزیابی افکار و روش‌های ریاضی دیگر دانش‌آموزان می‌پردازند، به عهده معلم است. به طور خلاصه، فراهم کردن موقعیت‌های یادگیری و فرصت‌دادن به دانش‌آموز برای اینکه خود به کشف مفهوم بپردازد، می‌تواند یکی از دل‌مشغولی‌های همکاران عزیزمان باشد. «کار در کلاس» با هدف تثبیت و تعمیق و در مواردی، تعمیم یادگیری طراحی شده و انتظار این است که دانش‌آموزان بیشترین سهم را در انجام آن داشته باشند. حل «تمرین»‌ها به عهده دانش‌آموزان است؛ اما ضرورت دارد که معلم زمینه را برای طرح پاسخ‌ها و بررسی آنها در کلاس فراهم سازد. بخشی از تمرین‌ها که فضای کافی برای نوشتن جواب ندارند، می‌تواند در دفتر دانش‌آموزان انجام شود.

پژوهشگران و آموزشگران در مورد ضرورت آموزش راهبردهای حل مسئله، تقریباً اتفاق نظر دارند اما نظر آنها در مورد چگونگی انجام دادن این کار، متفاوت است. در این کتاب آموزش راهبردها از متن درس جدا نشده است. ضمناً اصراری بر ذکر عناوین راهبردها جز در موارد مشخص و آشنا نبوده و بنابراین، از آوردن عبارت‌ها و واژه‌های نامأنوس پرهیز شده است. با آنکه بخش جداگانه‌ای با عنوان «حل مسئله» در کتاب وجود ندارد، دانش‌آموزان در اکثر فعالیت‌ها به نوعی درگیر فرایند حل مسئله می‌شوند. علاوه بر این، اساساً آموزش راهبردها ممکن است به زمانی طولانی نیاز داشته باشد؛ زیرا هر راهبردی ممکن است شامل ده‌ها راهبردی جزئی‌تر باشد. ارائه راه‌حل‌ها و روش‌های مختلف حل یک مسئله نیز به صورت هدفمند دنبال شده است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که دانش‌آموزان هنگام روبه‌رو شدن با یک مسئله - به ویژه وقتی که الگوریتمی مشخص برای حل آن نیاموخته باشند - به روش‌های متفاوتی عمل می‌کنند. به هر حال، الزام و اجبار دانش‌آموزان به استفاده از یک روش خاص مورد نظر نیست.

ریاضیات به عنوان علم مطالعه الگوها و ارتباطات، هنری دارای نظم و برخوردار از سازگاری درونی، زبانی دقیق برای تعریف دقیق اصطلاحات و نمادها و ابزار کار در بسیاری از علوم و حرفه‌ها تعریف شده است. ریاضیات و کاربردهای آن بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیع در فعالیت‌های متفاوت انسانی است. قلمرو آموزش ریاضی از یک سو درک مفاهیم ریاضی شامل: اعداد و محاسبات عددی، جبر و نمایش نمادین (الگوها، رابطه‌ها، تابع‌ها) هندسه و اندازه‌گیری، داده‌ها، آمار و احتمال است. از سوی دیگر، در این حوزه دانش‌آموزان باید با فرایندهای ریاضی نظیر حل مسئله و به‌کارگیری استراتژی‌های حل مسئله، مدل‌سازی (مسائل واقعی و پدیده‌ها استدلال، تفکر نقاد و استدلال منطقی (تعمیم دادن، پیش‌بینی، فرضیه‌سازی، حدسیه‌سازی و آزمون حدسیه‌ها، توضیح دادن و تبیین جواب‌ها/ تأیید و تصدیق جواب‌ها، دسته‌بندی کردن، مقایسه کردن، به‌کارگیری الگوها)؛ تفکر تجسمی یا دیداری و تفکر خلاق (استدلال فضایی، حل کردن مسئله‌های غیر معمول، الگوهای تجسمی، تولید مسئله در قالب داستانی و بافت واقعی و تخیلی)، اتصال و پیوندهای موضوعی و مفهومی ریاضی، گفت‌وگوهای (فرهنگی و ارتباطی - خواندن و نوشتن ریاضی) تصمیم‌گیری و تصمیم‌سازی، تخمین زدن و دقت یافتن آشنا شده و در آن مهارت یابند. در ریاضیات مدرسه‌ای، فعالیت‌های آموزشی باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه و تحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگونی به دست آورند. این امر امکان درک شهودی آنان را که راهنمای عمل ریاضی دانان است، تقویت می‌کند.

## ۱- حل مسئله

حل مسئله یکی از عناصر محتوای کتاب‌های ریاضی دارد. پولیا (۱۹۶۲) تسلط بر ریاضیات را توانایی و مهارت در حل مسئله و به معنای داشتن استقلال اندیشه، عقل سلیم و نیروی نوآفرینی دانسته. به این ترتیب، نخستین و مهم‌ترین وظیفه دوره ریاضیات دبیرستانی، عبارت است از تأکید بر جنبه‌های منطقی متکی بر روش روند حل مسئله‌ها.

پژوهشگران و آموزشگران در مورد ضرورت آموزش راهبردهای حل مسئله، تقریباً اتفاق نظر دارند اما نظر آنها در مورد چگونگی انجام دادن این کار، متفاوت است. در این کتاب آموزش راهبردها از متن درس جدا نشده است. ضمناً اصراری بر ذکر عناوین راهبردها جز در موارد مشخص و آشنا نبوده و بنابراین، از آوردن عبارت‌ها و واژه‌ها در کتاب وجود ندارد، دانش‌آموزان در اکثر «حل مسئله» نامأنوس پرهیز شده است. با آنکه بخش جداگانه‌ای با عنوان فعالیت‌ها به نوعی درگیر فرایند حل مسئله می‌شوند. علاوه بر این، اساساً آموزش راهبردها ممکن است به زمانی طولانی نیاز داشته باشد؛ زیرا هر راهبردی ممکن است شامل ده‌ها راهبردی جزئی‌تر باشد. ارائه راه‌حل‌ها و روش‌های مختلف حل یک مسئله نیز به صورت هدفمند دنبال شده است.

## طرح مسئله ریاضی

طرح مسئله ریاضی به عنوان تولید مسائل جدید و نیز صورت‌بندی تازه‌ای از یک مسئله موجود تعریف شده است (سیلور، ۱۹۹۴). سیلور سه نوع طرح مسئله را - به نام‌های طرح مسئله‌ای که در قبل، حین یا بعد از حل مسئله رخ می‌دهد - مشخص کرده است. تعریف سیلور به این امر اشاره می‌کند که لازم است طرح مسئله ریاضی را در هر بحث و گفت‌وگو دربارهٔ حل مسئله ریاضی در نظر بگیریم. مزایای استفاده از تکالیف طرح مسئله در کلاس‌های درس ریاضی در تمام پایه‌ها بررسی شده است و نمی‌توان نادیده گرفت که چنین تکالیفی می‌تواند روی ویژگی‌های دیگر دانش‌آموزان تأثیر بگذارند از جمله روی: ۱- استعداد در ریاضیات، شامل درک و فهم و توانایی حل مسئله، ۲- نگرش‌ها نسبت به ریاضیات، شامل حس کنجکاوی و علاقه، ۳- احساس مالکیت نسبت به کار خود (انگلیش، ۱۹۹۷؛ گروندمیر، ۲۰۰۲؛ نوٹ، ۲۰۰۲؛ پیرن، ۲۰۰۷).

## مسئله‌باز پاسخ

در حل مسئله پاسخ-باز مسئله چندین پاسخ احتمالی خواهد داشت که می‌توان آنها را به چندین روش به دست آورد و تمرکز نه بر روی پاسخ مسئله، بلکه بر شیوه‌های رسیدن به پاسخ است (مکینتاش و جرت، ۲۰۰۰). همان‌گونه که دریافت از راه دو حس مختلف را ترجیح می‌دهیم، به همان‌گونه متقاعد شدن از راه دو استدلال متفاوت را ترجیح می‌دهیم (پولیا ترجمه احمد آرام ۱۳۶۹). اطلاع از اینکه مسائل می‌توانند با راه‌های مختلف حل شوند در روشی که دانش‌آموزان با مسائل برخورد می‌کنند تأثیر خواهد گذاشت. دانش‌آموزی که فکر می‌کند تنها یک «راه درست» برای حل مسئله وجود دارد ممکن است که روی مسئله خاصی مدتی فکر کند و اگر توفیقی حاصل نکرد آن را رها کند و منتظر بماند تا در کلاس تکنیک حل به او ارائه شود و این الگویی است که بیشتر دانش‌آموزان ما در مدرسه به کار می‌گیرند. شاگردی که فکر می‌کند جا برای کشف ریاضی وجود دارد و از آن استفاده می‌کند، احتمال زیاد دارد که با مسئله بیشتر درگیر شود، پیوندهایی برای خودش پیدا کند و شاید به یک راه حل غیر منتظره‌ای دست‌یابی پیدا نماید (ریس، رابرت و همکاران، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۸۱).

## ۱- استدلال و اثبات

استدلال و اثبات از عناصر مهم در تبیین محتوای کتاب‌های درسی ریاضی می‌باشند. هدف از ارائه استدلال و اثبات در آموزش ریاضی با هدف آن در ریاضیات محض متفاوت است. توجه به این موضوع در چگونگی ارائه استدلال‌ها و اثبات‌ها در کتاب‌های درسی بسیار تأثیرگذار خواهد بود.

استدلال<sup>۱</sup> و اثبات<sup>۲</sup>، از جمله مهارت‌هایی هستند که به‌طور کلی در زندگی روزمره و به‌طور خاص در آموزش ریاضی از جایگاه خاصی برخوردار می‌باشند. آشنایی با این دو فرایند در ریاضیات و توانایی به‌کارگیری آنها می‌تواند زمینه‌ساز تفکر منطقی در افراد باشد. قضاوت در مورد درستی یک استدلال، قضیه یا گزاره‌ای در ریاضیات، از فرایندی به‌نام اثبات نشأت می‌گیرد. بسیاری از محققین آموزش ریاضی بر این باورند که فرایند استدلال و اثبات برای شناخت و انجام فعالیت‌های ریاضی و توسعه تفکر منطقی ضروری است و یکی از ابزارهای مهم در آموزش و یادگیری ریاضیات می‌باشد (NCTM<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰؛ هارل<sup>۴</sup> و ساودر<sup>۵</sup>، ۲۰۰۷؛ استایلیانیدز<sup>۶</sup> و استایلیانیدز، ۲۰۰۸؛ هنا<sup>۷</sup> و بارثو<sup>۸</sup>، یانکولیتز<sup>۹</sup>، ۲۰۰۹؛ کاگسی<sup>۱۰</sup> و همکاران، ۲۰۱۰).

۱- Reasoning

۲- Proof

۳- National council of teachers of mathematics

۴- Harel

۵- Sowder

۶- Stylianides

۷- Hanna

۸- Barbeau

۹- Yankelewitz

۱۰- Kögce

## ۲- گفتمان ریاضی<sup>۱</sup> (شامل فرهنگ خواندن و نوشتن ریاضی)

منظور از گفتمان ریاضی، سخن گفتن، نوشتن، بحث کردن، سؤال کردن، توضیح دادن، توجیه کردن و استدلال کردن در مورد ایده‌ها و مفاهیم ریاضی است. گفت‌وگوی دانش‌آموزان با معلم و گفت‌وگوی آنها با یکدیگر چه انفرادی و چه به‌صورت گروهی و توضیح دادن در مورد تفکرات و نیز دفاع از ایده‌ها و نیز قضاوت و ارزیابی در مورد ایده‌های ریاضی دیگر دانش‌آموزان و نیز نقد و بررسی راه‌حل‌های یک مسئله در کلاس درس بخش‌های مهمی از فرایند گفتمان ریاضی به‌شمار می‌روند.

گفتمان یک بخش ضروری از آموزش ریاضی است؛ یک راه به اشتراک‌گذاری ایده‌ها و شفاف‌کردن درک و فهم است. از طریق گفتمان، ایده‌ها تحت‌بازتاب، پالایش، بحث و ترمیم قرار می‌گیرند. فرایند گفتمان همچنین به معنی بخشی و ماندگاری ایده‌ها کمک می‌کند و به آنها عمومیت می‌بخشد. هنگامی که دانش‌آموزان برای تفکر و استدلال ریاضی به چالش کشیده شوند و نتایج تفکر خود را با دیگران به‌صورت شفاهی یا کتبی به گفتمان بگذارند، آنها توضیح دادن و متقاعد کردن را فرا می‌گیرند. گوش دادن به توضیحات دیگران فرصت‌هایی را برای توسعه درک دانش‌آموزان فراهم می‌سازد. گفت‌وگوهایی که در آنها ایده‌های ریاضی از جنبه‌های گوناگون مورد بررسی قرار می‌گیرند به افراد کمک می‌کند تا تفکرات خود را دقیق‌تر کنند و پیوندهایی بین مباحث را برقرار کنند (NCTM، ۲۰۰۰).

معلم در فرایند گفتمان نقش به‌سزایی دارد. معلم ریاضی با هدایت مؤثر گفتمان در کلاس درس با دیدگاه‌ها، افکار، ایده‌ها و مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان درباره موضوع مورد بحث آشنا می‌شود و در صورت اقدام مناسب می‌تواند با مشارکت دانش‌آموزان به درک بهتر مفاهیم و موضوعات ریاضی و برطرف کردن بدفهمی‌ها کمک نماید. از این منظر بسیاری از مواقع گفتمان ریاضی که پس از حل یک مسئله در کلاس درس اتفاق می‌افتد اهمیتی دوچندان می‌یابد.

### پیوندها و اتصالات<sup>۲</sup>

وقتی مفاهیم و موضوعات ریاضی به‌صورت منفک و مجزا به دانش‌آموزان داده شوند، آنها ریاضیات را گرده‌ای از مفاهیم، رویه‌ها و مباحث مجزا و نامرتبط در نظر می‌گیرند. در این صورت به دشواری ممکن است که دانش‌آموزان بتوانند مطالب آموخته شده را به مباحث قبلی مرتبط کنند و در نتیجه یادگیری معنی‌دار اتفاق نخواهد افتاد.

وقتی دانش‌آموزان بتوانند ایده‌های ریاضی را به هم مرتبط کنند عمیق‌تر و ماندگارتر می‌شود. آنها می‌توانند ارتباطات و اتصالات ریاضی را در تأثیر متقابل مباحث ریاضی، در زمینه‌هایی که ریاضی را به موضوعات دیگر مربوط می‌کند و در علائق و تجربیاتشان ببینند. از طریق آموزشی که بر ارتباط متقابل و درهم‌تنیدگی ایده‌های ریاضی تکیه دارد، دانش‌آموزان نه تنها ریاضیات می‌آموزند بلکه درباره فایده ریاضی هم می‌آموزند.

### بازنمایی

بازنمایی یا به نمایش درآوردن به هر دو عمل «پردازش کردن» و «تولید کردن» اشاره می‌کند. روش‌هایی که از طریق آن ایده‌های ریاضی نمایش داده می‌شوند به این دلیل که مردم چگونه و چقدر می‌توانند این ایده‌ها را بفهمند و از آنها استفاده کنند، زیربنایی و بنیادی است.

نمایش و بازنمایی‌ها باید به‌عنوان عناصر اساسی و ضروری در حمایت کردن از درک دانش‌آموزان از مفاهیم و روابط ریاضی تلقی گردد و همچنین در تبادل اطلاعات و تبادل نظر کردن درباره رویکردهای ریاضی، بحث و جدل‌ها و استدلال‌های ریاضی و ادراک خود نمایش‌ها و بازنمایی‌های دیگر به‌عنوان عناصر اصلی و واجب قلمداد شوند. در تشخیص دادن و شناسایی ارتباطها و پیوندهای میان مفاهیم مرتبط ریاضی و در به‌کارگیری ریاضیات برای موقعیت‌های واقعی مسئله از طریق مدل‌سازی نیز باید بازنمایی‌ها به‌عنوان عناصر اصلی و ضروری قلمداد شوند.

گروه تألیف، آمادگی دریافت نظرات و دیدگاه‌های تمامی همکاران و عزیزان را از طریق وبگاه واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی<sup>۳</sup> دارد. به‌علاوه، بسیاری از مطالب مربوط به پشتیبانی کتاب از طریق وبگاه یاد شده قابل دریافت است. اطمینان داریم که با اتکال به خداوند متعال و تکیه بر تلاش، اراده و همت معلمان عزیز می‌توانیم به برآورده شدن اهداف کتاب امیدوار باشیم.

مؤلفان

۱- Communication

۲- Connections

۳- www.mathrde.ir