

## فصل ۴

# محاسبات فنی و برآوردها



کار با ماشین حساب و آشنایی با نرم افزار

مفاهیم پایه واحدهای اندازه گیری و تبدیل آنها

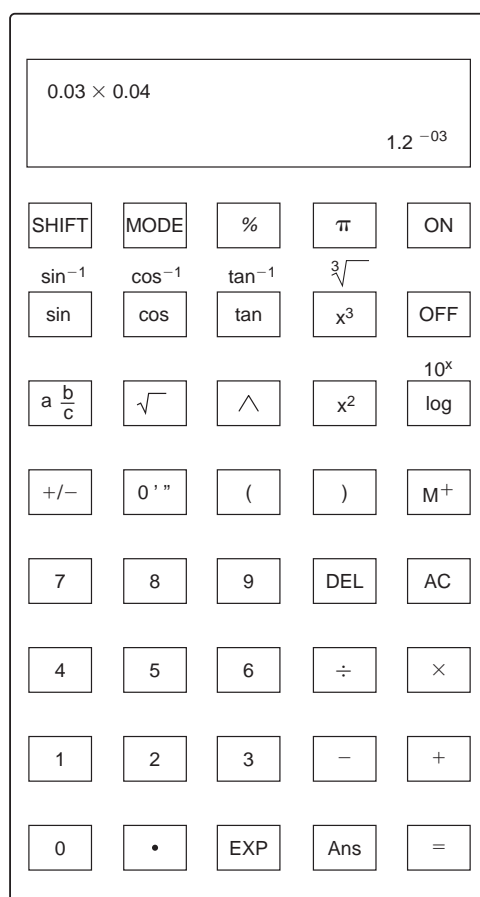
روشهای محاسبه طول ، زاویه ، سطح ، حجم ، وزن و مقدار مصالح و زمان انجام کار

## ۴-۱ کار با ماشین حساب و آشنایی با نرم افزار Excel

### ۴-۱-۱ ماشین حساب

یکی از کارهای مهم در اجرای هر ساختمان محاسبه مقدار مصالح و وسایل لازم و تعیین هزینه اجرای آن است که اصطلاحاً به آن، متره و برآورد می گویند. در این فصل نحوه محاسبه مقدار مصالح در ساختمان معرفی می شود.

در مهندسی ما اغلب نیاز به انجام محاسبات داریم. اگر محاسبات ساده باشد می توان به طور ذهنی آن ها را انجام داد ولی اگر اعداد بزرگ تر شوند، ماشین حساب الکترونیکی مورد نیاز است. چندین ماشین حساب با مارک های مختلف در بازار موجود هستند ولی بیشتر آن ها دارای دکمه های زیر هستند که ضمن آشنایی با آن ها با حل چند مثال، کار کردن با ماشین حساب را فرا می گیریم.



شکل ۴-۱ ▲

## برخی از کلیدهای مهم ماشین حساب به شرح زیر می‌باشند:

جمع دو یا چند عدد	$+$
تفریق یک عدد از عدد دیگر	$-$
تقسیم یک عدد بر عدد دیگر	$\div$
ضرب دو یا چند عدد	$\times$
پاک کردن یا لغو کردن محاسبه موجود	AC
این کلید وقتی استفاده می‌شود که عملکرد دوم کلیدها مدنظر است	SHIFT
از این کلید برای انجام تنظیمات ماشین حساب استفاده می‌شود	MODE
محاسبه ریشه دوم یک عدد	$\sqrt{\quad}$
محاسبه ریشه سوم یک عدد	$\sqrt[3]{\quad}$
محاسبه مربع یک عدد	$x^2$
محاسبه مکعب یک عدد	$x^3$
با فشار دادن این کلید، یک عدد می‌تواند به هر توانی برسد	$\wedge$
کلید عدد پی ( $\pi$ )	$\pi$
برای تعیین سینوس، کسینوس و تانژانت از این کلیدها استفاده می‌شود	$\sin$ $\cos$ $\tan$
اگر سینوس/کسینوس/تانژانت یک زاویه داده شود، با استفاده از این کلیدها زاویه به دست می‌آید	SHIFT $\sin$
	SHIFT $\cos$
	SHIFT $\tan$
برای به دست آوردن لگاریتم اعداد بر مبنای ۱۰ از این کلید استفاده می‌شود	log
برای انجام عملیات معکوس لگاریتم، از این کلید (آنتی لگاریتم) استفاده می‌شود	$10^x$
این کلید ۱۰ را به توان عدد داده شده می‌رساند	EXP
برای انجام محاسبات مربوط به کسرها از این کلید استفاده می‌شود	$a \frac{b}{c}$
این کلید برای وارد کردن یک مقدار به حافظه استفاده می‌شود	$M^+$
این کلید پاسخ را به صورت درصد نشان می‌دهد	%
این کلید برای تبدیل یک زاویه به درجه، دقیقه و ثانیه استفاده می‌شود	$^\circ ' ''$
این کلیدها برای درج پرانتز در فرمول‌های پیچیده استفاده می‌شود	( )
با فشار این کلید می‌توان اعداد را در موقعیت مکان‌نمای جاری پاک کرد	DEL



در عملیات ریاضی تقدم و تاخر عملیات محاسباتی به ترتیب زیر است:

۱- محاسبه عبارات داخل پرانتز

۲- محاسبه توان‌ها و رادیکال‌ها

۳- محاسبه ضرب و تقسیم

۴- محاسبه جمع و تفریق

مثال ۱. محاسبه کنید:  $37/80 - 40/12 + 31/55$

حل: کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$\boxed{3} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{8} \boxed{0} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{0} \boxed{\div} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{1} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{5} \boxed{=} 29.23$$

مثال ۲. محاسبه کنید:  $\frac{34/9 \times 57/3}{41/66}$

حل: کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$\boxed{3} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{9} \boxed{\times} \boxed{5} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{\div} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{\div} \boxed{6} \boxed{6} \boxed{=} 48.0$$

مثال ۳. محاسبه کنید:  $\frac{87/3 \times 67/81}{23/97 \times 40/5}$

حل: راه حل اول:  $87.3 \times 67.81 \div 23.97 \div 40.5$

$$\boxed{8} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{6} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{8} \boxed{1} \boxed{\div} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{\div} \boxed{9} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{4} \boxed{0} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{=} 6.098$$

راه حل دوم:

$$87.3 \times 67.81 \div (23.97 \times 40.5)$$

$$\boxed{8} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{6} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{8} \boxed{1} \boxed{\div} \boxed{(} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{\div} \boxed{9} \boxed{7} \boxed{\times} \boxed{4} \boxed{0} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{=} 6.098$$

مثال ۴. محاسبه کنید:  $\sqrt{4/5} \times \sqrt{5/5} + \sqrt{3/4}$

حل: کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$\boxed{\sqrt{}} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{\sqrt{}} \boxed{5} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{+} \boxed{\sqrt{}} \boxed{3} \boxed{\div} \boxed{4} \boxed{=} 6.819$$

مثال ۵. حاصل  $\pi r^2$  را محاسبه کنید اگر  $r = 2/25$  باشد.

حل: کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$\boxed{\pi} \boxed{\times} \boxed{2} \boxed{\div} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{x^2} \boxed{=} 15.904$$



مثال ۶: مقدار عبارت روبه‌رو را به‌دست آورید:

$$(2/2 \times 4/8) + (5/2 \times 3)$$

حل: کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$(\quad 2 \quad \cdot \quad 2 \quad \times \quad 4 \quad \cdot \quad 8 \quad ) \quad + \quad ( \quad 5 \quad \cdot \quad 2 \quad \times \quad 3 \quad ) \quad = \quad 26.16$$

مثال ۷: مقدار عبارت روبه‌رو را به‌دست آورید:

$$\frac{6^3 \times 4^4}{3^5}$$

حل: کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$6 \quad \wedge \quad 3 \quad \times \quad 4 \quad \wedge \quad 4 \quad \div \quad 2 \quad \wedge \quad 5 \quad = \quad 1728$$

مثال ۸: مقدار عبارت روبه‌رو را به‌دست آورید:

$$1 \cdot \log_{10} \left( \frac{4 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-12}} \right)$$

حل: کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$1 \quad 0 \quad \log \quad ( \quad 4 \quad \text{EXP} \quad +/ - \quad 7 \quad \div \quad 2 \quad \text{EXP} \quad +/ - \quad 1 \quad 2 \quad ) \quad = \quad 53.01$$

مثال ۹: مقدار عبارت روبه‌رو را به‌دست آورید:

$$\frac{\sin 6^\circ}{\cos 6^\circ}$$

حل: ابتدا کلید **MODE** ماشین حساب را در حالت درجه قرار داده و سپس کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

$$\sin \quad 6 \quad 0 \quad \div \quad \cos \quad 6 \quad 0 \quad = \quad 1.732$$

مثال ۱۰: مقدار زاویه را بر حسب درجه، دقیقه و ثانیه به‌دست آورید اگر:

الف) سینوس زاویه برابر  $0.6$  باشد.

ب) کسینوس زاویه برابر  $0.54$  باشد.

ج) تانژانت زاویه برابر  $0.63$  باشد.

حل: ابتدا کلید **MODE** ماشین حساب را در حالت درجه قرار داده و سپس کلیدهای زیر را به ترتیب فشار دهید:

الف)  $\text{SHIFT} \quad \sin \quad \cdot \quad 6 \quad = \quad 36.8699^\circ \quad \begin{matrix} \circ & ' & '' \end{matrix} \quad 36^\circ 52' 11.6''$

ب)  $\text{SHIFT} \quad \cos \quad \cdot \quad 4 \quad 5 \quad = \quad 63.2563^\circ \quad \begin{matrix} \circ & ' & '' \end{matrix} \quad 63^\circ 15' 22.7''$

ج)  $\text{SHIFT} \quad \tan \quad \cdot \quad 3 \quad 6 \quad = \quad 19.7989^\circ \quad \begin{matrix} \circ & ' & '' \end{matrix} \quad 19^\circ 47' 56''$



۱- محاسبه کنید:

الف)  $37/85 - 40/62 + 31/85 - 9/67$

ب)  $\frac{33/9 \times 56/3}{45/66}$

ج)  $\frac{67/3 \times 69/81}{25/97 \times 20/5}$

د)  $\sqrt{4/9} \times \sqrt{8/5} + \sqrt{7/4}$

۲- محاسبه کنید:  $\pi r^2$  را اگر  $r = 12/25$

۳- مقدار عبارات زیر را به دست آورید:

الف)  $(2/2 \times 9/8) + (5/2 \times 6/3)$

ب)  $(4/66 \times 12/8) - (7/5 \times 5/95)$

ج)  $(4/6 \times 10/8) \div (7/3 \times 5/5)$

۴- مقدار هر یک از عبارات زیر را به دست آورید:

الف)  $\frac{5^3 \times 3^4}{2^5}$

ب)  $\frac{4^3 \times 6^4}{5^4}$

ج)  $10 \log_{10} \left( \frac{9 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-11}} \right)$

د)  $\frac{\sin 7^\circ}{\cos 6^\circ}$

ه)  $\frac{\tan 45^\circ}{\cos 35^\circ}$

۵- مقدار زاویه را بر حسب درجه به دست آورید اگر:

الف) سینوس زاویه برابر  $0/58$  باشد.

ب) کسینوس زاویه برابر  $0/57$  باشد.

ج) تانژانت زاویه برابر  $0/66$  باشد.

۶- مقادیر عبارات زیر را به دست آورید:

الف)  $\sin 63^\circ 42' 35''$

ب)  $\cos 32^\circ 22' 35''$

ج)  $\tan 85^\circ 10' 20''$

۷- حاصل عبارات زیر را تعیین کنید.

الف)  $\frac{12 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-8}}$

ج)  $\sqrt{2\left(\frac{1}{2} + 3\right)^2 - 1} + 4$

د)  $\frac{\cos 8^\circ - \sin 2^\circ}{2} - \frac{1}{2}(\tan 6^\circ - \cos 3^\circ)$

ه)  $\frac{0/005 \times 10^{-6}}{2} + \frac{2/01 \times 10^{-5} + 0/05}{4 - \frac{1}{2}}$

ب)  $8/5 \times 10^{-7} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{3}(\sqrt{3} - 1) \times 5^2$



۸- زاویه  $\alpha$  را به دست آورید.

الف)  $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$

ب)  $\cos(2\alpha + 1) = 0.6$

ج)  $\frac{2}{3} \sin(\alpha) = \frac{1}{2} - 0.2 \times 3$

د)  $2^3 \cot \alpha = 20$

## ۴-۱-۲- آشنایی با نرم افزار Excel

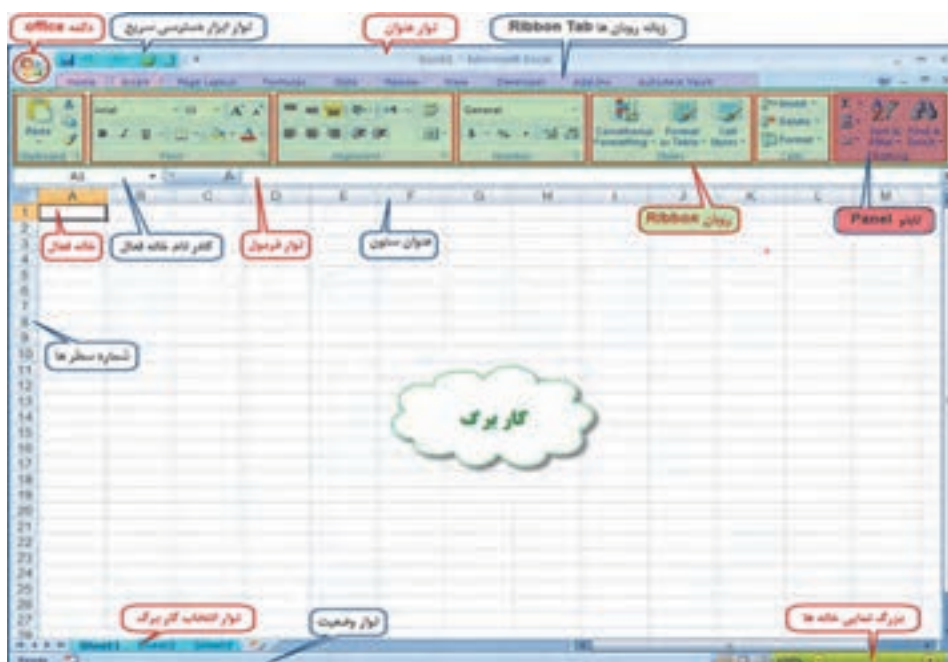
Excel چیست ؟

Excel یکی از نرم افزارهای گروه Microsoft Office و نرم افزاری صفحه گسترده است که می تواند در صفحه جدول بندی شده خود با ساختار سطری و ستونی، اطلاعات مختلف عددی و حرفی را نگهداری و آن ها را سازماندهی و پردازش نماید.

این نرم افزار کاربردهای مختلفی در حسابداری، آمار، ریاضی و غیره دارد. در این کتاب در نظر داریم با استفاده از آن، محاسبات ساده ساختمان را انجام دهیم تا بتوانیم از آن استفاده مفیدتری به عمل آوریم.

### محیط کار نرم افزار Excel

به شکل زیر توجه نمایید و نام هر قسمت را به خاطر بسپارید.

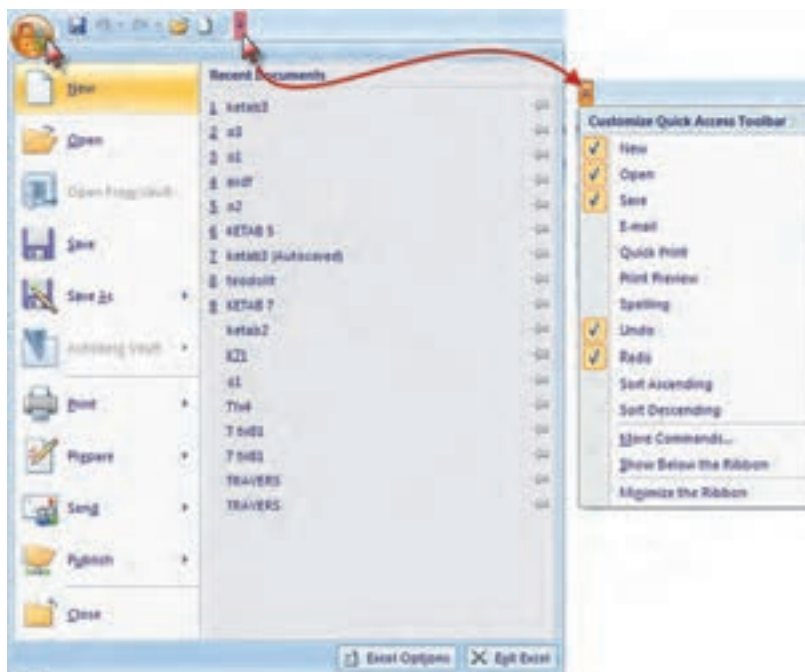


دکمه Office: این دکمه همان منوی فایل است که شامل گزینه‌هایی مانند Save , Open , Print می‌باشد.



نوار ابزار دسترسی سریع:

در این نوار، ابزارهای پرکاربرد نمایش داده می‌شود و می‌توان با کلیک روی قسمت ابزارهای آن را کم یا زیاد کرد.



**نوار عنوان:** در این نوار نام فایل و دکمه‌های کوچک و بزرگ کردن و بستن پنجره Excel قرار دارد.



**نوار لیست:** لیستی از امکانات، به نام روبان Ribbon می‌باشد که جایگزین منوها و نوار ابزارهای سنتی و معمول شده است و دسترسی به فرمان‌های مختلف را آسان‌تر و سریع‌تر می‌نماید. نوار شکل زیر لیستی از روبان‌ها را نشان می‌دهد که با کلیک کردن روی هر یک، روبان مربوطه مشاهده می‌شود.



**روبان (Ribbon):** روبان‌ها با توجه به نامشان کاربردهای متنوع و متفاوتی دارند که با توجه به نیاز در مورد عملکرد هر یک از آیکن‌های آن‌ها در زمان استفاده توضیح داده خواهد شد. روبان Home شامل فرمان‌هایی از جمله فرمت‌بندی، ویرایش کاربرگ، اضافه و حذف ستون‌ها می‌باشد.





روبان Insert برای ایجاد جدول، دیاگرام، نمودار، نماد و تصویر کاربرد دارد.



روبان Page Layout روی ظاهر کاربرگ تاثیر می گذارد و تنظیمات چاپ را انجام می دهد.



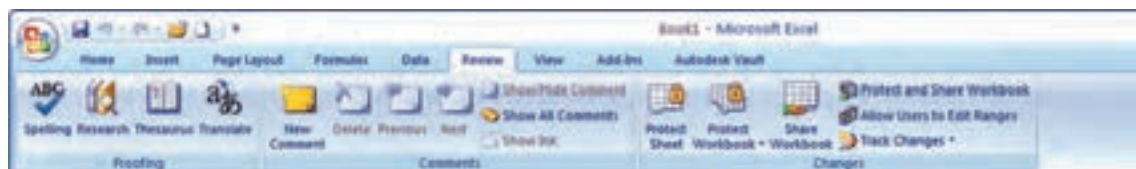
روبان Formulas برای وارد کردن فرمول و دسترسی به ابزارهای محاسباتی قابل استفاده است.



روبان Data شامل فرمان های مربوط به داده های Excel می باشد.



روبان Review شامل ابزارهایی برای بازبینی املاي کلمات، اضافه کردن توضیحات و حفاظت از برگه ها است.



روبان View دارای فرمان هایی است که جنبه های مختلف چگونگی مشاهده یک برگه را کنترل می نماید.

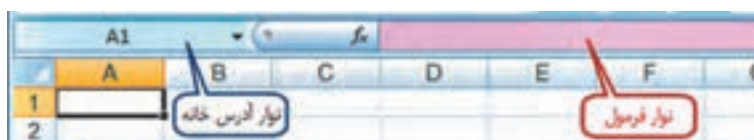


برای مشاهده بیشتر کاربرگ می‌توان با فشردن کلیدهای  $Ctrl+F1$  روبان را مخفی کرد و با فشردن مجدد همان دکمه‌ها روبان ظاهر می‌گردد.

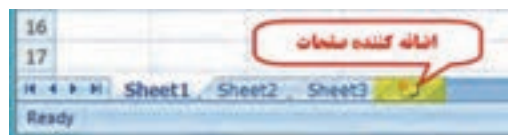


**نوار فرمول:** در این نوار، فرمول یا نوشته داخل خانه درج می‌شود.

**نوار آدرس خانه:** در این نوار آدرس خانه یا خانه فعال را به صورت ستون و سطر درج می‌نماید. (مانند A<sup>1</sup> یعنی ستون A سطر ۱)



نوار انتخاب کاربرگ: در Excel به‌طور پیش فرض سه کاربرگ در نظر گرفته شده است و با کلیک روی هر عنوان کاربرگ، می‌توان آن را انتخاب نمود. و اگر به صفحات یا کاربرگ‌های بیشتری نیاز باشد با کلیک روی قسمت مشخص شده، به آن‌ها اضافه می‌شود.



### کار برگ Worksheet:

شامل مجموعه خانه‌هایی است در ۱۰۴۸۵۷۶ سطر (Rows) و ۱۶۳۸۴ ستون (Columns)، یعنی در هر کاربرگ بیش از ۱۷ میلیارد خانه وجود دارد که می‌توان در هریک اطلاعات نوشتاری یا عددی را ثبت و بین آن‌ها و کاربرگ‌های دیگر ارتباط برقرار نمود.

در هر کاربرگ سطرها با عدد و ستون‌ها با حروف الفبای لاتین از A تا Z مشخص شده است و چون این حروف محدود می‌باشند، پس از Z از حروف AA و AB تا AZ و BA و BB تا BZ و به همین ترتیب تا ZZ و سپس از AAA شروع تا IXFD ادامه می‌یابد.

### شکل‌های مختلف ماوس در Excel و کارکردهای آن:

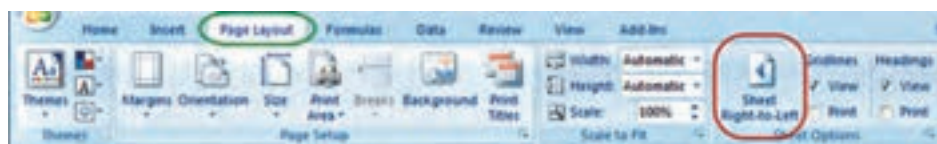
ماوس با حرکت روی صفحه Excel به اشکال مختلفی ظاهر می‌شود که هر یک مطابق جدول صفحه قبل کارکرد خاصی دارد.

شکل	موقعیت	کاربرد	کاربرد
	ماوس بین دو عنوان ستون قرار می گیرد	با نگه داشتن دکمه سمت چپ ماوس و کشیدن آن به سمت چپ یا راست طول ستون کم یا زیاد می شود	با نگه داشتن دکمه سمت چپ
	ماوس بین دو عنوان سطر قرار می گیرد	با نگه داشتن دکمه سمت چپ ماوس و کشیدن آن به سمت بالا یا پایین عرض سطر کم یا زیاد می شود	با نگه داشتن دکمه سمت چپ
	ماوس روی محدوده خانه یا خانه های انتخاب شده قرار می گیرد	با نگه داشتن دکمه سمت چپ ماوس و کشیدن آن، خانه یا خانه های انتخاب شده جابجا می شوند	با نگه داشتن دکمه سمت چپ
	ماوس داخل خانه یا خانه ها قرار می گیرد	ماوس و کشیدن آن روی خانه یا خانه ها، آنها را انتخاب می کنیم	با نگه داشتن دکمه سمت چپ
	ماوس روی نقطه سمت راست ... پایین علامت دستگیره یا خانه های انتخاب شده قرار می گیرد	با نگه داشتن دکمه سمت چپ ماوس و کشیدن آن به سمت چپ یا راست، بالا یا پایین اطلاعات خانه یا خانه ها در خانه های مجاور کپی می شود	با نگه داشتن دکمه سمت چپ

\* در این حالت اگر هم زمان کلید Ctrl را نگه داریم عمل کپی انجام می شود.

\*\* به جای استفاده از این حالت برای انتخاب خانه ها می توان با نگه داشتن دکمه Shift از دکمه های جهتی صفحه کلید استفاده کرد و اگر بخواهیم خانه های پراکنده را انتخاب نماییم با نگه داشتن دکمه Ctrl با ماوس روی خانه های دلخواه پراکنده کلیک می کنیم.

\*\*\* اگر از روبان Page Layout آیکن Sheet Right-to-left را کلیک نماییم ترتیب ستونها راست به چپ یا چپ به راست خواهد شد و دستگیره نیز جابه جا می شود.



**ایجاد سطر یا ستون (Insert):** اگر بخواهیم بین چند سطر یا ستون یک سطر یا ستون ایجاد کنیم، برای مثال در جدول ترازبایی برای ایجاد ستون قرائت وسط بین دو ستون قرائت های جلو و عقب مطابق شکل ابتدا ستون قرائت جلو را انتخاب کرده و روی آن راست کلیک می نماییم و در پنجره ایجاد شده گزینه Insert را انتخاب می کنیم و در پنجره بعدی گزینه مناسب Shift cells right و یا Entire column را انتخاب کرده و دکمه Ok را می زنیم.

برای ایجاد سطر نیز به همین صورت با انتخاب گزینه مناسب می توان اقدام کرد.



پس از ایجاد سطر یا ستون مورد نظر، مواردی که باید ثبت شوند را در آن تایپ می نمائیم.

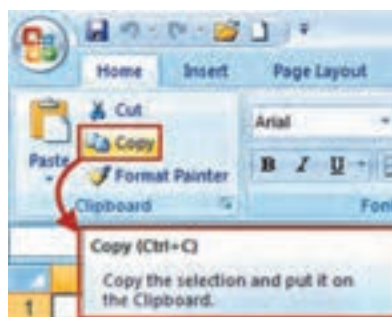


نتیجه کار:

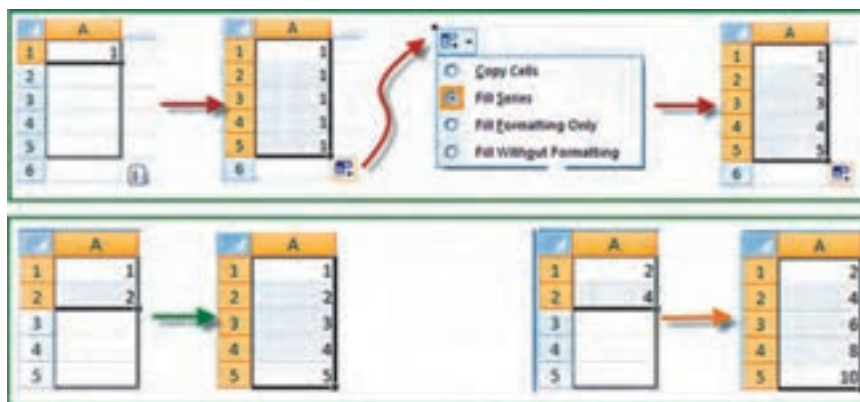
	A	B	C	D
1	345	فرات جاب		فرات جاب
2	P	B.S		F.S
3	BM1	3100		
4	1	2840		1210
5	2	2210		1700
6	3	1650		3040
7	4	2520		1900
8	BM2			1410

	A	B	C	D
1	345	فرات جاب	فرات وسط	فرات جاب
2	P	B.S	M.S	F.S
3	BM1	3100		
4	1	2840		1210
5	2	2210		1700
6	3	1650		3040
7	4	2520		1900
8	BM2			1410

پنجره توضیحات **Super Tooltip**: این پنجره زمانی مشاهده می شود که ماوس روی آیکن های مختلف قرار می گیرد و توضیحاتی در باره آن را ارائه می نماید. مانند شکل (دستور کپی کردن و کلیدهای میانبر صفحه کلید معادل آن دستور)



درج اتوماتیک (**Auto Fill**): اگر بخواهیم در یک سطر یا ستون اعداد پشت سرهم داشته باشیم مانند شماره ردیف، اولین عدد را نوشته سپس خانه آن را انتخاب کرده و به کمک ماوس دستگیره آن را می کشیم (کپی با استفاده از حالت ماوس) آنگاه آیکنی به نام علامت هوشمند (Smart tag) در گوشه آن ظاهر خواهد شد؛ روی آن کلیک کرده و گزینه **Fill Series** را انتخاب می نماییم. در روش دیگر می توانیم در دو خانه متوالی از یک سطر یا ستون دو عدد تایپ نمود سپس هر دو عدد را انتخاب کرده و به کمک ماوس دستگیره آن را کشید آن گاه مشاهده می شود در خانه های بعدی دنباله تصاعد حسابی آن دو عدد درج می شود.



## محاسبات در Excel:

الف) محاسبات ساده ماشین حسابی:

شامل یک محاسبه ساده‌ای است که مانند ماشین حساب عمل می‌کند. مثلاً برای محاسبه  $۵۲ + ۱۲$  در یک خانه دلخواه می‌نویسیم  $۵۲ + ۱۲ =$  سپس با زدن دکمه اینتر مقدار در همان خانه محاسبه می‌شود.

(در صورتیکه علامت = نوشته نشود نرم افزار آن را یک متن تایپ شده در نظر گرفته و محاسبه‌ای انجام نمی‌شود.)

برای محاسبات در Excel باید به تقدم عملگرهای ریاضی توجه داشت یعنی باید بدانیم این نرم افزار به ترتیب کدام عمل ریاضی را انجام می‌دهد تا در نوشتن عبارت محاسباتی دچار اشتباه نشویم.

مهم‌ترین عملگرهای ریاضی چهار عمل اصلی ( + و - و ÷ و × ) و توان هستند و دیگر عملگرها شامل ( = و > و < و ≥ و ≤ و ≠ ) و نیز توابع می‌باشند. که Excel برای محاسبه یک عبارت به ترتیب زیر عمل می‌کند.

=	مساوی	+	جمع
<	کمتر	-	تفریق
<=	کمتر مساوی	*	ضرب
>	بزرگتر	/	تقسیم
>=	بزرگتر مساوی	^	توان
<>	نا مساوی	%	درصد

اولویتها	
اولویت اول	نماین محاسبات در پرانتزها
اولویت دوم	توان
اولویت سوم	توان
اولویت چهارم	ضرب و تقسیم
اولویت پنجم	جمع و تفریق

مثال: اگر بخواهیم عبارت  $\frac{11+15+19}{3}$  را محاسبه نماییم، چنان چه بنویسیم  $۱۱+۱۵+۱۹/۳$  ابتدا عدد ۱۹ بر ۳ تقسیم می‌شود سپس حاصل آن با ۱۱ و ۱۵ جمع می‌گردد که پاسخی اشتباه خواهد بود. و نوشتن صحیح به صورت  $(۱۱+۱۵+۱۹)/۳$  است که ابتدا مقادیر داخل پرانتز یعنی صورت کسر محاسبه می‌شود سپس نتیجه بر ۳ تقسیم می‌گردد. (توجه شود که برای محاسبه در Excel باید علامت مساوی را در اول عبارت نوشت.)

ب) محاسبات با استفاده از نشانی خانه‌ها: معمولاً روش محاسبه ساده ماشین حسابی در Excel استفاده نمی‌شود و اعداد را در خانه‌های مختلف می‌نویسیم و در خانه دیگری مانند روش بالا عبارت را می‌نویسیم (با توجه به تقدم عملگرها) ولی به جای اعداد، نشانی خانه آن‌ها را می‌نویسیم. (به جای تایپ نشانی خانه می‌توانید پس از نوشتن مساوی (=) با ماوس روی خانه مربوطه کلیک نمایید تا نشانی نوشته شود.) مثال ۱: برای حل مثال بالا به صورت زیر عمل می‌نماییم:

	A	B	C	D
1	X	Y	Z	میانگین
2	11	15	19	$= (A2+B2+C2)/3$

نکته



نکته

پرسش  
کلاسی

در این روش اگر اعداد را تغییر دهیم محاسبه عبارت بر مبنای اعداد جدید خواهد بود و نیاز به نوشتن مجدد رابطه نیست مثلاً اگر عدد ۱۹ را به ۲۸ تبدیل کرده و اینتر نماییم در خانه D۲ میانگین جدید مشاهده خواهد شد.

	A	B	C	D
1	X	Y	Z	میانگین
2	11	15	28	18

و نیز اگر در سطرهای دیگر زیر ستون‌های X, Y, Z اعداد دیگری بنویسیم و خانه D۲ را در مقابل آن‌ها کپی کنیم، میانگین هر ردیف را مشاهده خواهیم نمود.

	A	B	C	D
1	X	Y	Z	میانگین
2	11	15	28	18
3	25	18	32	25
4	35	62	95	64
5	32	54	61	49

مثال ۲: اگر شعاع‌های چند دایره را داشته باشیم و بخواهیم محیط و مساحت آن‌ها را به دست آوریم، مانند شکل زیر عمل می‌کنیم. (تابع PI() در Excel معادل عدد  $\pi$  است).

	A	B	C
1	شعاع	محیط	مساحت
2	$5=2*PI()*A2$	$=PI()*A2^2$	
3	12	75.3982237	452.389342
4	26	163.362818	2123.71463
5	30	563.495559	2827.43339

پرسش  
کلاسی



ج) محاسبه با استفاده از توابع: در این روش از توابع Excel برای محاسبات استفاده می‌شود. مثال: در یک سطر یا ستون تعدادی عدد بنویسید (مانند خانه‌های A۱ تا A۷) سپس آن‌ها را انتخاب کرده و از روبان Home قسمت کرکره‌ای آیکن AutoSum کلیک نمایید تا پنجره آن باز شود. گزینه مجموع (Sum) را کلیک کنید. مشاهده خواهید کرد که مجموع اعداد قسمت انتخاب شده در زیر آن‌ها محاسبه می‌شود. اگر به جای گزینه مجموع، گزینه میانگین (Average) را کلیک نمایید خواهید دید میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کند. به همین ترتیب، تعداد و بیشترین مقدار و کمترین مقدار محاسبه می‌شود.



نکته: در شکل بالا مفهوم (A۷:A۱) در توابع به معنی محدوده از خانه A۱ تا خانه A۷ می‌باشد.

نکته





مثال ۱: محاسبه وزن دو متر طول از میلگرد با قطر ۲۰ میلی‌متر، وقتی وزن مخصوص فولاد ۷۸۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب باشد:

	A	B	C	D	E	F
۱	طول (m)	قطر (mm)	قطر (m)	مساحت	حجم	وزن
۲	۲	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳۱۴۲	۰.۰۰۰۶۲۸۳	۴.۹۳۲۳۰۰۴۶۶
۳						
۴		$=B2*1/1000$				
۵			$=PI()*C2^2/4$		$=D2*A2$	$=7850*E2$

پس از کاهش دقت اعشاری (استفاده از آیکن های ) در سلول های D۲, E۲, F۲ داریم:

	A	B	C	D	E	F
۱	طول (m)	قطر (mm)	قطر (m)	مساحت	حجم	وزن
۲	۲	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۶	۴.۹۳
۳						
۴		$=B2*1/1000$				
۵			$=PI()*C2^2/4$		$=D2*A2$	$=7850*E2$

مثال ۲: محاسبه وزن یک متر طول از میلگرد با قطرهای ۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۸ و ۲۰ میلی‌متر، وقتی وزن مخصوص فولاد ۷۸۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب باشد:

پس از کپی سطر داریم:



	A	B	C	D	E	F
۱	طول (m)	قطر (mm)	قطر (m)	مساحت	حجم	وزن
۲	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۳						
۴						
۵						
۶						
۷						
۸						

با نوشتن قطرهای مورد نظر در ستون قطر (mm) جوابها در ستون وزن در دسترس اند.

	A	B	C	D	E	F
۱	طول (m)	قطر (mm)	قطر (m)	مساحت	حجم	وزن
۲	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۳	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۴	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۵	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۶	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۷	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۸	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷
۹	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷

	A	B	C	D	E	F
۱	طول (m)	قطر (mm)	قطر (m)	مساحت	حجم	وزن
۲	۱	۶	۰.۰۰۶	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۲۲
۳	۱	۸	۰.۰۰۸	۰.۰۰۰۱	۰.۰۰۰۱	۰.۳۹
۴	۱	۱۰	۰.۰۱	۰.۰۰۰۱	۰.۰۰۰۱	۰.۶۲
۵	۱	۱۲	۰.۰۱۲	۰.۰۰۰۱	۰.۰۰۰۱	۰.۸۹
۶	۱	۱۴	۰.۰۱۴	۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۰۲	۱.۲۱
۷	۱	۱۶	۰.۰۱۶	۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۰۲	۱.۵۸
۸	۱	۱۸	۰.۰۱۸	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۰۰
۹	۱	۲۰	۰.۰۲	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۲.۴۷

رایانه را روشن کرده و برنامه Excel را باز کنید :

۱- صفحه Excel را با شکل آن در کتاب مطابقت دهید و نام قسمت‌های مختلف آن را به خاطر بسپارید.

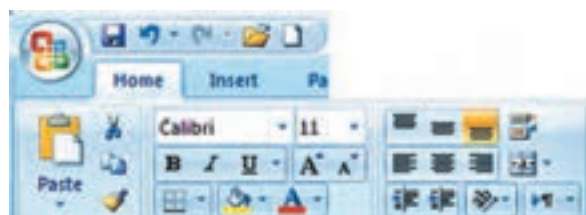
تمرین



۲- ماوس را بر روی آیکن‌های شکل روبه‌رو قرار داده

سپس در برگه‌ای نام و

کلیدهای میانبر آن را بنویسید.







۳- در ستون A چند عدد تایپ کنید (پس از نوشتن متن یا عدد در خانه فعال با زدن کلید Enter خانه پایین تر و با زدن دکمه Tab خانه سمت راست فعال می شود) سپس آن ها را انتخاب نمایید. آنگاه با کلیک کردن آیکن های شکل زیر تغییرات را مشاهده و در برگه ای یادداشت نمایید.



۴- تمرین شماره ۳ را با نوشتن حروف یا متن انجام دهید.

۵- در تعدادی از خانه ها عدد یا متن بنویسید سپس با کمک ماوس آن ها را جابجا و کپی نمایید.

۶- در تعدادی از خانه ها عدد تایپ نمایید. سپس:

الف) آن ها را انتخاب کرده و آیکن های  را کلیک نمایید و نتیجه را گزارش کنید.

ب) طول ستون ها را کم و زیاد کنید و مشاهدات خود را گزارش نمایید.

۷- در یکی از خانه ها عدد ۱۰۰ را بنویسید سپس یک بار در سطر و یک بار در ستون تا عدد ۱۱۰ به طور اتوماتیک شماره زنی نمایید.

۸- در یک ستون به کمک درج اتوماتیک اعداد زوج از ۱۰۲ تا ۱۲۰ را بنویسید. و چگونگی انجام آن را گزارش نمایید.

۹- در یک ستون به کمک درج اتوماتیک ۱۰ عدد از مضارب ۵ را بنویسید. و نحوه انجام آن را گزارش نمایید.

۱۰- در خانه های A۱ و A۲ به ترتیب S۱ و S۲ را تایپ کنید سپس هر دو خانه را انتخاب کرده و به کمک ماوس دستگیره آن را تا خانه A۱۰ بکشید و نتیجه مشاهدات را گزارش نمایید.

۱۱- در خانه های B۱ و B۲ و B۳ به ترتیب A۱ و B۱ و C۱ را تایپ کنید سپس هر سه خانه را انتخاب کرده و دستگیره آن را تا خانه B۱۲ بکشید. و نتیجه مشاهدات را گزارش نمایید.

۱۲- جدول زیر را نوشته سپس آن را انتخاب کرده و به روش درج اتوماتیک ابتدا به سمت راست ۱۰ خانه کپی کرده سپس همه ی آن ها را انتخاب نموده و ۱۰ خانه به سمت پایین کپی نمایید. از مشاهده جدول به دست آمده چه نتیجه ای می گیرید.

	A	B
1	1	2
2	2	4

۱۳- مطابق شکل جدولی تنظیم کرده و طول و عرض ۱۰ مستطیل را بنویسید سپس مساحت هریک را محاسبه نمایید.

	A	B	C
1	طول	عرض	مساحت مستطیل
2			



۱۴- مطابق شکل جدولی تنظیم کرده و اضلاع ۱۰ مثلث را در آن بنویسید سپس مقدار نصف محیط و مساحت هریک را محاسبه نمایید.

(راهنمایی: برای نوشتن رادیکال از تابع  $\sqrt{}$  استفاده نمایید زیرا این تابع جذر عبارتی که داخل پرانتز نوشته می‌شود را محاسبه می‌نماید.)

	A	B	C	D	E
1	a	b	c	p	s
2					

۱۵- جدولی مطابق شکل زیر تنظیم کنید و نام دروس سال قبل و تعداد واحد هردرس و نمره اخذ شده خود را در آن بنویسید سپس در ستون امتیاز نمره هر درس را در تعداد واحد آن ضرب کنید. آنگاه مجموع نمرات و واحدها و معدل خود را محاسبه نمایید.

	A	B	C	D	E
1	رتبف	نام درس	تعداد واحد درس	نمره	امتیاز
2					

## ۴-۲- مفاهیم پایه واحدهای اندازه گیری و تبدیل آن‌ها:

### ۴-۲-۱- کمیت (Quantity)

آن دسته از ویژگی‌های هر پدیده فیزیکی که قابل اندازه‌گیری بوده و مقدار آن با عدد بیان می‌شود. مثال: طول، زمان، وزن، مساحت، حجم و ...

کمیت‌هایی که در رشته ساختمان بیشتر با آن سر و کار داریم عبارتند از: طول - سطح - حجم - زاویه - زمان - جرم و وزن

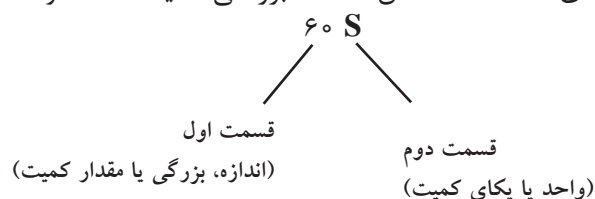
### یکایا واحد اندازه‌گیری

برای اندازه‌گیری یک کمیت بایستی آن را با مقدار ثابتی از آن کمیت مقایسه کرد، که به آن مقدار ثابت از کمیت، یکا یا واحد آن می‌گویند.

مثال: یکا یا واحد کمیت زمان، «ثانیه» است. «۶۰ ثانیه» زمانی معادل ۶۰ برابر یک ثانیه است.

### اندازه‌گیری یک کمیت

اندازه‌گیری یک کمیت، مقایسه مقدار آن با یکای آن کمیت است. اندازه یک کمیت شامل دو قسمت است. قسمت اول عددی است که نشان دهنده بزرگی کمیت است و قسمت دوم نشان دهنده یکای کمیت می‌باشد.



## سامانه بین المللی یکها (SI=System International)

از معروف ترین سامانه های واحدهای اندازه گیری در دنیا می توان از سامانه (SI) نام برد. در این کتاب سامانه SI در کاربرد انواع کمیت ها، حاکم خواهد بود.

جدول ۱-۱ سامانه (SI)

نیرو	زمان	جرم	طول	کمیت سامانه
نیوتن (N)	ثانیه (s)	کیلوگرم (kg)	متر (m)	(SI)

### ۴-۲-۲- یکها:

#### ۱- متر (m)، واحد طول

یک متر، مسافتی است که نور در مدت  $\frac{1}{299792458 \times 10^8}$  ثانیه در خلاء می پیماید.

#### ۲- متر مربع (m<sup>2</sup>)، واحد سطح

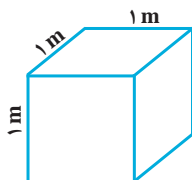
یک مترمربع، مساحت مربعی است که طول هر ضلع آن یک متر است.



$$S = 1 \text{ m}^2$$

#### ۳- متر مکعب (m<sup>3</sup>)، واحد حجم

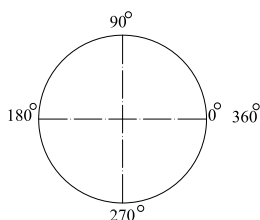
یک مترمکعب، حجم مکعبی است که طول هر بعد آن یک متر می باشد.



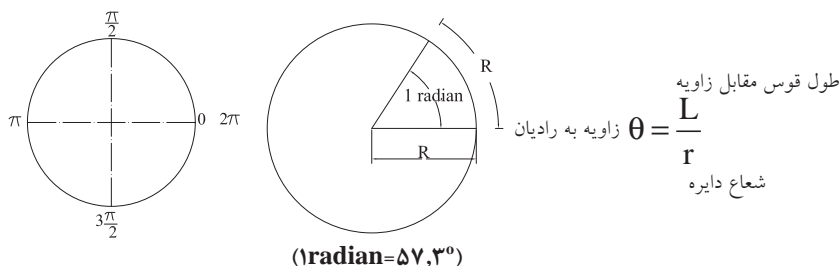
$$V = 1 \text{ m}^3$$

#### ۴- واحدهای زاویه

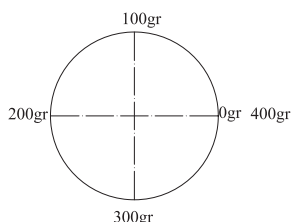
درجه (Degree): یک درجه (°)،  $\frac{1}{360}$  زاویه مرکزی دایره کامل است. یک درجه برابر ۶۰ دقیقه و هر دقیقه معادل ۶۰ ثانیه است.



**رادیان (Radian):** یک رادیان (1 radian)،  $\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{6.28}$  زاویه مرکزی دایره کامل است.



**گراد (Grad):** یک گراد (1 grad)،  $\frac{1}{400}$  زاویه مرکزی دایره کامل است. یک گراد برابر ۱۰۰ دقیقه



گرادی است.

## ۵- کیلوگرم (kg)، واحد جرم

یک کیلوگرم جرم استوانه‌ای از آلیاژ پلاتین-ایریدیم است که در اداره استاندارد بین‌المللی در نزدیکی شهر پاریس نگهداری می‌شود.

## ۶- ثانیه (s)، واحد زمان

یک ثانیه زمانی است برابر  $9/192631770 \times 10^8$  بار نوسان نور تابش شده در پرتو اتم سزیم  $133(133)$  Cs.

## ۷- نیوتن (N)، واحد نیرو

یک نیوتن مقدار نیرویی است که به جرم یک کیلوگرم، شتاب یک متر بر مجذور ثانیه را بدهد.

## ۴-۲-۳- تبدیل واحدها (Unit Conversion)

الف) تبدیل‌های واحد طول (L):

جدول ۱-۱- ضرایب تبدیل یکاهای طول

$1000 = 10^3$	$100 = 10^2$	۱۰	۱	$0.1 = 10^{-1}$	$0.01 = 10^{-2}$	$0.001 = 10^{-3}$
میلی‌متر mm	سانتی‌متر cm	دسی‌متر dm	متر m	دکامتر dam	هکتومتر hm	کیلومتر km

مثال: ۵۰۰۰۰ میلی‌متر چند کیلومتر است؟

قاعده کلی تبدیل واحد: برای تبدیل واحد، ضریب واحد خواسته شده را در صورت و ضریب واحد اولیه را در مخرج از جدول فوق قرار می‌دهیم.

پرسش  
کلاسی



$$5000 \text{ mm} \times \frac{0/001 \text{ km}}{1000 \text{ mm}} = 5 \times 10^4 \times \frac{10^{-3}}{10^3} = 5 \times 10^{-2} \text{ km} = 0/05 \text{ km}$$

ب) تبدیل های واحد سطح (A):

جدول ۱-۲- ضرایب تبدیل یکاهای سطح

۱۰۶	۱۰۴	۱۰۲	۱	۱۰-۲	۱۰-۴	۱۰-۶
میلیمتر مربع	سانتی متر مربع	دسی متر مربع	متر مربع	دکامتر مربع	هکتومتر مربع	کیلومتر مربع
mm <sup>۲</sup>	cm <sup>۲</sup>	dm <sup>۲</sup>	m <sup>۲</sup>	dam <sup>۲</sup>	hm <sup>۲</sup>	km <sup>۲</sup>
				(آر)	(هکتار)	

مثال: ۱۵۰۰۰۰ سانتی متر مربع چند کیلومتر مربع است؟

$$150000 \text{ cm}^2 \times \frac{10^{-6} \text{ km}^2}{10^4 \text{ cm}^2} = 1/5 \times 10^5 \times \frac{10^{-6}}{10^4} = 1/5 \times 10^{-5} \text{ km}^2$$

پرسش  
کلاسی



ج) تبدیل های واحد حجم (V):

جدول ۱-۳- ضرایب تبدیل یکاهای حجم

۱۰۹	۱۰۶	۱۰۳	۱	۱۰-۳	۱۰-۶	۱۰-۹
میلیمتر مکعب	سانتی متر مکعب	دسی متر مکعب	متر مکعب	دکامتر مکعب	هکتومتر مکعب	کیلومتر مکعب
mm <sup>۳</sup>	cm <sup>۳</sup>	dm <sup>۳</sup>	m <sup>۳</sup>	dam <sup>۳</sup>	hm <sup>۳</sup>	km <sup>۳</sup>
	(سی سی cc) یا میلی لیتر (ml)	(لیتر Lit)				

مثال: ۱۰۰۰۰۰ لیتر چند متر مکعب است؟

$$100000 \text{ dm}^3 \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ dm}^3} = 10^5 \times \frac{1}{10^3} = 10^2 \text{ m}^3 = 100 \text{ m}^3$$

پرسش  
کلاسی



پیدا کردن رابطه بین اعداد در سه جدول فوق می تواند در به خاطر سپردن آن ها کمک زیادی نماید.

د) تبدیل های واحد جرم (M):

جدول ۱-۴- ضرایب تبدیل یکاهای جرم

۱۰۳	۱	۱۰-۳
گرم	کیلوگرم	تن
gr	kg	ton



مثال: ۲۵° تن چند گرم است؟

$$0.25 \text{ ton} \times \frac{10^3 \text{ gr}}{10^{-3} \text{ ton}} = 2/5 \times 10^{-1} \times 10^6 = 2/5 \times 10^5 \text{ gr}$$

ه) تبدیل های واحد زاویه:

جدول ۱-۵- ضرایب تبدیل یکاهای زاویه

۳۶۰۰"	۶۰'	۱°	$\frac{\pi}{180}$ radian	$\frac{400}{360} = \frac{10}{9} \text{ grad}$
ثانیه	دقیقه	درجه	رادیان	گراد
second	minute	Degree (D)	radian	grad

مثال: یک رادیان چند ثانیه درجه ای است؟

$$1 \text{ radian} \times \frac{3600''}{\frac{\pi}{180} \text{ radian}} = \frac{3600 \times 180}{\pi} = 206265''$$

برای یکاهای داده شده، یکاهای خواسته شده را در جدول های زیر محاسبه نمایید:



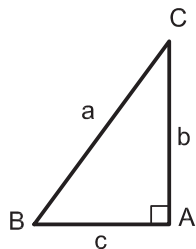
km	m	dam	m	mm	m
$80/41 \times 10^{-4}$	.....	5/65	.....	$9 \times 10^5$	.....
km <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>
4/5	.....	10 <sup>6</sup>	.....	10 <sup>10</sup>	.....
m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	Lit	mm <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>
5000	.....	10 <sup>6</sup>	.....	$18 \times 10^{10}$	.....
gr	kg	ton	kg	gr	ton
5678	.....	0/75	.....	18 000	.....
radian	D	grad	radian	D	second
1/57	.....	200	.....	15	.....

۴-۳- روش های محاسبه طول، زاویه، سطح، حجم، وزن، و مقدار مصالح و زمان انجام کار: ۴-۳-۱- محاسبه طول با استفاده از رابطه فیثاغورث:

هرگاه دو ضلع از مثلث قائم الزاویه ای معلوم باشد ضلع سوم را می توان به کمک رابطه فیثاغورث محاسبه نمود.  
قضیه فیثاغورث

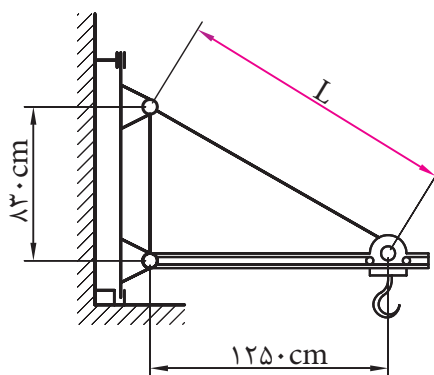
در هر مثلث قائم الزاویه، مربع وتر برابر است با مجموع مربع های دو ضلع دیگر  
در تعریف فوق منظور از وتر، ضلع مقابل به زاویه قائمه می باشد.

در مثلث ABC شکل ۲-۴ زاویه  $A = 90^\circ$  است. پس داریم:  $a^2 = b^2 + c^2$



شکل ۲-۴ ▲

مثال ۱: در حماله مطابق شکل ۳-۴ اندازه  $L$  چه قدر است؟



شکل ۳-۴ ▲

طبق قضیه فیثاغورث داریم:

$$L^2 = 1250^2 + 830^2$$

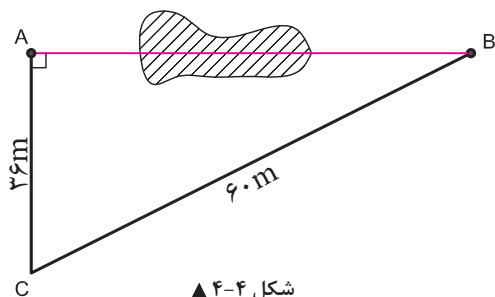
$$L^2 = 1562500 + 688900 = 2251400$$

$$L = \sqrt{2251400}$$

$$L = 1500/47 \text{ cm}$$

مثال ۲: می‌خواهیم فاصله دو نقطه  $A$  و  $B$  را که بین آن‌ها مانعی وجود دارد تعیین کنیم. برای این کار، مطابق شکل ۴-۴ مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  را تشکیل داده و اضلاع  $AC$  و  $BC$  را اندازه‌گیری کرده‌ایم. فاصله

$AB$  چند متر است؟



شکل ۴-۴ ▲

طبق رابطه فیثاغورث داریم:

$$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2$$

$$60^2 = 36^2 + (AB)^2 \Rightarrow (AB)^2 = 60^2 - 36^2$$

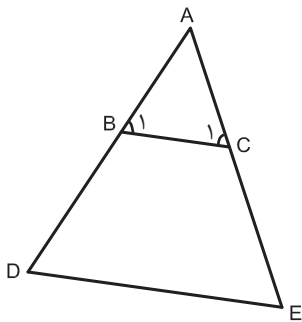
$$(AB)^2 = 2304$$

$$AB = \sqrt{2304} \Rightarrow AB = 48m$$

### ۴-۳-۲- محاسبه طول با استفاده از نسبت تشابه شکل های هندسی

در دو شکل متشابه، نسبت بین اضلاع متناظر عدد ثابتی است که به آن نسبت تشابه می گویند و آن را با حرف «K» نشان می دهند.

هر گاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه بوده که کی از حالت های تشابه دو مثلث می باشد که در محاسبات فنی ساختمان کاربرد زیادی دارد.  
مثلاً در شکل ۴-۵ اگر BC موازی DC باشد لذا زاویه B با D و زاویه C با E برابر می باشند و دو مثلث ABC و ADC متشابه خواهند بود و داریم:

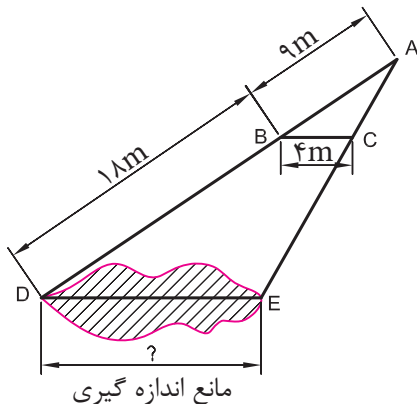


شکل ۴-۵ ▲

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = K$$

مثال ۱: در شکل ۴-۶، خط BC موازی ضلع DE است؛ یعنی دو مثلث ABC و ADE متشابه هستند و داریم:

متر ۹، AB=۹، متر ۱۸، BD=۱۸ و متر ۴، BC=۴، طول ضلع DE چند متر است؟  
حل: طبق تعریف نسبت تشابه داریم:



شکل ۴-۶ ▲

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\frac{9}{9+18} = \frac{4}{DE} \Rightarrow DE = \frac{4 \times (9+18)}{9} \Rightarrow \boxed{DE = 12m}$$

نکته

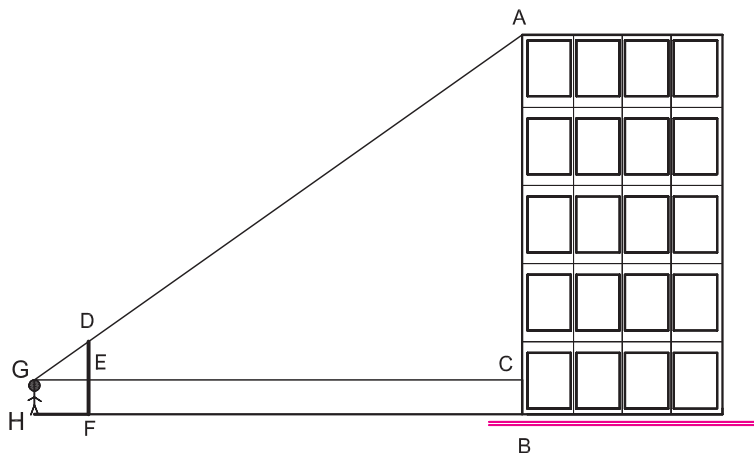


پرسش  
کلاسی



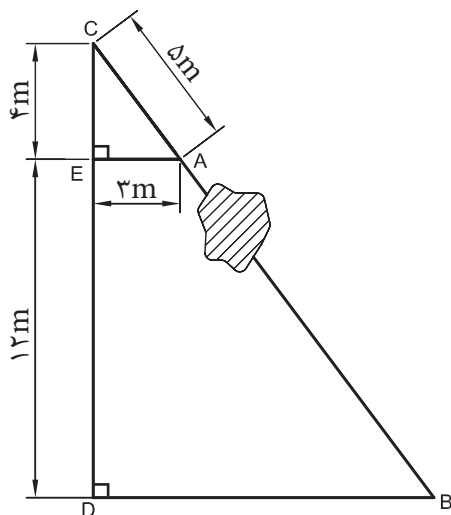


۱- برای تعیین ارتفاع یک ساختمان، از یک چوب به طول ۳ متر ( $DF = 3m$ ) مطابق شکل ۷-۴ استفاده شده است. در صورتی که فاصله چشم ناظر از زمین برابر  $GH = 1.70m$  و  $HF = 2m$  و  $FB = 18m$  باشد، ارتفاع ساختمان AB را بر حسب متر تعیین کنید.



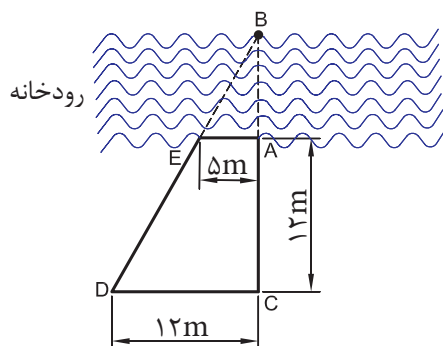
▲ شکل ۷-۴

۲- برای تعیین فاصله دو نقطه A و B که مانعی بین آنها وجود دارد، مثلث‌های قائم‌الزاویه ACE و BCD را بنا کرده‌ایم. فاصله دو نقطه A و B را بر حسب متر به دست آورید.



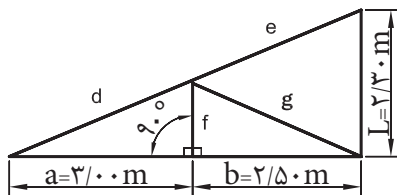
▲ شکل ۸-۴

۳- برای تعیین عرض یک رودخانه، طول‌های  $DC$  و  $AC$  و  $AE$  اندازه‌گیری شده‌اند. عرض رودخانه چند متر است؟



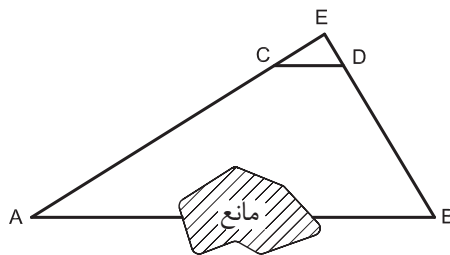
شکل ۹-۴ ▲

۴- اندازه طول عضوهای  $d$ ،  $e$ ،  $f$  و  $g$  را در حماله مطابق شکل ۱۰-۴ به دست آورید.



شکل ۱۰-۴ ▲

۵- برای تعیین فاصله دو نقطه  $A$  و  $B$  که مانعی بین آن‌ها وجود دارد، مثلث دلخواه  $ABE$  را بنا کرده و طول اضلاع  $AE$  و  $BE$  را اندازه گرفته‌ایم (  $AE=35m$  و  $BE=20m$  ). از طرفی، مثلث دیگری مانند  $CED$  را در نظر گرفته و طول اضلاع آن را اندازه‌گیری کرده‌ایم. (  $CE=3/5m$  و  $ED=2m$  و  $CD=4m$  ). اگر  $CD$  موازی  $AB$  باشد فاصله نقاط  $A$  و  $B$  را بر حسب متر تعیین کنید.



شکل ۱۱-۴ ▲

### ۴-۳-۳- محاسبه طول با استفاده از روابط مثلثاتی (نسبت‌های مثلثاتی)

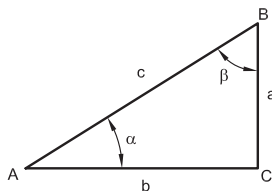
#### ۱- تعریف روابط اصلی مثلثاتی (نسبت‌های مثلثاتی)

در هر مثلث قائم‌الزاویه، روابط اصلی مثلثاتی (نسبت‌های مثلثاتی) به صورت جدول ۴ تعریف می‌شود.

جدول ۴

$\sin = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \text{سینوس}$	$\tan = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \text{تانژانت}$
$\cos = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \text{کسینوس}$	$\cot = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \text{کتانژانت}$

مثال: در مثلث قائم‌الزاویه ABC شکل ۴-۱۲، روابط اصلی مثلثاتی برای زاویه  $\alpha$  چنین تعریف می‌شود:



شکل ۴-۱۲ ▲

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

اصطلاحات مثلثات مثل «سینوس و کسینوس و تانژانت» دقیقاً ترجمه واژه‌هایی است که در نوشته‌های ریاضی‌دانان ایرانی و به خصوص کتاب «کشف‌القتاع» خواجه نصیرالدین طوسی به کار رفته است. در واقع در هیچ زمینه‌ای از ریاضیات محاسبه‌ای مثل حساب و جبر و مثلثات نمی‌توان قانون یا دستوری را یافت که به وسیله ریاضی‌دانان ایرانی کشف نشده باشد.

در مثلث قائم‌الزاویه ABC شکل ۴-۱۲، روابط اصلی مثلثاتی را برای زاویه  $\beta$  در جدول بنویسید.

$\sin \beta = \text{_____}$	$\cos \beta = \text{_____}$	$\tan \beta = \text{_____}$	$\cot \beta = \text{_____}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

پرسش  
کلاسیآیا میدانید  
که ...

تمرین



## ۲- مقادیر عددی نسبت‌های مثلثاتی:

همیشه مقادیر نسبت‌های مثلثاتی برای هر زاویهٔ معین، مقدار ثابتی است. در جدول ۵ مقدار عددی نسبت‌های مثلثاتی زوایای  $۳۰^\circ$ ،  $۴۵^\circ$  و  $۶۰^\circ$  را ملاحظه می‌کنید.

جدول ۵- نسبت‌های مثلثاتی زوایای  $۳۰^\circ$ ،  $۴۵^\circ$  و  $۶۰^\circ$

زاویه $\alpha$	$۳۰^\circ$	$۴۵^\circ$	$۶۰^\circ$
نسبت مثلثاتی			
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
$\cotan \alpha$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

توجه: بهتر است اعداد جدول ۵ به‌خاطر سپرده شود و برای سایر زوایا، از ماشین‌های حساب استفاده گردد.

## ۳- کاربرد نسبت‌های مثلثاتی:

در مثلث قائم‌الزاویه هر گاه یک ضلع و یک زاویهٔ آن معلوم باشند به کمک نسبت‌های مثلثاتی می‌توان اندازهٔ اضلاع دیگر آن را به‌دست آورد.

مثال ۱: در شکل ۴-۱۳ ارتفاع  $h$  را محاسبه می‌کنیم:  
برای شکل مورد نظر از رابطهٔ سینوس استفاده می‌نماییم (دلیل آن را توضیح دهید).

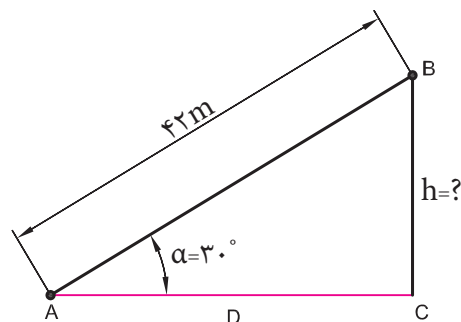
پرسش  
کلاسی



$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{42}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{42} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{42} \Rightarrow h = \frac{42 \times 1}{2} = 21$$



شکل ۴-۱۳ ▲

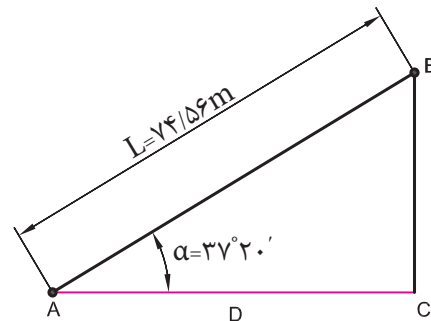
مثال ۲: طول شیب‌دار  $AB = 74/56\text{m}$  را در روی زمین اندازه‌گیری کرده‌ایم. در صورتی که زاویه شیب  $\alpha = 37^\circ 20'$  باشد، فاصله افقی بین A و B یعنی D چند متر است؟



$$\cos \alpha = \frac{D}{L} \Rightarrow D = L \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \cos 37^\circ 20' = 0.7951$$

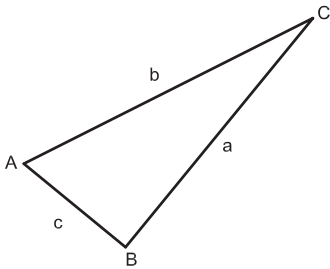
$$D = 74/56\text{m} \times 0.7951 = 59/28\text{m}$$



شکل ۴-۱۴ ▲

### ۴-۳-۴- محاسبه طول در مثلث غیر مشخص ۱- رابطه سینوس‌ها:

در هر مثلث غیر مشخص مانند شکل ۴-۱۵ هرگاه دو زاویه و یک ضلع از مثلثی معلوم باشد، دو ضلع دیگر را می‌توان با استفاده از رابطه سینوس‌ها که به صورت زیر تعریف می‌شود، محاسبه نمود.



شکل ۴-۱۵ ▲

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

مثال ۱: در مثلث ABC (شکل ۴-۱۴)،  $a = 45\text{m}$  و  $\hat{A} = 37^\circ$  و  $\hat{B} = 118^\circ$  است. طول b چند متر است؟  
حل: رابطه سینوس‌ها را می‌نویسیم:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{45\text{m}}{\sin 37^\circ} = \frac{b}{\sin 118^\circ}$$

$$\Rightarrow b = \frac{\sin 118^\circ}{\sin 37^\circ} \times 45\text{m} = \frac{0.8830}{0.6018} \times 45\text{m}$$

$$b = 66/02\text{m}$$

مثال ۲: در شکل ۴-۱۶ اندازه سه زاویه و طول یک ضلع مثلث، معلوم است. طول دو ضلع دیگر چقدر است؟

حل: رابطه سینوس ها را در نظر می گیریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

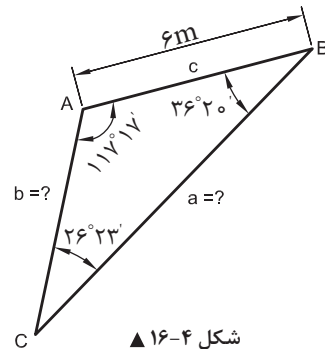
برای محاسبه  $a$  داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a(\sin C) = c(\sin A)$$

$$a = \frac{\sin A}{\sin C} \times c \Rightarrow a = \frac{\sin 117^\circ 17'}{\sin 26^\circ 23'} \times 6m$$

$$a = \frac{0.88875}{0.44437} \times 6m \Rightarrow \boxed{a = 12m}$$



شکل ۴-۱۶ ▲

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ یا } \frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$$

برای محاسبه  $b$  داریم:

$$b = \frac{\sin B}{\sin C} \times c$$

از یکی از دو رابطه فوق استفاده می کنیم:

$$b = \frac{\sin 36^\circ 20'}{\sin 26^\circ 23'} \times 6m = \frac{0.59248}{0.44437} \times 6 = 7.9997 \Rightarrow b \approx 8m$$

## ۲- رابطه کسینوس ها:

در هر مثلث غیرمستطیل مانند شکل ۴-۱۷ اگر دو ضلع و زاویه بین آن ها ( $\hat{A}$  و  $b$  و  $c$ ) معلوم باشد، با استفاده از رابطه کسینوس ها که به صورت زیر تعریف می شود می توان ضلع سوم مثلث یعنی  $a$  را محاسبه نمود.

مثال: در شکل ۴-۱۷ ضلع  $C$  را به دست آورید.

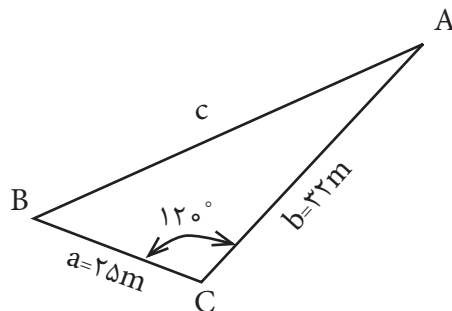
حل: رابطه کسینوس ها را با توجه به این که ضلع  $C$  مجهول می باشد به صورت زیر می نویسیم:

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 25^2 + 32^2 - 2 \times 25 \times 32 \times \cos 12^\circ$$

$$c^2 = 2449 \Rightarrow c = \sqrt{2449} \Rightarrow \boxed{c = 49.48}$$



شکل ۴-۱۷ ▲

پرسش  
کلاسی

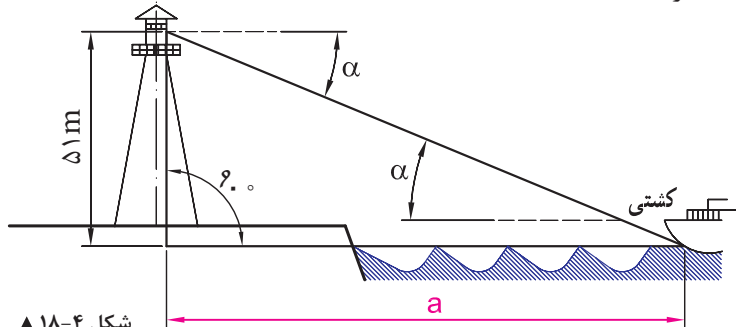




۱- مقادیر نسبت‌های مثلثاتی ( $\sin$  و  $\cos$  و  $\tan$  و  $\cotan$ ) را برای زوایای زیر به‌دست آورید:

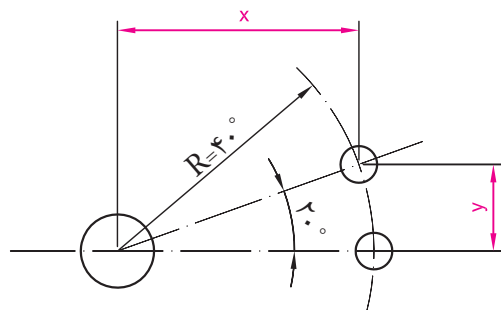
$$۱۵^{\circ}۲۰', ۴۸^{\circ}۱۰', ۳۸^{\circ}۵۰', ۸۸^{\circ}۴۰', ۷۵^{\circ}۳۰'$$

۲- یک دیده‌بان از برجی به ارتفاع ۵۱ متر، نزدیک‌شدن یک کشتی را تحت زاویه  $۴^{\circ}۵۰'$  مشاهده می‌کند. فاصله کشتی تا برج را (حد فاصل  $a$ ) به متر حساب کنید.



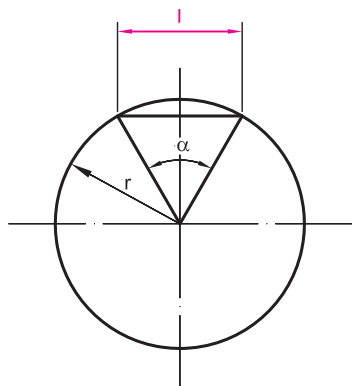
شکل ۱۸-۴ ▲

۳- در قطعه‌ای مطابق شکل ۱۹-۴ برای استقرار پین، سوراخ‌هایی ایجاد خواهد شد. مقادیر  $x$  و  $y$  را به‌دست آورید.



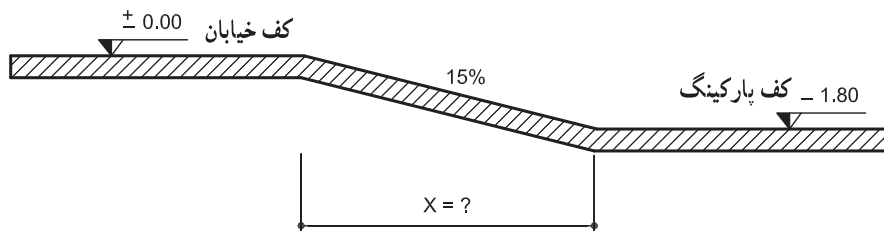
شکل ۱۹-۴ ▲

۴- رابطه‌ای برای محاسبه طول « $l$ » قطعه دایره، بر حسب شعاع دایره و زاویه  $\alpha$  بنویسید



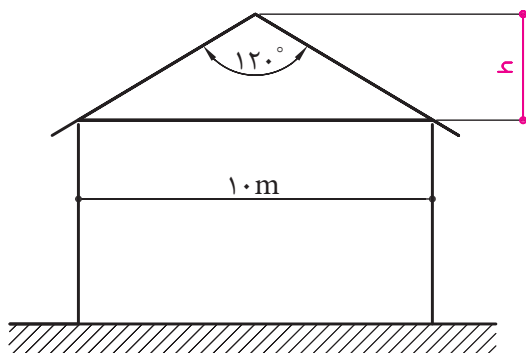
شکل ۲۰-۴ ▲

۵- کف پارکینگ یک ساختمان مسکونی، مطابق شکل ۲۰، ۱/۸۰ متر پایین‌تر از کف خیابان است. در صورتی که شیب رمپ ۱۵٪ باشد، طول افقی رمپ باید چند متر باشد؟ (رمپ، سطح شیب‌داری است که سطوح با اختلاف ارتفاع را به یکدیگر وصل می‌کند).  
 شیب رمپ: نسبت اختلاف ارتفاع را به طول افقی رمپ، «شیب رمپ» می‌گویند.



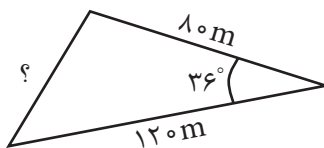
▲ شکل ۲۱-۴

۶- اندازه  $h$  را در سقف شیب‌دار مطابق شکل ۲۲-۴ به دست آورید.

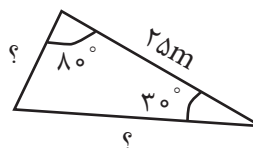


▲ شکل ۲۲-۴

۷- اضلاع مجهول مثلث‌های شکل‌های ۲۳-۴ و ۲۴-۴ را به دست آورید.



▲ شکل ۲۴-۴



▲ شکل ۲۳-۴

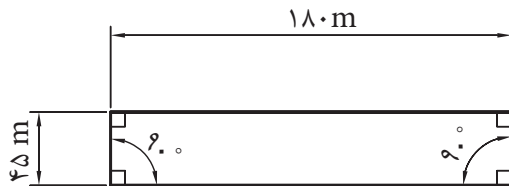


## ۴-۳-۴- محاسبه محیط

محیط چندضلعی‌ها (سه ضلعی، چهارضلعی، پنج ضلعی و ...) برابر است با مجموع اضلاع آن‌ها  
مثال ۱: ابعاد زمینی مطابق شکل ۴-۲۵ است. در صورتی که بخواهیم برای محصور کردن زمین از سیم خاردار استفاده کنیم و فاصله تیرک‌های چوبی سیم خاردار از هم ۳ متر باشد، چند عدد تیرک چوبی برای این کار لازم است؟ چنانچه از چهار ردیف سیم خاردار استفاده شود، طول سیم خاردار مصرفی چند متر است؟

پرسش  
کلاسی

حل: الف -



شکل ۴-۲۵ ▲

$$L = 180 + 45 + 180 + 45 = 450 \text{ m}$$

۱- طول محیط چهارضلعی را حساب می‌کنیم:

۲- طول محیط را تقسیم بر فاصله دو تیرک می‌کنیم:

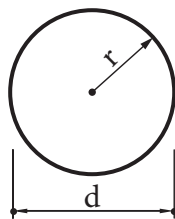
$$n = \frac{\text{طول کل (محیط)}}{\text{فاصله دو تیرک از هم}} = \frac{450}{3} = 150 \quad \text{تعداد تیرک لازم}$$

ب -

۳- برای محاسبه طول سیم خاردار، با توجه به این که چهار مرتبه به دور زمین می‌چرخد، به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$450 \times 4 = 1800 \text{ m}$$

طول سیم خاردار لازم

محیط دایره به شعاع  $r$  برابر است با:  $u = \pi d$  یا  $u = 2\pi r$ 

شکل ۴-۲۶ ▲

مثال ۱: محیط دایره به شعاع ۵ سانتی‌متر برابر است با:

پرسش  
کلاسی

$$u = 2 \times 3.14 \times 5 \text{ cm} = 31.4 \text{ cm}$$

مثال ۲: با استفاده از روش برش با شعله، قطعه‌ای مطابق شکل ۴-۲۷ از ورق فولادی بریده خواهد شد؛ طول مسیر برش چند متر است؟ (اندازه‌ها بر حسب میلی‌متر است).

حل: منظور از طول مسیر برش، همان محیط قطعه است. برای به‌دست آوردن محیط قطعه، ابتدا محیط آن را به طول‌های  $L_1$ ،  $L_2$ ،  $L_3$ ،  $L_4$  و  $L_5$  تفکیک می‌کنیم؛ سپس طول هر یک از آن‌ها را محاسبه کرده و آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$U = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5$$

$$L_1 = 200 \text{ mm}$$

$$L_2 = \frac{d_2 \times \pi}{2} = \frac{400 \text{ mm} \times 3.14}{2} = 628 \text{ mm}$$

$$L_3 = 200 \text{ mm} - 80 \text{ mm} = 120 \text{ mm}$$

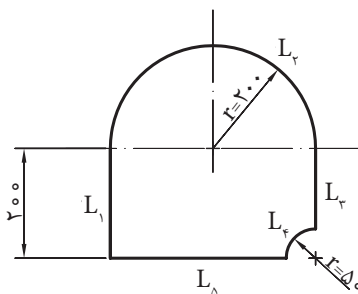
$$L_4 = \frac{d_4 \times \pi}{4} = \frac{160 \text{ mm} \times 3.14}{4} = 125.6 \text{ mm}$$

$$L_5 = 400 \text{ mm} - 80 \text{ mm} = 320 \text{ mm}$$

$$U = 200 \text{ mm} + 628 \text{ mm} + 125.6 \text{ mm} + 320 \text{ mm} = 1413.6 \text{ mm}$$

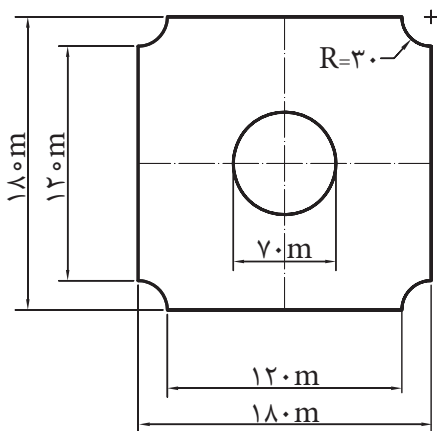
شکل ۴-۲۷ ▲

$$U = 1.414 \text{ m}$$

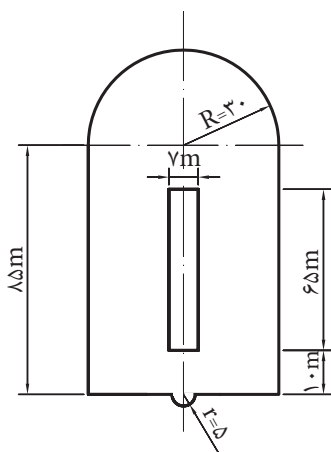


۱- محیط داخلی و خارجی شکل‌های ۴-۲۸ و ۴-۲۹ را با توجه به اندازه‌های داده‌شده محاسبه کنید. (اندازه‌ها بر حسب متر می‌باشد).

تمرین

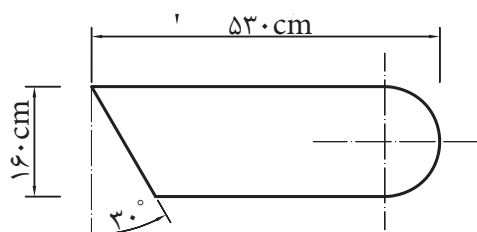


شکل ۴-۲۹ ▲



شکل ۴-۲۸ ▲

۲- محیط شالوده شکل ۴-۳۰ را به‌دست آورید.



شکل ۴-۳۰ ▲

## ۴-۳-۵- محاسبه زوایای مثلث

## الف. محاسبه زوایای مثلث قائم الزاویه:

هرگاه در مثلث قائم الزاویه دو ضلع معلوم باشد، با استفاده از نسبت های مثلثاتی می توان زوایای مثلث را محاسبه نمود.

مثال ۱: در مثلث قائم الزاویه شکل ۴-۳۱ اندازه زوایه های B و C چند درجه است؟

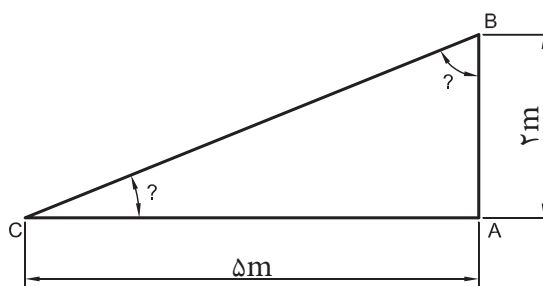
$$\tan \hat{C} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \tan^{-1}(0.4)$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 21.8^\circ$$

$$\tan \hat{B} = \frac{5}{2} = 2.5$$

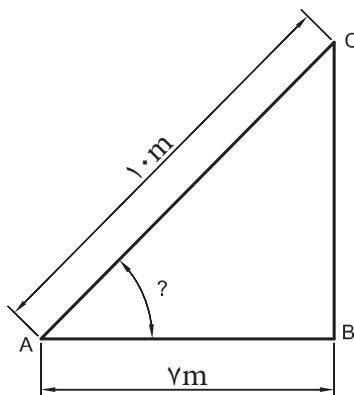
$$\Rightarrow \hat{B} = \tan^{-1}(2.5) \Rightarrow \hat{B} = 68.2^\circ$$



شکل ۴-۳۱ ▲

مثال ۲: در شکل ۴-۳۲ اندازه زاویه A چند درجه است؟

$$\cos A = \frac{7}{10} = 0.7 \Rightarrow \hat{A} = 45.57^\circ$$



شکل ۴-۳۲ ▲

پرسش  
کلاسی

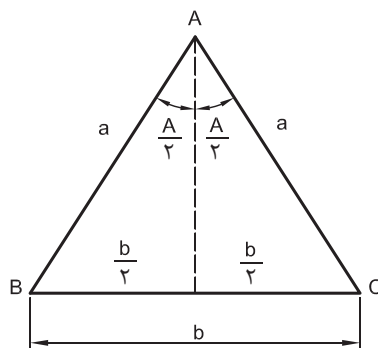


## ب. محاسبه زوایای مثلث متساوی الساقین

در مثلث متساوی الساقین ABC (شکل ۳۳-۴) ارتفاع نظیر رأس A، نیم‌ساز زاویه A و عمود منصف ضلع مقابل به زاویه A بر هم منطبق می‌باشند؛ بنابراین با توجه به روابط مثلثاتی داریم:

$$\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{\frac{b}{2}}{a} = \frac{b}{2a}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{b}{2a}}$$

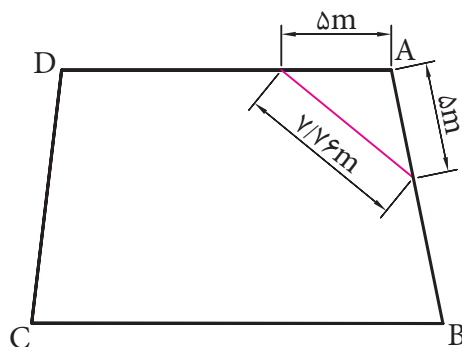


شکل ۳۳-۴ ▲

با استفاده از رابطه فوق مقدار زاویه  $\left(\frac{A}{2}\right)$  را محاسبه نموده و سپس زاویه A را محاسبه می‌نمائیم. با توجه به این که زوایای B و C با هم برابرند، خواهیم داشت:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 2\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - A}{2}}$$

مثال: برای اندازه‌گیری زاویه A در گوشه یک زمین، دو طول مساوی ۵ متری در روی دو ضلع آن جدا کرده و سپس ضلع سوم آن را اندازه‌گیری نموده‌ایم (شکل ۳۴-۴). اندازه زاویه A چند درجه است؟



شکل ۳۴-۴ ▲

حل:

$$\sin \frac{A}{2} = \frac{b}{2a} = \frac{7.76}{2 \times 5} = 0.776 \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 50^\circ 54' \Rightarrow \hat{A} = 101^\circ 48'$$

پرسش  
کلاسی



## ج. محاسبهٔ زوایای داخلی مثلث غیر مشخص:

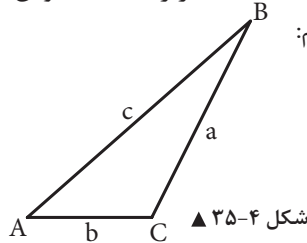
## ۱- رابطهٔ کسینوس‌ها:

هر گاه سه ضلع مثلثی معلوم باشد با استفاده از رابطه کسینوس‌ها می‌توان زوایای مثلث را محاسبه نمود.  
در مثلث ABC شکل ۳۵-۴ داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



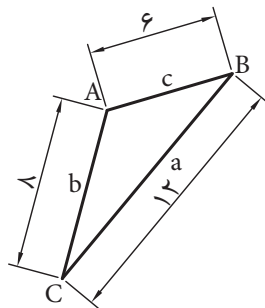
شکل ۳۵-۴ ▲

با استفاده از روابط بالا که به رابطهٔ کسینوس‌ها معروف است، می‌توانیم زوایای مثلث را به صورت زیر بنویسیم:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$



شکل ۳۶-۴ ▲

مثال ۱: زوایای مثلث ABC (شکل ۳۶-۴) چند درجه است؟  
حل:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{8^2 + 6^2 - 12^2}{2 \times 8 \times 6} = \frac{64 + 36 - 144}{2 \times 8 \times 6}$$

$$\cos A = -0.4583 \Rightarrow \hat{A} \approx 117^\circ 17'$$

برای زاویهٔ B داریم:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{12^2 + 6^2 - 8^2}{2 \times 12 \times 6} = \frac{144 + 36 - 64}{2 \times 12 \times 6} = 0.8056 \Rightarrow \hat{B} = 36^\circ 20'$$

برای زاویهٔ C داریم:

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{12^2 + 8^2 - 6^2}{2 \times 12 \times 8} = \frac{144 + 64 - 36}{2 \times 12 \times 8} = 0.8958 \Rightarrow \hat{C} \approx 26^\circ 23'$$

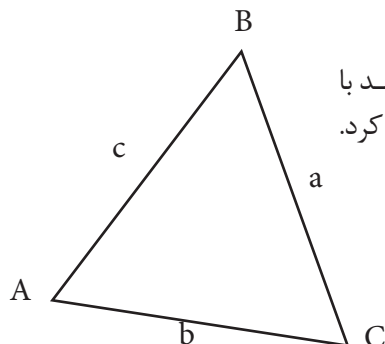
برای اطمینان از درستی محاسبات، زوایای به دست آمده را با هم جمع می‌کنیم که باید جمع آن‌ها  $180^\circ$  شود.

پرسش  
کلاسی



## ۲- رابطه سینوس ها:

هر گاه دو ضلع و زاویه مقابل به یکی از آن ها در هر مثلث معلوم باشد با استفاده از رابطه سینوس ها می توان زوایای دیگر مثلث را محاسبه کرد.



شکل ۴-۳۷ ▲

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 117^{\circ}17' + 36^{\circ}20' + 26^{\circ}23' = 180^{\circ}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

مثال ۲: در مثلث ABC شکل ۷ اگر  $a = 15m$  و  $b = 10m$  و  $A = 60^{\circ}$  باشد، زوایای B و C را به دست آورید.  
حل:

پرسش  
کلاسی



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{15}{\sin 60^{\circ}} = \frac{10}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{10 \times \sin 60^{\circ}}{15}$$

$$\Rightarrow \sin B = 0.577 \Rightarrow B = \sin^{-1}(0.577)$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 35 / 26^{\circ}$$

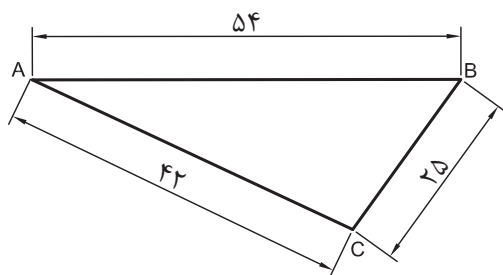
برای محاسبه زاویه C کافی است مجموع زوایای A و B را از  $180^{\circ}$  کم نماییم.

$$\hat{C} = 180^{\circ} - (\hat{A} + \hat{B}) \Rightarrow \hat{C} = 180^{\circ} - (60 + 35 / 26)$$

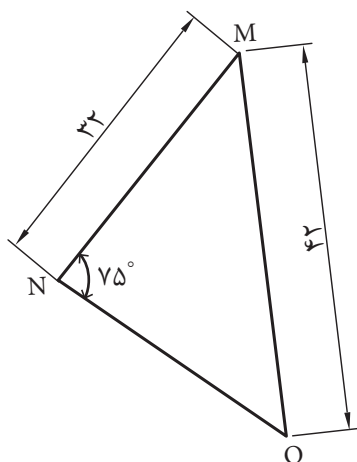
$$\Rightarrow \hat{C} = 84 / 74^{\circ}$$

زوایای مثلث های شکل های ۴-۳۸، ۴-۳۹ و ۴-۴۰ را محاسبه کنید.

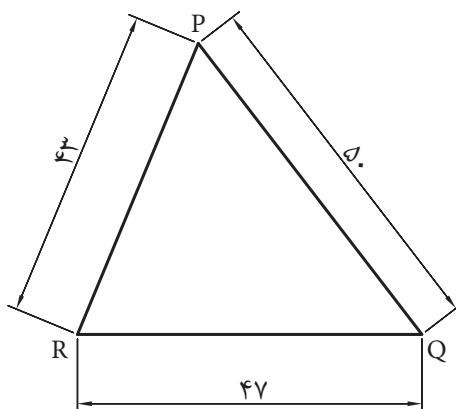
تمرین



شکل ۴-۳۸ ▲



شکل ۴-۴۰ ▲



شکل ۴-۳۹ ▲

### د. محاسبه زوایای داخلی یک چندضلعی منتظم

به یک  $n$  ضلعی که اضلاع آن با هم برابر باشند،  $n$  ضلعی منتظم گفته می‌شود.

$$(n-2)18^\circ$$

مجموع زوایای داخلی یک  $n$  ضلعی برابر است با:

$$(5-2) \times 18^\circ = 54^\circ$$

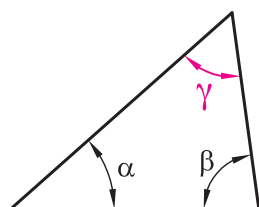
مثال: مجموع زوایای داخلی یک ۵ ضلعی برابر است:

$$\frac{n-2}{n} \times 18^\circ$$

اندازه هر زاویه یک  $n$  ضلعی منتظم عبارت است از:

$$\frac{8-2}{8} \times 18^\circ = 135^\circ$$

مثال: اندازه هر زاویه یک ۸ ضلعی منتظم عبارت است از:



شکل ۴-۴۱ ▲

۱- در مثلث شکل ۴-۴۱ مقدار زاویه  $\gamma$  را به دست آورید.  
( $\alpha = 24^\circ 18'$  و  $\beta = 47^\circ$ )

پرسش  
کلاسی



پرسش  
کلاسی

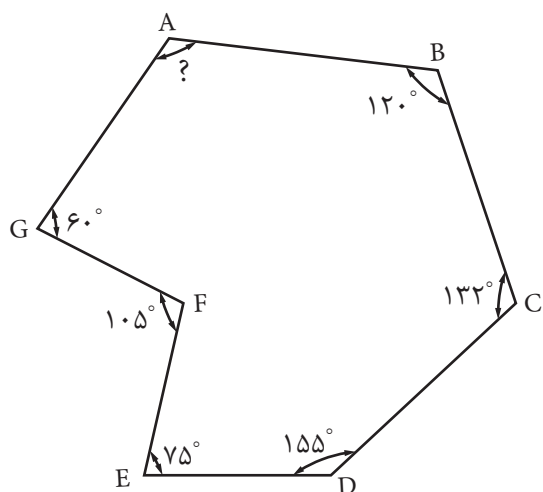


تمرین

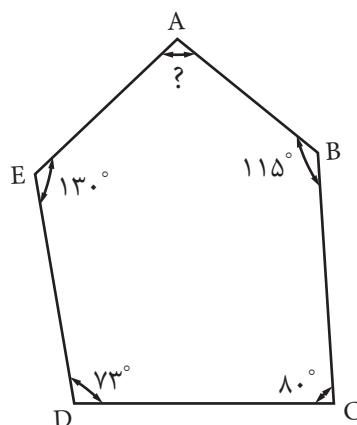




۲- در شکل‌های ۴۲-۴ و ۴۳-۴ مقدار زاویه A را محاسبه نمایید.



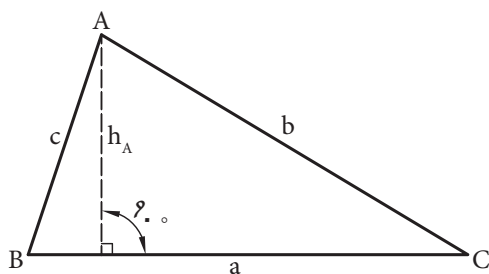
شکل ۴۳-۴ ▲



شکل ۴۲-۴ ▲

### ۴-۳-۷- محاسبه مساحت مثلث

مساحت مثلث نامشخص ABC (شکل ۴۴-۴) را می‌توانیم به روش‌های مختلف محاسبه کنیم.



شکل ۴۴-۴ ▲

مساحت مثلث با داشتن اندازه قاعده و ارتفاع آن، برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_A \quad \text{یک‌دوم قاعده ضرب در ارتفاع}$$

مساحت مثلث با داشتن دو ضلع و زاویه بین آن‌ها، برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C \quad \text{یک‌دوم حاصل ضرب دو ضلع ضرب در سینوس زاویه بین آن‌ها.}$$

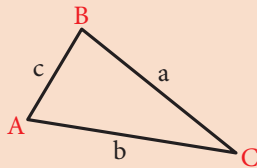


مساحت مثلث با داشتن سه ضلع، برابر است با:

جذر حاصل ضرب نصف محیط مثلث ضرب در نصف محیط مثلث، منهای هر یک از اضلاع آن.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad , \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

برای محاسبه مساحت در حالتی که سه ضلع آن معلوم است بوزجانی دانشمند مسلمان ایرانی در قرن چهارم هـ. ق فرمول آن را به شکل زیر بیان کرده است.



$$S = \sqrt{\left[ \left( \frac{c+b}{2} \right)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \left[ \left( \frac{a}{2} \right)^2 - \left( \frac{c-b}{2} \right)^2 \right]} = S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

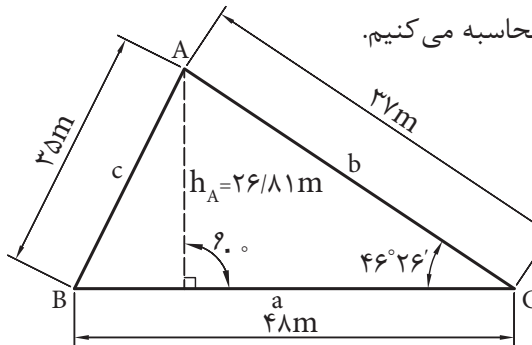
(که امروزه به فرمول هرون معروف شده است.)

تذکر: این فرمول در حقیقت با تغییراتی که روی آن انجام می‌شود فرمول محاسبه مساحت به روش هرون (دانشمند یونانی) به دست می‌آید.

آیا میدانید  
که ...



مثال: در شکل ۴-۴۵ مساحت ABC را به سه روش فوق محاسبه می‌کنیم.



شکل ۴-۴۵ ▲

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_A = \frac{1}{2} \times 48 \text{ m} \times 26.81 \text{ m} = 643.44 \text{ m}^2$$

با استفاده از اندازه قاعده و ارتفاع:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 48 \times 37 \times \sin 46^\circ 26' = 643.44 \text{ m}^2$$

با استفاده از اندازه دو ضلع و زاویه بین آنها:

$$S = \frac{1}{2} \times 48 \times 37 \times \sin 46^\circ 26' = 643.44 \text{ m}^2$$

پرسش  
کلاسی



با استفاده از اندازه سه ضلع:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{48+37+35}{2} = 60$$

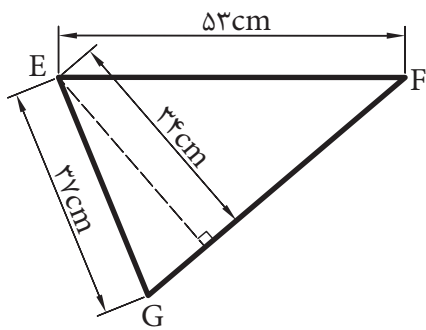
$$S = \sqrt{60(60-48)(60-37)(60-35)}$$

$$S = \sqrt{60(12)(23)(25)} = \sqrt{414000} = 643 / 43 \text{ m}^2$$

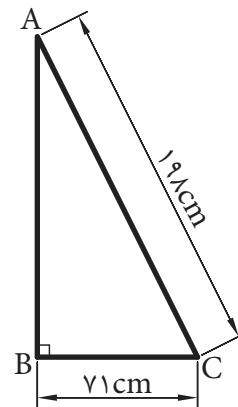
نکته: اختلاف حاصل در محاسبه مساحت به دلیل گرد کردن اعداد در محاسبات به وجود آمده است.

۱- مساحت مثلث‌های شکل‌های ۴-۴۶، ۴-۴۷ و ۴-۴۸ را بر حسب متر مربع حساب کنید.

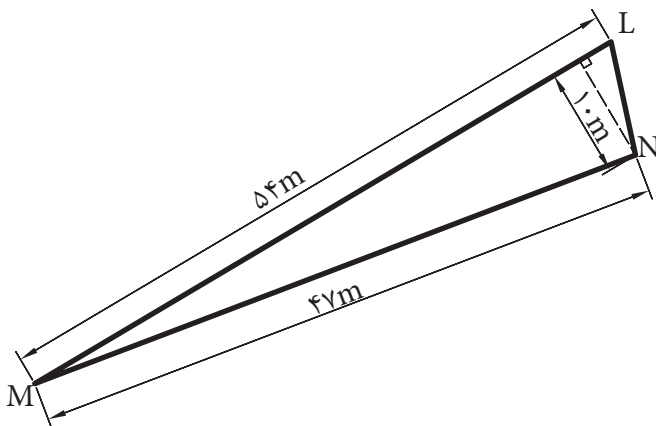
تمرین



شکل ۴-۴۷ ▲

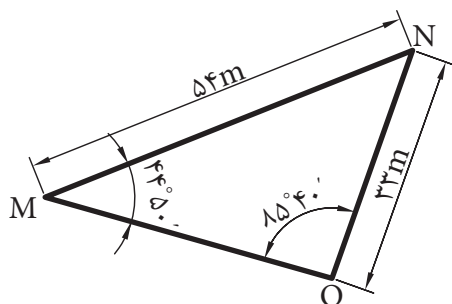


شکل ۴-۴۶ ▲

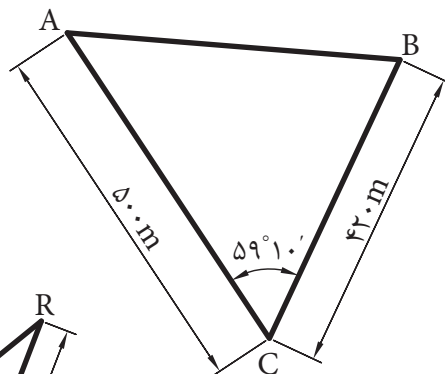


شکل ۴-۴۸ ▲

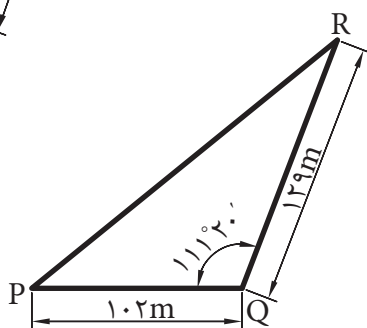
۲- مساحت مثلث‌های شکل‌های ۴۹-۴، ۵۰-۴ و ۵۱-۴ را بر حسب متر مربع محاسبه کنید.



▲ شکل ۵۰-۴

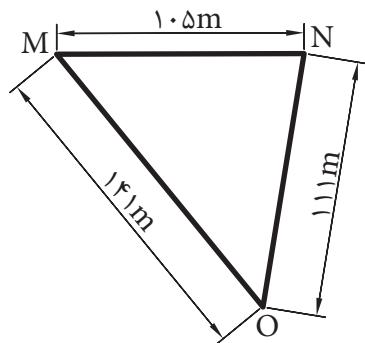


▲ شکل ۴۹-۴

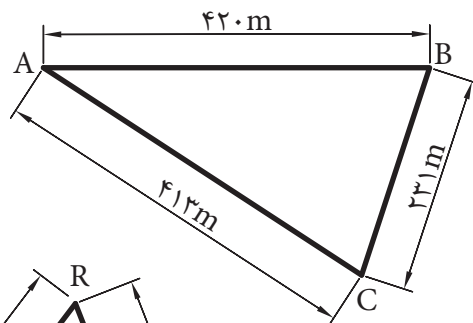


▲ شکل ۵۱-۴

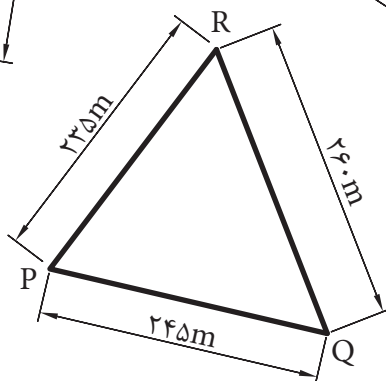
۳- مساحت مثلث‌های شکل‌های ۵۲-۴، ۵۳-۴ و ۵۴-۴ را بر حسب هکتار محاسبه کنید.



▲ شکل ۵۳-۴



▲ شکل ۵۲-۴

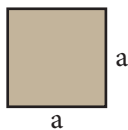


▲ شکل ۵۴-۴

### ۴-۳-۸- محاسبه مساحت چهار ضلعی‌ها

$$S = a^2$$

الف) مساحت مربع به ضلع  $a$  برابر است با:



شکل ۴-۵۵ ▲

$$S = a.b$$

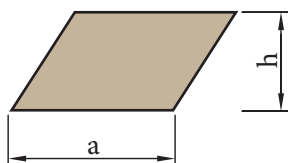
ب) مساحت مستطیل به طول  $a$  و عرض  $b$  برابر است با:



شکل ۴-۵۶ ▲

$$S = a.h$$

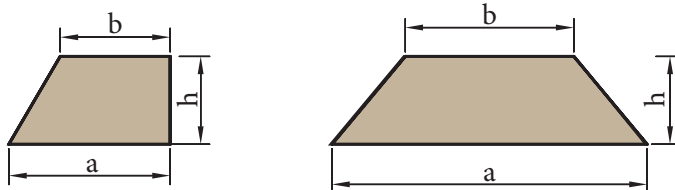
ج) مساحت متوازی‌الاضلاع به قاعده  $a$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:



شکل ۴-۵۷ ▲

$$S = \frac{1}{2}(a + b).h$$

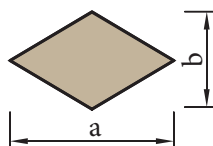
د) مساحت دوزنقه با قاعده‌های  $a$  و  $b$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:



شکل ۴-۵۸ ▲

$$S = \frac{1}{2}a.b$$

ه) مساحت لوزی با قطرهای  $a$  و  $b$  برابر است با:



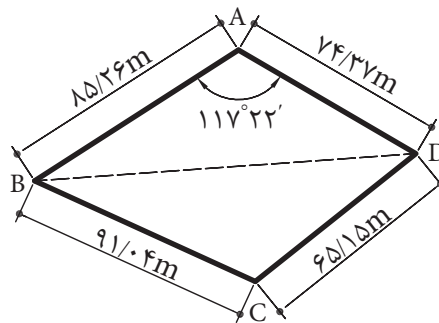
شکل ۴-۵۹ ▲

### ۴-۳-۹- محاسبه مساحت چهارضلعی نامشخص

برای تعیین مساحت یک چهارضلعی نامنظم باید علاوه بر اندازه گیری چهار ضلع آن، یک قطر یا یکی از زوایای آن را نیز اندازه گیری کنیم.

مثال ۱: در شکل ۴-۶۰ مساحت چهارضلعی ABCD چند متر مربع است؟

پرسش  
کلاسی



شکل ۴-۶۰ ▲

حل: با رسم قطر BD چهارضلعی ABCD را به دو مثلث تبدیل می کنیم.

مساحت مثلث

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} (85/26 \text{ m})(74/37 \text{ m}) \sin 117^\circ 22' = 2815/57$$

طول قطر BD

$$(BD)^2 = (85/26)^2 + (74/37)^2 - 2(85/26)(74/37) \cos 117^\circ 22'$$

$$(BD)^2 = 18629/67 \Rightarrow BD = 136/49 \text{ m}$$

مساحت مثلث BCD

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$p = \frac{91/04 + 65/15 + 136/49}{2} = 146/34$$

$$S_{BDC} = \sqrt{146/34(146/34 - 91/04)(146/34 - 65/15)(146/34 - 136/49)}$$

$$S_{BDC} = \sqrt{6471827/81} = 2543/98$$

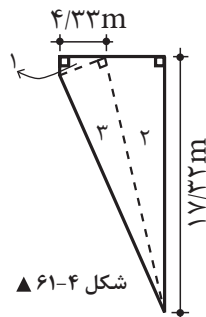
$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = 2815/57 + 2543/98$$

$$S_{ABCD} = 5359/55 \text{ m}^2$$

مساحت چهارضلعی ABCD



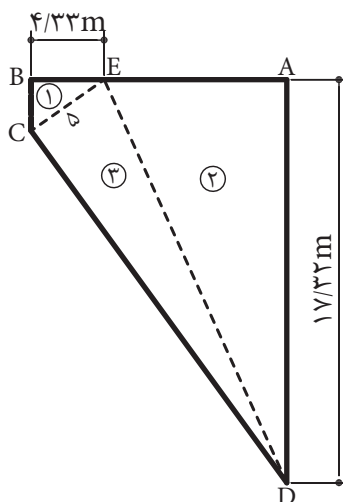
مثال ۲: قطعه زمینی به شکل دوزنقه قائم الزاویه را به سه قطعه زمین به صورت مثلث قائم الزاویه تفکیک کرده ایم. در صورتی که مساحت دوزنقه برابر  $۱۴۲/۰۱$  متر مربع و مساحت مثلث (۱) برابر  $۵/۴۱$  متر مربع باشد، مساحت و طول اضلاع مثلث های (۲) و (۳) چقدر است؟ (بر حسب متر مربع و متر.)



شکل ۴-۶۱ ▲

حل: برای حل این تمرین، ابتدا شکل آن را می کشیم و بعد گوشه ها را اسم گذاری می کنیم. طبق صورت مسأله، مساحت مثلث (۱)  $۵/۴۱$  متر مربع و اندازه ضلع  $BE$   $۴/۳۳$  متر است. پس با توجه به قائم الزاویه بودن مثلث، ضلع دیگر آن نیز قابل محاسبه است.

شکل کلی این زمین، دوزنقه است که اضلاع  $BC$  و  $AD$  قاعده های کوچک و بزرگ آن و ضلع  $AB$  هم ارتفاع دوزنقه هستند (اندازه  $AD$  در صورت مسأله داده شده و اندازه  $BC$  را هم برابر  $۲/۵۰$  متر به دست آورده ایم).



شکل ۴-۶۲ ▲

$$S_1 = \frac{BE}{2} \times BC \quad ۵/۴۱ = \frac{۴/۳۳}{2} \times BC$$

$$۵/۴۱ = ۲/۱۶۵ \times BC \Rightarrow BC = \frac{۵/۴۱}{۲/۱۶۵} = ۲/۴۹۸۸ \approx ۲/۵۰m$$

چون مساحت دوزنقه را داریم، می‌توانیم طول AB را به‌دست بیاوریم:

$$S = \frac{AD + BC}{2} \times AB$$

$$142/01 = \frac{17/32 + 2/50}{2} \times AB$$

$$142/01 = 9/91 \times AB \Rightarrow AB = \frac{142/01}{9/91} = 14/33 \text{ m}$$

ارتفاع دوزنقه

حال اندازه ضلع AE (از مثلث ۲) را می‌توانیم حساب کنیم:

$$AE = AB - BE = 14/33 - 4/33 = 10 \text{ m}$$

$$S_r = \frac{10 \times 17/32}{2} = 86/6 \text{ m}^2$$

و مساحت مثلث (۲) می‌شود:

طول ضلع ED (ضلع سوم یا وتر مثلث ۲) را به‌دست می‌آوریم:

$$ED^2 = AD^2 + AE^2$$

$$ED^2 = 17/32^2 + 10^2 = 299/99 + 100 = 399/99 \approx 400$$

$$ED = \sqrt{400} = 20 \text{ m}$$

وتر مثلث (۲)

با توجه به شکل، مشاهده می‌کنیم که وتر به‌دست آمده، در واقع یک ضلع مثلث (۳) هم می‌باشد. برای به‌دست آوردن ضلع EC (از مثلث ۳)، باید از مثلث (۱) کمک بگیریم؛ زیرا این ضلع در هر دو مثلث مشترک است. چون دو ضلع از مثلث (۱) را داریم، پس ضلع سوم را حساب می‌کنیم:

$$EC^2 = BC^2 + BE^2$$

$$EC^2 = 2/50^2 + 4/33^2 = 6/25 + 18/75 = 25$$

$$EC = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

با داشتن قاعده و ارتفاع مثلث (۳)، مساحت آن می‌شود:

$$S_r = \frac{5 \times 20}{2} = 50 \text{ m}^2$$

$$CD^2 = 5^2 + 20^2 = 25 + 400 = 425$$

مساحت مثلث (۳)

$$CD = \sqrt{425} = 20/61 \text{ m}$$

بالاخره اندازه وتر مثلث (۳) (طول CD) می‌شود:

$$5/41 + 86/6 + 50 = 142/01$$

کنترل صحت مساحت‌ها:

عملیات انجام شده صحیح است.

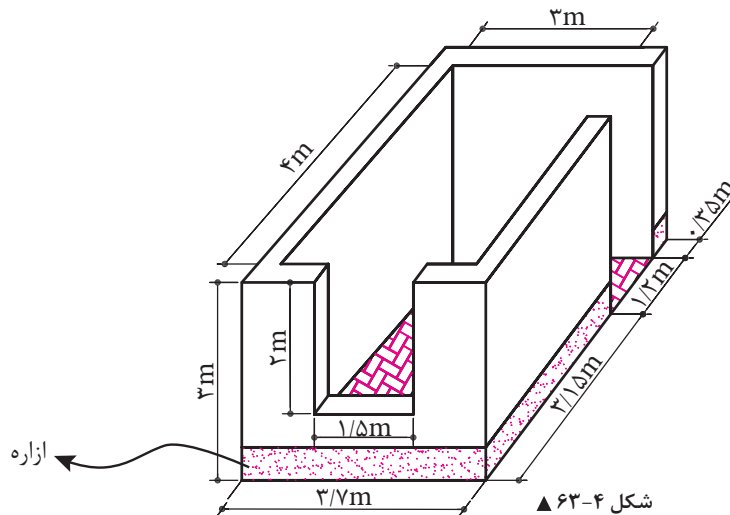


مثال ۳: ابعاد یک اتاق مطابق شکل ۴-۶۳ است:

الف - اگر بخواهیم کف اتاق را با موزاییک فرش کنیم، چند متر مربع موزاییک لازم است؟

ب - در صورتی که بخواهیم دیوارهای اتاق را کاغذدیواری کنیم، چند متر مربع کاغذدیواری لازم است؟

پ - در صورتی که برای ازاره (سنگ پای دیوار) دیوارهای خارجی این ساختمان از سنگ تیشه‌ای استفاده شود، چند متر سنگ تیشه‌ای لازم است؟



حل: ابعاد مندرج روی شکل عبارت‌اند از:

۳ متر عرض داخلی اتاق، ۳ متر ارتفاع آن،  $2/80 + 1/20 = 4$  متر طول داخلی اتاق،  $2 \times 1/50$  متر اندازه پنجره و  $1/20$  متر عرض در (ارتفاع در برابر ۳ متر است).

الف - کف اتاق به شکل مستطیل است؛ پس مساحت آن که همان مساحت موزاییک کاری است برابر می‌شود با:

$$S = 3 \times 4 = 12 \text{ m}^2 \quad \text{مقدار موزاییک لازم}$$

ب - برای حل این قسمت، سطوح دیوارهای اتاق (سطح جانبی مکعب) را محاسبه و سطوح پنجره و در را از آن کم می‌کنیم.

برای محاسبه سطوح دیوارها می‌توان هر سطح را جداگانه حساب کرد و آن‌ها را با هم جمع نمود. روش ساده‌تر آن است که محیط مستطیل را به دست آوریم و در ارتفاع ضرب کنیم. بنابراین:

$$3 + 4 + 3 + 4 = 14 \text{ m} \quad \text{محیط مستطیل}$$

$$14 \times 3 = 42 \text{ m}^2 \quad \text{سطح دیوارها با در و پنجره}$$

$$1/50 \times 2 = 3 \text{ m}^2 \quad \text{سطح پنجره}$$

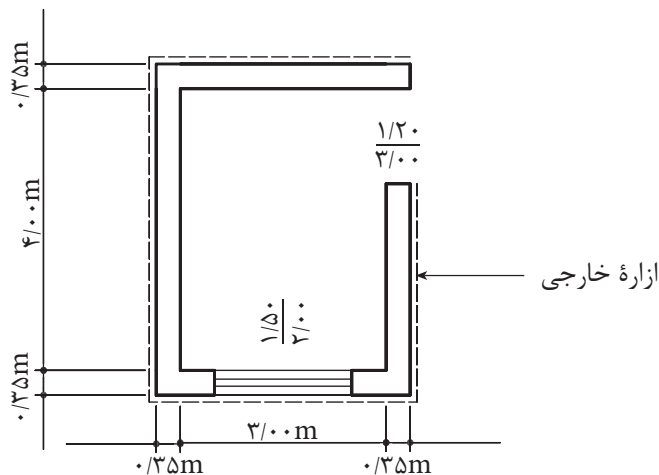
$$1/20 \times 3 = 3/60 \text{ m}^2 \quad \text{سطح در}$$

$$3 + 3/60 = 6/60 \text{ m}^2 \quad \text{سطح در و پنجره}$$

$$42 - 6/60 = 35/40 \text{ m}^2 \quad \text{سطح خالص دیوار یا کاغذدیواری}$$



(باید توجه داشت که کناره‌های داخلی در و پنجره هم کاغذدیواری می‌شوند، ولی ما در حل این تمرین، آن قسمت‌ها را منظور نکردیم.)  
پ - طول سنگ تیشه‌ای که در شکل ۴-۶۴، با خط چین نشان داده شده، برابر است با محیط خارجی اتاق، منهای در ورودی.



▲ شکل ۴-۶۴

$$4 + 0.35 + 0.35 = 4.70 \text{ m}$$

$$3 + 0.35 + 0.35 = 3.70 \text{ m}$$

$$4.70 + 3.70 + 4.70 + 3.70 = 16.80 \text{ m}$$

$$16.80 - 1.20 = 15.60 \text{ m}$$

اندازه طول خارجی اتاق

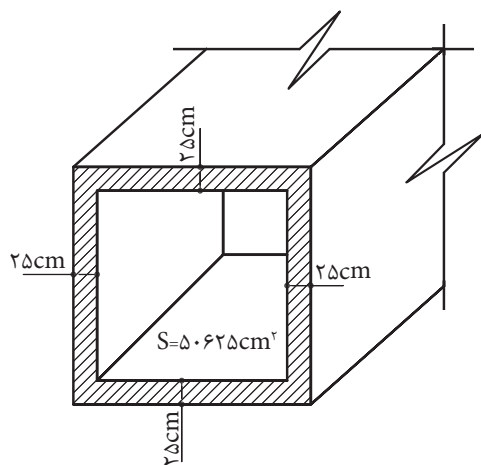
اندازه عرض خارجی اتاق

طول محیط خارجی اتاق

طول سنگ رگی

۱- شکل ۴-۶۵ یک آبروی بتنی را با مقطع مربع نشان می‌دهد. ابعاد داخلی و خارجی آن را بر حسب متر محاسبه کنید. (S مساحت مقطع داخلی آبرو می‌باشد.)

تمرین



▲ شکل ۴-۶۵

۲- تعداد ۹۰۰ عدد موزاییک  $30 \times 30$  سانتی متر برای فرش کردن سالنی مورد نیاز است.

الف - در صورتی که سالن به شکل مربع باشد، ابعاد آن چند متر است؟

ب - در صورتی که سالن به شکل مستطیل و طول آن  $1/44$  برابر عرض آن باشد، ابعاد سالن چند متر است؟

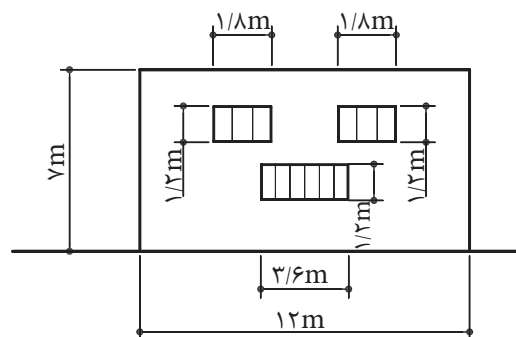
۳- شکل ۲۳ پی بتنی و قالب آن را نشان می دهد. در صورتی که طول و عرض و ارتفاع قالب برابر ۴ متر، ۲ متر و ۶۰ سانتی متر باشد، سطح این قالب چند متر مربع است؟

۳- شکل ۲۳ پی بتنی و قالب آن را نشان می دهد. در صورتی که طول و عرض و ارتفاع قالب برابر ۴ متر، ۲ متر و ۶۰ سانتی متر باشد، سطح این قالب چند متر مربع است؟

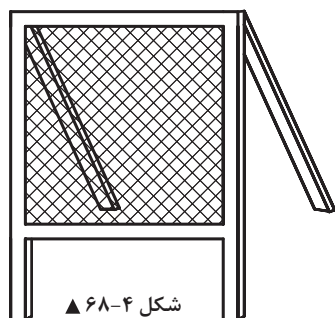


شکل ۴-۶۶ ▲

۶- شکل ۴-۶۷ نمای یک ساختمان را نشان می دهد. در صورتی که بخواهیم نما را سیمان کاری کنیم، چند متر مربع سیمان کاری خواهیم داشت؟ (ابعاد به متر است.)



شکل ۴-۶۷ ▲



شکل ۴-۶۸ ▲

۷- سطح قابل استفاده سرند مربعی شکل (مطابق شکل

۴-۶۸) باید  $116/48$  دسی متر مربع باشد:

الف - ابعاد سرند را بر حسب سانتی متر حساب کنید.

ب - اگر بخواهیم ۶ عدد از این سرندها بسازیم، چند

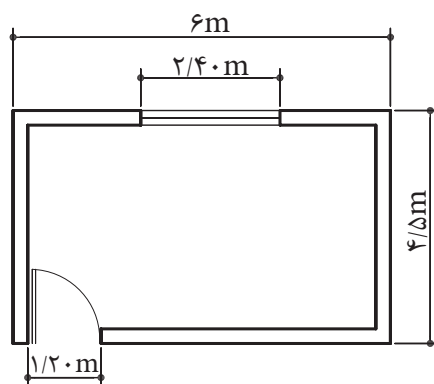
متر مربع توری لازم است؛ با در نظر گرفتن این که

برای میخ کردن توری، از هر طرف ۴ سانتی متر اضافه

در نظر گرفته شود.

- ۸- کف انباری به شکل مستطیل با طول  $8/20 \text{ m}$  و عرض  $4/70 \text{ m}$  باید آجر فرش شود.  
 الف - مساحت انبار را بر حسب متر مربع حساب کنید.  
 ب - در صورتی که برای هر متر مربع ۴۸ عدد آجر لازم باشد، تعداد آجر مورد نیاز چقدر است؟

- ۹- مطابق شکل ۴-۶۹ اگر ارتفاع اتاقی ۳ متر و ارتفاع پنجره  $1/07$  متر، ارتفاع در ۲ متر و ضخامت دیوارها ۲۲ سانتی متر باشد، تعیین کنید:  
 الف - مساحت موزاییک فرش کف را بر حسب متر مربع.  
 ب - سطح سفیدکاری دیوارها و سقف را بر حسب متر مربع.  
 پ - سطح رنگ آمیزی دیوارها را به متر مربع.  
 توجه: در و پنجره در سطح داخلی دیوارها (همرو) نصب شده اند.

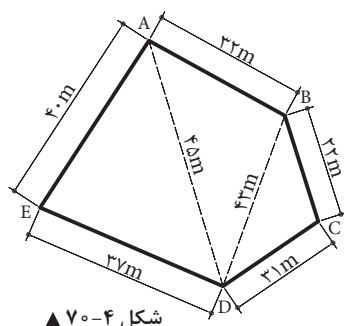


شکل ۴-۶۹ ▲

### ۴-۳-۱۰- محاسبه مساحت چند ضلعی

مساحت چندضلعی غیرمنتظم را از تبدیل کردن آن به چند مثلث یا چهارضلعی های مشخصی به دست می آوریم.

مثال: یک زمین به شکل پنج ضلعی غیرمنتظم ABCDE (شکل ۴-۷۰) داریم. طول اضلاع و طول دو قطر آن اندازه گیری شده است. مساحت این چندضلعی چند متر مربع است؟  
 حل: مساحت این پنج ضلعی برابر است با:



شکل ۴-۷۰ ▲

پرسش  
کلاسی



$$S_{ABCD} = S_{ADE} + S_{ADB} + S_{BDC}$$

$$S_{ADE} = \sqrt{p(p-40)(p-37)(p-45)} \quad , \quad p = \frac{37+40+45}{2} = 61$$

$$S_{ADE} = \sqrt{61(61-40)(61-37)(61-45)} = \sqrt{491904}$$

$$S_{ADE} = 701/36 m^2$$

$$S_{ADB} = \sqrt{p(p-45)(p-43)(p-32)} \quad , \quad p = \frac{45+43+32}{2} = 60$$

$$S_{ADB} = \sqrt{60(60-45)(60-43)(60-32)} = \sqrt{428400}$$

$$S_{ADB} = 654/52 m^2$$

$$S_{BDC} = \sqrt{p(p-43)(p-31)(p-22)} \quad , \quad p = \frac{43+31+22}{2} = 48$$

$$S_{BDC} = \sqrt{48(48-43)(48-31)(48-22)} = \sqrt{106080}$$

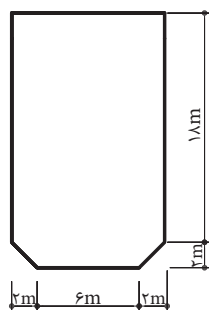
$$S_{BDC} = 325/70 m^2$$

$$S_{ABCDE} = 701/36 m^2 + 654/52 m^2 + 325/70 m^2 = 1681/58 m^2$$

مساحت پنج ضلعی

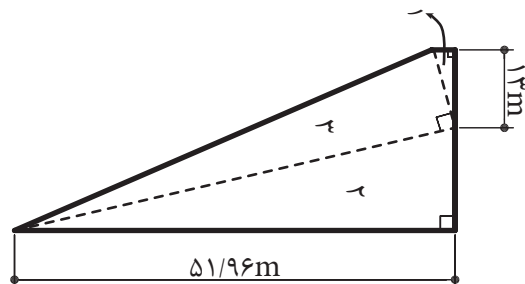
۱- شکل ۴-۷۱ پلان بام یک ساختمان مسکونی را نشان می دهد. سطح زیربنای آن چند متر مربع است؟

تمرین



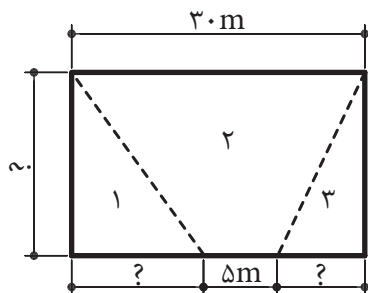
▲ شکل ۴-۷۱

۲- قطعه زمینی به شکل دوزنقه قائم‌الزاویه را به سه قطعه زمین به صورت مثلث قائم‌الزاویه تفکیک کرده‌ایم. در صورتی که مساحت دوزنقه برابر  $۱۲۷۸/۳۹$  متر مربع و مساحت مثلث (۱) برابر  $۴۸/۷۵$  متر مربع باشد، مساحت و طول اضلاع مثلث‌های (۲) و (۳) را بر حسب متر مربع و متر محاسبه کنید. (شکل ۴-۷۲).



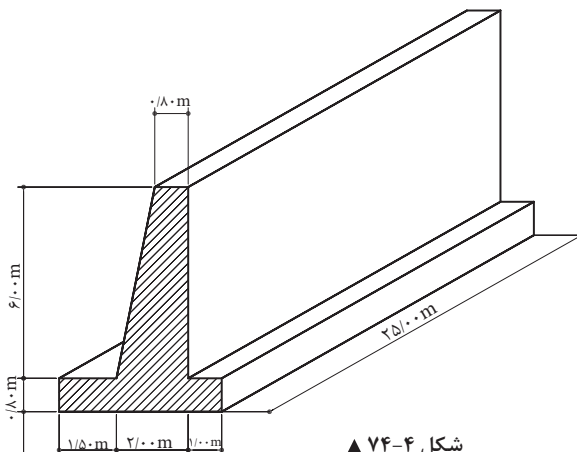
شکل ۴-۷۲ ▲

۳- زمینی مطابق شکل ۴-۷۳ باید بین ۳ نفر تقسیم شود. اگر مساحت قطعه (۲) برابر  $۳۵^{\circ}$  متر مربع و مساحت قطعه (۱)،  $۱/۵$  برابر مساحت قطعه (۳) باشد، اندازه‌های مجهول روی شکل را بر حسب متر به دست آورید.



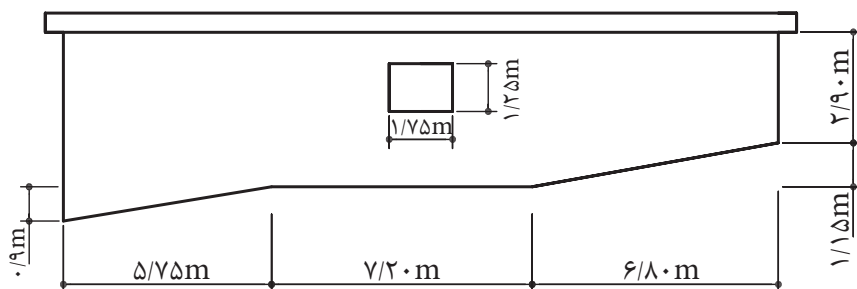
شکل ۴-۷۳ ▲

۴- طول دیوار حایل نشان داده شده در شکل ۴-۷۴ برابر با ۲۵ متر است.  
الف - سطح مقطع دیوار را بر حسب متر مربع محاسبه کنید. ب - نظر به این که تاکنون حجم‌شناسی را نگذرانده‌اید؛ آیا می‌توانید حجم دیوار را محاسبه کنید؟



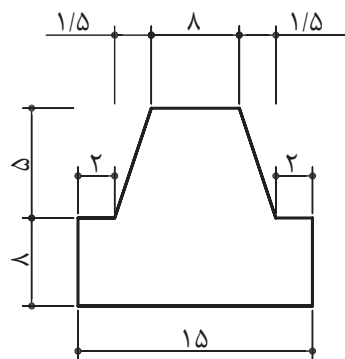
شکل ۴-۷۴ ▲

۵- شکل ۷۵-۴ دیوار ساختمانی را نشان می‌دهد که باید اندود شود. مساحت اندودکاری دیوار را بر حسب متر مربع تعیین کنید.



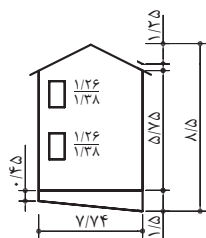
شکل ۷۵-۴ ▲

۶- شکل ۷۶-۴ سقف بالکن یک رستوران را نشان می‌دهد که باید اندود شود:  
الف - سطح اندودکاری را به متر مربع تعیین کنید.  
ب - در صورتی که هر متر مربع اندود، ۱۵ کیلوگرم گچ لازم داشته باشد، مقدار گچ مورد نیاز چند کیلوگرم است؟



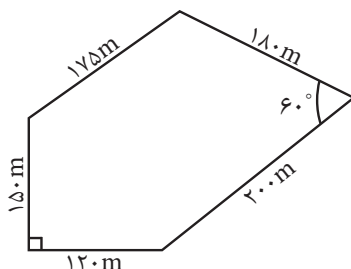
شکل ۷۶-۴ ▲

۷- قرار است نمای ساختمانی مطابق شکل ۷۷-۴ دوباره اندود شود. قسمت کرسی (مسنی)، اندود سیمان لیس‌های می‌شود. تعیین کنید:  
الف - مساحت اندودکاری را بر حسب متر مربع (بدون کرسی).  
ب - مساحت اندودکاری را بر حسب متر مربع.  
پ - مقدار مصالح لازم را برای کرسی بر حسب کیلوگرم. (برای اندود لیس‌های، ۷ کیلوگرم سیمان و ۳۵ کیلوگرم ماسه در هر متر مربع مصرف می‌شود).



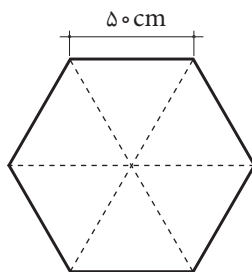
شکل ۷۷-۴ ▲

۸- مساحت زمینی مطابق شکل ۷۸-۴ را بر حسب هکتار به دست آورید.



▲ شکل ۷۸-۴

۹- مقطع یک ستون بتن آرمه مطابق شکل ۷۹-۴ به صورت یک شش ضلعی منتظم به طول هر ضلع ۵۰ سانتی متر است. سطح مقطع ستون را بر حسب سانتی متر مربع و متر مربع به دست آورید.



▲ شکل ۷۹-۴

روش محاسبه عدد  $\pi$  توسط غیاث الدین جمشید کاشانی:

محاسبات به کمک دو کثیرالاضلاع منتظم محاطی و محیطی که عده اضلاع هر یک از آن‌ها ضلعی است  $3 \times (2)^{28} = 805306368$  و از تقسیم محیط این کثیرالاضلاع بر قطر دایره آن عدد پی را محاسبه کرده است و کاشانی مقدار تقریبی را در دستگاه شصتگانی مساوی

$$2\pi = 6,16,59,28,1,34,51,46,14,5$$

و سپس آن را به کسره‌های اعشاری که اختراع نوینی بوده تبدیل کرد:

$$2\pi = 6/2831853071795865$$

$$\pi = 3/1415922653589793$$

#### ۴-۳-۱۱- محاسبه مساحت دایره

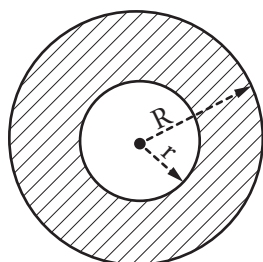
$$S = \pi r^2$$

مساحت دایره به شعاع  $r$  برابر است با:

#### ۴-۳-۱۲- محاسبه مساحت حلقه

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

مساحت حلقه بین دو دایره به شعاع‌های  $R$  و  $r$  برابر است با:

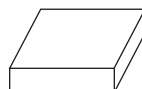
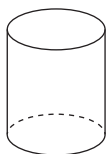


یادآوری: حلقه دایره عبارت است از سطح محصور بین دو دایره هم‌مرکز با شعاع‌های مختلف (شکل ۴-۸۰).

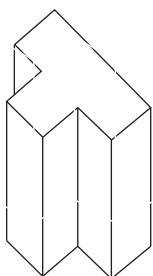
شکل ۴-۸۰ ▲

#### ۴-۳-۱۳- محاسبه سطح جانبی و سطح کل اجسام هندسی و اجسام مرکب

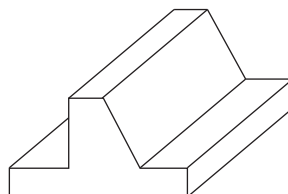
حجم منشوری: اجسامی هستند که سطح مقطع آن‌ها در ارتفاع (یا طول) ثابت باشد؛ مانند اجسام زیر:



مقطع در طول و ارتفاع ثابت است

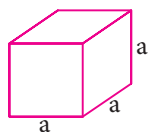


مقطع در ارتفاع ثابت است



مقطع در طول ثابت است

شکل ۴-۸۱ ▲



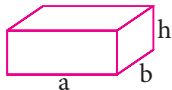
سطح جانبی اجسام منشوری = محیط قاعده  $\times$  ارتفاع

سطح جانبی مکعب به ضلع  $a$  برابر است با:  $4a^2$

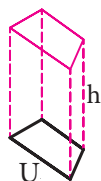
شکل ۴-۸۲ ▲



سطح جانبی یک مکعب مستطیل به ابعاد قاعده  $a$  و  $b$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:  $2(a+b)h$



شکل ۴-۸۳ ▲



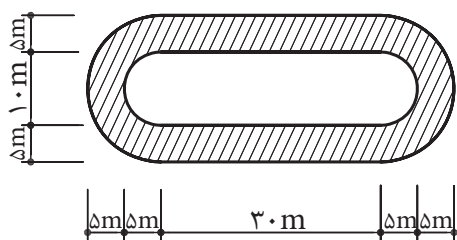
شکل ۴-۸۴ ▲

سطح جانبی منشور با محیط قاعده  $U$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:  $MH$

سطح کل احجام برابر است با: سطح جانبی + سطح قاعده‌ها

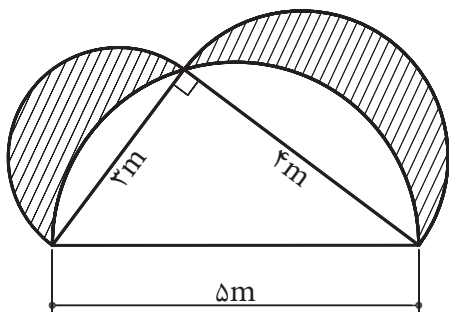
- ۱- در شکل ۴-۸۵ قسمت‌های هاشور خورده زمین دو و میدانی یک استادیوم نشان داده شده است. در صورتی که بخواهیم در قسمت‌های میانی این زمین چمن بکاریم:
  - الف - مساحت کل زمین را به متر مربع حساب کنید.
  - ب - مساحت قسمت چمن کاری چند متر مربع است؟
  - پ - چند درصد کل زمین چمن کاری می‌شود؟
  - ت - در صورتی که بخواهیم پیرامون قسمت چمن کاری را جدول نصب کنیم، چند متر جدول لازم داریم؟

تمرین



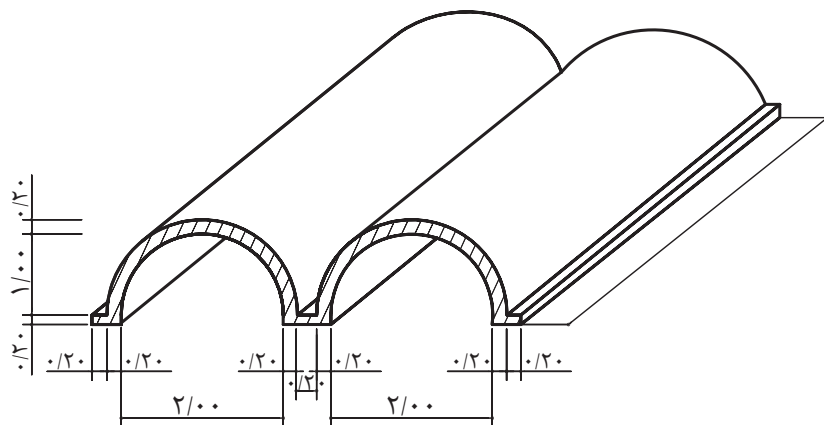
شکل ۴-۸۵ ▲

- ۲- در شکل ۴-۸۶ مساحت قسمت هاشور خورده را که آب‌نمای قسمتی از یک محوطه‌سازی را نشان می‌دهد، به دست آورید. (نیم‌دایره‌ها هر کدام به قطر یکی از اضلاع مثلث هستند).



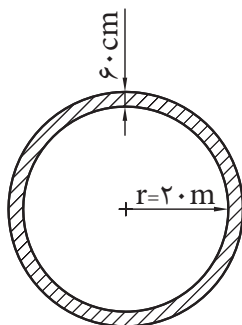
شکل ۴-۸۶ ▲

۳- شکل ۴-۸۷ یک سقف پوسته‌ای بتن‌آرمه را نشان می‌دهد. سطح مقطع بتن قسمت هاشور خورده را بر حسب متر مربع به دست آورید.



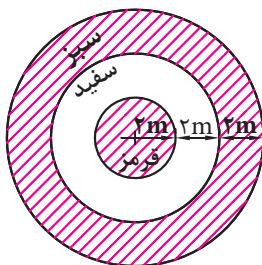
شکل ۴-۸۷ ▲

۴- استخری دایره‌ای شکل به شعاع ۲۰ متر (شکل ۴-۸۸) موجود است. می‌خواهیم لبه استخر را به عرض ۶۰ سانتی‌متر سنگ‌فرش کنیم؛ مساحت سنگ مورد نیاز چند متر مربع است؟

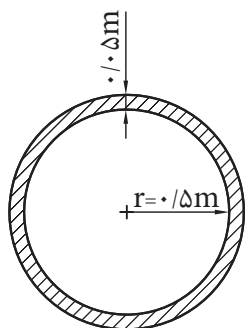


شکل ۴-۸۸ ▲

۵- قرار است یک سایه‌بان دایره‌ای شکل به صورت پرچم ایران رنگ‌آمیزی شود (شکل ۴-۸۹)؛ سطح هر کدام از رنگ‌ها را بر حسب متر مربع به دست آورید.



شکل ۴-۸۹ ▲



شکل ۹۰-۴ ▲

۶- شکل ۹۰-۴ مقطع یک لوله بتنی را نشان می‌دهد.

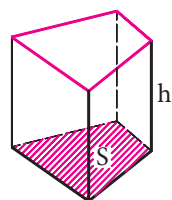
الف - سطح مقطع داخل لوله چند سانتی‌متر مربع است؟

ب - سطح مقطع بتن مصرفی چند سانتی‌متر مربع است؟

پ - نسبت سطح مقطع بتن مصرفی به سطح مقطع داخل لوله چند درصد است؟

۷- مطلوب است محاسبه موزاییک لازم برای فرش فضای آموزشی خودتان.

### ۴-۳-۱۴- محاسبه حجم اجسام منشوری



شکل ۹۱-۴ ▲

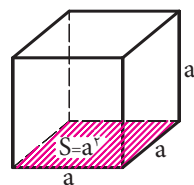
حجم اجسام منشوری برابر است با مساحت قاعده  $\times$  ارتفاع

حجم منشور با مساحت قاعده  $S$  و ارتفاع  $h$  برابر است با  $Sh$



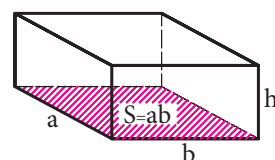
شکل ۹۲-۴ ▲

حجم استوانه با شعاع قاعده  $r$  و ارتفاع  $h$  برابر است با  $\pi r^2 h$



شکل ۹۳-۴ ▲

حجم مکعب به ضلع  $a$  برابر است با  $a^3$

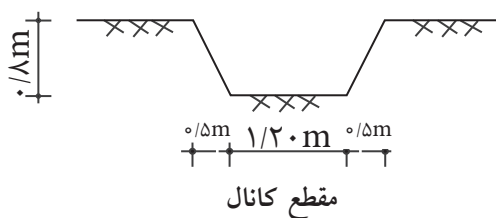
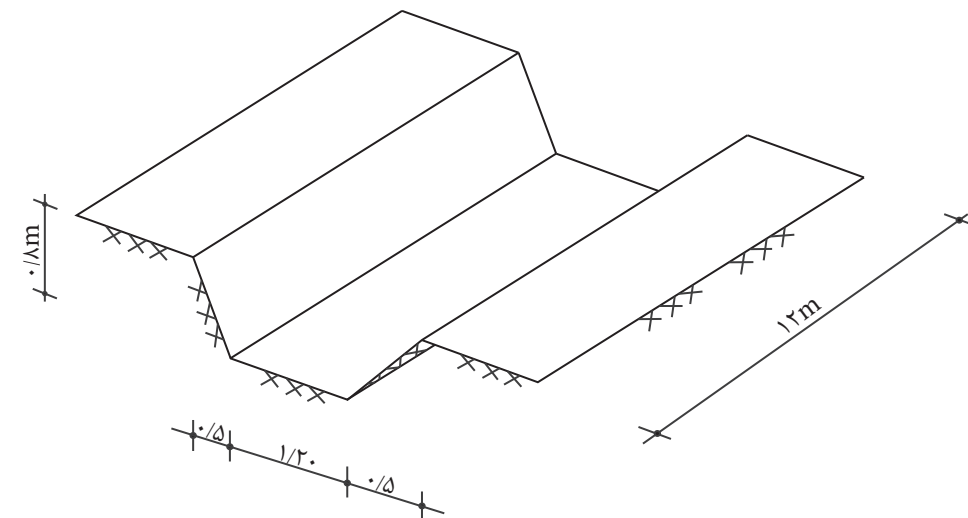


شکل ۹۴-۴ ▲

حجم مکعب مستطیل به اضلاع قاعده  $a$  و  $b$  و ارتفاع  $h$  برابر است با  $a.b.h$



مثال ۱: شکل زیر یک کانال را نشان می‌دهد. حجم خاکبرداری این کانال را بر حسب متر مکعب محاسبه کنید.



شکل ۴-۹۵ ▲

$$\text{مساحت مقطع کانال} = \frac{a+b}{2} \times h = \frac{1/20 + 12}{2} \times 0.8$$

$$S = 1/36 \text{ m}^2$$

$$\text{حجم خاکبرداری } V = S \times L = 1/36 \times 12 = 16/32 \text{ m}^3$$

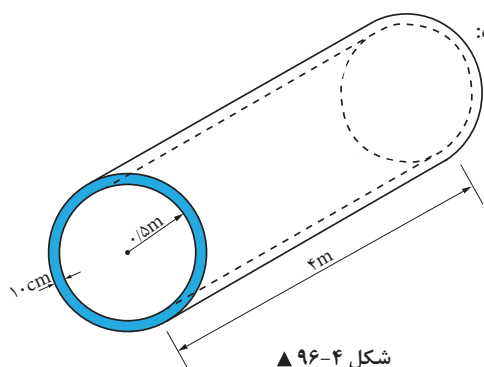


مثال ۲: شکل روبه‌رو یک لوله بتنی را نشان می‌دهد. مطلوب است:

الف) فضایی که این لوله اشغال می‌کند

ب) حجم داخل لوله

ج) حجم بتن لازم برای ساخت لوله



حل:

الف) برای محاسبه فضایی که لوله اشغال می‌کند باید حجم کل لوله را محاسبه کنیم:

$$r = ۰/۵ \text{ m}$$

$$R = ۰/۵ + ۰/۱ = ۰/۶ \text{ m}$$

$$V_{\text{کل}} = S_{\text{کل}} \cdot L = \pi R^2 \times L = ۳/۱۴ \times ۰/۶^2 \times ۴ \Rightarrow V = ۴/۵۲ \text{ m}^3$$

ب) حجم داخل لوله

$$V_{\text{داخل}} = S_{\text{داخل}} \cdot L = \pi r^2 \times L = ۳/۱۴ \times ۰/۵^2 \times ۴ \Rightarrow V = ۳/۱۴ \text{ m}^3$$

ج) برای محاسبه حجم بتن باید سطح مقطع جداره لوله را در طول آن ضرب نمائیم. داریم:

$$V_{\text{بتن}} = S_{\text{جداره}} \cdot L = \pi(R^2 - r^2) \times L = ۳/۱۴ \times (۰/۶^2 - ۰/۵^2) \times ۴$$

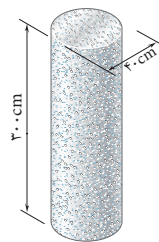
$$\Rightarrow V_{\text{بتن}} = ۱/۳۸ \text{ m}^3$$

نکته: برای محاسبه حجم بتن می‌توان حجم داخل لوله را از حجم کل نیز کم کرد. یعنی:

$$V_{\text{بتن}} = V_{\text{کل}} - V_{\text{داخل}} \Rightarrow V_{\text{بتن}} = ۴/۵۲ - ۳/۱۴ = ۱/۳۸ \text{ m}^3$$

مثال ۳: حجم شکل ۴-۹۷ که یک ستون بتنی را نشان می‌دهد، چند متر مکعب است؟

پرسش  
کلاسی



▲ شکل ۴-۹۷

$$r = \frac{d}{۲} = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰ \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = ۳/۱۴ \times ۲۰^2 = ۱۲۵۶ \text{ cm}^2$$

$$V = S \times h = ۱۲۵۶ \times ۳۰۰ = ۳۷۶۸۰۰ \text{ cm}^3$$

$$V = ۳۷۶۸۰۰ \text{ cm}^3 \times \frac{۱ \text{ m}^3}{۱۰۰^۳ \text{ cm}^3} = ۰/۳۸ \text{ m}^3$$



۱- یک جعبه چوبی مکعب شکل به ابعاد داخلی  $۵m \times ۵m \times ۵m$  و ضخامت دیواره ۲ سانتی متر موجود است.

الف - حجم داخل جعبه چند سانتی متر مکعب و چند متر مکعب است؟

ب - اگر بخواهیم داخل جعبه را رنگ بزنیم، سطح رنگ کاری چند متر مربع است؟

۲- یک استخر آب مطابق شکل ۴-۹۸ به صورت مکعب مستطیل ساخته شده است. کف آن از بتن به ضخامت  $۲۰cm$  و دیواره آن از بتن به ضخامت  $۲۰$  سانتی متر که داخل آن عایق کاری گردیده و یک دیوار  $۱۰$  سانتی متری محافظ عایق هم کشیده شده است. سطح داخلی دیواره نیز با ماسه سیمن لیسهای اندود شده است. موارد زیر را محاسبه کنید:

الف - حجم بتن کف ( $m^3$ )

ب - حجم آجر کاری ( $m^3$ )

پ - سطح عایق کاری کف و دیواره ها ( $m^2$ )

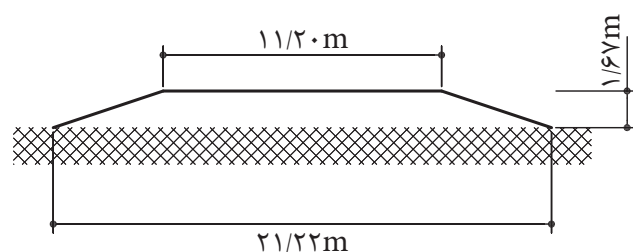
ت - سطح اندود دیواره ها ( $m^2$ )

ث - ظرفیت آب استخر ( $m^3$ )

ج - حجم بتن دیوار ( $m^3$ )

۳- برای یک کارگاه ساختمانی، احتیاج به یک منبع آب با ظرفیت  $۲۷۰۰۰$  لیتر داریم. اگر منبع به شکل مکعب ساخته شود، طول هر ضلع آن چند متر است؟

۴- قسمتی از یک جاده به طول  $۷۳$  متر، مطابق شکل ۱۲ خاکریزی می شود. محاسبه نمایید که باید چند متر مکعب خاکریزی شود.



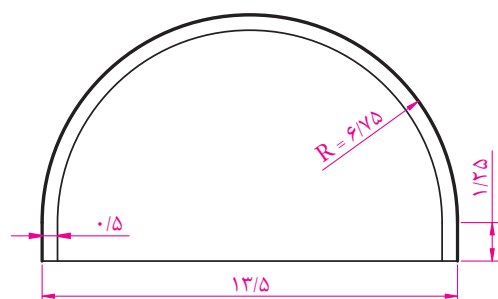
▲ شکل ۴-۹۸

۵- تونلی به طول  $۸۴۰$  متر با مشخصات طبق شکل ۴-۹۹

مفروض است. مطلوب است:

الف - محاسبه حجم حفاری انجام شده به متر مکعب.

ب - محاسبه حجم بتنریزی انجام شده به متر مکعب.



▲ شکل ۴-۹۹



شکل ۴-۱۰۰ ▲

۶- قرار است یک انبار به ابعاد داخلی ۱۰ متر در ۶ متر و به ارتفاع ۵ متر را با دیوارهای ۳۵ سانتی متری بسازیم. در صورتی که در و پنجره این انبار سطحی معادل ۲۰٪ سطح دیوارها داشته باشند:

الف - حجم آجرکاری را به متر مکعب محاسبه کنید.

ب - سطح اندود داخلی و خارجی را به متر مربع محاسبه کنید.

۷- در یک ساختمان بتنی، از ستون‌های با مقطع دایره استفاده شده است. در صورتی که از ۱۰ عدد ستون دایره به قطر ۵۰ cm و ۱۶ عدد ستون دایره به قطر ۶۰ cm استفاده شود و ارتفاع همه ستون‌ها برابر ۳/۲۰ متر باشد:

الف - حجم بتن مصرفی در ستون‌ها را بر حسب متر مکعب محاسبه کنید.

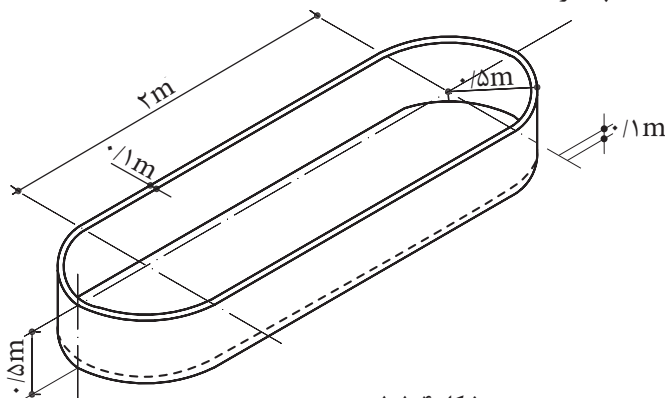
ب - در صورت رنگ آمیزی ستون‌ها، سطح رنگ آمیزی چند متر مربع است؟

۸- در یک پارک، تعداد ۲۲ عدد آب نما مطابق شکل زیر وجود دارد. در صورتی که این آب نماها از بتن ساخته شده باشند و ضخامت دیوار و کف آن‌ها ۱۰ سانتی متر باشد:

الف - حجم بتن مصرفی را حساب کنید. ( $m^3$ )

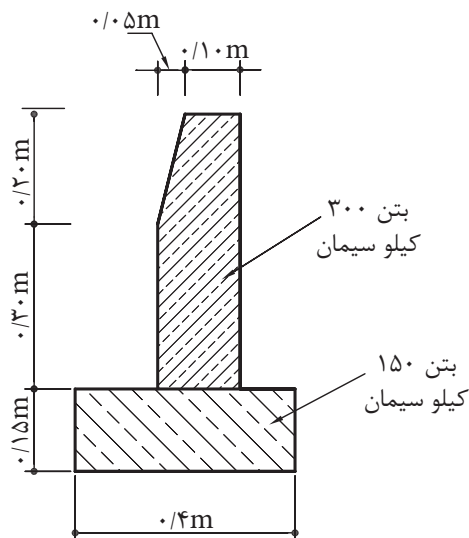
ب - گنجایش آب این آب نماها در مجموع چقدر است؟ ( $m^3$ )

پ - سطح رنگ آمیزی داخل و خارج این آب نماها چقدر است؟ ( $m^2$ )



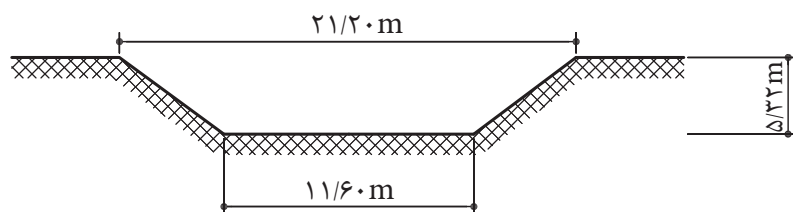
شکل ۴-۱۰۱ ▲

- ۹- شکل زیر مقطع یک جدول ساده بتنی کنار خیابان به طول ۵۰۰ متر را نشان می‌دهد:
- الف - حجم بتن ۳۰۰ کیلو سیمان بر حسب متر مکعب چقدر است؟
- ب - حجم بتن ۱۵۰ کیلو سیمان را بر حسب متر مکعب تعیین کنید.



شکل ۴-۱۰۲ ▲

- ۱۰- قسمتی از یک کانال مطابق شکل زیر گودبرداری می‌شود. طول این قسمت ۹۱ متر است. محاسبه کنید که چند متر مکعب گودبرداری می‌شود؟



شکل ۴-۱۰۳ ▲

### ۴-۳-۱۵- چگالی و واحدهای اندازه‌گیری آن

- ۱- چگالی یک ماده، جرم واحد حجم آن ماده است. چگالی را با حرف یونانی  $\rho$  (با تلفظ «رُ») نمایش می‌دهند.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{یا} \quad \rho = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} = \text{چگالی}$$

- ۲- واحد اصلی اندازه‌گیری چگالی در سیستم SI کیلوگرم بر متر مکعب  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$  است.

- ۳- واحدهای دیگر چگالی گرم بر سانتی‌متر مکعب  $\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$  و تن بر متر مکعب  $\left(\frac{\text{t}}{\text{m}^3}\right)$  است.



پرسش  
کلاسی

نکته



مثال ۱: یک کیلوگرم بر متر مکعب چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟

توجه: برای تبدیل واحد کمیت‌هایی که به صورت کسری می‌باشند مانند چگالی، همان قاعده فصل دوم کتاب را اعمال می‌نمائیم؛ با این تفاوت که تبدیل واحدهایی که در مخرج قرار دارند را به صورت معکوس در ضریب تبدیل واحد صورت ضرب می‌کنیم.

$$\text{حل:} \quad \frac{1 \text{ kg}}{\text{m}^3} = 1 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ gr}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ cm}^3} = 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

مثال ۲: یک تن بر متر مکعب چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

$$1 \text{ t} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^{-3} \text{ t}} \times \frac{1}{\text{m}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

### ۴-۳-۱۶- وزن و واحد اندازه‌گیری آن

نیروی جاذبه‌ای را که از طرف زمین بر جرم یک جسم وارد می‌شود، «وزن» آن جسم می‌گویند. یک نیوتن مقدار نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود، شتابی برابر با یک متر بر مجذور ثانیه به آن می‌دهد.

واحد اندازه‌گیری وزن «نیوتن (N)» است.

برای محاسبه وزن یک جسم بر حسب نیوتن کافی است که جرم آن را بر حسب kg در عدد ۹/۸۱ ضرب کنید.

مثال ۱: جرم یک جسم یک کیلوگرم است. وزن آن چقدر است؟

$$\text{حل:} \quad \text{وزن} = \text{جرم} \times 9/81 \Rightarrow 1 \times 9/81 = 9/81 \text{ N}$$

پرسش  
کلاسی

نکته



نکته: به ۹/۸۱ N یک کیلوگرم نیرو هم می‌گویند و آن را با علامت kgf نشان می‌دهند.

$$1 \text{ kgf} = 9/81 \text{ N}$$

کیلوگرم، واحد جرم است.  
کیلوگرم نیرو، واحد وزن است.

بنابراین می‌توانیم بگوییم<sup>۱</sup>:

۱- جرم یک جسم، بدون توجه به مکان آن، در همه نقاط زمین، ثابت است. به عبارت دیگر، جرم مستقل از مکان است اما وزن یک جسم، در نقاط مختلف جهان، با شتاب ثقل متفاوت، یکسان نیست پس وزن یک جسم تابع محل قرارگیری آن است. با توجه به این توضیحات، در کاربردهای روزمره، مشاهده می‌شود که کلمات جرم و وزن اشتباهاً به جای یکدیگر به کار می‌روند. مثلاً روی اغلب کالاهای تجاری، «وزن» آن نوشته می‌شود در حالی که باید «جرم» آن عنوان شود زیرا این «جرم» است که در همه نقاط جهان که این کالا حمل می‌شود، ثابت می‌ماند و «وزن» آن متغیر است و نتیجتاً واحد وزن «کیلوگرم نیرو» و واحد جرم، «کیلوگرم» است.

به طور کلی می‌توان گفت: وزن و جرم یک جسم، با هم متناسب است.



مثال ۲: وزن یک متر میل گرد به قطر ۱۸ (φ۱۸) برابر ۲۰۰۰ gf می باشد. وزن یک شاخه ۱۲ متری از این میل گرد چند کیلوگرم نیرو و وزن ۱۰ شاخه از آن چند تن نیرو است؟

حل:

$$۱۲ \times ۲۰۰۰ = ۲۴۰۰۰ \text{ gr} = ۲۴۰۰۰ \times ۱۰^{-۳} = ۲۴ \text{ kgf}$$

وزن یک شاخه بر حسب کیلوگرم نیرو

$$۲۴ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۰۲۴ \text{ tonf}$$

وزن یک شاخه بر حسب تن نیرو

$$۰/۰۲۴ \times ۱۰ = ۰/۲۴ \text{ tonf}$$

وزن ده شاخه بر حسب تن نیرو

### ۴-۳-۱۷- محاسبات جرم، چگالی و حجم

برای محاسبات مربوط به جرم، چگالی و حجم از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  استفاده می کنیم.

مثال ۱: حجم بتن مصرفی در یک ستون ۲/۵ متر مکعب است. اگر چگالی آن  $۲۴۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^۳}$  باشد، وزن این ستون چند نیوتن است؟



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۲۴۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^۳} = \frac{m}{۲/۵ \text{ m}^۳}$$

حل:

$$(m) = ۲۴۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^۳} \times ۲/۵ \text{ m}^۳ = ۶۰۰۰ \text{ kg}$$

$$\text{وزن ستون} = ۶۰۰۰ \text{ kg} \times ۹/۸۱ = ۵۸۸۶۰ \text{ N}$$

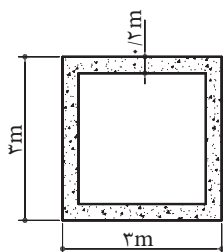
مثال ۲: جرم یک قطعه چوب بلوط ۸۷۳ kg است. اگر جرم حجمی آن  $۹۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^۳}$  باشد، حجم آن چند متر مکعب است؟

مکعب است؟

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{۸۷۳ \text{ kg}}{۹۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^۳}} = ۰/۹۷ \text{ m}^۳$$

حل:

حجم قطعه چوب



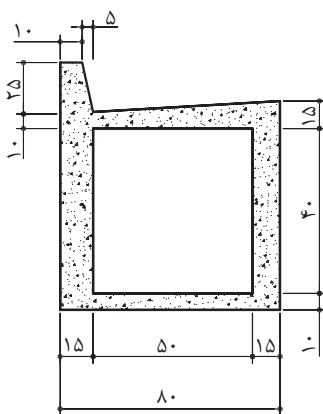
شکل ۴-۱۰۴ ▲

۱- شکل ۴-۱۰۴ مقطع یک آبروی بتنی را نشان می‌دهد که طول آن ۱۱ متر است. در قسمتی از یک راه، تعداد ۱۹ عدد از این آبروها مورد نیاز است.

الف - حجم بتن مصرفی چند متر مکعب است؟

ب - مقدار سیمان مورد نیاز چند کیلوگرم است؟ (بتن از نوع ۳۵۰ کیلوگرم سیمان می‌باشد).

پ - وزن یک عدد از این آبروها چند تن نیرو است؟ (در صورتی که چگالی بتن ۲۴۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب باشد).

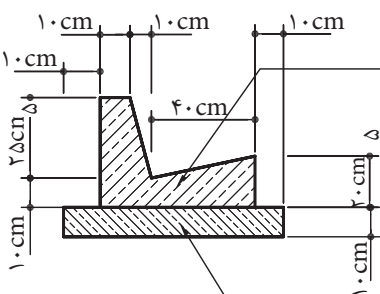


شکل ۴-۱۰۵ ▲

۲- شکل ۴-۱۰۵ مقطع یک آبروی سرپوشیده بتنی کنار خیابان است. طول خیابان ۱۳۵۰ متر است:

الف - مقدار بتن مصرفی را بر حسب متر مکعب محاسبه کنید.

ب - مقدار سیمان لازم چند کیلوگرم است؟ (عیار سیمان مصرفی ۳۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب بتن می‌باشد).



شکل ۴-۱۰۶ ▲

۳- شکل ۴-۱۰۶ مقطع آبروی بتنی کنار یک خیابان را که طول آن ۱۲۰۰ متر است نشان می‌دهد:

الف - مقدار بتن با عیار ۳۵۰ کیلوگرم سیمان را بر حسب متر مکعب حساب کنید.

ب - مقدار بتن با عیار ۱۵۰ کیلوگرم سیمان بر حسب متر مکعب چقدر است؟

پ - مقدار مقدار سیمان لازم را بر حسب کیلوگرم تعیین کنید.

۴- برای اجرای یک پروژه عمرانی باید تعدادی لوله بتنی به طول  $7/5$  متر، قطر داخلی  $4$  متر و ضخامت دیواره  $25$  سانتی متر، با تریلی از کارخانه تولید لوله به محل پروژه حمل شود. در صورتی که چگالی هر متر مکعب لوله  $2800$  کیلوگرم و جرم تریلی  $30$  تن باشد و در مسیر تریلی پلی با ظرفیت باربری حداکثر  $95$  تن (با در نظر گرفتن وضعیت تقسیم بار بر روی محورها) وجود داشته باشد، آیا تریلی مجاز است این محموله را از روی پل عبور دهد؟

۵- به یک کارگاه ساختمانی  $240$  تن سیمان وارد شده است. در صورتی که در ساختمان الف  $\frac{3}{8}$  آن و در ساختمان ب  $\frac{2}{8}$  آن مورد نیاز باشد و بقیه را بخواهیم انبار کنیم، باید چند کیلوگرم سیمان در هر ساختمان تخلیه شود و چند کیلوگرم به انبار حمل گردد؟ در ضمن مقدار سیمان انبارشده چند کیسه خواهد بود؟ (جرم هر کیسه سیمان  $50$  کیلوگرم است.)

۶- برای ساختن بتن در احداث پی یک ساختمان  $3$  متر مکعب آب مورد نیاز است.

الف - مقدار آب مورد نیاز چند لیتر است؟

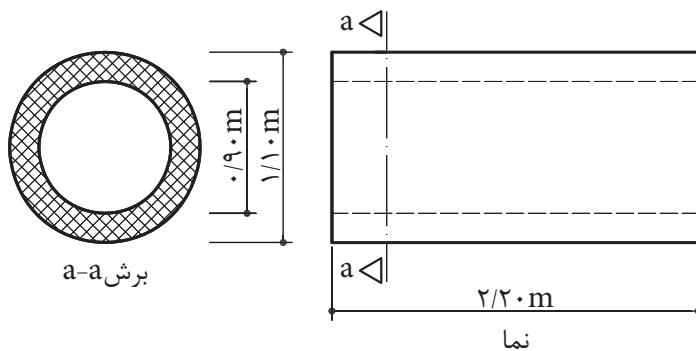
ب - مقدار آب مورد نیاز چند دسی متر مکعب است؟

پ - در صورتی که برای نگهداری این مقدار آب بخواهیم از بشکه های  $200$  لیتری استفاده کنیم، چند عدد بشکه مورد نیاز است؟

۷- برای یک کار اختصاصی، لوله بتنی طبق شکل زیر ساخته می شود. موارد زیر را محاسبه کنید:

الف - جرم یک لوله در صورتی که جرم یک متر مکعب بتن  $2200$  کیلوگرم باشد.

ب - در صورتی که ظرفیت حمل بار یک کامیون پنج تن باشد، چه تعداد از این لوله را می تواند حمل کند؟



شکل ۴-۱۰۷ ▲

۸- گنجایش یک تانک ذخیره آب  $18$  متر مکعب است. گنجایش تانک چند لیتر است؟

۹- برای هر متر مکعب دیوارچینی،  $620$  عدد آجر فشاری لازم است. در صورتی که جرم هر آجر فشاری

$1/75$  کیلوگرم باشد، محاسبه کنید هر متر مکعب دیوارچینی چند کیلوگرم و چند تن آجر لازم دارد؟

۱۰- در صورتی که برای ملات هر متر مکعب دیوارچینی،  $85$  کیلوگرم سیمان مصرف شود و حجم دیوارچینی

$10$  متر مکعب باشد، چند پاکت سیمان لازم است؟ (هر پاکت سیمان  $50$  کیلوگرم است.) چند تن سیمان

لازم است؟

## ۴-۳-۱۸- نسبت زمان انجام کار به مقدار کار

بین زمان انجام کار و مقدار کار نسبت مستقیمی برقرار است؛ یعنی:

هر چه مقدار کار بیشتر باشد، زمان لازم برای انجام آن نیز افزایش می‌یابد.

مثال: یک کارگاه تولید بلوک سیمانی در هر ۳ ساعت ۸۰۰ بلوک تولید می‌کند. برای تولید ۲۰۰۰۰ بلوک چند ساعت وقت لازم است؟

حل:

بلوک ساعت

$$\frac{3}{x} = \frac{800}{20000} \Rightarrow x = \frac{3 \times 20000}{800} = 75 \text{ ساعت}$$

## ۴-۳-۱۹- نسبت زمان انجام کار به تعداد کارکنان

هر چه تعداد افرادی که یک کار را انجام می‌دهند بیشتر باشد، زمان انجام کار کوتاه‌تر می‌شود.

مثال: ۴ کارگر کاری را در ۱۰ روز انجام می‌دهند، ۸ کارگر همان کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

حل:

$$\left. \begin{array}{cc} 4 & 10 \\ 8 & x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{4 \times 10}{8} = 5$$

۱- برای انجام کاری با یک کارگر، ۶ روز وقت لازم است. این کار با ۳ کارگر، در چند ساعت انجام می‌شود؟

۲- زمان‌های داده‌شده را بر حسب ساعت بنویسید.

الف - ۲h, ۴۶min - ب - ۱۵s, ۳۰min, ۶h - پ - ۳۴min - ت - ۵۷۶s

۳- زمان‌های داده‌شده را بر حسب ساعت و اجزای آن بنویسید.

الف - ۸h - ب - ۱۵h - پ - ۰/۷۶h - ت - ۸/۵۵h - ث - ۲/۳۶h

۴- برای ساخت ۶ قطعه صنعتی ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه و ۵۴ ثانیه وقت صرف شده است. زمان ساخت یک قطعه را به دست آورید.

۵- در یک مسابقه موتورسواری، زمان متوسط یک دور موتورسوار A، ۱۴/۲۶ دقیقه، موتورسوار B، ۱۴min, ۲۲/۶s و موتورسوار C، ۴۶۸/۶ ثانیه می‌باشد، حساب کنید:

الف - زمان یک دور کدام موتورسوار کمتر است؟

ب - هر موتورسوار برای طی ۱۸ دور، چه زمانی لازم دارد؟

پرسش  
کلاسی



پرسش  
کلاسی



تمرین



۶- زمان کار یک اداره، از ساعت ۶:۱۵ تا ۱۵:۴۰ می باشد. با احتساب زمان استراحت از ساعت ۹:۱۵ تا ۹:۳۵ و زمان ناهار و نماز از ساعت ۱۲:۱۵ تا ۱۳:۲۰، زمان کار مفید اداره را به دست آورید.

۷- دو نفر کارگر روزانه ۱۰۰ متر مربع آسفالت اجرا می نمایند. اگر بخواهیم ۶۰۰ متر مربع آسفالت را ظرف مدت چهار روز انجام دهیم، به چند کارگر نیازمندیم؟

۸- زمان مفید کار کارکنان یک اداره به جای ۸ ساعت در روز، ۵ ساعت است. حساب کنید:

الف - این اداره در طول یک سال چند ساعت کمتر کارکرد داشته است؟

ب - اگر حقوق متوسط کارکنان این اداره در ماه ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال باشد، در طول یک سال، این اداره چند میلیون ریال ضرر داشته و این مقدار معادل حقوق چند کارمند است؟

۱. مختاری، مالک و همکاران، استاندارد شایستگی حرفه ساختمان، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ۱۳۹۲.
۲. مختاری، مالک و همکاران، استاندارد ارزشیابی حرفه ساختمان، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ۱۳۹۳.
۳. مختاری، مالک و همکاران، راهنمای برنامه درسی ساختمان، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ۱۳۹۴.
۴. نصرانی، زاده، سید کاظم و همکاران، مصالح ساختمان، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۴.
۵. پوش‌نژاد، فروغ و همکاران، روش‌های اجرای ساختمان‌سازی، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۴.
۶. نوری‌فرد، علی اکبر و همکاران، محاسبات فنی ساختمان، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۴.
۷. حق‌اللهی، عباس و همکار، مقررات ملی و ضوابط عمومی ساختمان، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۴.
۸. نشریه ۵۵، مشخصات فنی و کارهای عمومی ساختمانی، معاونت امور فنی، دفتر امور فنی و تدوین معیارها، سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی کشور، چاپ هفتم، ۱۳۸۱.
۹. مبحث پنجم مقررات ملی ساختمان، دفتر مقررات ملی ساختمان، ویرایش دوم، ۱۳۹۲.
۱۰. مبحث ششم مقررات ملی ساختمان، دفتر مقررات ملی ساختمان، ویرایش دوم، ۱۳۹۲.
۱۱. مبحث هشتم مقررات ملی ساختمان، دفتر مقررات ملی ساختمان، ویرایش دوم، ۱۳۹۲.
۱۲. مبحث دوازدهم مقررات ملی ساختمان، دفتر مقررات ملی ساختمان، ویرایش دوم، ۱۳۹۲.

هنرآموزان محترم، هنرجویان عزیز و اولیای آنان می‌توانند نظرهای اصلاحی خود را درباره مطالب این کتاب از طریق نامه  
به نشانی تهران - صندوق پستی ۴۸۷۴ / ۱۵۸۷۵ - گروه درسی مربوط و یا پیام‌نگار [tvoccd@roshd.ir](mailto:tvoccd@roshd.ir) ارسال نمایند.

وب‌گاه: [www.tvoccd.medu.ir](http://www.tvoccd.medu.ir)

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کار دانش

