

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

کتاب کار مدارهای الکتریکی

رشته های الکترونیک و الکتروتکنیک

زمینه: صنعت

شاخه: آموزش فنی و حرفه ای

شماره درس: ۲۰۷۲

عنوان و نام پدیدآور: کتاب کار مدارهای الکتریکی [کتابهای درسی] رشته های الکترونیک و الکتروتکنیک
زمینه صنعت، شاخه آموزش فنی و حرفه ای شماره درس ۲۰۷۲ / مؤلفان امیرحسین ترکمانی، داود
خلیلی، هوشنگ پاشایی؛ [برای] وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی؛
برنامه ریزی محتوا و نظارت بر تألیف، دفتر تألیف کتابهای درسی فنی و حرفه ای و کاردانش.
مشخصات نشر: تهران: شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران، ۱۳۹۴.

مشخصات ظاهری: ۳۳۰ ص.

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۲۳۱۹-۳

وضعیت فهرست نویسی: فیپا

موضوع: مدارهای برقی

موضوع: مدارهای برقی - مسائل، تمرین و غیره (آموزش)

شناسه افزوده: ترکمانی، امیرحسین ۱۳۵۰-

شناسه افزوده: خلیلی، داود ۱۳۴۵-

شناسه افزوده: ترکمانی، امیرحسین ۱۳۳۲-

شناسه افزوده: سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

شناسه افزوده: سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. دفتر تألیف کتابهای درسی فنی و حرفه ای و کاردانش

رده بندی کنگره: ۲۳۱۲۹۰/ی TK۴۵۴

رده بندی دیویی: ۳۷۲/ی ۳۷۳

همکاران محترم و دانش‌آموزان عزیز:

پیشنهادهای و نظرهای خود را درباره محتوای این کتاب به نشانی
تهران - صندوق پستی شماره ۴۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف کتاب‌های درسی
فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ارسال فرمایند.

tvoccd@roshd.ir

پیام‌نگار (ایمیل)

www.tvoccd.medu.ir

وب‌گاه (وبسایت)

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

عنوان و کد کتاب: کتاب کار مدارهای الکتریکی - ۴۷۱/۲

مؤلفان: امیرحسین ترکمانی (فصل اول) - داود خلیلی (فصل ۲، ۳ و ۴) - هوشنگ پاشایی (فصل ۵، ۶ و ۷)

ویراستار فنی: مجتبی انصاری پور، محمدحسن اسلامی، نقی اصغری

رسمی: سیده گلاویش سیدصالحی، حامد موسوی

صفحه‌آرا: امید سیدصالحی، حامد موسوی

طراح جلد و گرافیک: حامد موسوی

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران - خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن: ۹ - ۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وبسایت www.chap.sch.ir

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (دارو پخش)

تلفن: ۵ - ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۹ - ۳۷۵۱۵

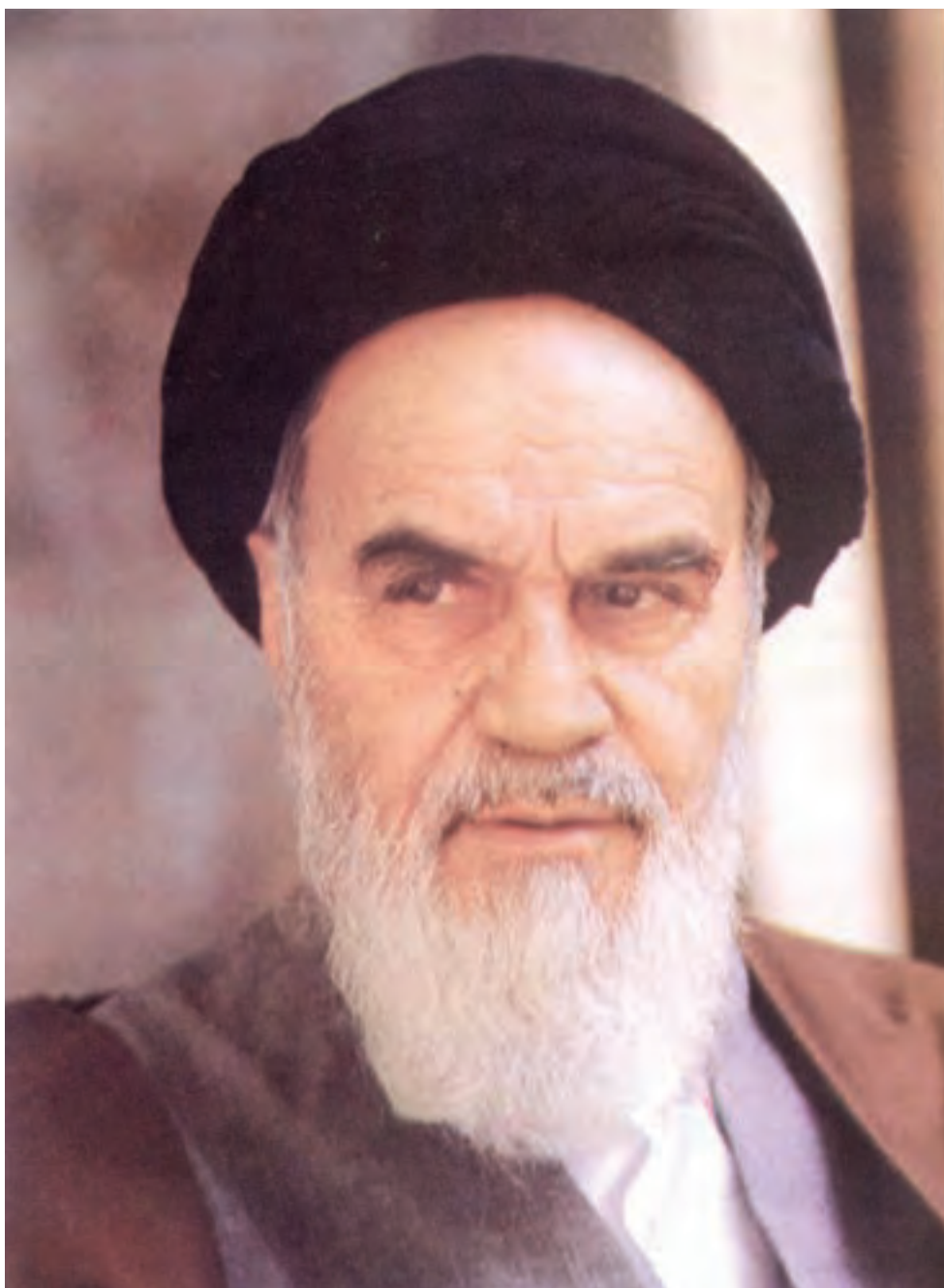
چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ پنجم ۱۳۹۴

حق چاپ محفوظ است

ISBN: 978-964-05-2319-3

شابک ۳-۲۳۱۹-۰۵-۹۶۴-۹۷۸



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آیید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتکای به اجانب پرهیزید.

امام خمینی «قدس سره الشریف»

فرآیند یاددهی- یادگیری نیازمند عمق دهی بیشتری به مطالب درسی و تهیه و تدارک تجارب یادگیری از قبل طراحی شده دارد که بعضاً این تجارب، نیازهای هنرجویان را تامین نکرده است. از این روست که **نظریه‌های جدید یادگیری** تاکید بر پوشش این نیازها داشته و در همین ارتباط تالیف و تدوین **کتاب کار** در مورد دروسی که فراگیری عمیق محتوای آن‌ها، احتیاج به تمرین و ممارست بیشتری دارد، نمود عینی پیدا می‌کند. **کتاب کار** یکی از اجزا مهم **بسته‌های آموزشی** به شمار می‌رود. استفاده از تکنیک‌های آموزشی و تکیه بر اجرای آموزش‌های پودمانی که در بطن خود، **خودآموز بودن، خود محتوا بودن، و خودگام بودن** را به همراه دارد سبب می‌شود کتاب کار علاوه بر دارا بودن تمرین‌ها و مسایل متنوع، به عنوان یک **منبع کمک درسی** در خدمت هنرآموزان و هنرجویان قرار گیرد.

در تالیف و تدوین **کتاب کار مدارهای الکتریکی** سعی شده است تا علاوه بر داشتن ظاهری جذاب و متنوع، مسایل و تمرین‌های گوناگونی از ساده به مشکل طرح شوند، به برخی از سوال‌ها پاسخ داده شود و به طور موردی چگونگی حل مسائل را در **درصدی قابل قبول** به هنرجویان بیاموزد ضمن آن که به موشکافی محتوای کتاب درسی نیز می‌پردازد.

ضمن تشکر از اعضای محترم کمیسیون تخصصی گروه الکتروتکنیک که در تهیه این کتاب ما را یاری فرمودند با کمال میل انتقاد و پیشنهادهای هنرآموزان محترم و هنرجویان عزیز را که همواره چراغ راه ما می باشد، پذیرا هستیم.

مولفان

۱- مدارهای التریکی جریان مستقیم

۱-۱- عناصر مدار	۲
۱-۲- تحلیل مدارهای الکتریکی با قانون اهم	۲
۱-۳- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جریان حلقه	۶
۱-۴- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش پتانسیل گره	۲۰
۱-۵- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جمع آثار	۳۹
۱-۶- تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یکدیگر	۵۱
۱-۷- الف- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش تونین	۵۶
۱-۷- ب- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش نورتین	۷۶
۱-۸- مدارهای شامل سلف و خازن در حالت ماندگار	۹۳

۲- بردار

۲-۱- بردار	۱۰۲
۲-۲- عملیات ریاضی روی بردارها	۱۰۲
۲-۳- جمع بردارها	۱۰۳
۲-۴- جمع بردارها به روش تحلیلی	۱۰۴
۲-۵- تفاضل بردارها	۱۰۷
۲-۶- ضرب بردارها	۱۰۸
۲-۷- ضرب نقطه‌ای	۱۰۸
۲-۸- معادلات ولتاژ و جریان	۱۱۰
۲-۹- اختلاف فاز	۱۱۰
۲-۱۰- انواع حالت‌های مدار	۱۱۰
۲-۱۱- انواع توان‌ها	۱۱۵
۲-۱۲- محاسبه توان ظاهری P_s و ضریب قدرت $\cos \varphi$	۱۲۰

۳- مدارهای RL سری و RL موازی

۳-۱- مدار RL سری	۱۳۰
۳-۲- مثلث ولتاژ	۱۳۰
۳-۳- مثلث امپدانس	۱۳۰
۳-۴- مثلث توان	۱۳۰
۳-۵- ضرایب مهم	۱۳۱
۳-۶- تاثیر فرکانس بر مقادیر Z و i در مدارهای RL سری	۱۳۸
۳-۷- مدار RL موازی	۱۴۶
۳-۸- مثلث جریان	۱۴۶
۳-۹- مثلث عکس امپدانس	۱۴۶
۳-۱۰- مثلث توان	۱۴۶
۳-۱۱- نسبت‌های مثلثاتی	۱۴۷
۳-۱۲- تاثیر فرکانس روی مدارهای RL موازی	۱۵۰
۳-۱۳- تبدیل مدار RL سری به RL موازی	۱۵۳
۳-۱۴- تبدیل مدار RL موازی به RL سری	۱۵۴

۴- مدارهای RC سری و RC موازی

۴-۱- مدار RC سری	۱۶۸
۴-۲- مثلث ولتاژ	۱۶۸
۴-۳- مثلث امپدانس	۱۶۸
۴-۴- مثلث توان	۱۶۸
۴-۵- ضرایب یا نسبت‌های مثلثاتی	۱۶۹
۴-۶- تاثیر فرکانس بر مدار RC سری	۱۷۷
۴-۷- تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت و زاویه اختلاف فاز	۱۷۸
۴-۸- مدار RC موازی	۱۸۵
۴-۹- مثلث جریان	۱۸۵
۴-۱۰- مثلث عکس امپدانس	۱۸۵
۴-۱۱- مثلث توان	۱۸۵
۴-۱۲- نسبت‌های مثلثاتی مهم	۱۸۶
۴-۱۳- تاثیر فرکانس بر مدار RC موازی	۱۹۰
۴-۱۴- تبدیل مدار RC سری به RC موازی	۱۹۲
۴-۱۵- تبدیل مدار RC موازی به RC سری	۱۹۳

۵- مدارهای LC سری و LC موازی

۵-۱- مدار LC سری	۲۰۴
۵-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار LC سری	۲۰۵
۵-۳- مدار LC موازی	۲۲۶
۵-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار LC موازی	۲۲۷

۶- مدارهای RLC

۶-۱- مدار RLC سری	۲۵۲
۶-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC سری	۲۵۳
۶-۳- مدار RLC موازی	۲۷۴
۶-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC موازی	۲۷۵
۶-۵- مدارهای RLC مختلط	۳۰۱

۷- مدار جریان متناوب سه فاز

۷-۱- مدار جریان‌های سه فاز	۳۱۲
۷-۲- اتصال ستاره	۳۱۲
۷-۳- اتصال مثلث	۳۲۳

نورتن
 multism
 اهم $I_k = +I_1 - I_2$
عناصر مدار
 فادون اهم جريان مستقيم
روش پانسیل کره
 حالت پایدار سلف
 $16 - 41 + 11(17.1)$
 توان مجذور جريان
 جريان حلقه KCL
 روش جمع آثار تونن
 قانون کیرشهف
 $R_{eq} = \frac{12 \times 22}{12 + 22} = 8[\Omega]$
 شدت جريان
 سلف جمع و مدار توان
 تحليل مدار
 منبع جريان
 $I = \sqrt{2} = 2.1[A]$
 مقاومت
 $I_1 = -9A$
 پلاریته
 ولتاژ
 12Ω



فصل اول

مدارهای الکتریکی جريان مستقیم

۱-۱ - عناصر مدار

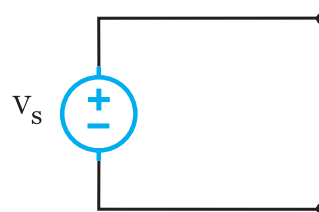
- عناصر غیرفعال عناصری هستند که انرژی الکتریکی را مصرف می‌کنند یا آن را در خود ذخیره می‌سازند.

- مقاومت‌های اهمی، سلف‌ها و خازن‌ها عناصر غیرفعال هستند.

- مقاومت اهمی عنصری است که انرژی الکتریکی را به حرارت تبدیل می‌کند و جریان آن با ولتاژ دو سر آن متناسب است.

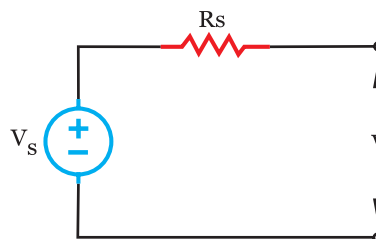
- عناصر فعال عناصری هستند که انرژی الکتریکی را تامین می‌کنند. منابع ولتاژ و جریان، عنصر فعال در مدارهای الکتریکی هستند.

- منبع ولتاژ ایده آل، منبعی است که در بارهای مختلف ولتاژ ثابتی به مدار می‌دهد. شکل (۱-۱).



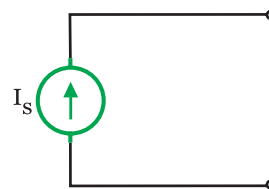
شکل (۱-۱)

- منبع ولتاژ واقعی، منبعی است که با افزایش جریان بار ولتاژ خروجی آن کاهش می‌یابد. شکل (۱-۲)



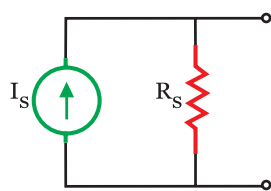
شکل (۱-۲)

- منبع جریان ایده آل، منبعی است که در بارهای مختلف جریان ثابتی به مدار می‌دهد. شکل (۱-۳)



شکل (۱-۳)

- منبع جریان واقعی، منبعی است که با یک مقاومت اهمی به صورت موازی قرار می‌گیرد و در صورت تغییر بار جریان مصرف کننده قدری تغییر می‌کند. شکل (۱-۴).

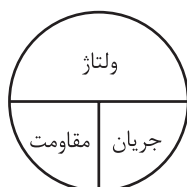


شکل (۱-۴)

۱-۲ - تحلیل مدارهای الکتریکی با قانون اهم

قانون اهم

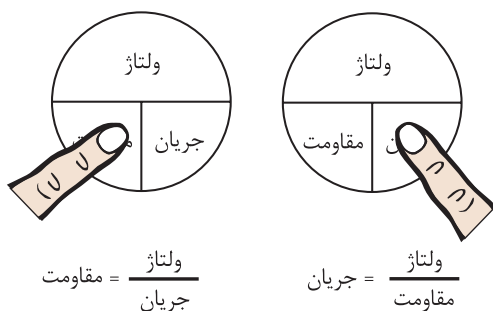
در حل بسیاری از مدارهای الکتریکی قانون اهمی کاربرد دارد. قانون اهم رابطه‌ی بین جریان، ولتاژ و مقاومت را بین می‌کند. در یک مدار DC، رابطه ریاضی قانون اهم به شکل $I = \frac{V}{R}$ است که در آن V (ولتاژ) بر حسب ولت و R (مقاومت) بر حسب اهم و I (شدت جریان) بر حسب آمپر است. برای یادآوری قانون اهم شکل (۱-۵) بسیار مفید است.



شکل (۱-۵)



جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ



$$\frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}} = \text{مقاومت}$$

$$\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}} = \text{جریان}$$

شکل (۱-۶)

$$\dots = \dots \times \mathbf{I}$$
$$V = \dots \times \dots = \mathbf{1} \bullet \bullet [V]$$

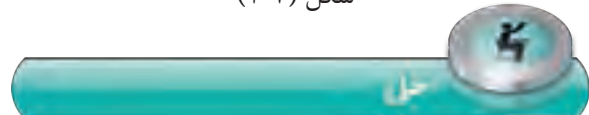

شكل (٩-١)



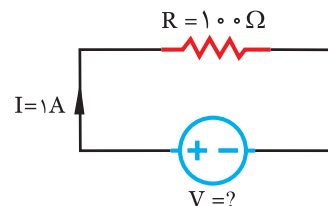
مثلاً

A circuit diagram consisting of a single loop. On the left vertical wire, an upward-pointing arrow is labeled I . The top horizontal wire contains a resistor, represented by a zigzag line, with the label $R = \chi \cdot \Omega$ above it. The bottom horizontal wire contains a voltage source, represented by a circle with a '+' sign on the left and a '-' sign on the right, with the label $V = \Upsilon \cdot [V]$ below it.

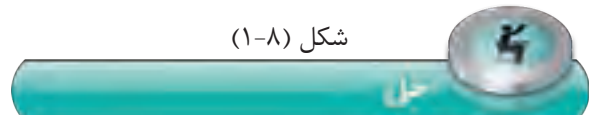
شكل (٧-١)


$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$
$$I = \frac{V}{R} = \frac{20}{1} = 20 \text{ A}$$


بدست آورید.



شكل (٨-١)



ولتاژ = ×

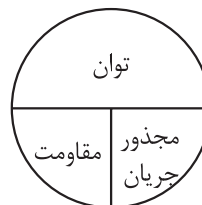
توان

انرژی الکتریکی در مقاومت اهمی (R) به حرارت تبدیل می‌شود. این حرارت ناشی از جاری شدن جریان در مقاومت اهمی است.

توان

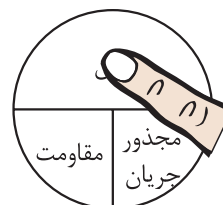
در یک مدار DC رابطه‌ی ریاضی بین توان، جریان و مقاومت اهمی به شکل $P = RI^2$ است که در آن R (مقاومت اهمی) بر حسب اهم و I (شدت جریان) بر حسب آمپر و P (توان) بر حسب وات است.

برای یادآوری رابطه توان شکل (۱-۱۰) بسیار مفید است.

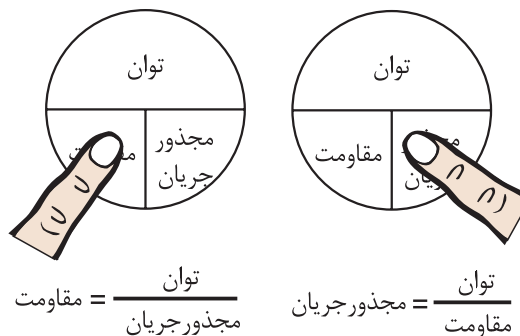


شکل (۱-۱۰)

در شکل (۱-۱۰) هر کدام از کمیت‌ها را با انگشت بپوشانید رابطه آن با دو کمیت دیگر مشخص می‌شود. به شکل‌های (۱-۱۱) توجه کنید.

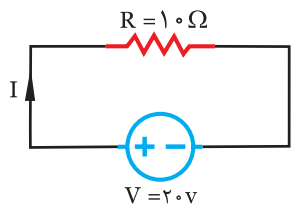


مجدور جریانی $\times$ مقاومت = توان



شکل (۱-۱۱)

در مدار شکل (۱-۱۲) توان در مقاومت 10 اهم چند وات است؟



شکل (۱-۱۲)

- با توجه به شکل (۱-۵) رابطه جریان بدست می‌آید:

$$\text{ولتاژ} = \text{مقاومت} \times \text{جریان}$$

- رابطه ریاضی جریان نوشته می‌شود:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{20}{10} = 2 [A]$$

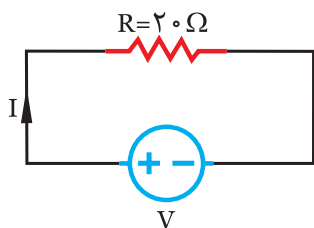
- با توجه به شکل (۱-۱۰) رابطه توان بدست می‌آید:

$$\text{مجدور جریانی} \times \text{مقاومت} = \text{توان}$$

- رابطه ریاضی توان نوشته می‌شود:

$$P = RI^2 = 10 \times 2^2 = 40 [W]$$

در مدار شکل (۱-۱۳) توان مقاومت 20Ω برابر با 80 وات است. ولتاژ منبع چند ولت می‌باشد.



شکل (۱-۱۳)

با توجه به شکل (۱-۱۰) رابطه جریان را بدست آورید:

$$\text{مجدور جریانی} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

۲- ولتاژ دو سر یک مقاومت از حاصل ضرب جریان در مقاومت بدست می‌آید.

☐

غلط

☐

صحیح

۳- عناصری که انرژی الکتریکی را مصرف می‌کنند، عناصر فعال نام دارند.

☐

غلط

☐

صحیح

۴- منابعی که در بارهای مختلف جریان ثابتی به مدار می‌دهند، منابع ولتاژ نام دارند.

☐

غلط

☐

صحیح

رابطه ریاضی جریان را بنویسید:

$$I^2 = \frac{P}{R} = \frac{\quad}{\quad} = 4$$

مقدار جریان را محاسبه کنید.

$$I = \sqrt{4} = 2[A]$$

با توجه به شکل (۱-۵) رابطه ولتاژ را بدست آورید.

جریان $\times$ = ولتاژ

رابطه ریاضی ولتاژ را بنویسید.

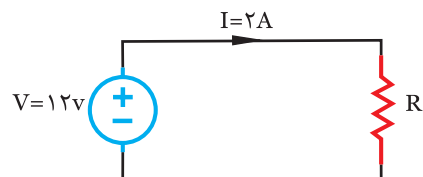
$$\dots\dots\dots = R \times \dots\dots\dots$$

مقدار ولتاژ را محاسبه کنید.

$$V = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = 40 [V]$$



۱- در مدار شکل (۱-۱۴) توان مقاومت چند وات است.



شکل (۱-۱۴)



.....

.....

.....

.....

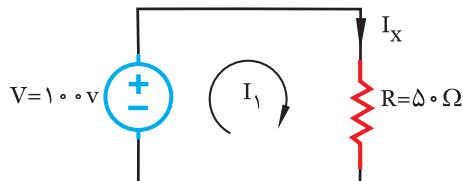
.....

.....

.....

.....

جریان مقاومت با I_X در جهت دلخواه نشان داده می‌شود. شکل (۱-۱۶). حلقه I_1 در جهت حرکت عقربه ساعت مشخص می‌شود. با حرکت در جهت حلقه، KVL برای آن نوشته می‌شود. نقطه شروع حرکت مهم نیست.



شکل (۱-۱۶)

در هنگام حرکت در صورت رسیدن به پلاریته‌ی منفی منبع ولتاژ مقدار آن با علامت منفی، و در صورت رسیدن به پلاریته مثبت مقدار آن با علامت مثبت منظور می‌شود. و با رسیدن به مقاومت مقدار آن در I_1 ضرب می‌شود و با علامت مثبت در معادله KVL منظور می‌شود. و معادله مساوی صفر قرار داده می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -100 + 50 I_1 = 0$$

معادله KVL حل می‌شود تا مقدار I_1 بدست آید.

$$50 I_1 = 100 \quad I_1 = \frac{100}{50} = 2 \text{ [A]}$$

از محل I_X حلقه I_1 می‌گذرد که با آن هم جهت است لذا:

$$I_X = +I_1 = +2 \text{ A}$$

علامت مثبت در رابطه اخیر نشان می‌دهد، جهت I_X موافق جهت حلقه I_1 است.



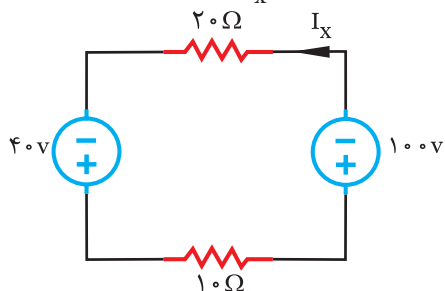
به خاطر داشته باشید

در صورتیکه جهت جریان حلقه موافق جهت جریان I_X باشد علامت + برای آن منظور می‌شود.



فعالیت ۳

با روش حلقه جریان I_X شکل (۱-۱۷) را بدست آورید.



شکل (۱-۱۷)

۳-۱- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جریان حلقه

تحلیل مدارهای الکتریکی با روش جریان حلقه بر قانون ولتاژهای کیرشهف^(۱) KVL استوار است. طبق این قانون:

قانون ولتاژهای کیرشهف

در هر حلقه جمع جبری افت ولتاژهای دو سر مقاومت‌ها و ولتاژ منبع تغذیه برابر صفر است.

تحلیل مدار به روش جریان حلقه برای محاسبه جریان عناصر مدار مناسب است و برای اجرای آن مراحل زیر طی می‌شود. مدار را تا حد ممکن ساده کنید.

- برای هر حلقه، یک جریان در جهت دلخواه منظور کنید. بهتر است جریان همه‌ی حلقه‌ها در یک جهت فرض شوند.

- با حرکت در جهت حلقه با استفاده از قانون ولتاژهای کیرشهف KVL معادله‌ی ولتاژها را برای حلقه نوشته می‌شود. - برای مدار با n حلقه، n معادله با n مجهول بدست می‌آید.

- روابط KVL را در یک دستگاه قرار دهید و با حل آن‌ها جریان حلقه‌ها را بدست آورید.

- با معلوم بودن جریان حلقه‌ها، جریان عناصر مدار بدست می‌آید.



به خاطر داشته باشید

بهتر است جریان حلقه‌ها در جهت حرکت عقربه ساعت فرض شوند.



مثال ۳

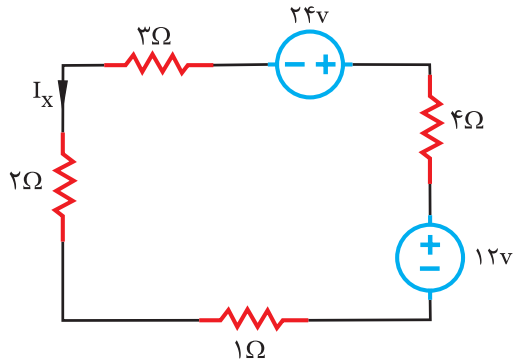
با روش حلقه جریان مقاومت شکل (۱-۱۵) چند آمپر است.



شکل (۱-۱۵)

۲- با استفاده از نرم افزار multisim مدار شکل (۱-۱۸) را اجرا نمایید.

۳- با روش حلقه جریان I_x شکل (۱-۱۹) را بدست آورید و توان در مقاومت $2\ \Omega$ را محاسبه کنید.



شکل (۱-۱۹)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

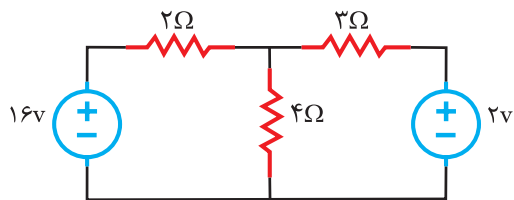
.....

.....

۴- با استفاده از نرم افزار Multisim مدار شکل (۱-۱۹) را اجرا کنید.



با روش جریان حلقه مطلوبست جریان مقاومت ۴ اهمی شکل (۱-۲۰).



شکل (۱-۲۰)



حلقه را در جهت حرکت عقربه ساعت مشخص کنید آن را I_1 بنامید.

به حلقه KVL اعمال کنید:

$$\boxed{\text{KVL}} \rightarrow +40 + \dots - \dots + \dots = 0$$

معادله KVL را حل کنید:

$$\dots I_1 = \dots$$

جریان حلقه I_1 را بدست آورید:

$$I_1 = \frac{\dots}{\dots} = 2\text{[A]}$$

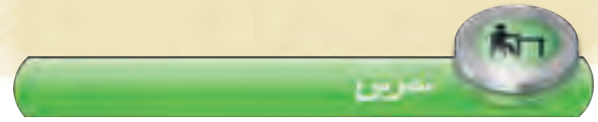
حلقه I_1 در خلاف جهت I_x است لذا:

$$I_x = -I_1 = -2\text{A}$$

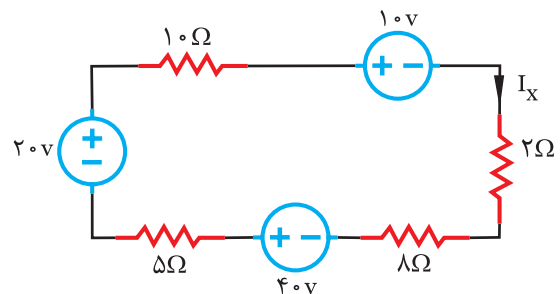
علامت منفی در رابطه اخیر نشان می‌دهد جهت I_x مخالف جهت حلقه I_1 است.



در صورتیکه جهت جریان حلقه مخالف جهت جریان I_x باشد، علامت - برای آن منظور می‌شود.



۱- با روش حلقه جریان I_x شکل (۱-۱۸) را بدست آورید و ولتاژ دو سر مقاومت $2\ \Omega$ را محاسبه کنید.



شکل (۱-۱۸)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{KVL} \rightarrow +2 + 4I_p - 4I_1 + 3I_p = 0$$

معادلات ۲ و ۱ KVL بر حسب I_p و I_1 مرتب

$$\text{KVL} \rightarrow 6I_1 - 4I_p = 16$$

می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -4I_1 + 2I_p = -2$$

معادلات ۲ و ۱ KVL را در یک دستگاه با روش

حذف حل می شود تا مقادیر جریان حلقه های I_1

و I_p بدست آید.

$$\begin{cases} \times 2 \left\{ \begin{aligned} 6I_1 - 4I_p &= 16 \\ -4I_1 + 2I_p &= -2 \end{aligned} \right. \\ \times 3 \left\{ \begin{aligned} 12I_1 - 8I_p &= 32 \\ -12I_1 + 6I_p &= -6 \end{aligned} \right. \end{cases}$$

$$+13I_p = 26$$

$$I_p = \frac{26}{13} = 2[A]$$

با قراردادن I_p در رابطه ۱ جریان حلقه I_1 بدست

می آید.

$$6I_1 - 4(2) = 16$$

$$6I_1 - 8 = 16$$

$$6I_1 = 24$$

$$I_1 = \frac{24}{6} = 4A$$

از I_x جریان حلقه های I_1 و I_p می گذرند. جریان

حلقه I_1 هم جهت با I_x است لذا آن را با علامت

مثبت و جریان حلقه I_p که مخالف جهت I_x است را

با علامت منفی در نظر می گیرند و نوشته می شود.

$$I_x = +I_1 - I_p$$

$$I_x = +4 - 2 = +2[A]$$

$$I_x = +2A$$

به خاطر داشته باشید

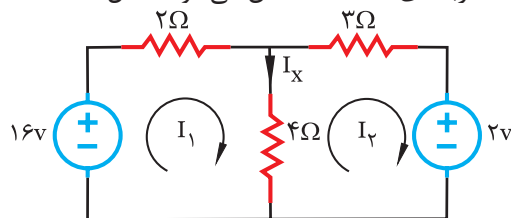
برای سادگی کار و جلوگیری از اشتباه توصیه شده است، جریان همه حلقه ها در یک جهت فرض شود. در صورتیکه این موضوع رعایت نشود نیز مساله حل می شود و در مقدار جریان حلقه ها تاثیری نخواهد داشت.

برای درک این مطلب به مثال ۵ دقت کنید و آن را با

مثال ۴ مقایسه نمایید.



جریان مقاومت ۴ اهمی در جهت دلخواه نشان داده می شود. آن را I_x می نامیم و حلقه های I_1 و I_p را در جهت حرکت عقربه های ساعت مشخص می شود. شکل (۱-۲۱)



شکل (۱-۲۱)

با حرکت در جهت حلقه I_1 معادله KVL با توجه به نکات زیر نوشته می شود.

حلقه I_1 از پلاریته منفی منبع ۱۶ ولتی وارد می شود لذا مقدار آن با علامت منفی لحاظ می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16$$

از مقاومت ۲ اهمی فقط حلقه I_1 می گذرد لذا افت ولتاژ آن به صورت $+2I_1$ منظور می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16 + 2I_1$$

از مقاومت ۴ اهمی حلقه های I_1 و I_p در جهت مخالف می گذرند. چون KVL نوشته می شود. با رعایت حق تقدم برای I_1 افت ولتاژ آن بصورت $4(I_1 - I_p)$ منظور می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16 + 2I_1 + 4(I_1 - I_p) = 0$$

با حرکت در جهت حلقه I_p معادله KVL با توجه به نکات زیر نوشته می شود:

حلقه I_p از پلاریته مثبت منبع ۲ ولتی وارد می شود لذا مقدار آن با علامت مثبت لحاظ می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow +2$$

از مقاومت ۴ اهمی حلقه های I_1 و I_p در جهت مخالف می گذرند. چون KVL نوشته می شود. با رعایت حق تقدم برای I_p افت ولتاژ آن بصورت $4(I_p - I_1)$ منظور می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow +2 + 4(I_p - I_1)$$

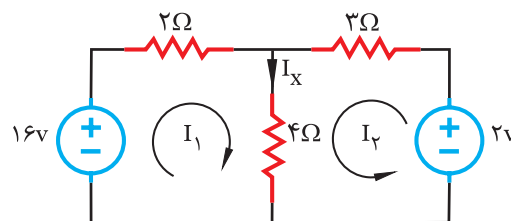
از مقاومت ۳ اهمی فقط حلقه I_p می گذرد افت ولتاژ آن بصورت $+3I_p$ منظور می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow +2 + 4(I_p - I_1) + 3I_p = 0$$

معادلات ۲ و ۱ KVL ساده می شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16 + 2I_1 + 4I_1 - 4I_p = 0$$

مدار مثال ۴ با این شرط که حلقه‌های I_1 و I_2 در یک جهت نباشند، مجدداً حل می‌شود. شکل (۱-۲۲).



شکل (۱-۲۲)

حلقه I_1 در جهت حرکت عقربه ساعت و حلقه I_2 در خلاف جهت حرکت عقربه ساعت انتخاب شده است.

با حرکت در جهت حلقه I_1 معادله KVL با توجه به نکات زیر نوشته می‌شود.

حلقه I_1 به پلاریته منفی منبع ۱۶ ولتی وارد می‌شود لذا مقدار آن با علامت منفی لحاظ می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16$$

از مقاومت ۲ اهمی فقط حلقه I_1 می‌گذرد لذا افت ولتاژ آن بصورت $+2I_1$ منظور می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16 + 2I_1$$

از مقاومت ۴ اهمی حلقه‌های I_1 و I_2 در یک جهت می‌گذرند لذا افت ولتاژ آن بصورت $4(I_1 + I_2)$ نوشته می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16 + 2I_1 + 4(I_1 + I_2) = 0$$

با حرکت در جهت حلقه I_2 معادله KVL با توجه به نکات زیر نوشته می‌شود:

حلقه I_2 به پلاریته منفی منبع ۲ ولتی وارد می‌شود لذا مقدار آن با علامت منفی لحاظ می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -2$$

از مقاومت ۳ اهمی حلقه I_2 می‌گذرد لذا افت ولتاژ آن بصورت $+3I_2$ منظور می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -2 + 3I_2$$

از مقاومت ۴ اهمی حلقه‌های I_1 و I_2 در یک جهت می‌گذرند لذا افت ولتاژ آن بصورت $4(I_1 + I_2)$ نوشته می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -2 + 4(I_1 + I_2) + 3I_2 = 0$$

معادلات ۱ و ۲ KVL ساده می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -16 + 2I_1 + 4I_1 + 4I_2 = 0$$

$$\text{KVL} \rightarrow -2 + 4I_2 + 4I_1 + 3I_2 = 0$$

معادلات ۱ و ۲ KVL برحسب I_1 و I_2 مرتب می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow 6I_1 + 4I_2 = 16$$

$$\text{KVL} \rightarrow 4I_1 + 7I_2 = 2$$

معادلات ۱ و ۲ KVL را در یک دستگاه با روش حذف حل می‌شود تا مقادیر جریان حلقه‌های I_1 و I_2 بدست آید.

$$\times (2) \left\{ \begin{array}{l} 6I_1 + 4I_2 = 16 \\ 4I_1 + 7I_2 = 2 \end{array} \right.$$

$$\times (3) \left\{ \begin{array}{l} 6I_1 + 4I_2 = 16 \\ 12I_1 + 21I_2 = 6 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -12I_1 - 8I_2 = -32 \\ 12I_1 + 21I_2 = 6 \end{array} \right.$$

$$-26I_2 = -26$$

$$I_2 = \frac{-26}{-26} = 1A$$

با قرار دادن I_2 در رابطه ۱ جریان حلقه I_1 بدست می‌آید.

$$6I_1 + 4(1) = 16$$

$$6I_1 - 8 = 16$$

$$6I_1 = 24$$

$$I_1 = \frac{24}{6} = 4A$$

از I_x حلقه‌های I_1 و I_2 می‌گذرند که هر دو هم جهت با I_x هستند لذا هر دو با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.

$$I_x = I_1 + I_2$$

$$I_x = 4 + 1 = 5A$$

$$I_x = 4 - 1 = 3A$$

به خاطر داشته باشید

با مقایسه مثال‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود تغییر در انتخاب جهت حلقه I_1 فقط بر روی علامت I_2 اثر می‌گذارد و بر مقدار I_2 تاثیر ندارد و مقدار I_x نیز تغییر نمی‌کند.

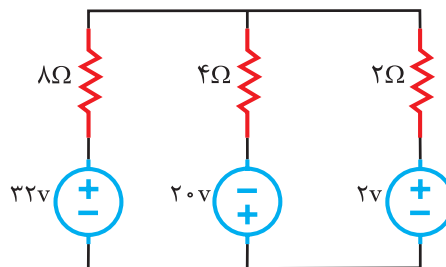
لذا از این پس به منظور ایجاد وحدت رویه جهت حلقه‌ها در جهت حرکت عقربه‌های ساعت اختیار می‌شود.



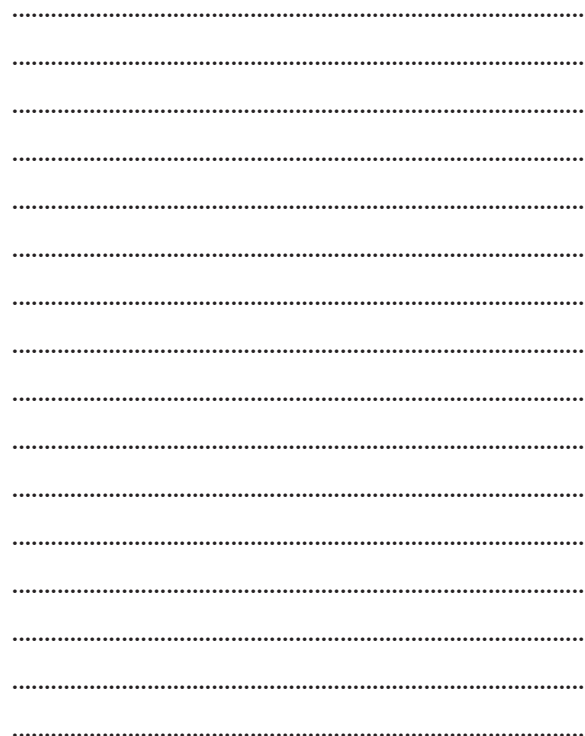
به خاطر دانشه ما شید

جریان منبع $\times$ ولتاژ = توان منبع

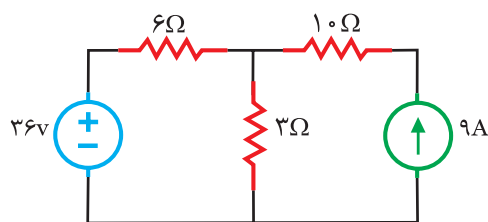
۲- در مدار شکل (۲۶-۱) جریان مقاومت 8Ω را با روش جریان حلقه بدست آورید.



شكل (٢٦-١)



در شکل (۲۷-۱) مطلوبست توان منبع ۳۶ ولتی.



شكل (٢٧-١)

- جریان I_x به پلاریته منفی منبع ولتاژ وارد می شود لذا علامت منفی برای آن منظور می شود.

$$P_{36V} = 36 \times [-(-1)] = -36W$$

- علامت منفی توان منبع، نشان دهنده این است که این منبع توان تولید می کند و دشارژ می شود.



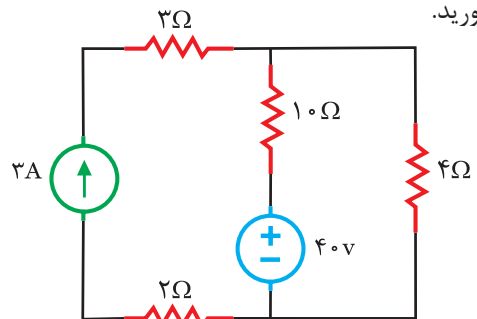
به خاطر داشته باشید

هرگاه توان منبع منفی شد یعنی منبع انرژی الکتریکی به مدار تحویل می دهد و دشارژ می شود. همچنین هرگاه توان منبع مثبت شد یعنی منبع انرژی الکتریکی از مدار تحویل می گیرد و شارژ می شود.



فعالیت ۵

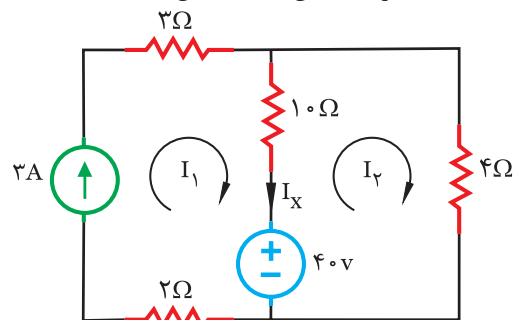
در مدار شکل (۱-۲۹) با روش حلقه توان منبع ولتاژ را بدست آورید.



شکل (۱-۲۹)



- حلقه ها را مشخص کنید. شکل (۱-۳۰).



شکل (۱-۳۰)

برای محاسبه توان منبع ولتاژ به جریان آن نیاز است. لذا جریان منبع را با I_x نشان دهید.

حلقه I_1 در جهت منبع جریان از آن می گذرد لذا علامت مثبت برای آن در نظر بگیرید.

$$I_1 = + \dots\dots\dots A$$

KVL را به حلقه I_1 اعمال کنید.

$$\boxed{\text{KVL}} \rightarrow - \dots\dots\dots + 10(\dots\dots\dots) + \dots\dots\dots = 0$$

معادله KVL را ساده کنید.

$$\dots\dots\dots + 10 \dots\dots\dots - 10 \dots\dots\dots + 4 \dots\dots\dots = 0$$

مقدار $I_1 = 3A$ را جایگزین کنید.

$$\dots\dots\dots + \dots\dots\dots I_1 - \dots\dots\dots (3) = 0$$

جریان حلقه I_1 را بدست آورید.

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \Rightarrow I_1 = \frac{70}{14} = 5A$$

حلقه I_1 در جهت I_x و حلقه I_2 در خلاف جهت I_x

است لذا:

$$I_x = +I_1 - I_2 = \dots\dots\dots = -2A$$

جریان I_x به پلاریته مثبت منبع ولتاژ وارد می شود لذا علامت مثبت برای آن منظور کنید.

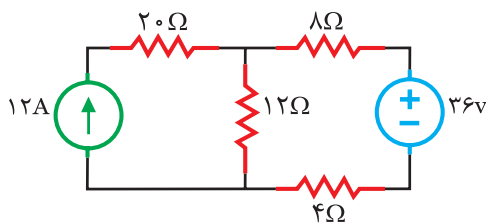
$$\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \text{توان منبع}$$

$$P_{40V} = 40 \times [\dots\dots\dots (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots] = +80W$$

علامت مثبت توان منبع، نشان دهنده این است که این منبع توان مصرف می کند و شارژ می شود.



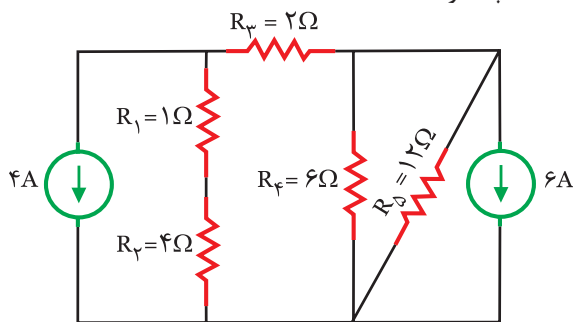
۱- در مدار شکل (۱-۳۱) توان منبع $36V$ را با روش جریان حلقه بدست آورید.



شکل (۱-۳۱)

مثال ۷

با روش جریان حلقه، ولتاژ دو سر مقاومت R_p در شکل (۱-۳۳) چند ولت است.



شکل (۱-۳۳)

- در این مدار با سری کردن مقاومت‌های R_1 و R_p و موازی کردن مقاومت‌های R_f و R_2 مدار ساده‌تر می‌شود.

به خاطر داشته باشید

ساده سازی عنصری که هدف محاسبه کمیت‌های الکتریکی آن است، صحیح نیست.

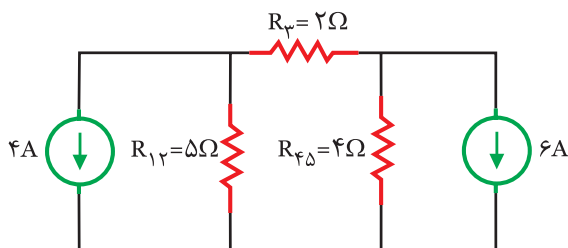
- مقاومت معادل بین مقاومت‌های R_1 و R_p که سری هستند با R_{1p} نشان داده شده است.

$$R_{1p} = R_1 + R_p = 1 + 4 = 5\Omega$$

- مقاومت معادل بین مقاومت‌های R_f و R_2 که موازی هستند با R_{f2} نشان داده شده است.

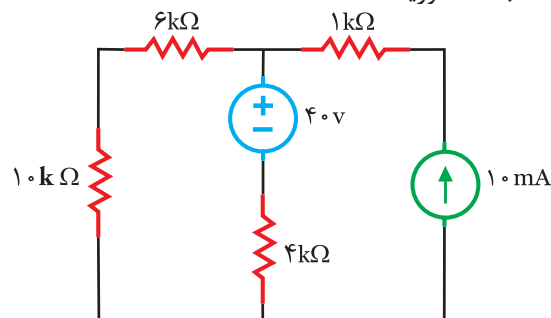
$$R_{f2} = \frac{R_f \times R_2}{R_f + R_2} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$$

- با جایگزینی مقاومت‌های معادل R_{1p} و R_{f2} مدار ساده شده بدست می‌آید. شکل (۱-۳۴).



شکل (۱-۳۴)

۲- در مدار شکل (۱-۳۲) توان منبع $40V$ را با روش جریان حلقه بدست آورید.

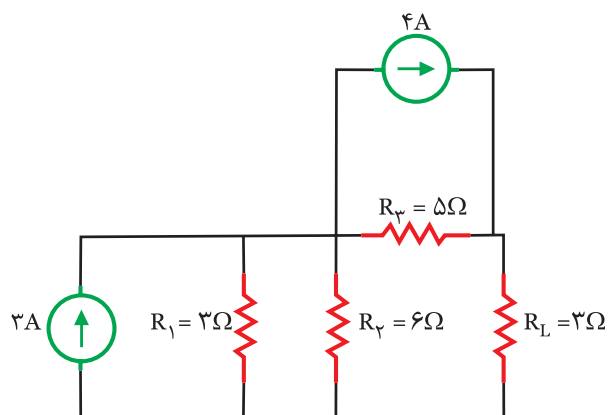


شکل (۱-۳۲)

۳- مدار شکل (۱-۳۲) را با نرم‌افزار Multisim اجرا نمایید. و با آمپر متر نرم‌افزار جریان منبع $40V$ را بدست آورید.

فعالیت ۲

جریان مقاومت R_L را با روش حلقه در شکل (۱-۳۶) بدست آورید.

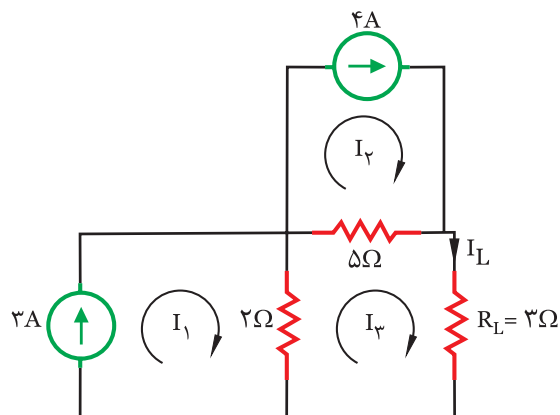


شکل (۱-۳۶)

- مقاومت‌های R_1 و R_2 را با هم موازی کنید:

$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Omega$$

- مقاومت معادل R_{12} را جایگزین R_1 و R_2 کنید و جریان مقاومت R_L را با I_L نشان دهید.
- حلقه‌های مدار را مشخص کنید. شکل (۱-۳۷).



شکل (۱-۳۷)

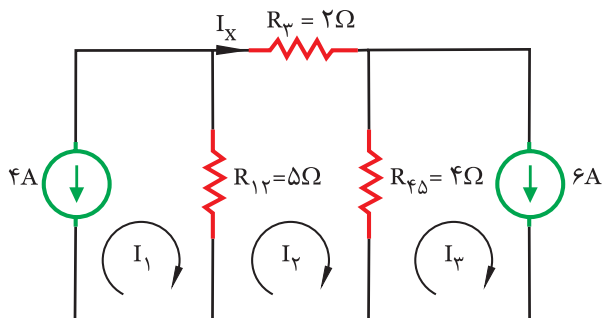
- حلقه I_1 در جهت منبع ۳A است لذا مقدار آن:

$$I_1 = \dots\dots\dots$$

- حلقه I_2 در جهت منبع ۴A است لذا مقدار آن:

$$I_2 = \dots\dots\dots$$

- برای محاسبه ولتاژ دو سر R_3 نیاز به جریان آن است، لذا جریان آن با I_X نشان داده شده است. شکل (۱-۳۵).



شکل (۱-۳۵)

- حلقه‌های مدار با I_1 ، I_2 و I_3 مشخص شده است. شکل

(۱-۳۵)

- حلقه I_1 در خلاف جهت منبع ۴A است لذا:

$$I_1 = -4A$$

- حلقه I_3 در جهت منبع ۶A است لذا:

$$I_3 = +6A$$

- برای محاسبه جریان حلقه I_2 به آن KVL اعمال شده

$$\text{KVL} \Rightarrow 5(I_2 - I_1) + 2I_2 + 4(I_2 - I_3) = 0 \quad \text{است.}$$

- معادله KVL ساده می‌شود.

$$5I_2 - 5I_1 + 2I_2 + 4I_2 - 4I_3 = 0$$

$$-5I_1 + 11I_2 - 4I_3 = 0$$

- مقادیر I_1 و I_3 جایگزین می‌شود.

$$-5(-4) + 11I_2 - 4(+6) = 0$$

$$20 + 11I_2 - 24 = 0$$

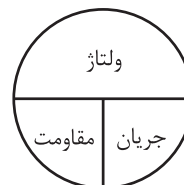
- پس از ساده سازی مقدار I_2 بدست می‌آید:

$$11I_2 = 4 \Rightarrow I_2 = \frac{4}{11} = 0.36A$$

- از محل I_X فقط حلقه I_2 می‌گذرد لذا:

$$I_X = I_2 = 0.36A$$

- ولتاژ دو سر مقاومت R_3 بدست می‌آید.

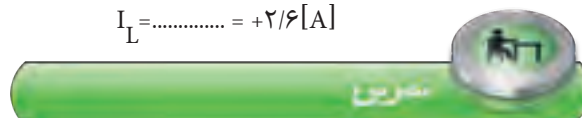


جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ

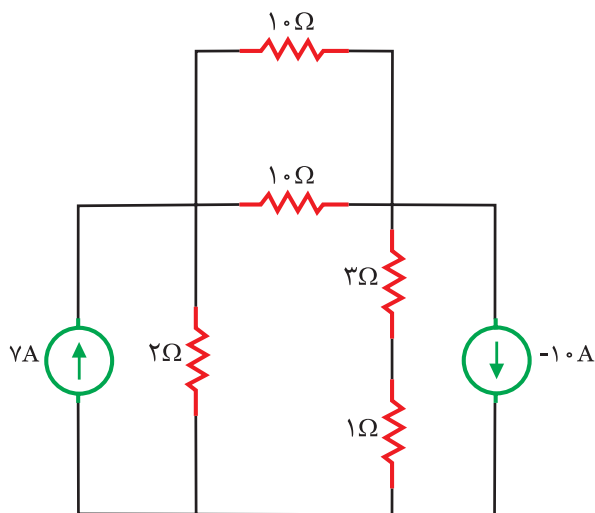
$$V_{R3} = R_3 \times I_X = 2 \times 0.36 = 0.72V$$

☐ غلط ☐ صحيح

☐ غلط ☐ صحيح


$$\boxed{\text{KVL}} \rightarrow \sum (\dots) + (\dots)(I_{\gamma} - I_{\gamma}) + \dots = 0$$
$$\dots - \dots + \dots - \dots + \dots = 0$$
$$- \dots\dots\dots I_{\gamma} - \dots\dots\dots I_{\gamma} + \dots\dots\dots I_{\gamma} = 0$$
$$-2(\dots\dots\dots) - 5(\dots\dots\dots) + 1 \circ \dots\dots\dots = \circ$$
$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \Rightarrow I_r = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = 2/6 [A]$$
$$I_{I_1} = \dots = +2/6[A]$$


با روش حلقه بدست آورید.



شكل (٣٨-١)



۱- عناصر فعال و غیرفعال را تعریف کنید؟

۲- منابع ولتاژ و جریان واقعی را تعریف کنید؟

۳- منابع جریان و ولتاژ ایده‌آل را تعریف کنید؟

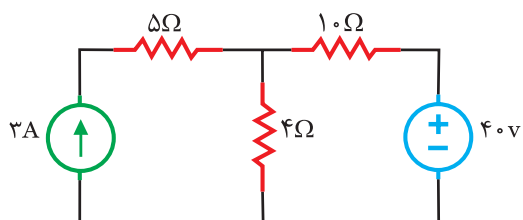
۴- قانون ولتاژهای کیرشهف را تعریف کنید؟

۵- در مدار شکل (۱-۳۹) و به کمک روش جریان حلقه مطلوبست:

الف- توان منبع ولتاژ

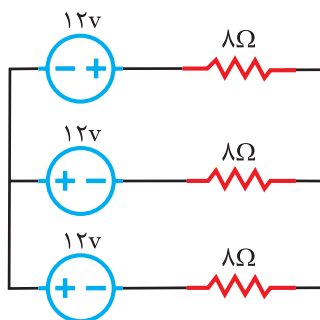
ب- نوع توان منبع ولتاژ

(نهایی خرداد ۸۷)



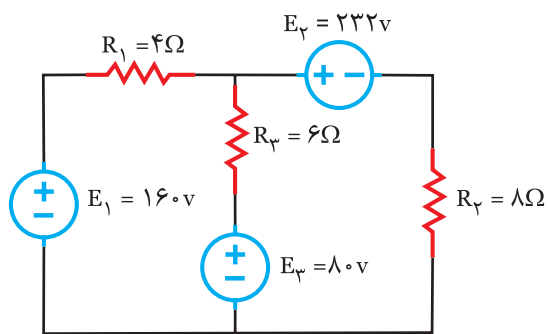
شکل (۱-۳۹)

۶- با استفاده از روش جریان حلقه، توان منبع ۲۴ ولتی را در شکل (۱-۴۰) محاسبه کنید. (نهایی دیماه ۱۳۸۸)



شکل (۱-۴۰)

۷- در مدار شکل (۱-۴۱) با استفاده از روش جریان حلقه مطلوبست:



شکل (۱-۴۱)

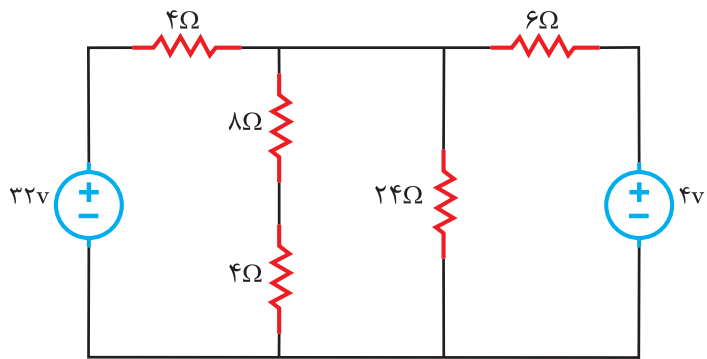
الف- جریان در مقاومت R_1

ب- توان در منبع E_3

(نهایی خرداد ۸۳)

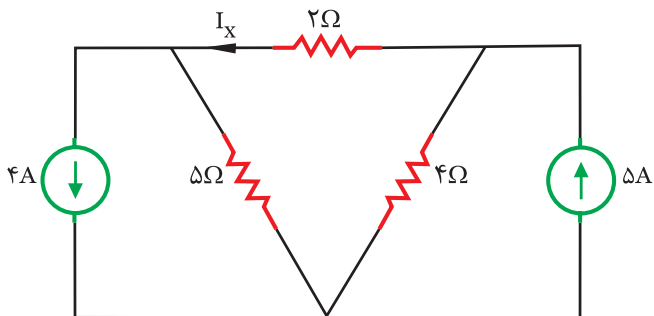
۸- توان در هر یک از منابع ولتاژ شکل (۱-۴۲) را به روش حلقه بدست آورید.

(نهایی دیماه ۱۳۸۴)



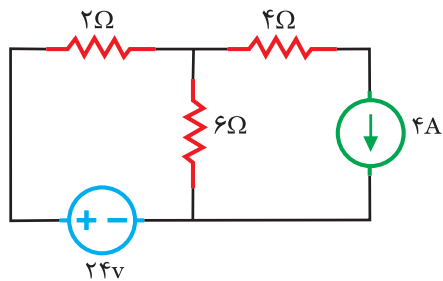
شکل (۱-۴۲)

۹- جریان I_X شکل (۱-۴۳) را با روش حلقه بدست آورید.



شکل (۱-۴۳)

۱۰- در مدار الکتریکی شکل (۱-۴۴) توان مقاومت ۲ اهمی چند وات است؟



شکل (۱-۴۴)

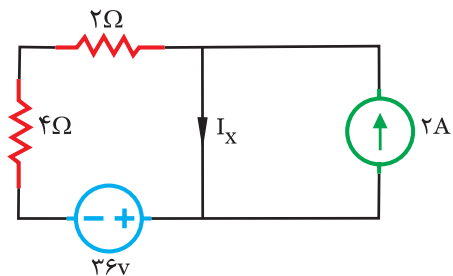
الف) ۲

ب) ۱۸

ج) ۳۲

د) ۷۲

۱۱- در مدار شکل (۱-۴۵) I_x چند آمپر است؟



شکل (۱-۴۵)

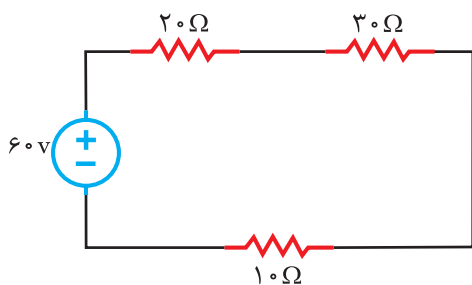
الف) ۲

ب) -۴

ج) -۶

د) ۸

۱۲- در مدار الکتریکی شکل (۱-۴۶) توان مصرفی در مقاومت 10Ω چند وات است؟



شکل (۱-۴۶)

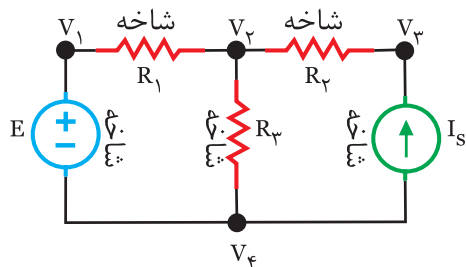
الف) ۱۰

ب) ۶۰

ج) ۱۰۰

د) ۶۰۰

فاصله بین دو گره که عناصر فعال یا غیرفعال قرار دارد را «شاخه»^(۵) گویند. در مدار شکل (۱-۴۹) شاخه‌های مدار مشخص شده است.

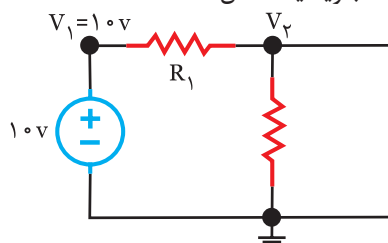


شکل (۱-۴۹)

از بین گره‌های مدار یکی بعنوان گره مبنا انتخاب می‌شود. با زمین کردن گره مبنا پتانسیل آن صفر می‌شود. مراحل حل مدار به روش پتانسیل گره عبارت است از: - مدار را تا حد ممکن ساده کنید مشروط بر اینکه مجهول مدار حذف نشود. - گره‌های اصلی و ساده را مشخص کنید و آن‌ها را نام‌گذاری نمایید.

- یکی از گره‌های اصلی را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و با زمین کردن آن، پتانسیل گره مبنا را صفر فرض نمایید.

- برای شاخه‌های متصل به هر گره اصلی جهت جریان انتخاب کنید و آن‌ها را نام‌گذاری نمایید. - پتانسیل گره‌هایی که نسبت به گره مبنا معلوم است را در کنار آن‌ها بنویسید. شکل (۱-۵۰).



شکل (۱-۵۰)

- برای گره‌هایی با پتانسیل مجهول رابطه KCL بنویسید. - برای مدار با n گره اصلی، n-1 رابطه KCL بنویسید. - روابط KCL را در یک دستگاه قرار دهید و با حل آن‌ها پتانسیل گره‌ها را بدست آورید. - با معلوم بودن پتانسیل گره‌ها جریان هر شاخه را به کمک قانون اهم محاسبه نمایید.

۱-۴- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش پتانسیل گره

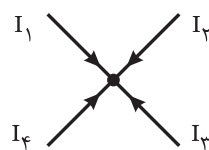
تحلیل مدارهای الکتریکی با روش پتانسیل گره^(۱) بر قانون جریان‌های کیرشهف^(۲) KCL استوار است.

قانون جریان کیرشهف:

جمع جبری جریان‌ها در یک گره برابر صفر است.

گره A با چهار شاخه حامل جریان در شکل (۱-۴۷) نشان داده شده است. با اعمال قانون KCL جریان‌های کیرشهف به گره A رابطه KCL نوشته می‌شود. در این رابطه، جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند مثبت و جریان‌های خارج شده از گره منفی در نظر گرفته شده‌اند.

$$\boxed{\text{KCLA}} \rightarrow +I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

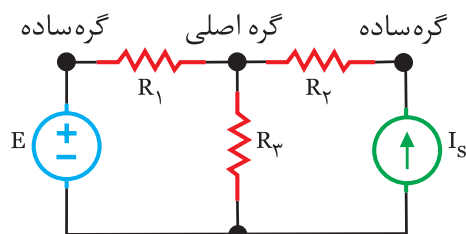


شکل (۱-۴۷)

اگر چنانچه در نوشتن رابطه KCL جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند منفی اختیار شد باید جریان‌هایی که از گره خارج می‌شوند مثبت در نظر گرفته شوند. لذا در این صورت رابطه KCL برای شکل (۱-۴۷) خواهد شد:

$$\boxed{\text{KCLA}} \rightarrow -I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

در هر شبکه الکتریکی محل اتصال بیش از دو شاخه از مدار را «گره اصلی»^(۳) یا «نقطه انشعاب» می‌نامند و محل اتصال دو شاخه از مدار را «گره ساده»^(۴) تعریف می‌کنند. در مدار شکل (۱-۴۸) گره‌های اصلی و ساده نشان داده شده است.



شکل (۱-۴۸)

۱. Node

۲. Kirchhoff's Current Law

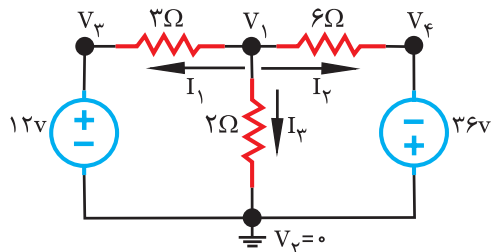
۳. Principle Node

۴. Simple Node

۵. Branch

$$V_F = -36[V]$$

- پتانسیل گره V_1 مجهول است فرض می‌شود جریان شاخه‌های متصل به گره V_1 از آن خارج می‌شوند. شکل (۱-۵۴).



شکل (۱-۵۴)

- برای گره V_1 رابطه KCL نوشته می‌شود. در رابطه KCL جریانی‌هایی که از گره V_1 خارج می‌شوند با علامت مثبت اختیار شده‌اند.

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_3 با قانون اهم بدست می‌آید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

- جریان I_1 از گره V_1 به گره V_3 می‌رود لذا:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_3}{3}$$

- جریان I_2 از گره V_1 به گره V_F می‌رود لذا:

$$I_2 = \frac{V_1 - V_F}{6}$$

- جریان I_3 از گره V_1 به گره V_2 می‌رود لذا:

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{2}$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_3 در رابطه KCL قرار داده می‌شوند.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - V_3}{3} + \frac{V_1 - V_F}{6} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 0$$

- مقادیر V_3 ، V_F و V_2 جایگزین می‌شود.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - 12}{3} + \frac{V_1 - (-36)}{6} + \frac{V_1 - 0}{2} = 0$$

- با گرفتن مخرج مشترک معادله KCL حل می‌شود.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{-2V_1 + 24 - 36 - V_1 - 3V_1}{6} = 0$$

- هرکسری که مساوی صفر باشد صورت آن مساوی صفر

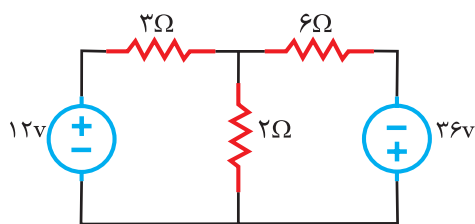
$$-2V_1 + 24 - 36 - V_1 - 3V_1 = 0$$

است.

۴؟

مثال ۱

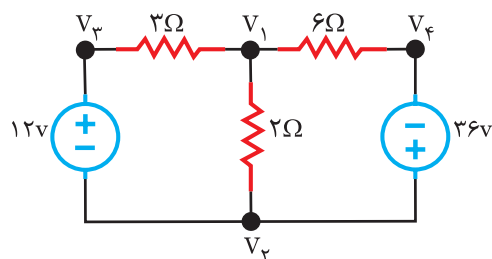
با روش پتانسیل گره جریان مقاومت 2Ω در شکل (۱-۵۱) چند آمپر است.



شکل (۱-۵۱)

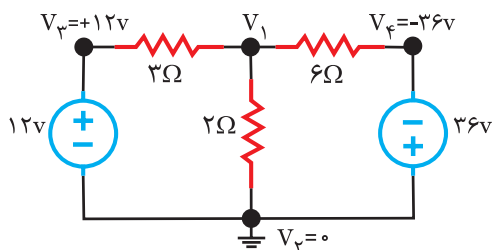
- در مدار مقاومت سری یا موازی وجود ندارد لذا مدار تا حد ممکن ساده است.

- گره‌های اصلی مدار با V_1 ، V_2 و گره‌های ساده با V_3 و V_F نشان داده شده است. شکل (۱-۵۲).



شکل (۱-۵۲)

- گره V_2 به عنوان گره مبنا انتخاب شده است لذا پتانسیل آن صفر می‌شود. پتانسیل گره‌های ساده نسبت به گره مبنا تعیین می‌شود. شکل (۱-۵۳).



شکل (۱-۵۳)

- گره V_3 به پلاریته مثبت منبع ۱۲ ولتی متصل است لذا پتانسیل آن نسبت به گره مبنا برابر است با:

$$V_3 = +12[V]$$

- گره V_F به پلاریته منفی منبع ۳۶ ولتی متصل است لذا پتانسیل آن نسبت به گره مبنا برابر است با:

- گره V_p را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و پتانسیل گره‌های ساده را نسبت به آن تعیین کنید.

$$V_p = \dots\dots\dots$$

- گره V_p به پلاریته مثبت منبع ۳۶ ولتی متصل است بن

$$V_p = +36 \text{ V} \quad \text{براین:}$$

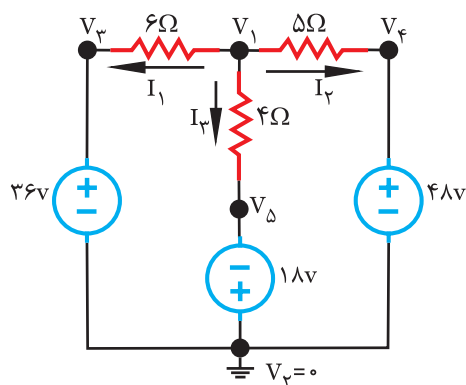
- گره V_f به پلاریته مثبت منبع ۴۸ ولتی متصل است بنا

$$V_f = \dots\dots\dots \quad \text{براین:}$$

- گره V_Δ به پلاریته مثبت منبع ۱۸ ولتی متصل است بنا

$$V_\Delta = \dots\dots\dots \quad \text{براین:}$$

- پتانسیل گره V_1 مجهول است. جهت جریان شاخه‌های آن را انتخاب کنید. شکل (۱-۵۷). برای آن KCL بنویسید.



شکل (۱-۵۷)

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow +I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 و I_3 را با قانون اهم بدست آورید.

$$I_1 = \frac{V_1 - \dots}{\dots}$$

$$I_2 = \frac{\dots - V_\Delta}{\dots}$$

$$I_3 = \frac{\dots - \dots}{\dots}$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 و I_3 را در رابطه KCL قرار دهید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - V_p}{6} + \frac{V_1 - V_f}{5} + \frac{V_1 - V_\Delta}{4} = 0$$

- مقادیر V_p ، V_f و V_Δ را در رابطه KCL جایگزین کنید و با حل آن پتانسیل V_1 را بدست آورید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - 36}{6} + \frac{V_1 - \dots}{5} + \frac{\dots - (-18)}{4} = 0$$

- معادله ساده می‌شود و سپس حل خواهد شد تا پتانسیل V_1 بدست آید.

$$-6V_1 - 12 = 0$$

$$-6V_1 = 12$$

$$V_1 = \frac{12}{-6} = -2 \text{ [V]}$$

- جریان مقاومت 2Ω با I_p نشان داده شده است با معلوم

شدن پتانسیل‌های دو سر آن V_1 و V_p به کمک قانون اهم بدست می‌آید.

$$I_p = \frac{V_1 - V_p}{2} = \frac{12}{-6} = -1 \text{ [A]}$$

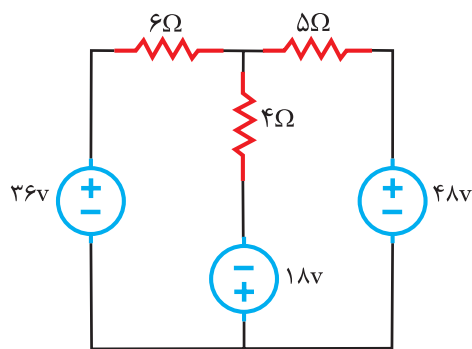
- علامت منفی جریان بیانگر این است که جهت

جریان در مقاومت 2Ω برخلاف جهت I_p است.



فعالیت ۷

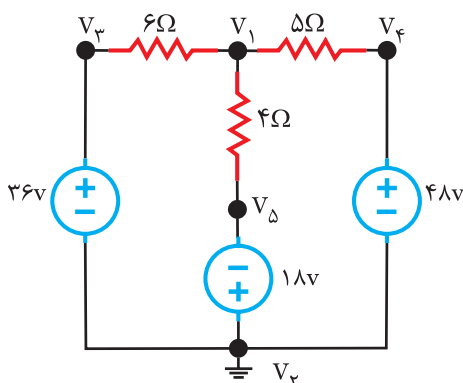
در مدار شکل (۱-۵۵) با روش پتانسیل گره توان مقاومت 5Ω چند وات است.



شکل (۱-۵۵)

- در مدار مقاومت سری یا موازی وجود ندارد لذا مدار تا حد ممکن ساده است.

- گره‌های اصلی مدار را با V_1 و V_p و گره‌های ساده را با V_p ، V_f و V_Δ نشان دهید. شکل (۱-۵۶).



شکل (۱-۵۶)

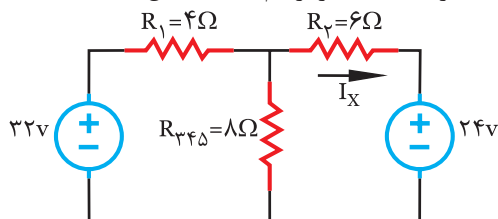


- مقاومت‌های R_p و R_f با یکدیگر سری و معادل آن‌ها $R_{p\&f}$ با R_δ موازی است. لذا مدار ساده می‌شود.

$$R_{p\&f} = R_p + R_f = \dots + \dots = 12\Omega$$

$$R_{p\&\delta} = \frac{R_{p\&f} \times R_\delta}{R_{p\&f} + R_\delta} = \frac{\dots \times \dots}{\dots + \dots} = 8\Omega$$

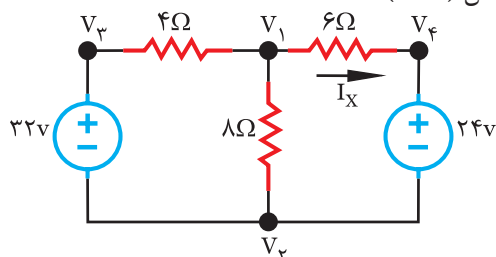
- مدار ساده شده را رسم کنید. شکل (۱-۵۹).



شکل (۱-۵۹)

- گره‌های اصلی و ساده مدار را تعیین کنید.

شکل (۱-۶۰)



شکل (۱-۶۰)

- I_X جریان شاخه میان گره‌های ۱ و ۴ می‌باشد.

- گره V_p را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و پتانسیل

گره‌های ساده را نسبت به آن پیدا کنید.

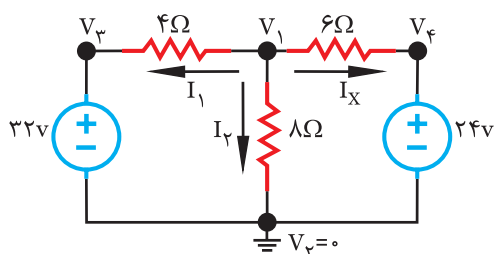
$$V_p = \dots$$

$$V_3 = \dots$$

$$V_4 = \dots$$

- پتانسیل گره V_1 مجهول است. جهت جریان شاخه‌های

آن را انتخاب کنید. شکل (۱-۶۱) برای آن KCL بنویسید.



شکل (۱-۶۱)

- مخرج مشترک بگیرید تا معادله KCL حل شود.

$$\text{KCL} \rightarrow \frac{10V_1 - 360 + 12 \dots - 576 + 15V_1 + \dots}{60} = 0$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$$10V_1 - 360 + 12V_1 - 576 + 15V_1 + 270 = 0$$

- معادله را ساده کنید و با حل آن V_1 را بدست آورید.

$$37V_1 - 666 = 0$$

$$37V_1 = 666$$

$$V_1 = \frac{666}{37} = 18 \text{ [v]}$$

- از مقاومت 5Ω جریان I_p عبور می‌کند آن را با

قانون اهم محاسبه کنید.

$$I_p = \frac{-V_f}{\dots}$$

$$I_p = \frac{-\dots}{5} = -6 \text{ [A]}$$

- توان مقاومت 5Ω را محاسبه کنید.

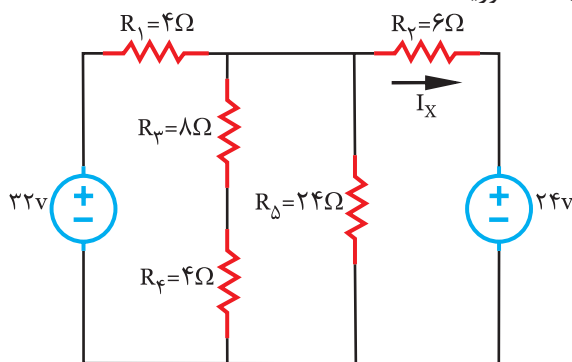
$$P = RI^2$$

$$P_{5\Omega} = \dots \times (\dots)^2 = 180 \text{ [w]}$$



در مدار شکل (۱-۵۸) با روش پتانسیل گره جریان I_X

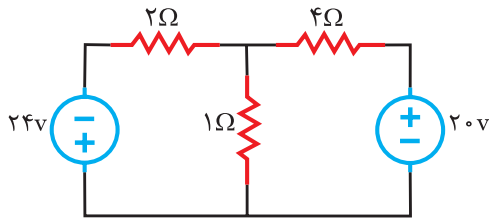
را بدست آورید.



شکل (۱-۵۸)



۱- با روش پتانسیل گره توان مقاومت 4Ω را مدار شکل (۱-۶۲) حساب کنید.



شکل (۱-۶۲)

.....

.....

.....

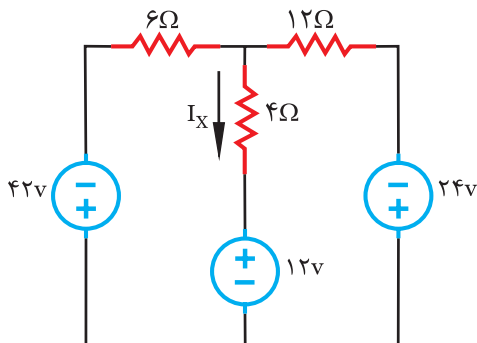
.....

.....

.....

.....

۲- با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_X را در شکل (۱-۶۳) حساب کنید.



شکل (۱-۶۳)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- جریان‌های I_1 ، I_2 و I_X از گره V_1 خارج می‌شوند لذا برای آن‌ها علامت مثبت در نظر بگیرید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow I_1 + I_2 + I_X = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_X را با قانون اهم بدست آورید.

$$I_1 = \frac{V_1 - \text{---}}{4}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - \text{---}}{\text{---}}$$

$$I_X = \frac{\text{---} - \text{---}}{\text{---}}$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_X را در رابطه KCL قرار دهید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - V_3}{4} + \frac{V_1 - V_2}{8} + \frac{V_1 - V_4}{6} = 0$$

- مقادیر V_3 ، V_2 و V_4 را جایگزین کنید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - 32}{6} + \frac{\text{---} - \text{---}}{\text{---}} + \frac{\text{---} - \text{---}}{\text{---}} = 0$$

- مخرج مشترک بگیرید.

$$\text{---} = 0$$

۲۴

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$$6V_1 - 192 + 3V_1 + 4V_1 + 96 = 0$$

- پتانسیل V_1 را محاسبه کنید.

$$\text{---} V_1 + \text{---} = 0$$

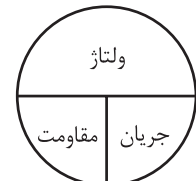
$$V_1 = \frac{+288}{+13} = 22/15 \text{ [v]}$$

- جریان I_X از گره V_1 به گره V_4 می‌رسد آن

را با قانون اهم محاسبه کنید.

$$I_X = \frac{\text{---} - \text{---}}{\text{---}}$$

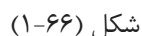
$$I_X = \frac{22/15 - 24}{6} = -0/3 \text{ [A]}$$



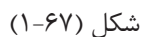


جریان منبع $\times$ ولتاژ منبع = توان منبع

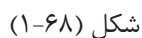
- گره‌های اصلی مدار با V_1 و V_2 و گره ساده با V_3 نشان داده شده است. شکل (۶۶-۱).



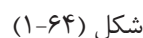
- گره V_4 به عنوان گره مبنا انتخاب می‌شود لذا پتانسیل آن صفر خواهد بود و پتانسیل گره ساده V_3 نسبت به آن تعیین خواهد شد. شکل (۶۷-۱).



- پتانسیل گره V_1 مجهول است. I_p در جهت منبع جریان نشان داده شده است و جریان های I_1 و I_2 از گره V_1 به سمت خارج مشخص می شوند. شکل (۶۸-۱).



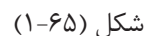
۳- در مدار شکل (۶۴-۱) با روش پتانسیل گره ولتاژ دو سر مقاومت $R=2\ \Omega$ را بدست آورید.



۴- مدار شکل (۱-۶۴) را با نرم افزار Multisim اجرا نمایید.



در مدار شکل (۶۵-۱) توان منبع ۳۶۷ را با روش پتانسیل
گره بدست آورید.





به خاطر داشته باشید

بهتر است جهت جریان شاخه‌هایی که منبع جریان دارند در جهت منبع جریان انتخاب شوند.

- پتانسیل گره V_1 مجهول است برای آن رابطه KCL نوشته می‌شود. در رابطه KCL جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند با علامت منفی و آن‌هایی که از گره خارج می‌شوند با علامت مثبت اختیار می‌شود.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow +I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 با قانون اهم بدست می‌آید.

$$I_1 = \frac{V_1 - V_3}{3}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{6}$$

- مقدار جریان I_3 که در جهت منبع جریان از آن عبور می‌کند برابر مقدار جریان منبع است.

$$I_3 = +12 \text{ [A]}$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_3 در رابطه KCL قرار داده می‌شود.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - V_3}{3} + \frac{V_1 - V_2}{6} - 12 = 0$$

- مقادیر V_2 و V_3 جایگزین می‌شود.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow \frac{V_1 - 36}{3} + \frac{V_1 - 0}{6} - 12 = 0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{2V_1 - 72 + V_1 - 72}{6} = 0$$

- کسری که مساوی صفر است یعنی صورت آن

مساوی صفر خواهد بود.

$$-72 + 2V_1 + V_1 - 72 = 0$$

- معادله ساده می‌شود تا با حل آن پتانسیل V_1 بدست

$$+3V_1 - 144 = 0$$

$$+3V_1 = 144$$

$$V_1 = \frac{+144}{+3} = 48 \text{ [V]}$$

- برای محاسبه توان منبع ۳۶ ولتی نیاز به جریان I_1 است لذا I_1 محاسبه می‌شود. I_1 میان دو گره V_1 و V_3 جاری است رابطه آن از قانون اهم بدست می‌آید.

$$I_1 = \frac{V_1 - V_3}{3}$$

- مقادیر V_1 و V_3 جایگزین می‌شود تا مقدار I_1 بدست

$$I_1 = \frac{48 - 36}{3} = 4 \text{ [A]}$$

- توان منبع برابر است با:

$$\text{جریان منبع} \times \text{ولتاژ} = \text{توان منبع}$$

- جریان I_1 از پلاریته مثبت وارد منبع ۳۶ ولتی می‌شود لذا علامت مثبت در محاسبه توان منبع برای آن منظور می‌شود.

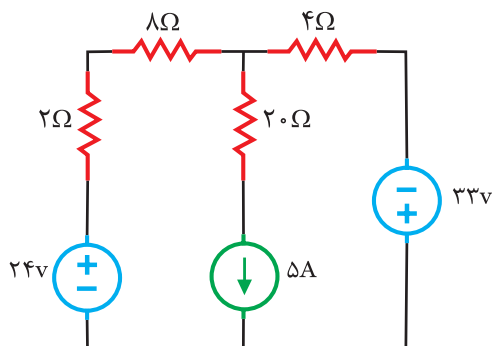
$$P_{36V} = 36 \times [(+) (4)] = 144 \text{ [w]}$$

- توان منبع ۳۶V مثبت شده است. این منبع مصرف کننده است.



فعالیت ۹

در مدار شکل (۱-۶۹) با روش پتانسیل گره ولتاژ دو سر مقاومت 4Ω را بدست آورید.



شکل (۱-۶۹)



حل

- مقاومت ۸ و ۲ اهمی با هم سری هستند. معادل آن‌ها را قرار دهید.

$$R_t = 8 + 2 = 10\Omega$$

برابر است با:

$$I_p = +5 \text{ [A]}$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_3 را در رابطه KCL قرار

دهید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow +\frac{V_1 - V_3}{10} + 5 + \frac{V_1 - V_4}{4} = 0$$

- مقادیر V_3 و V_4 را جایگزین کنید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow +\frac{-}{10} - 5 + \frac{-}{4} = 0$$

- مخرج مشترک بگیرید.

$$\frac{-}{20} = 0$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$$- - - + - - - = 0$$

- ساده کنید.

$$+7V_1 + 21V_1 = 0$$

- مقدار V_1 را بدست آورید.

$$V_1 = \frac{-}{-} = -31 \text{ [V]}$$

- از مقاومت 4Ω جریان I_3 می‌گذرد آن را با قانون اهم

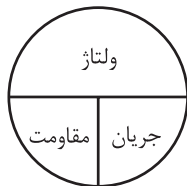
بدست آورید.

$$I_3 = \frac{V_1 -}{-}$$

$$I_3 = \frac{-(-33)}{-} = +5/5 \text{ [A]}$$

- ولتاژ دو سر مقاومت 4Ω را با قانون اهم بدست

آورید.

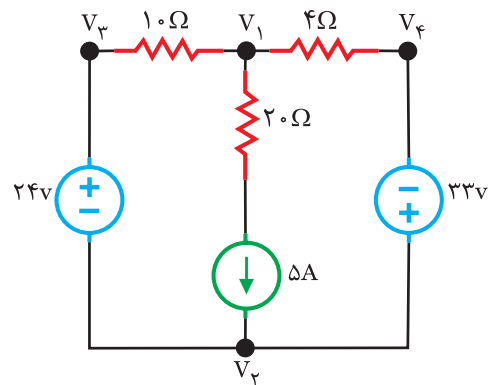


$$\text{ولتاژ} = \dots \times \dots$$

$$V_{4\Omega} = \dots \times \dots = 2 \text{ [V]}$$

- گره‌های اصلی مدار را با V_1 و V_3 و گره‌های ساده را با

V_3 و V_4 نشان دهید. شکل (۱-۷۰).



شکل (۱-۷۰)

- گره V_p را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و پتانسیل

گره‌های ساده V_3 و V_4 را نسبت به آن تعیین کنید.

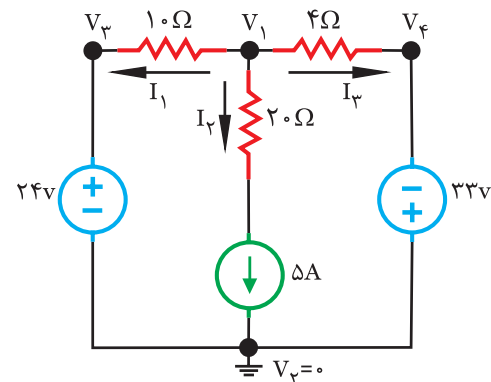
$$V_p = \dots$$

$$V_3 = \dots$$

$$V_4 = \dots$$

- پتانسیل گره V_1 مجهول است جهت جریان شاخه‌های

آن را انتخاب کنید. شکل (۱-۷۱).



شکل (۱-۷۱)

- برای گره V_1 رابطه KCL بنویسید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow +\dots + \dots + \dots = 0$$

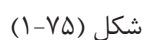
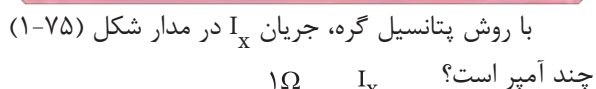
- مقادیر جریان‌های I_1 و I_3 را با قانون اهم بدست

آورید.

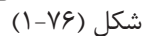
$$I_1 = \frac{V_1 -}{-}$$

$$I_3 = \frac{-V_4}{-}$$

- I_p در جهت منبع جریان از آن عبور می‌کند، مقدار I_p



-گره‌های اصلی مدار با V_A ، V_B ، V_C و V_D نشان داده شده است. شکل (۷۶-۱).



شكل (٧٧-١)

شكل (٧٤-١)

[illegible]

- معادله ساده می‌شود و با حل آن پتانسیل V_B بدست می‌آید.

$$6V_B + 270 = 0$$

$$6V_B = -270$$

$$V_B = \frac{-270}{6} = -45[V]$$

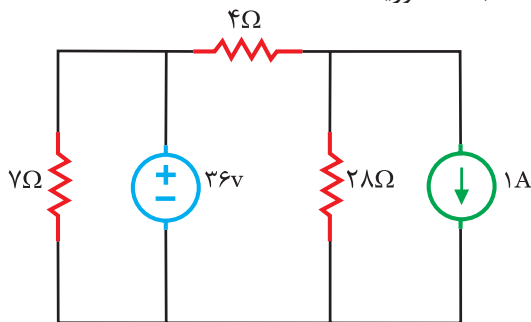
- I_x بین دو گره V_A و V_B جاری است با قانون اهم رابطه آن بدست می‌آید.

$$I_x = \frac{V_B - V_A}{1}$$

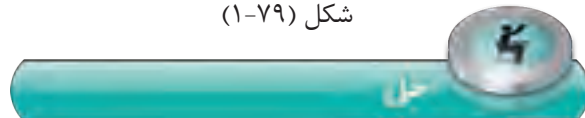
$$I_x = \frac{-45 - (-50)}{1}$$

$$I_x = \frac{-45 - (-50)}{1} = 5[A]$$

با روش پتانسیل گره توان مقاومت 28Ω را در شکل (۱-۷۹) بدست آورید.

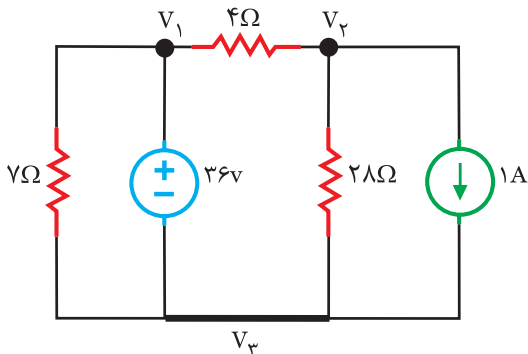


شکل (۱-۷۹)



- برای محاسبه توان در مقاومت 28Ω به جریان آن نیاز است.

- گره‌های اصلی مدار را مشخص کنید. شکل (۱-۸۰)



شکل (۱-۸۰)

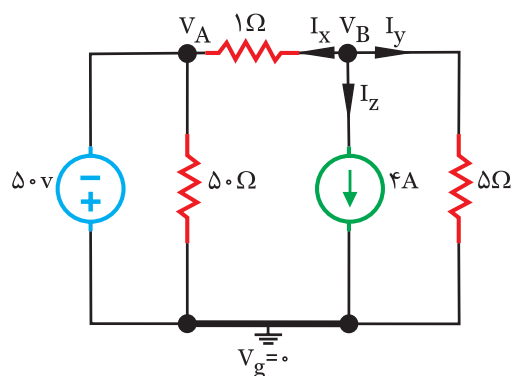
- گره V_g به عنوان گره مبنا انتخاب می‌شود لذا پتانسیل آن صفر خواهد بود.

$$V_g = 0$$

- پتانسیل گره V_A که به پلاریته منفی منبع ولتاژ متصل است نسبت به گره مبنا برابر است با:

$$V_A = -50[V]$$

- پتانسیل گره V_B مجهول است جریان شاخه‌های آن در جهت دلخواه انتخاب می‌شود. شکل (۱-۷۸)



شکل (۱-۷۸)

- برای گره V_B رابطه KCL نوشته می‌شود. جریانات از گره خارج می‌شوند برای آن‌ها علامت مثبت منظور شده است.

$$\boxed{\text{KCLB}} \rightarrow I_x + I_y + I_z = 0$$

- مقدار جریان‌های I_x و I_y با قانون اهم بدست می‌آید.

$$I_x = \frac{V_B - V_A}{1}$$

$$I_y = \frac{V_B - V_g}{5}$$

- مقدار جریان I_z که در جهت منبع جریان از آن می‌گذرد برابر است با:

$$I_z = +4[A]$$

- مقادیر جریان‌های I_x ، I_y و I_z در رابطه KCLB قرار داده می‌شود.

$$\boxed{\text{KCLB}} \rightarrow \frac{V_B - V_A}{1} + \frac{V_B - V_g}{5} + 4 = 0$$

- مقادیر V_A و V_g جایگزین می‌شود.

$$\boxed{\text{KCLB}} \rightarrow \frac{V_B - (-50)}{1} + \frac{V_B - 0}{5} + 4 = 0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{5V_g + 250 + V_B - 20}{5} = 0$$

- کسری که مساوی صفر باشد یعنی صورت آن

$$5V_g + 250 + V_B - 20 = 0$$

مساوی صفر می‌باشد.

- معادله را ساده کنید و V_p را محاسبه نمایید.
 $\text{---} V_p - \text{---} = 0$

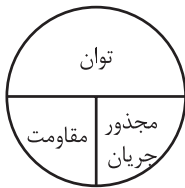
$$V_p = \text{---} = -28[V]$$

- برای محاسبه توان در مقاومت 28Ω به جریان آن نیاز است. با قانون اهم رابطه I_p را بنویسید.

$$I_p = \frac{V_p - V_{\text{---}}}{28}$$

$$I_p = \frac{\text{---} - \text{---}}{\text{---}} = 1[A]$$

- رابطه توان در مقاومت را بنویسید.



$$\text{توان} = \text{---} \times \text{---}$$

- توان در مقاومت 28Ω را محاسبه کنید.

$$P_{28\Omega} = \text{---} \times (\text{---})^2 = 28 [w]$$

- گره V_p را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید لذا

$$V_p = \text{---}$$

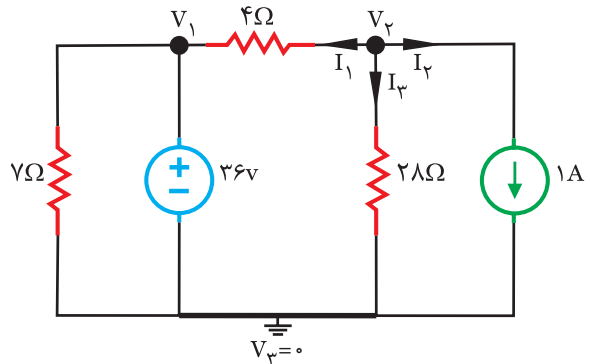
- پتانسیل گره V_1 که به پلاریته مثبت منبع ولتاژ

متصل است نسبت به گره مبنا خواهد شد:

$$V_1 = \text{---} + \text{---}$$

- پتانسیل گره V_p مجهول است جریان شاخه‌های آن

را انتخاب کنید. شکل (۱-۸۱).



شکل (۱-۸۱)

- برای گره V_p رابطه KCL بنویسید:

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow + \text{---} + \text{---} + \text{---} = 0$$

- مقادیر I_1 ، I_2 و I_3 را بدست آورید.

$$I_1 = \frac{\text{---} - \text{---}}{4}$$

$$I_2 = \text{---}$$

$$I_3 = \frac{V_p - \text{---}}{\text{---}}$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_3 را در رابطه KCL قرار

دهید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow + \frac{V_p - V_1}{4} + 1 + \frac{V_p - V_3}{28} = 0$$

- مقادیر V_1 و V_3 را جایگزین کنید.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow + \frac{V_p - \text{---}}{4} + 1 + \frac{V_p - \text{---}}{28} = 0$$

- مخرج مشترک بگیرید.

$$\frac{\text{---} - 252 + \text{---} + \text{---}}{28} = 0$$

- صورت کسری را مساوی صفر قرار دهید.

$$7V_p - 252 + 28 + V_p = 0$$



با روش پتانسیل گره جریان مقاومت $20\ \Omega$ در مدار



شكل (٨٣-١)

- گره‌های اصلی مدار با V_1, V_2 و V_3 نشان داده



شکل (۸۴-۱)

- گره V_3 به عنوان گره مبنا انتخاب می‌شود لذا

$$V_{\epsilon=0}$$



۱- در مدار شکل (۸۲-۱) جریان I_x را با روش پتانسیل

گرہ بدست آورید.

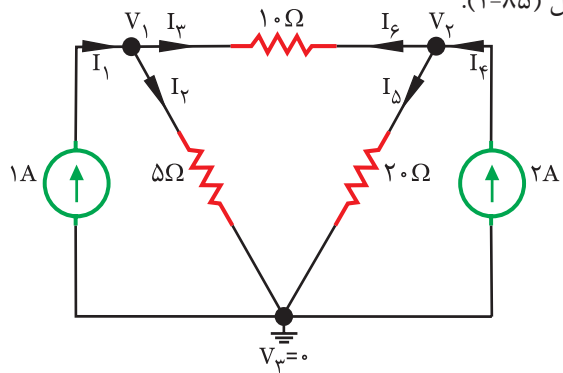


شكل (٨٢-١)

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- پتانسیل گره‌های V_1 و V_2 نسبت به گره مبنا مجهول است لذا جریان شاخه‌های آن‌ها مشخص می‌شود.

شکل (۱-۸۵).



شکل (۱-۸۵)

- برای گره‌های V_1 و V_2 KCL نوشته می‌شود. در رابطه KCL جریانی‌هایی که به گره وارد می‌شوند با علامت منفی و جریانی‌هایی که از گره خارج می‌شود با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.

$$\text{KCL}_1 \rightarrow -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{KCL}_2 \rightarrow -I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 در جهت منبع جریان از آن‌ها عبور می‌کنند لذا:

$$I_1 = +1[A]$$

$$I_2 = +2[A]$$

- مقادیر جریان‌های I_3 ، I_4 ، I_5 و I_6 با قانون اهم بدست می‌آیند.

$$I_3 = \frac{V_1 - V_3}{5}$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_2}{10}$$

$$I_5 = \frac{V_2 - V_3}{20}$$

$$I_6 = \frac{V_2 - V_1}{10}$$

- مقادیر جریان‌ها در روابط KCL قرار داده می‌شود.

$$\text{KCL}_1 \rightarrow -1 + \frac{V_1 - V_3}{5} + \frac{V_1 - V_2}{10} = 0$$

$$\text{KCL}_2 \rightarrow -2 + \frac{V_2 - V_3}{20} + \frac{V_2 - V_1}{10} = 0$$

- مقدار V_3 جایگزین می‌شود.

$$\text{KCL}_1 \rightarrow -1 + \frac{V_1 - 0}{5} + \frac{V_1 - V_2}{10} = 0$$

$$\text{KCL}_2 \rightarrow -2 + \frac{V_2 - 0}{20} + \frac{V_2 - V_1}{10} = 0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\text{KCL}_1 \rightarrow \frac{-10 + 2V_1 - 0 + V_1 - V_2}{10} = 0$$

$$\text{KCL}_2 \rightarrow \frac{-40 + V_2 - 0 + 2V_2 - 2V_1}{20} = 0$$

- صورت کسرهای مساوی صفر قرار داده می‌شود.

$$\text{KCL}_1 \rightarrow -10 + 2V_1 - 0 + V_1 - V_2 = 0$$

$$\text{KCL}_2 \rightarrow -40 + V_2 - 0 + 2V_2 - 2V_1 = 0$$

- معادلات ساده می‌شوند.

$$\text{KCL}_1 \rightarrow +3V_1 - V_2 = +10$$

$$\text{KCL}_2 \rightarrow -2V_1 + 3V_2 = +40$$

- معادلات KCL_1 و KCL_2 را در یک دستگاه با روش حذف

حل می‌شود تا مقادیر پتانسیل گره‌های V_1 و V_2 بدست آید.

$$\times 2 \left\{ \begin{array}{l} +3V_1 - V_2 = +10 \\ -2V_1 + 3V_2 = +40 \end{array} \right.$$

$$\times 3 \left\{ \begin{array}{l} +6V_1 - 2V_2 = +20 \\ -6V_1 + 9V_2 = +120 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} +6V_1 - 2V_2 = +20 \\ -6V_1 + 9V_2 = +120 \end{array} \right.$$

$$+7V_2 = +140$$

$$V_2 = \frac{+140}{+7} = +20[V]$$

- با قراردادن V_2 در KCL_1 پتانسیل گره V_1 بدست

$$\text{می‌آید.} \quad +3V_1 - (+20) = +10$$

$$+3V_1 - 20 = +10$$

$$+3V_1 = +30$$

$$V_1 = \frac{30}{3} = 10[V]$$

- از مقاومت 20Ω جریان I_5 عبور می‌کند با قانون اهم

رابطه آن نوشته می‌شود.

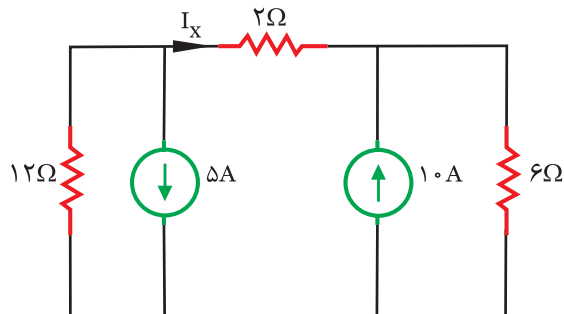
$$I_5 = \frac{V_2 - V_3}{20}$$

$$I_5 = \frac{20 - 0}{20} = 1[A]$$



فعالیت ۱۱

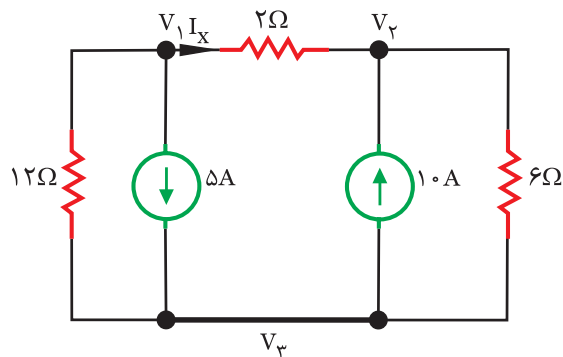
با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_X را در مدار شکل (۱-۸۶) حساب کنید.



شکل (۱-۸۶)



گره‌های اصلی مدار را مشخص کنید. شکل (۱-۸۷)



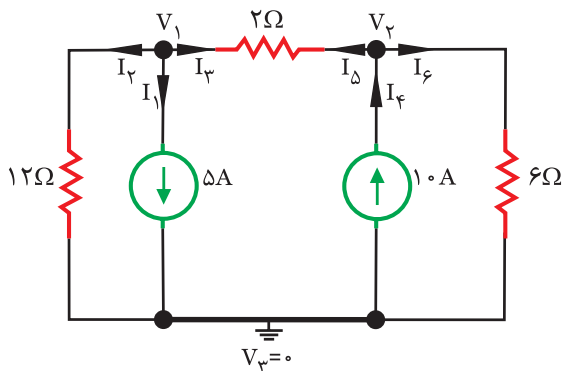
شکل (۱-۸۷)

گره V_3 را بعنوان گره مبنا انتخاب کنید لذا پتانسیل آن برابر

است با: $V_3 = 0$

پتانسیل گره‌های V_1 و V_2 مجهول هستند

جریان شاخه‌های آن را انتخاب کنید. شکل (۱-۸۸).



شکل (۱-۸۸)

برای گره‌های V_1 و V_2 رابطه KCL بنویسید.

$$\text{KCL 1} \rightarrow +I_1 + \dots + \dots = 0$$

$$\text{KCL 2} \rightarrow -I_4 - \dots + \dots = 0$$

مقادیر جریان‌های I_1 تا I_8 را بدست آورید.

$$I_1 = +5[A]$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{12}$$

$$I_3 = \frac{V_1 - 0}{12}$$

$$I_4 = \dots$$

$$I_5 = \frac{-V_2}{6}$$

$$I_6 = \dots$$

مقادیر جریان‌ها را در رابطه KCL 1 و KCL 2 قرار

دهید.

$$\text{KCL 1} \rightarrow +5 + \frac{V_1 - V_2}{12} + \frac{V_1 - 0}{12} = 0$$

$$\text{KCL 2} \rightarrow -10 + \frac{V_2 - V_1}{12} + \frac{V_2 - 0}{6} = 0$$

معادلات KCL 1 و KCL 2 را با مخرج مشترک گرفتن

ساده کنید.

$$\frac{+60 + V_1 - 0 + 6V_1 - 6V_2}{12} = 0$$

$$\frac{-60 + V_2 - V_1 + 2V_2}{6} = 0$$

مقدار V_3 را جایگزین کنید.

$$\frac{+60 + V_1 - 0 + 6V_1 - 6V_2}{6} = 0$$

$$\frac{-60 + 3V_2 - 3V_1 + V_2}{12} = 0$$

صورت کسرها را مساوی صفر قرار دهید.

$$\text{KCL} \rightarrow + \dots + \dots + \dots = 0$$

$$\text{KCL} \rightarrow + \dots - \dots + \dots = 0$$

معادلات را ساده کنید.

$$\text{KCL} \rightarrow 7V_1 - 6V_2 = -60$$

$$\text{KCL} \rightarrow -3V_1 + 4V_2 = +60$$



- معادلات KCL₁ و KCL₂ را در یک دستگاه حل کنید و پتانسیل‌های V_1 و V_2 را محاسبه نمایید.

$$\begin{cases} 2 & 7V_1 - 6V_2 = -60 \\ 3 & -3V_1 + 4V_2 = +60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -V_1 - V_2 = -120 \\ -V_1 + V_2 = +180 \end{cases}$$

$$5V_1 + 0 = +60$$

$$V_1 = \frac{60}{5} = 12[V]$$

- با قراردادن V_1 در رابطه KCL₁ مقدار V_2 را بدست

آورید. V_2 را محاسبه کنید. $\Rightarrow$ KCL $7(12) - 6V_2 = -60$

$$84 - 6V_2 = -60$$

$$-6V_2 = -60 - 84$$

$$-6V_2 = -144$$

$$V_2 = \frac{-144}{-6} = 24[V]$$

- I_x همان جریان I_3 می‌باشد با قانون اهم مقدار آن

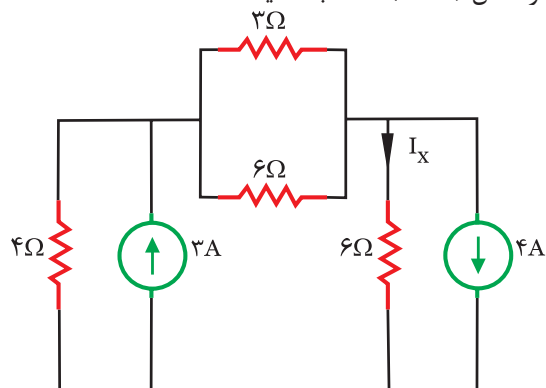
را بدست آورید.

$$I_x = I_3 = \frac{V_1 - V_2}{2}$$

$$I_x = \frac{12 - 24}{2} = -6[A]$$



۱- با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_x را در مدار شکل (۸۹-۱) محاسبه کنید.



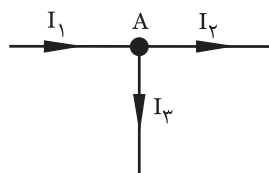
شکل (۸۹-۱)



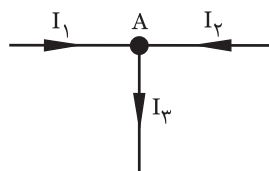
۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید.

الف) گره اصلی ب) گره ساده ج) شاخه

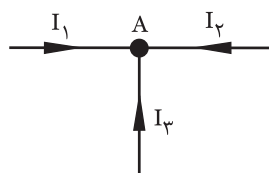
۲- برای جریان شاخه‌های گره‌های شکل (۱-۹۰) رابطه KCL بنویسید.



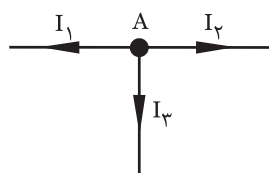
KCL A)



KCL A)



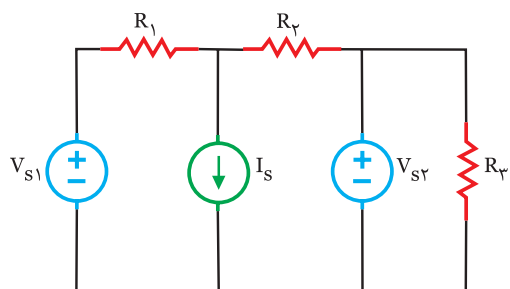
KCL A)



KCL A)

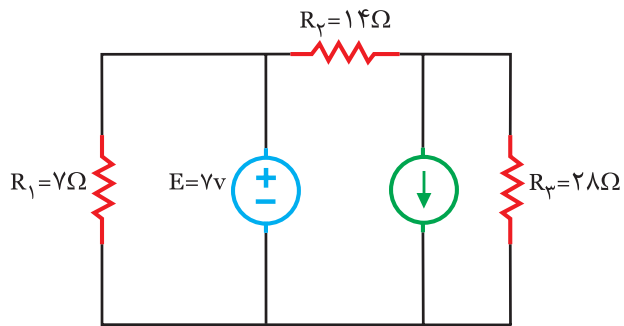
شکل (۱-۹۰)

۳- گره‌های اصلی و ساده مدار شکل (۱-۹۱) را مشخص کنید.



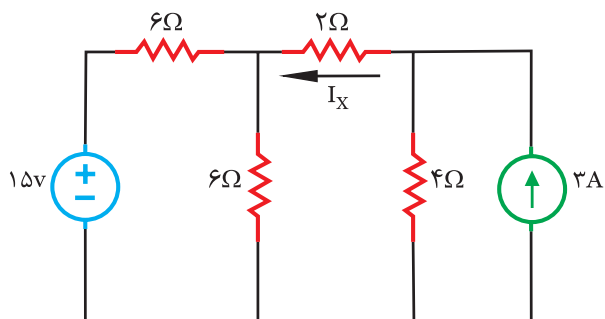
شکل (۱-۹۱)

۴- در مدار شکل (۱-۹۲) مطلوبست جریان مقاومت R_p از روش پتانسیل گره (سوال امتحان نهایی خرداد ۸۳)



شکل (۱-۹۲)

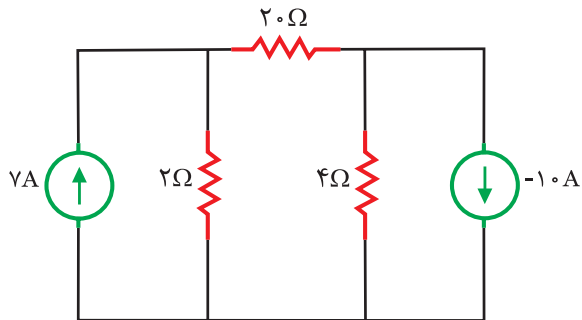
۵- در مدار شکل (۱-۹۳) با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_x را بدست آورید. (سوال امتحان نهایی خرداد ۸۴)



شکل (۱-۹۳)

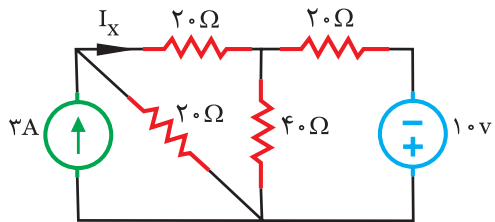
۶- در مدار شکل (۱-۹۴) از روش پتانسیل گره جریان در مقاومت‌های ۲ و ۴ اهمی را بدست آورید.

(سوال امتحان نهایی شهریور ۸۴)



شکل (۱-۹۴)

۷- در مدار شکل (۱-۹۵) با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_X را بدست آورید. (سوال امتحان نهایی خرداد ۸۵)



شکل (۱-۹۵)

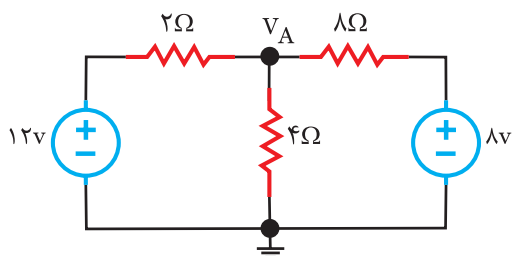
۸- پتانسیل گره V_A شکل (۱-۹۶) چند ولت است؟

الف) ۵/۰

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴



شکل (۱-۹۶)

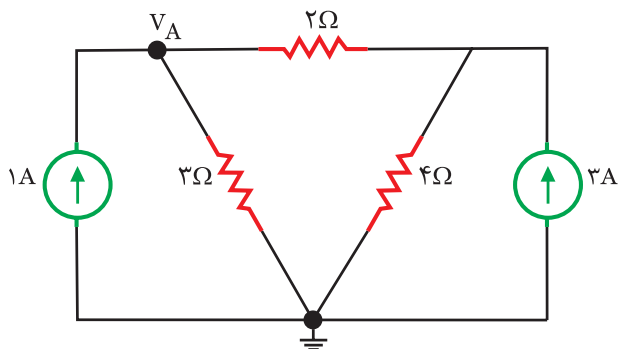
۹- پتانسیل گره V_A شکل (۱-۹۷) چند ولت است؟

الف) ۳

ب) ۶

ج) ۱۲

د) ۱۵



شکل (۱-۹۷)

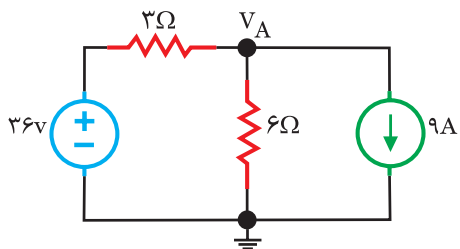
۱۰- پتانسیل گره V_A شکل (۱-۹۸) چند ولت است؟

الف) ۶

ب) ۱۸

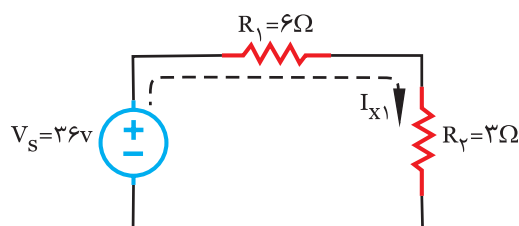
ج) ۳۶

د) ۵۴



شکل (۱-۹۸)

- ابتدا منبع جریان باز می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۰۰). تا اثر منبع ولتاژ بر I_{X1} محاسبه شود.



شکل (۱-۱۰۰)

- با توجه به پلاریته منبع ولتاژ، جهت جریان ناشی از این منبع در مقاومت R_p تعیین می‌شود. این جریان I_{X1} نامیده شده است.

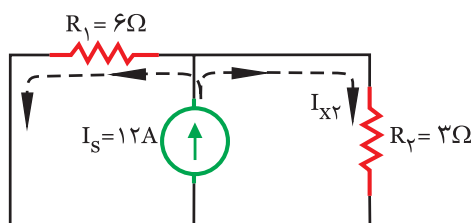
- به کمک قانون اهم I_{X1} بدست می‌آید. شکل (۱-۱۰۰)

$$I_{X1} = \frac{V_s}{R_1 + R_p}$$

$$I_{X1} = \frac{36}{6 + 3} = 4[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ اتصال کوتاه می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۰۱) تا اثر منبع جریان بر I_{X2} محاسبه شود.

- با توجه به جهت منبع جریان، جهت جریان ناشی از این منبع در مقاومت R_p تعیین می‌شود. این جریان I_{X2} نامیده شده است.



شکل (۱-۱۰۱)

- به کمک رابطه تقسیم جریان میان دو مقاومت موازی I_{X2} بدست می‌آید.

$$I_{X2} = I_s \times \frac{R_1}{R_1 + R_p}$$

$$I_{X2} = 12 \times \frac{6}{6 + 3} = 8[A]$$

۵-۱- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش جمع آثار

روش جمع آثار در تحلیل مدارهای الکتریکی که بیش از یک منبع دارند بکار می‌رود. براساس این روش جریان هر عنصر مدار از جمع جبری جریان‌هایی که هر یک از منابع در آن عنصر ایجاد می‌کنند، بدست می‌آید. برای تعیین اثر هر منبع بر جریان عنصر مورد نظر باید دیگر منابع مدار را بی‌اثر کرد و مدار را به ازای هر منبع یک‌بار تحلیل کرد.

به خاطر داشته باشید

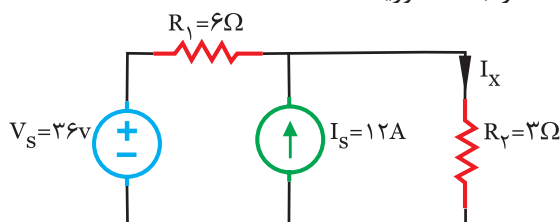
برای بی‌اثر کردن منابع ولتاژ آن‌ها را اتصال کوتاه و منابع جریان را باز می‌کنند.

پس از تعیین جریان عنصر مورد نظر کمیت‌هایی نظیر ولتاژ یا توان آن عنصر نیز قابل محاسبه می‌باشد.

روش جمع آثار در مورد محاسبه ولتاژ دو سر هر عنصر نیز صادق است ولی در مورد کمیت‌هایی که با مجذور جریان یا ولتاژ متناسب هستند، صدق نمی‌کند. بطور مثال توان در یک مقاومت اهمی را نمی‌توان از مجموع توان‌هایی بدست آورد که هر منبع به تنهایی در آن عنصر ایجاد می‌کند.

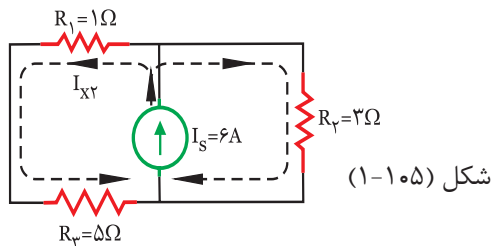
مثال ۱۲

با استفاده از روش جمع آثار جریان I_X در مدار شکل (۱-۹۹) را بدست آورید.



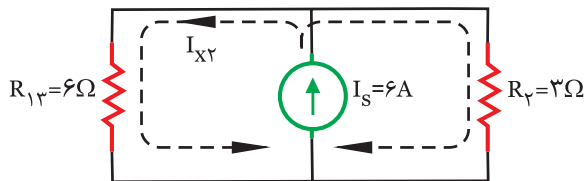
شکل (۱-۹۹)

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۰۵)
- اثر منبع جریان بر I_X را مشخص کنید و مقدار آن را محاسبه نمایید. این اثر را I_{X2} بنامید.



شکل (۱-۱۰۵)

- در شاخه سمت چپ مدار شکل (۱-۱۰۵) مقاومت‌های R_1 و R_2 با یکدیگر سری هستند، معادل آن‌ها را بدست آورید.
 $R_{12} = R_1 + R_2 = \dots + \dots = 6\Omega$
- شکل مدار را ساده کنید. شکل (۱-۱۰۶)
- جهت I_{X2} را با توجه به جهت منبع جریان بدست آورید.



شکل (۱-۱۰۶)

- به کمک رابطه تقسیم جریان میان دو مقاومت موازی I_{X2} را بدست آورید.

$$I_{X2} = I_s \times \frac{R}{R + R_{12}}$$

$$I_{X2} = \dots \times \frac{3}{3 + 6} = 2[A]$$

- اثر منبع ولتاژ و I_{X2} اثر منبع جریان بر جریان I_X را محاسبه نمایید، این اثر را I_{X1} بنامید.
- اثر منبع ولتاژ بر I_X را مشخص کنید و مقدار آن را محاسبه نمایید، این اثر را I_{X1} بنامید.

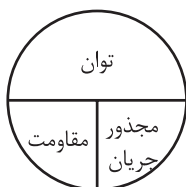
- I_{X1} در خلاف جهت I_X می‌باشد لذا علامت آن را منفی و I_{X2} که در جهت I_X است را با علامت مثبت اختیار کنید.

$$I_X = -I_{X1} + I_{X2}$$

$$I_X = -\dots + \dots = -2[A]$$

- I_X جریان مقاومت R_1 می‌باشد لذا توان آن قابل محاسبه است.

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_X^2 = 1 \times (-2)^2 = 4W$$



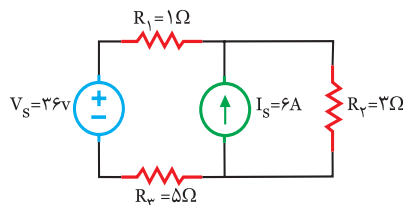
- اثر منبع ولتاژ و I_{X2} اثر منبع جریان بر جریان I_X را محاسبه نمایید، این اثر را I_{X1} بنامید.
- اثر منبع ولتاژ بر I_X را مشخص کنید و مقدار آن را محاسبه نمایید، این اثر را I_{X1} بنامید.

$$I_X = +I_{X1} + I_{X2}$$

$$I_X = +4 + 8 = 12[A]$$



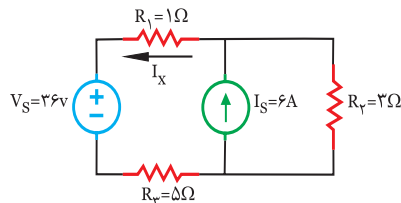
در مدار شکل (۱-۱۰۲) توان مقاومت R_1 را با روش جمع آثار بدست آورید.



شکل (۱-۱۰۲)

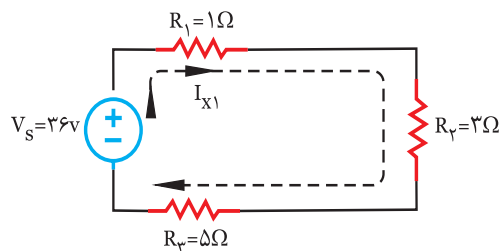


- برای محاسبه توان مقاومت R_1 نیاز به جریان آن می‌باشد لذا جریان R_1 را در جهت دلخواه با I_X نشان می‌دهیم. شکل (۱-۱۰۳).



شکل (۱-۱۰۳)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۰۴)
- اثر منبع ولتاژ بر I_X را مشخص کنید و مقدار آن را محاسبه نمایید، این اثر را I_{X1} بنامید.



شکل (۱-۱۰۴)

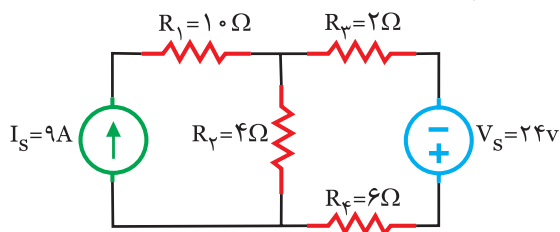
$$I_{X1} = \frac{V_s}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I_{X1} = \frac{36}{1 + 5 + 3} = 4[A]$$



فعالیت ۱۳

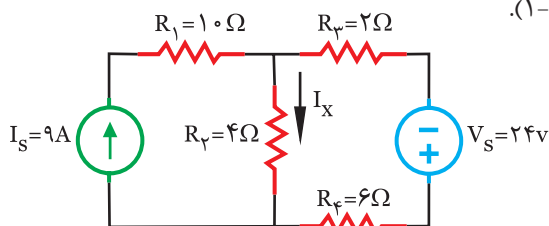
در مدار شکل (۱-۱۰۷) با استفاده از روش جمع آثار ولتاژ دو سر مقاومت R_P را محاسبه کنید.



شکل (۱-۱۰۷)



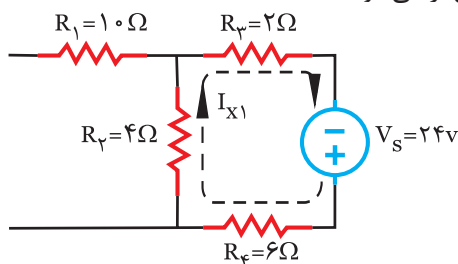
- برای محاسبه ولتاژ دو سر R_P نیاز به جریان آن می‌باشد
لذا جریان R_P را در جهت دلخواه با I_X نشان می‌دهیم. شکل (۱-۱۰۸).



شکل (۱-۱۰۸)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۰۹)
اثر منبع ولتاژ بر I_X را مشخص کنید. آن را I_{X1} بنامید.
- جهت I_{X1} را با توجه به پلاریته منبع ولتاژ تعیین کنید.

- با باز شدن منبع جریان از مقاومت R_P جریان نمی‌گذرد
لذا آن بی‌اثر می‌شود.

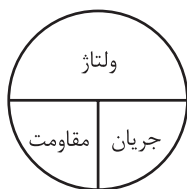


شکل (۱-۱۰۹)

- به کمک قانون اهم I_{X1} را بدست آورید.

$$I_{X1} = \frac{V_S}{\dots + \dots + \dots}$$

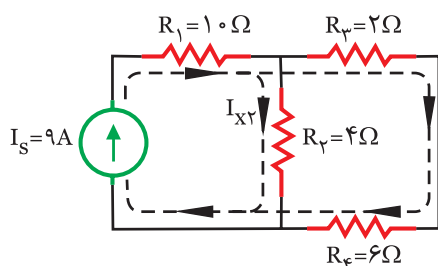
$$I_{X1} = \frac{\dots}{4+2+6}$$



- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۱۰)

- اثر منبع جریان بر I_X را مشخص کنید. آن را I_{X2} بنامید.

- جهت I_{X2} را با توجه به جهت منبع جریان مشخص کنید.



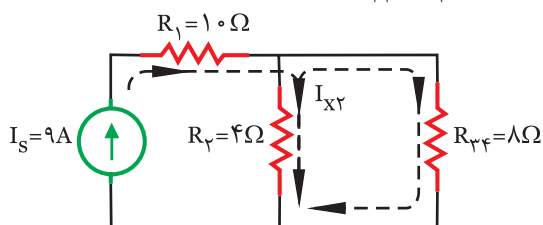
شکل (۱-۱۱۰)

- مقاومت‌های R_P و R_F با یکدیگر سری هستند معادل

آن‌ها را جایگزین کنید. $R_{PF} = R_P + R_F = \dots = 8\Omega$

- جریان منبع پس از عبور از مقاومت R_1 بین

مقاومت‌های R_P و R_{PF} تقسیم می‌شود. شکل (۱-۱۱۱)



شکل (۱-۱۱۱)

- با استفاده از قانون تقسیم جریان بین دو مقاومت

$$I_{X2} = I_S \times \frac{R}{R + R}$$

$$I_{X2} = 9 \times \frac{\dots}{\dots + \dots} = 6[A]$$

- اثرهای I_{X1} و I_{X2} را جمع کنید تا I_X بدست آید.

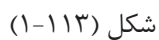
- I_{X1} در خلاف جهت I_X می‌باشد لذا با علامت منفی و

I_{X2} که در جهت I_X می‌باشد با علامت مثبت منظور می‌شود.

$$I_X = -I_{X1} + I_{X2}$$

$$I_X = -\dots + \dots = 6A$$

۲- در مدار شکل (۳۴-۱) توان در مقاومت $12\ \Omega$ را با روش جمع آثار بدست آورید.

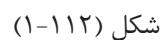


- به کمک قانون اهم ولتاژ دو سر مقاومت R_p را بدست آورید.

$$V_{R_p} = \text{_____} \times \text{_____}$$

$$V_{R2} = 4 \times \dots = 24[V] \text{ شکل (1-188)}$$

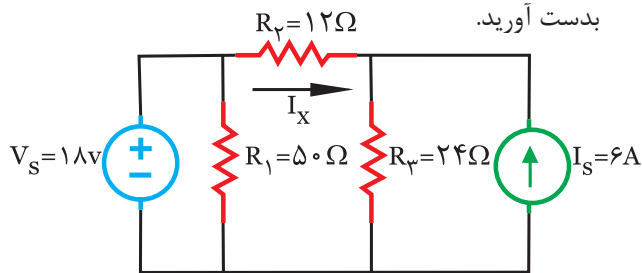
۱- در مدار شکل (۱۱۲-۱) با روش جمع آثار I_x را بدست آورید.





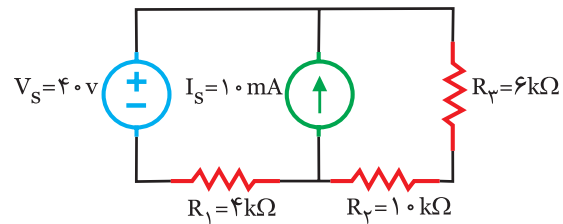
مثال ۱۳

در مدار شکل (۱-۱۱۵) با روش جمع آثار جریان I_X را بدست آورید.



شکل (۱-۱۱۵)

۳- در مدار شکل (۱-۱۱۴) ولتاژ دو سر مقاومت R_P را با روش جمع آثار بدست آورید.

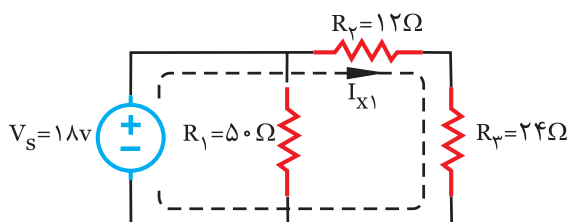


شکل (۱-۱۱۴)



حل

- منبع جریان باز می شود تا بی اثر شود. شکل (۱-۱۱۶). سپس اثر منبع ولتاژ بر I_X محاسبه خواهد شد.



شکل (۱-۱۱۶)

- با توجه به پلاریته منبع ولتاژ، جهت جریان ناشی از این منبع تعیین می شود. این جریان I_{X1} نامیده شده است.

- به کمک قانون اهم I_{X1} بدست می آید. مقاومت R_1 موازی با منبع V_S است و در مقدار I_{X1} بی تاثیر می باشد.

$$I_{X1} = \frac{V_S}{R_P + R_P} \quad \text{شکل (۱-۱۱۶)}$$

$$I_{X1} = \frac{18}{12 + 24} = 0.5[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ اتصال کوتاه می شود تا بی اثر شود. شکل (۱-۱۱۷). تا اثر منبع جریان بر I_X محاسبه شود.



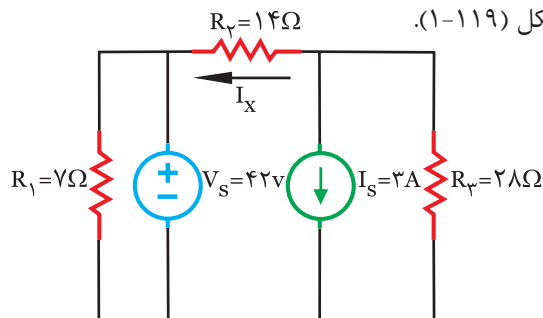
به خاطر داشته باشید

با اتصال کوتاه شدن منبع ولتاژ مقاومت R_1 نیز اتصال کوتاه می شود و حذف خواهد شد.



- جریان مقاومت R_p را با I_x در جهت دلخواه نشان دهید.

شکل (۱-۱۱۹).

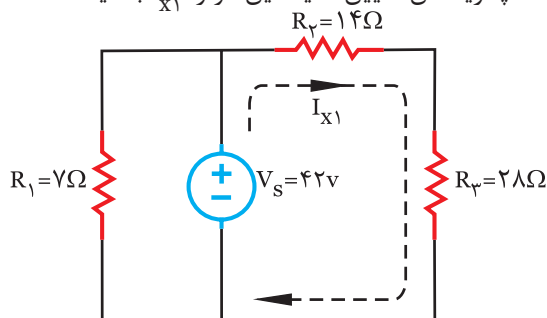


شکل (۱-۱۱۹)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۲۰)

- اثر منبع ولتاژ بر جریان مقاومت R_p را با توجه به

پلاریته آن تعیین کنید. این اثر را I_{x1} بنامید.



شکل (۱-۱۲۰)

- مقاومت R_1 موازی با منبع V_S است و در مقدار I_{x1}

بی‌تأثیر می‌باشد.

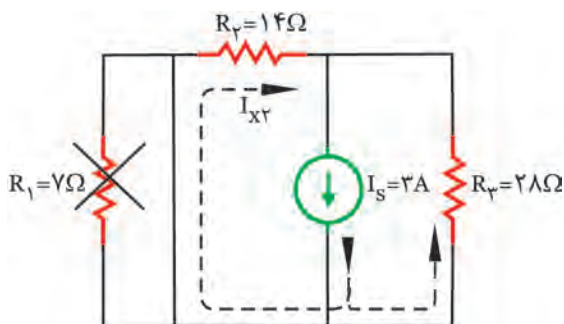
$$I_{x1} = \frac{V_S}{\dots + \dots}$$

$$I_{x1} = \frac{\dots}{14 + 28} = 1[A]$$

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید. شکل (۱-۱۲۱)

- اثر منبع جریان بر جریان مقاومت R_p را با توجه به

جهت آن تعیین کنید. این اثر را I_{x2} بنامید.

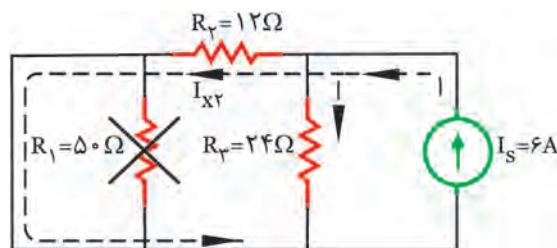


شکل (۱-۱۲۱)

- با توجه به جهت منبع جریان، جهت جریان ناشی از

این منبع در مقاومت R_p تعیین می‌شود. این جریان I_{x2} نامیده

می‌شود. شکل (۱-۱۱۷).



شکل (۱-۱۱۷)

- جریان منبع جریان بین دو مقاومت R_p و R_p

تقسیم می‌شود. به کمک رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت

موازی بدست می‌آید.

$$I_{x2} = I_S \times \frac{R_p}{R_p + R_p}$$

$$I_{x2} = 6 \times \frac{24}{12 + 24} = 4[A]$$

- اثر منبع ولتاژ و I_{x2} اثر منبع جریان بر جریان مقاومت

R_p یعنی I_x است. اینک با جمع آثار مقدار I_x بدست می‌آید.

- جریان I_{x1} هم جهت با I_x لذا با علامت مثبت و I_{x2} در

خلاف جهت I_x می‌باشد و با علامت منفی اختیار می‌شوند.

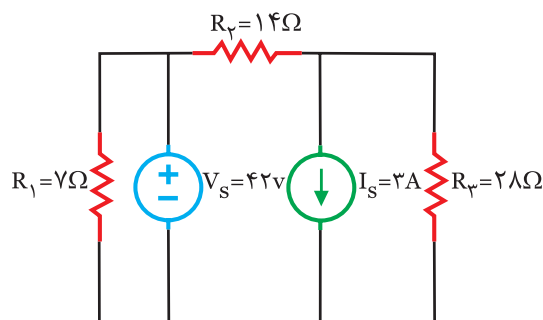
$$I_x = +I_{x1} - I_{x2}$$

$$I_x = +0.5 - 4 = -3.5[A]$$



در مدار شکل (۱-۱۱۸) با روش جمع آثار جریان مقاومت

R_p را بدست آورید.



شکل (۱-۱۱۸)

حل 4

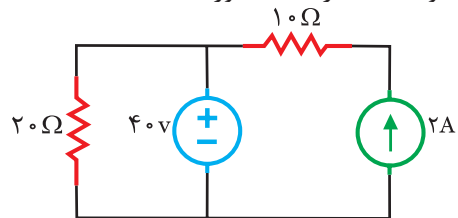
- به کمک رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی

$$I_{x'} = I_s \times \frac{\text{XXXXXXXXXX}}{\text{XXXXXXXXXX} + \text{XXXXXXXXXX}}$$

- با جمع اثرهای I_{x1} و I_{x2} جریان I_x را بدست آورید

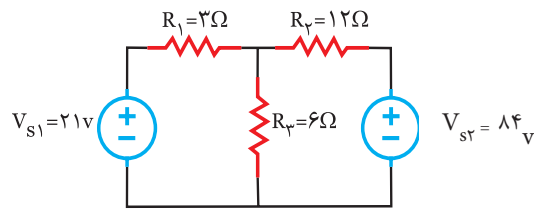
$$I_X = \frac{1}{\text{XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX}} = -\Psi[A]$$

جریان مقاومت Ω را بدست آورید.



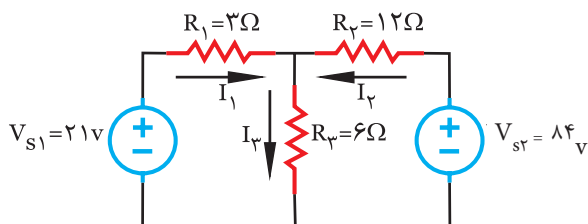
شكل (١٢٢-١)

در مدار شکل (۱-۱۲۴) جریان مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 را با روش جمع آثار بدست آورید.



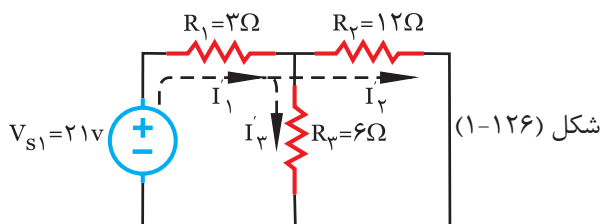
شکل (۱-۱۲۴)

- ابتدا جریان مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 را در جهت دلخواه نشان داده می‌شود. شکل (۱-۱۲۵).



شکل (۱-۱۲۵)

- منبع ولتاژ V_{S2} اتصال کوتاه می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۲۶). تا اثر منبع ولتاژ V_{S1} بر جریان مقاومت‌ها محاسبه شود.



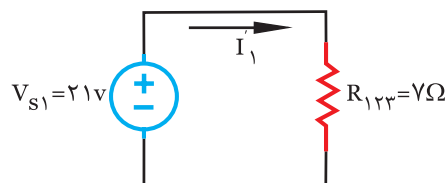
شکل (۱-۱۲۶)

- با توجه به پلاریته منبع V_{S1} ، جهت جریان در مقاومت‌ها تعیین می‌شود.

- مقاومت R_2 موازی با مقاومت R_3 است و با مقاومت R_1 سری هستند. معادل آن‌ها بدست می‌آید. شکل (۱-۱۲۷).

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4[\Omega]$$

$$R_{123} = R_{23} + R_1 = 3 + 4 = 7[\Omega]$$



شکل (۱-۱۲۷)

- با توجه به شکل (۱-۱۲۷) جریان I_1 بدست می‌آید.

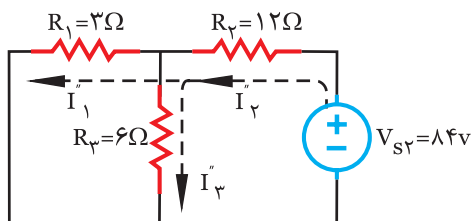
$$I_1' = \frac{V_{S1}}{R_{123}} = \frac{21}{7} = 3[A]$$

- جریان I_1 بین دو مقاومت R_2 و R_3 تقسیم می‌شود. به کمک رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_2 و I_3 با توجه به شکل (۱-۱۲۷) بدست می‌آید.

$$I_2' = I_1' \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 3 \times \frac{6}{6 + 12} = 1[A]$$

$$I_3' = I_1' \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 3 \times \frac{12}{6 + 12} = 2[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ V_{S1} اتصال کوتاه می‌شود تا بی‌اثر شود. شکل (۱-۱۲۸). تا اثر منبع ولتاژ V_{S2} بر جریان مقاومت محاسبه شود.



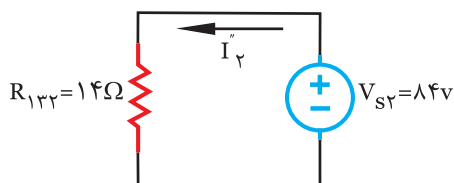
شکل (۱-۱۲۸)

- با توجه به پلاریته منبع ولتاژ V_{S2} جهت جریان در مقاومت‌ها تعیین می‌شود.

- مقاومت R_1 موازی با مقاومت R_3 است و با مقاومت R_2 سری هستند. معادل آن‌ها بدست می‌آید. شکل (۱-۱۲۹).

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2[\Omega]$$

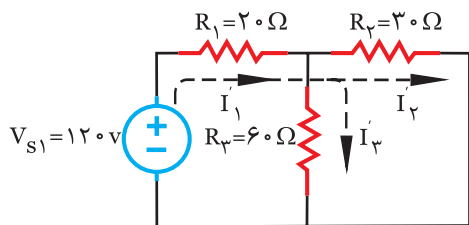
$$R_{123} = R_{13} + R_2 = 2 + 12 = 14[\Omega]$$



شکل (۱-۱۲۹)

$$I_2'' = \frac{V_{S2}}{R_{123}} = \frac{84}{14} = 6[A]$$

مشخص کنید.

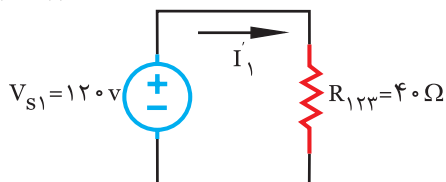


شکل (۱-۱۳۲)

- مقاومت R_4 موازی با مقاومت است و با مقاومت سری هستند. معادل آن را بدست آورید. شکل (۱-۱۳۳)

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20[\Omega]$$

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 20 + 20 = 40[\Omega]$$



شکل (۱-۱۳۳)

- با توجه به شکل (۱-۱۳۳) جریان I_1 را بدست آورید.

$$I_1' = \frac{V_{S1}}{R_{123}} = \frac{120}{40} = 3[A]$$

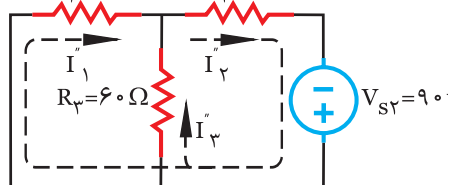
- جریان I_1 بین دو مقاومت و تقسیم می شود لذا مقدار هر یک را با رابطه تقسیم جریان با توجه به شکل (۱-۱۳۲) تعیین کنید.

$$I_2' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \times I_1' = \frac{60}{30 + 60} \times 3 = 2[A]$$

$$I_3' = I_1' \times \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 3 \times \frac{30}{30 + 60} = 1[A]$$

- اکنون منبع ولتاژ V_{S1} را اتصال کوتاه کنید. و اثر منبع V_{S1} را بر جریان شاخه ها محاسبه کنید. با توجه به پلاریته منبع V_{S1} جهت جریان ناشی از اثر این منبع را مشخص کنید.

شکل (۱-۱۳۴)



شکل (۱-۱۳۴)

- جریان I_2'' بین دو مقاومت R_2 و R_4 تقسیم می شود. به کمک رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_2'' و I_4'' بدست می آید.

$$I_2'' = I_2' \times \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 2 \times \frac{30}{30 + 30} = 1[A]$$

$$I_4'' = I_2' \times \frac{R_2}{R_2 + R_4} = 2 \times \frac{30}{30 + 30} = 1[A]$$

- اکنون اگر جریان هر مقاومت ناشی از اثر هر یک از منابع با توجه به جهت آن ها با یکدیگر جمع شود، جریان هر مقاومت در حالتی که هر دو منبع حضور دارند، بدست می آید.

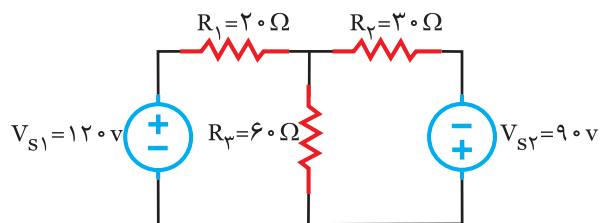
$$I_1 = I_1' - I_1'' = 3 - 1 = 2[A]$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' = 2 - 1 = 1[A]$$

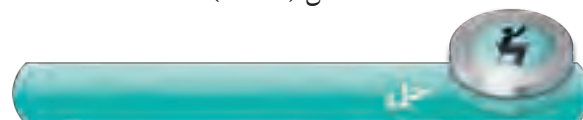
$$I_3 = I_3' + I_3'' = 1 + 1 = 2[A]$$



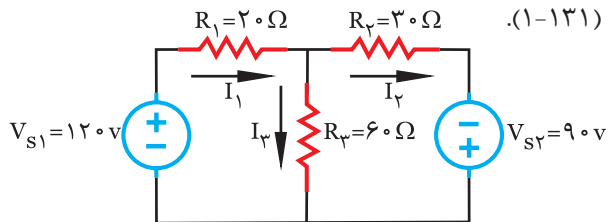
در مدار شکل (۱-۱۳۰) با روش جمع آثار توان منبع ولتاژ V_{S2} و مقاومت R_4 را بدست آورید.



شکل (۱-۱۳۰)



- برای محاسبه توان منبع V_{S2} به جریان آن نیاز است لذا جریان شاخه ها را در جهت دلخواه نشان دهید. شکل (۱-۱۳۱)

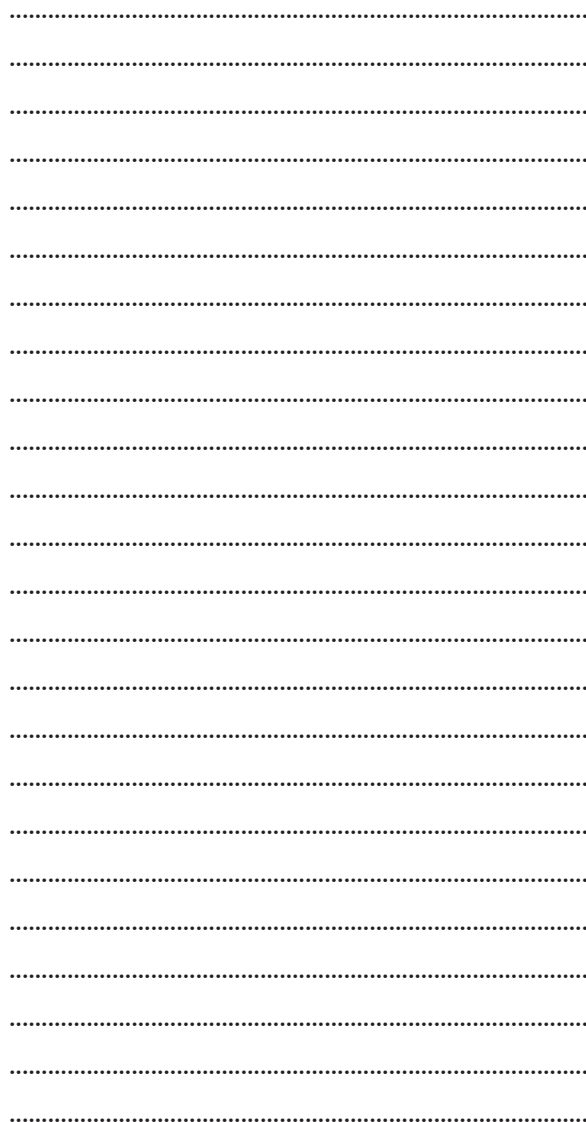


شکل (۱-۱۳۱)

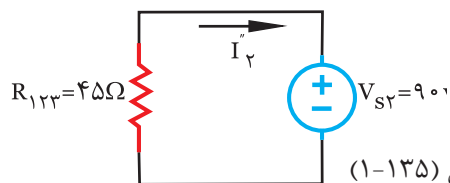
- منبع ولتاژ V_{S1} را اتصال کوتاه کنید و اثر منبع V_{S1} را بر جریان شاخه ها محاسبه کنید. شکل (۱-۱۳۲). با توجه به پلاریته منبع V_{S1} جهت جریان ناشی از اثر این منبع را



شكل (١٣٦-١)


$$R_{12} = \frac{R_1 \times \dots}{\dots + R_2} = \frac{\dots \times 90}{20 + \dots} = 15[\Omega]$$

$$R_{132} = R_{12} + \dots = \dots + \gamma_0 = \gamma \Delta[\Omega]$$



- با توجه به شکل (۱۳۵-۱) جریان I_p را بدست آورید.

$$I_r'' = \frac{\dots\dots\dots}{R_{122}} = \frac{90}{\dots\dots\dots} = r[A]$$

- جریان I_p بین مقاومت‌های و تقسیم می‌شود. لذا مقدار هر یک را با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی و توجه به شکل (۱۳۴-۱) بدست آورید.

$$I_3'' = I_3'' \times \frac{1}{1 + \dots} = \dots \times \frac{\gamma_o}{\gamma_o + \gamma_{o'}} = o/\Delta[A]$$

$$I_3'' = I_3'' \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 9 \times \frac{3}{3 + 6} = 1/\Delta[A]$$

- اکنون جمع آثار کنید و جریان های I_1 ، I_2 و I_3 را بدست آورید.

$$I_{\lambda} = +I_{\lambda}' - I_{\lambda}'' = +3 + 1/5 = 4/5[A]$$

$$I_{\text{J}} = +I_{\text{J}}' + I_{\text{J}}'' = +\text{r} + \text{r} = +\text{f}[A]$$

$$I_{\Sigma} = +I'_{\Sigma} - I''_{\Sigma} = +1.0/\Delta = 0.0/\Delta[A]$$

- با تعیین جریان هر شاخه توان عناصر این شاخه‌ها را بدست آورد:

جریان منبع $\times$ ولتاژ منبع = توان منبع ولتاژ

$$P_{VSr} = V_{Sr} \times I_r$$

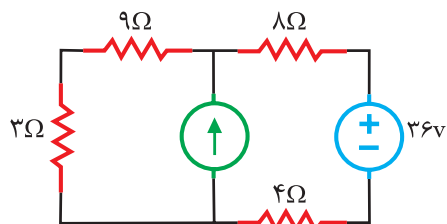
- جریان I_p از طرف پلاریته منفی منبع V_{S1} وارد می شود
لذا علامت منفی برای آن لحاظ کنید.

$$P_{vsr} = \dots \times (\dots) = -36.0 \text{ W}$$

$$P_{R3} = R_3 I_3^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 15 \text{ W}$$

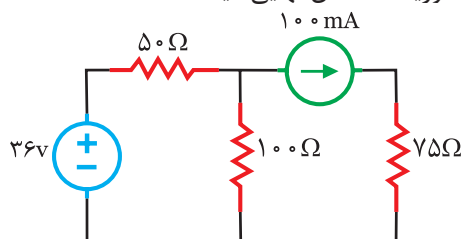


۱- در مدار شکل (۱-۱۳۷) افت ولتاژ دو سر مقاومت $9\ \Omega$ را به روش جمع آثار بدست آورید. (امتحان نهایی دیماه ۸۴)



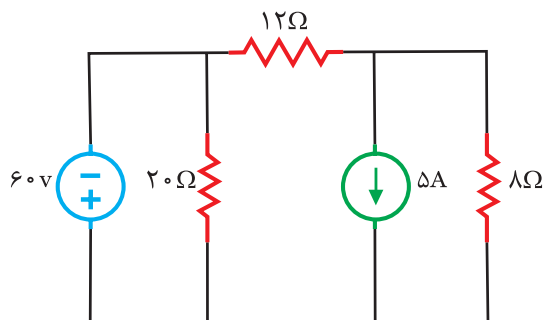
شکل (۱-۱۳۷)

۲- در مدار شکل (۱-۱۳۸) جریان مقاومت $100\ \Omega$ را با روش جمع آثار بدست آورید. (امتحان نهایی دیماه ۸۳)



شکل (۱-۱۳۸)

۳- در مدار شکل (۱-۱۳۹) جریان مقاومت $12\ \Omega$ را با روش جمع آثار بدست آورید.

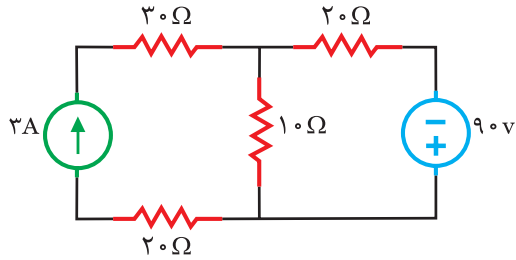


شکل (۱-۱۳۹)

۴- در مدار شکل (۱-۱۴۰) با کمک روش جمع آثار مطلوبست:

الف) توان در مقاومت 10Ω

ب) توان منبع ولتاژ



شکل (۱-۱۴۰)

۵- برای بی اثر کردن منابع ولتاژ آن‌ها را اتصال کوتاه می کنند.

☐ غلط

☐ صحیح

۶- روش جمع آثار در تحلیل مدارهایی که یک منبع دارند، نیز بکار می رود.

☐ غلط

☐ صحیح

۷- برای بی اثر کردن منابع جریان آن‌ها را باز می کنند.

☐ غلط

☐ صحیح

۸- روش جمع آثار در مورد محاسبه کمیت هایی که مجذور جریان با ولتاژ متناسب هستند، صدق نمی کند.

☐ غلط

☐ صحیح

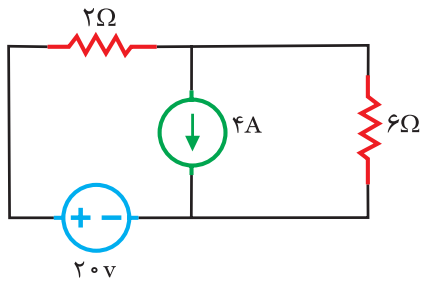
۹- در مدار شکل (۱-۱۴۱) جریان مقاومت 6Ω چند آمپر است.

الف) ۱

ب) $1/5$

ج) ۲

د) $2/5$



شکل (۱-۱۴۱)

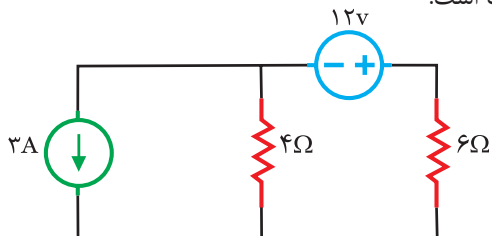
۱۰- در مدار شکل (۱-۱۴۲) توان مصرفی در مقاومت ۴ اهمی چند وات است.

الف) ۴

ب) ۸

ج) ۱۲

د) ۳۶



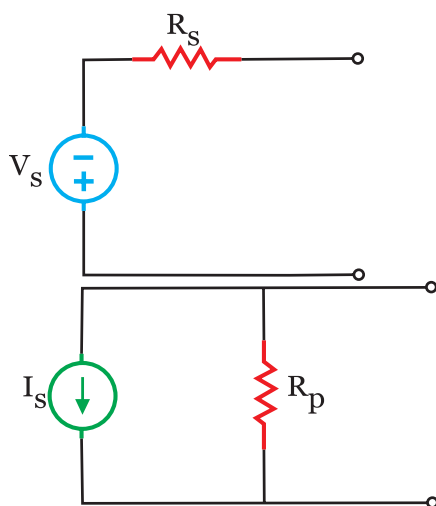
شکل (۱-۱۴۲)

۱-۶- تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یکدیگر

در تحلیل مدارهای الکتریکی مواردی پیش می‌آید که با تبدیل منبع ولتاژ و جریان به یکدیگر، تحلیل مدار ساده‌تر انجام می‌شود. باید توجه داشت با جایگزینی منابع، کمیت الکتریکی مورد بررسی در مدار حذف نشود. منابع ولتاژ و جریان شکل (۱-۱۴۳) را در نظر بگیرید.

برای تبدیل این منابع به یکدیگر کافی است:

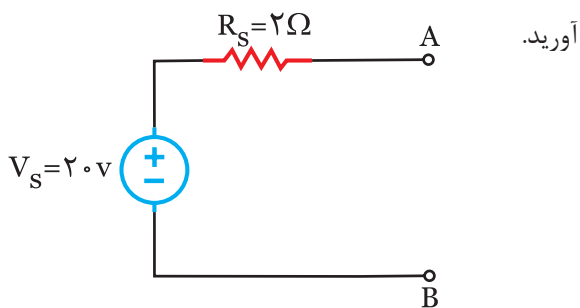
$$R_s = R_p \text{ و } V_s = R_p I_s \text{ باشد.}$$



شکل (۱-۱۴۴)

مثال ۱۵

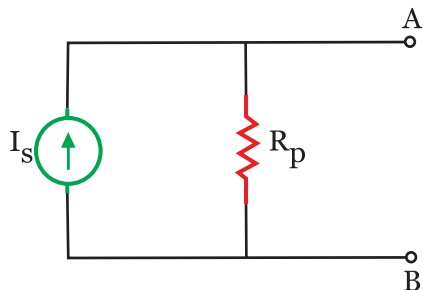
منبع جریان معادل منبع ولتاژ شکل (۱-۱۴۵) را بدست



شکل (۱-۱۴۵)

- معادل منبع جریان در شکل (۱-۱۴۶) نشان داده شده

است.



شکل (۱-۱۴۶)

- در صورتی منبع جریان شکل (۱-۱۴۶) معادل منبع

ولتاژ شکل (۱-۱۴۷) خواهد بود که:

$$R_s = R_p = 2[\Omega]$$

$$V_s = R_p I_s$$

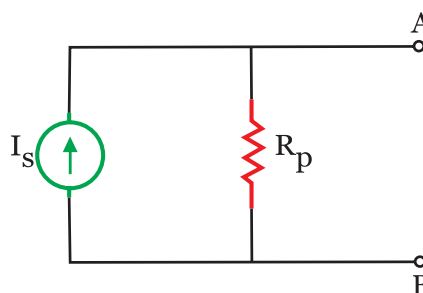
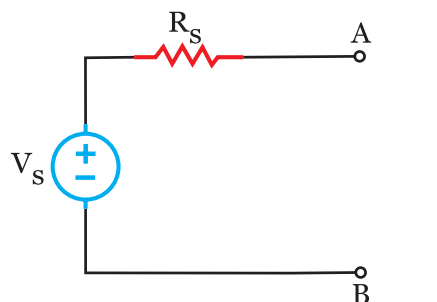
و -

$$I_s = \frac{V_s}{R_p} = \frac{20}{2} = 10[A]$$

لذا -

به خاطر داشته باشید

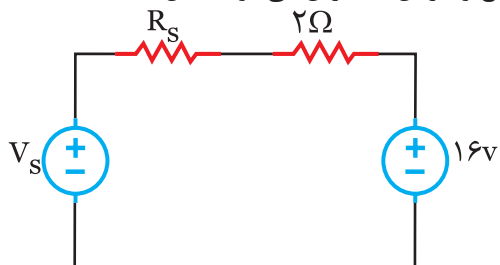
جهت منبع جریان I_s بسمت پلاریته مثبت منبع V_s است. به شکل (۱-۱۴۳) توجه کنید و آن را با شکل (۱-۱۴۴) مقایسه نمایید.



شکل (۱-۱۴۳)



- منبع جریان $2A$ موازی با مقاومت 3Ω می‌باشد. معادل منبع ولتاژ آن جایگزین می‌شود. شکل (۱-۱۴۹).



شکل (۱-۱۴۹)

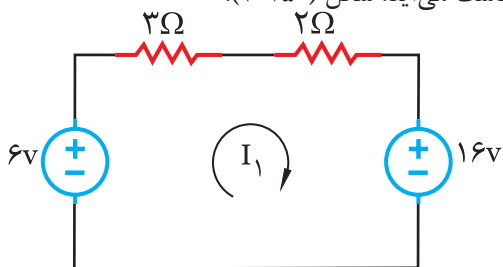


پلاریته مثبت منبع ولتاژ V_S در جهت منبع جریان I_S قرار داده می‌شود.

- در 3Ω کل (۱-۱۴۹) $R_S = R_P = 3\Omega$

$$V_S = R_P I_S = 2 \times 3 = 6[V]$$

- با بکارگیری روش جریان حلقه جریان مقاومت 2Ω بدست می‌آید. شکل (۱-۱۵۰).



شکل (۱-۱۵۰)

$$\text{KVL} \rightarrow -6 + 3I_1 + 2I_1 + 16 = 0$$

$$5I_1 = -10$$

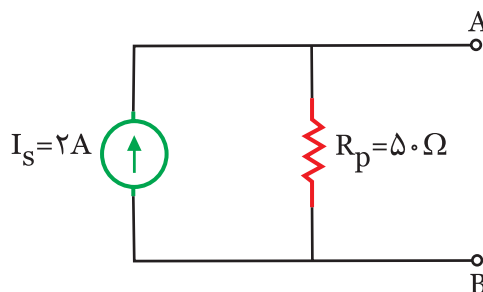
$$I_1 = \frac{-10}{5} = -2[A]$$

- حلقه I_1 از مقاومت 2Ω می‌گذرد لذا جریان آن با جریان حلقه I_1 برابر است.

$$I_{3\Omega} = I_1 = 2[A]$$



۱- منبع ولتاژ معادل منبع جریان شکل (۱-۱۴۷) را بدست آورید.



شکل (۱-۱۴۷)



.....

.....

.....

.....

.....

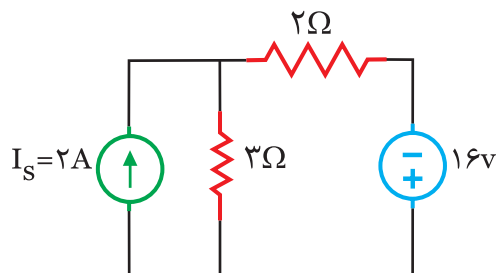
.....

.....

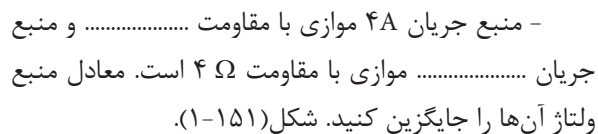
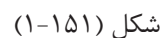
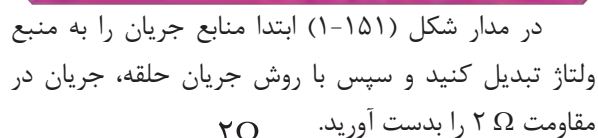
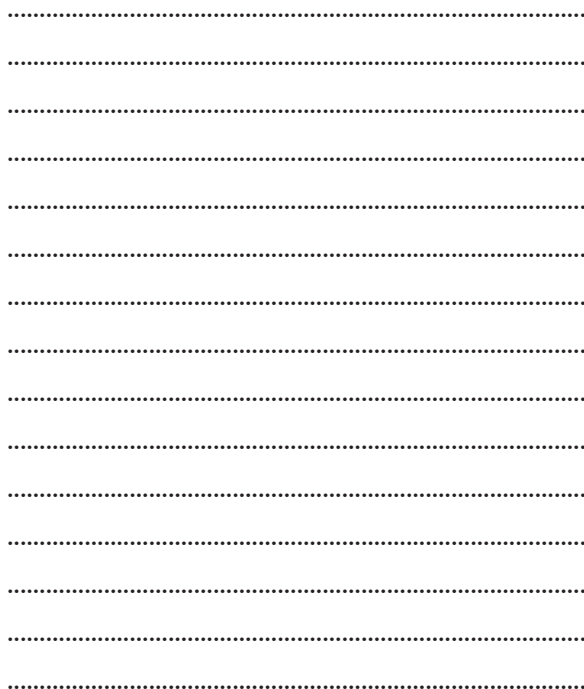
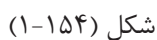
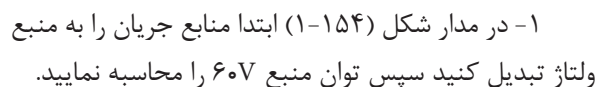
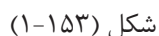
.....



در مدار شکل (۱-۱۴۸) ابتدا منبع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کنید و سپس با روش جریان حلقه، جریان در مقاومت 2Ω را حساب کنید.



شکل (۱-۱۴۸)



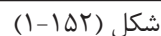
- در شکل (۱۵۲-۱)

$$R_{S1} = \dots = \dots [\Omega]$$

$$R_{S\tau} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots [\Omega]$$

$$V_{Sr} = \dots\dots\dots = \text{ } \text{ } \times \text{ } \text{ } = \dots\dots\dots [\text{V}]$$

$$V_{S_1} = R_{P_1} \cdot I_{S_1} = \dots \times \dots = 2 \text{ V}$$



- روش جریان حلقه را بکار ببرید و جریان مقاومت $2\ \Omega$ را بدست آورید. شکل (۱۵۳-۱).

$$\boxed{\text{KVL}} \rightarrow - \dots + \dots I_1 + 2 \dots + \dots - \dots = 0$$

$$11I_1 - 44 = 0$$

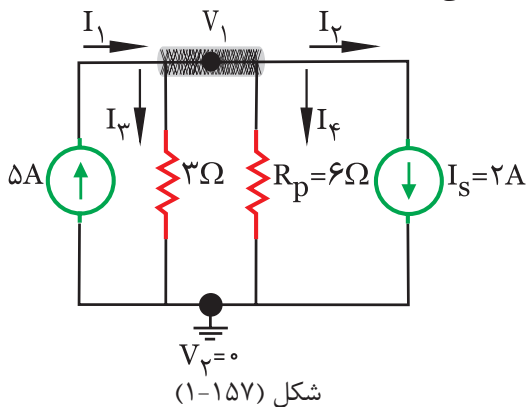
$$11I_1 = 44$$

$$I_1 = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \mathfrak{F}[A]$$

- حلقه I_1 از مقاومت $2\ \Omega$ می‌گذرد لذا:

$$I_{\gamma\Omega} = I_{\gamma} = \epsilon A$$

- با بکارگیری روش پتانسیل گره جریان مقاومت $3\ \Omega$ بدست می‌آید. شکل (۱-۱۵۷).



- جریان شاخه‌ها مشخص می‌شود.
- رابطه KCL نوشته می‌شود.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow +I_1 - I_3 - I_4 - I_2 = 0$$

- مقادیر جریان‌ها را بدست می‌آید.

$$I_1 = 5[A]$$

$$I_2 = 2[A]$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{3} = \frac{V_1 - 0}{3} = \frac{V_1}{3}$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_2}{6} = \frac{V_1 - 0}{6} = \frac{V_1}{6}$$

- مقادیر جریان‌ها در رابطه KCL قرار داده می‌شود.

$$\boxed{\text{KCL}} \rightarrow +5 - 2 - \frac{V_1}{3} - \frac{V_1}{6} = 0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{30 - 12 - 2V_1 - V_1}{6} = 0$$

$$3V_1 = 18$$

$$V_1 = \frac{18}{3} = 6[V]$$

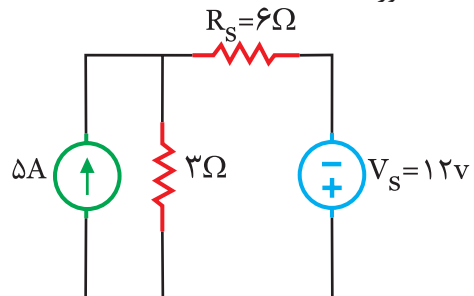
- جریان مقاومت $3\ \Omega$ با I_3 نشان داده شده است لذا:

$$I_3 = I_3 = \frac{V_1 - V_2}{3} = \frac{6 - 0}{3} = 2[A]$$

؟

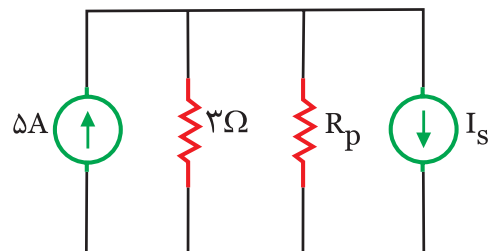
مثال ۱۷

در مدار شکل (۱-۱۵۵) ابتدا منبع ولتاژ را به منبع جریان تبدیل کنید و سپس با روش پتانسیل گره جریان مقاومت $3\ \Omega$ را بدست آورید.



شکل (۱-۱۵۵)

- منبع ولتاژ $12V$ سری با مقاومت $6\ \Omega$ می‌باشد. معادل منبع جریان آن جایگزین می‌شود.



شکل (۱-۱۵۶)

!

به خاطر داشته باشید

جهت منبع جریان I_s بسمت پلاریته مثبت منبع ولتاژ V_s در نظر گرفته می‌شود.

- در شکل (۱-۱۵۶)

$$R_p = R_s = 6[\Omega]$$

$$V_s = R_p \cdot I_s$$

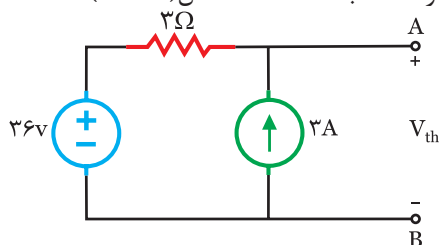
$$I_s = \frac{V_s}{R_p} = \frac{12}{6} = 2[A]$$

- I_L جریان مقاومت $6\ \Omega$ است لذا آن «بار» نامیده می‌شود و با R_L نشان داده خواهد شد.

- مقاومت بار R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با پایانه‌های A و B نشان داده خواهد شد.

- اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می‌شود و به دلخواه پلاریته یکی از پایانه با مثبت و پایانه دیگر با منفی نشان داده می‌شود.

- با یکی از روش‌های حلقه، پتانسیل گره یا جمع آثار، ولتاژ معادل توتن V_{th} محاسبه می‌شود. در این مثال روش پتانسیل گره انتخاب شده است. شکل (۱-۱۶۴)

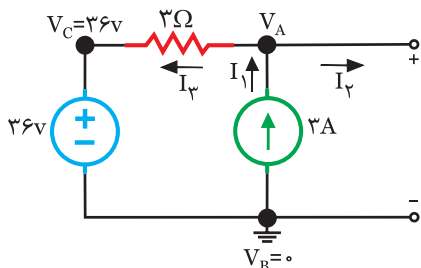


شکل (۱-۱۶۴)

- پایانه B زمین می‌شود لذا پتانسیل آن صفر خواهد شد

$$V_B = 0$$

- جریان شاخه‌های مدار تعیین می‌شود. شکل (۱-۱۶۵)



شکل (۱-۱۶۵)

- برای گره A رابطه KCL نوشته می‌شود.

$$\boxed{KCLA} \rightarrow -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_3 بدست می‌آید.

$$I_1 = +3\text{ [A]}$$

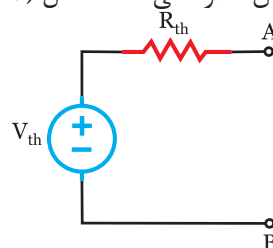
به خاطر داشته باشید

جریان I_1 صفر است زیرا انتهای شاخه آن باز است.

۱-۷- تبدیلات تونن و نورتن مدارهای الکتریکی

الف- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش تونن

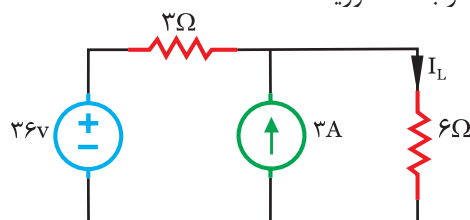
روش تونن در تحلیل مدارهای الکتریکی که دارای تعداد زیاد عناصر هستند اما هدف فقط بررسی کمیت‌های الکتریکی یک عنصر در مدار است، بکار می‌رود. در روش تونن عنصر مورد نظر «بار» نامیده می‌شود و تمام عناصر مدار از دو سر بار بصورت یک منبع ولتاژ واقعی معادل سازی خواهد شد و آن را «معادل تونن مدار» می‌نامند. شکل (۱-۱۶۲).



شکل (۱-۱۶۲)

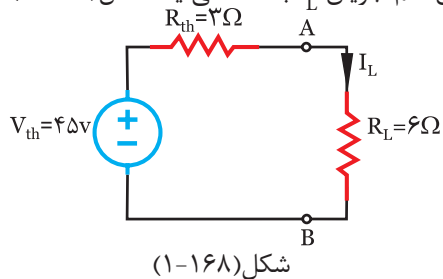
در معادل تونن مدار «ولتاژ تونن V_{th} » اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ای است که بار از آن جا باز شده است لذا آن را «ولتاژ مدار باز» نیز می‌نامند. «مقاومت معادل مدار R_{th} » مقاومت معادل کل مدار از دو نقطه‌ای است که بار از آن جا باز شده است و تمام منابع مدار بی‌اثر شده‌اند. (منابع جریان باز و منابع ولتاژ اتصال کوتاه).

در مدار شکل (۱-۱۶۳) جریان I_L را با استفاده از معادل تونن مدار بدست آورید.



شکل (۱-۱۶۳)

- مقاومت بار R_L به معادل تونن مدار وصل می‌شود و با قانون اهم جریان I_L بدست می‌آید. شکل (۱-۱۶۸).

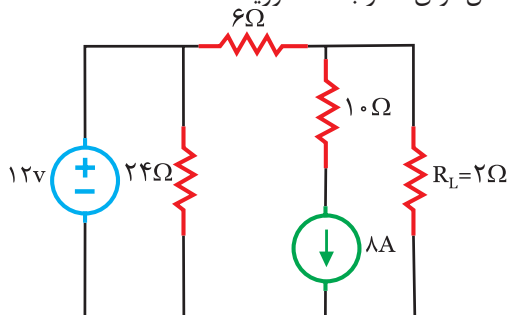


شکل (۱-۱۶۸)

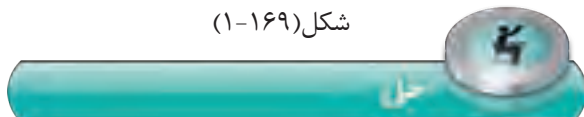
$$I_L = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} = \frac{45}{3 + 6} = 5[A]$$



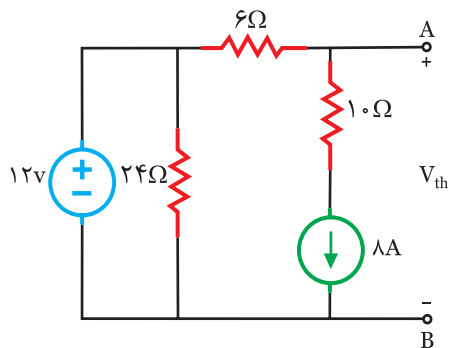
در مدار شکل (۱-۱۶۹) توان در مقاومت R_L را با استفاده از معادل تونن مدار بدست آورید.



شکل (۱-۱۶۹)



- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید و سرهای آن را با پایانه‌های A و B نشان دهید. شکل (۱-۱۷۰). اختلاف پتانسیل میان آن‌ها را V_{th} بنامید و برای آن‌ها پلاریته انتخاب کنید.



شکل (۱-۱۷۰)

$$I_V = 0$$

$$I_V = \frac{V_A - V_C}{3} = \frac{V_A - 36}{3}$$

- مقادیر جریان‌ها در رابطه KCL قرار داده می‌شود و V_A

محاسبه خواهد شد.

$$\text{KCLA} \rightarrow -3 + 0 + \frac{V_A - 36}{3} = 0$$

$$\frac{-9 + 0 + V_A - 36}{3} = 0$$

$$-9 + 0 + V_A - 36 = 0$$

$$V_A = 45[V]$$

- اختلاف پتانسیل میان دو پایانه یا گره‌های ساده V_{th}

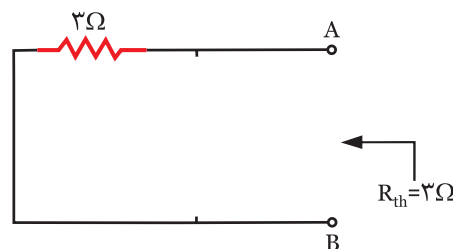
A و B می‌باشد با تعیین پتانسیل A و B ولتاژ تونن V_{th} برابر خواهد بود با:

$$V_{th} = +V_A - V_B$$

$$V_{th} = +45 - 0 = 45[V]$$

- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_{th} ، منابع مدار

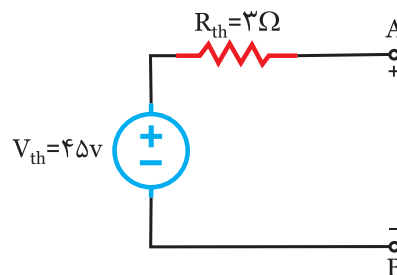
شکل (۱-۱۶۴) بی‌اثر می‌شود و مقاومت کل مدار از پایانه‌های A و B بدست می‌آید. شکل (۱-۱۶۶).



شکل (۱-۱۶۶)

- معادل تونن مدار به صورت شکل (۱-۱۶۷) رسم

می‌شود و پلاریته پایانه‌های A و B مطابق شکل (۱-۱۶۴) مشخص می‌شود.



شکل (۱-۱۶۷)

- معادله KCLA را حل کنید و V_A را بدست آورید.

$$\frac{-}{+} + \frac{+}{+} + \frac{+}{+} = 0$$

$$V_A + 36 = 0$$

$$V_A = -36 \text{ [v]}$$

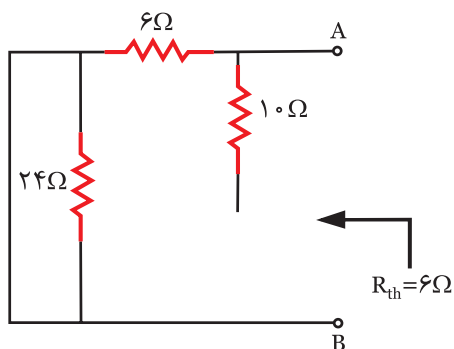
- V_{th} اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A و B است.

$$V_{th} = + - - -$$

$$V_{th} = +(-36) - 0 = -36$$

- منابع را در شکل (۱-۱۷۲) بی‌اثر کنید و مقاومت کل

مدار را از پایانه‌های A و B بدست آورید. شکل (۱-۱۷۳).

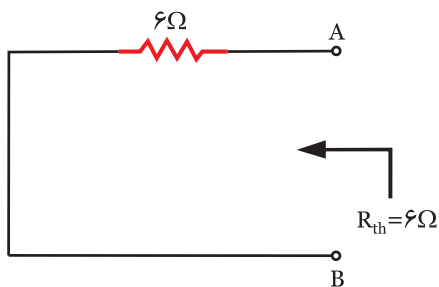


شکل (۱-۱۷۳)

به خاطر داشته باشید

با بی‌اثر شدن منابع، مقاومت 24Ω در اثر اتصال کوتاه شده منبع 12V و مقاومت 10Ω در اثر باز شدن منبع 8A حذف می‌شوند. شکل (۱-۱۷۴)

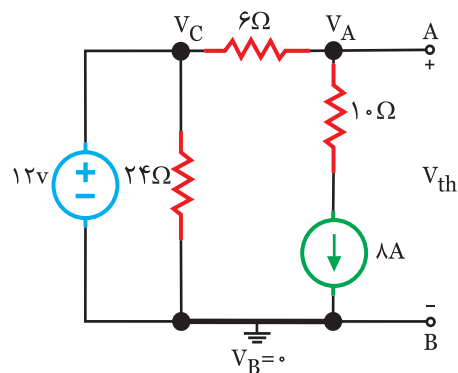
مقاومت 24Ω و مقاومت 10Ω حذف می‌شوند



شکل (۱-۱۷۴)

- باروش پتانسیل گره V_{th} را بدست آورید. گره‌های مدار را

مشخص کنید. یکی از آن‌ها را زمین نمایید. شکل (۱-۱۷۱).

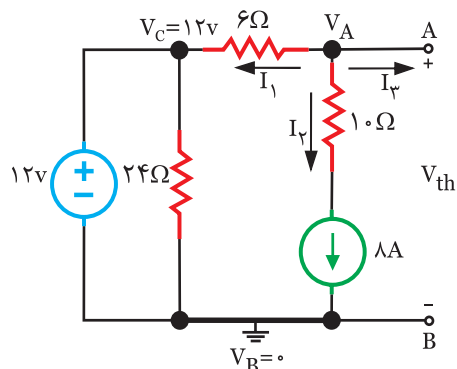


شکل (۱-۱۷۱)

- پتانسیل V_B و V_C معلوم و V_A مجهول است. لذا برای

شاخه‌های گره A جهت جریان مشخص کنید و رابطه KCL

بنویسید. شکل (۱-۱۷۲). $I_1 + I_2 + I_3 = 0$



شکل (۱-۱۷۲)

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_3 را بدست آورید.

$$I_1 = \frac{V_A - 12}{6}$$

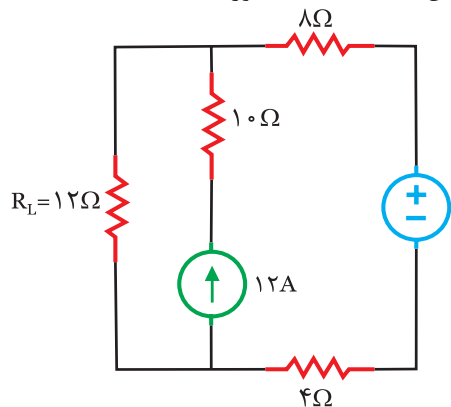
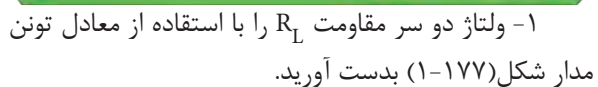
$$I_2 = \frac{V_A}{10}$$

$$I_3 = 8$$

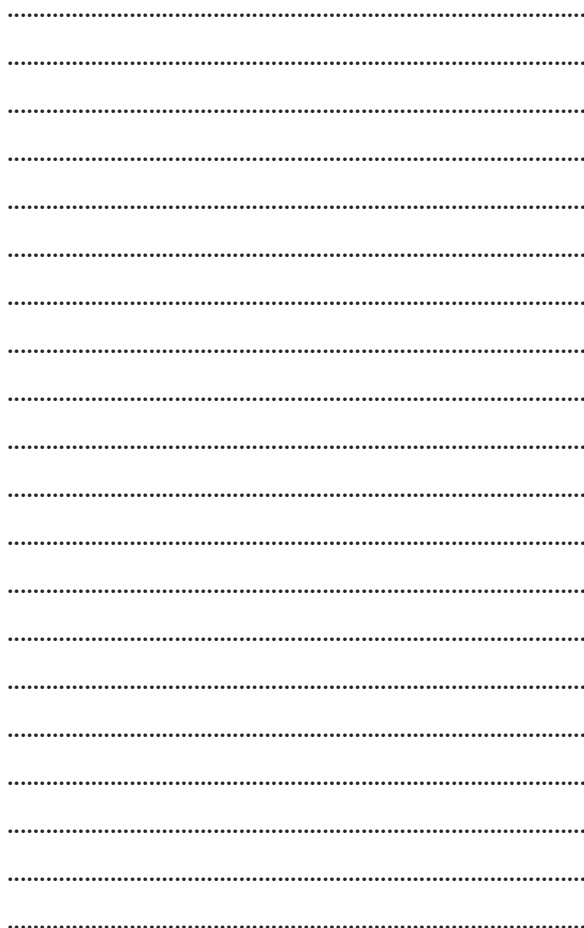
- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_2 و I_3 را در رابطه KCLA قرار

دهید.

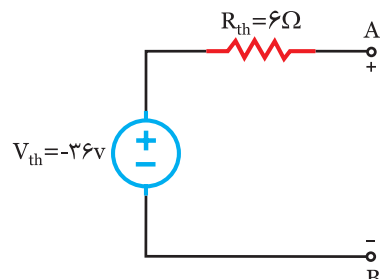
$$\frac{V_A - 12}{6} + \frac{V_A}{10} + 8 = 0$$



شكل (١٧٧-١)

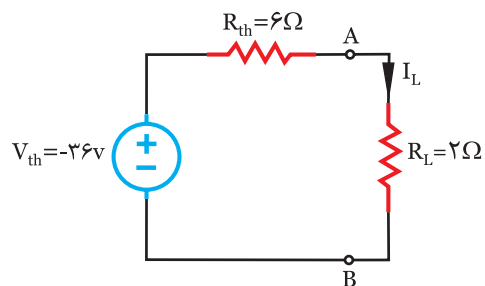


- معادل تونن مدار را رسم کنید. شکل (۱۷۵-۱). و پلاریته پایانه‌های A و B را مطابق شکل (۱۳-۵) مشخص کنید.



شكل (١٧٥-١)

- مقاومت R_L را به معادل تونن مدار وصل کنید و با محاسبه جریان R_L توان در آن را بدست آورید. شکل (۱۷۶-۱).



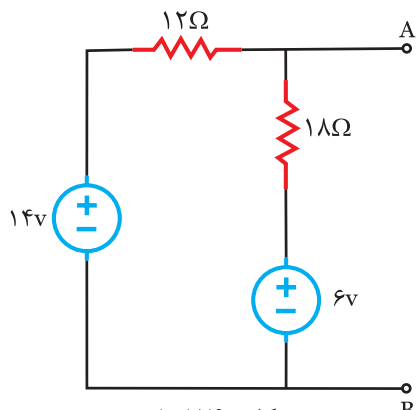
شكل (١٧٦-١)

$$I_L = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} = \frac{10V}{10\Omega + 20\Omega} = -4/5 [A]$$

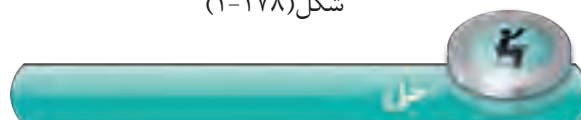
$$P_L = \frac{1}{\eta} \times I_L^2 = \eta \times (\frac{1}{\eta})^2 = \eta \cdot \Delta[W]$$

۲- جریان مقاومت 8Ω را با استفاده از معادل تونن مدار

شكل (١٧٩-١)



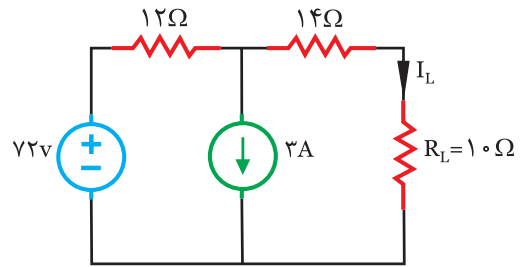
شكل (١٧٩-١)

[illegible][illegible]



مثال ۱۸

در مدار شکل (۱-۱۸۰) جریان I_L را با استفاده از معادل تونن مدار بدست آورید.

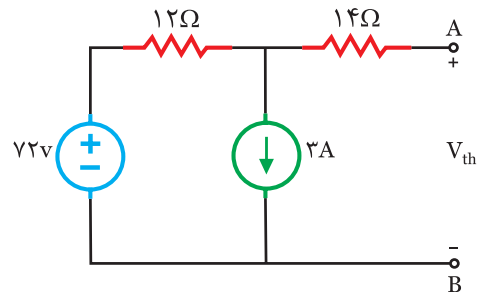


شکل (۱-۱۸۰)



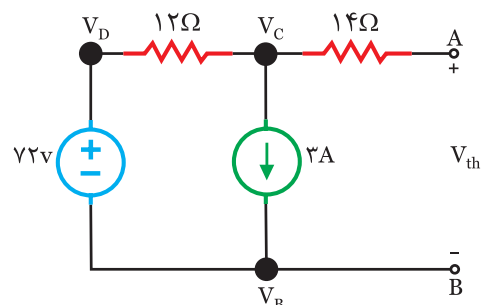
- مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با پایانه‌های A و B نشان داده خواهد شد.

- اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می‌شود و به دلخواه پلاریته برای پایانه‌های A و B مشخص خواهد شد. شکل (۱-۱۸۱).



شکل (۱-۱۸۱)

- با انتخاب روش پتانسیل گره، V_{th} محاسبه خواهد شد لذا گره‌های مدار مشخص می‌شود. شکل (۱-۱۸۲).



شکل (۱-۱۸۲)

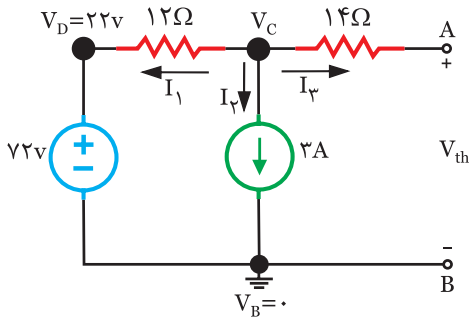
- گره B زمین می‌شود لذا پتانسیل آن صفر می‌شود. $V_B = 0$

- در این صورت پتانسیل گره D نیز مشخص می‌شود.

$$V_D = 72 \text{ [V]}$$

- پتانسیل گره C مجهول است. جریان شاخه‌های آن مشخص می‌شود و برای آن‌ها رابطه KCL نوشته خواهد شد.

شکل (۱-۱۸۳)



شکل (۱-۱۸۳)

$$KCLC) +I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_3 = \frac{V_C - V_D}{12} = \frac{V_C - 72}{12}$$

$$I_2 = 3A$$

$$I_1 = 0$$

به خاطر داشته باشید

جریان I_1 صفر است زیرا انتهای شاخه آن باز است.

- مقادیر جریان‌ها در رابطه KCL قرار داده می‌شود تا

$$KCLC) + \frac{V_C - 72}{12} + 3 + 0 = 0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{V_C - 72 + 36 + 0}{12} = 0$$

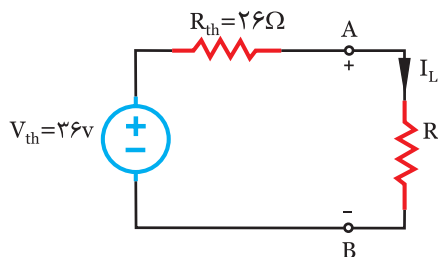
- کسری که مساوی صفر است صورت آن مساوی صفر

$$V_C - 72 + 36 + 0 = 0$$

- پتانسیل گره C بدست می‌آید.

$$V_C = 36 \text{ [V]}$$

- مقاومت R_L به معادل تونن مدار وصل می‌شود و به کمک قانون اهم جریان I_L بدست می‌آید. شکل (۱-۱۸۶).

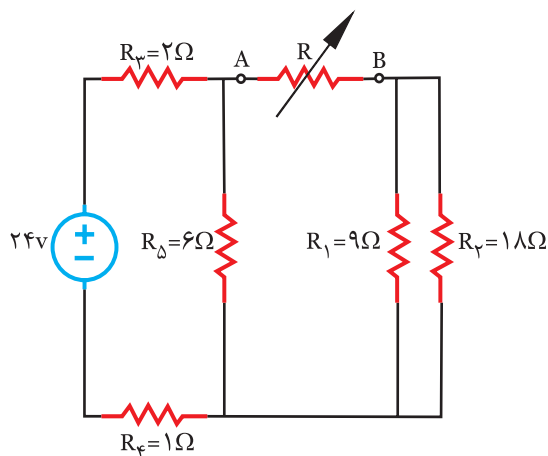


شکل (۱-۱۸۶)

$$I_L = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} = \frac{36}{26 + 10} = 1 [A]$$

فعالیت ۱۹

معادل تونن مدار شکل (۱-۱۸۷) را از دو پایانه A و B بدست آورید و به کمک آن R_L را چنان تعیین کنید تا ماکزیمم توان را جذب کند. مقدار این توان چند وات است.



شکل (۱-۱۸۷)

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید. اختلاف پتانسیل پایانه‌های A و B را V_{th} بنامید.

- مقاومت‌های R_1 و R_P با یکدیگر موازی و مقاومت‌های R_F و R_2 با یکدیگر سری هستند. معادل آن‌ها را بدست آورید و مدار را ساده کنید. شکل (۱-۱۸۸).

- برای بدست آوردن پتانسیل گره ساده A رابطه I_P نوشته می‌شود.

$$I_P = \frac{V_C - V_A}{14}$$

- مقادیر I_P و V_C جایگزین می‌شود تا V_A بدست آید.

$$0 = \frac{36 - V_A}{14}$$

$$36 - V_A = 0$$

$$V_A = 36 [V]$$

به خاطر داشته باشید

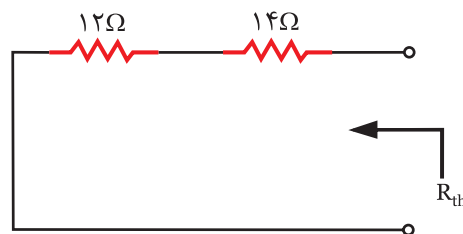
در شاخه‌های شامل مقاومت که جریان آن‌ها صفر است، پتانسیل دو سر شاخه برابر خواهد شد.

- اختلاف پتانسیل میان دو پایانه یا گره‌های ساده A و B است با تعیین پتانسیل گره A و B، ولتاژ تونن V_{th} بدست می‌آید.

$$V_{th} = +V_A - V_B$$

$$V_{th} = +36 - 0 = 36 [V]$$

- منابع مدار شکل (۱-۱۸۱) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت معادل مدار R_{th} بدست می‌آید. شکل (۱-۱۸۴).

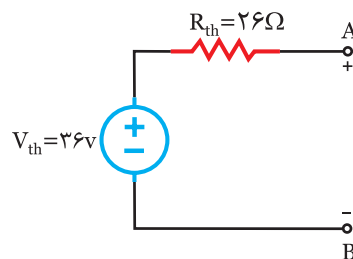


شکل (۱-۱۸۴)

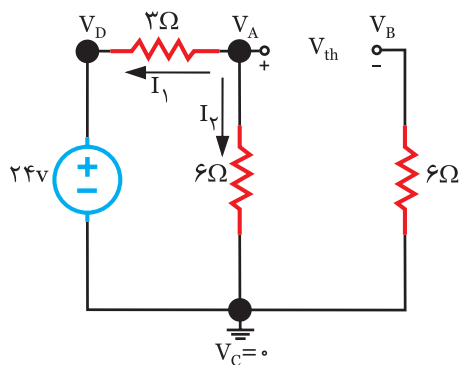
- مقاومت‌های 12Ω و 14Ω با یکدیگر سری قرار می‌گیرند.

$$R_{th} = 12 + 14 = 26\Omega$$

- معادل تونن مدار به صورت شکل (۱-۱۸۵) رسم می‌شود.



شکل (۱-۱۸۵)



شکل (۱-۱۹۰)

- مقادیر جریان‌ها را در رابطه KCLA قرار دهید.

$$\xrightarrow{\text{KCLA}} +\frac{V_A-24}{3}+\frac{V_A-0}{6}=0$$

- مخرج مشترک بگیرید و V_A را بدست آورید.

$$\frac{V_A-24}{3}+\frac{V_A}{6}=0$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$$+2V_A-48+V_A=0$$

- ساده کنید و مقدار V_A را محاسبه نمایید.

$$3V_A-48=0$$

$$V_A=\frac{48}{3}=16[A]$$

- پتانسیل گره‌های مدار مشخص می‌باشد

اکنون V_{th} اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های A

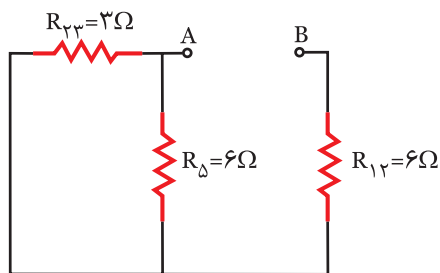
و B را بدست آورید.

$$V_{th}=+16-0=16[v]$$

- منابع را در شکل (۱-۱۸۸) بی‌اثر کنید و

مقاومت کل مدار را از پایانه‌های A و B بدست آورید. شکل

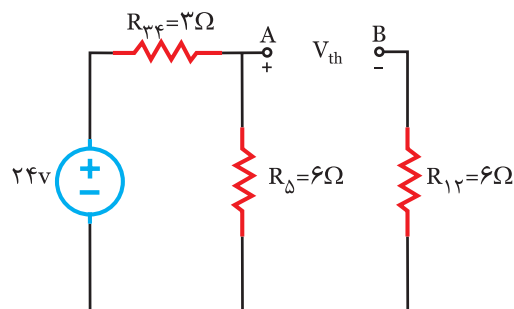
(۱-۱۹۱)



شکل (۱-۱۹۱)

$$R_{12}=\frac{9 \times 18}{9+18}=6[\Omega]$$

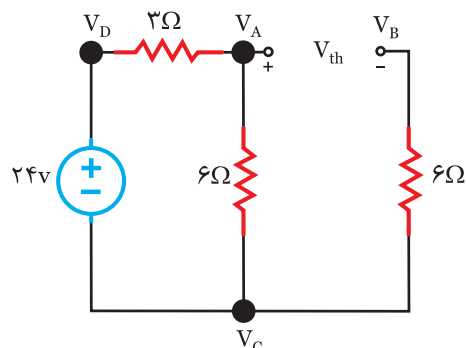
$$R_{34}=2+1=3[\Omega]$$



شکل (۱-۱۸۸)

- گره‌های مدار را مشخص کنید و با روش پتانسیل

گره، پتانسیل آن‌ها را بدست آورید. شکل (۱-۱۸۹).



شکل (۱-۱۸۹)

- از شاخه میان گره‌های V_B و V_C جریان عبور نمی‌کند

$$V_{th}=V_{oc}$$

- گره V_C را زمین کنید لذا پتانسیل آن صفر می‌شود.

$$V_C=0$$

- با زمین شدن گره V_C پتانسیل گره V_D مشخص

می‌شود.

- پتانسیل V_A مجهول است جریان شاخه‌های آن

را مشخص کنید و رابطه KCL برای آن بنویسید.

شکل (۱-۱۹۰).

$$\xrightarrow{\text{KCLA}} +I_1+I_2=0$$

$$I_1=\frac{V_A-24}{3}$$

$$I_2=\frac{-V_C-V_A}{6}=\frac{0-V_A}{6}$$

به خاطر داشته باشید

برای محاسبه ماکزیمم توان انتقالی به بار پس از آنکه $R_L = R_{th}$ قرار داده شده می توان از رابطه مقابل استفاده کرد.

$$P_{max} = \frac{(V_{th})^2}{4R_L}$$

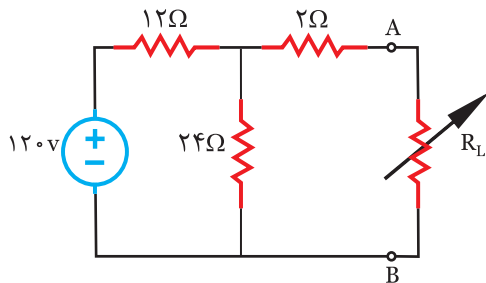
در این صورت: $P_{max} = \frac{(16)^2}{4 \times 8} = 8 [w]$

تمرین

۱- در مدار شکل (۱-۱۹۴) مطلوبست:

الف) معادل تونن مدار از دو پایانه A و B

ب) محاسبه ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L



شکل (۱-۱۹۴)

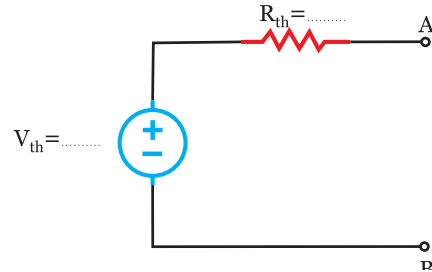
- مقاومت های $R_{۲۳}$ و R_{δ} با یکدیگر و با

مقاومت $R_{۱۲}$ اتصال دارند لذا :

$$R_{۲۳\delta} = \frac{R_{۲۳} \times \dots}{\dots + R_{\delta}} = \frac{\dots \times \dots}{\dots + \dots} = 2 [\Omega]$$

$$R_{th} = \dots + R_{۱۲} = 2 + \dots = 8 [\Omega]$$

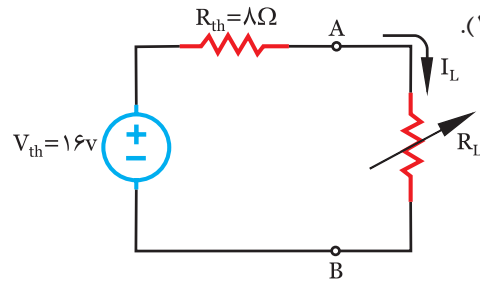
- معادل تونن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۱۹۲).



شکل (۱-۱۹۲)

- مقاومت R_L را به معادل تونن مدار وصل کنید. شکل

(۱-۱۹۳).



شکل (۱-۱۹۳)

به خاطر داشته باشید

انتقال ماکزیمم توان به بار را تطابق گویند. زمانی

ماکزیمم توان به بار منتقل می شود که مقاومت بار با

مقاومت معادل مدار برابر باشد یعنی $R_L = R_{th}$

- برای محاسبه ماکزیمم توان $R_L = R_{th}$ قرار دهید و با

محاسبه جریان بار توان را محاسبه کنید.

$$R_L = R_{th} = \dots$$

$$I_L = \frac{V_{th}}{\dots + \dots} = \frac{\dots}{8 + 8} = 1 [A]$$

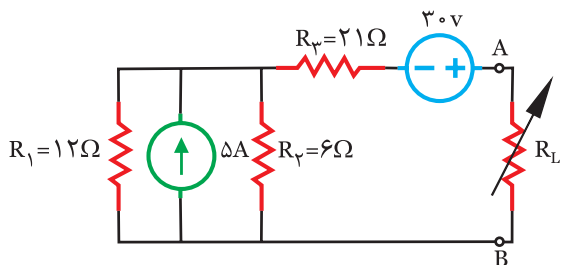
$$P_L = R_L \cdot I_L^2 = \dots \times (\dots)^2 = 8 [w]$$

مثال ۱۹

در مدار شکل (۱-۱۹۶) مطلوبست:

الف) معادل تونن مدار از پایانه‌های A و B

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L چند وات است؟



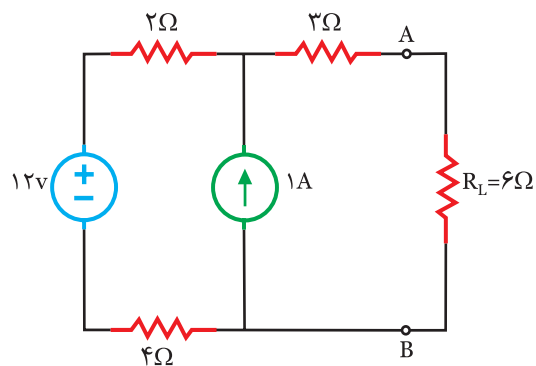
شکل (۱-۱۹۶)

۲- در مدار شکل (۱-۱۹۵) با استفاده از معادل تونن

مدار مطلوبست:

الف) جریان R_L در شرایط فعلی

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار



شکل (۱-۱۹۵)

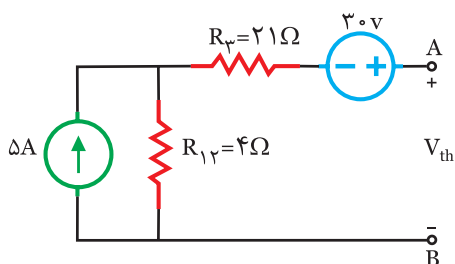
- مقاومت R_1 و R_p با یکدیگر موازی هستند معادل آنها

جایگزین می‌شود تا مدار ساده شود.

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_p}{R_1 + R_p} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4[\Omega]$$

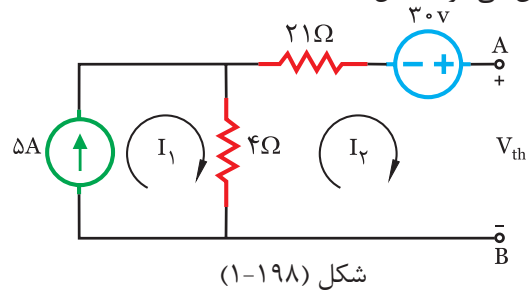
- مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود و اختلاف پتانسیل

پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می‌شود. شکل (۱-۱۹۷).



شکل (۱-۱۹۷)

- با روش حلقه V_{th} بدست می‌آید. لذا حلقه‌های مدار مشخص می‌شود. شکل (۱-۱۹۸).



- حلقه I_1 از منبع جریان ۵A می‌گذرد پس

$$I_1 = 5[A]$$

- حلقه I_2 در محل قطع شده است پس

$$I_2 = 0$$

- برای حلقه I_2 رابطه KVL نوشته خواهد شد و V_{th}

بدست می‌آید. $\boxed{\text{KVL}} \Rightarrow 4(I_2 - I_1) + 21I_2 - 30 + V_{th} = 0$

- معادله KVL ساده می‌شود

$$4I_2 - 4I_1 + 21I_2 - 30 + V_{th} = 0$$

$$-4I_1 + 25I_2 - 30 + V_{th} = 0$$

- مقادیر I_1 و I_2 جایگزین می‌شود و V_{th} محاسبه

می‌شود.

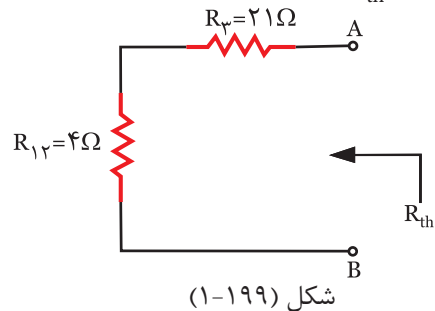
$$-4(5) + 25(0) - 30 + V_{th} = 0$$

$$-50 + V_{th} = 0$$

$$V_{th} = 50[V]$$

- منابع مدار شکل (۱-۱۹۷) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت

معادل مدار R_{th} بدست می‌آید. شکل (۱-۱۹۹).

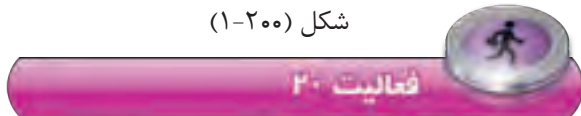
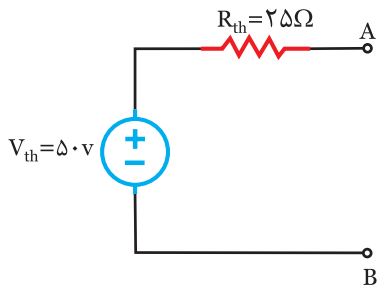


- مقاومت‌های R_{12} و R_3 با یکدیگر سری می‌شوند.

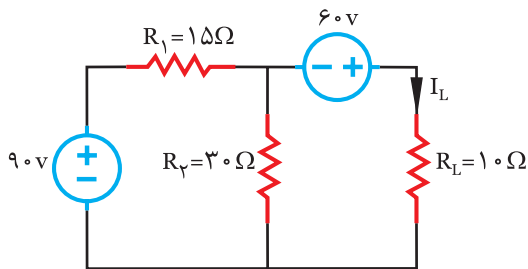
$$R_{th} = R_{12} + R_3 = 4 + 21 = 25[\Omega]$$

- معادل تونن مدار به صورت شکل (۱-۲۰۰) رسم

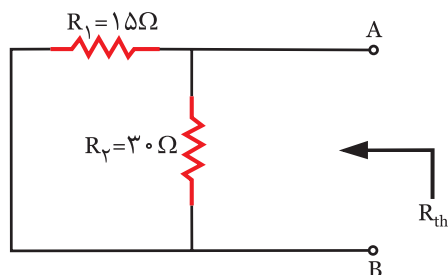
می‌شود.



در مدار شکل (۱-۲۰۱) جریان I_L را با معادل تونن مدار بدست آورید.



- منابع مدار شکل (۱-۲۰۲) را بی‌اثر کنید و مقاوم معادل مدار R_{th} را بدست آورید. شکل (۱-۲۰۴).

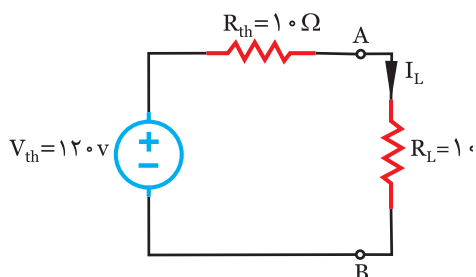


شکل (۱-۲۰۴)

- مقاومت‌های و با یکدیگر می‌شوند.

$$R_{th} = \frac{R_1 \times \dots}{\dots + R_2} = \frac{\dots \times \dots}{\dots + \dots} = 10 [\Omega]$$

- معادل تونن مدار را رسم کنید و مقاومت R_L را به آن متصل نمایید. شکل (۱-۲۰۵).

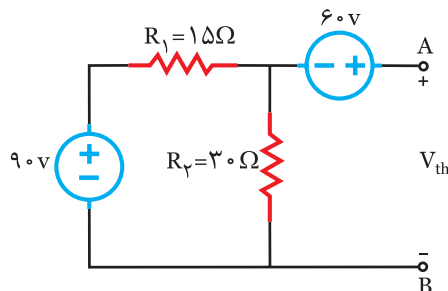


شکل (۱-۲۰۵)

- به کمک قانون اهم I_L را بدست آورید.

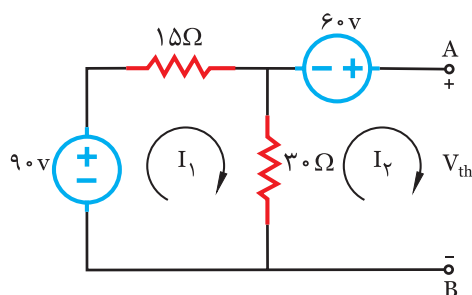
$$I_{th} = \frac{V_{th}}{\dots + \dots} = \frac{\dots}{\dots + \dots} = 6 [\Omega]$$

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید. سرهای آن را پایانه‌های A و B نشان دهید. ولتاژ این پایانه‌ها را با V_{th} مشخص کنید. شکل (۱-۲۰۲).



شکل (۱-۲۰۲)

- با روش حلقه V_{th} را بدست آورید. ابتدا حلقه‌های مدار را مشخص کنید. شکل (۱-۲۰۳).



شکل (۱-۲۰۳)

- حلقه I_2 در محل قطع V_{th} قطع است لذا $I_2 = \dots$
- برای حلقه I_1 رابطه KVL بنویسید و مقدار I_1 را بدست آورید.
- معادله KVL ۱ را ساده کنید.

$$-90 + 45 \dots - I_2 = 0$$

- مقدار I_2 را جایگزین و مقدار I_1 را بدست آورید.

$$-90 + 45 I_1 - 30(\dots) = 0$$

$$I_1 = \dots 2 [A]$$

- اکنون KVL ۲ را بنویسید تا V_{th} بدست آید.

$$\text{KVL } 2: 30(\dots) - \dots + V_{th} = 0$$

- مقادیر I_1 و I_2 را جایگزین کنید و V_{th} را بدست آورید.

$$\dots (0-2) - 60 + V_{th} = 0$$

$$\dots + V_{th} = 0$$

$$V_{th} = 120 [A]$$



۱- در مدار شکل (۲۰۶-۱) مطلوبست:

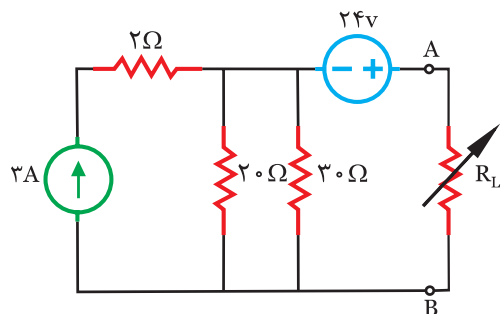
الف) تعیین V_{th} و R_{th} بین پایانه‌های A و B

(ب) رسم مدار معادل تونن

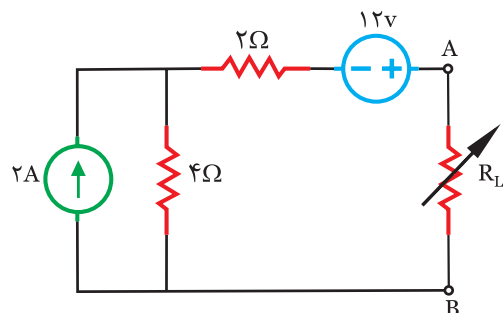
(ج) مقدار R_L چقدر باشد تا توان آن مکزیمم شود. توان

ماکزیم R_I چند وات است؟

(امتحان نهایی خرداد ۱۳۸۵)



شکل (۱-۲۰۷)

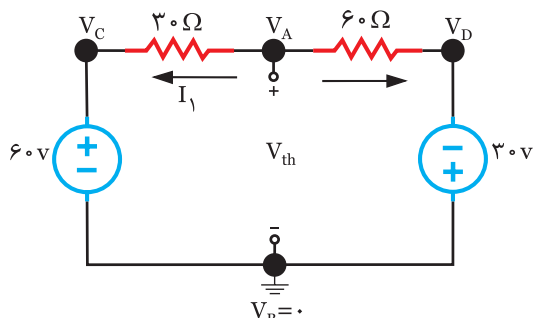


شکل (۲۰۶-۱)



$$V_D = -30 \text{ [V]}$$

- پتانسیل گره A مجهول است. جریان شاخه‌های آن مشخص می‌شود و برای آن رابطه KCL نوشته خواهد شد. شکل (۱-۲۱۱).



شکل (۱-۲۱۱)

$$\text{KCLA} \rightarrow I_1 + I_2 = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 بدست می‌آید.

$$I_1 = \frac{V_A - V_C}{30} = \frac{V_A - 60}{30}$$

$$I_2 = \frac{V_A - V_D}{60} = \frac{V_A - (30)}{60} = \frac{V_A + 30}{60}$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 در رابطه KCLA قرار داده می‌شود و V_A بدست می‌آید.

$$\text{KCLA} \rightarrow \frac{V_A - 60}{30} + \frac{V_A + 30}{60} = 0$$

- مخرج مشترک گرفته می‌شود.

$$\frac{2V_A - 120 + V_A + 30}{60} = 0$$

- کسری که مساوی صفر است صورت آن مساوی صفر

$$2V_A - 120 + V_A + 30 = 0$$

می‌باشد.

- پتانسیل گره A بدست می‌آید.

$$3V_A - 90 = 0$$

$$3V_A = 90$$

- V_{th} اختلاف پتانسیل دو پایانه A و B است با تعیین

پتانسیل گره‌های A و B، ولتاژ تونن V_{th} بدست می‌آید.

$$V_{th} = V_A - V_B$$

$$V_{th} = +30 - 0 = 30 \text{ [V]}$$

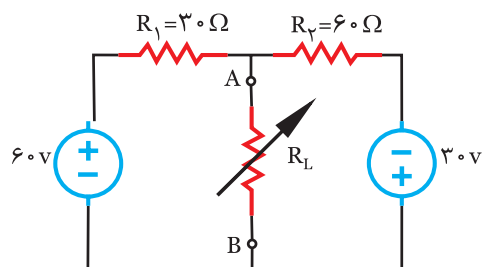
۴؟

مثال ۲۰

در مدار شکل (۱-۲۰۸) مطلوبست:

الف) V_{th} و R_{th} از دو پایانه A و B

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L

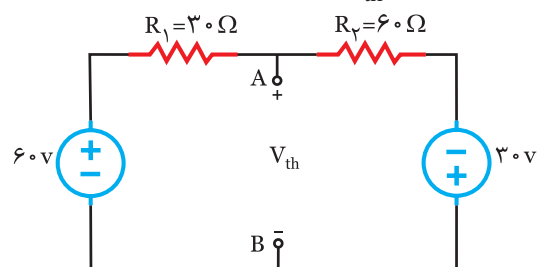


شکل (۱-۲۰۸)

۴

- مقاومت R_L از مدار باز می‌شود و اختلاف پتانسیل

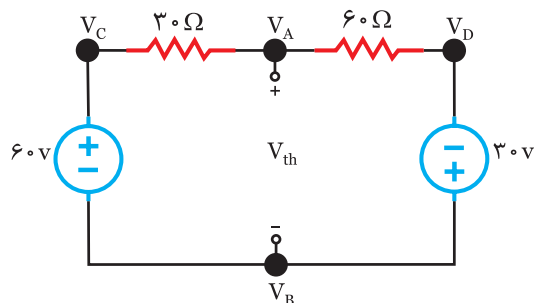
پایانه‌های A و B با V_{th} نشان داده می‌شود. شکل (۱-۲۰۹).



شکل (۱-۲۰۹)

- گره‌های مدار مشخص می‌شود و با روش پتانسیل گره

V_{th} بدست می‌آید. شکل (۱-۲۱۰).



شکل (۱-۲۱۰)

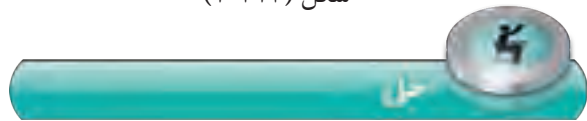
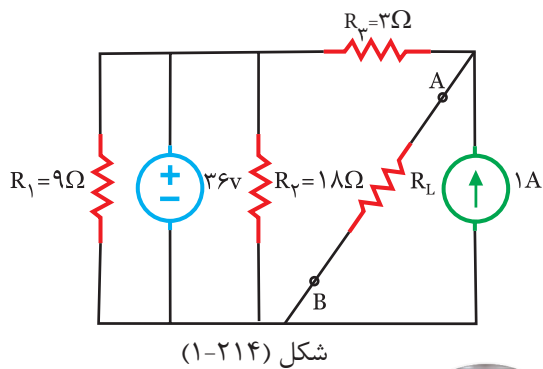
- گره B زمین می‌شود لذا پتانسیل آن صفر می‌شود.

$$V_B = 0$$

- در این صورت پتانسیل گره‌های ساده C و D مشخص

$$V_C = +60 \text{ [V]}$$

می‌شود.

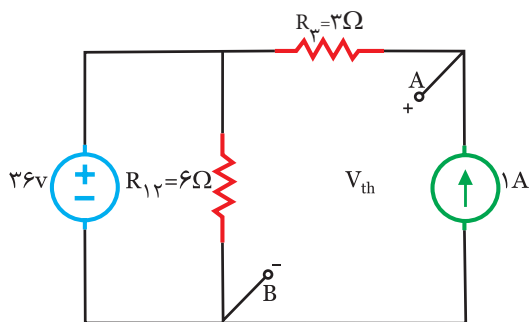


- مقاومت‌های R_1 و R_2 با یکدیگر موازی هستند معادل

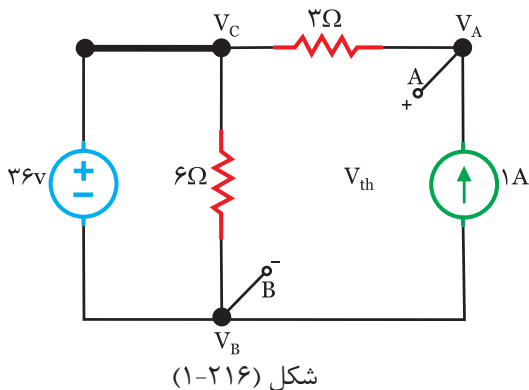
آن‌ها را جایگزین کنید.

$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{9 \times 18}{9 + 18} = 6[\Omega]$$

- مقاومت R_L را باز کنید. اختلاف پتانسیل پایانه‌های A و B را V_{th} بنامید. شکل (۱-۲۱۵).



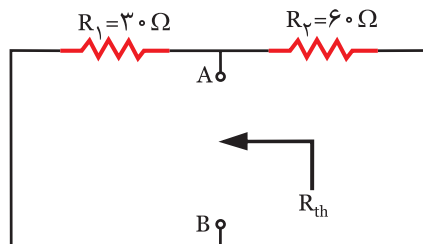
- گره‌های مدار را مشخص کنید و با روش پتانسیل گره V_{th} را بدست آورید. شکل (۱-۲۱۶).



- گره B را زمین کنید در این صورت: $V_B = \dots\dots\dots$

- و پتانسیل گره C را مشخص کنید. $V_C = \dots\dots\dots$

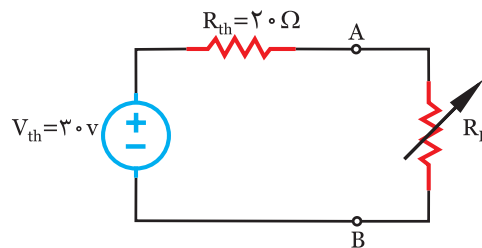
- منابع مدار شکل (۱-۲۰۹) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت معادل مدار R_{th} بدست می‌آید. شکل (۱-۲۱۲).



- مقاومت‌های R_1 و R_2 با یکدیگر موازی می‌شوند.

$$R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20[\Omega]$$

- معادل تونن مدار به صورت شکل (۱-۲۱۳) رسم می‌شود و R_L به آن متصل می‌شود.

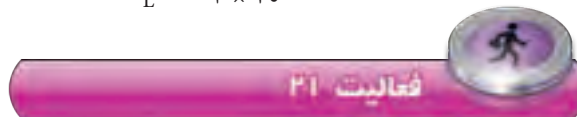


- برای انتقال ماکزیمم توان به بار R_L باید:

$$R_L = R_{th} = 20\Omega$$

- ماکزیمم توان انتقالی به بار بدست می‌آید.

$$P_{max} = \frac{(V_{th})^2}{4R_L} = \frac{(30)^2}{4 \times 20} = 11.25[W]$$



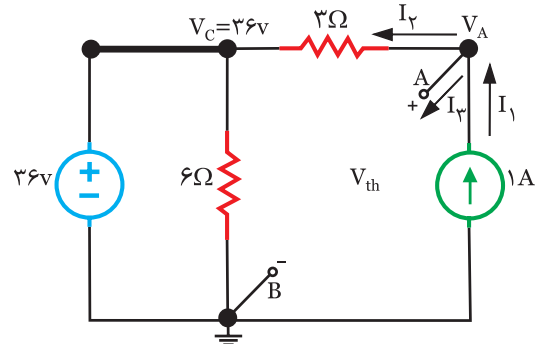
در مدار شکل (۱-۲۱۴) مطلوبست:

الف) مقادیر V_{th} و R_{th}

ب) رسم مدار معادل تونن

ج) ماکزیمم توان انتقالی به بار

- پتانسیل گره A مجهول است. جریان شاخه‌های آن را مشخص کنید و برای آن رابطه KCL بنویسید. شکل (۱-۲۱۷).



شکل (۱-۲۱۷)

$$\boxed{\text{KCLA}} \rightarrow -I_1 + \dots + \dots = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_y و I_3 را بدست آورید.

$$I_1 = \dots$$

$$I_y = \frac{V_A - \dots}{\dots} = \frac{-36}{\dots}$$

$$I_3 = \dots$$

- مقادیر جریان‌های I_1 ، I_y و I_3 را در رابطه KCL قرار

دهید.

$$\text{KCLA} \rightarrow -\dots + \frac{V_A - 36}{3} + 0 = 0$$

- مخرج مشترک بگیرید.

$$\frac{-3 + \dots - \dots + 0}{3} = 0$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید و V_A را

$$-3 + V_A - 36 + 0 = 0$$

بدست آورید.

$$V_A = 39[V]$$

- اختلاف پتانسیل دو پایانه A و B است با تعیین

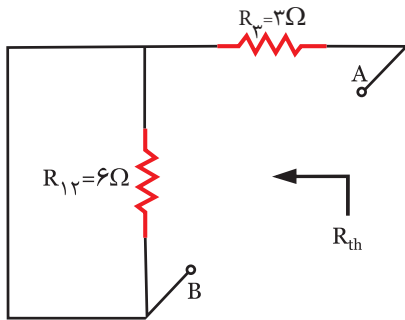
پتانسیل گره‌های A و B، ولتاژ تونن V_{th} بدست می‌آید.

$$V_{th} = +\dots - \dots$$

$$V_{th} = +39 - 0 = 39[V]$$

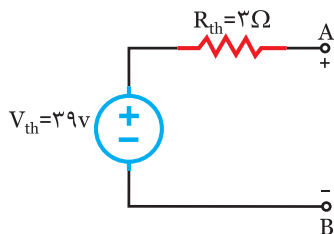
- منابع مدار شکل (۱-۲۱۵) را بی‌اثر کنید و مقاومت

معادل مدار R_{th} را بدست آورید. شکل (۱-۲۱۸).



شکل (۱-۲۱۸)

- با بی‌اثر شدن منبع ولتاژ مقاومت R_2 اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود. $R_{th} = 3\Omega$
- مدار معادل تونن را رسم کنید. شکل (۱-۲۱۹).



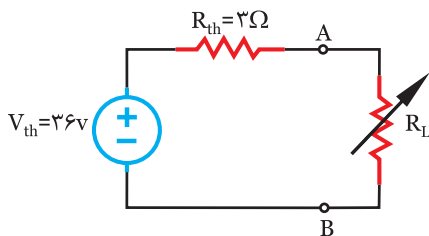
شکل (۱-۲۱۹)

- برای انتقال ماکزیمم توان به بار R_L باید:

$$R_L = \dots$$

- ماکزیمم توان انتقالی به بار را بدست آورید.

شکل (۱-۲۲۰)



شکل (۱-۲۲۰)

$$P_{\max} = \frac{\dots}{4 \dots}$$

$$P_{\max} = \frac{36}{\dots} = \dots [W]$$

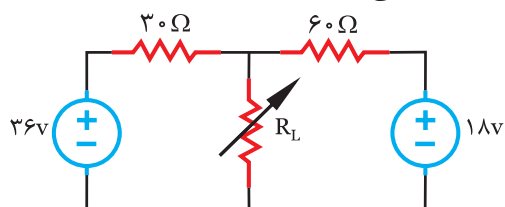


۱- در مدار شکل (۲۲۱-۱) مطلوبست:

الف) مقادير V_{th} و R_{th}

(ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار

(امتحان نهایی دیماه ۱۳۸۳)

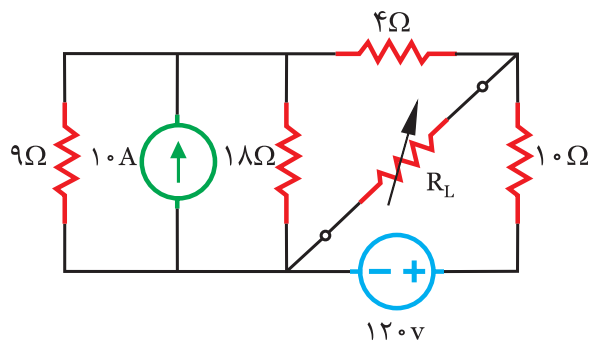


شكل (٢٢١-١)



۲- در مدار شکل (۲۲۲-۱) مقادیر R_{th} و V_{th} را محاسبه کرده و مدار معادل تونن را رسم کنید. ماکزیمم توان انتقالی به بار چند وات است؟

(امتحان نهایی خرداد ۱۳۸۴)



شکل (۲۲۲-۱)

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.[illegible]



۱- معادل تونن مدار بصورت یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت است.

☐ صحیح ☐ غلط

۲- جریان شاخه‌ای که انتهای آن باز است، صفر نمی‌باشد.

☐ صحیح ☐ غلط

۳- برای محاسبه مقاومت معادل مدار منابعی اثر می‌شوند.

☐ صحیح ☐ غلط

۴- انتقال ماکزیمم توان به بار را گویند.

۵- برای انتقال ماکزیمم توان به بار مقاومت بار باید با مقاومت برابر باشد.

۶- برای محاسبه ماکزیمم توان انتقالی به بار رابطه استفاده می‌شود.

☐ صحیح ☐ غلط

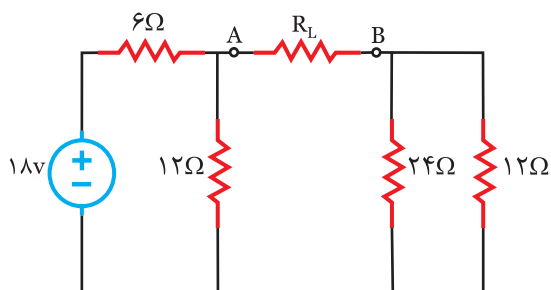
۷- در مدار شکل (۱-۲۲۳) مطلوبست:

الف) محاسبه V_{th} و R_{th} از دو پایانه A و B

ب) رسم مدار معادل تونن

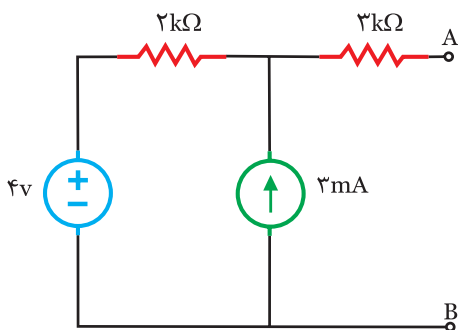
ج) تعیین R_L برای انتقال ماکزیمم توان

(امتحان نهایی دیماه ۱۳۸۴)



شکل (۱-۲۲۳)

۸- در مدار شکل (۱-۲۲۴) مطلوبست مدار معادل تونن از دو پایانه A و B (امتحان نهایی شهریور ۱۳۸۳)

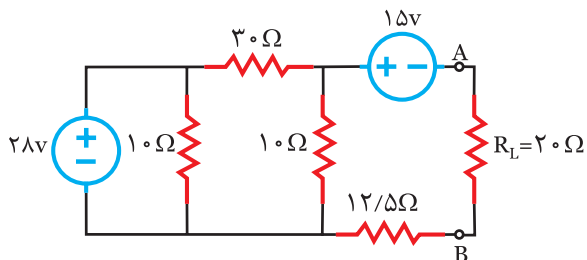


شکل (۱-۲۲۴)

۹- در مدار شکل (۱-۲۲۵) مطلوبست:

الف) V_{th} و R_{th} بین نقاط A و B

ب) با کمک مدار معادل تونن توان مصرفی R_L را محاسبه کنید. (امتحان نهایی دیماه ۱۳۸۶)



شکل (۱-۲۲۵)

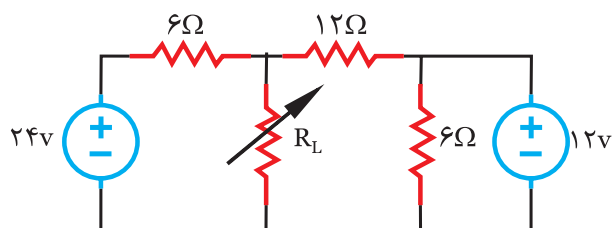
۱۰- در مدار شکل (۱-۲۲۶) مطلوبست:

الف) مقادیر V_{th} و R_{th} و رسم مدار معادل تونن

ب) R_L چقدر باشد تا ماکزیمم توان به آن انتقال یابد.

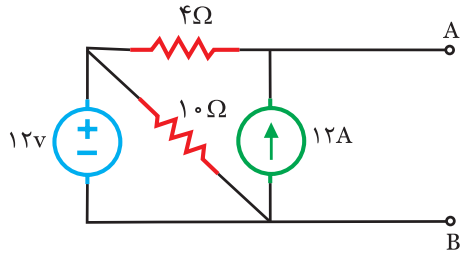
ج) محاسبه توان ماکزیمم بار

(امتحان نهایی خرداد ۸۷)



شکل (۱-۲۲۶)

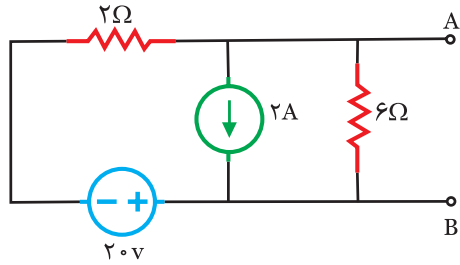
۱۱- مقاومت معادل تونن از دو پایانه A و B در مدار شکل (۱-۲۲۷) چند اهم است؟



شکل (۱-۲۲۷)

- الف) ۴
- ب) ۱۰
- ج) ۱۴
- د) ۲/۸۵

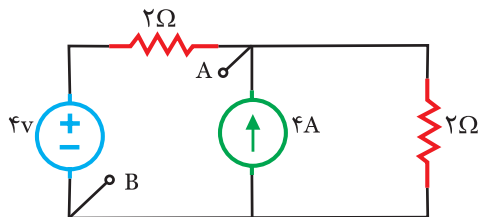
۱۲- مقاومت معادل R_{th} در شکل (۱-۲۲۸) چند اهم است؟



شکل (۱-۲۲۸)

- الف) ۱/۵
- ب) ۳
- ج) ۴
- د) ۸

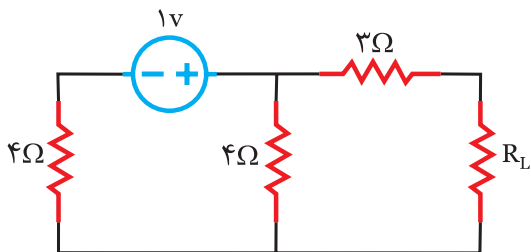
۱۳- ولتاژ تونن دو پایانه A و B در مدار شکل (۱-۲۲۹) چند ولت است؟



شکل (۱-۲۲۹)

- الف) ۴
- ب) ۶
- ج) ۸
- د) ۱۰

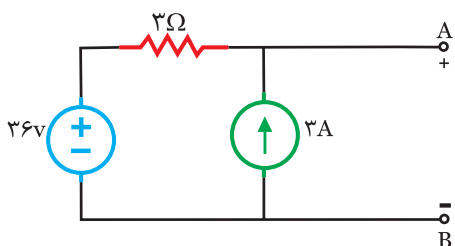
۱۴- ماکزیمم توانی که در مدار شکل (۱-۲۳۰) به بار R_L منتقل می‌شود به ازای R_L چند اهمی است؟



شکل (۱-۲۳۰)

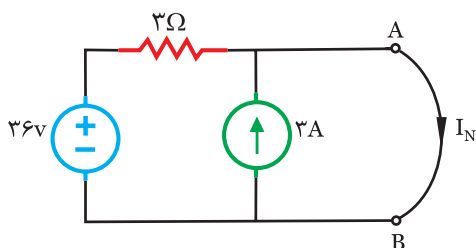
- الف) ۱/۲
- ب) ۲/۵
- ج) ۵
- د) ۷

پایانه‌های A و B با پلاریته دلخواه نشان داده خواهد شد. شکل (۱-۲۳۳).



شکل (۱-۲۳۳)

- دو پایانه‌ای که بار از آنجا باز شده است، اتصال کوتاه می‌شود و پس جریان عبوری از این اتصال کوتاه محاسبه می‌شود. این جریان که به جریان مدار اتصال کوتاه I_{SC} معروف است همان جریان معادل نورتن مدار I_N می‌باشد.

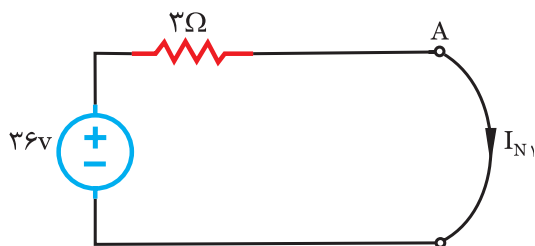


شکل (۱-۲۳۴)

- از آنجاییکه برای پایانه A پلاریته مثبت و برای پایانه B پلاریته منفی اختیار شده است لذا جهت جریان I_N از پایانه A به سمت پایانه B نشان داده می‌شود. شکل (۱-۲۳۴)

- با یکی از روش‌های حلقه، پتانسیل گره یا جمع آثار جریان نورتن مدار I_N محاسبه می‌شود. در این مثال روش جمع آثار انتخاب شده است.

- منبع جریان بی‌اثر می‌شود و اثر منبع ولتاژ بر جریان I_{N1} محاسبه می‌شود. شکل (۱-۲۳۵) این اثر I_{N1} نامیده شده است.



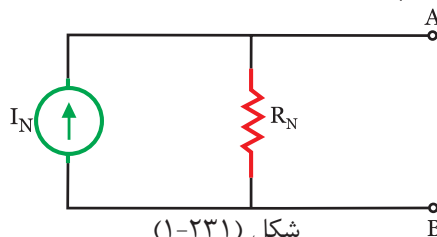
شکل (۱-۲۳۵)

$$I_{N1} = \frac{36}{3} = 12[A]$$

ب- تحلیل مدارهای الکتریکی به روش نورتن

در تحلیل مدارهای الکتریکی که دارای تعداد زیاد عناصر هستند اما هدف فقط بررسی کمیت‌های الکتریکی یک عنصر در مدار است، به کار می‌رود.

در روش نورتن عنصر مورد نظر «بار»^(۱) نامیده می‌شود و تمام عناصر مدار از دو سر بار بصورت یک منبع جریان واقعی معادل‌سازی خواهد شد و آن را «معادل نورتن مدار» می‌نامند. شکل (۱-۲۳۱).

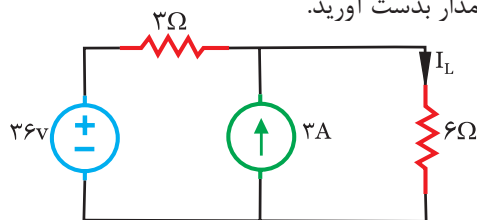


شکل (۱-۲۳۱)

در معادل نورتن مدار «جریان نورتن I_N »^(۲) جریان اتصال کوتاه دو نقطه‌ای است که بار از آنجا باز شده است. لذا آن را «جریان اتصال کوتاه مدار» نیز می‌نامند. «مقاومت معادل مدار R_N »^(۳) مقاومت معادل کل مدار از دو نقطه‌ای است که بار از آنجا باز شده است و تمام منابع بی‌اثر شده‌اند. در واقع مقاومت‌های معادل تونن و نوتن یکی هستند ($R_N = R_{th}$).

مثال ۲۱

در مدار شکل (۱-۲۳۲) جریان I_L را با استفاده از معادل نورتن مدار بدست آورید.



شکل (۱-۲۳۲)

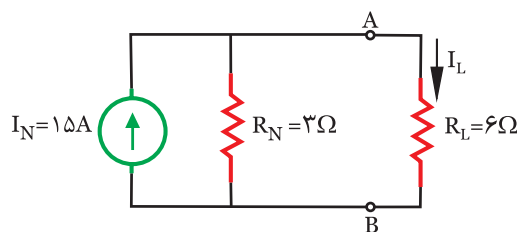
- I_L جریان مقاومت 6Ω است لذا آن «بار» نامیده می‌شود و با R_L نشان داده خواهد شد.

- مقاومت بار R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با

۱. Load

۳. R_N – Resistance Norton

۲. I_N – Current Norton



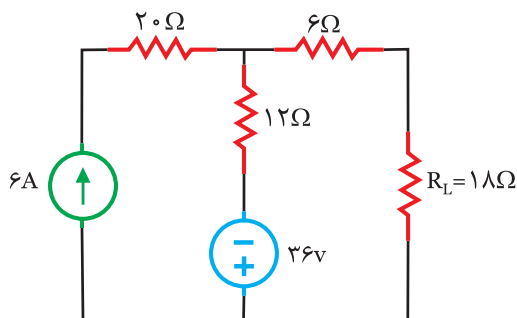
شکل (۱-۲۳۹)

$$I_L = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L}$$

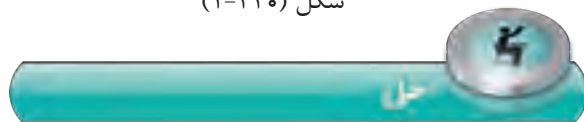
$$I_L = 15 \times \frac{3}{3 + 6} = 5 \text{ [A]}$$



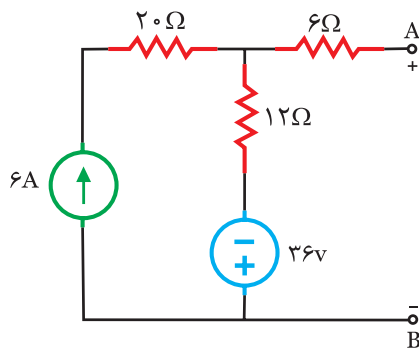
در مدار شکل (۱-۲۴۰) توان در مقاومت R_L را با استفاده از معادل نورتن مدار بدست آورید.



شکل (۱-۲۴۰)

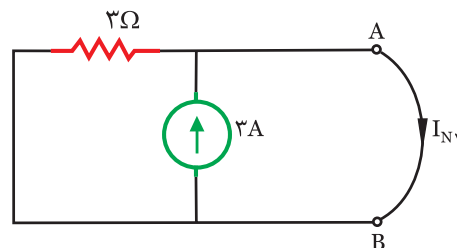


- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید و سرهای آن را با پایانه‌های A و B نشان دهید. شکل (۱-۲۴۱).



شکل (۱-۲۴۱)

- منبع ولتاژ بی‌اثر می‌شود و اثر منبع جریان بر جریان I_N محاسبه می‌شود. شکل (۱-۲۳۶). این اثر I_{N2} نامیده شده است.



شکل (۱-۲۳۶)

- با اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B مقاومت 3Ω حذف می‌شود و تمام جریان منبع جریان از محل اتصال کوتاه می‌گذرد. لذا:

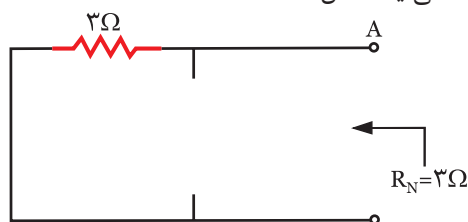
$$I_{N2} = 3 \text{ [A]}$$

- با جمع آثار I_{N1} و I_{N2} جریان I_N بدست می‌آید.

$$I_N = I_{N1} + I_{N2}$$

$$I_N = 12 + 3 = 15 \text{ [A]}$$

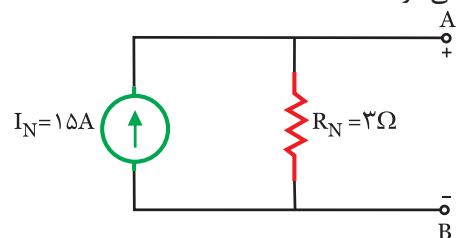
- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_N منابع مدار شکل (۱-۲۳۳) بی‌اثر می‌شوند و مقاومت کل مدار از پایانه‌های A و B بدست می‌آید. شکل (۱-۲۳۷).



شکل (۱-۲۳۷)

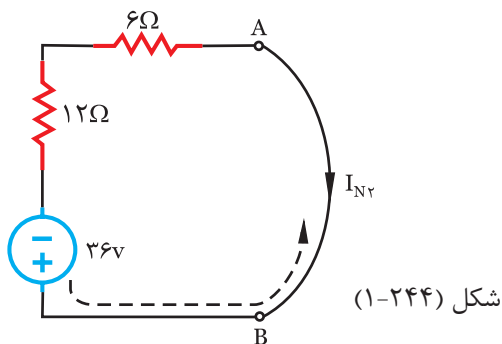
- معادل نورتن مدار به صورت شکل (۱-۲۳۸) رسم می‌شود.

- جهت منبع جریان بسمت پایانه با پلاریته مثبت انتخاب می‌شود.



شکل (۱-۲۳۸)

- مقاومت بار R_L به معادل تونن مدار وصل می‌شود و با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی، جریان I_L بدست می‌آید. شکل (۱-۲۳۹).

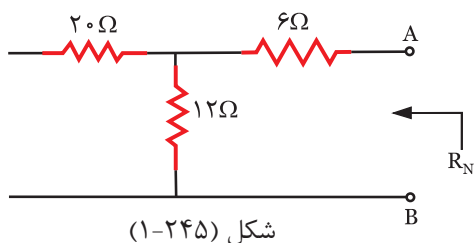


- با جمع آثار I_{N1} و I_{N2} جریان I_N را بدست آورید.

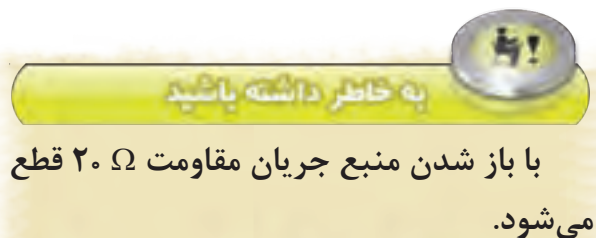
$$I_N = +\dots\dots\dots -\dots\dots\dots = 2[A]$$

- منابع مدار را بی‌اثر کنید و مقاومت معادل مدار R_N را

بدست آورید. شکل (۱-۲۴۵).



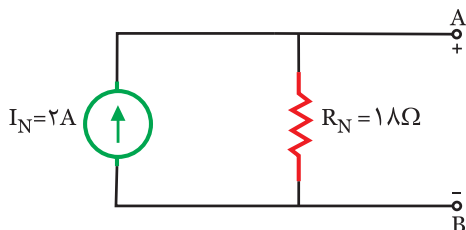
$$R_n = 12 + 6 = 18 \Omega$$



- معادل نورتن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۲۴۶).

- جهت جریان منبع را بسمت پایانه A که پلاریته مثبت

برای آن اختیار کرده‌اید، نشان دهید.



شکل (۱-۲۴۶)

- مقاومت بار R_L را به معادل نورتن مدار وصل کنید

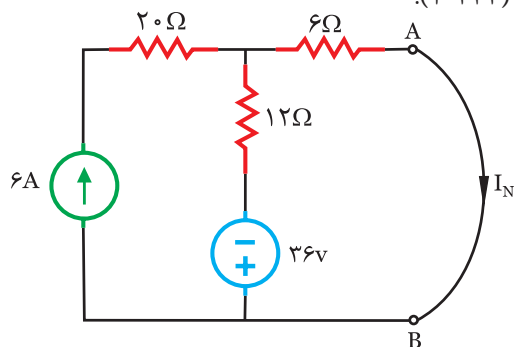
و پس از محاسبه جریان توان مقاومت R_L را بدست آورید.

شکل (۱-۲۴۷).

- پایانه‌های A و B را اتصال کوتاه کنید. جریان این اتصال

کوتاه را I_N بنامید و با روش جمع آثار آن را محاسبه کنید.

شکل (۱-۲۴۲).



شکل (۱-۲۴۲)

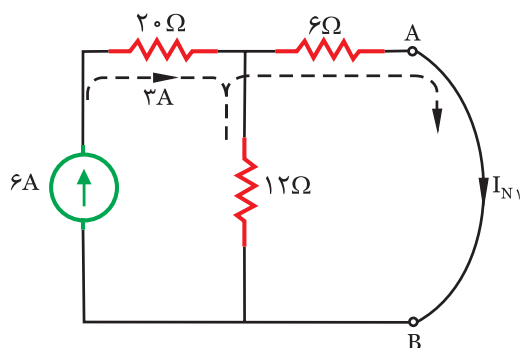
- چون پلاریته پایانه A مثبت و پایانه B منفی اختیار

شده است جهت جریان I_N را از پایانه A بسمت پایانه B نشان

دهید.

- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید و اثر منبع جریان بر جریان I_N

را محاسبه کنید. این اثر را I_{N1} بنامید. شکل (۱-۲۴۳).



شکل (۱-۲۴۳)

- جریان منبع جریان بین مقاومت 6Ω و 12Ω تقسیم

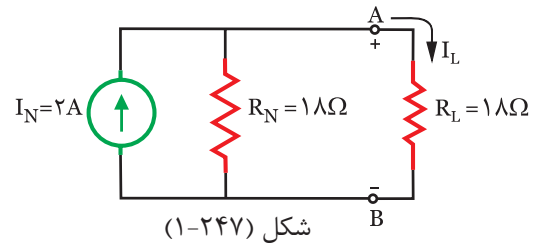
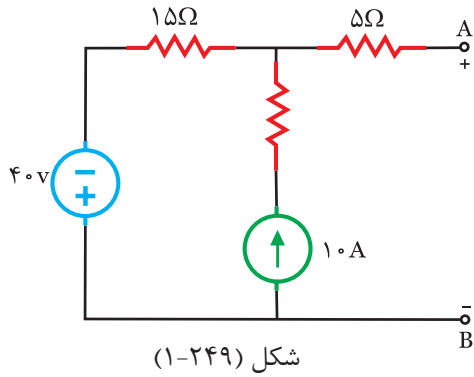
می‌شود. رابطه تقسیم جریان بنویسید و I_{N1} را بدست آورید.

$$I_{N1} = 6 \times \frac{12}{12 + 6} = 4[A]$$

- منبع جریان را بی‌اثر کنید و اثر منبع ولتاژ بر جریان

I_N را محاسبه کنید. این اثر را I_{N2} بنامید. شکل (۱-۲۴۴).

۲- معادل نورتن مدار شکل (۱-۲۴۹) را بدست آورید.



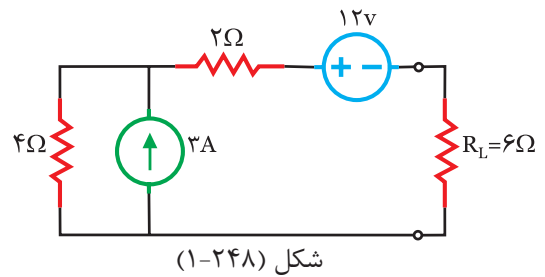
$$I_L = I_N \frac{R_N}{R_L + R_N} = \dots\dots\dots$$

۱- در مدار شکل شکل (۱-۲۴۸) مطلوبست:

الف) تعیین I_N و R_N بین پایانه‌های A و B

ب) رسم معادل نورتن مدار

ج) محاسبه جریان I_L با معادل نورتن مدار

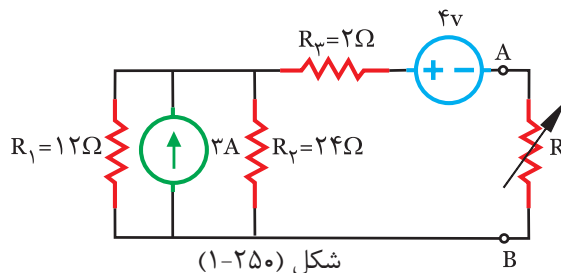


در مدار شکل (۱-۲۵۰) مطلوبست:

الف) تعیین R_N و I_N

ب) رسم مدار معادل نورتن

ج) حداکثر توان که مقاومت R_L جذب می کند.

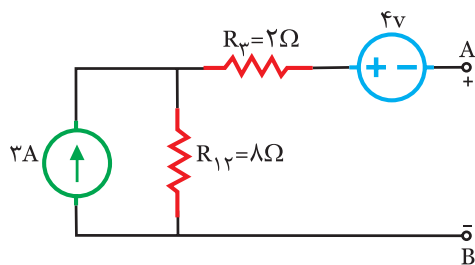


- مقاومت های R_1 و R_2 موازی هستند. معادل آنها

محاسبه و سپس جایگزین می شود تا شکل مدار ساده تر شود.

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \times 24}{12 + 24} = 8 [\Omega]$$

- مقاومت R_L از مدار جدا می شود. شکل (۱-۲۵۱).

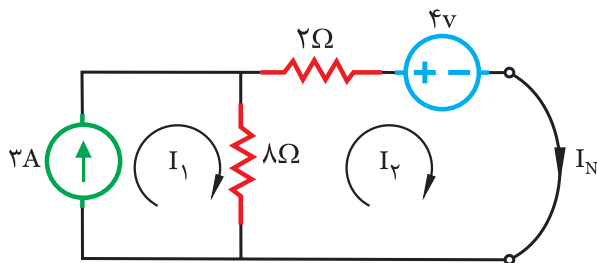


شکل (۱-۲۵۱)

- پایانه های A و B اتصال کوتاه می شود. جریان اتصال

کوتاه با I_N نشان داده می شود و با روش حلقه محاسبه می شود.

شکل (۱-۲۵۲).



شکل (۱-۲۵۲)

- حلقه I_1 از منبع جریان ۳A می گذرد لذا

$$I_1 = +3 [A]$$

- با برای حلقه I_2 رابطه KVL نوشته می شود تا I_2

$$KLV2) 8(I_1 - I_2) + 2I_2 - 4 = 0 \quad \text{محاسبه شود.}$$

$$KLV2) + 8I_1 - 8I_2 + 2I_2 - 4 = 0$$

- معادله KVL2 ساده می شود.

$$-8I_1 + 10I_2 + 4 = 0$$

- مقدار $I_2 = 3A$ جایگزین می شود و جریان حلقه I_2

$$-8(3) + 10I_2 + 4 = 0 \quad \text{بدست می آید.}$$

$$10I_2 = 20$$

$$I_2 = \frac{20}{10} = 2 [A]$$

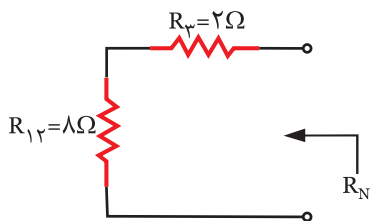
- از جریان I_N حلقه I_2 عبور می کند لذا:

$$I_N = I_2 = 2 [A]$$

- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_N منابع مدار

شکل (۱-۲۵۱) بی اثر می شود و مقاومت کل مدار از پایانه های

A و B بدست می آید. شکل (۱-۲۵۳).



شکل (۱-۲۵۳)

-مقاومت کل مدار R_N از سری شدن R_3 و R_{12} بدست

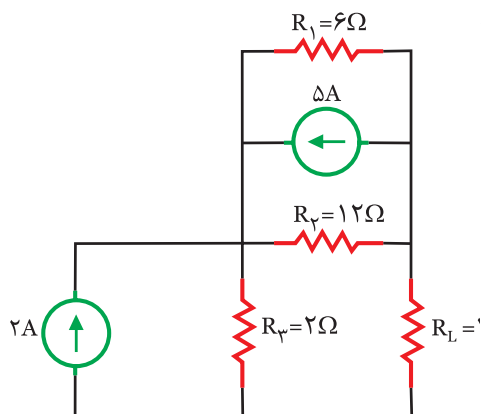
$$R_N = R_{12} + R_3 \quad \text{می آید.}$$

$$R_N = 8 + 2 = 10 [\Omega]$$

فعالیت ۲۳

با معادل نورتن مدار شکل (۱-۲۵۶) جریان I_L را بدست

آورید.



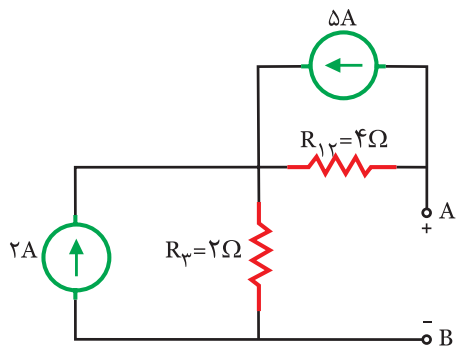
شکل (۱-۲۵۶)

- مقاومت‌های R_1 و R_P موازی هستند، معادل آن‌ها را محاسبه کنید و سپس جایگزین نمایید تا مدار ساده‌تر شود.

$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_P}{R_1 + R_P} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4[\Omega]$$

- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید دو سر آن را با پایانه‌های

A و B نشان دهید. شکل (۱-۲۵۷).



شکل (۱-۲۵۷)

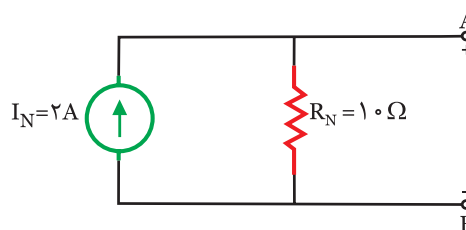
- پایانه‌های A و B را اتصال کوتاه کنید. جریان اتصال

کوتاه را با I_N نشان دهید و با روش حلقه آن را محاسبه کنید.

شکل (۱-۲۵۸).

- معادل نورتن مدار بصورت شکل (۱-۲۵۴) رسم

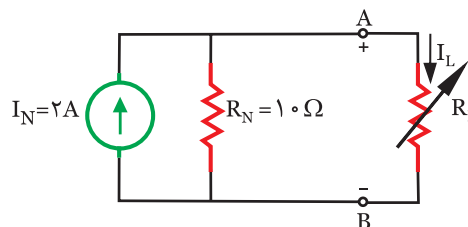
می‌شود.



شکل (۱-۲۵۴)

- مقاومت R_L به معادل نورتن مدار وصل می‌شود.

شکل (۱-۲۵۵).



شکل (۱-۲۵۵)

به خاطر داشته باشید

زمانی ماکزیمم توان به بار منتقل می‌شود

که مقاومت بار با مقاومت معادل مدار برابر باشد

یعنی: $R_L = R_N$

- برای محاسبه ماکزیمم توان بار $R_L = R_N$ قرار داده

می‌شود با محاسبه جریان بار I_L ، توان محاسبه خواهد شد.

$$R_N = R_L = 10[\Omega]$$

- با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_L بدست

می‌آید.

$$I_L = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L}$$

$$I_L = 2 \times \frac{10}{10 + 10} = 1[\text{A}]$$

- توان ماکزیمم بار محاسبه می‌شود.

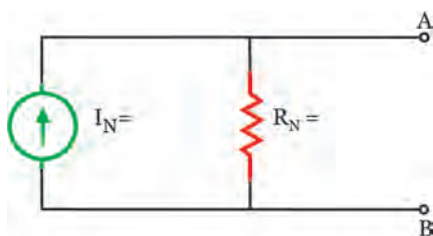
$$P = R_L \times (I_L)^2$$

$$P = 10 \times (1)^2 = 10\text{W}$$

- مقاومت‌های R_p و R_N با یکدیگر هستند لذا:

$$R_N = \dots + \dots = 6[\Omega]$$

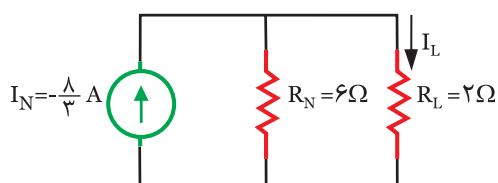
- معادل نورتن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۲۶۰).



شکل (۱-۲۶۰)

- مقاومت R_L را به معادل نورتن مدار متصل کنید و I_L

را بدست آورید. شکل (۱-۲۶۱).



شکل (۱-۲۶۱)

- رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی را

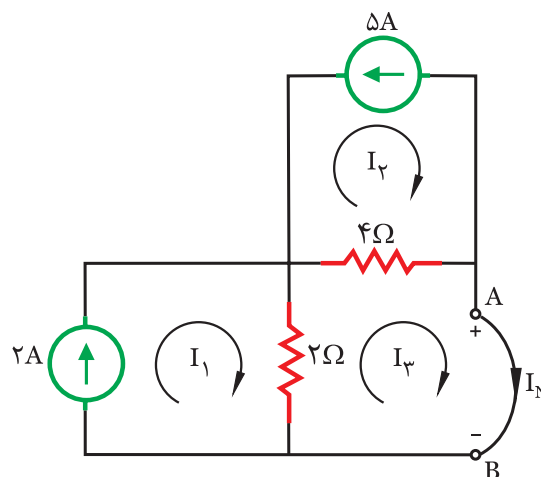
بنویسید.

$$I_L = \dots \times \frac{\dots}{R_L + R_N}$$

$$I_L = \left(-\frac{8}{3}\right) \times \frac{6}{\dots + \dots} = -2[A]$$

به خاطر داشته باشید

علامت منفی نشان می‌دهد جریان در مقاومت R_L بر خلاف جهت I_L است.



شکل (۱-۲۵۸)

- حلقه I_1 از منبع جریان ۲A و حلقه I_2 از منبع جریان

۵A می‌گذرند لذا:

$$I_1 = +\dots$$

$$I_2 = -\dots$$

- جریان حلقه I_3 مجهول است برای آن رابطه KVL

بنویسید.

$$\text{KVL} \rightarrow 2(I_3 - \dots) + 4(\dots - I_2) = 0$$

- معادله KVL۳ را ساده کنید.

$$- \dots I_1 - \dots I_2 + \dots I_3 = 0$$

- مقادیر I_1 و I_2 را جایگزین کنید و جریان حلقه I_3 را

بدست آورید.

$$- \dots + \dots + 6I_3 = 0$$

$$6I_3 = -16$$

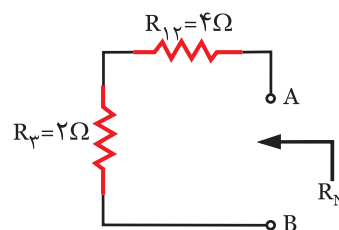
$$I_3 = \frac{\dots}{\dots} = -\frac{8}{3}[A]$$

- از جریان I_N حلقه I_3 عبور می‌کند لذا:

$$I_N = \dots = -\frac{8}{3}$$

- منابع مدار شکل (۱-۲۵۷) را بی‌اثر کنید و مقاومت کل

مدار را از پایانه‌های A و B بدست آورید. شکل (۱-۲۵۹).



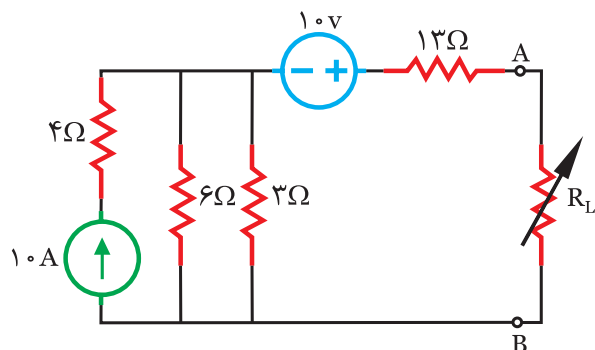
شکل (۱-۲۵۹)

مدرس

الف) I_N و R_N از دو پایانه A و B

مقاومت ۳ را بدست آورید.

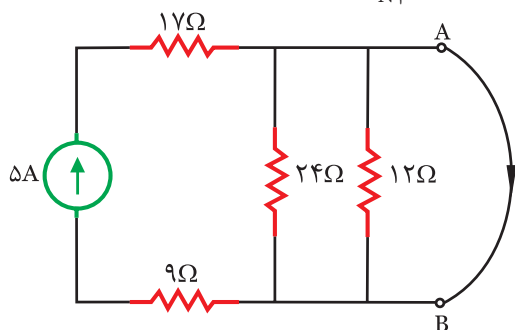
جبل



شکل (۲۶۳-۱)

4

- منبع ولتاژی اثر می‌شود و اثر منبع جریان بر I_N محاسبه می‌شود این اثر I_{N1} نامیده شده است. شکل (۱-۲۶۷).

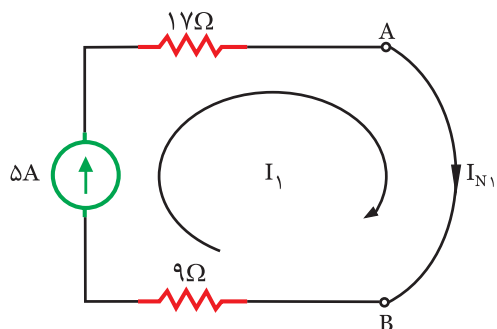


شکل (۱-۲۶۷)

به خاطر داشته باشید

با اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B مقاومت‌هایی که به این دو پایانه متصل شده‌اند، اتصال کوتاه می‌شوند و حذف خواهند شد.

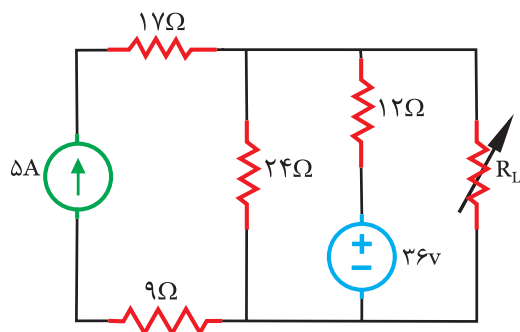
- مقاومت‌های 12Ω و 24Ω در اثر اتصال کوتاه شده پایانه‌های A و B حذف می‌شوند.



شکل (۱-۲۶۸)

مثال ۲۳

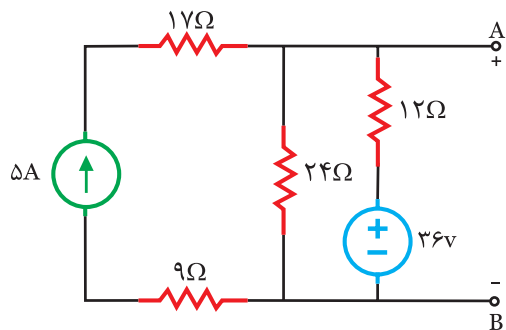
با استفاده از معادل نورتن مدار شکل (۱-۲۶۴) ماکزیمم توانی که مقاومت R_L مصرف می‌کند را بدست آورید.



شکل (۱-۲۶۴)

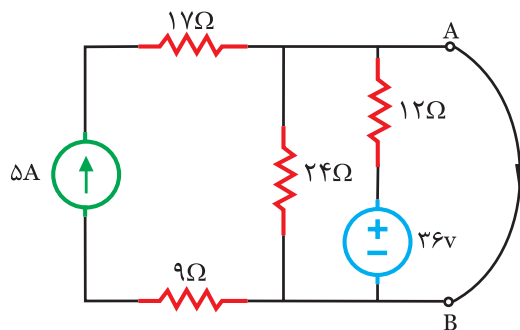
حل

- حل مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود و سرهای آن با پایانه‌های A و B نشان داده می‌شود. شکل (۱-۲۶۵).

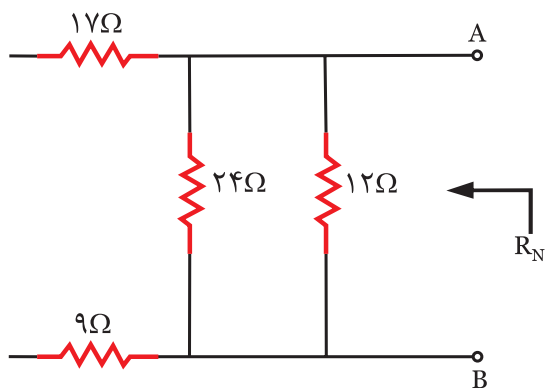


شکل (۱-۲۶۵)

- پایانه‌های A و B اتصال کوتاه می‌شود. جریان اتصال کوتاه با I_N نشان داده خواهد شد و با روش جمع آثار محاسبه می‌شود. شکل (۱-۲۶۶).



شکل (۱-۲۶۶)

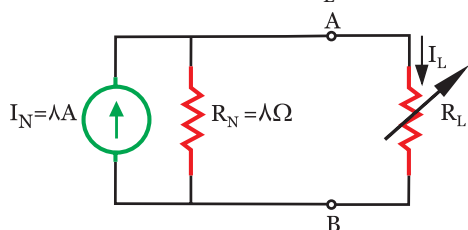


شکل (۱-۲۷۱)

- مقاومت‌های 17Ω و 9Ω در اثر باز شدن منبع جریان قطع می‌شوند لذا R_N از موازی شدن مقاومت‌های 12Ω و 24Ω بدست می‌آید.

$$R_N = \frac{12 \times 24}{12 + 24} = 8[\Omega]$$

- معادل نورتن مدار به صورت شکل (۱-۲۷۲) رسم می‌شود و مقاومت بار R_L به آن متصل می‌شود.



شکل (۱-۲۷۲)

- شرط انتقال ماکزیمم توان به بار R_L این است که:

$$R_N = R_L = 8[\Omega]$$

- با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_L بدست می‌آید.

$$I_L = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L}$$

$$I_L = 8 \times \frac{8}{8 + 8} = 4[A]$$

- توان مقاومت بار R_L محاسبه می‌شود.

$$P = R_L I_L^2$$

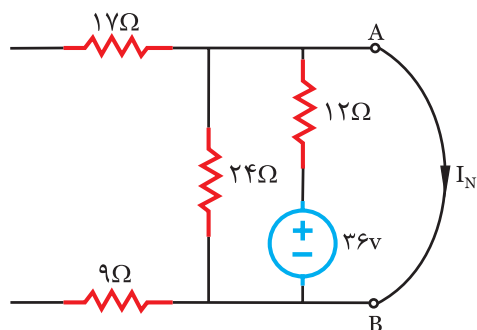
$$I_L = 8 \times (4)^2 = 128[\Omega]$$

- مدار دارای یک حلقه می‌شود که دارای منبع جریان است.

$$I_1 = 5[A]$$

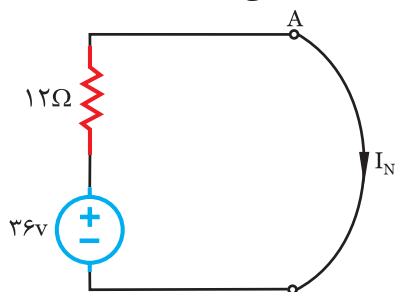
$$I_{N1} = I_1 = 5[A]$$

- منبع جریان بی‌اثر می‌شود و اثر منبع ولتاژ بر جریان I_N محاسبه می‌شود این اثر I_{N2} نامیده می‌شود. شکل (۱-۲۶۹).



شکل (۱-۲۶۹)

- با باز شدن منبع جریان مقاومت‌های 17Ω و 9Ω قطع می‌شوند و مقاومت 24Ω نیز در اثر اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B حذف می‌شود. شکل (۱-۲۷۰).



شکل (۱-۲۷۰)

$$I_{N2} = \frac{36}{12} = 3[A]$$

- با جمع آثار I_{N1} و I_{N2} جریان I_N بدست می‌آید.

$$I_N = I_{N1} + I_{N2}$$

$$I_N = 5 + 3 = 8[A]$$

- برای محاسبه مقاومت معادل مدار R_N منابع مدار شکل (۱-۲۶۵) بی‌اثر می‌شوند و مقاوم کل مدار از پایانه‌های A و B بدست می‌آید. شکل (۱-۲۷۱).



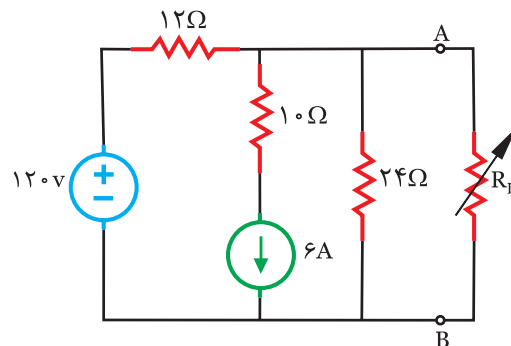
فعالیت ۲۴

در مدار شکل (۱-۲۷۳) با استفاده از روش نورتن:

الف) مقدار R_L را طوری بدست آورید که ماکزیمم توان

به بار منتقل شود.

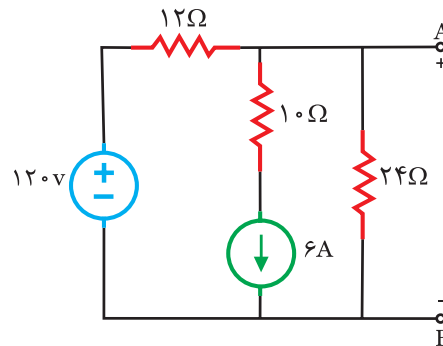
ب) در این حالت توان بار را بدست آورید.



شکل (۱-۲۷۳)



- مقاومت R_L را از مدار جدا کنید. شکل (۱-۲۷۴).

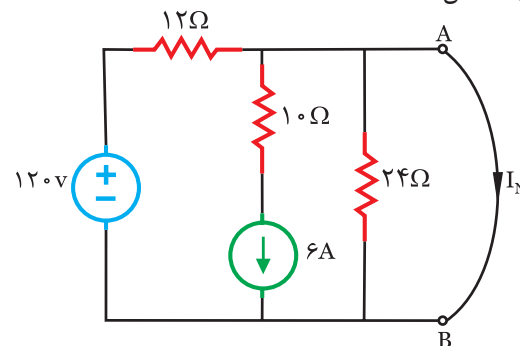


شکل (۱-۲۷۴)

- پایانه‌های A و B را اتصال کوتاه کنید. جریان اتصال

کوتاه را با I_N نشان دهید و با روش جمع آثار آن را محاسبه

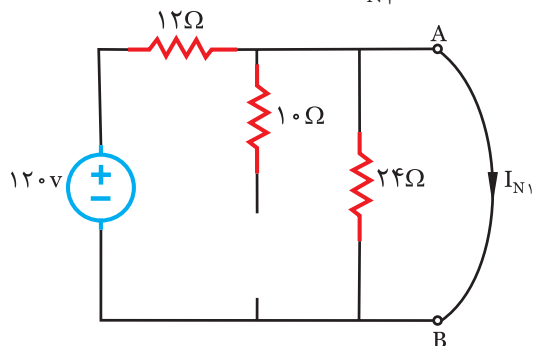
کنید. شکل (۱-۲۷۵).



شکل (۱-۲۷۵)

- منبع جریان را بی‌اثر کنید و اثر منبع ولتاژ بر جریان I_N

را بیابید این اثر را I_{N1} بنامید. شکل (۱-۲۷۶).

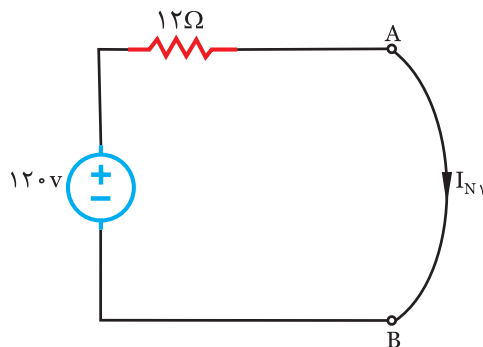


شکل (۱-۲۷۶)

- با اتصال کوتاه شدن پایانه‌های A و B مقاومت 24Ω

..... و با باز شدن منبع جریان مقاومت 10Ω

می‌شود لذا مدار به شکل (۱-۲۷۷) در می‌آید.



شکل (۱-۲۷۷)

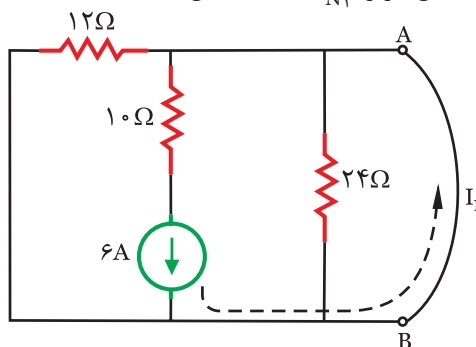
- با قانون اهم جریان I_{N1} را بدست آورید.

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{جریان}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_{N1} = \frac{120}{12} = 10 \text{ [A]}$$

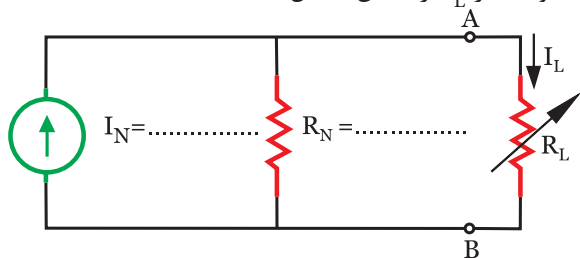
- منبع ولتاژ را بی‌اثر کنید و اثر منبع جریان بر جریان I_N

را بیابید. این اثر را I_{N2} بنامید. شکل (۱-۲۷۸).



شکل (۱-۲۷۸)

- معادل نورتن مدار را رسم کنید. شکل (۱-۲۸۲) و مقاومت بار R_L را به آن متصل نمایید.



شکل (۱-۲۸۲)

- شرط انتقال ماکزیمم توان به بار این است که:

$$R_L = \dots\dots\dots [\Omega]$$

- با رابطه تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی I_L را بدست آورید.

$$I_L = \frac{R_N}{\dots + \dots}$$

$$I_L = 4 \times \frac{\dots}{\dots + \dots} = 2 [A]$$

- توان مقاومت بار R_L را بدست آورید.

$$\text{توان} = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

$$P = R_L I_L^2$$

$$P = 4 \times (2)^2 = 16 [W]$$



۱- در مدار شکل (۱-۲۸۳) مطلوبست:

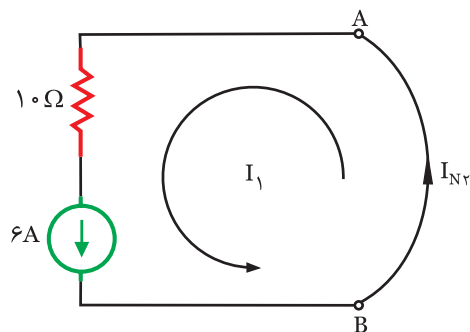
الف) مقادیر R_N و I_N

ب) رسم مدار معادل نورتن

ج) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L

(امتحان نهایی خرداد ۸۳)

- مقاومت‌های 12Ω و 24Ω به دو پایانه A و B اتصال پیدا کرده‌اند لذا در اثر اتصال کوتاه پایانه‌های A و B این دو مقاومت می‌شوند. و مدار به شکل (۱-۲۷۹) درمی‌آید.



شکل (۱-۲۷۹)

- مدار دارای یک حلقه می‌شود.

$$I_1 = \dots\dots\dots$$

$$I_{N2} = \dots\dots\dots = 6 [A]$$

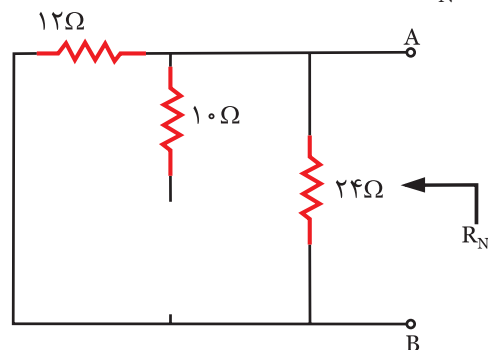
- با جمع آثار I_{N1} و I_{N2} جریان I_N را بدست آورید.

$$I_N = + \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

$$I_N = + 10 - 6 = 4 [A]$$

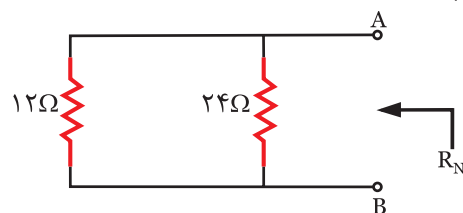
- منابع مدار شکل (۱-۲۷۴) را بی‌اثر کنید و مقاومت

معادل مدار R_N را بدست آورید. شکل (۱-۲۸۰).



شکل (۱-۲۸۰)

- با بی‌اثر شدن منابع مقاومت 10Ω اهمی و مقاومت‌های 24Ω و 12Ω با یکدیگر می‌شود. شکل (۱-۲۸۱).

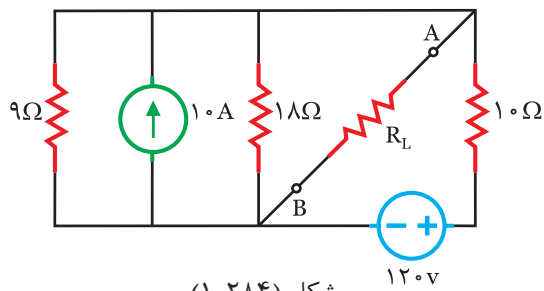


شکل (۱-۲۸۱)

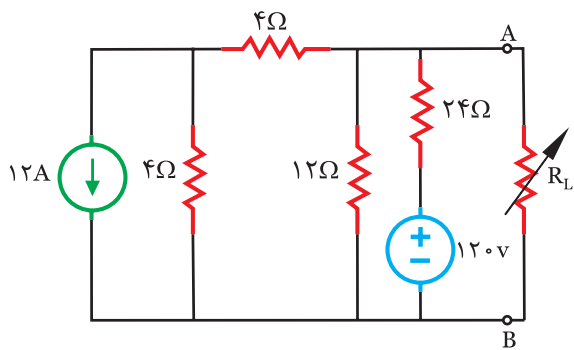
۲- در مدار شکل (۲۸۴-۱) مطلوبست:

الف) مقادير I_N و R_N

(ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L



شكل (٢٨٤-١)



شكل (٢٨٣-١)





۱- معادل نورتن مدار بصورت یک منبع جریان موازی با یک مقاومت است.

☐ غلط

☐ صحیح

۲- جریان شاخه‌ای که انتهای آن باز است، صفر می‌باشد.

☐ غلط

☐ صحیح

۳- برای محاسبه مقاومت معادل مدار منابع ولتاژ بی‌اثر می‌شوند.

☐ غلط

☐ صحیح

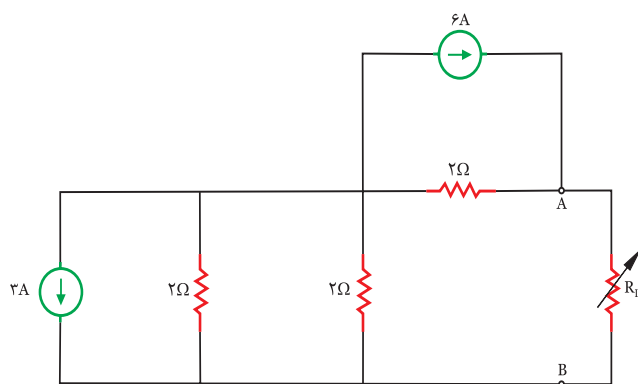
۴- برای انتقال ماکزیمم توان به بار مقاومت باید با مقاومت برابر باشد.

۵- در مدار شکل (۱-۲۸۵) مطلوبست:

الف) محاسبه مقاومت و جریان نورتن (I_N و R_N)

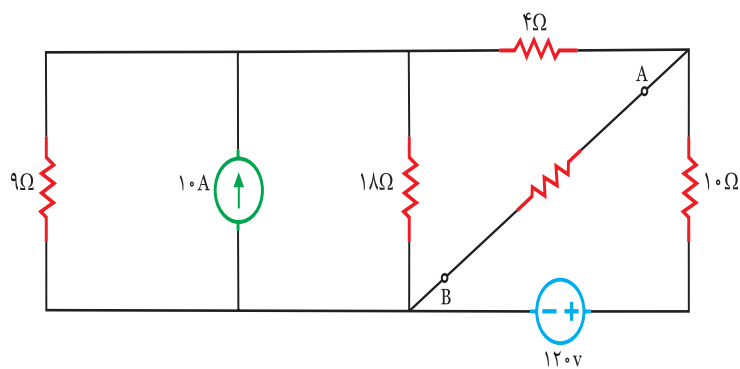
ب) رسم مدار معادل نورتن

(امتحان نهایی شهریور ۸۴)



شکل (۱-۲۸۵)

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	



۶- در مدار شکل (۱-۲۸۶) مطلوبست:

الف) مقادیر I_N و R_N

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار R_L

شکل (۱-۲۸۶)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

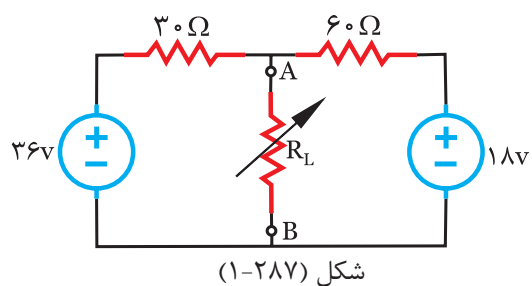
.....

.....

.....

.....

.....



شکل (۱-۲۸۷)

۷- در مدار شکل (۱-۲۸۷) مطلوبست:

الف) مقادیر I_N و R_N

ب) ماکزیمم توان انتقالی به بار

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

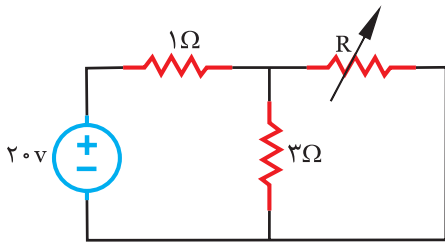
.....

.....

.....

.....

۸- در مدار شکل (۱-۲۸۸) حداکثر توانی که مقاومت R دریافت کند، چند وات است؟



شکل (۱-۲۸۸)

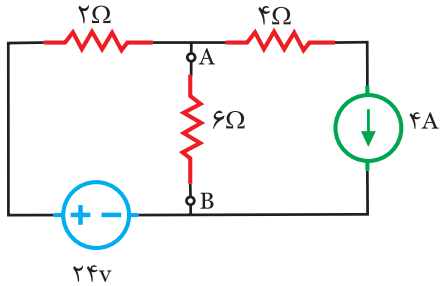
الف) ۲۰۰

ب) ۱۲۰

ج) ۱۰۰

د) ۵۰

۹- در مدار شکل (۱-۲۸۹) R_N و I_N به ترتیب کدام است؟



شکل (۱-۲۸۹)

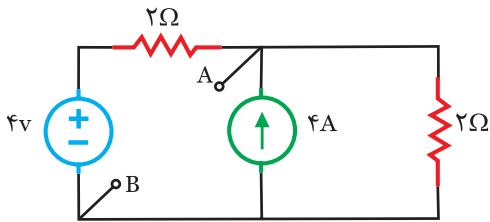
الف) $4A$, $\frac{6}{8}\Omega$

ب) $8A$, $\frac{8}{6}\Omega$

ج) $12A$, $\frac{8}{6}\Omega$

د) $16A$, $\frac{6}{8}\Omega$

۱۰- در مدار شکل (۱-۲۹۰) جریان معادل نورتن دو پایانه A و B چند آمپر است؟



شکل (۱-۲۹۰)

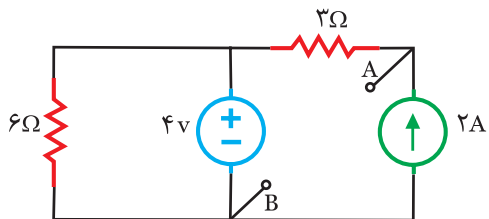
الف) ۱

ب) ۲

ج) ۴

د) ۶

۱۱- مقاومت معادل R_N شکل (۱-۲۹۱) چند اهم است؟



شکل (۱-۲۹۱)

الف) ۲

ب) ۹

ج) ۶

د) ۳

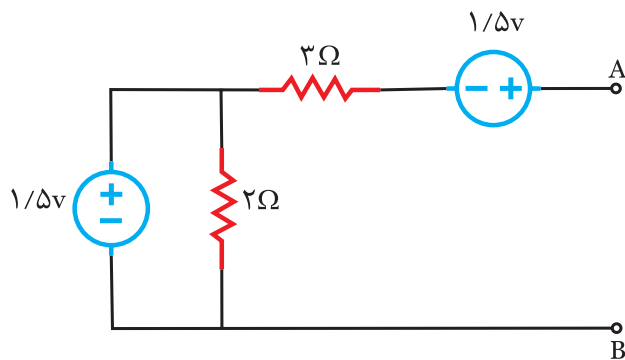
۱۲- جریان نورتن مدار شکل (۱-۲۹۲) چند آمپر است؟

الف) ۱

ب) $1/5$

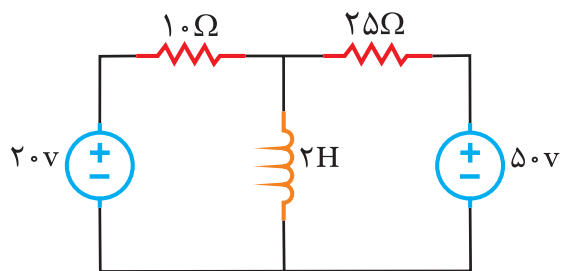
ج) ۳

د) $5/5$



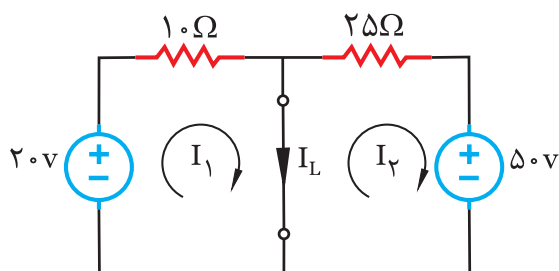
شکل (۱-۲۹۲)

مدار شکل (۱-۲۹۵) در حالت پایدار است. انرژی ذخیره شده در سلف چند ژول است.



شکل (۱-۲۹۵)

در حالت پایدار سلف بصورت اتصال کوتاه عمل می‌کند. با محاسبه جریان آن، انرژی ذخیره شده در سلف محاسبه می‌شود. برای محاسبه جریان سلف روش حلقه انتخاب شده است. شکل (۱-۲۹۶).



شکل (۱-۲۹۶)

روابط KVL برای حلقه‌های I_1 و I_2 نوشته می‌شود.

$$\text{KVL} \rightarrow -20 + 10I_1 = 0$$

$$10I_1 = 20$$

$$I_1 = \frac{20}{10} = 2 \text{ [A]}$$

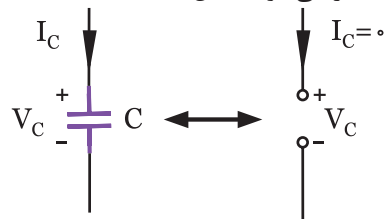
$$\text{KVL} \rightarrow +50 + 25I_2 = 0$$

$$25I_2 = -50$$

$$I_2 = \frac{-50}{25} = -2 \text{ [A]}$$

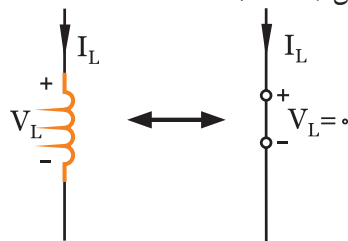
۱-۸- مدارهای شامل سلف و خازن در حالت ماندگار

مدارهای الکتریکی شامل سلف و خازن پس از اتصال به منابع جریان مستقیم بعد از گذشت ۵ ثابت زمانی به حالت پایدار یا ماندگار می‌رسند. در حالت پایدار یا ماندگار خازن قطع می‌شود و همانند یک کلید باز عمل می‌نماید و جریان عبوری از آن صفر می‌شود. شکل (۱-۲۹۳).



شکل (۱-۲۹۳)

در حالت پایدار یا ماندگار سلف اتصال کوتاه می‌شود و همانند یک کلید بسته عمل می‌نماید و ولتاژ دو سر آن صفر می‌شود. شکل (۱-۲۹۴).



شکل (۱-۲۹۴)

پس از اینکه سلف و خازن به حالت پایدار یا ماندگار رسیدند بیشترین انرژی الکتریکی در آن‌ها ذخیره می‌شود. بیشترین انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه:

$$W_C = \frac{1}{2} CV_C^2 \quad \text{و در سلف از رابطه:}$$

$$W_L = \frac{1}{2} LI_L^2 \quad \text{بدست می‌آید. در این روابط:}$$

W_C بیشترین انرژی ذخیره شده در خازن بر حسب ژول [J]

C ظرفیت خازن بر حسب فاراد [F]

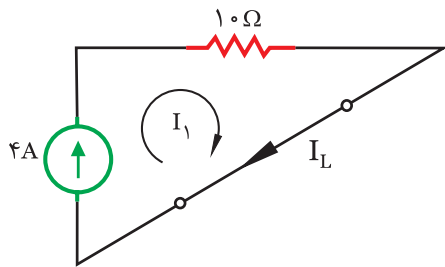
V_C ولتاژ دو سر خازن در حالت پایدار بر حسب [V]

W_L بیشترین انرژی ذخیره شده در سلف بر حسب ژول [J]

L ضریب خودالقایی سلف بر حسب هنری [H]

I_L جریان سلف در حالت پایدار بر حسب آمپر [A]

- با اتصال کوتاه شدن سلف مقاومت ۲۰ اهمی
می شود لذا مدار به شکل (۱-۲۹۹) در می آید.



شکل (۱-۲۹۹)

- با روش حلقه I_L را بدست آورید.

$$I_1 = \dots [A]$$

$$I_L = I_1 = \dots$$

- انرژی سلف را بدست آورید.

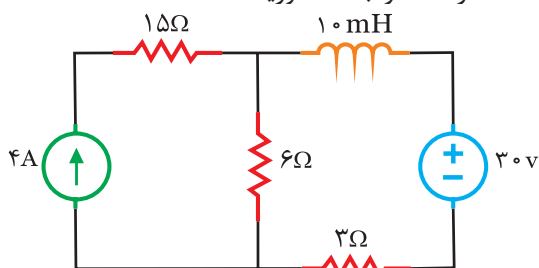
$$W_L = \frac{1}{2} \dots$$

$$W_L = \frac{1}{2} (2)(4)^2 = 16 [mj]$$



۱- مدار شکل (۱-۳۰۰) در حالت پایدار است، انرژی

ذخیره شده در سلف را بدست آورید.



شکل (۱-۳۰۰)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- از I_L حلقه های I_1 و I_2 می گذرند.

$$I_L = I_1 - I_2$$

$$I_L = 2 - (-2) = 4 [A]$$

- انرژی ذخیره شده در سلف بدست می آید.

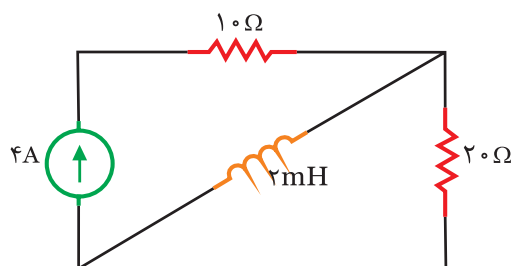
$$W_L = \frac{1}{2} L I_L^2$$

$$W_L = \frac{1}{2} (2)(4)^2 = 16 [j]$$



مدار شکل (۱-۲۹۷) در حالت ماندگار است انرژی ذخیره

شده در سلف را بدست آورید.

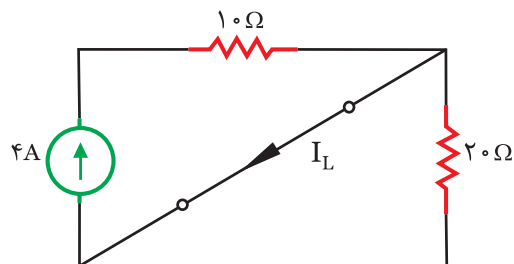


شکل (۱-۲۹۷)



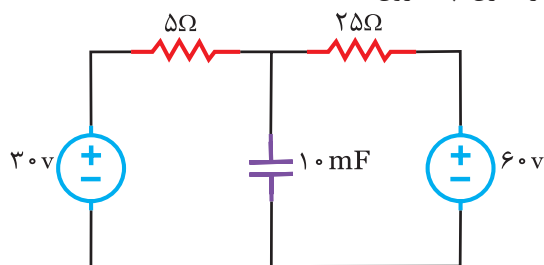
- در حالت ماندگار سلف به صورت اتصال کوتاه عمل

می کند. شکل (۱-۲۹۸).



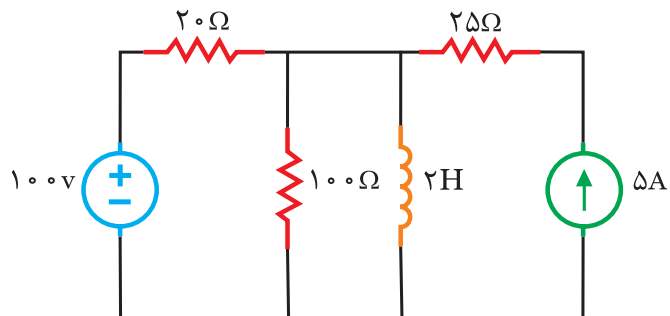
شکل (۱-۲۹۸)

مدار شکل (۱-۳۰۲) در حالت پایدار است انرژی ذخیره شده در خازن چند ژول است.



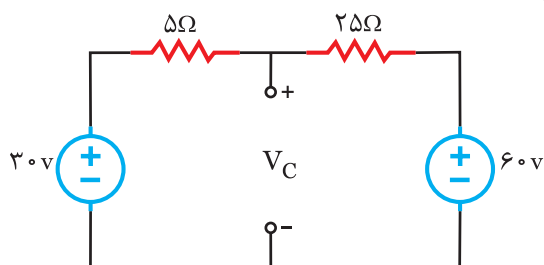
شکل (۱-۳۰۲)

۲- مدار شکل (۱-۳۰۱) در حالت ماندگار است. انرژی ذخیره شده در سلف را بدست آورید.



شکل (۱-۳۰۱)

- در حالت پایدار خازن بصورت قطع عمل می‌کند. با محاسبه ولتاژ آن، انرژی ذخیره شده در خازن محاسبه می‌شود. شکل (۱-۳۰۳).

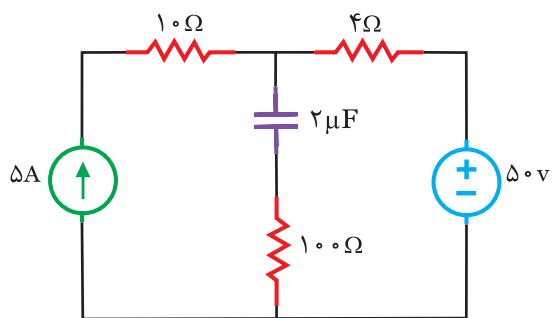


شکل (۱-۳۰۳)

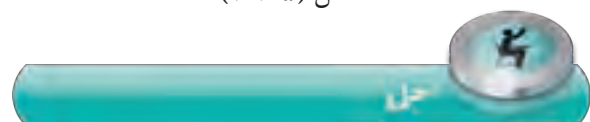
- برای محاسبه V_C روش پتانسیل گره انتخاب شده است. لذا گره‌های مدار مشخص می‌شود و جریان شاخه‌ها تعیین خواهد شد. شکل (۱-۳۰۴).

فعالیت ۲۷

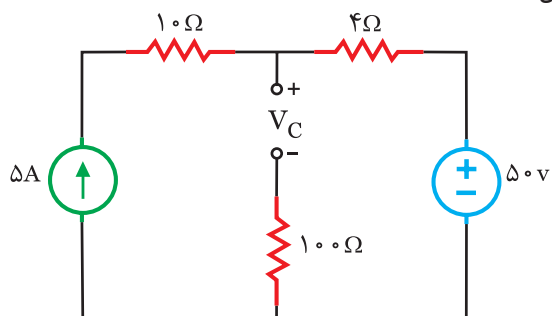
مدار شکل (۱-۳۰۵) در حالت ماندگار است. انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.



شکل (۱-۳۰۵)

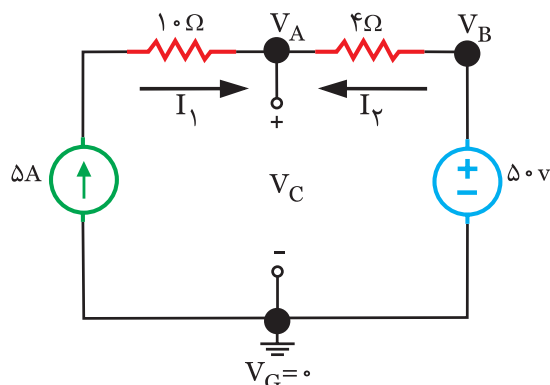


- در حالت ماندگار خازن بصورت عمل می‌کند.
با محاسبه آن، انرژی ذخیره شده قابل محاسبه است.
شکل (۱-۳۰۶).

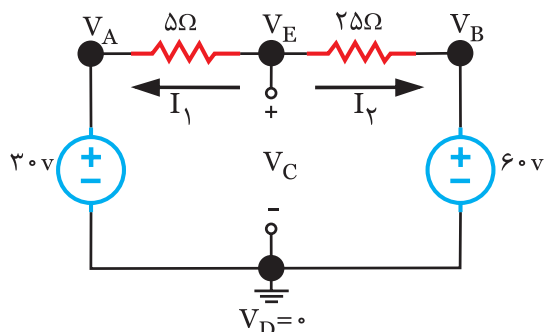


شکل (۱-۳۰۶)

- برای محاسبه V_C روش پتانسیل گره را انتخاب کنید.
- مقاومت 100Ω قطع شده است لذا حذف می‌گردد.
شکل (۱-۳۰۷).



شکل (۱-۳۰۷)



شکل (۱-۳۰۴)

- با تعیین گره D به عنوان گره مبنا خواهیم داشت:

$$V_D = 0$$

$$V_A = 30V$$

$$V_B = 60V$$

- پتانسیل گره C مجموع است لذا برای آن رابطه KCL

$$\boxed{\text{KCLC}} \rightarrow I_1 + I_2 = 0 \quad \text{نوشته می‌شود.}$$

- مقادیر I_1 و I_2 بدست آورده می‌شود.

$$I_1 = \frac{V_E - V_A}{5} = \frac{V_E - 30}{5}$$

$$I_2 = \frac{V_E - V_B}{25} = \frac{V_E - 60}{25}$$

- مقادیر I_1 و I_2 در رابطه KCL قرار داده می‌شود.

$$\boxed{\text{KCLC}} \rightarrow \frac{V_E - 30}{5} + \frac{V_E - 60}{25} = 0$$

$$\frac{5V_E - 150 + V_E - 60}{25} = 0$$

$$5V_E - 150 + V_E - 60 = 0$$

$$6V_E - 210 = 0$$

- پتانسیل V_C بین دو گره E و D قرار دارد لذا:

$$V_C = +V_E = V_D$$

$$V_C = +35 - 0 = 35[V]$$

- انرژی ذخیره شده در خازن بدست می‌آید.

$$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2$$

$$W_C = \frac{1}{2} (10 \times 10^{-3}) (35)^2 = 6.125[j]$$

- با انتخاب گره G به عنوان گره مبنا خواهیم داشت:

$$V_G = \dots\dots\dots$$

$$V_B = \dots\dots\dots$$

- پتانسیل گره A مجهول است برای آن رابطه KCL

بنویسید.

$$KCL(A) + \dots\dots\dots = 0$$

- مقادیر جریان‌های I_1 و I_2 را بدست آورید.

$$I_1 = + \dots\dots\dots$$

$$I_2 = \frac{V_B - \dots\dots\dots - V_A}{\dots\dots\dots}$$

- مقادیر I_1 و I_2 را در رابطه KCL قرار دهید.

$$KCL(A) + \dots\dots\dots = 0$$

$$- \text{مخرج مشترک بگیرید.} \quad + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots - \dots\dots\dots = 0$$

- صورت کسر را مساوی صفر قرار دهید.

$$\dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = 0$$

$$V_A = 70 [V]$$

- V_C اختلاف پتانسیل میان دو گره A و G است لذا:

$$V_C = + \dots\dots\dots - \dots\dots\dots = 50 [V]$$

- انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.

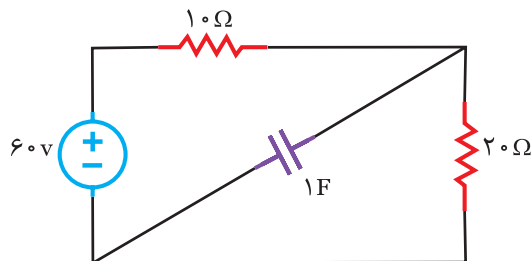
$$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2$$

$$W_C = \dots\dots\dots = 4/9 [J]$$



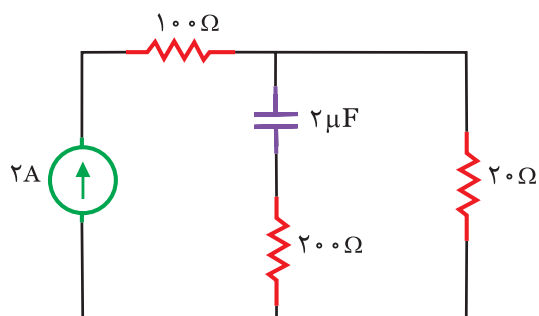
۱- مدار شکل (۱-۳۰۸) در حالت پایدار است انرژی

ذخیره شده در خازن را بدست آورید.



شکل (۱-۳۰۸)

۲- مدار شکل (۱-۳۰۹) در حالت ماندگار است انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.



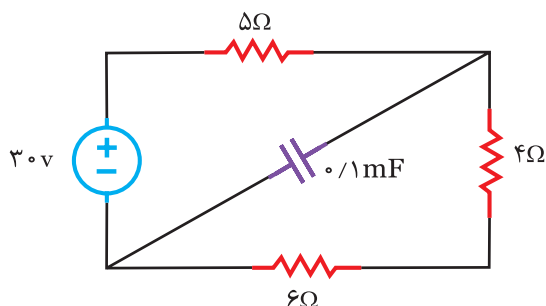
شکل (۱-۳۰۹)



۱- در مدارهای جریان مستقیم در حالت پایدار سلف بصورت و خازن بصورت است.

۲- رابطه انرژی خازن و سلف را در مدارهای جریان مستقیم در حالت ماندگار بنویسید.

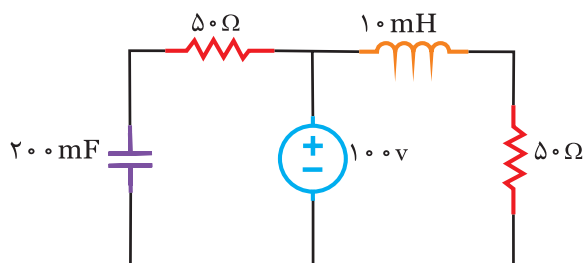
۳- در حالت ماندگار انرژی ذخیره شده در خازن مدار شکل (۱-۳۱۰) را بدست آورید. (امتحان نهایی شهریور ۸۶)



شکل (۱-۳۱۰)

۴- مدار شکل (۱-۳۱۱) در حالت پایدار می‌باشد انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.

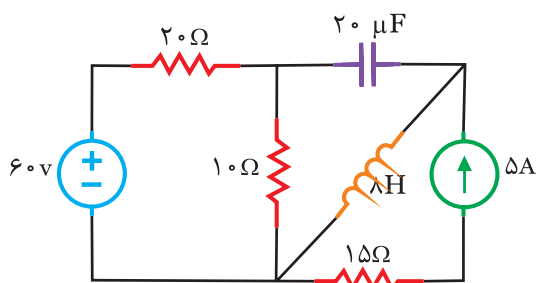
(امتحان نهایی دیماه ۸۸)



شکل (۱-۳۱۱)

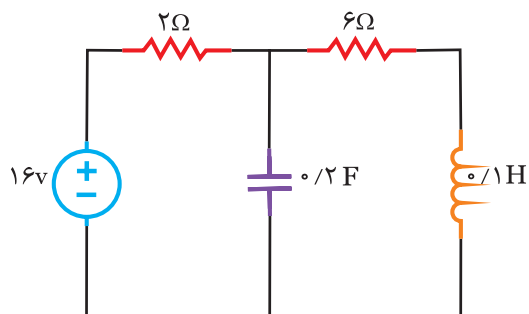
۵- انرژی ذخیره شده در سلف مدار شکل (۱-۳۱۲) را در حالت ماندگار بدست آورید.

(امتحان نهایی خرداد ۸۷)



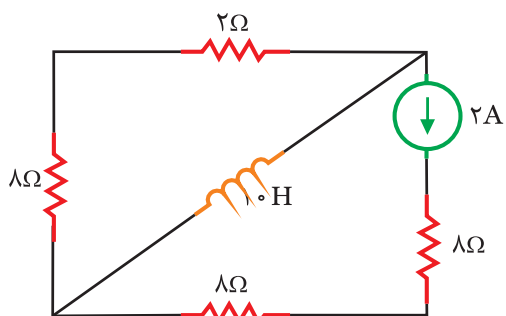
شکل (۱-۳۱۲)

۶- انرژی ذخیره شده در خازن مدار شکل (۱-۳۱۳) در حالت ماندگار را بدست آورید.



شکل (۱-۳۱۳)

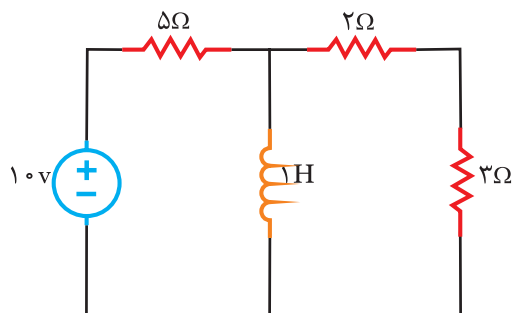
۷- پس از سپری شدن ۵ ثابت زمانی انرژی ذخیره شده در سلف مدار شکل (۱-۳۱۴) را بدست آورید.
(امتحان نهایی دیماه ۸۳)



شکل (۱-۳۱۴)

۸- مدار شکل (۱-۳۱۵) در حالت پایدار است انرژی ذخیره شده در سلف چند ژول است؟

- الف) ۱
ب) ۲
ج) ۴
د) ۸



شکل (۱-۳۱۵)

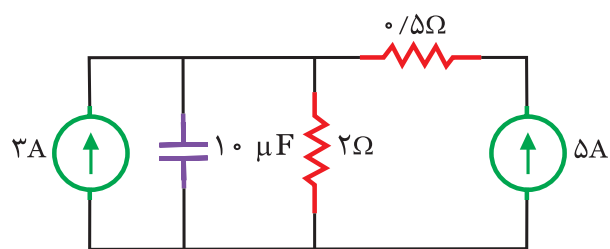
۹- مدار شکل (۱-۳۱۶) در حالت پایدار است انرژی ذخیره شده در خازن چند میکرو ژول است؟

ب) ۳۲۰

الف) ۱۲۸۰

د) ۹۸۰

ج) ۷۲۰



شکل (۱-۳۱۶)



اسکالر
 $\phi = +90^\circ$
 توان ظاهری
 زاویه ۹۰ درجه تحلیل
 $P_e = \frac{V_e I_e}{R}$
مقاومت القایم
 $\omega = 100 \text{ Rad/S}$
 ضرب بردارها
 مولفه های افقی
 تفاضل بردارها
 $I_{\text{alternating current}}$
معادلات ولتاژ و جریان
 ضرب نقطه ای منحنی تغییرات
 $\theta_v = \theta_i$
 مدار خازنی خالص
 Apparent power
 $V_e = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega V_e}$
تجزیه بردار
 $\sin(\omega t + \theta_v)$
 اسیلوسکوپ
 $\phi = \theta_v - \theta_i = 90^\circ$
 اختلاف فاز
 $P_e = 1000 \text{ W}$
 $\Sigma P_e = P_{e1} + P_{e2}$
 توان اکتیو
 $I_e = \frac{P_s}{V_e}$
 ϕ

Im

برآیند

توان ظاهری

Power

روش هندسی

$\cos \phi = 0$

سرعت زاویه ای

$V_m = X_{C_Y} \times I_m$

توان اکتیو

$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi}$

موج سینوسی

$\sqrt{1 - \cos^2 \phi}$

$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi}$

ضرب بردارها

مثبت توان

$\omega = 100 \text{ Rad/S}$

تفاضل بردارها

$I_{\text{alternating current}}$

مولفه های افقی

تفاضل بردارها

$I_{\text{alternating current}}$

معادلات ولتاژ و جریان

ضرب نقطه ای منحنی تغییرات

توان اکتیو

$\theta_v = \theta_i$

مدار خازنی خالص

Apparent power

$V_e = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega V_e}$

تجزیه بردار

$\sin(\omega t + \theta_v)$

اسیلوسکوپ

$\phi = \theta_v - \theta_i = 90^\circ$

اختلاف فاز

$P_e = 1000 \text{ W}$

$\Sigma P_e = P_{e1} + P_{e2}$

توان اکتیو

$I_e = \frac{P_s}{V_e}$

ϕ

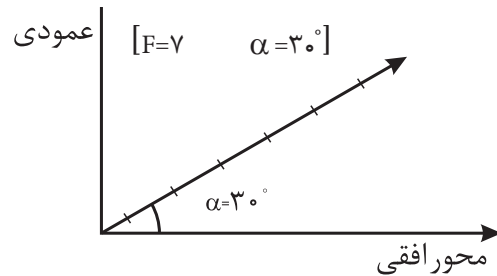


فصل دوم

بردار

بردار

۲-۱- بردار پاره خطی است که دارای اندازه (طول) و جهت است. از بردار در مدارهای الکتریکی به عنوان وسیله‌ای جهت نمایش و محاسبه کمیت‌های الکتریکی مثل ولتاژ و جریان و ... استفاده می‌شود. شکل (۲-۴).



شکل (۲-۱)

۲-۲- عملیات ریاضی روی بردارها: به روی بردارها می‌توان عملیات ریاضی زیر را انجام داد:

الف) جمع یا برآیند بردارها (ب) تفاضل بردارها (ج) ضرب بردارها

۲-۳- جمع بردارها: به دو روش هندسی و تحلیلی انجام می‌شود که خلاصه روابط آن‌ها چنین است:

۱) روش هندسی: این روش برای محاسبه جمع دو بردار به کار می‌رود:

$$R = F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

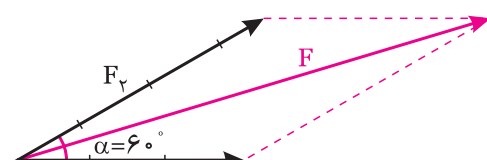
F_1 : مقدار عددی بردار اول

F_2 : مقدار عددی بردار دوم

α : زاویه بین دو بردار

مثال ۱

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه 60° درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند، مطلوبست جمع یا برآیند آن‌ها به روش هندسی: شکل (۲-۲).



شکل (۲-۲)

$$\alpha = 60^\circ, F_2 = 4, F_1 = 3$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} = \sqrt{3^2 + 4^2 + (2 \times 3 \times 4 \times \cos 60^\circ)}$$

$$R = \sqrt{9 + 16 + 12} \Rightarrow R = \sqrt{37} \Rightarrow \boxed{R = 6.08}$$

بیشتر بدانید

چنانچه دو بردار F_1 و F_2 معلوم باشد و برآیند آن‌ها (F) نیز معلوم باشد، برای تعیین زاویه بین دو بردار می‌توان از این رابطه استفاده کرد.

$$\cos \alpha = \frac{F^2 - F_1^2 - F_2^2}{2F_1F_2}$$

مثال ۲

دو بردار $F_1=6$ و $F_2=8$ نسبت به هم با چه زاویه‌ای قرار گیرند تا برآیند آن‌ها برابر ۱۲ شود؟

براساس رابطه بالا:

$$F_1 = 6, F_2 = 8, F = 12, \alpha = ?$$

$$\cos \alpha = \frac{F^2 - F_1^2 - F_2^2}{2F_1F_2} = \frac{12^2 - 6^2 - 8^2}{2 \times 6 \times 8}$$

$$\cos \alpha = 0.45 \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} 0.45 \quad \boxed{\alpha = 63^\circ}$$

$\cos^{-1} 0.45$: یعنی چه زاویه‌ای است که، کسینوس آن برابر 0.45 می‌شود.

بیشتر بدانید

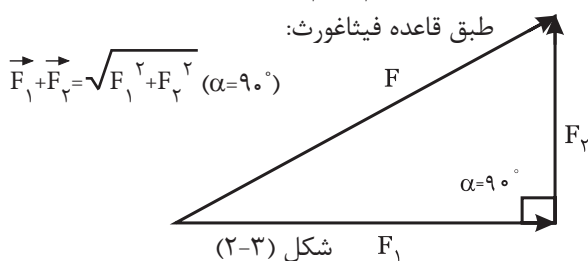
بررسی چند حالت خاص:

الف) اگر دو بردار F_1 و F_2 هم جهت و هم راستا باشد

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \quad (\alpha = 0^\circ)$$

جمع برداری جمع عددی

ب) اگر دو بردار F_1 و F_2 بر هم عمود باشد:



شکل (۲-۳)

حل

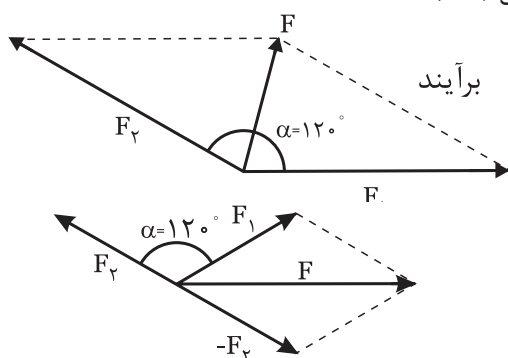
$$F_1 = F_2 = 20 \text{ N}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 20 \cdot \sqrt{3}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_1 \Rightarrow \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = 20$$

مثال ۴؟

دو بردار $F_1 = F_2 = 30 \text{ N}$ با زاویه 120° درجه نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید. شکل (۲-۶).



شکل (۲-۶)

حل

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1 = 30 \text{ N}$$

$$\alpha = 120^\circ \Rightarrow \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1 = 30 \cdot \sqrt{3}$$

مثال ۵؟

برآیند دو بردار عمود بر هم 10 است، اگر یکی از بردارها مقدارش برابر 6 باشد، بردار دیگر چه اندازه اش خواهد داشت؟

حل

$$F = 10$$

$$F_1 = 6, F_2 = ?$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2}$$

$$F_2 = \sqrt{10^2 - 6^2} \Rightarrow F_2 = 8$$

ج) اگر دو بردار F_1 و F_2 در خلاف جهت هم باشند:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1 - F_2 \quad (\alpha = 180^\circ)$$

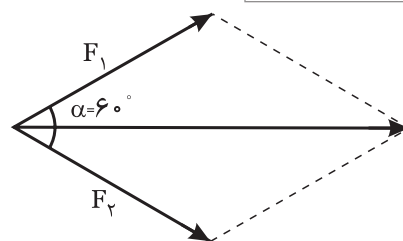
«بردار برآیند در جهت بردار بزرگتر است»

د) اگر دو بردار برابر باشند و نسبت به یکدیگر با زاویه 60° درجه قرار گیرند، بردار برآیند نیمساز زاویه بین دو بردار می‌باشد: شکل (۲-۴).

$$F_1 + F_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 60^\circ}$$

$$\cos 60^\circ = 0.5$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1$$



شکل (۲-۴)

از طرف دیگر تفاضل این دو بردار برابر است با:

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_1$$

ه) اگر دو بردار برابر باشند و با زاویه 120° درجه نسبت

به هم قرار گیرند شکل (۲-۵) طبق روابط قبلی خواهیم داشت:

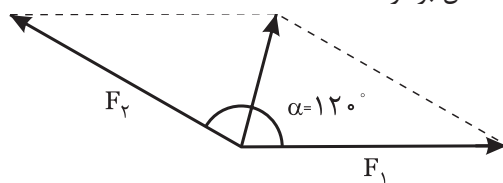
$$F_1 = F_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1$$

$$\alpha = 120^\circ$$

جمع بردارها:

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1$$

تفاضل بردارها:



شکل (۲-۵)

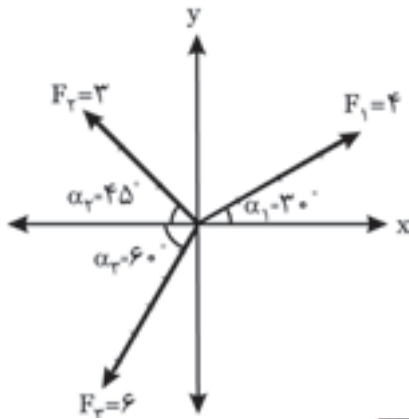
مثال ۳؟

دو بردار مساوی با $F_1 = F_2 = 20 \text{ N}$ هم زاویه 60° درجه دارند،

برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید:

مثال ۷

پس از تجزیه بردارهای شکل (۲-۹) به مولفه‌های افقی و عمودی، برآیند آن‌ها را از روشی تحلیلی محاسبه کنید:



شکل (۲-۹)

با توجه به وضعیت قرارگرفتن بردارها می‌توان از الگوی شکل زیر برای علامتگذاری مولفه‌ها استفاده کرد:

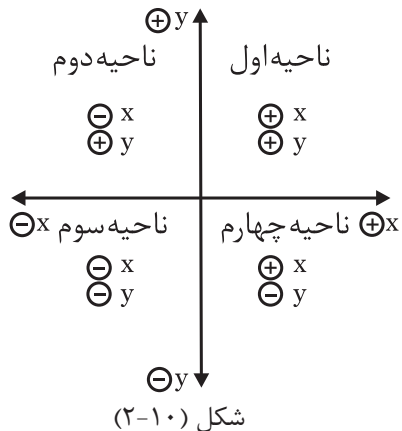
الف) تجزیه بردارها به مولفه‌های افقی و عمودی

F_1 در ناحیه اول است: بنابراین F_{1x} و F_{1y} مثبت است:

$$F_{1x} = 4 \times \cos 30^\circ = 4 \times 0.86 = 3.46$$

$$F_{1y} = 4 \times \sin 30^\circ = 4 \times 0.5 = 2$$

F_2 در ناحیه دوم است: بنابراین F_{2x} منفی و F_{2y} مثبت است:



شکل (۲-۱۰)

$$F_{2x} = -3 \times \cos 45^\circ = -3 \times 0.707 = -2.12$$

$$F_{2y} = +3 \times \sin 45^\circ = 3 \times 0.707 = +2.12$$

F_3 در ناحیه سوم است:

$$F_{3x} = -6 \times \cos 60^\circ = -6 \times 0.5 = -3$$

$$F_{3y} = -6 \times \sin 60^\circ = -6 \times 0.86 = -5.16$$

۲-۴- جمع بردارها به روش تحلیلی

این روش معمولاً برای جمع بیشتر از ۲ بردار بکار می‌رود.

برای جمع بردارها به این روش:

الف) ابتدا بردارها را به مولفه‌های افقی تجزیه کرده و سپس جمع آنها (ΣF_x) را بدست می‌آوریم:

$$\Sigma F_x = \pm F_1 \cos \alpha_1 \pm F_2 \cos \alpha_2 \pm F_3 \cos \alpha_3$$

ب) سپس مولفه‌های عمودی بردارها را نیز بدست آورده و آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

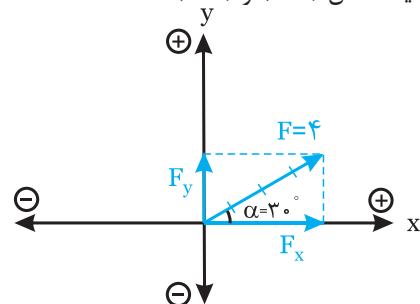
$$\Sigma F_y = \pm F_1 \sin \alpha_1 \pm F_2 \sin \alpha_2 \pm F_3 \sin \alpha_3$$

ج) جمع بردار از این رابطه به دست می‌آید.

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

مثال ۷

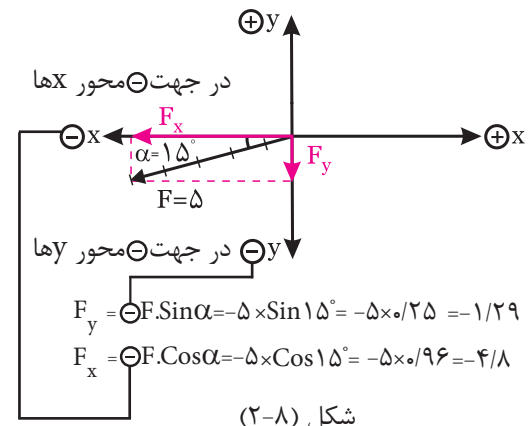
بردارهای شکل‌های زیر را به مولفه‌های افقی و عمودی تجزیه کنید. شکل (۲-۷) و (۲-۸).



شکل (۲-۷)

مولفه افقی: $F_x = F \cos \alpha = 4 \times \cos 30^\circ = 4 \times 0.86 = 3.46$

مولفه عمودی: $F_y = F \sin \alpha = 4 \times \sin 30^\circ = 4 \times 0.5 = 2$



شکل (۲-۸)

در جهت محور Xها

در جهت محور Yها

$$F_y = F \sin \alpha = 5 \times \sin 150^\circ = 5 \times 0.5 = 2.5$$

$$F_x = F \cos \alpha = 5 \times \cos 150^\circ = 5 \times (-0.86) = -4.3$$

فعالیت ۳

دو بردار $F_1=6$ و $F_2=8$ باید با چه زاویه ای نسبت به هم قرار گیرند تا برآیند آن ها برابر ۱۰ شود؟

$$\vec{F}_1=6, \vec{F}_2=8, F=10, \alpha=?$$

$$\cos \alpha = \frac{F^2 - F_1^2 - F_2^2}{2F_1 F_2}$$

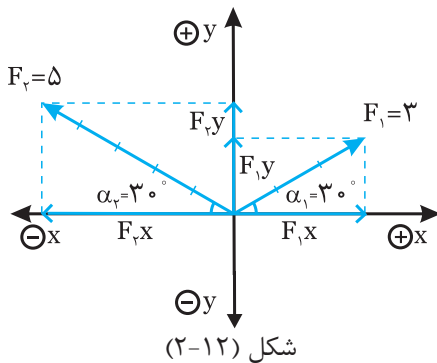
$$\cos \alpha = \frac{(10)^2 - (6)^2 - (8)^2}{2 \times 6 \times 8}$$

$$\cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

فعالیت ۴

جمع بردارهای شکل (۲-۱۲) را از روش تحلیلی بدست آورید:

ابتدا بردارها را تجزیه کنید:



$$F_{1x} = 3 \times \cos 30^\circ = 2.6$$

$$F_{1y} = 3 \times \sin 30^\circ = 1.5$$

$$F_{2x} = -5 \times \cos 30^\circ = -4.33$$

$$F_{2y} = 5 \times \sin 30^\circ = 2.5$$

$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} = 2.6 - (-4.33) = 6.93$$

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} = 1.5 + 2.5 = 4$$

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} = \sqrt{6.93^2 + 4^2} = 8.04$$

$$F = 8.04$$

ب) جمع مولفه های افقی و عمودی

$$\Sigma F_x = +F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} = 3/46 - 2/12 - 3 \Rightarrow \Sigma F_x = -1/66$$

$$\Sigma F_y = +F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} = 2 + 2/12 - 5/16 \Rightarrow \Sigma F_y = -1/4$$

منفی نشان دهنده آن است که مجموع مولفه ها در ناحیه منفی قرار می گیرند.

ج) برآیند بردارها

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

$$F = \sqrt{(-1/66)^2 + (-1/4)^2} \Rightarrow F = \sqrt{2/75 + 1/16} = \sqrt{3/83}$$

$$F = 1/95$$

هر عدد منفی اگر به توان ۲ برسد، مثبت می شود.

فعالیت ۱

روابط زیر را کامل کنید:

- رابطه جمع دو بردار از روش هندسی:

$$R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2 + \dots}$$

- جمع مولفه های افقی:

$$\Sigma F_x = \pm F_1 \cos \alpha_1 \pm F_2 \cos \alpha_2 \pm \dots$$

- جمع مولفه های عمودی:

$$\Sigma F_y = \pm F_1 \sin \alpha_1 \pm F_2 \sin \alpha_2 \pm \dots$$

- جمع بردارها (روش تحلیلی)

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

فعالیت ۲

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به هم قرار دارند، مطلوبست:

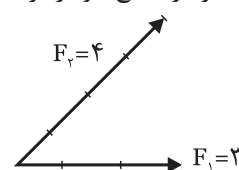
الف) جمع بردارها ب) ترسیم بردارها

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$

$$R = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \times 3 \times 4 \times \cos 45^\circ} \Rightarrow R = 6.08$$

ب) ترسیم بردارها: (بردار برآیند را از جمع دو بردار به

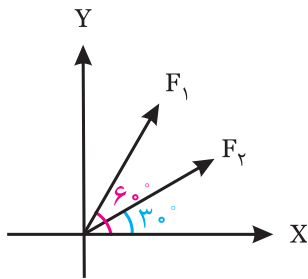
روش متوازی الاضلاع بدست آورید)



شکل (۲-۱۱)

نهایی است»

(۱) برآیند دو نیروی F_1 و F_2

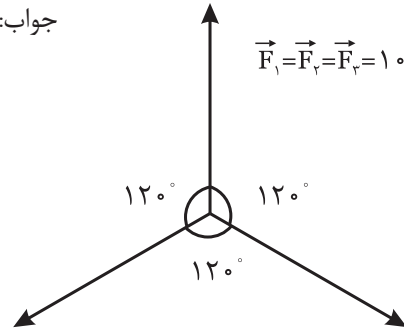
$$\begin{array}{l} F_{\gamma} = 1 \cdot \\ F_{\gamma} = 1 \cdot \end{array}$$


شکل (۱۴-۲)

F=۰ جواب:

آورید۔

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}_3 = 1 \text{ 0}$$



شكل (١٣-٢)

۵-۲- تفاضل بردارها

برای تفریق بردارها، به روش هندسی می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

مشاهده می‌شود که در این رابطه، تنها یک علامت منفی با جمع بردارها تفاوت دارد.

مثال ۱

دو بردار $F_1 = 3$ و $F_2 = 4$ با زاویه 60° درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند؛ مطلوبست:

الف) $F_1 - F_2 = ?$

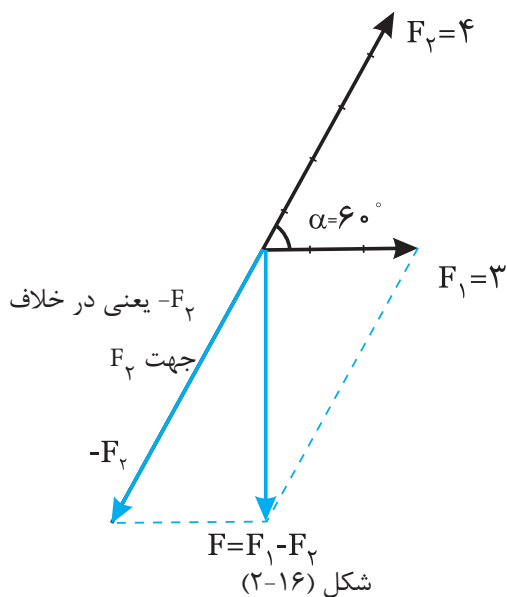
$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{3^2 + 4^2 - (2 \times 3 \times 4 \times \cos 60^\circ)}$$

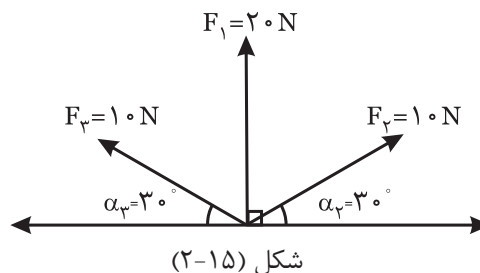
$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{9 + 16 - (24 \times 0.5)} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{13} = 3.6}$$

ب) رسم بردارها:

چون $F_1 - F_2 = F_1 + (-F_2)$ می‌باشد، لذا بردار F_2 را در خلاف آن امتداد داده و با بردار F_1 جمع می‌کنیم.

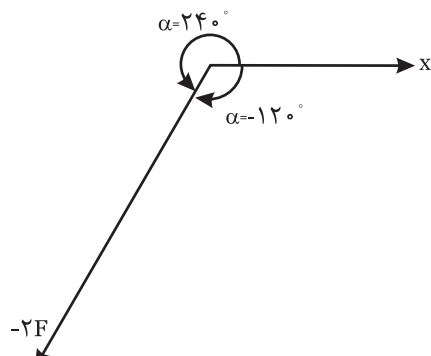


۳- برآیند سه بردار F_1 ، F_2 و F_3 شکل (۲-۱۵) را بدست آورید.
جواب: $F = 3.0 \text{ N}$



حل

توجه: مطالب مربوط به سوالاتی که به جواب نرسیده است، مجدداً مطالعه و سپس به تمرینات پاسخ دهید.



شکل (۲-۱۸)

ب) ضرب نقطه‌ای:

حاصل این ضرب یک کمیت عددی یا اسکالر است و به همین خاطر ضرب اسکالر یا نقطه‌ای نیز نامیده می‌شود، و از این رابطه بدست می‌آید:

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = F_1 F_2 \cos \alpha$$

مثال II

دو بردار $F_1 = 5$ و $F_2 = 10$ با زاویه ۴۵ نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، مطلوبست:

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = F_1 F_2 \cos \alpha = 5 \times 10 \times \cos 45^\circ \Rightarrow \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 50 \times 0.707$$

$$\boxed{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 35.35}$$

فعالیت ۵

روابط زیر را کامل کنید:

رابطه تفاضل بردارها

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2 - (\dots)}$$

ضرب اسکالر (عددی)

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \dots \times \dots \times \dots$$

فعالیت ۶

دو بردار $F_1 = 3$ و $F_2 = 4$ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به هم قرار دارند. مطلوبست:

الف) تفاضل بردارها ب) ضرب داخلی آن‌ها

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cos \alpha} \quad \text{الف) تفاضل:}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 - (\dots)} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \dots}$$



مثال ۹

در چه حالتی جمع دو بردار با تفاضل آن دو بردار برابر است؟

پاسخ: در روابط مربوط به جمع و تفاضل بردارها، چنانچه زاویه برابر ۹۰ درجه باشد.

چون $\cos 90^\circ = 0$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_1 + F_2 = F_1 - F_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad \alpha = 90^\circ$$

خلاصه درس

۶-۲- ضرب بردارها

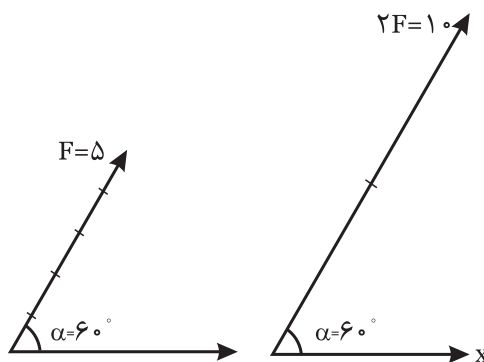
الف) ضرب یک بردار در یک کمیت عددی:

اگر عددی مثبت مثل K را در یک بردار ضرب کنیم، حاصل ضرب آن برداری است که قدر مطلق آن K برابر می‌شود. چنانچه K عددی منفی باشد، جهت بردار ۱۸۰ درجه تغییر می‌کند.



مثال ۱۰

بردار $F = 5$ با محور X ها زاویه ۶۰ درجه می‌سازد، مقادیر $2F$ و $-2F$ را محاسبه کنید



شکل (۲-۱۷)

راه حل)

$$\begin{cases} F = 5, \alpha = 60^\circ \\ 2\vec{F} = 2 \times 5 = 10 \quad \alpha = 60^\circ \end{cases}$$

$$-2\vec{F} = -2 \times 5 = -10 \Rightarrow \alpha = 60^\circ \pm 180^\circ = \begin{matrix} +240^\circ \\ -120^\circ \end{matrix} \quad \text{یا:}$$



۱- دو بردار $F_1 = 5\sqrt{2}$ و $F_2 = 5$ با هم زاویه 45° درجه می‌سازند، مطلوب است: $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$ و $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$



.....
.....
.....
.....
.....
.....

۲- دو بردار $F_1 = 6$ و $F_2 = 6$ اگر با زاویای زیر نسبت به هم قرار گیرند، تفاضل آن‌ها را محاسبه کنید:

(الف) $\alpha = 30^\circ$ (ب) $\alpha = 60^\circ$ (ج) $\alpha = 120^\circ$



.....
.....
.....
.....
.....
.....



(۱) با مراجعه به سایت‌های اینترنتی مطالبی را در خصوص بردار "Vector" و روش‌های جمع و تفریق و ضرب آن تهیه کنید.
(۲) به صورت کار گروهی مقایسه‌ای بین کمیت‌های برداری و عددی انجام دهید.

(ب) ضرب اسکالر (داخلی)

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \dots \times \dots \times \dots$$

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 3 \times \dots \times \dots \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \dots}$$



دو بردار $F_1 = 6$ و $F_2 = 8$ با زاویه 90° درجه نسبت به هم قرار دارند. مطلوب است:

(الف) تفاضل بردارها

(ب) ضرب داخلی آن‌ها

(ج) رسم بردارها و تعیین تفاضل آن‌ها

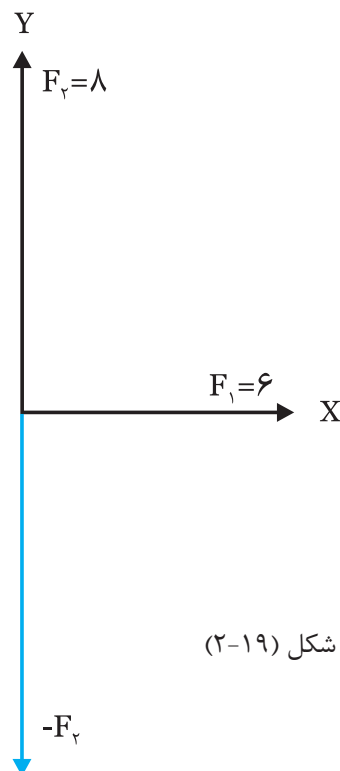
$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2 - (\dots)^2} \quad \alpha = 90^\circ$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow \boxed{F_1 - F_2 = \dots}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_1 + -F_2$$

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 =$$



شکل (۱۹-۲)

جواب بدست آمده از طریق محاسبه را با نتیجه بدست آمده از طریق اندازه گیری بردار تفاضل مقایسه کنید.

۲-۸- معادلات ولتاژ و جریان

در جریان متناوب سینوسی در اثر اعمال ولتاژ به مدار جریان از آن عبور می‌کند.

معادله ولتاژ از رابطه: $V_{(t)} = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$ و معادله جریان از رابطه $i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$ بدست می‌آید. در این روابط:

I_m و V_m : مقادیر ماکزیمم یا پیک ولتاژ و جریان،

ω : سرعت زاویه‌ای (rad/s)

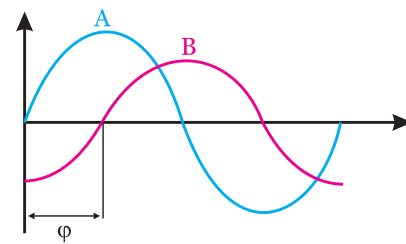
$V_{(t)}$ و $i_{(t)}$: مقادیر لحظه‌ای ولتاژ و جریان،

θ_v : زاویه بردار ولتاژ و θ_i : زاویه بردار جریان است.

۲-۹- اختلاف فاز:

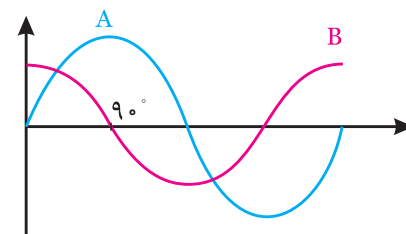
برای تعیین میزان اختلاف فاز بین دو شکل موج، ابتدا دو نقطه مشابه (صفر - ماکزیمم - مینیمم) از شکل موج‌ها را روی محور افقی با هم مقایسه می‌کنیم. در صورتی که موجی از موج دیگر زودتر شروع شده باشد، اصطلاح پیش فاز و در صورتی که عقب‌تر (دیرتر) شروع شده باشد. کلمه پس فاز و چنانچه دو شکل کاملاً مشابه باشد، کلمه هم فاز را بکار می‌بریم.

الف) موج A نسبت به B، ϕ درجه پیش فاز است.



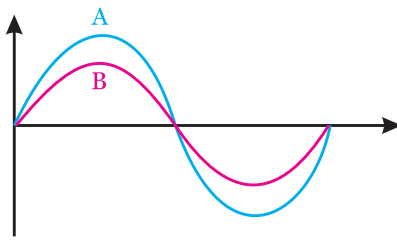
شکل (۲-۱۹ الف)

ب) موج A نسبت به B، 90° درجه پس فاز است.



شکل (۲-۱۹ ب)

ج) موج A و B هم فاز است.



شکل (۲-۲۲ ج)

زاویه اختلاف فاز از این رابطه به دست می‌آید.

$$\phi = \theta_v - \theta_i$$

۲-۱۰- انواع حالت‌های مدار

با توجه به زاویه اختلاف فاز ϕ می‌توان کلید مدارات را در

پنج حالت زیر طبقه بندی کرد:

۱) مدار اهمی خالص:

در این مدار ولتاژ و جریان هم فاز است یعنی $\theta_v = \theta_i$

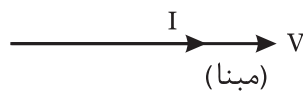
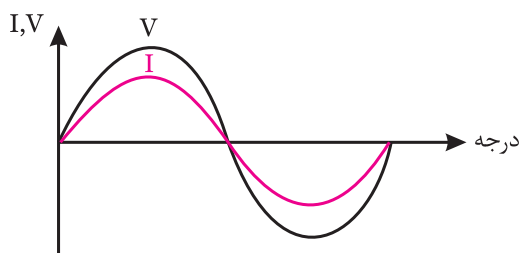
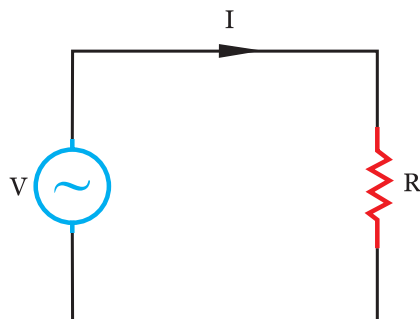
معادله ولتاژ $V_{(t)} = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$

معادله جریان $i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$

یعنی زاویه اختلاف فاز برابر صفر است:

$$\theta_v = \theta_i$$

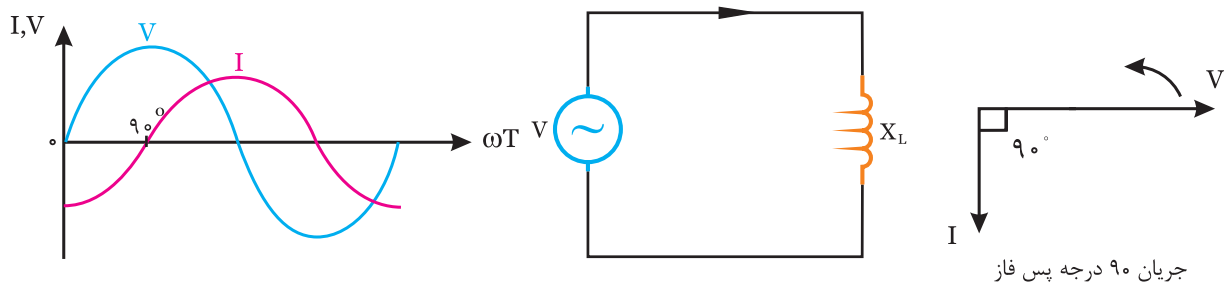
$$\phi = \theta_v - \theta_i = 0$$



شکل (۲-۲۰)

۲) مدار سلفی خالص

جریان نسبت به ولتاژ ۹۰ درجه پس فاز است. شکل (۲-۲۱)



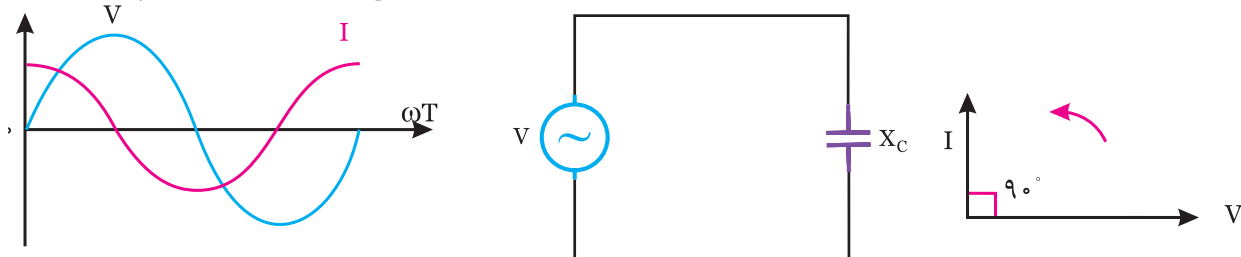
$$\begin{cases} V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \\ i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t - 90^\circ) \end{cases}$$

شکل (۲-۲۱)

چون ولتاژ ۹۰ درجه از جریان جلوتر است، علامت ϕ مثبت است. $\phi = \theta_v - \theta_i = +90^\circ$

۳) مدار خازنی خالص

در این مدار، جریان ۹۰ درجه پیش فاز است و چون ولتاژ از جریان عقبتر است ϕ منفی است. $\phi = \theta_v - \theta_i = -90^\circ$

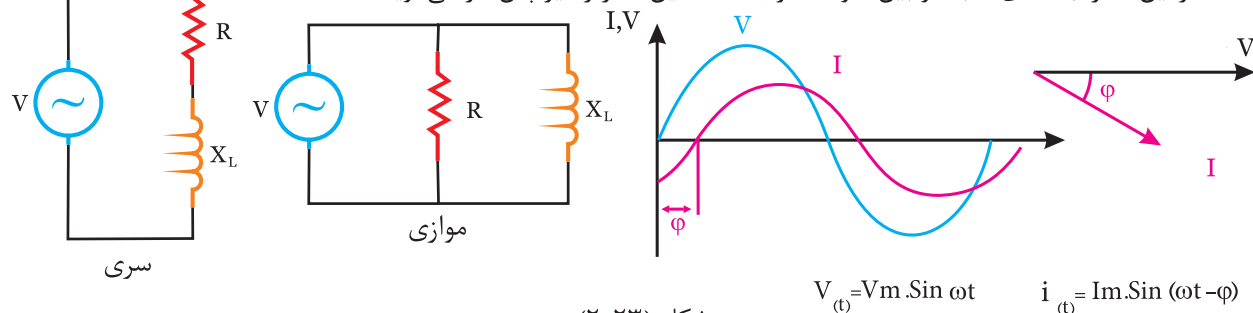


$$\begin{cases} V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \\ i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t + 90^\circ) \end{cases}$$

شکل (۲-۲۲)

۴- مدار اهمی - سلفی

در این مدار ϕ عددی مثبت و بین ۰ و ۹۰ درجه است. این مدار را نیز پس فاز می گویند.

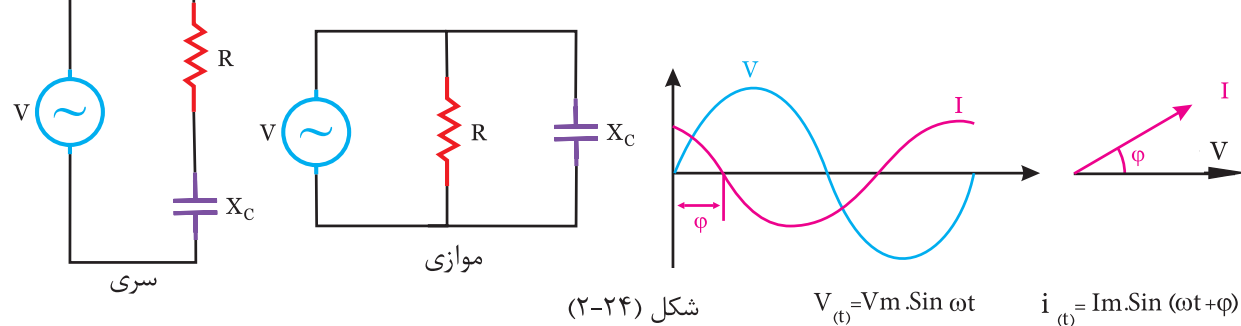


شکل (۲-۲۳)

$$V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \quad i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t - \phi)$$

۵) مدار اهمی - خازنی

در این مدار ϕ عددی منفی و بین ۰ و -۹۰ درجه است. این مدار را نیز پیش فاز می گویند. $\phi = \theta_v - \theta_i$



شکل (۲-۲۴)

$$V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \quad i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t + \phi)$$

(ج) زاویه اختلاف فاز و حالت مدار:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \varphi = 60^\circ - 90^\circ \Rightarrow \boxed{\varphi = -30^\circ}$$

چون φ منفی است، مدار اهمی - خازنی (پیش فاز) است. یعنی جریان به اندازه 30° درجه نسبت به ولتاژ جلو تر است.

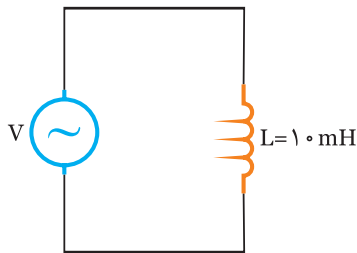
مثال ۱۳

در مدار الکتریکی شکل (۲-۲۵) اگر معادله ولتاژ $V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$ باشد، مطلوبست:

(الف) معادله جریان

(ب) رسم منحنی های ولتاژ و جریان

(ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



شکل (۲-۲۵)

از معادله ولتاژ داریم:

$$V_m = 100\sqrt{2} \text{ (V)}$$

$$\omega = 1000 \text{ Rad/S}$$

$$\theta_v = 60^\circ$$

ابتدا مقاومت القایی X_L را محاسبه می کنیم:

$$X_L = \omega L \Rightarrow X_L = 1000 \times 10 \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{X_L = 10 \Omega}$$

برای محاسبه I_m قانون اهم را بکار می بریم:

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{100\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \boxed{I_m = 10\sqrt{2} \text{ A}}$$

در این مدار چون سلفی خالص است:

$$\varphi = +90^\circ$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_i = \theta_v - \varphi \Rightarrow \theta_i = 0^\circ - 90^\circ \Rightarrow \boxed{\theta_i = -90^\circ}$$

جریان 90° درجه پس فاز است.

؟

مثال ۱۲

در یک مدار الکتریکی،

معادله ولتاژ

$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

و معادله جریان

$$i(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

است. مطلوبست:

(الف) مقادیر ماکزیمم ولتاژ و جریان

(ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان

(ج) تعیین θ_v و θ_i و φ و حالت مدار.

؟

حل

با توجه به معادلات ولتاژ و جریان:

$$V(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

$$V_m = 100\sqrt{2} \text{ (V)}$$

$$\omega = 1000 \text{ Rad/S}$$

$$\theta_v = 60^\circ$$

با توجه معادله جریان نیز می توان نوشت:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(1000t + \theta_i)$$

$$i(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

$$I_m = 20\sqrt{2}$$

$$\omega = 1000 \text{ Rad/S}$$

$$\theta_i = 90^\circ$$

(ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان:

مقدار موثر ولتاژ:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{V_e = 100 \text{ V}}$$

مقدار موثر جریان:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{I_e = 20 \text{ A}}$$

ب) با توجه به رابطه قانون اهم:

$$V_m = X_{C_T} \times I_m \Rightarrow V_m = 4 \times 10 \sqrt{2} \Rightarrow V_m = 40 \sqrt{2}$$

چون مدار خازنی خالص است:
 $\varphi = -90^\circ$
 $\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_v = \varphi + \theta_i \Rightarrow \theta_v = -90^\circ + 0^\circ \Rightarrow \theta_v = -90^\circ$

با معلوم بودن V_m و θ_i معادله ولتاژ را می توان نوشت:

$$V(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$V(t) = 40\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$



در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ

$V(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$
 است، چنانچه جریان دارای مقدار موثر 10 آمپر باشد و نسبت به
 ولتاژ 30° درجه تقدم فاز (پیش فاز) باشد، معادله جریان را بنویسید.



با توجه به معادله ولتاژ:

$$V_m = 200\sqrt{2}$$

$$\omega = \dots\dots\dots$$

$$\theta_v = \dots\dots\dots$$

چون $I_e = 10A$ بنابراین مقدار ماکزیمم جریان

$$I_m = \dots\dots\dots$$

چون جریان 30° درجه پیش فاز است یعنی $\varphi = -30^\circ$

$$\varphi = -30^\circ$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_i = \theta_v - \dots\dots\dots$$

$$\theta_i = \dots\dots\dots$$

بنابراین با معلوم بودن θ_i و I_m معادله جریان:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \dots\dots\dots)$$

$$i(t) = \dots\dots\dots \sin(\dots\dots\dots)$$



منحنی های ولتاژ و جریان یک موج سینوسی، مطابق
 شکل (۲-۲۹) است. مطلوبست: معادلات ولتاژ و جریان

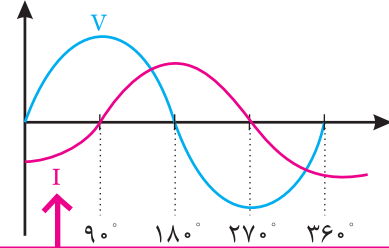
با توجه به منحنی ولتاژ:

$$V_m = \dots\dots\dots [V]$$

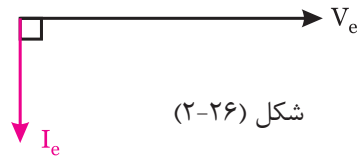
$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \theta_i)$$

$$i(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(1000t - 90^\circ)$$

ب) رسم منحنی های ولتاژ و جریان: چون زاویه بردار ولتاژ
 $\theta_v = 0^\circ$ است، آن را مبنا در نظر می گیریم: شکل (۲-۲۶).



جریان 90° درجه پس فاز است یعنی از نیم سیکل $\ominus$ شروع می شود.



شکل (۲-۲۶)

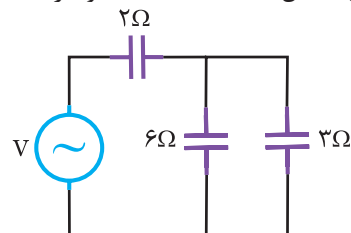


در مدار الکتریکی شکل (۲-۲۷)، اگر معادله جریان

$$i(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(1000t)$$

باشد، مطلوبست:

الف) ظرفیت خازن معادل ب) معادله ولتاژ



شکل (۲-۲۷)

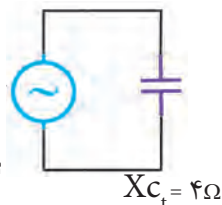


ابتدا مدار را ساده می کنیم: خازن های 3 و 6 با هم موازی
 شده و با خازن 2 سری می شود.

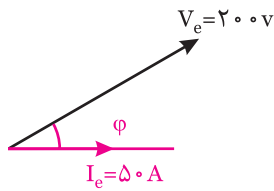
$$X_{C_T} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} + 2 \Rightarrow X_{C_T} = 4 \Omega \quad (\text{الف})$$

$$X_{C_T} = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C_T = \frac{1}{\omega X_{C_T}} \Rightarrow$$

$$C = \frac{1}{1000 \times 4} \Rightarrow C_T = 25 \times 10^{-4} F$$



شکل (۲-۲۸)



(الف) معادله ولتاژ
(ب) معادله جریان
(ج) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان

شکل (۲-۳۰)



.....

.....

.....

.....

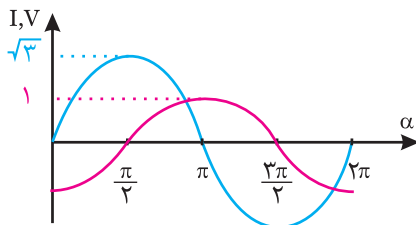
.....

.....

.....

.....

(۲) منحنی تغییرات دو موج سینوسی مطابق شکل (۲-۳۱) است، اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج چقدر است؟



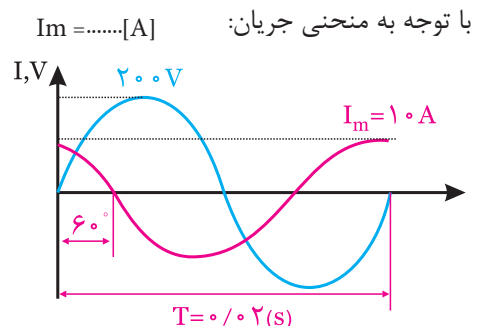
شکل (۲-۳۱)



.....

.....

.....



شکل (۲-۲۹)

زاویه اختلاف فاز: $\phi = \dots\dots\dots$
 زمان تناوب $T = 0.02$ ثانیه است. بنابراین فرکانس:

$$F = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \times \dots\dots\dots \Rightarrow \omega = \dots\dots\dots \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

 ولتاژ مبنا $V_m = \dots\dots\dots \sin(\dots\dots\dots)$
 جریان مبنا $I_m = \dots\dots\dots \sin(\dots\dots\dots)$



(۱) با کمک شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مطالبی را در خصوص لغات زیر تهیه کنید.
 - اختلاف فاز Phase difference
 - بردار فاز Phasor
 - تقدم فاز Phase leading
 - جریان متناوب Alternating current

(۲) در آزمایشگاه، انواع مدارات اهمی - سلفی و خازنی را بسته و به کمک اسیلوسکوپ زاویه اختلاف فاز را در آنها اندازه‌گیری کنید.

«به جای اسیلوسکوپ می‌توان از کارت اسیلوسکوپ نیز که بر روی کامپیوتر نصب می‌شود، استفاده کرد.»

(۳) با کمک نرم‌افزار مولتی سیم، به صورت مجازی انواع مدارات اهمی - سلفی و خازنی را بسته و مقادیر ولتاژ، جریان، زاویه اختلاف فاز را در آنها اندازه‌گیری کنید.



(۱) در یک مدار الکتریکی، بردارهای ولتاژ و جریان مطابق شکل (۲-۳۵) است. مطلوبست:

۱- توان ظاهری: طبق تعریف به حاصل ضرب ولتاژ و جریان موثر توان ظاهری گفته می‌شود و آن را با S یا Ps نمایش می‌دهند:

$$P_s = V_e \times I_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \times \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_s = \frac{V_m \cdot I_m}{2}$$

۲- توان حقیقی، - مفید - اکتیو

$$P_e = V_e \times I_e \times \cos\phi \Rightarrow P_e = P_s \cdot \cos\phi$$

$\text{Pe} = R \cdot I_e^2$ $\text{Cos}\phi$: ضریب قدرت اکتیو است.

$$Pe = \frac{Ve^{\tau}}{R}$$

۳- توان راکتیو - غیر حقیقی - غیر موثر:

مقدار توانی که در مقاومت‌های سلفی و خازنی ظاهر می‌شود ولی نمی‌تواند به کار مفید تبدیل گردد را توان راکتیو می‌نامند. این توان به صورت تناوبی بین مصرف کننده و شبکه رفت و برگشت می‌کند.

این توان از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{P}_d = \begin{pmatrix} \oplus \\ \ominus \end{pmatrix} \mathbf{V} \mathbf{e} \times \mathbf{I} \mathbf{e} \times \mathbf{S} \sin \varphi \Rightarrow \mathbf{P}_d = \begin{pmatrix} \oplus \\ \ominus \end{pmatrix} \mathbf{P}_s \cdot \mathbf{S} \sin \varphi$$

چون در مدارات سلفی (پس فاز) φ عددی مثبت است، بنابراین در این مدارات $\oplus Pd$ و در مدارات خازنی $\ominus Pd$ است.

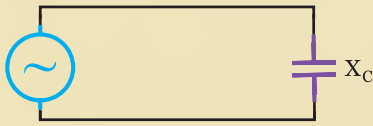
رابطه بین توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری را با مثلث توان نمایش می‌دهند. در این مثلث Pe (ضلع مجاور) توان اکتیو، توان راکتیو Pd (ضلع مقابل) و توان ظاهری Ps (وتر) می‌باشد که در دو حالت سلفی و خازنی ترسیم شده است.

(۳) در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ

$$V(t) = \Delta_0 \sqrt{2} \sin(\Delta_0 t + \epsilon_0)$$

است، چنانچه مقدار موثر جریان ۴ آمپر باشد و ولتاژ نسبت به جریان ۴۵ درجه پیش فاز باشد، معادله جریان را بنویسید.

(۳) اگر مدار خازنی خالص باشد:



$$\begin{cases} \varphi = \theta_v - \theta_i = -90^\circ \\ \cos -90^\circ = 0 \Rightarrow P_e = 0 \\ \sin -90^\circ = -1 \Rightarrow P_d = -P_s \end{cases}$$

مثال ۱۵

در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ و

$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

$$i(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ)$$

و معادله جریان
است. مطلوبست:

الف) محاسبه انواع توان‌ها (ب) رسم مثلث توان

حل

از معادلات ولتاژ و جریان داریم:

$$V_m = 100\sqrt{2} \quad \theta_v = 60^\circ$$

$$I_m = 20\sqrt{2} \quad \theta_i = 30^\circ$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_e = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_e = 100V$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_e = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_e = 20A$$

مدار سلفی و پس فاز است:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \varphi = 60^\circ - 30^\circ \Rightarrow \varphi = 30^\circ$$

توان ظاهری:

$$P_s = V_e \times I_e = 100 \times 20 \Rightarrow P_s = 2000 \text{ V.A}$$

توان اکتیو:

$$P_e = P_s \times \cos\varphi \Rightarrow P_e = 2000 \times \cos 30^\circ$$

$$P_e = 2000 \times 0.86 \Rightarrow P_e = 1730 \text{ W}$$

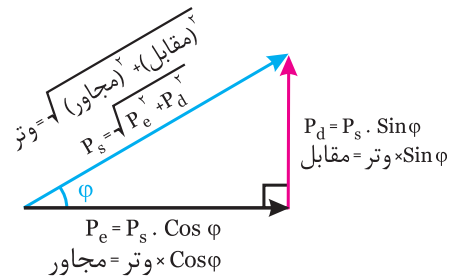
توان راکتیو:

$$P_d = P_s \times \sin\varphi \Rightarrow P_d = 2000 \times \sin 30^\circ$$

$$P_d = 2000 \times 0.5 \Rightarrow P_d = 1000 \text{ V.AR}$$

«مدار سلفی» φ مثبت است.

$\cos\varphi$: ضریب قدرت اکتیو $\sin\varphi$: ضریب قدرت راکتیو



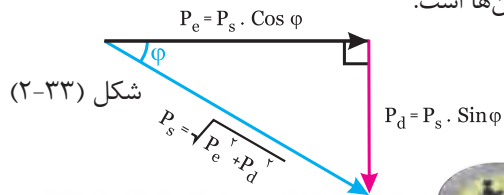
شکل (۲-۳۲)

مدار خازنی (پیش فاز)

φ و P_d منفی است.

مشاهده می‌شود که P_e و P_d بر هم عمود می‌باشد و P_s

برآیند آن‌ها است.

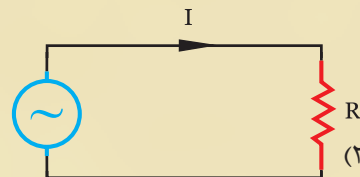


شکل (۲-۳۳)

به خاطر داشته باشید

بررسی چند حالت خاص:

(۱) اگر مدار اهمی خالص باشد.

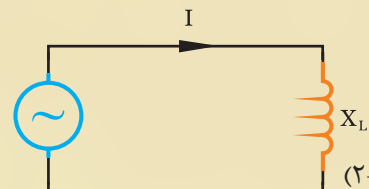


شکل (۲-۳۴)

می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \varphi = \theta_v - \theta_i = 0 \\ \cos\varphi = \cos 0 = 1 \Rightarrow P_e = P_s \\ \sin\varphi = \sin 0 = 0 \Rightarrow P_d = 0 \end{cases}$$

(۲) اگر مدار سلفی خالص باشد:



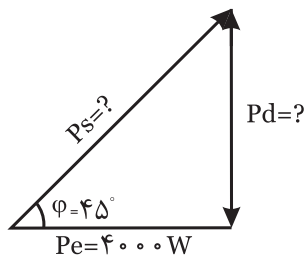
شکل (۲-۳۵)

$$\begin{cases} \varphi = \theta_v - \theta_i = +90^\circ \\ \cos 90^\circ = 0 \Rightarrow P_e = 0 \\ \sin 90^\circ = 1 \Rightarrow P_d = +P_s \end{cases}$$

با توجه به خازنی بودن مدار، مقدار P_d را منفی در نظر می‌گیریم.



با توجه به مثلث توان شکل (۲-۳۹)، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۳)

$$P_e = P_s \times \cos \phi \Rightarrow P_s = \frac{P_e}{\cos \phi}$$

$$P_s = \frac{4000}{\cos 45^\circ} \Rightarrow P_s = \frac{4000}{0.707} \Rightarrow P_s = 4000 \sqrt{2} \text{ V.A}$$

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} \Rightarrow P_d = \sqrt{P_s^2 - P_e^2}$$

$$P_d = \sqrt{(4000 \sqrt{2})^2 - (4000)^2} \Rightarrow P_d = 4000 \text{ V.A.R}$$

روش دیگر: برای محاسبه P_d می‌توان نوشت:

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - 0.707^2} = 0.707$$

$$P_d = P_s \times \sin \phi = 4000 \sqrt{2} \times 0.707 \Rightarrow P_d = 4000 \text{ V.A.R}$$



۱) در یک مدار الکتریکی، ولتاژ موثر مدار ۲۰۰ ولت و جریان موثر مدار ۱۰ آمپر است. اگر جریان ۳۰ درجه پیش فاز

باشد، مطلوبست: الف) P_s ب) P_e ج) P_d

$$P_s = V_e \times I_e \Rightarrow P_s = \dots \times \dots \Rightarrow P_s = \dots \text{ VA}$$

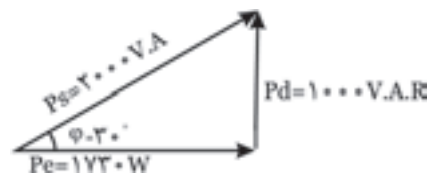
$$P_e = \dots \times \dots \Rightarrow P_e = \dots \times \dots \Rightarrow P_e = 1732 \text{ W}$$

$$P_d = \dots \times \dots \Rightarrow P_d = \dots \times \dots$$

$$\Rightarrow P_d = -1000 \text{ V.A.R}$$

رسم مثلث توان:

با توجه به سلفی بودن (پس فاز) مدار P_d مقداری مثبت دارد، بنابراین آن را در جهت بالا رسم می‌کنیم.



شکل (۲-۴۱)



در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۱ کیلو ولت آمپر و جریان ۶۰ درجه پیش فاز است. اگر جریان مدار ۲۰ آمپر باشد.

الف) ولتاژ موثر چند ولت است؟

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو چقدر است؟

ج) مثلث توان را رسم کنید.



$$P_s = 1000 \text{ V.A}$$

$$I_e = 20 \text{ A}$$

$$\phi = -60^\circ$$

پیش فاز

الف) با معلوم بودن P_s و I_e می‌توان V_e را محاسبه کرد:

$$P_s = V_e \times I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_s}{I_e} \Rightarrow V_e = \frac{1000}{20}$$

$$\Rightarrow V_e = 50 \text{ V}$$

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو:

$$P_e = P_s \times \cos \phi \Rightarrow P_e = 1000 \times \cos(60^\circ)$$

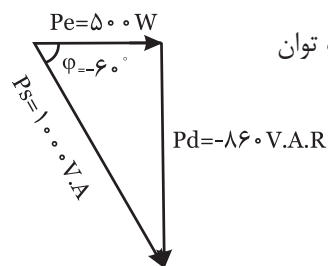
$$\Rightarrow P_e = 1000 \times 0.5$$

$$P_e = 500 \text{ W}$$

$$P_d = P_s \times \sin \phi \Rightarrow P_d = 1000 \times \sin(-60^\circ)$$

$$\Rightarrow P_d = 1000 \times 0.866$$

$$P_d = -866 \text{ V.A.R}$$



ج) مثلث توان

شکل (۲-۳۸)

Diagram illustrating a circuit for power calculation in an AC system. The circuit consists of an AC voltage source $v(t) = V_m \sin(\omega t)$ connected in series with an ammeter (A) and a load. The load is represented by a box containing the formulas $P_d = I_{rms} \cdot V.A.R$ and $P_e = \Delta \cdot W$.

ول

[illegible]

(الف) معادله جریان مدار
(ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

$$V_m = 1 \dots V \quad \omega = 1 \dots \omega \quad \theta_v = \varphi_0$$

$$\varphi = -30^\circ \Rightarrow \theta_i = \dots - \varphi \Rightarrow \theta_i = \dots$$

$$i(t) = \dots \times \sin(\dots t + \dots)$$

$$\text{Pe} = \dots \times \dots \Rightarrow \text{Pe} = \gamma \dots \times \dots \Rightarrow \boxed{\text{Pe} = 1732w}$$

Pd=..... $\times$ $\Rightarrow$ Pd=..... $\times$

$\Rightarrow P_d = -1 \dots V.A.R$

با معلوم بودن مقادیر Pd، Pe و Ps مثلث توان‌ها را رسم کنید:

$$Pe = \dots W$$

Pd= -173.0 V.A.R

$$P_S = ?$$

$$Pe = \frac{U \cdot W}{\nu}$$



4

$V_e = 2 \cdot V$
 $I_e = \Delta A$
 45°
 15°
 شکل (۲-۴۱)



تحقیق کنید

محاسبه توان ظاهری P_s و ضریب قدرت $\cos \varphi$ در

یک شبکه:

چنانچه مداری شامل چند مصرف کننده باشد. محاسبه $\cos \varphi$ و P_s طی مراحل زیر صورت می گیرد:

(۱) با توجه به روابط موجود P_e ها را محاسبه کرده و سپس آن ها را با هم جمع می کنیم.

$$\sum P_s = P_{e1} + P_{e2} + \dots \quad (P_e \text{ همیشه مثبت است})$$

(۲) با توجه به روابط P_d ها را نیز محاسبه کرده و با توجه به حالت مدار یعنی سلفی P_d مثبت و خازنی P_d منفی، آن ها را با هم جمع یا تفریق می کنیم: $\sum P_d = \pm P_{d1} \pm P_{d2} \pm P_{d3}$

(۳) توان ظاهری کل و ضریب قدرت کل مدار از روابط زیر بدست می آید:

$$\cos \varphi = \frac{\sum P_e}{P_s}$$

مثال ۱۸

در یک مدار الکتریکی، دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد، مطلوبست: $\cos \varphi$, P_s

$$\cos \varphi_1 = 0.6 \quad P_{e1} = 4 \text{ KW} \quad (1) \text{ پس فاز}$$

$$\sin \varphi_1 = 0.8 \quad P_{s1} = 3 \text{ KVA} \quad (2) \text{ پیش فاز}$$



با توجه به معلوم بودن P_{e1} و $\cos \varphi_1$ ابتدا P_{s1} را محاسبه

$$P_{s1} = \frac{P_{e1}}{\cos \varphi_1} = \frac{4}{0.6} \Rightarrow P_{s1} = 6.66 \text{ KVA} \quad \text{می کنیم:}$$

$$P_{d1} = \sqrt{P_{s1}^2 - P_{e1}^2} \Rightarrow P_{d1} = \sqrt{(6.66)^2 - 4^2}$$

$$\Rightarrow P_{d1} = 5.33 \text{ KV.A.R}$$

با توجه به معلوم بودن P_{s1} و $\sin \varphi_1$ باید P_{e1} و P_{d1} را

$$P_{d1} = P_{s1} \times \sin \varphi_1 \Rightarrow P_{d1} = 3 \times 0.8$$

$$\Rightarrow P_{d1} = -2.4 \text{ KVA.R}$$

ΘP_d است، زیرا مدار حالت خازنی (پیش فاز) دارد.

$$\cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_2} \Rightarrow \cos \varphi_2 = \sqrt{1 - 0.8^2}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_2 = 0.6$$

$$P_{e2} = P_{s2} \times \cos \varphi_2 \Rightarrow P_{e2} = 3 \times 0.6$$

$$\Rightarrow P_{e2} = 1.8 \text{ KW}$$

با توجه به مقدار توان های اکتیو و راکتیو $\sum P_d$ و $\sum P_e$ محاسبه می کنیم:

$$\sum P_e = P_{e1} + P_{e2} \Rightarrow \sum P_e = 4 + 1.8 \Rightarrow \sum P_e = 5.8 \text{ KW}$$

$$\sum P_d = + P_{d1} - P_{d2} \Rightarrow \sum P_d = 5.33 - 2.4$$

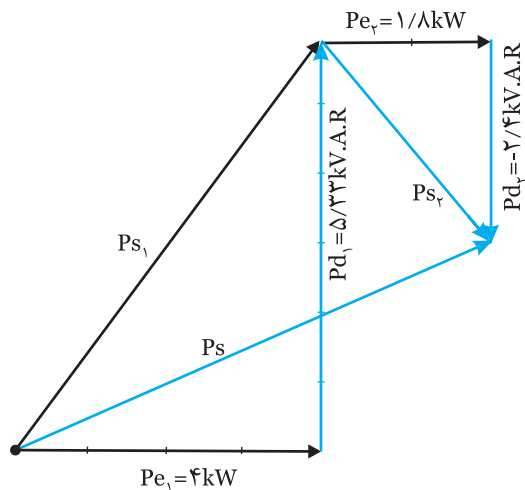
$$\boxed{\sum P_d = 2.93 \text{ KVAR}}$$

$$P_s = \sqrt{(\sum P_e)^2 + (\sum P_d)^2} \Rightarrow P_s = \sqrt{(5.8)^2 + (2.93)^2}$$

$$\boxed{P_s = 6.5 \text{ KVAR}}$$

$$\cos \varphi = \frac{\sum P_e}{P_s} = \frac{5.8}{6.5} \Rightarrow \cos \varphi = 0.89$$

رسم مثلث توان ها: با توجه به مقادیر بدست آمده و با مقیاس مناسب مثلث توان ها رسم می شود:



شکل (۲-۴۲)

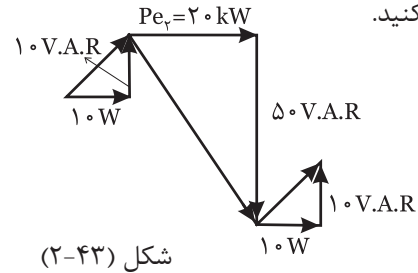
$$\begin{cases} P_{e1} = 4 \text{ KW} \\ P_{d1} = 5.33 \text{ KVAR} \end{cases} \quad \oplus \quad \text{سلفی}$$

$$\begin{cases} P_{e2} = 1.8 \text{ KW} \\ P_{d2} = -2.4 \text{ KVAR} \end{cases} \quad \ominus \quad \text{خازنی}$$



مثال ۱۹

شبکه‌ای دارای سه مصرف کننده به صورت شکل (۲-۴۳) می‌باشد. توان ظاهری و ضریب قدرت کل شبکه را محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۳)



حل

با توجه به مثلث‌های توان ابتدا ΣPe را محاسبه می‌کنیم:

$$\Sigma Pe = Pe_1 + Pe_2 + Pe_3 = 10 + 20 + 10 = 40 \text{ W}$$

$$\Sigma Pd = +Pd_1 - Pd_2 + Pd_3 = 10 - 50 + 10 = -30 \text{ VAR}$$

شبکه در مجموع پیش فاز است زیرا Pd منفی است.

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ V.A}$$

$$\cos \varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} = \frac{40}{50} = 0.8$$



فعالیت ۱۴

۱- در یک شبکه الکتریکی $\Sigma Pe = 600 \text{ W}$ و $Ps = 1000 \text{ V.A}$ است. مقدار ΣPd و ضریب قدرت شبکه را محاسبه کنید.

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2} \Rightarrow \Sigma Pd = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 - (\Sigma Pd)^2}$$

$$\Sigma Pd = \sqrt{(1000)^2 - (\Sigma Pe)^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps}$$

۲- در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده وجود دارد. اگر $\Sigma Pe = 300 \text{ W}$ و ضریب قدرت مدار 0.8 پس فاز باشد. مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) زاویه اختلاف فاز φ

ج) توان راکتیو کل

$$Ps = \frac{\Sigma Pe}{\cos \varphi} \Rightarrow Ps = \frac{\Sigma Pe}{\cos \varphi} \Rightarrow Ps = \frac{\Sigma Pe}{\cos \varphi}$$

$$\cos \varphi = 0.8 \Rightarrow \varphi = \cos^{-1} 0.8 \Rightarrow \varphi = \cos^{-1} 0.8$$

$$\Sigma Pd = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 - (\Sigma Pd)^2}$$

$$\Sigma Pd = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 - (\Sigma Pd)^2}$$

$$Pd = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 - (\Sigma Pd)^2}$$

۳- یک شبکه الکتریکی دارای مصرف کننده‌های شکل (۲-۴۴) می‌باشد. مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل شبکه

ب) رسم مثلث توان بارها

مصرف کننده اول	مصرف کننده دوم
$Ps_1 = 200 \text{ VA}$	$Pe_1 = 40 \text{ W}$
$\cos \varphi_1 = 0.6$	$Pd_1 = 40 \text{ VAR}$
پس فاز	پیش فاز

شکل (۲-۴۴)

$$Pe_1 = \Sigma Pe \times \cos \varphi_1 \Rightarrow Pe_1 = 200 \times 0.6 \Rightarrow Pe_1 = 120 \text{ W}$$

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_1} \Rightarrow \sin \varphi_1 = \sqrt{1 - 0.6^2} \Rightarrow \sin \varphi_1 = 0.8$$

$$\Rightarrow \sin \varphi_1 = 0.8$$

$$Pd_1 = Ps_1 \times \sin \varphi_1 \Rightarrow Pd_1 = 200 \times 0.8 \Rightarrow Pd_1 = 160 \text{ VAR}$$

$$\Sigma Pe = Pe_1 + Pe_2 \Rightarrow \Sigma Pe = 120 + 40 \Rightarrow \Sigma Pe = 160 \text{ W}$$

$$\Sigma Pd = Pd_1 - Pd_2 \Rightarrow \Sigma Pd = 160 - 40 \Rightarrow \Sigma Pd = 120 \text{ VAR}$$

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2} \Rightarrow Ps = \sqrt{160^2 + 120^2} \Rightarrow Ps = 200 \text{ VA}$$

$$Ps = 200 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{160}{200} \Rightarrow \cos \varphi = 0.8$$

۲- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در شبکه وجود دارد:

$$(1) \quad V_{e1} = 200 \text{ V} \quad I_{e1} = 20 \text{ A} \quad \varphi = +30^\circ$$

$$(2) \quad \text{پیش فاز} \quad P_{s_p} = 1000 \text{ V.A} \quad \cos \varphi_p = 0.5$$

مطلوبست:

(الف) توان ظاهری کل

(ب) ضریب قدرت

(ج) رسم مثلث توان ها



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

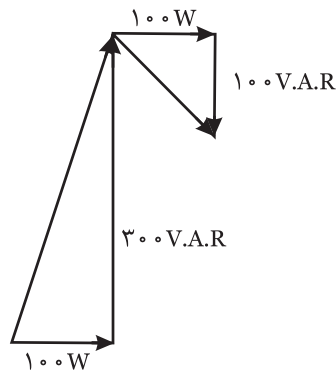


۱- با کمک نرم افزار مولتی سیم، دو مصرف کننده را در مداری ایجاد کنید، با کمک دستگاه های اندازه گیری وات متر، وارمتر و $\cos \varphi$ متر مقادیر ΣP_d ، ΣP_e و $\cos \varphi$ را محاسبه کنید.

۲- چنانچه در مداری ضریب قدرت $\cos \varphi$ کاهش یابد، چه اتفاقی می افتد؟ چگونه می توان ضریب قدرت را اصلاح کرد؟ (آن را به حدود ۱ رساند)

۳- چه موقع در مداری که شامل دو مصرف کننده است، بیشترین توان اکتیو را داریم؟ در این حالت ضریب قدرت کل مدار چقدر می باشد؟

۴- توان ظاهری مداری که مثلث توان های آن در شکل (۲-۴۵) آمده است، چند ولت - آمپر است؟



شکل (۲-۴۵)

$$\Sigma P_e = P_{e1} + \text{---} \quad \Sigma P_e = \text{---} + \text{---}$$

$$\Sigma P_d = P_{d1} - \text{---} \quad \Sigma P_d = \text{---} - \text{---}$$

$$P_s = \sqrt{(\text{---})^2 + (\text{---})^2} \quad \boxed{P_s = 200 \sqrt{2} \text{ V.A}}$$



۱- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در مداری وجود دارد:

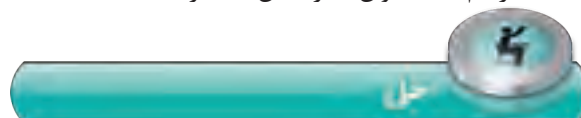
بار شماره (۱)

$$P_{e1} = 500 \text{ W} \quad , \quad \cos \varphi_1 = 0.8 \quad \text{پس فاز}$$

$$P_{e_p} = 1000 \text{ W} \quad , \quad P_{s_p} = 2000 \quad \text{پیش فاز}$$

مطلوبست: (الف) محاسبه ΣP_d ، ΣP_e و P_s

(ب) رسم مثلث توان ها براساس مقادیر محاسبه شده



.....

.....

.....

.....

.....

.....



۱) گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

- برآیند بردار از روش هندسی از رابطه محاسبه می‌شود.

☐ غلط

☐ صحیح

- اگر $F_1 = F_2$ باشد و زاویه بین دو بردار 60° درجه باشد، برآیند آن‌ها $F = \sqrt{3} F$ است.

☐ غلط

☐ صحیح

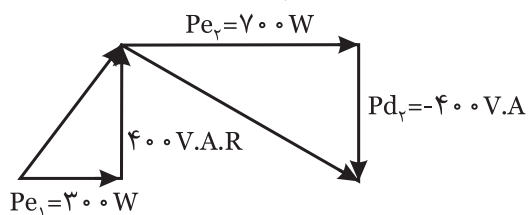
- در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$ است اگر معادله جریان $i(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$

باشد، مدار اهمی - سلفی است.

☐ غلط

☐ صحیح

- مثلث توان‌ها در یک شبکه مطابق شکل (۲-۴۶) است. توان ظاهری کل برابر 1000 ولت آمپر است.



☐ غلط

☐ صحیح

شکل (۲-۴۶)

۲) گزینه‌های مربوط به هر سوال را انتخاب کنید و شماره مربوط را در جای خالی بنویسید.

$$\cos \varphi = \frac{\sum P_e}{P_s}$$

☐

۱- رابطه توان اکتیو

$$P_e = P_s \cdot \cos \varphi$$

☐

۲- رابطه ضریب قدرت اکتیو در یک شبکه

$$P_d = P_s \cdot \sin \varphi$$

☐

۳- رابطه زاویه اختلاف فاز

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

☐

۴- رابطه توان راکتیو

$$\omega = 2\pi f$$

☐

۵- سرعت زاویه‌ای

$$P_s = V_e \cdot I_e$$

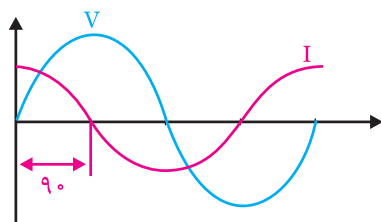
☐

۳) چنانچه دو بردار عمود بر هم، با هم برابر باشد، زاویه بین دو بردار است. زیرا

۴) اگر در مداری زاویه اختلاف فاز منفی باشد، مدار را گویند. زیرا

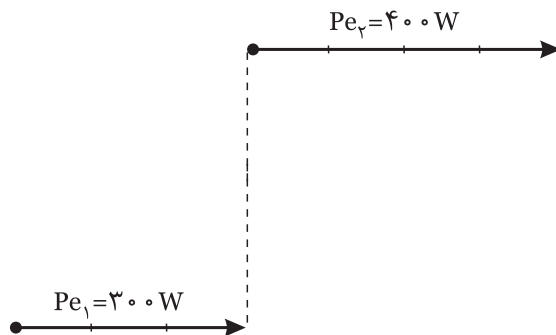
۵) توان اکتیو با توان راکتیو زمانی برابر می‌شود که ضریب قدرت برابر باشد. زیرا

۶) در منحنی‌های شکل (۲-۴۷)، توان اکتیو برابر است. زیرا



شکل (۲-۴۷)

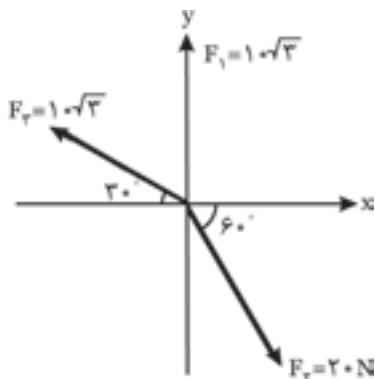
(۷) در یک شبکه، $P_{e1} = 300 \text{ W}$ و $P_{d1} = 400 \text{ V.A.R}$ (پس فاز)، $P_{e2} = 400 \text{ W}$ ، $P_{d2} = 500 \text{ V.A.R}$ (پیش فاز) است. مثلث توان‌ها را کامل کنید و توان ظاهری و ضریب قدرت مدار محاسبه کنید.



(۸) زمانی که مقادیر P_d ، P_e با هم برابر باشد، $P_s = \dots\dots\dots$ می‌باشد.

(۹) در یک شبکه با دو مصرف کننده، زمانی ضریب قدرت شبکه برابر یک است که توان‌های $\dots\dots\dots$ با هم برابر باشد و یکی از مصرف کننده‌ها $\dots\dots\dots$ فاز و دیگری $\dots\dots\dots$ فاز باشد.

(۱۰) برآیند سه بردار شکل (۲-۴۹) را به روش تحلیلی محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۹)

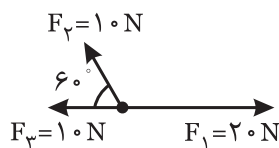
(۱۱) دو بردار $F_1 = 15 \text{ N}$ و $F_2 = 5 \text{ N}$ با زاویه $\alpha = 60^\circ$ مفروض است. مطلوبست: (شهریور ۸۷)

الف) $F_1 + F_2$ ب) $F_1 - F_2$

ج) $F_1 \cdot F_2$

(۱۲) برآیند سه بردار شکل (۲-۵۵) را بدست آورید. (خرداد ۸۶)

ضمناً مقدار تفاضل $F_1 - F_2$ چقدر است؟



شکل (۲-۵۰)

۱۳) دو بردار $F_1 = 5\sqrt{2}$ و $F_2 = 5$ مفروض است. اگر زاویه بین دو بردار $\alpha = 45^\circ$ باشد. مطلوبست: (شهریور ۸۵)

الف) $F_1 + F_2$ ب) $F_1 - F_2$ ج) $F_1 \cdot F_2$

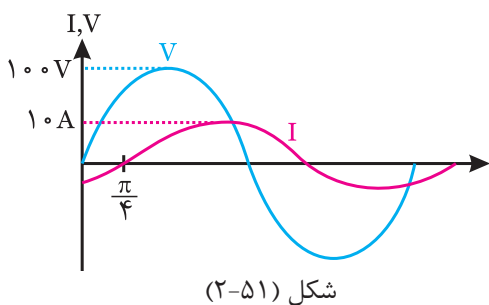
۱۴) در یک مدار الکتریکی توان اکتیو با توان راکتیو برابر است و هر کدام برابر $P_e = P_d = 500$ مطلوبست:

- الف) توان ظاهری کل
ب) ضریب قدرت مدار
ج) جریان مدار اگر ولتاژ ۱۰۰ ولت باشد.
خرداد ۸۲)

۱۵) در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۲۰۰۰ ولت آمپر است. اگر زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان ۳۰ درجه پس فاز باشد. مطلوبست: (دی ۸۳)

الف) توان‌های اکتیو و راکتیو
ب) ضریب قدرت مدار

۱۶) در یک مدار الکتریکی، منحنی‌های ولتاژ و جریان مطابق شکل (۵۱-۲) است. مطلوبست: (خرداد ۸۸)



- الف) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری
ب) رسم مثلث توان
ج) رسم دیاگرام برداری I و V

۱۷) معادله ولتاژ در یک مدار الکتریکی $V(t) = 120\sqrt{2} \sin 50\pi t$ است. اگر جریان 30° درجه پیش فاز باشد و توان ظاهری مدار $P_s = 2400$ وlt – آمپر باشد. مطلوبست: (شهریور ۸۴)

الف) معادله جریان مدار

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

ج) رسم مثلث توان

۱۸) در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد: (شهریور ۸۵)

۱) پس فاز $V_e = 200 \text{ V}$, $I_e = 10 \text{ A}$, $\phi_1 = 60^\circ$

۲) پیش فاز $P_d = 800 \text{ V.A.R}$, $P_e = 600 \text{ W}$

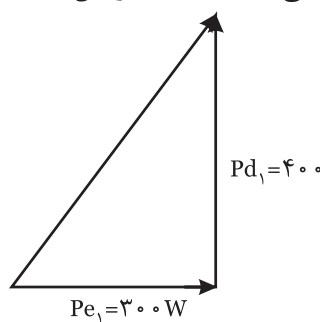
مطلوبست:

الف) تعیین توان ظاهری کل $P_s = ?$

ب) ضریب قدرت کل مدار $\cos \phi = ?$

ج) رسم مثلث‌های توان

۱۹) مثلث توان یکی از دو مصرف کننده موجود در یک مدار الکتریکی ترسیم شده است. شکل (۲-۵۲). اگر بخواهیم ضریب قدرت مدار به یک برسد، مصرف کننده دوم باید چه خصوصیاتی داشته باشد. در این حالت توان ظاهری کل مدار $P_s = 500 \text{ V.A}$ است.



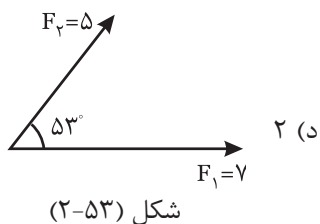
شکل (۲-۵۲)

$P_e = ?$

$P_d = ?$

سوالات چند گزینه‌ای

۲۰) تفاضل دو بردار F_1 و F_2 شکل (۲-۵۳) کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)



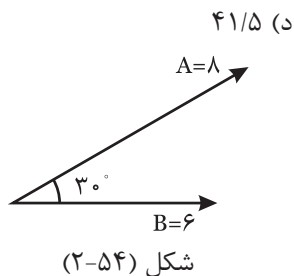
الف) ۵/۶

ب) ۴/۹

ج) ۴/۲

د) ۲

۲۱) حاصل ضرب داخلی دو بردار شکل (۲-۵۴) کدام است؟ ($\sin 30^\circ = 0.5$) (کنکور)



الف) ۱۰

ب) ۱۷/۳

ج) ۲۴

د) ۴۱/۵

۲۲) زاویه بین دو بردار F_1 و F_2 را باید چند درجه انتخاب کرد تا برآیند دو بردار با تفاضل همان دو بردار، برابر

شود؟

الف) صفر

ب) ۳۰

ج) ۹۰

د) ۱۸۰

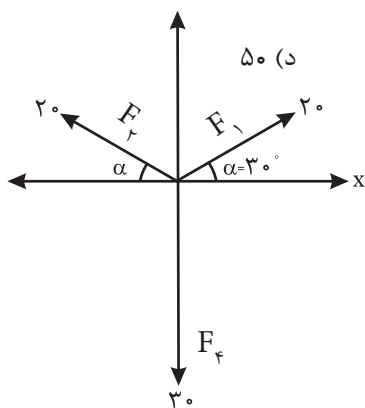
۲۳) برآیند بردارهای شکل (۲-۵۵) کدام است؟

الف) صفر

ب) ۱۰

ج) ۲۰

د) ۵۰



۲۴) منحنی تغییرات دو موج سینوسی جریان متناوب مطابق شکل (۲-۵۶) است. اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج

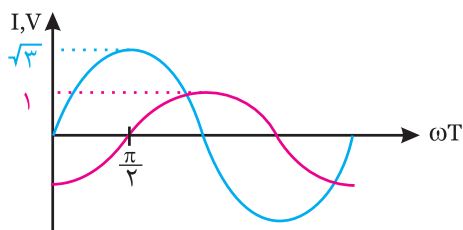
کدام است؟

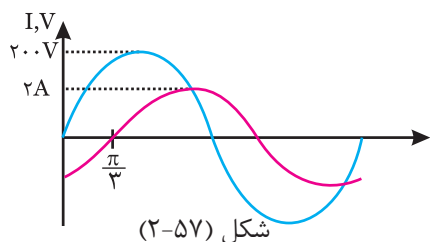
الف) ۰/۸

ب) $\sqrt{3}$

ج) ۲

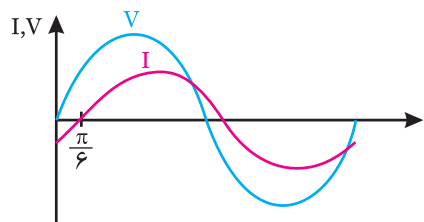
د) ۲/۷



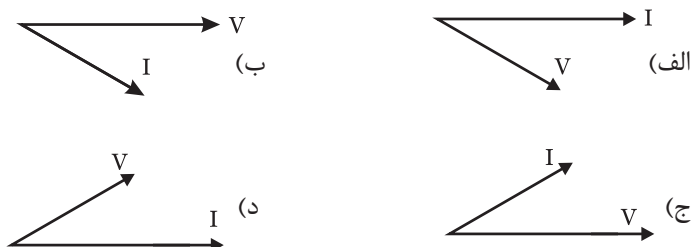


۲۵) توان مصرفی توابع شکل (۲-۵۷) چند وات است؟

- الف) ۱۰۰ (ب) $100\sqrt{2}$
ج) ۲۰۰ (د) ۲۰۰



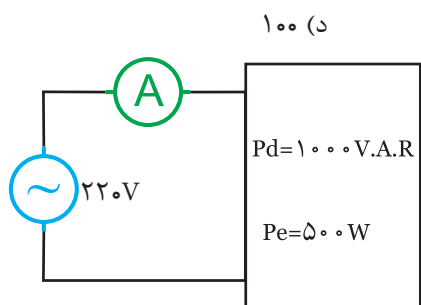
۲۶) بردار فاز شکل (۲-۵۸) کدام است؟ «کنکور»



۲۷) معادله ولتاژ و جریان یک مدار الکتریکی به صورت $V = 50 \sin(500t + 30^\circ)$ و معادله جریان $I = 4 \sin(500t - 30^\circ)$ می‌باشد.

توان غیر موثر مدار چند VAR است؟

- الف) $100\sqrt{3}$ (ب) $50\sqrt{3}$ (ج) ۲۰۰ (د) ۱۰۰

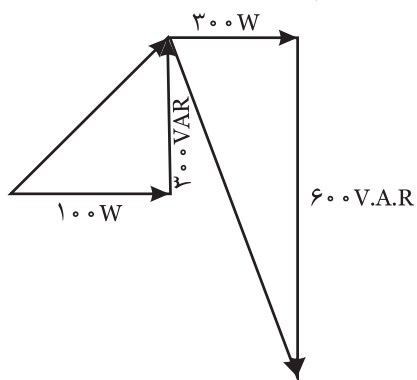


۲۸) در شکل (۲-۵۹) آمپر متر، چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟

- الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۴ (د) ۲

۲۹) در یک شبکه توان‌ها مطابق شکل (۲-۶۰) است. توان ظاهری شبکه چند ولت آمپر است؟

- الف) ۵۰۰ (ب) ۷۰۰ (ج) ۹۰۰ (د) ۴۰۰



۳۰) در یک شبکه با دو مصرف کننده: $P_{e1} = 300W$ و $P_{d1} = 400V.A.R$ ، $P_{e2} = 500W$ پس فاز می‌باشد. اگر بخواهیم، ضریب

قدرت برابر ۱ باشد، باید P_{d2} چه مقدار و چه حالتی داشته باشد؟

- الف) $P_{d2} = 400V.A.R$ و پیش فاز (ب) $P_{d2} = 400V.A.R$ و پس فاز
ج) $P_{d2} = 300V.A.R$ و هم فاز (د) $P_{d2} = 300V.A.R$ و پیش فاز



سلف
فرکانس
محلی تغییرات

$R_s = Z \cos \phi$

مثبت امیدانس وشار سری

$\sin^{-1}(\omega/R) = 37^\circ$

ضریب توان مدار

$I = f(F)$

سیگنال ژنراتور

تبدیل مدارات
ضریب کیفیت
 $V_{in} = 100 \sin(2\pi \times 10^3 t)$
جریان متناوب

$\cos \phi = \frac{R}{Z}$

RL-Filter

$I_e = I_1 + I_2$

اندوکتانی

$R_p = 20 \Omega$

$\sqrt{R^2 + X_L^2}$

ادmittانس

$P_d = \frac{V_c^2}{P_c X}$

واکتیو

X_L
 $P = \cos$
هم فاز

ضریب خود القایی
 Z_p
مقاومت سلفی
میل به سمت بی نهایت

نسبت های مثلثاتی

میل های توان ظاهری
 $\sqrt{R^2 + X_L^2}$

تبدیل به حالت سری
مقاومت

$\frac{Z}{R_p}$
توان موقت

$Z = 2/\sqrt{f} \Omega$

Parallel RL Circuits

مقاومت سلفی

میل به سمت بی نهایت

نسبت های مثلثاتی

میل های توان ظاهری
 $\sqrt{R^2 + X_L^2}$

تبدیل به حالت سری
مقاومت

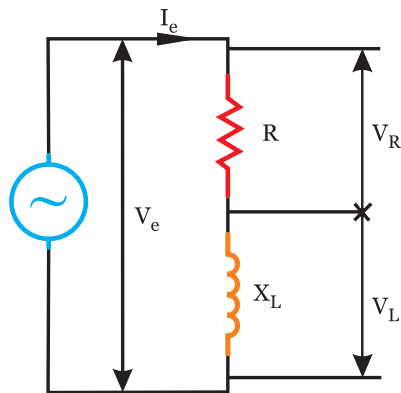


فصل سوم

مدار RL سری و RL موازی

۳-۱- مدار R-L سری

در کلیه مدارهای سری، جریان در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است. بنابراین ولتاژ دو سر عناصر R و X_L را با V_R و V_L و ولتاژ کل را با V_e نمایش می‌دهند.



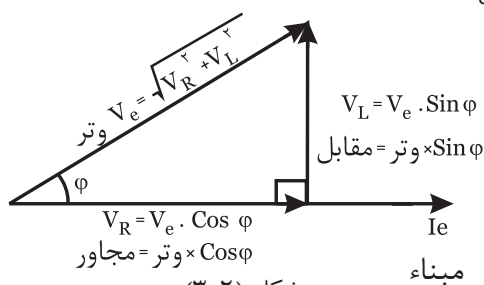
شکل (۳-۱)

۳-۲- مثلث ولتاژ: اضلاع این مثلث عبارتند از:

V_R : هم فاز با I_e

V_L : ۹۰ درجه پیش فاز (به خاطر سلفی بودن)

V_e : درجه پیش فاز



شکل (۳-۲)

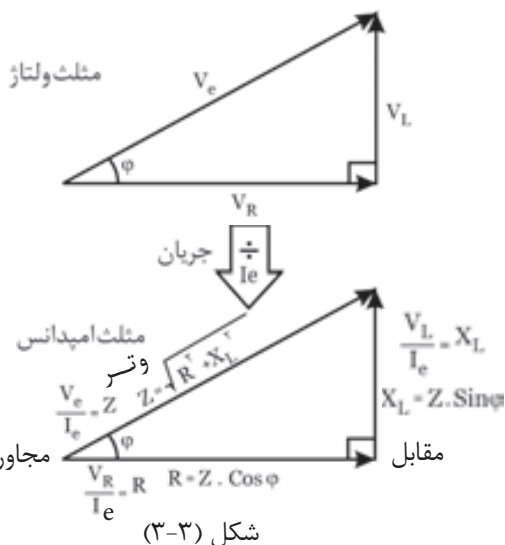
در مدار R_L سری، همیشه ولتاژ نسبت به جریان پیش فاز است $\theta_v > \theta_i$ بنابراین زاویه اختلاف فاز $\phi = \theta_v - \theta_i$ عددی بین ۰ و ۹۰+ درجه است.

۳-۳- مثلث امپدانس: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را

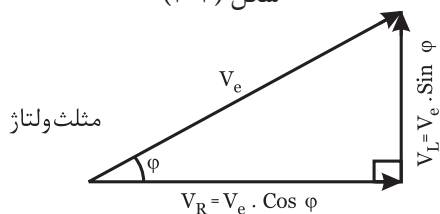
بر عامل مشترک یعنی I_e تقسیم کنیم، اضلاع مثلث امپدانس بدست می‌آید. (شکل ۳-۳)

۳-۴- مثلث توان: مثلث توان که اضلاع آن را P_e ،

P_d و P_s تشکیل می‌دهد، از دو روش بدست می‌آید: روش اول: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را در عامل مشترک یعنی I_e ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید شکل (۳-۴):

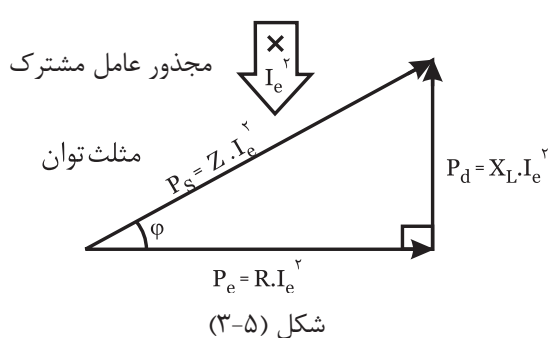
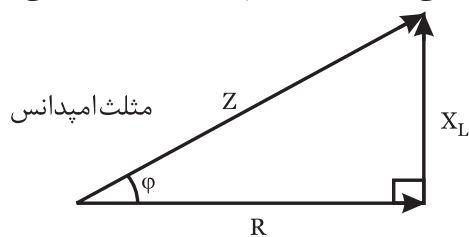


شکل (۳-۳)



شکل (۳-۴)

روش دوم: اگر اضلاع مثلث امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی $(I_e)^2$ ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید:



شکل (۳-۵)

مثال ۲

در یک مدار R-L سری، اگر معادله ولتاژ $V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ)$ و معادله جریان

$i(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t)$ باشد، مطلوب است: مقادیر R و L

حل

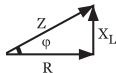
در معادلات ولتاژ و جریان مقادیر $V_m = 100\sqrt{2}$ ، $I_m = 20\sqrt{2}$ ، $\omega = 1000$ ، $\theta_V = 30^\circ$ ، $\theta_I = 0^\circ$ می باشد بنابراین ابتدا

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{100\sqrt{2}}{20\sqrt{2}} \Rightarrow Z = 5\Omega$$

Z را محاسبه می کنیم:

با توجه به اضلاع مثلث امپدانس:

$$\phi = \theta_V - \theta_I = 30^\circ - 0^\circ = 30^\circ$$



$$R = Z \cdot \cos \phi = 5 \times \cos 30^\circ = 5 \times 0.866 = 4.33\Omega$$

$$X_L = Z \cdot \sin \phi = 5 \times \sin 30^\circ = 5 \times 0.5 = 2.5\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{2.5}{1000} = 2.5\text{mH}$$

فعالیت ۱

۱- در مدار R-L سری، امپدانس از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ بدست می آید.

۲- در مدار RL سری، در تمام مدار یکسان است و از رابطه های زیر بدست می آید:

$$I_e = \frac{V_e}{Z} \quad I_e = \frac{V_R}{R} \quad I_e = \sqrt{\frac{P_e}{Z}}$$

۳- در مدار RL سری، ضریب قدرت اکتیو از رابطه های زیر بدست می آید:

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \quad \cos \phi = \frac{V_R}{V_e} \quad \cos \phi = \frac{P_e}{P_s}$$

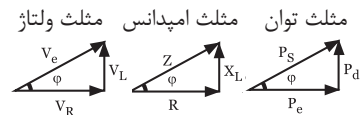
۴- توان اکتیو در این مدار از روابط زیر محاسبه می شود:

$$P_e = V_R \times I_e$$

$$P_e = R \times I_e^2$$

$$P_e = \sqrt{P_s^2 - P_r^2} \quad P_e = V_e \times I_e \times \cos \phi$$

۳-۵- ضرائب مهم:



$$\sin \phi = \frac{\text{ضلع مقابل وتر}}{\text{وتر}} = \frac{V_L}{V_e} = \frac{X_L}{Z} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریب قدرت راکتیو

$$\cos \phi = \frac{\text{ضلع مجاور وتر}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e} = \frac{R}{Z} = \frac{P_e}{P_s}$$

ضریب قدرت اکتیو

$$\tan \phi = Q = \frac{\text{ضلع مقابل مجاور}}{\text{مجاور}} = \frac{V_L}{V_R} = \frac{X_L}{R} = \frac{P_d}{P_e}$$

ضریب کیفیت

روابط فرعی:

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi}$$

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} \quad \tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi}$$

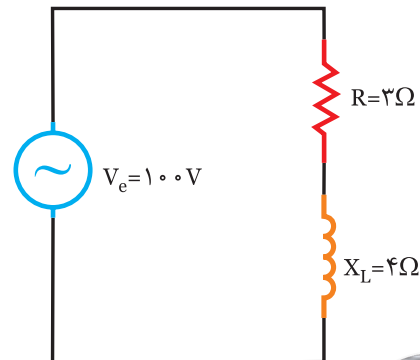
مثال ۱

در مدار شکل (۳-۶) مطلوب است:

(الف) امپدانس مدار (Z)

(ب) جریان مدار (I_e)

(ج) ولتاژ دو سر مقاومت (V_R) و ولتاژ دو سر سلف (V_L)



شکل (۳-۶)

با توجه به معلوم بودن R و X_L ابتدا Z را از مثلث

امپدانسی بدست می آوریم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow Z = \sqrt{25} = 5\Omega$$

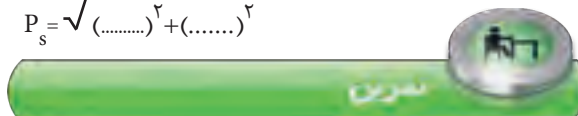
$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{5} = 20\text{A}$$

$$V_R = R \cdot I_e = 3 \times 20 = 60\text{V}$$

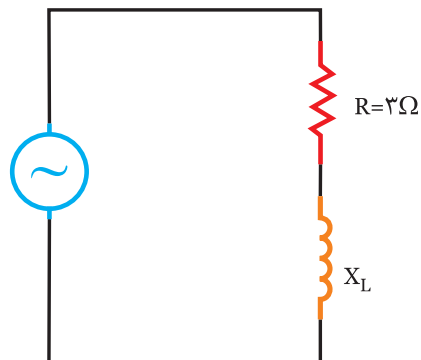
$$V_L = X_L \cdot I_e = 4 \times 20 = 80\text{V}$$

(الف) توان‌های اکتیو و راکتیو مدار
(ب) ضریب کیفیت مدار $Q=?$

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

$$P_s = \sqrt{(\dots\dots\dots)^2 + (\dots\dots\dots)^2}$$


ولتاژ کل



$$I(t) = 1 \cdot \sqrt{2} \sin(1000t)$$

[illegible]

روشی دیگر: برای محاسبه توان‌های مدار می‌توانیم از

$$P_e = V_R \cdot I_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \varphi \quad \text{روابط زیر نیز استفاده کنیم:}$$

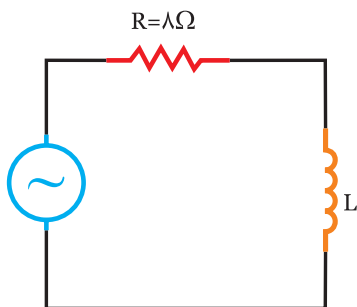
$$P_d = V_L \cdot I_e = V_e \cdot I_e \cdot \sin \varphi$$

$$P_s = V_e \cdot I_e = \sqrt{P_e^2 + P_d^2}$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۳-۱۱) ضریب قدرت می‌باشد، مطلوب

است:



$$V(t) = 100 \sin(1000\pi t + \frac{\pi}{6})$$

شکل (۳-۱۱)

الف) مقدار L

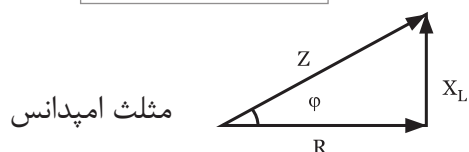
ب) جریان منبع و معادله آن

راهنمایی: چون $\sin \varphi = \frac{X_L}{Z}$ می‌باشد، ابتدا آن را بدست

می‌آوریم:

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - 0.8^2} = 0.6$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \frac{Z}{\cos \varphi} = \frac{R}{0.8} = 1.25 \Omega$$



$$X_L = Z \sin \varphi = \dots \times \dots \Rightarrow X_L = 6 \Omega$$

ب) جریان منبع و معادله آن:

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \Rightarrow I_m = 10 A$$

$$\cos \varphi = 0.8 \Rightarrow \varphi = \cos^{-1} 0.8 = 37^\circ$$

$$\theta_i = \dots \Rightarrow \theta_i = -37^\circ$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow i(t) = \dots$$

چون معادله جریان خواسته شده است، منظور از جریان

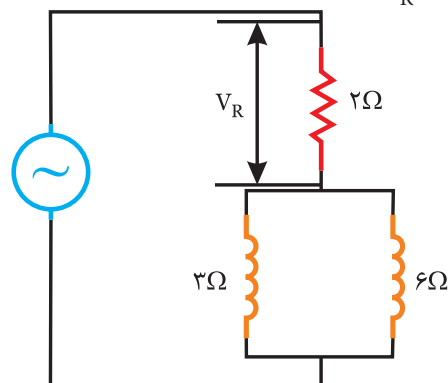
منبع، مقدار ماکزیمم آن یعنی I_m است.



مثال ۳

در مدار شکل (۳-۹)، اگر ولتاژ دو سر مقاومت

اهمی $V_R = 10 V$ باشد، مطلوبست:



شکل (۳-۹)

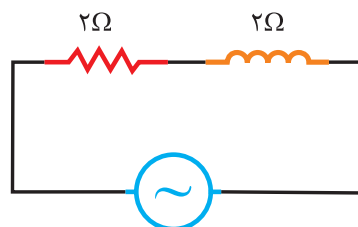
الف) جریان مدار $I_e = ?$

ب) امپدانس مدار $Z = ?$

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو، ظاهری



ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: شکل (۳-۱۰)



شکل (۳-۱۰)

$$X_L = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

با معلوم بودن V_R و R ، جریان مدار که در تمام مدار

$$I_e = \frac{V_R}{R} = \frac{10}{2} = 5 A \quad \text{یکسان است محاسبه می‌شود:}$$

ب) برای محاسبه امپدانس Z :

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$Z = 2\sqrt{2}$$

ج) توان‌های مدار:

$$P_e = R \cdot I_e^2 = 2 \times 5^2 = 50 W$$

$$P_d = X_L \cdot I_e^2 = 2 \times 5^2 = 50 VAR$$

$$P_s = Z \cdot I_e^2 = \sqrt{2} \times 5^2 = 50 \sqrt{2} VA$$

با توجه به این که معادله جریان را داریم مقادیر: $\theta_i = 0$
 $\omega = 1000$ و $I_m = 20\sqrt{2}$ معلوم است. بنابراین باید ابتدا: Z ،
 سپس V_m و به دنبال آن φ و θ_v را بدست آوریم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10\Omega$$

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \Rightarrow V_m = Z \cdot I_m = 10 \times 20\sqrt{2} = 200\sqrt{2} \text{ V}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\varphi = \cos^{-1} 0.6 = 53^\circ \Rightarrow \boxed{\varphi = 53^\circ}$$

$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \varphi_v = \theta_v - 0 = 53^\circ \Rightarrow \boxed{\theta_v = 53^\circ}$
 ولتاژ 53° درجه جلوتر از جریان است:

$$V(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$V(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t + 53^\circ)$$

(ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت $V_R(t)$:

ولتاژ دو سر مقاومت با جریان «هم فاز» است:

یعنی زاویه این ولتاژ با جریان یکسان است:

$$V_{R_m} = R \cdot I_m = 6 \times 20\sqrt{2} = 120\sqrt{2}$$

$$V_{R(t)} = 120\sqrt{2} \sin(1000t)$$

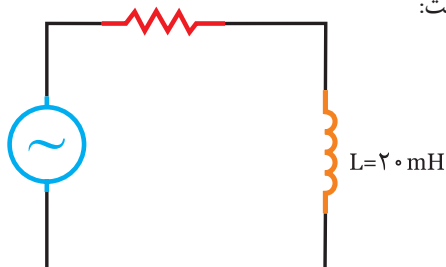
(ج) ولتاژ دو سر سلف 90° درجه نسبت به جریان پیش

$$V_L(t) = X_L \cdot I_m = 8 \times 20\sqrt{2} = 160\sqrt{2} \quad \text{فاز است:}$$

$$V_L(t) = 160\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۳-۱۳) ضریب کیفیت برابر ۱ است،
 $R = ?$ مطلوبست:



$$V(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t)$$

شکل (۳-۱۳)

(الف) مقدار مقاومت R

(ب) معادله زمانی جریان منبع

در یک مدار R_L سری، توان اکتیو نصف توان ظاهری است، اگر در این مدار $R = 3\Omega$ باشد، مطلوبست:

(الف) ضریب قدرت مدار $\cos \varphi = ?$

(ب) مقادیر امپدانس و مقاومت القایی $Z = ?$ و $X_L = ?$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

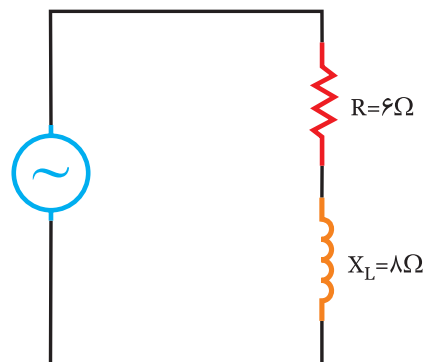
مثال ۴

در مدار شکل (۳-۱۲) معادله جریان
 $I(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t)$ می باشد. مطلوبست:

(الف) معادله ولتاژ کل $V(t)$

(ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت $V_{R(t)}$

(ج) معادله ولتاژ دو سر سلف $V_{L(t)}$



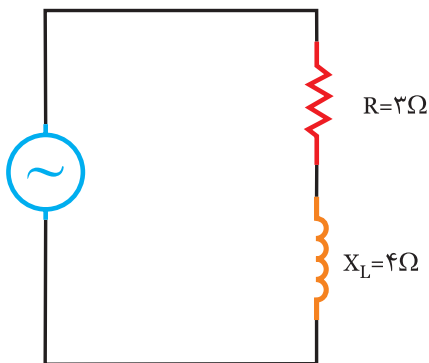
شکل (۳-۱۲)

تمرین: جدول زیر را که مربوط به یک مدار R_L سری است، کامل کنید.

$R=3\ \Omega$	$X_L=4\ \Omega$	$Z=.....$
$R=.....$	$X_L=8\ \Omega$	$Z=10\ \Omega$
$R=6\ \Omega$	$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$X_L=.....$
$R=10\ \Omega$	$Q=1$	$Z=.....$

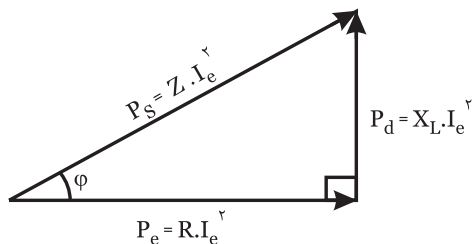
مثال ۵

در مدار شکل (۳-۱۵)، توان اکتیو مدار $P_e=300\text{ W}$ است. توان‌های راکتیو و ظاهری را تعیین کنید و مثلث توان را رسم کنید.



شکل (۳-۱۵)

با توجه به اضلاع مثلث توان:



شکل (۳-۱۶)

با معلوم بودن P_e و R می‌توانیم جریان مدار (I_e) را

محاسبه کنیم: $P_e = R \cdot I_e^2 \Rightarrow I_e^2 = \frac{P_e}{R} \Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{P_e}{R}} \Rightarrow$

$I_e = \sqrt{\frac{P_e}{R}} = \sqrt{\frac{300}{3}} \Rightarrow \sqrt{100} \Rightarrow I_e = 10\text{ A}$

راهنمایی: $X_L = \omega \cdot L = \Rightarrow X_L = 20\ \Omega$

$Q = \frac{X_L}{R} \Rightarrow R = \frac{X_L}{Q} = \Rightarrow R = \Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow Z = 20 \cdot \sqrt{2}\ \Omega$

$I_m = \frac{V_m}{Z} = \Rightarrow I_m = 10\text{ A}$

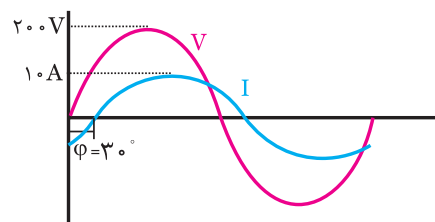
$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \Rightarrow \varphi = 45^\circ$

جریان 45° درجه پس فاز است: $\theta_i = -45^\circ$ $\theta_i = \theta_v - \varphi = 0 - 45^\circ$ با معلوم بودن I_m و θ_i :

$I_{(t)} = I_m \cdot \sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow I(t) = \text{ A}$

فعالیت ۴

در یک مدار RL سری، تابع تغییرات ولتاژ و جریان مطابق شکل (۳-۱۴) است، اندازه R و X_L چقدر است؟



شکل (۳-۱۴)

مراحل حل مسئله:

(۱) با معلوم بودن V_m و I_m و Z را محاسبه می‌کنیم:

$Z = \Rightarrow Z = 20\ \Omega$

(۲) با توجه به زاویه اختلاف فاز $\varphi = 30^\circ$ مقادیر R و X_L را

محاسبه می‌کنیم: $R = 17.3\ \Omega$

$X_L = \Rightarrow X_L = 10\ \Omega$



راهنمایی: با معلوم بودن P_e و I_e و همچنین P_d و I_e مقادیر R و X_L بدست می‌آید:

$$P_e = R I_e^2 \Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{P_e}{R}} \quad R = 3 \Omega$$

$$P_d = X_L I_e^2 \Rightarrow X_L = 4 \Omega$$

(ب) برای ولتاژ منبع به Z نیاز داریم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = 5 \Omega$$

با داشتن Z و I_e :

$$V_e = \Rightarrow$$

(ج) با کمک روابط مربوطه می‌توان ضریب توان و توان ظاهری و ضریب کیفیت را محاسبه کرد:

ضریب قدرت:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \varphi = 0.6$$

توان ظاهری:

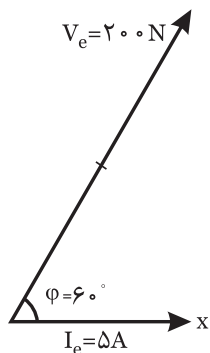
$$P_s = \Rightarrow P_s = 500 \text{ V.A}$$

ضریب کیفیت:

$$Q = \Rightarrow Q = 0.8$$



در یک مدار R - L سری بردارهای ولتاژ و جریان به صورت شکل (۳-۱۹) است. مطلوبست:



شکل (۳-۱۹)

الف) مقادیر R و X_L

ب) مقادیر V_L و V_R

ج) مقادیر P_s و P_d

در مرحله بعدی می‌توانیم P_d و P_s را محاسبه کنیم:

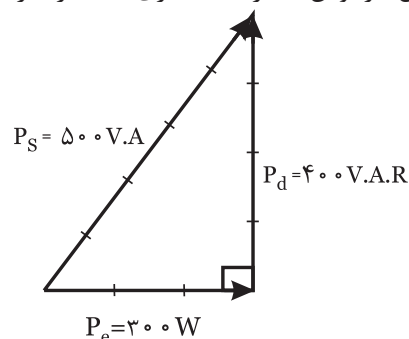
$$P_d = X_L I_e^2 = 4 \times (10)^2 \Rightarrow P_d = 400 \text{ V.A.R}$$

$$P_s = Z I_e^2 = 5 \times (10)^2 \Rightarrow P_s = 500 \text{ V.A}$$

لازم است یا ابتدا Z را محاسبه کنیم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Omega$$

رسم مثلث توان: با معلوم بودن P_d ، P_e و P_s و با توجه به سلفی (پس فاز بودن) مدار P_d مقداری مثبت را دارد.



شکل (۳-۱۷)

روشی دیگر: توان‌ها اکتیو و راکتیو و ظاهری را می‌توان از

روابط زیر نیز محاسبه کرد:

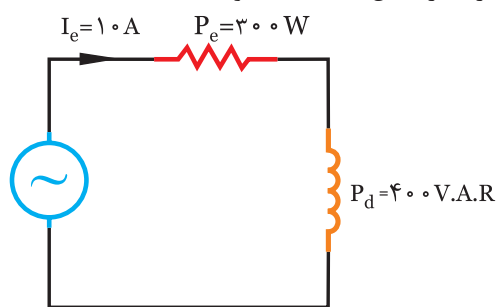
$$P_e = V_e I_e \cos \varphi$$

$$P_d = V_e I_e \sin \varphi$$

$$P_s = V_e I_e$$



در مدار شکل (۳-۱۸) مطلوبست:



شکل (۳-۱۸)

الف) مقدار R و X_L

ب) ولتاژ منبع

ج) ضریب قدرت و توان ظاهری و ضریب کیفیت

فرض شده است:

$$P_e = P_d \Rightarrow P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} \Rightarrow P_s = \sqrt{2} P_e$$

توان‌های اکتیو و راکتیو:

$$P_e = \frac{P_s}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_e = \frac{1000}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_e = P_d = 707.1 \text{ W}$$

$$Q = \frac{P_d}{P_e} \Rightarrow Q = \frac{707.1}{707.1} \Rightarrow Q = \tan \phi = 1 \Rightarrow \phi = 45^\circ$$

$$I_e = \frac{P_s}{V_e} \Rightarrow I_e = \frac{1000}{\sqrt{2} \times 100} \Rightarrow I_m = \sqrt{2} I_e \Rightarrow I_m = 7.07 \text{ A}$$

جریان ماکزیمم:

$$I_m = \sqrt{2} \times 5 \Rightarrow I_m = 7.07 \text{ A}$$

زاویه جریان:

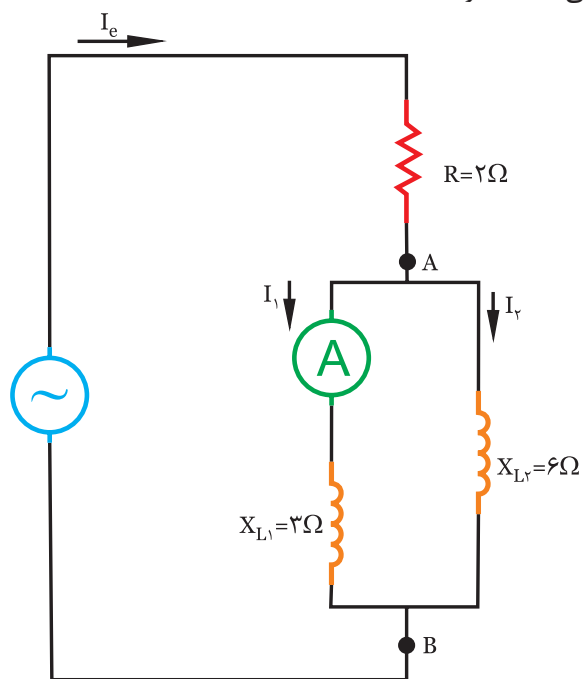
$$\theta_i = \theta_v - \phi = -45^\circ$$

جریان ۴۵ درجه پس فاز است:

$$I_{(t)} = \dots \text{ معادله جریان}$$

فعالیت ۷

در مدار شکل (۳-۲۱) آمپرتر جریان ۴ آمپر را نشان می‌دهد. مطلوبست:



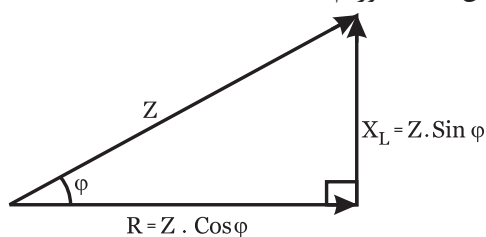
شکل (۳-۲۱)

با معلوم بودن V_e و I_e می‌توانیم Z را به دست آوریم:

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{100}{5} = 20 \Omega$$

مقادیر R و X_L را می‌توانیم از روابط مربوط به مثلث

امپدانس بدست آوریم:



شکل (۳-۲۰)

$$R = Z \cos \phi \Rightarrow R = 20 \times \cos 60^\circ \Rightarrow R = 20 \times 0.5 = 10 \Omega$$

$$X_L = Z \sin \phi \Rightarrow X_L = 20 \times \sin 60^\circ \Rightarrow X_L = 20 \times 0.866 = 17.32 \Omega$$

ب) محاسبه V_L و V_R : با معلوم بودن I_e و R می‌توان

$$V_R = R I_e = 10 \times 5 = 50 \text{ V}$$

نوشت:

$$V_L = X_L I_e = 17.32 \times 5 = 86.6 \text{ V}$$

$$V_e = Z I_e = 20 \times 5 = 100 \text{ V}$$

ج) P_d

$$P_d = X_L I_e^2 = 17.32 \times (5)^2 = 433 \text{ VAR}$$

$$P_s = Z I_e^2 = 20 \times (5)^2 = 500 \text{ V.A}$$

روشی دیگر:

$$P_s = V_e I_e = 100 \times 5 = 500 \text{ V.A}$$

$$P_d = P_s \sin \phi = 500 \times 0.866 = 433 \text{ VAR}$$

فعالیت ۷

در یک مدار R_L سری، توان‌های اکتیو و راکتیو برابر است.

اگر توان ظاهری مدار $P_s = 1000 \sqrt{2} \text{ V.A}$ باشد، مطلوبست:

الف) مقادیر P_e و P_d ?

$$V_{(t)} = 100 \sqrt{2} \sin(1000t)$$

باشد، معادله جریان را بنویسید:

۲- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری اتصال دهید. با کمک نرم افزار مولتی سیم، ولتاژ، جریان و زاویه اختلاف فاز مدار را اندازه گیری کنید.

۳- با کمک شبکه جهانی اینترنت، مطالبی را در خصوص واژه های زیر تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

Impedance	مقاومت ظاهری
ohm's law	قانون اهم
series circuit	مدار سری

خلاصه درس

۳-۶- تاثیر فرکانس بر مقادیر Z و I در مدار R_L سری

در مدار R_L سری، با افزایش فرکانس پارامترهای R و L ثابت است، در حالیکه پارامترهای X_L و Z افزایش می یابد:

$$X_L = 2\pi fL \uparrow$$

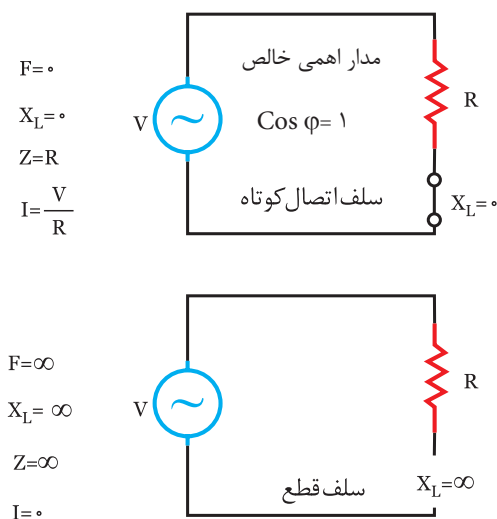
$$\uparrow Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \uparrow$$

بدین ترتیب جریان مدار و ضریب قدرت کاهش می یابد:

$$\downarrow I_e = \frac{V_e}{Z \uparrow}$$

$$\downarrow \cos \phi = \frac{R}{Z \uparrow}$$

جدول و منحنی های این تغییرات در شکل (۳-۲۳) نشان داده شده است:



شکل (۳-۲۳) الف

الف) جریان کل مدار

ب) امپدانس مدار

ج) توان اکتیو

د) توان ظاهری

با داشتن I_1 و X_{L1} ، V_{AB} را محاسبه می کنیم:

$$V_{AB} = X_{L1} \cdot I_1 = 3 \times 4 \Rightarrow V_{AB} = 12 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{X_{L2}} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A} \Rightarrow I_e = I_1 = I_2 = 4 + 2 \Rightarrow I_e = 6 \text{ A}$$

ب) سپس مدار را ساده می کنیم و Z را محاسبه می کنیم:

$$X_L T = \dots\dots\dots$$

$$Z = \dots\dots\dots$$

ج) توان اکتیو: با معلوم بودن R و P_e ، I_e را محاسبه می کنیم:

$$P_e = \dots\dots\dots \Rightarrow P_e = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \Rightarrow P_e = \dots\dots\dots \text{ W}$$

توان راکتیو:

$$P_d = X_L \times \dots\dots\dots \Rightarrow P_d = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \Rightarrow P_d = \dots\dots\dots \text{ VAR}$$

توان ظاهری:

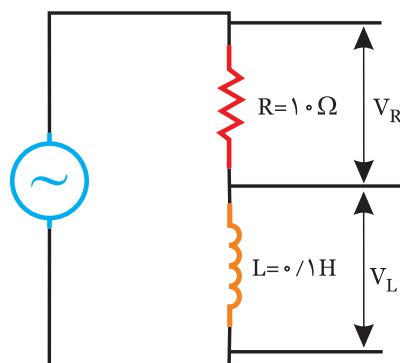
$$P_s = \sqrt{\dots\dots\dots + \dots\dots\dots} \Rightarrow P_s = \sqrt{\dots\dots\dots + \dots\dots\dots} \Rightarrow P_d = \dots\dots\dots \text{ V.A}$$

د) با معلوم بودن P_s و I_e می توان، V_e را محاسبه کرد:

$$V_e = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow V_e = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow V_e = \dots\dots\dots \text{ V}$$

تحقیق کنید

۱- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری ببندید. ولتاژهای دو سر مقاومت و سلف را اندازه گیری کنید. رابطه $V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$ را تحقیق کنید.



شکل (۳-۲۲)

الف) مقادیر I و Z در فرکانس‌های $f=1\text{Hz}$ و $f=100\text{KHz}$
 ب) ضریب قدرت $\cos \varphi$ در هر دو فرکانس



ابتدا X_L را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 1 \times 10^{-3} = 0.0628\Omega \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 100 \times 10^{-3} = 628\Omega \\ f = 100\text{KHz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس مقاومت القایی X_L افزایش می‌یابد.

سپس Z را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + (0.0628)^2} \Rightarrow Z = 10\Omega \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z = \sqrt{10^2 + 628^2} \Rightarrow Z = 628\Omega \\ f = 100\text{KHz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس، امپدانس (Z)، افزایش می‌یابد.

سپس جریان را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} I = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{10} = 10\text{A} \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{628} = 0.158\text{A} \\ f = 100\text{KHz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس جریان، کاهش می‌یابد.

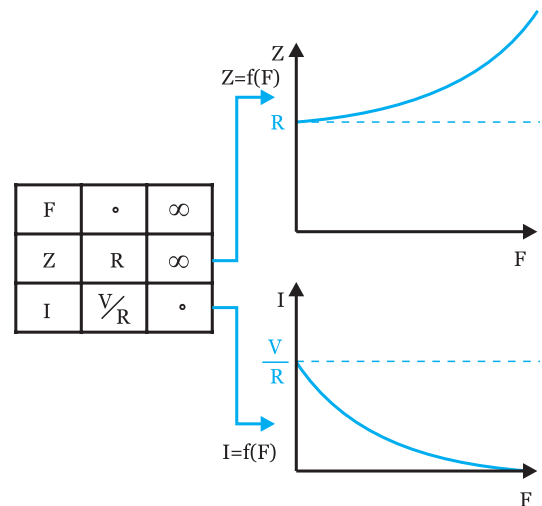
ضریب قدرت در هر دو فرکانس چنین است:

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10} = 1 \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{628} = 0.016 \\ f = 100\text{KHz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس ضریب قدرت ($\cos \varphi$) کاهش می‌یابد.

بنابراین با محاسبه نیز، نتایج جدول مورد تایید قرار می‌گیرد.



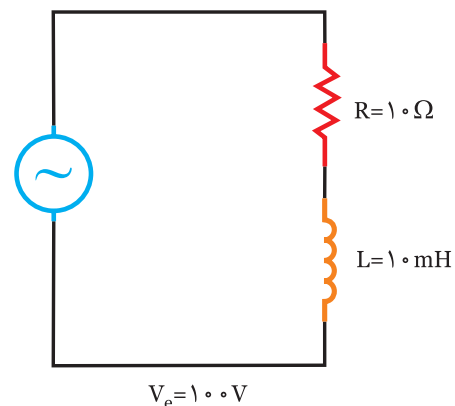
شکل (۳-۲۴) ب)

خلاصه تغییرات Z ، I ، $\cos \varphi$ را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.

↑ فرکانس F	
↑ $X_L = 2\pi fL$	مقاومت سلفی
↑ $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	امپدانس
↓ $I = \frac{V_e}{Z}$	جریان
↓ $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$	ضریب قدرت
افزایش می‌یابد	زاویه اختلاف فاز φ
مدار سلفی‌تر می‌شود	حالت مدار



در مدار R_L سری، شکل (۳-۲۵) مطلوبست:



شکل (۳-۲۵)

۱- در یک مدار R_L سری، با استفاده از شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مثل Yahoo یا Google در مورد کلید واژه‌های زیر مطالبی را تحقیق و در کلاس ارائه نمایید.

Phase different اختلاف فاز

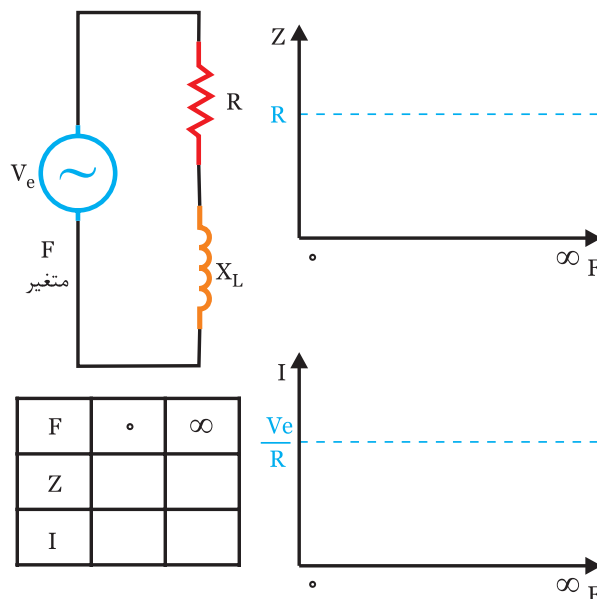
RL filter فیلتر R_L

ImPedance in RL circuit امپدانس در مدار R_L

۲- با کمک اسیلوسکوپ، سیگنال ژنراتور و یک مقاومت اهمی و یک سلف اختلاف فاز را در یک مدار R_L سری، در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری نمایید.
« به جای اسیلوسکوپ می‌توانید از کارت اسیلوسکوپ استفاده کنید»

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم یا نرم افزارهای مشابه، یک مدار R_L سری را بسته و با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری مثل ولت متر، آمپر متر، فرکانس متر، وات متر و اسیلوسکوپ پارامترهای ولتاژ، جریان، فرکانس، توان و اختلاف فاز را فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید.

در مدار شکل (۳-۲۶)، جدول تغییرات I و Z را کامل کنید، سپس منحنی تغییرات I و Z را ترسیم نمایید.



شکل (۳-۲۶)

جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس بر روی پارامترهای

یک مدار RL سری است، را کامل کنید:

فرکانس ↑		
$X_L = 2\pi \times \dots\dots\dots$	☐ افزایش ☐ کاهش	مقاومت سلفی X_L
$Z = \sqrt{(\dots\dots)^2 + (\dots\dots)^2}$	☐ افزایش ☐ کاهش	امپدانس (Z)
$I_e = \frac{V_e}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش	جریان (I_e)
$\cos \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش	ضریب قدرت $\cos \varphi$
$\varphi = \cos^{-1} \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش	اختلاف فاز φ



۱) در یک مدار R_L سری، واحد هر یک از کمیت‌های زیر را با توجه به پارامتر مربوطه، تعیین کنید.

ولت-آمپر	
اهم	
بدون واحد	
وات	
ولت-آمپر راکتیو	
درجه یا رادیان	

۱- امپدانس

۲- ضریب قدرت اکتیو

۳- توان ظاهری

۴- توان اکتیو

۵- توان راکتیو

۲) در یک مدار RL سری، گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید.

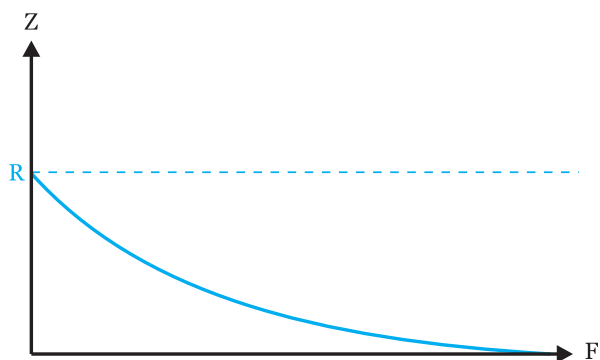
☐ غلط	☐ صحیح
☐ غلط	☐ صحیح
☐ غلط	☐ صحیح
☐ غلط	☐ صحیح

- امپدانس از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ بدست می‌آید.

- با تغییر فرکانس R و X_L تغییر می‌کند.

- ضریب قدرت $(\cos \phi)$ ، متناسب با ولتاژ مدار تغییر می‌کند.

- منحنی تغییرات Z نسبت به F مطابق شکل (۳-۲۷) است.



شکل (۳-۲۷)

☐ غلط	☐ صحیح
------------------------------	-------------------------------

- توان اکتیو متناسب با مجذور جریان تغییر می‌کند.

۳) در مدار $R-L$ سری جاهای خالی را پر کنید:

- امپدانس مدار را می‌توان از رابطه $Z = \frac{R}{\dots}$ بدست آورد.

- توان راکتیو از رابطه $P_d = \dots \times I_e^2$ محاسبه می‌شود.

- با افزایش فرکانس، مقادیر Z و $\cos$ به

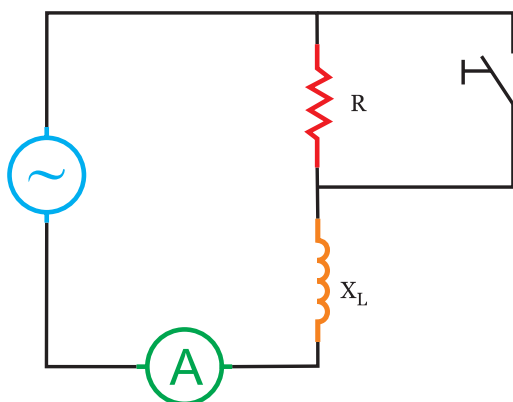
ترتیب و می‌یابد.

- اختلاف فاز ϕ و توان ، مقداری مثبت را خواهد داشت.

۴) در مدار شکل (۳-۲۸) با بستن کلید:

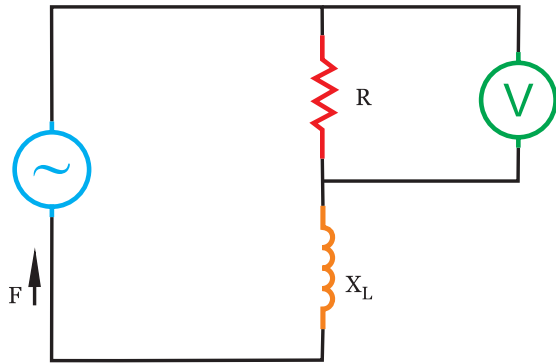
آمپر متر مقدار را نشان می‌دهد زیرا:

.....



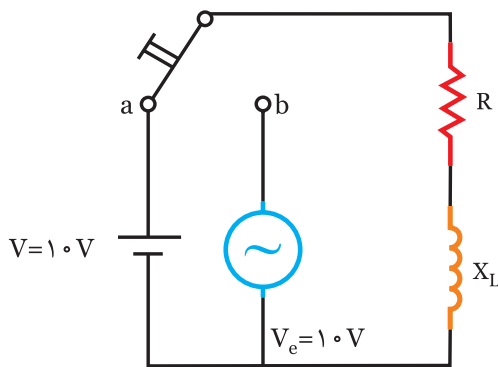
شکل (۳-۲۸)

۵) در مدار شکل (۳-۲۹)، با افزایش فرکانس ولت متر مقدار را نشان می دهد:
 زیرا:



شکل (۳-۲۹)

۶) در مدار شکل (۳-۳۰)، با تغییر وضعیت کلید توان اکتیو P_e می یابد.
 زیرا:



شکل (۳-۳۰)

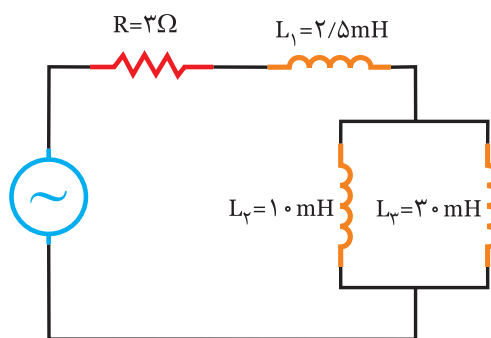
۷) در مدار R_L سری، مقاومت اهمی R با مقاومت سلفی X_L برابر است. اگر $Z = 20\sqrt{2}$ اهم باشد، مطلوبست:
 الف) R ، X_L
 ب) زاویه اختلاف فاز ϕ

۸) در مدار R_L سری، زاویه اختلاف فاز ولتاژ و جریان 30° درجه است. اگر توان ظاهری $P_s = 2000 \text{ V.A}$ باشد و جریان مدار 10 آمپر باشد، مطلوبست:
 الف) امپدانس z
 ب) ولتاژ کل $V_e = ?$
 ج) مقادیر R و X_L

۹) در مدار شکل (۳-۳۱) مطلوبست:

الف) ضریب توان $\cos \varphi$

ب) درجه فرکانس ضریب قدرت نصف حالت قبل می شود؟



شکل (۳-۳۱)

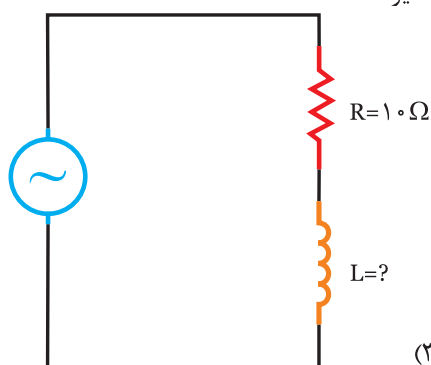
۱۰) در مدار شکل (۳-۳۲) ولتاژ ۴۵ درجه از جریان جلوتر است. مطلوبست مقادیر:

ج) P_s

ب) P_e

الف) I_e

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریانها



شکل (۳-۳۲)

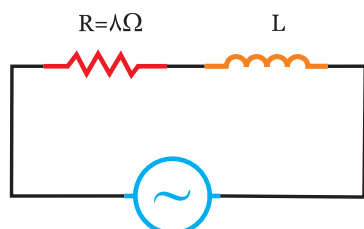
$$V_e = 100 \text{ V}$$

$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

۱۱) در مدار شکل (۳-۳۳) $\cos = 0.8$ است، مطلوبست:

الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن



$$V(t) = 100 \sin(1000t + \frac{\pi}{6})$$

شکل (۳-۳۳)

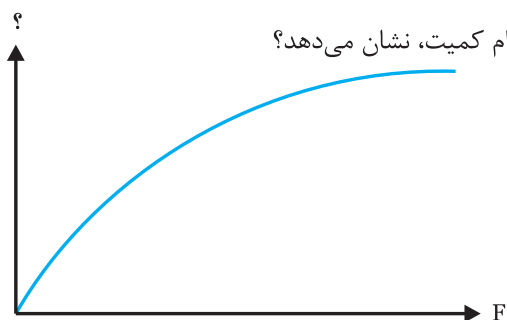
۱۲) در یک مدار R_L سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۶۰ درجه است، مقاومت سلفی چند اهم است؟

ب) ۱۴/۸

الف) ۱۴/۴

د) ۴۳/۳

ج) ۴۱/۲



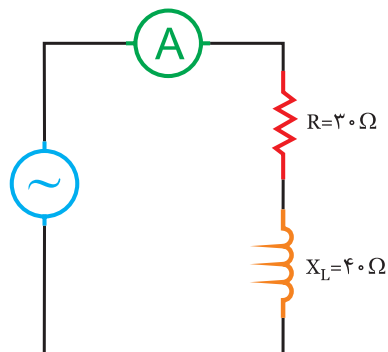
شکل (۳-۳۴)

۱۳) منحنی شکل (۳-۳۴) اثر فرکانس را در کدام مدار R_L و روی کدام کمیت، نشان می‌دهد؟

- الف) موازی - جریان
- ب) سری - مقاومت
- ج) موازی - مقاومت
- د) سری - جریان

۱۴) در مدار شکل (۳-۳۵) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ درجه و ولتاژ ورودی برابر ولت است. آمپرمتر

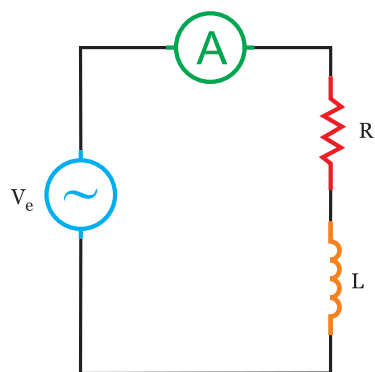
۲A را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۳۵)

- الف) $53/1 - 100$
- ب) $36/9 - 100$
- ج) $53/1 - 140$
- د) $36/9 - 140$

۱۵) در مدار شکل (۳-۳۶) R چند اهم است؟



$$P_e = 1200 \text{ W}$$

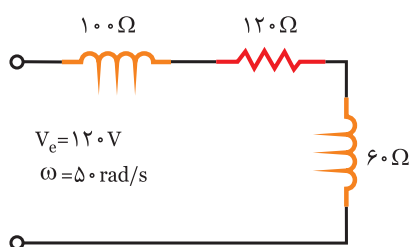
$$P_d = 1600 \text{ VAR}$$

$$V = 100\sqrt{2} \sin \omega t$$

شکل (۳-۳۶)

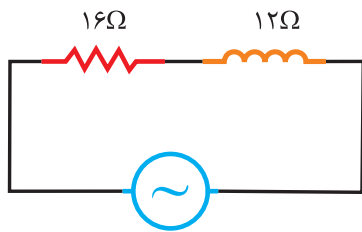
- الف) ۳
- ب) ۴
- ج) ۶
- د) ۱۰

۱۶) ضریب توان مدار شکل (۳-۳۷) چقدر است؟



شکل (۳-۳۷)

- الف) ۰/۶
- ب) ۰/۷
- ج) ۰/۸
- د) ۱

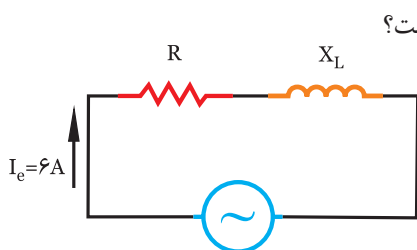


$$V_e = 40 \text{ V}$$

شکل (۳-۳۸)

۱۷) در مدار شکل (۳-۳۸) توان مصرفی چند وات است؟

- الف) ۴۰
ب) ۴۸
ج) ۶۴
د) ۸۰

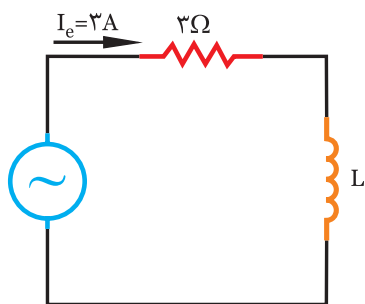


$$V_e = 60 \text{ V}$$

شکل (۳-۳۹)

۱۸) در مدار شکل (۳-۳۹) اگر توان موثر ۱۸۰ وات باشد، مقدار X_L چند اهم است؟

- الف) ۵
ب) $5\sqrt{2}$
ج) $5\sqrt{3}$
د) $6\sqrt{3}$



$$V_e = 15 \text{ V} \quad \omega = 200 \text{ rad/s}$$

شکل (۳-۴۰)

۱۹) در مدار شکل (۳-۴۰) اندوکتانس (L) چند میلی هانری است؟

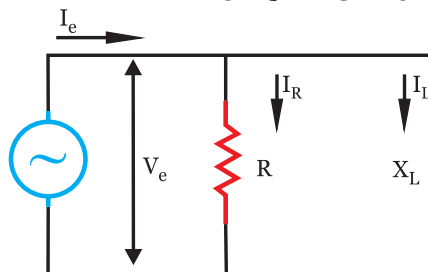
- الف) ۲۰
ب) ۱۰
ج) ۲
د) ۱

۲۰) ضریب کیفیت یک مدار R_L سری، برابر $\frac{4}{3}$ است، این مدار متوسط ولتاژی به معادله $V_{(t)} = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t)$ تغذیه می شود. اگر $R = 6 \Omega$ باشد، جریان موثر چند آمپر است؟

- الف) ۱
ب) ۲۲
ج) $22\sqrt{2}$
د) $\frac{11\sqrt{2}}{2}$

۳-۷ مدار RL موازی

در این مدار مقاومت اهمی (R) با مقاومت سلفی X_L به صورت موازی به منبعی با ولتاژ (Ve) قرار گرفته است. شکل (۳-۴۱) مانند کلیه مدارهای موازی، ولتاژ در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است.



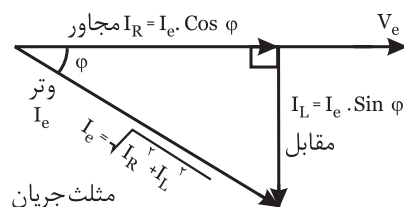
شکل (۳-۴۱)

۳-۸ مثلث جریان

جریان در هر شاخه از این مدار متناسب با عکس مقاومت آن شاخه تغییر می‌کند. جریان‌های هر شاخه عبارتند از: الف) I_R که هم فاز با V_e می‌باشد. (اهمی خالص) ب) I_L که ۹۰ درجه پس فاز است. (سلفی خالص) ج) I_e که برآیند برداری I_R و I_L است و ϕ درجه پس فاز می‌باشد.

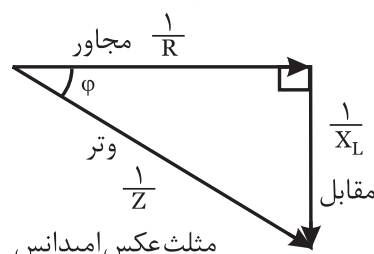
بنابراین می‌توان مثلثی را به نام مثلث جریان ترسیم کرد.

شکل (۳-۴۲)



شکل (۳-۴۲)

تقسیم بر عامل مشترک $\frac{1}{V_e}$



شکل (۳-۴۳)

۳-۹ مثلث عکس امپدانس (ادمیتانس)

چنانچه اضلاع مثلث جریان را بر عامل مشترک یعنی V_e تقسیم کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. شکل (۳-۴۳)

$$\frac{I_R}{V_e} = \frac{1}{R} \quad (\text{عکس مقاومت اهمی})$$

$$\frac{I_L}{V_e} = \frac{1}{X_L} \quad (\text{عکس مقاومت سلفی})$$

$$\frac{I_e}{V_e} = \frac{1}{Z} \quad (\text{عکس امپدانس})$$

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L}\right)^2 \Rightarrow Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

اثبات می شود

۳-۱۰ مثلث توان

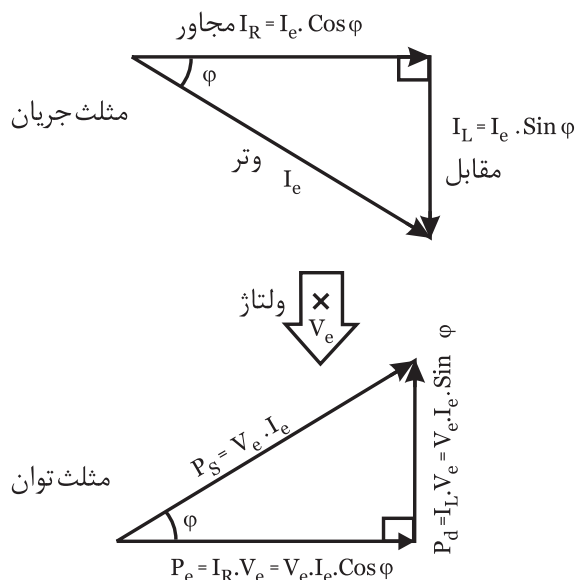
اضلاع مثلث توان، عبارتند از P_e , P_d , P_s مثلث توان را می‌توان به دو روش بدست آورد:

الف) چنانچه اضلاع مثلث جریان را در عامل مشترک

یعنی V_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید.

این مدار چون خاصیت سلفی دارد. جریان پس فاز،

ϕ و $\oplus$ P_d نیز $\oplus$ است. شکل (۳-۴۴)



شکل (۳-۴۴)

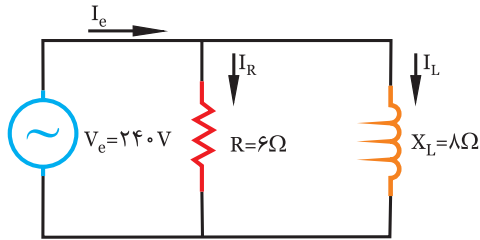
ب) اگر اضلاع مثلث عکس امپدانس را در مجذور عامل

مشترک یعنی $(V_e)^2$ ضرب کنیم، اضلاع مثلث توان بدست

می‌آید. شکل (۳-۴۵)

مثال ۱

در مدار شکل (۳-۴۶) مطلوبست:

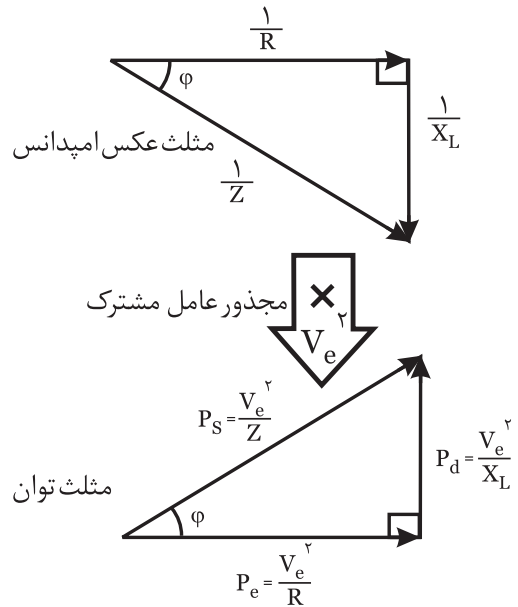


شکل (۳-۴۶)

(الف) جریان‌های هر شاخه و جریان کل

(ب) امپدانس مدار

(ج) توان اکتیو، راکتیو و ظاهری



شکل (۳-۴۵)

بررسی لغات:

۱- امپدانس: مخالفت یک مدار در برابر عبور جریان I_e که آن را مقاومت ظاهری نیز نامیده و با حرف Z نمایش می‌دهند.

۲- ادمیتانس: عکس مقاومت ظاهری است و آن را با حرف Y نمایش می‌دهند.

نسبت‌های مثلثاتی

در مثلث‌های جریان، عکس امپدانس و توان نسبت‌های مثلثاتی بین اضلاع مجاور، مقابل و وتر برقرار است که می‌توان نوشت:

ضریب قدرت راکتیو

$$\sin \phi = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{I_L}{I_e} = \frac{1/X_L}{1/Z} = \frac{Z}{X_L} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریب قدرت اکتیو

$$\cos \phi = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{I_R}{I_e} = \frac{1/R}{1/X_L} = \frac{Z}{R} = \frac{P_e}{P_s}$$

ضریب کیفیت

$$Q = \tan \phi = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{I_L}{I_R} = \frac{1/L}{1/R} = \frac{R}{X_L} = \frac{P_d}{P_e}$$

مثلث جریان	مثلث عکس امپدانس	مثلث توان
---------------	---------------------	--------------

(الف) با معلوم بودن V_e و X_L و R جریان‌های هر شاخه

$$I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{240}{6} = 40 \text{ A} \quad \text{محاسبه می‌شود:}$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{240}{8} = 30 \text{ A}$$

$$I_e = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} \Rightarrow I_e = 50 \text{ A}$$

(ب) امپدانس را می‌توان با معلوم بودن V_e و I_e محاسبه

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{240}{50} = 4.8 \Omega \quad \text{کرد:}$$

*امپدانس را می‌توان از رابطه زیر نیز محاسبه کرد:

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{6 \times 8}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{48}{10} \Rightarrow Z = 4.8 \Omega$$

(ج) توان اکتیو:

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} = \frac{240^2}{6} = 9600 \text{ W}$$

$$P_d = \frac{V_e^2}{X_L} = \frac{240^2}{8} = 7200 \text{ VAR}$$

$$P_s = V_e \times I_e = 240 \times 50 = 12000 \text{ V.A}$$

توان اکتیو و راکتیو را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه

$$P_e = P_s \times \cos \phi = 12000 \times 0.8 = 9600 \text{ W} \quad \text{کرد:}$$

$$P_d = P_s \times \sin \phi = 12000 \times 0.6 = 7200 \text{ VAR}$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{4.8}{6} = 0.8$$

$$\sin \phi = \frac{Z}{X_L} = \frac{4.8}{8} = 0.6$$

- الف) معادله ولتاژ کل را بنویسید.
 ب) معادله جریان را در هر شاخه بنویسید.
 ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها را رسم کنید.



.....

.....

.....

.....

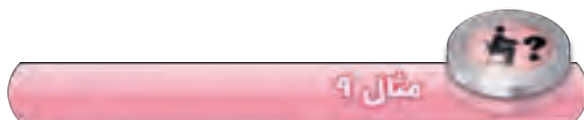
.....

.....

.....

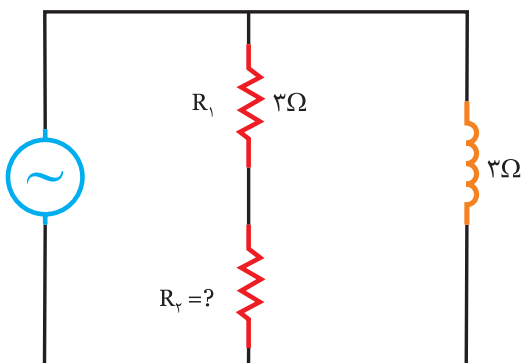
.....

.....



در مدار شکل (۳-۴۹) توان راکتیو مدار $P_d = 300 \text{ VAR}$ است. اگر ضریب قدرت مدار 0.6 باشد. مطلوبست:

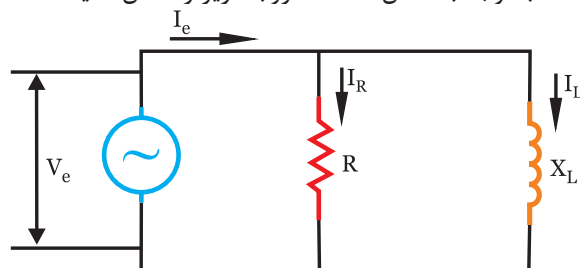
- الف) ولتاژ مدار $V_e = ?$
 ب) مقدار مقاومت R_2
 ج) توان‌های اکتیو و ظاهری $P_e = ?$ و $P_s = ?$



شکل (۳-۴۹)



با توجه به شکل (۳-۴۷) روابط زیر را کامل کنید:



شکل (۳-۴۷)



$$I_R = \frac{V_e}{\dots\dots\dots} \quad I_L = \frac{V_e}{\dots\dots\dots} \quad I_e = \frac{V_e}{\dots\dots\dots}$$

$$I_e = \sqrt{(\dots\dots)^2 + (\dots\dots)^2}$$

$$Z = \frac{V_e}{\dots\dots\dots} \quad Z = \frac{R \times \dots\dots\dots}{\sqrt{(\dots\dots)^2 + (\dots\dots)^2}}$$

$$\cos \phi = \frac{\dots\dots\dots}{I_e} = \frac{Z}{\dots\dots\dots} = \frac{P_e}{\dots\dots\dots}$$

$$\sin \phi = \frac{\dots\dots\dots}{I_e} = \frac{Z}{\dots\dots\dots} = \frac{P_d}{\dots\dots\dots}$$

$$\tan \phi = Q = \frac{\dots\dots\dots}{I_e} = \frac{P_d}{X_L} = \frac{P_d}{\dots\dots\dots}$$

$$P_e = V_e \times \dots\dots\dots = \frac{V_e^2}{\dots\dots\dots} = V_e \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

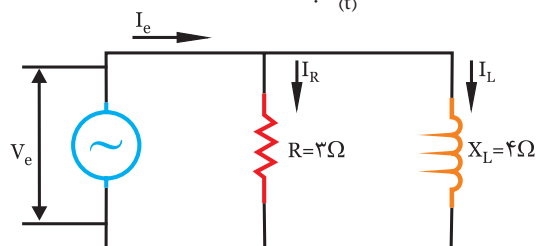
$$P_d = \dots\dots\dots \times I_L = \frac{V_e^2}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \times I_e \times \dots\dots\dots$$

$$P_s = V_e \times \dots\dots\dots = \frac{V_e^2}{\dots\dots\dots} \sqrt{(\dots\dots)^2 + (P_d)^2}$$

با مراجعه به متن درس، روابطی را که درست ننوشته‌اید، مجدداً مطالعه و بازنویسی کنید.



در مدار شکل (۳-۴۸) اگر معادله جریان $I_{(t)} = 20\sqrt{2} \sin(1000t)$ باشد:



شکل (۳-۴۸)

برای محاسبه ولتاژ، چون مقاومت‌های اهمی و سلفی به صورت موازی قرار دارد، با معلوم بودن جریان یکی از شاخه‌ها و مقاومت سلفی می‌توان نوشت:

$$V_e = X_L \times \dots \Rightarrow V_e = 10 \times \dots = 60V$$

(ب) برای محاسبه امپدانس (z)، ابتدا مدار را ساده

$$R_t = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \dots \times \dots \Rightarrow R_t = \dots$$

می‌کنیم:

$$X_{Lt} = \frac{\dots \times \dots}{\dots + \dots} = \dots \Rightarrow X_{Lt} = \dots$$

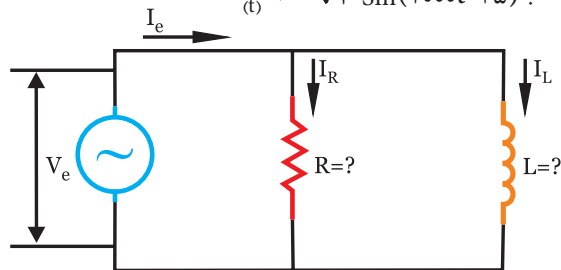
$$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \frac{\dots \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \dots$$

(ج) با معلوم بودن ولتاژ کل و امپدانس، جریان مدار

محاسبه می‌شود:

$$I_e = \frac{V_e}{Z} \Rightarrow I_e = \dots \Rightarrow I_e = \dots$$

در مدار R_L موازی شکل (۳-۵۱) معادله ولتاژ $V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin(1000t)$ و معادله جریان مساوی است با $I_{(t)} = 20\sqrt{2} \sin(1000t - 45^\circ)$



شکل (۳-۵۱)

الف) مقادیر R و L را محاسبه کنید.

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار را رسم کنید.

.....

.....

.....

.....

.....

توان راکتیو مربوط به سلف یا خازن است. با معلوم بودن X_L و P_d می‌توان نوشت:

$$P_d = \frac{V_e^2}{X_L} \Rightarrow V_e = \sqrt{P_d \times X_L} = \sqrt{300 \times 3} \Rightarrow V_e = 30V$$

$$\cos \phi = 0.6 \Rightarrow \sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} \Rightarrow \sin \phi = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8$$

(ب) برای تعیین مقاومت R_p ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin \phi = \frac{Z}{X_L} \Rightarrow Z = X_L \times \sin \phi \Rightarrow Z = 3 \times 0.8 \Rightarrow Z = 2.4\Omega$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} \Rightarrow R_t = \frac{Z}{\cos \phi} = \frac{2.4}{0.6} \Rightarrow R_t = 4\Omega$$

$$R_t = R_1 + R_p \Rightarrow R_p = R_t - R_1 \Rightarrow R_p = 4 - 3 \Rightarrow R_p = 1\Omega$$

(ج) توان‌های اکتیو و ظاهری:

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} \Rightarrow P_e = \frac{(30)^2}{6} \Rightarrow P_e = 150W$$

$$P_s = \frac{V_e^2}{Z} \Rightarrow P_s = \frac{(30)^2}{2.4} = \frac{900}{2.4} \Rightarrow P_s = 375VA$$

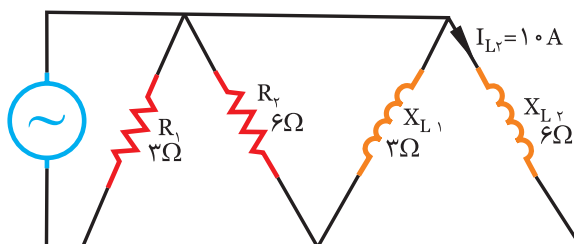
برای محاسبه توان‌های ظاهری و اکتیو می‌توان از راه حل

دیگری نیز استفاده کرد: $P_s = V_e \times I_e = 30 \times 12.5 = 375VA$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{30}{2.4} = 12.5A$$

$$P_e = P_s \times \cos \phi = 375 \times 0.6 = 225W$$

در مدار شکل (۳-۵۰)، مطلوبست:



شکل (۳-۵۰)

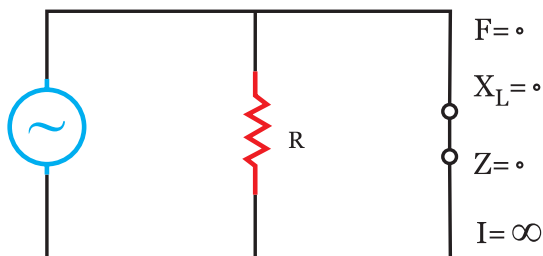
الف) ولتاژ مدار (V_e)

ب) امپدانس کل (z)

ج) جریان مدار (I_e)

۳-۱۱- تاثیر فرکانس روی مدار RL موازی

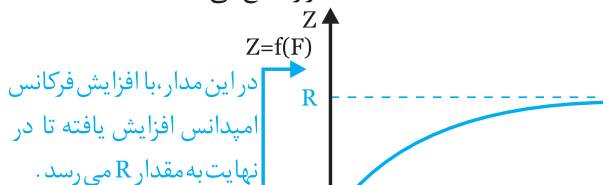
در این مدار، با افزایش فرکانس R ثابت است، ولی X_L افزایش می‌یابد. اگر فرکانس از کوچکترین مقدار یعنی $F=0$ تا فرکانس‌های بسیار بالا $F=\infty$ افزایش یابد، تغییرات امپدانس و جریان را می‌توان چنین بررسی کرد. شکل (۳-۵۳)



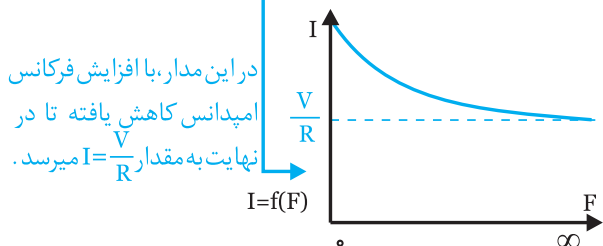
سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.



سلف مدار را قطع می‌کند.



F	0	∞
Z	0	R
I	∞	$\frac{V}{R}$

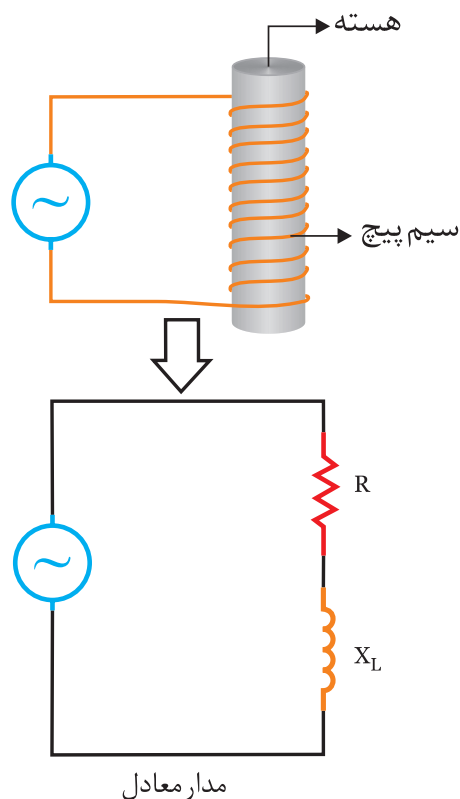


شکل (۳-۵۳)

۳-۱۲- تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت ($\cos \phi$)

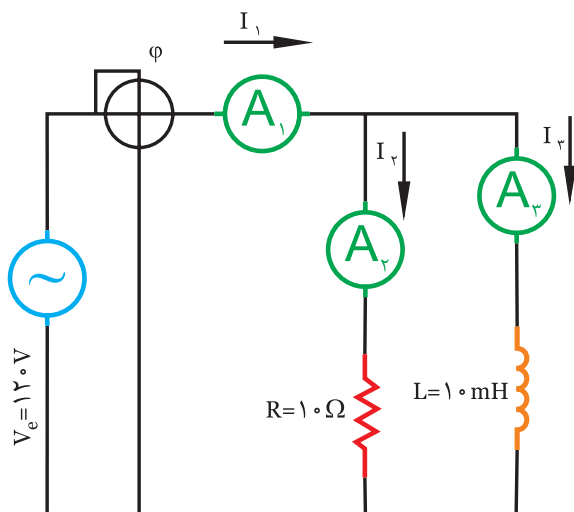
در این مدار با افزایش فرکانس، ضریب قدرت افزایش می‌یابد. در فرکانس‌های بسیار بالا، ضریب قدرت به حداکثر

چنانچه چند دور سیم روکش‌دار را روی یک هسته بیچیم، یک بوبین یا سلف ساخته می‌شود. هر بوبین یا سلف دارای یک مقاومت اهمی (R) و ضریب خودالقایی (L) می‌باشد. در اثر عبور جریان متناوب این سیم پیچ یک مقاومت سلفی (X_L) از خود نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان هر سیم پیچ را ترکیبی از یک مقاومت اهمی (R) و یک مقاومت سلفی (X_L) در نظر گرفت که با هم سری شده است. شکل (۳-۵۲)



شکل (۳-۵۲)

بنابراین سیم پیچ‌های ترانسفورماتورها و موتورهای الکتریکی را می‌توان به عنوان یک مدار RL سری در نظر گرفت.

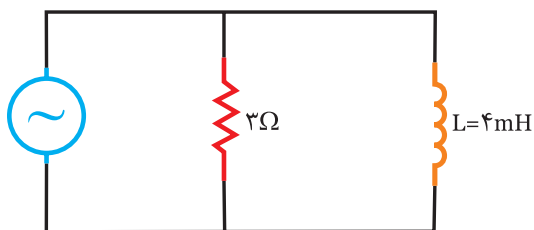


شکل (۳-۵۴)

۴- در مورد کاربرد مدار موازی (مثلا به عنوان فیلتر) مطالبی را تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.



در مدار الکتریکی شکل (۳-۵۵) مطلوبست:



$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

شکل (۳-۵۵)

الف) ضریب قدرت مدار در $\omega = 1000 \text{ rad/s}$

ب) در چه فرکانسی ضریب قدرت نصف می‌شود؟



ابتدا مقاومت سلفی را محاسبه می‌کنیم:

$$X_L = \omega \cdot L \Rightarrow X_L = 1000 \times 4 \times 10^{-3} \Rightarrow X_L = 4 \Omega$$

با معلوم بودن X_L و R ، Z و سپس $\cos \phi$ را محاسبه

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{3 \times 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{12}{5} \Rightarrow Z = 2.4 \Omega$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} \Rightarrow \cos \phi = \frac{2.4}{3} \Rightarrow \cos \phi = 0.8$$

مقدار خود یعنی ۱ می‌رسد و مدار حالت اهمی خالص می‌یابد.

جدول زیر تاثیر فرکانس را روی پارامترهای مدار نشان

می‌دهد.

$\uparrow F$	
$\uparrow X_L = 2\pi fL$	X_L مقاومت سلفی
$\uparrow Z \Leftarrow \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} = \frac{1}{\uparrow X_L}$	(Z) امپدانس
$\downarrow I_e = \frac{V_e}{Z \uparrow}$	(Ie) جریان
$\uparrow \cos \phi = \frac{Z}{R}$	$\cos \phi$ ضریب قدرت
$\downarrow \phi$	ϕ زاویه اختلاف فاز
حالت مدار	اهمی تر میشود



۱- با کمک سایت‌های اینترنتی و موتورهای جستجوگر مثل Google و Yahoo درباره لغات کلیدی زیر مطالبی را تهیه کرده و در کلاس ارائه کنید.

- Parallel RL Circuits (مدارات موازی)

- ImPedance (امپدانس) - Phase Angle (زاویه فاز)

- Real Power (توان حقیقی) - R-L-filter (فیلترهای RL)

۲- با کمک اسیلوسکوپ و سیگنال ژنراتور، در مورد یک مدار موازی زاویه اختلاف فاز و دامنه ولتاژ و جریان را در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید.

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم، مدار الکتریکی شکل (۳-۵۴) را بسته و پارامترهایی مثل جریان هر شاخه، ضریب قدرت و زاویه اختلاف فاز را در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید و نتایج را در جدول زیر بنویسید.

F	
I_1	
I_2	
I_3	

در نهایت می‌توان ضریب قدرت ($\cos \phi$) را نیز برای هر دو فرکانس محاسبه کرد:

$$F=1 \text{ Hz}$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \phi = \dots\dots\dots$$

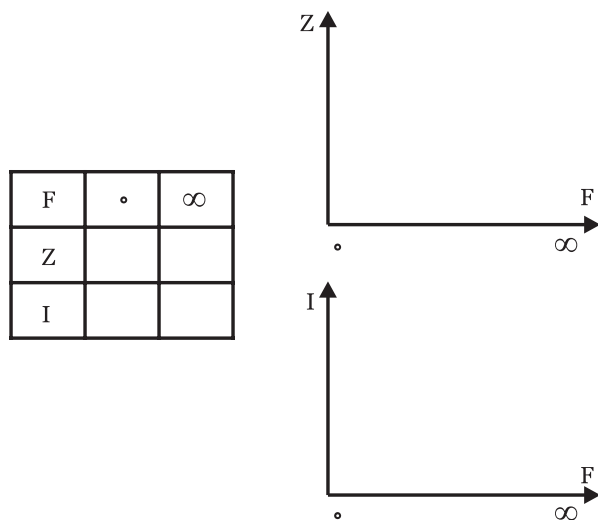
$$F=10 \text{ KHz}$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \phi = \dots\dots\dots$$



۱- منحنی‌های تغییرات امپدانس نسبت به فرکانس $Z=f(f)$

و جریان نسبت به فرکانس $I=f(f)$ را رسم کنید. جدول مربوط به آن را نیز کامل کنید. شکل (۵۶-۳)



شکل (۵۶-۳)

۲- جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس روی

پارامترهای مختلف مدار می‌باشد را کامل کنید.

$\uparrow F$	
$\uparrow X_L = 2\pi fL$ مثال	مقاومت سلفی X_L
	امپدانس (Z)
	جریان (I_e)
	ضریب قدرت $\cos \phi$
	زاویه اختلاف فاز ϕ
	حالت مدار

(ب)

$$\cos \phi = \frac{1}{Z} \cos \phi = \frac{1}{Z} \times 0.8 \Rightarrow \cos \phi = 0.4$$

$$\cos \phi = \frac{Z_r}{Z} \Rightarrow Z_r = R. \cos \phi = 3 \times 0.4 \Rightarrow Z_r = 1.2 \Omega$$

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - 0.4^2} \Rightarrow \sin \phi = 0.91$$

$$\sin \phi = \frac{Z}{X_L} \Rightarrow X_L = \frac{Z}{\sin \phi} = \frac{1.2}{0.91} \Rightarrow X_L = 1.31 \Omega$$

$$F_r = \frac{X_L}{2\pi \times L} = \frac{1.31}{2 \times 3.14 \times 10^{-3}} \Rightarrow F_r = 52 \text{ Hz}$$

مشاهده می‌شود با کاهش فرکانس، ضریب قدرت و امپدانس کاهش می‌یابد.



در یک مدار R-L موازی، که $R=6 \Omega$ و $L=8 \text{ mH}$ و

$V_e=100 \text{ V}$ است. فرکانسی را از $F_1=1 \text{ Hz}$ به $F_2=10 \text{ KHz}$ می‌رسانیم. امپدانس (Z) و ضریب قدرت ($\cos \phi$) و جریان (I_e) را در هر دو فرکانس محاسبه کنید.



ابتدا مقاومت القایی و سپس امپدانس (Z) و جریان I_e را در هر دو فرکانس محاسبه کنید:

$$F=1 \text{ Hz}$$

$$X_L = 2\pi f \times L \Rightarrow X_L = 2 \times \dots \times \dots \times \dots \Rightarrow X_L = \dots$$

$$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \frac{\dots \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \dots$$

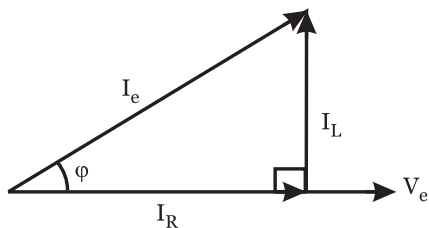
$$I_e = \frac{V_e}{Z} \Rightarrow I_e = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow I_e = \dots$$

$$F=10 \text{ KHz}$$

$$X_L = 2 \times \dots \times \dots \times L \Rightarrow X_L = 2 \times \dots \times \dots \times \dots \Rightarrow X_L = \dots$$

$$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \frac{\dots \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \dots$$

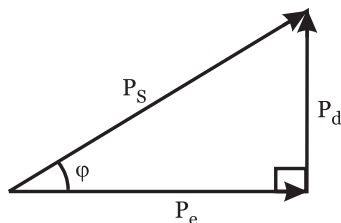
$$I_e = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow I_e = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow I_e = \dots$$



شکل (۳-۵۸)

۱۰- مثلث توان‌ها در این مدار مطابق شکل (۳-۵۹) است.

☐ غلط ☐ صحیح



شکل (۳-۵۹)

۱۳-۳- تبدیل مدار R-L سری به R-L موازی

در بسیاری از موارد خصوصاً در مدارهای سری - موازی (مختلط) که در فصول آینده مورد بررسی قرار می‌گیرد، لازم است تا یک مدار R-L سری به یک مدار R-L موازی تبدیل شود. در این تبدیل باید: اولاً امپدانس و ضریب قدرت در هر دو حالت یکسان باشد، ثانیاً خاصیت مدار در هر دو حالت یکسان باشد. برای این تبدیل مراحل زیر انجام می‌شود:

۱- ابتدا امپدانس را در حالت سری از $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ رابطه محاسبه می‌کنیم.

۲- ضرایب $\sin \phi$ و $\cos \phi$ را از رابطه‌های $\cos \phi = \frac{R}{Z}$ و $\sin \phi = \frac{X_L}{Z}$ در حالت سری محاسبه می‌کنیم.

۳- برای تبدیل به حالت موازی، چون مقادیر $\cos \phi$ ، Z و $\sin \phi$ باید در هر دو مدار یکسان باشد. می‌توان نوشت:

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R_p = \frac{Z}{\cos \phi} \Rightarrow R_p = \frac{Z}{\frac{R}{Z}} \Rightarrow R_p = \frac{Z^2}{R}$$

$$\sin \phi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{Z}{\sin \phi} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{Z}{\frac{X_L}{Z}} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{Z^2}{X_L}$$



گزینه‌های صحیح و غلط را در مورد مدار R-L موازی انتخاب کنید:

۱- در این مدار، افزایش فرکانس تاثیری در مقاومت

اهمی (R) ندارد. ☐ صحیح ☐ غلط

۲- در این مدار، توان اکتیو (P_e) متناسب با مقدار مقاومت القایی X_L تغییر می‌کند.

☐ صحیح ☐ غلط

۳- ضریب قدرت از رابطه $\cos \phi = \frac{Z}{R}$ بدست می‌آید.

☐ صحیح ☐ غلط

۴- با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ثابت می‌ماند.

☐ صحیح ☐ غلط

۵- جریان در شاخه سلفی، متناسب با مقاومت اهمی

مدار تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط

۶- جریان کل مدار، از رابطه $I_e = I_p + I_e$ بدست می‌آید.

☐ صحیح ☐ غلط

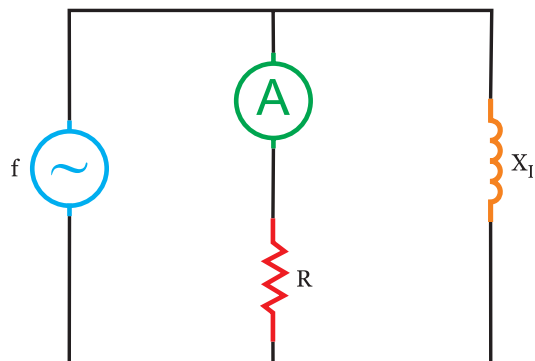
۷- امپدانس مدار از رابطه $Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ بدست می‌آید.

☐ صحیح ☐ غلط

۸- در مدار شکل (۳-۵۷)، افزایش فرکانس موجب

افزایش جریان آمپرتر می‌شود.

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳-۵۷)

۹- دیاگرام برداری جریان‌ها و ولتاژ مطابق شکل (۳-۵۸)

است. ☐ صحیح ☐ غلط



$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = \sqrt{10^2 + 10^2} \Rightarrow \boxed{Z = 10\sqrt{2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R_p = \frac{Z}{\cos \varphi} = \frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \boxed{R_p = 20\Omega}$$

$$X_{Lp} = \frac{Z}{\sin \varphi} = \frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \boxed{X_{Lp} = 20\Omega}$$



۳-۱۴- تبدیل مدار R-L موازی به R-L سری

برای این تبدیل عکس مراحل قبلی را انجام می‌دهیم:

۱- ابتدا امپدانس را در حالت موازی از رابطه $Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ محاسبه می‌کنیم.

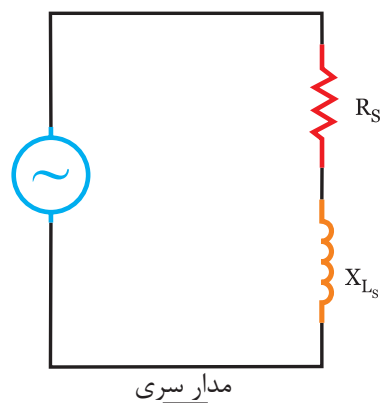
۲- ضرایب $\sin \varphi$ و $\cos \varphi$ را از رابطه‌های $\sin \varphi = \frac{Z}{X_L}$ و $\cos \varphi = \frac{Z}{R}$ محاسبه می‌کنیم. (شکل ۳-۶۲)

۳- برای تبدیل به حالت سری، مقادیر Z ، $\cos \varphi$ و $\sin \varphi$

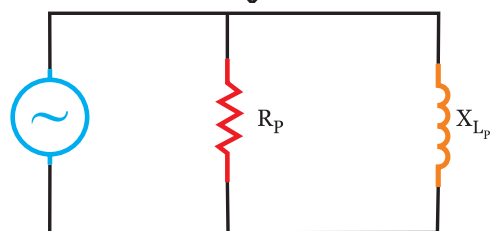
باید در هر دو حالت یکسان باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R_s = Z \cdot \cos \varphi \Rightarrow R_s = Z \times \frac{Z}{R_p} \Rightarrow \boxed{R_s = \frac{Z^2}{R_p}}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_{Ls} = Z \cdot \sin \varphi \Rightarrow X_{Ls} = Z \times \frac{Z}{X_{Lp}} \Rightarrow \boxed{X_{Ls} = \frac{Z^2}{X_{Lp}}}$$

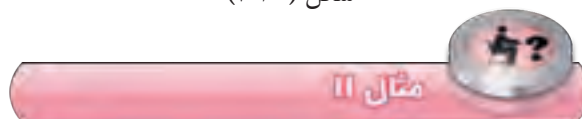


مدار سری



مدار معادل موازی

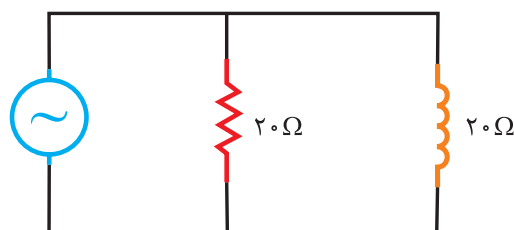
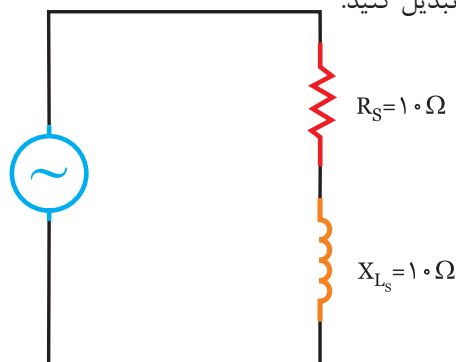
شکل (۳-۶۰)



مثال ۱۱

مدار شکل (۳-۶۱) را از حالت مدار سری به حالت مدار

موازی تبدیل کنید.



شکل (۳-۶۱)



$$Z = \frac{R X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \Rightarrow Z = \frac{20 \times 20}{\sqrt{20^2 + 20^2}} = \frac{400}{20\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}}$$

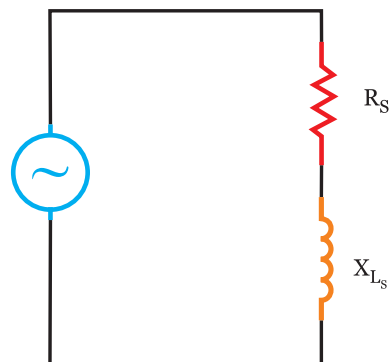
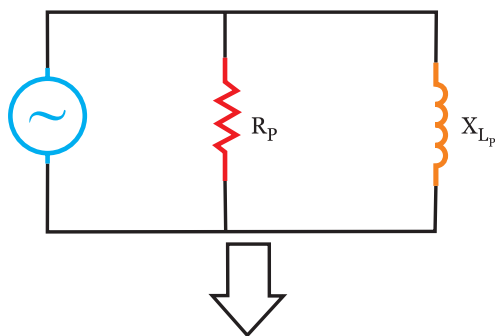
$$Z = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{Z = 10\sqrt{2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{10\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{Z}{X_L} = \frac{10\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R_s = Z \cos \varphi = 10\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{R_s = 10\Omega}$$

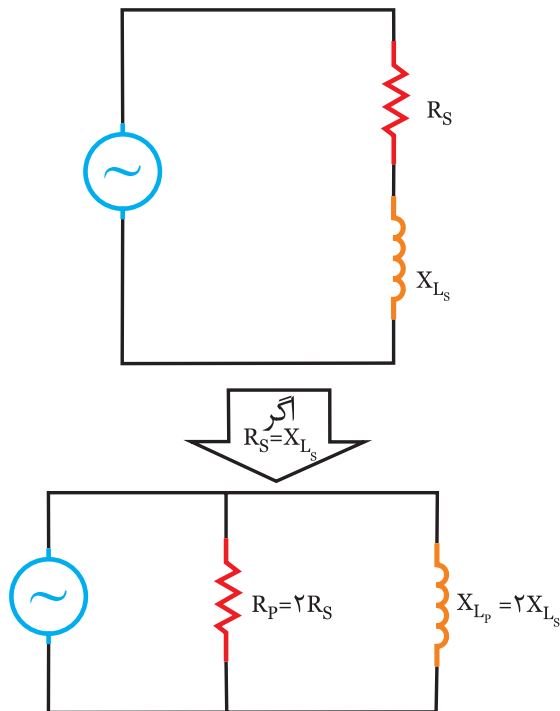
$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_{L_s} = Z \sin \varphi = 10\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{X_{L_s} = 10\Omega}$$



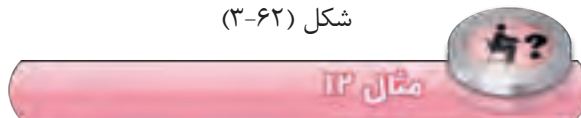
شکل (۳-۶۲)



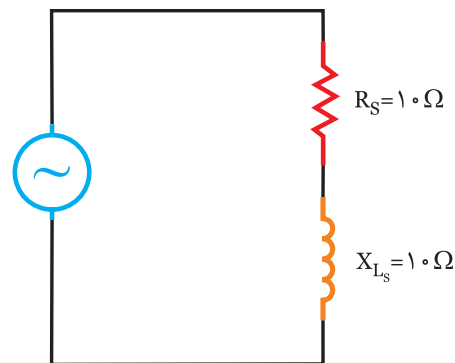
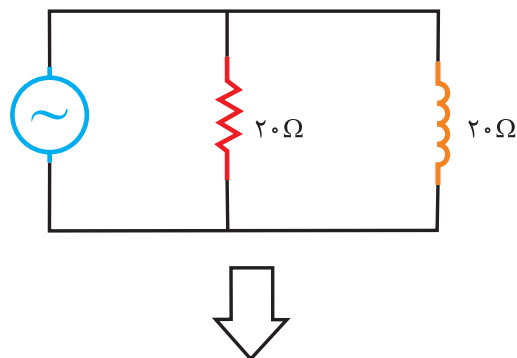
در تبدیل مدارات از حالت سری به موازی، اگر مقادیر R و X_L مساوی باشد، مقدار مقاومت R و X_L در حالت موازی دو برابر مقاومت‌ها در حالت سری است. شکل (۳-۶۴)



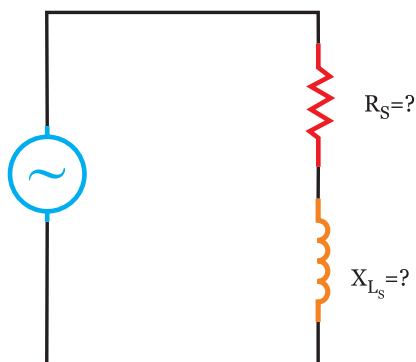
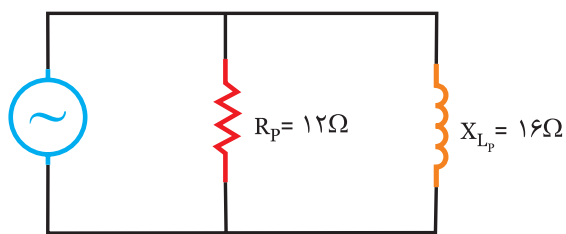
شکل (۳-۶۴)



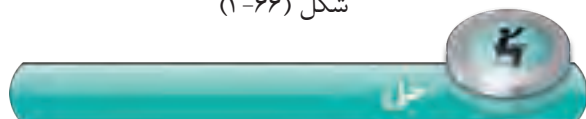
مدار شکل (۳-۶۳) را از حالت مدار موازی به حالت سری تبدیل کنید.



شکل (۳-۶۳)



شکل (۳-۶۶)



ابتدا، امپدانس (Z) و ضریب قدرت ($\cos \varphi$) و $\sin \varphi$ را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow$$

$$\cos \varphi = \frac{\dots}{R} \Rightarrow \cos \varphi = \dots \Rightarrow \boxed{\cos \varphi = \dots}$$

$$\sin \varphi = \frac{Z}{\dots} \Rightarrow \sin \varphi = \dots \Rightarrow \boxed{\sin \varphi = \dots}$$

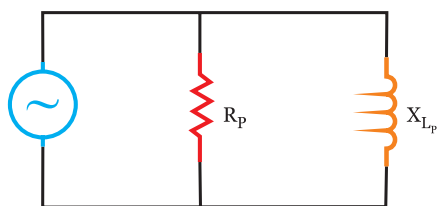
برای تبدیل به حالت سری و تعیین R_s و X_{L_s} از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\cos \varphi = \frac{R_s}{Z} \Rightarrow R_s = \dots \times \cos \varphi = R_s = \dots \times \dots \Rightarrow \boxed{R_s = \dots}$$

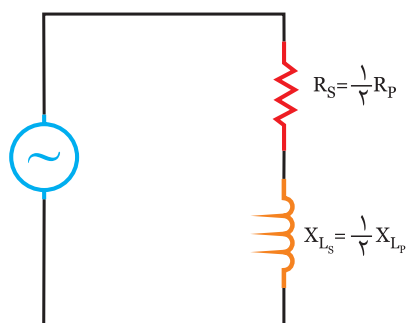
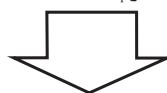
$$\sin \varphi = \frac{X_{L_s}}{Z} \Rightarrow X_{L_s} = \dots \times \sin \varphi = X_{L_s} = \dots \times \dots$$

$$\Rightarrow \boxed{X_{L_s} = \dots}$$

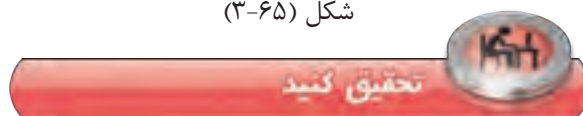
بنابراین در تبدیل موازی به سری، مقادیر R_s و X_{L_s} نصف حالت موازی می‌باشد: شکل (۳-۶۵)



اگر $R_p = X_{L_p}$ باشد.



شکل (۳-۶۵)

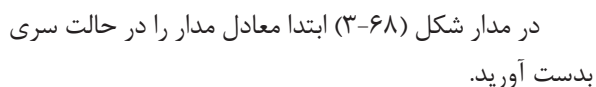


کاربرد تبدیل مدارات از سری به موازی و یا موازی به سری را بررسی کنید.

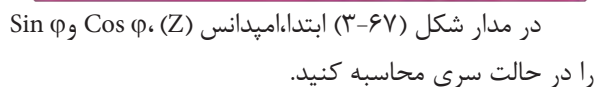
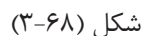


در مدار شکل (۳-۶۶) ابتدا امپدانس (Z)، $\cos \varphi$ و $\sin \varphi$ را در حالت موازی محاسبه کنید.

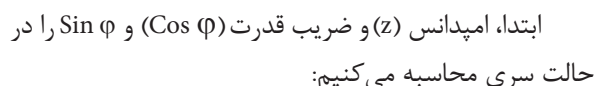
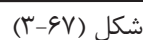
سپس پارامترهای R_s و X_{L_s} را در حالت سری محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت سری رسم کنید.



سپس توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری را هم در حالت سری و هم موازی محاسبه کنید.



- سپس پارامترهای R_p و X_{Lp} را در حالت موازی محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت موازی رسم کنید.



$$Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{Z = \dots \Omega}$$

$$\cos \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow \cos \varphi = \dots\dots\dots$$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow \boxed{\sin \varphi = \dots\dots\dots}$$

سپس مقادیر R_p و X_p را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$\cos \varphi = \frac{\text{.....}}{R_p} \Rightarrow R_p = \frac{\text{.....}}{\cos \varphi} \Rightarrow R_p = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} \Rightarrow R_p = \boxed{\text{.....}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow X_L P = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow X_L P = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow X_L P = \dots\dots\dots$$



پرسش‌های صحیح و غلط:

در یک مدار R_L موازی موارد صحیح یا غلط را تعیین کنید:

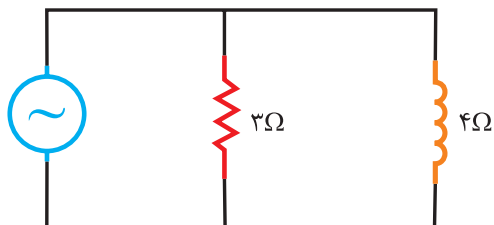
۱- در این مدار، در فرکانس $F=0$ مدار به صورت اتصال کوتاه در می‌آید.

۲- در جریان dc، این مدار دارای ضریب قدرت واحد می‌شود. ($\cos \varphi = 1$)

۳- در مدار شکل (۳-۶۹)، ضریب قدرت مدار برابر 0.6 است.

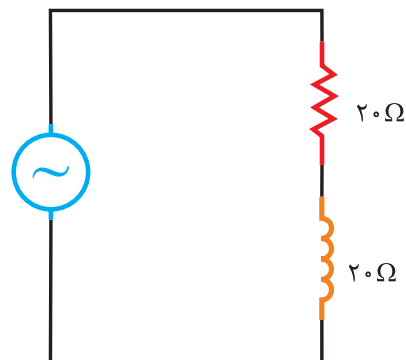
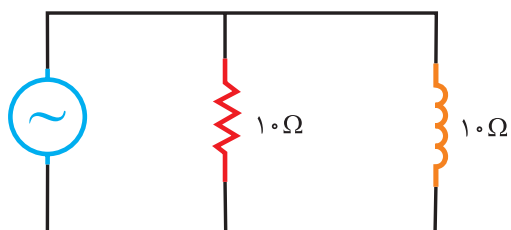
☐ غلط ☐ صحیح

☐ غلط ☐ صحیح
☐ غلط ☐ صحیح
☐ غلط ☐ صحیح



شکل (۳-۶۹)

۴- مدار معادل سری در این مدار مطابق شکل (۳-۷۰) است.

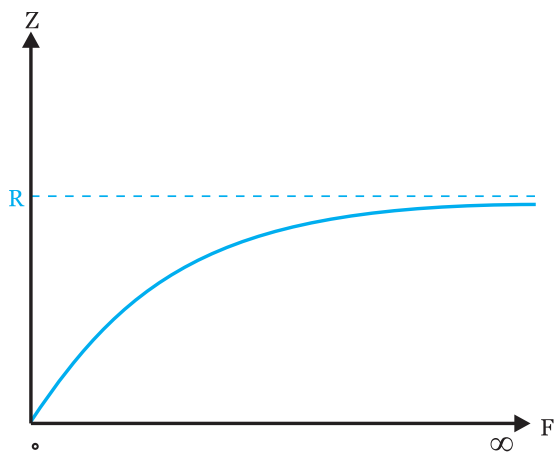


شکل (۳-۷۰)

☐ غلط ☐ صحیح

۵- منحنی در این مدار، مطابق شکل (۳-۷۱) است.

☐ غلط ☐ صحیح

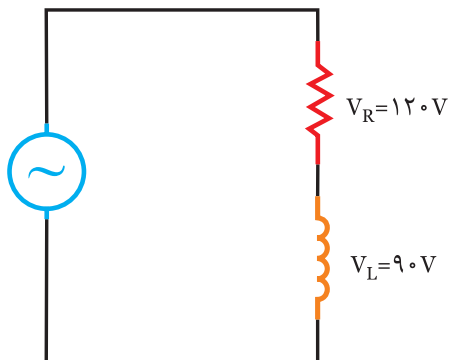


شکل (۳-۷۱)

شماره هر رابطه را در محل مشخص شده بنویسید

159

۲- در مدار شکل (۳-۷۳) معادله زمانی جریان به صورت $I_{(t)} = 4\sqrt{2} \sin 500t$ است. مطلوبست: «خرداد ۸۵»



شکل (۳-۷۳)

الف) ولتاژ کل مدار

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

ج) مقادیر R و L

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

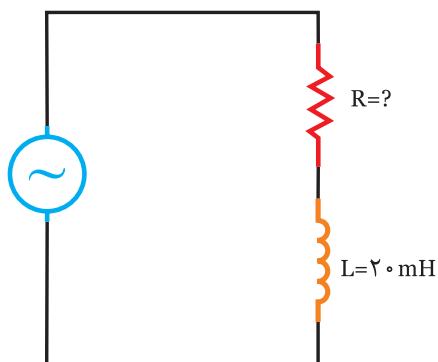
.....

.....

.....

.....

۳- در مدار شکل (۳-۷۴) ضریب کیفیت برابر ۱ است. مطلوبست: «دی ۸۵»



$$V_{(t)} = 100 \sin(1000t)$$

شکل (۳-۷۴)

الف) مقدار مقاومت R

ب) معادله زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

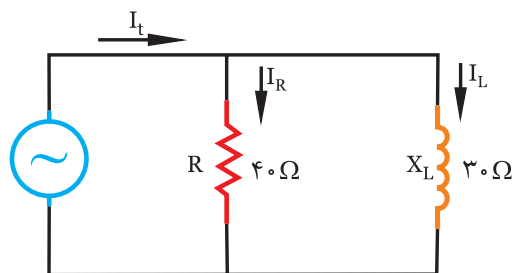
.....

۴- در مدار شکل (۳-۷۵) معادله زمانی ولتاژ به صورت $V_{(t)} = 120 \sqrt{2} \sin 250t$ است. مطلوبست: «شهریور ۸۶»

الف) امیدانس مدار

(ب) معادلات زمانی جریان‌های مقاومت و سلف

(ج) معادله زمانی جریان منبع



شكل (٧٥-٣)

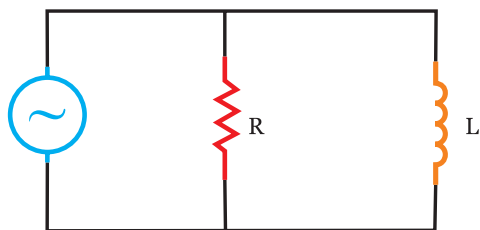
۵- در مدار شکل (۳-۷۶) معادله ولتاژ و جریان منبع به ترتیب $V_{(t)} = 500 \sin 500\pi t$ و $I = 5 \sin(400\pi t - \frac{\pi}{6})$ است. مطلوبست:

«دی ۸۳»

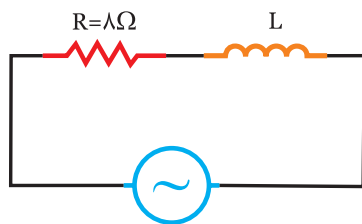
الف) امیدانس کل مدار

ب) اندازه R

(ج) اندازه L



شكل (٧٦-٣)



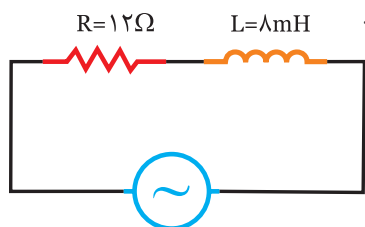
$$V(t) = 100 \sin(1000t + \frac{\pi}{6})$$

شکل (۳-۷۷)

۶- در مدار شکل (۳-۷۷) ضریب قدرت $\cos \varphi = 0.8$ می‌باشد. مطلوبست: «خرداد ۸۷»

الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن



$$V(t) = 100 \sin(2000t)$$

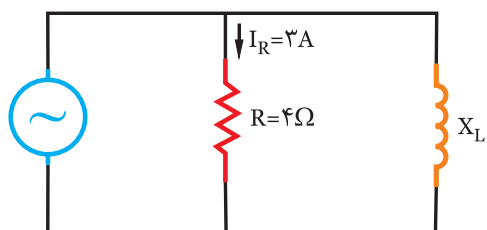
شکل (۳-۷۸)

۷- در مدار شکل (۳-۷۸) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) ضریب کیفیت مدار

ج) معادله زمانی جریان منبع



شکل (۳-۷۹)

۸- در مدار شکل (۳-۷۹) ضریب قدرت برابر 0.6 است، تعیین کنید: «دی ۸۶»

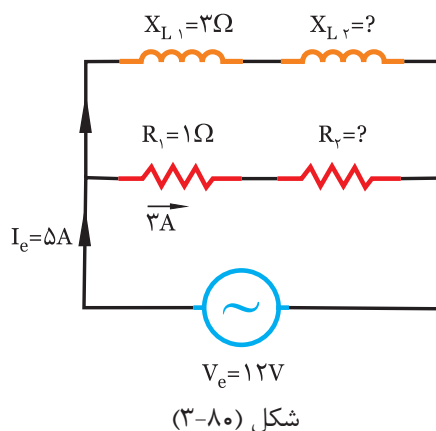
الف) امپدانس مدار

ب) معادلات جریان شاخه‌ها

راهنمایی: ابتدا با توجه به I_R و R ولتاژ مدار و سپس I_e را

محاسبه کنید:

۹- با رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان در یک مدار RL سری رابطه $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ را اثبات کنید. «شهرپور ۸۱»



۱۰- در مدار شکل (۳-۸۰) مطلوبست: «خرداد ۸۳»

الف) امپدانس مدار

ب) مقدار X_{L2}

ج) مقدار R_2

راهنمایی: با توجه به معلوم بودن V_e ، Z و I_e را محاسبه کنید:

سوالات چند گزینه ای

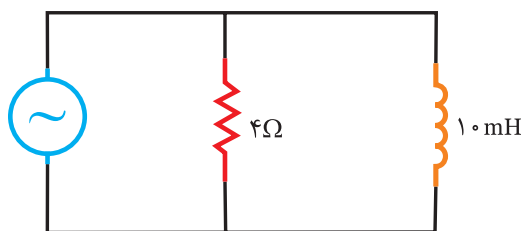
۱- امپدانس کل مدار جریان متناوب شکل (۳-۸۱) چند اهم است؟

الف) ۲

ب) $4\sqrt{2}$

ج) $2\sqrt{2}$

د) ۵



$$V(t) = 100 \sin(400t)$$

شکل (۳-۸۱)

۲- در یک مدار RL سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۶۰ درجه است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

$$(\cos 60^\circ = 0.5, \sin 60^\circ = 0.86)$$

الف) ۱۴/۴

ب) ۱۴/۸

ج) ۴۱/۲

د) ۴۳/۳

۳- در یک مدار RL موازی مقاومت اهمی ۲۰ و ضریب قدرت ۰/۸ است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

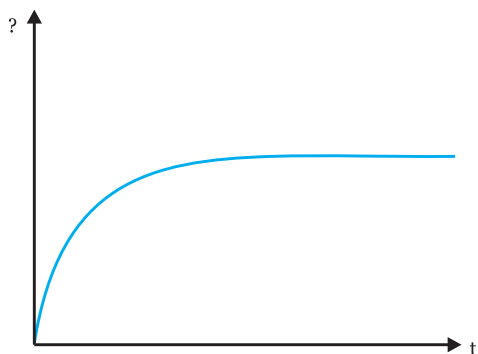
الف) ۱۲

ب) ۱۵

ج) ۲۳/۳

د) ۲۶/۶

۴- منحنی شکل (۳-۸۲) اثر فرکانس را در کدام مدار RL و روی کدام کمیت می‌باشد؟



شکل (۳-۸۲)

الف) موازی - جریان

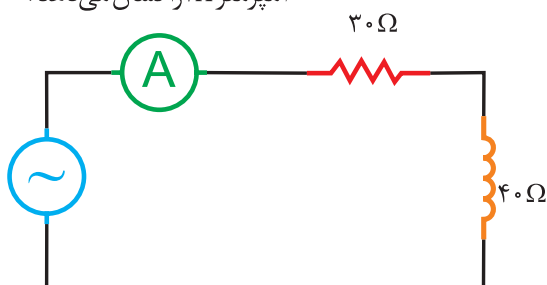
ب) سری - مقاومت

ج) موازی - مقاومت

د) سری - جریان

۵- در مدار شکل (۳-۸۳)، اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ درجه و ولتاژ ورودی برابر است.

آمپرتر ۲A را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۸۳)

$$\sin^{-1}(0.6) = 37^\circ$$

الف) ۵۳/۱ - ۱۰۰

$$\sin^{-1}(0.8) = 53^\circ$$

ب) ۳۷ - ۱۰۰

ج) ۵۳/۱ - ۱۴۰

د) ۳۶/۹ - ۱۴۰

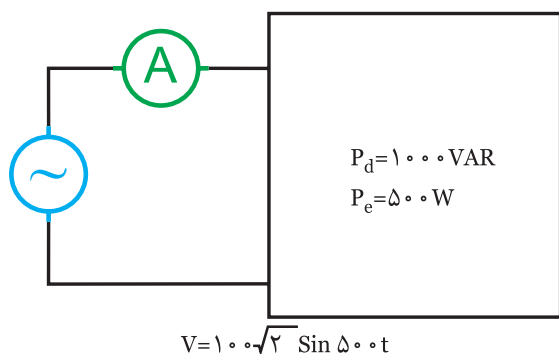
۶- در مدار شکل (۳-۸۴)، آمپرتر چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟

الف) ۱۱/۸

ب) ۱۵

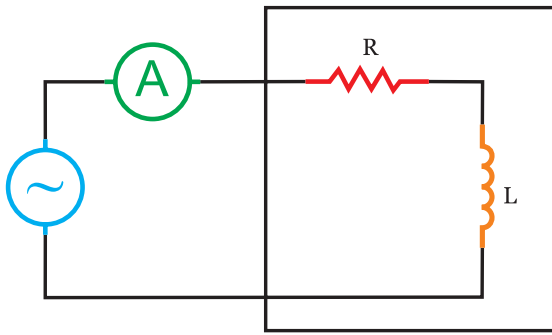
ج) ۱۶/۶۷

د) ۲۰



شکل (۳-۸۴)

۷- در مدار شکل (۳-۸۵) R چند اهم است؟



$$P_e = 1200 \text{ W} \quad P_d = 1600 \text{ VAR}$$

شکل (۳-۸۵)

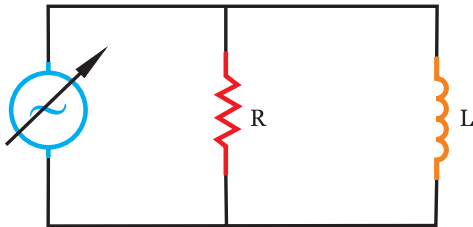
الف) ۳

ب) ۴

ج) ۶

د) ۱۰

۸- در مدار شکل (۳-۸۶) با افزایش فرکانس کدام اتفاق می افتد؟



شکل (۳-۸۶)

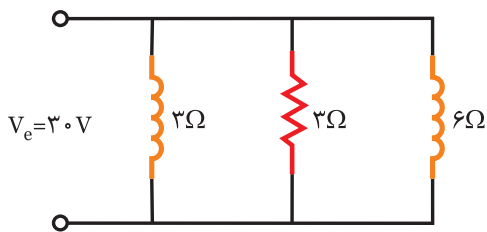
الف) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ زیاد می شود.

ب) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ کم می شود.

ج) امپدانس ورودی مدار به سمت صفر میل می کند.

د) امپدانس ورودی مدار به سمت بی نهایت میل می کند.

۹- در مدار شکل (۳-۸۷) توان ظاهری چند VA می باشد.



شکل (۳-۸۷)

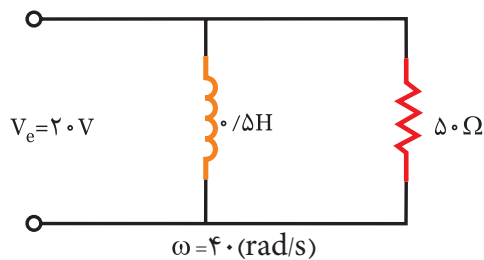
الف) ۷۵۰

ب) ۶۳۰

ج) ۵۴۰

د) ۱۵۰

۱۰- ضریب کیفیت مدار شکل (۳-۸۸) کدام است؟



شکل (۳-۸۸)

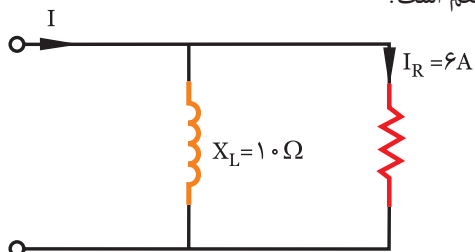
الف) ۱/۰

ب) ۴/۰

ج) ۵/۲

د) ۱۰۰

۱۱- در مدار شکل (۳-۸۹) اگر توان موثر ۳۶۰ وات باشد، امپدانس چند اهم است؟



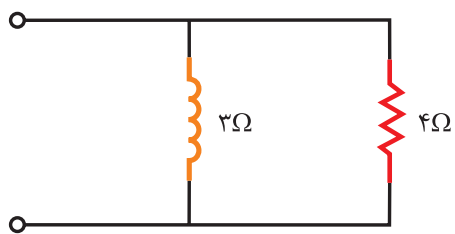
شکل (۳-۸۹)

الف) ۶

ب) $5\sqrt{2}$

ج) ۸

د) $10\sqrt{2}$



شکل (۳-۹۰)

۱۲- در مدار شکل (۳-۹۰) ضریب قدرت چقدر است؟

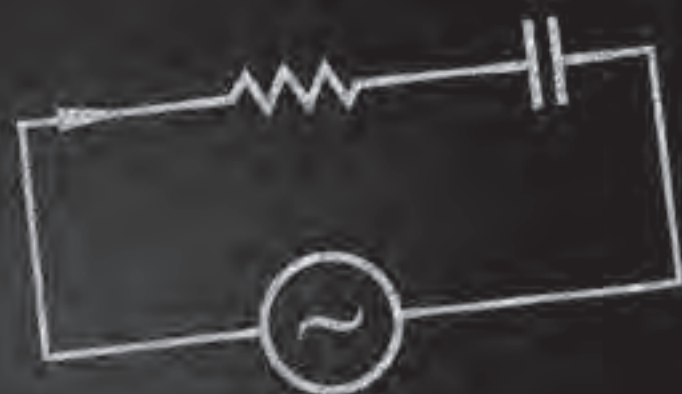
الف) ۰/۵

ب) ۰/۶

ج) ۰/۸

د) ۱/۶۶

$\text{tg } \varphi$
 امیدانس
 $V = R \times I$
 پس فاز عامل مشترک
 رسم منحنی جریان
 High Pass Filter
 جمع برداری
 مجذور ولتاژ
 $Z = \frac{R}{\cos \varphi}$
 حالت مدار
 $V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t)$
 اندازه گیری ولتاژ
 اهمی خالص
 ظرفیت خازن
 $P = 1000\sqrt{2}$
 دامنه جریان
 جمع برداری
 $\sin \varphi = \frac{X_c}{Z}$
 اتصال کوتاه انرژی ذخیره شده
 معادله جریان شاقه اهمی و فازنی
 مقاومت خازنی Rc circuits Capacitor
 ضرائب یا نسبت های مثلثاتی
 $I_e = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow I_e = 10A$
 ولتاژ منبع
 $V_p = \frac{I_p}{\cos \varphi}$

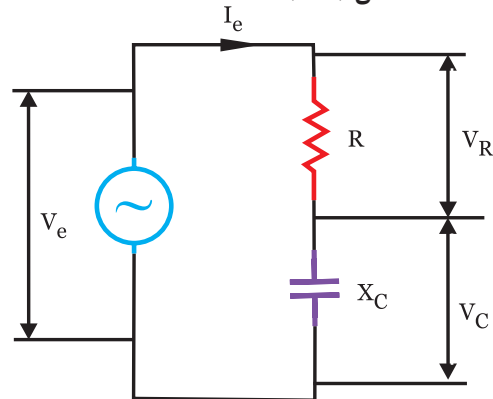


فصل چهارم

مدار RC سری و RC موازی

۴-۱- مدار R-C سری

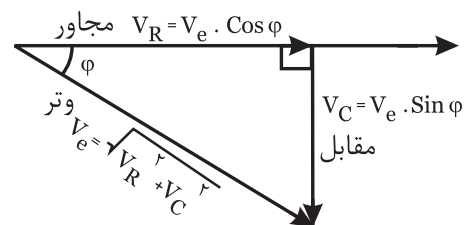
در این مدار یک مقاومت اهمی (R) با یک خازن (C) به منبعی با جریان متناوب وصل می‌شود. مانند کلیه مدارهای سری جریان در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است. شکل (۴-۱)



شکل (۴-۱)

۴-۲- مثلث ولتاژ

اضلاع این مثلث عبارتند از: V_R : ولتاژ دو سر مقاومت اهمی که هم فاز با جریان است. V_C : ولتاژ دو سر مقاومت خازنی که ۹۰ درجه پس فاز است. V_e : ولتاژ کل که برآیند برداری ولتاژهای V_R و V_C است و ϕ درجه پس فاز است. شکل (۴-۲)



شکل (۴-۲)

در این مدار ϕ عددی منفی است یعنی جریان نسبت به ولتاژ پیش فاز است.

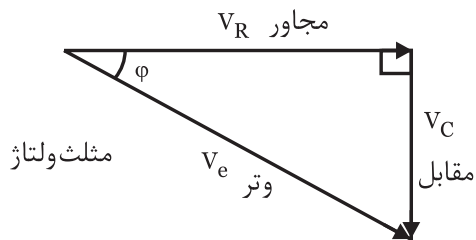
۴-۳- مثلث امپدانس

اگر اضلاع مثلث ولتاژ را بر عامل مشترک یعنی I_e تقسیم کنیم، اضلاع مثلث امپدانس (Z) بدست می‌آید. شکل (۴-۳)

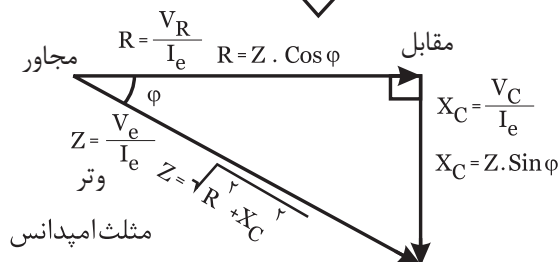
R: مقاومت اهمی

X_C : مقاومت خازنی

Z: امپدانس



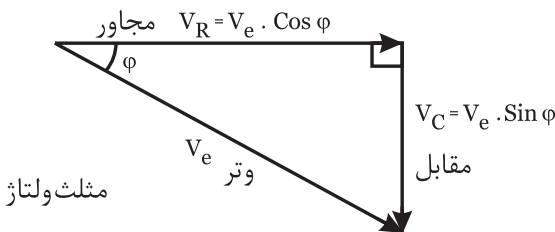
جریان (عامل مشترک) I_e



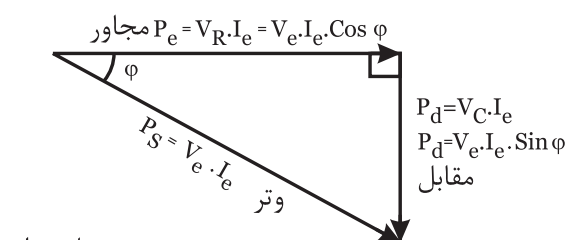
شکل (۴-۳)

۴-۴- مثلث توان

اضلاع این مثلث عبارتند از: P_e توان اکتیو، P_d توان راکتیو و P_s توان ظاهری. مثلث توان به دو روش بدست می‌آید: (۱) اگر اضلاع مثلث ولتاژ را در عامل مشترک یعنی I_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴)



جریان (عامل مشترک) I_e



شکل (۴-۴)

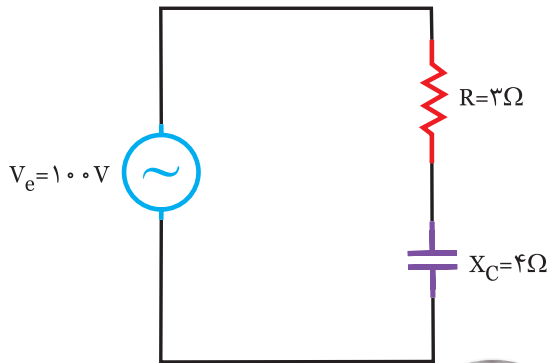
مثال ۱

در مدار الکتریکی شکل (۴-۶) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار Z

ب) جریان مدار I_e

ج) توان های اکتیو P_e ، راکتیو P_d ، ظاهری P_s



شکل (۴-۶)

الف) با معلوم بودن مقادیر R و X_C ، امپدانس مدار محاسبه می شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow Z = \sqrt{9 + 16}$$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{25} \Rightarrow Z = 5\Omega$$

ب) جریان مدار I_e ، طبق قانون اهم محاسبه می شود:

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{5} \Rightarrow I_e = 20A$$

ج) با توجه به اضلاع مثلث توان می توان نوشت:

توان اکتیو

$$P_e = R \times I_e^2 \Rightarrow P_e = 3 \times (20)^2 \Rightarrow P_e = 1200W$$

توان راکتیو

$$P_d = X_C \times I_e^2 \Rightarrow P_d = 4 \times (20)^2 \Rightarrow P_d = 1600VAR$$

با توجه به خازنی بودن مدار، P_d منفی است

$$P_s = Z \times I_e^2 \Rightarrow P_s = 5 \times (20)^2 \Rightarrow P_s = 2000VA$$

مقادیر P_e ، P_d و P_s را می توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد. پس از محاسبه با جواب های بدست آمده، مقایسه کنید.

$$P_s = V_e \times I_e$$

$$P_s = P_e \times \cos \phi$$

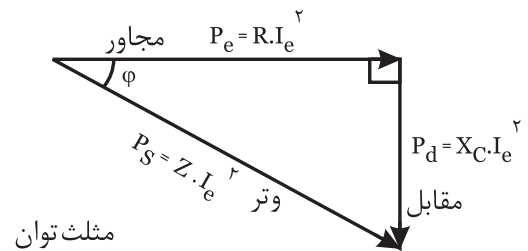
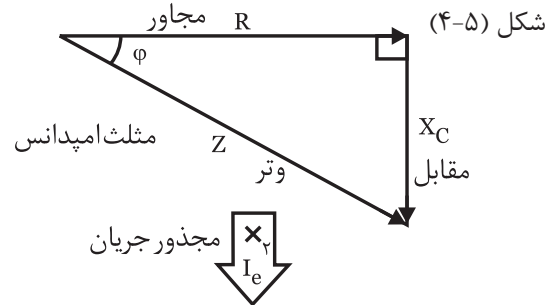
$$P_d = P_s \times \sin \phi$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

$$\sin \phi = \frac{X_C}{Z}$$

۲) اگر اضلاع مثلث امپدانس را مجذور عامل مشترک

یعنی I_e^2 ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می آید:



شکل (۴-۵)

در این مدار ϕ و P_d مقداری منفی را دارد زیرا جریان پیش فاز است.

۴-۵- ضرائب یا نسبت های مثلثاتی

بین اضلاع مثلث های ولتاژ، امپدانس و توان نسبت های

مثلثاتی مثل $\cos \phi$ ، $\sin \phi$ و $\tan \phi$ برقرار است که بطور

خلاصه می توان نوشت:

ضریت قدرت راکتیو

$$\sin \phi = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_c}{V_e} = \frac{X_c}{Z} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریت قدرت اکتیو

$$\cos \phi = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e} = \frac{R}{Z} = \frac{P_e}{P_s}$$

ضریت کیفیت

$$Q = \tan \phi = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{V_c}{V_R} = \frac{X_c}{R} = \frac{P_d}{P_e}$$

مثلث ولتاژ	مثلث امپدانس	مثلث توان
---------------	-----------------	--------------



.....

.....

.....

.....

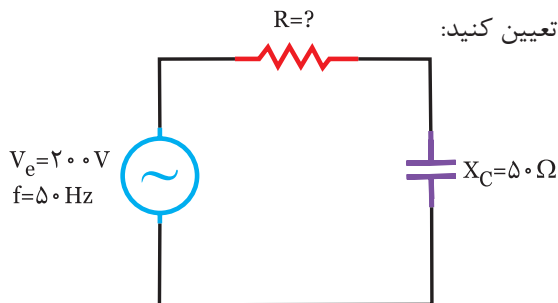
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۴-۸) ضریب کیفیت مدار برابر با یک است.



شکل (۴-۸)

الف) مقدار مقاومت R و امپدانس z

ب) توان‌های و مثلث توان‌ها



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



۱- روابط زیر را کامل کنید:

$$Z = \sqrt{(\dots)^2 + X_C^2}$$

$$R = \sqrt{(\dots)^2 - (X_C)^2}$$

$$X_C = \sqrt{(\dots)^2 - (\dots)^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{\dots}{Z} = \frac{\dots}{V_e} = \frac{P_e}{\dots}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_C}{\dots} = \frac{V_C}{\dots} = \frac{P_d}{\dots}$$

$$\tan \varphi = Q = \frac{\dots}{\dots} = \frac{V_C}{\dots}$$

$$P_e = \dots \times I_e = V_e \times I_e \times \dots = R \times (\dots)^2$$

$$P_d = \dots \times I_e = V_e \times \dots \times \dots = \dots \times (\dots)^2$$

$$P_s = V_e \times \dots = V_e \times \dots = \dots \times I_e^2$$

$$P_s = \sqrt{(\dots)^2 + (P_d)^2}$$

۲- جدول زیر را کامل کنید.

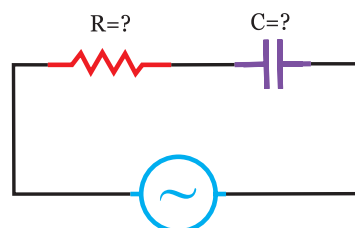
نام	رابطه	واحد
امپدانس	$Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$	
توان اکتیو	$P_e = V_e \times \dots \times \dots$	
ضریب قدرت	$\cos \varphi = \frac{\dots}{\dots}$	
توان راکتیو	$P_d = X_C \times (\dots)^2$	
مقاومت خازنی	$X_C = \frac{1}{\dots}$	



۱- در مدار شکل (۴-۷) معادله ولتاژ و ولتاژ و جریان منبع

$$V_{(t)} = 100 \sin(250\pi t + 15^\circ) \text{ و } I_{(t)} = 10 \sqrt{2} \sin(250\pi t + 30^\circ)$$

است.



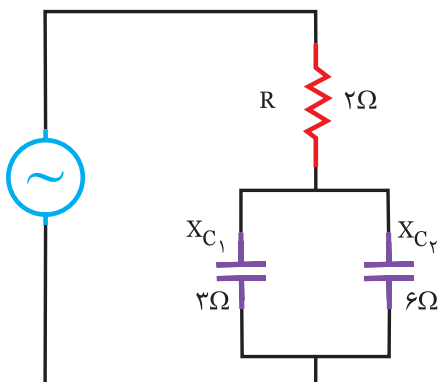
شکل (۴-۷)

مطلوبست: مقادیر: الف) R و C=?

ب) دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

فعالیت ۲

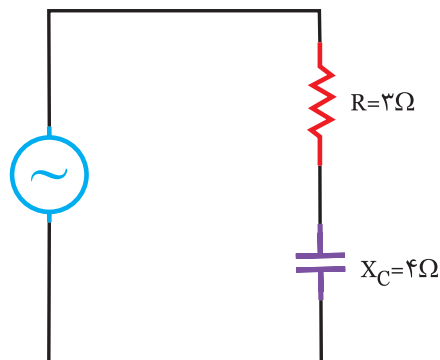
در مدار شکل (۴-۱۰)، معادله جریان مدار به صورت
 $I_{(t)} = 10\sqrt{2} \sin(1000t)$ است. معادله ولتاژ کل را بنویسید.



شکل (۴-۱۰)

مثال ۲

در مدار الکتریکی شکل (۴-۹) معادله زمانی ولتاژ مدار،
 $V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin(1000t)$ است. معادله زمانی جریان مدار را بنویسید.

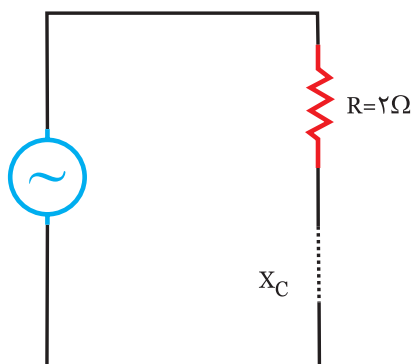


$\theta_v = 0^\circ$ زاویه بردار ولتاژ

شکل (۴-۹)

حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:
 $X_c = \frac{6 \times 3}{6+3} \Rightarrow X_c = \frac{18}{9} = 2\Omega$
 شکل جدید مدار را کامل کنید: شکل (۴-۱۱)



شکل (۴-۱۱)

$$Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow Z = 2\sqrt{2} \Omega$$

از معادله جریان، مقدار جریان ماکزیمم $I_m = 10\sqrt{2} \text{ A}$ ،
 سرعت زاویه‌ای $\omega = 1000 \frac{\text{Rad}}{\text{s}}$ و زاویه جریان $\theta_i = 0$ معلوم است.
 بنابراین برای معادله ولتاژ: V_m و θ_v را محاسبه می‌کنیم:

$$V_m = Z \times \dots \Rightarrow V_m = \dots \times \dots \Rightarrow V_m = \dots$$

$$\phi = \cos^{-1} \frac{\dots}{Z} \Rightarrow \phi = \cos^{-1} \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \phi = \dots$$

با معلوم بودن معادله ولتاژ: $V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin(1000t)$
 مقادیر: $\theta_v = 0$ ، $V_m = 100\sqrt{2} \text{ (V)}$ و $\omega = 1000 \frac{\text{Rad}}{\text{s}}$ معلوم است.
 برای معادله جریان به مقادیر I_m و θ_i احتیاج داریم.

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} \Rightarrow Z = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow Z = 5 \Omega$$

$$I_m = \frac{100\sqrt{2}}{5} \Rightarrow I_m = 20\sqrt{2}$$

جریان ماکزیمم مدار:

$$\theta_i = \theta_v - \phi \Rightarrow \phi = \cos^{-1} \frac{R}{Z} \Rightarrow \phi = \cos^{-1} \frac{3}{5}$$

ϕ را منفی در نظر میگیریم چون مدار خازنی است

$$\phi = \cos^{-1} 0.6 \Rightarrow \phi = -53^\circ$$

$$\theta_i = \theta_v - \phi \Rightarrow \theta_i = 0 - (-53^\circ) \Rightarrow \theta_i = +53^\circ \Rightarrow \theta_i = 53^\circ$$

جریان 53° درجه پیش فاز است.

با معلوم بودن مقادیر $I_m = 20\sqrt{2}$ ، $\omega = 1000$ و $\theta_i = 53^\circ$
 معادله جریان را می‌نویسیم:

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

$$I_{(t)} = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 53^\circ)$$

جریان 53° پیش فاز است.

ج) توان‌های اکتیو P_e ، راکتیو P_d و ظاهری P_s را محاسبه کنید.

.....

.....

.....

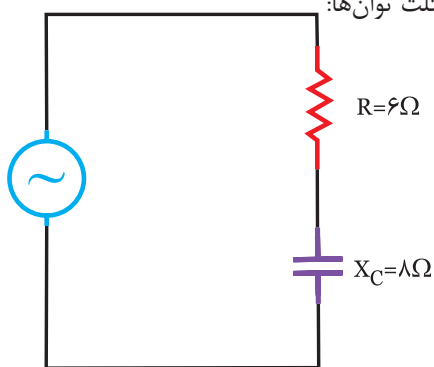
.....

.....

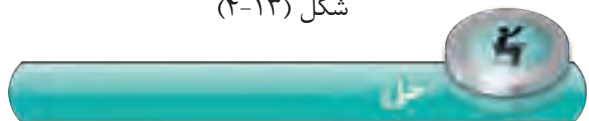


در مدار شکل (۴-۱۳) اگر توان اکتیو مدار $P_e = 600 \text{ W}$ باشد. مطلوبست توان‌های راکتیو و ظاهری $P_s = ?$ ، $P_d = ?$

و رسم مثلث توان‌ها:



شکل (۴-۱۳)



با توجه به رابطه $P_e = R \cdot I_e^2$ ، می‌توان جریان مدار را محاسبه کرد:

$$P_e = R \cdot I_e^2 \Rightarrow I_e^2 \Rightarrow \frac{P_e}{R} \Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{P_e}{R}} \Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{600}{6}}$$

$$I_e = \sqrt{100} \Rightarrow I_e = 10 \text{ A}$$

در مدارهای سری، جریان (I) نقش اصلی را در محاسبات دارد.

توان راکتیو مدار P_d از رابطه:

$$P_d = X_c \cdot I_e^2 \Rightarrow P_d = 8 \times (10)^2 \Rightarrow$$

$$P_d = 8 \times 100 \Rightarrow P_d = 800 \text{ VAR}$$

چون مدار خازنی (پیش فاز) است، P_d منفی است.

مقدار ϕ عددی منفی است، زیرا مدار حالت دارد.

$$\phi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_v = \phi + \dots \Rightarrow \theta_v = \dots$$

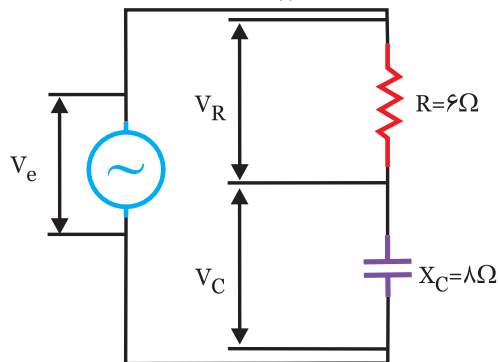
معادله ولتاژ:

$$V_{(t)} = \dots \sin(\dots)$$



در مدار شکل (۴-۱۲)، معادله ولتاژ دو سر مقاومت

$$V_{R(t)} = 120\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ است:}$$



شکل (۴-۱۲)

الف) معادله‌های ولتاژ دوسر خازن $V_{c(t)}$ و ولتاژ کل را بنویسید. راهنمایی: با معلوم بودن V_R و جریان مدار را محاسبه کنید:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب) با معلوم بودن مقادیر V_e ، V_R و V_c دیگرام برداری ولتاژ را رسم کنید.

.....

.....

.....

.....

.....

* برای تعیین زاویه جریان θ_i به φ احتیاج داریم:

$$\cos \varphi = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \boxed{\cos \varphi = \dots}$$

φ عددی منفی است، بنابراین جریان پیش فاز است:

$$\varphi = \cos^{-1} \dots \Rightarrow \boxed{\varphi = \dots}$$

$$\theta_i = \theta_v - \varphi \Rightarrow \theta_i = \dots \Rightarrow \boxed{\theta_i = \dots}$$

با معلوم بودن θ_i و I_m (پیش فاز نسبت به ولتاژ) منحنی

جریان را رسم کنید

(ب) محاسبه P_s و P_e ، P_d

$$P_e = \dots \times (\dots)^2 \Rightarrow P_e = \dots \times (\dots)^2 \Rightarrow \boxed{P_e = \dots \text{ W}}$$

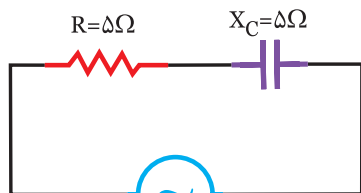
$$P_d = \dots \times (\dots)^2 \Rightarrow P_d = \dots \times (\dots)^2 \Rightarrow \boxed{P_d = \dots \text{ VAR}}$$

$$P_s = \dots \times (\dots)^2 \Rightarrow P_s = \dots \times (\dots)^2 \Rightarrow \boxed{P_s = \dots \text{ VA}}$$



در مدار شکل (۴-۱۶) مقادیر R و X_c برابر است. مقادیر

زیر را محاسبه کنید:



$$I(t) = 10\sqrt{2} \sin(1000t)$$

شکل (۴-۱۶)

(الف) امپدانس مدار

(ب) معادله ولتاژ کل

(ج) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری

راهنمایی: با معلوم بودن X_c و R ، Z را محاسبه کنید.

.....

.....

.....

.....

توان ظاهری مدار:

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2}$$

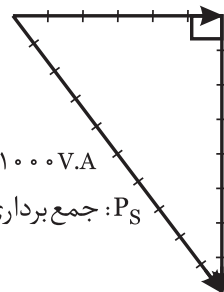
$$P_s = \sqrt{800^2 + 600^2} \Rightarrow P_s = \sqrt{360000^2 + 640000^2}$$

$$P_s = \sqrt{1000000} \Rightarrow \boxed{P_s = 1000 \text{ V.A}}$$

رسم مثلث توان‌ها: شکل (۴-۱۴)

P_e همیشه مثبت است.

$$P_e = 600 \text{ W}$$



مدار خازنی P_d منفی است. جمع برداری P_e و P_d است.

شکل (۴-۱۴)

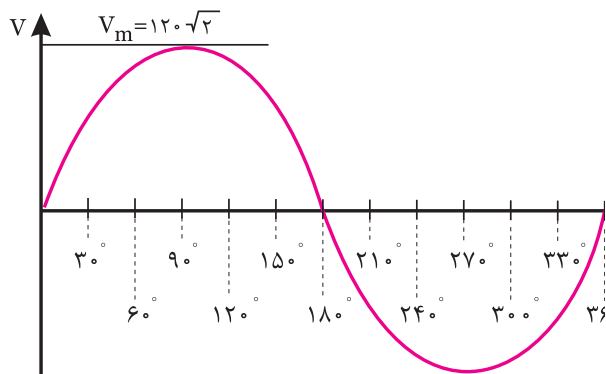
با توجه به اضلاع مثلث توان و خازنی بودن مدار، مثلث

توان رسم می‌شود.



در یک مدار R - C سری، $R = 10\Omega$ ، $X_c = 10\sqrt{3}\Omega$ است.

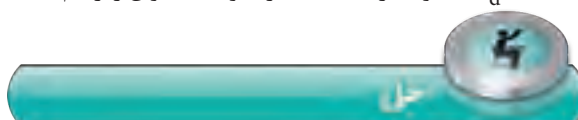
چنانچه منحنی ولتاژ مطابق شکل (۴-۱۵) باشد. مطلوب است:



شکل (۴-۱۵)

(الف) محاسبه جریان و رسم منحنی جریان روی منحنی ولتاژ

(ب) P_s و P_e ، P_d را محاسبه کرده و مثلث توان را رسم کنید.



* با معلوم بودن R ، X_c ابتدا Z را محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} \Rightarrow Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow \boxed{Z = \dots}$$

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \Rightarrow I_m = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \boxed{I_m = \dots}$$

در این حالت خاص می توان نوشت:

$$R = X_c = 10 \Omega$$

$$Z = \sqrt{2} R \Rightarrow Z = 10\sqrt{2}$$

$$P_e = P_d = R I_e^2 \Rightarrow P_e = P_d = 10 \times (20)^2 = 4000 \text{ W}$$

$$P_s = \sqrt{2} P_s \Rightarrow P_s = \sqrt{2} \times 4000$$

$$\sin \varphi = \cos \varphi = 0.707$$

منفی است زیرا مدار خازنی (پیش فاز) است.

$$\tan \varphi = Q = 1 \Rightarrow \varphi = -45^\circ$$

$$V_R = V_c = R \times I_e \Rightarrow V_R = V_c = 10 \times 20 \Rightarrow V_R = V_c = 200 \text{ V}$$

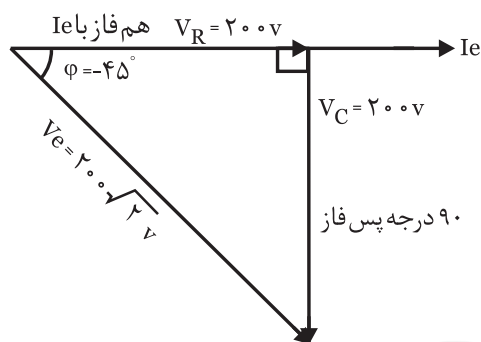
$$V_e = \sqrt{2} V_R \Rightarrow V_e = \sqrt{2} \times 200$$

روش دیگر برای محاسبه توانها

$$P_s = V_e \times I_e$$

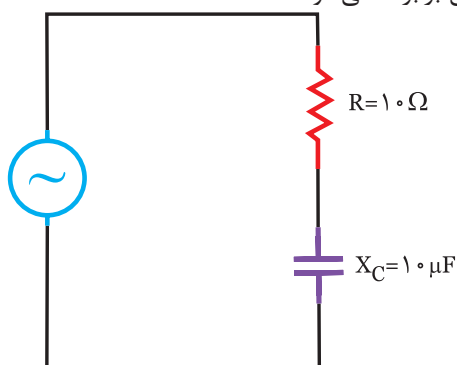
$$P_e = P_s \cos \varphi$$

$$P_e = P_s \sin \varphi$$



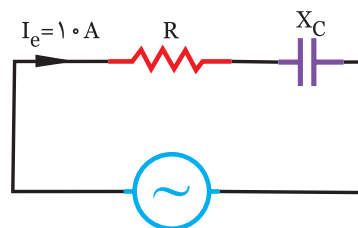
شکل (۴-۱۸)

در مدار شکل (۴-۱۹)، ضریب کیفیت مدار در چه فرکانسی برابر ۱ می شود؟



شکل (۴-۱۹)

در مدار شکل (۴-۱۷) توان اکتیو برابر توان راکتیو است. اگر توان ظاهری $\sqrt{2} \times 1000$ و ولت آمپر باشد. مطلوبست:



شکل (۴-۱۷)

الف) X_c و R و Z

ب) ولتاژ کل V_e

راهنمایی: چون $P_e = P_d$ است بنابراین مقادیر R و X_c نیز با هم برابر است.

در مدارات سری R_c و R_L چنانچه مقادیر X_c و R برابر باشد، می توان نوشت: $Z = R\sqrt{2} \Rightarrow R = X_c$

$$\tan \varphi = Q = 1 \Rightarrow \cos \varphi = \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$

یعنی جریان ۴۵ درجه پیش فاز است.

$$\varphi = -45^\circ$$

$$P_e = P_d$$

$$P_s = \sqrt{2} P_e$$

$$V_R = V_c = V_L \quad V_e = \sqrt{2} V_R$$

در یک مدار الکتریکی RC سری، $R = X_c = 10 \Omega$ ، اگر جریان مدار $I_e = 2 \text{ A}$ باشد، مطلوبست مقادیر: Z ، Q ، P_e ، P_d ، P_s و رسم دیاگرام برداری ولتاژها

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{\varphi = -60^\circ}$$

* مقادیر R و X_C با معلوم بودن Z و φ محاسبه می‌شود:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R = Z \cos \varphi \Rightarrow R = 10 \times \cos 60^\circ$$

$$R = 10 \times 0.5 \Rightarrow \boxed{R = 5 \Omega}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_C}{Z} \Rightarrow X_C = Z \sin \varphi \Rightarrow X_C = 10 \times \sin 60^\circ$$

$$X_C = 10 \times 0.86 \Rightarrow \boxed{X_C = 8.6 \Omega}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} \Rightarrow C = \frac{1}{1000 \times 8.6} \Rightarrow \boxed{C = \dots\dots\dots}$$

(ب) برای محاسبه ولتاژ دو سر هر عنصر می‌توان نوشت:

$$V_R = R \times I_e \Rightarrow V_R = 5 \times 10 \Rightarrow \boxed{V_R = 50 \text{ V}}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_e = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{I_e = 10 \text{ A}}$$

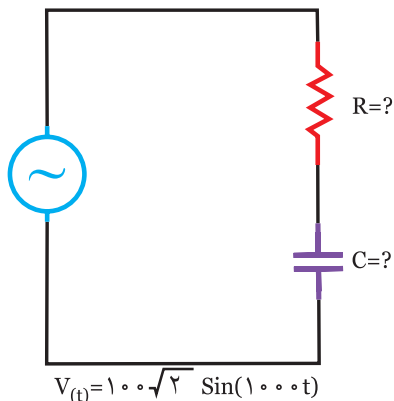
$$V_C = X_C \times I_e \Rightarrow V_C = 8.6 \times 10 \Rightarrow \boxed{V_C = 86 \text{ V}}$$



در مدار شکل (۴-۲۱) مقادیر توان‌های اکتیو $P_e = 300 \text{ W}$ و توان راکتیو $P_d = 400 \text{ VAR}$ است. مطلوبست:

الف) مقادیر R و C

ب) معادله جریان مدار



شکل (۴-۲۱)

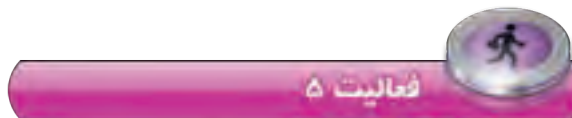


با توجه به رابطه ضریب کیفیت:

$$Q = \frac{X_C}{R} \Rightarrow Q = 1 \Rightarrow R = \dots\dots\dots$$

با توجه به رابطه X_C فرکانس را محاسبه می‌کنیم:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times \dots\dots\dots} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi \times \dots\dots\dots}$$



در یک مدار RC سری، مقادیر R و X_C برابر است. جدول

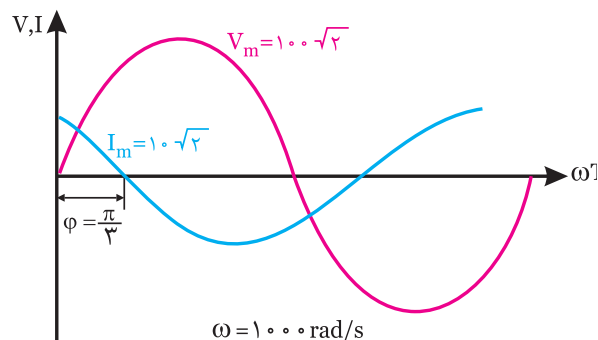
زیر را کامل کنید:

$Z = \sqrt{2} \times \dots\dots\dots$	$P_e = \dots\dots\dots$	$P_s = \sqrt{2} \times \dots\dots\dots$
$\sin \varphi = \dots\dots\dots$	$\cos \varphi = \dots\dots\dots$	$\varphi = \dots\dots\dots$
$Q = \dots\dots\dots$	جریان درجه	ولتاژ درجه



منحنی‌های ولتاژ و جریان در یک مدار RC سری، مطابق

شکل (۴-۲۰) است. مطلوبست مقادیر:



شکل (۴-۲۰)

الف) R و C

ب) ولتاژ هر عنصر



با معلوم بودن مقادیر V_m ، I_m و φ از روی منحنی

می‌توانیم:

الف) ابتدا Z را محاسبه کنیم:

$$Z = \frac{V_m}{I_m} \Rightarrow Z = \frac{100\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{Z = 10 \Omega}$$

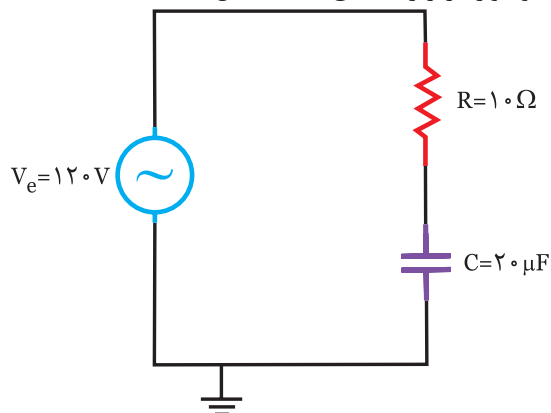
۱- با مراجعه به سایت‌های مختلف جستجوگر مانند Google یا Yahoo روی لغات کلیدی زیر، مطالبی را تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

High Pass Filter - فیلتر بالا گذر - مدار Rc سری -

Rc circuits Capacitor

۲- برای مطالب فوق می‌توانید از سایت‌های اینترنتی www.Roshd.IR یا www.wikipedia.com نیز استفاده کنید.

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم، یک مدار Rc سری را بسته و موارد زیر را تحقیق کنید. شکل (۴-۲۲)



شکل (۴-۲۲)

(الف) اندازه‌گیری ولتاژ و جریان در کمیت‌های مختلف مدار

(ب) اندازه‌گیری زاویه اختلاف فاز

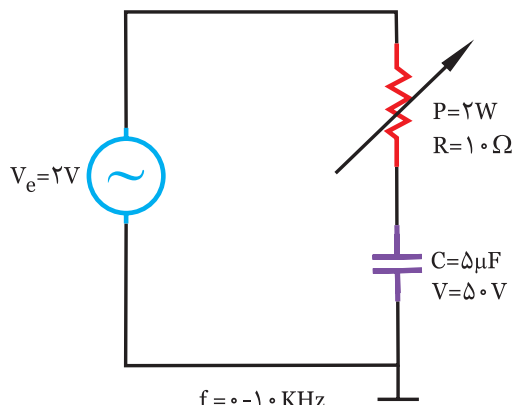
(ج) بررسی تاثیر فرکانس روی جریان و امپدانس مدار

(د) بررسی تاثیر تغییر مقاومت R و ظرفیت خازن (C) روی

امپدانس و جریان مدار

۴- با کمک اسیلوسکوپ و سیگنال ژنراتور در مدار شکل

(۴-۲۳) بررسی‌های زیر را انجام دهید.



شکل (۴-۲۳)

(الف) با معلوم بودن P_e و P_d می‌توان P_s (توان ظاهری) را محاسبه کرد:

$$P_s = \sqrt{(P_e)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow P_s = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$$

$$\Rightarrow P_s = 500 \text{ V.A}$$

برای انجام سایر محاسبات به جریان I_e ، احتیاج داریم:

$$P_s = \dots \times I_e \Rightarrow I_e = \frac{P_s}{\dots} \Rightarrow I_e = \dots \Rightarrow I_e = \dots (A)$$

با معلوم بودن I_e ، V_e و Z را محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \frac{V_e}{\dots} \Rightarrow Z = \dots \Rightarrow Z = \dots (\Omega)$$

با معلوم بودن توان‌های مدار و جریان R و X_c محاسبه

می‌شود:

$$P_e = \dots \times I_e^2 \Rightarrow R = \dots \Rightarrow R = \dots (\Omega)$$

$$P_d = \dots \Rightarrow X_c = \dots \Rightarrow X_c = \dots (\Omega)$$

$$C = \frac{1}{\dots \times \dots} \Rightarrow C = \frac{1}{\dots \times \dots} \Rightarrow C = \dots (f)$$

(ب) برای معادله جریان به I_m و θ_i احتیاج داریم:

$$I_m = \sqrt{2} \times \dots \Rightarrow I_m = \dots$$

$$\cos \varphi = \dots \Rightarrow \cos \varphi = \dots \Rightarrow \cos \varphi = \dots$$

$$\varphi = \cos^{-1} \dots \Rightarrow \varphi = \dots$$

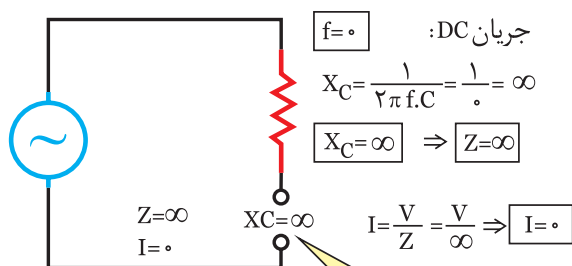
φ عددی است، زیرا مدار است

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_i = \dots - \dots \Rightarrow \theta_i = \dots$$

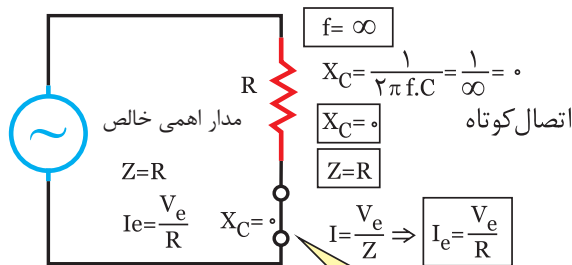
معادله جریان با معلوم بودن I_m و θ_i :

$$I_{(t)} = \dots$$

همانطوری که بررسی گردید، در مدار Rc سری با افزایش فرکانس امپدانس (Z) کاهش یافته و جریان (I_e) افزایش می‌یابد. بنابراین از این مدار می‌توان به عنوان «فیلتر بالا گذر» استفاده کرد. بدین ترتیب چنانچه فرکانس مدار از حدی پایین‌تر باشد، مدار آن را عبور نمی‌دهد و فرکانس‌های بالاتر از حد مورد نیاز را عبور می‌دهد.



در این فرکانس (جریان DC)، خازن مدار را قطع می‌کند.



در فرکانس‌های بسیار بالا، خازن اتصال کوتاه شده و $Z=R$ می‌گردد.

امپدانس تابعی از فرکانس
 در این مدار، با افزایش فرکانس
 امپدانس کاهش یافته تا در
 نهایت به مقدار R می‌رسد.

F	0	∞
Z	∞	R
I	0	$\frac{V_e}{R}$

در این مدار، با افزایش فرکانس
 امپدانس افزایش یافته تا در
 نهایت به مقدار $\frac{V_e}{R}$ می‌رسد.
 جریان تابعی از فرکانس $I=F(f)$

شکل (۴-۲۵)

نتایج

- در این مدار، با افزایش فرکانس X_C کاهش می‌یابد
 زیرا:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$
 - با کاهش X_C ، Z نیز کاهش می‌یابد:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

الف) تعیین زاویه اختلاف فاز و بررسی تاثیر فرکانس روی آن

ب) تعیین دامنه جریان و تاثیر فرکانس روی آن

ج) تاثیر تغییر مقاومت R بروی شکل موج‌های ولتاژ و جریان
 به جای اسیلوسکوپ، می‌توانید از کارت اسیلوسکوپ که

روی کامپیوتر قابل نصب است، استفاده کنید.

۵- با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری مثل ولت‌متر،

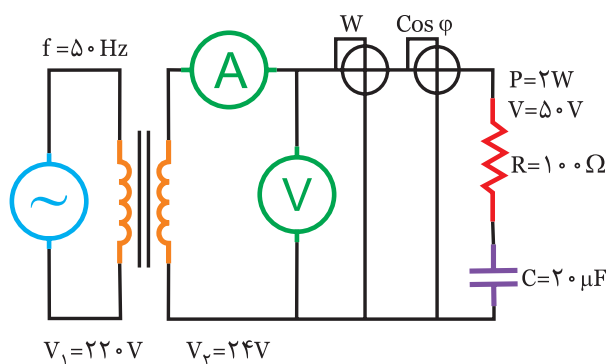
آمپر متر و $\cos \varphi$ متر و وات متر تاثیر تغییر مقاومت R ، خازن

c را روی مقادیر زیر بررسی کنید: شکل (۴-۲۴)

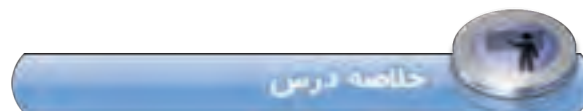
الف) جریان

ب) ضریب قدرت

ج) توان اکتیو P_e



شکل (۴-۲۴)



۴-۶- تاثیر فرکانس بر مدار Rc سری:

در این مدار افزایش فرکانس روی R تاثیری ندارد، در حالیکه

مقدار X_C را کاهش می‌دهد. بنابراین می‌توان تاثیر فرکانس را

روی امپدانس (Z) و جریان (I) بررسی کرد: شکل (۴-۲۵)



ابتدا مقادیر X_C را محاسبه می‌کنیم:

$$f_1 = 0.1 \text{ Hz}$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_1} \Rightarrow X_{C_1} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 0.1 \times 5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow X_{C_1} = 333 \text{ K}\Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_{C_1}^2} \Rightarrow Z_1 = \sqrt{10^2 + (333 \text{ K})^2} \Rightarrow Z_1 = 333 \text{ K}\Omega$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{10}{333 \text{ K}\Omega}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = 0 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

$$I_1 = \frac{V_e}{Z_1} = \frac{100}{333 \text{ K}\Omega} = 0.3 \text{ mA}$$

$$f_2 = 50 \text{ Hz}$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{2\pi f_2 C} \Rightarrow X_{C_2} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow X_{C_2} = 666 \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + X_{C_2}^2} \Rightarrow Z_2 = \sqrt{10^2 + 666^2} \Rightarrow Z_2 = 666 \Omega$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{R}{Z} = \frac{10}{666} = 0.015 \Rightarrow \varphi_2 = 89^\circ$$

$$I_2 = \frac{V_e}{Z_2} = \frac{100}{666} = 0.15 \text{ A}$$

$$f_3 = 10000 \text{ Hz}$$

$$X_{C_3} = \frac{1}{2\pi f_3 C} \Rightarrow X_{C_3} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 10000 \times 5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow X_{C_3} = 3.33 \Omega$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + X_{C_3}^2} \Rightarrow Z_3 = \sqrt{10^2 + 3.33^2} \Rightarrow Z_3 = 10.5$$

$$\cos \varphi_3 = \frac{R}{Z_3} \Rightarrow \cos \varphi_3 = \frac{10}{10.5} = 0.95 \Rightarrow \varphi_3 = 17^\circ$$

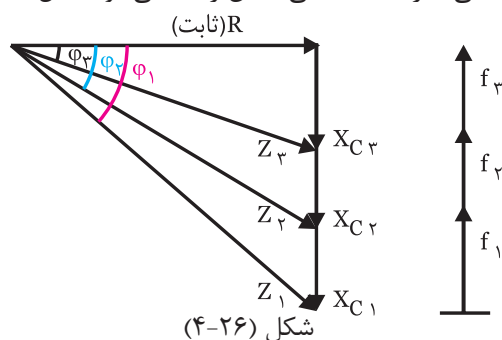
$$I_3 = \frac{V_e}{Z_3} = \frac{100}{10.5} = 9.52 \text{ A}$$

۴-۷- تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت $(\cos \varphi)$ و زاویه اختلاف فاز (φ)

- با کاهش Z ، $\cos \varphi$ افزایش می‌یابد: ثابت R : $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

- با افزایش $\cos \varphi$ ، زاویه اختلاف فاز φ کاهش می‌یابد.

یعنی مدار به حالت اهمی خالص نزدیک می‌شود. شکل (۴-۲۶)



جدول زیر می‌توان به طور خلاصه تغییرات فرکانس را در

مدار Rc سری بررسی کرد:

افزایش f	
$\downarrow X_C = \frac{1}{2\pi f C}$	مقاومت خازنی (X_C)
$\downarrow Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	امپدانس (Z)
$\uparrow I_e = \frac{V_e}{Z}$	جریان (I_e)
$\uparrow \cos \varphi = \frac{R}{Z}$	ضریب قدرت ($\cos \varphi$)
$\downarrow \varphi$	زاویه اختلاف فاز (φ)
اهمی تر می‌شود	حالت مدار



در مدار الکتریکی شکل (۴-۲۷) مقدار امپدانس، جریان و

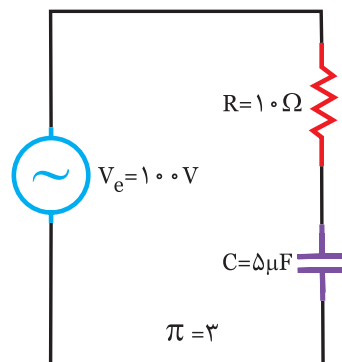
ضریب قدرت را در فرکانس‌های زیر محاسبه کنید:

$$f_1 = 0.1 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 50 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 10 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 10000 \text{ Hz}$$



شکل (۴-۲۷)

همراه با افزایش فرکانس در یک مدار RC سری، جدول زیر را کامل کنید.

$X_C = \frac{1}{2\pi \dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش	$Z = \sqrt{(\dots\dots)^2 + (\dots\dots)^2}$	☐ افزایش ☐ کاهش
$\cos \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش	$I_e = \frac{V_e}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش
$\sin \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش	$Q = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش ☐ کاهش

با افزایش فرکانس Z کاهش می‌یابد.
با افزایش فرکانس ضریب قدرت $\cos \varphi$ افزایش می‌یابد.
با افزایش فرکانس جریان افزایش می‌یابد.

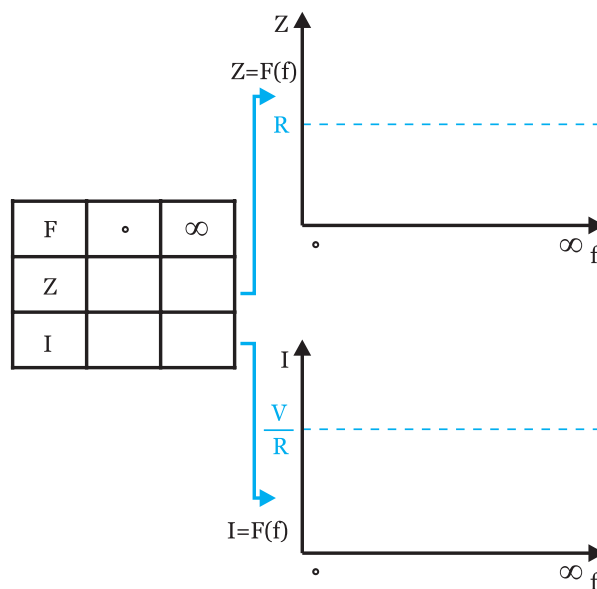
نتایج را بطور خلاصه در جدول زیر می‌توان نوشت:

f	$0/1\text{Hz}$	50Hz	10KHz
X_C	$333\text{K}\Omega$	666Ω	$3/33\Omega$
Z	$333\text{K}\Omega$	666Ω	$10/5$
$\cos \varphi$	0	$0/15$	$0/95$
φ	90	89	17
I_e	$0/3\text{mA}$	$0/15\text{A}$	$9/52\text{A}$

نتیجه: با افزایش فرکانس، Z کاهش، $\cos \varphi$ افزایش و جریان افزایش می‌یابد.



در مدار شکل (۴-۲۸) جدول مربوط به تغییرات امپدانس و جریان را کامل کنید، سپس منحنی‌های Z و I را نسبت به فرکانس را رسم نمایید.



شکل (۴-۲۸)



پرسش‌های صحیح و غلط:

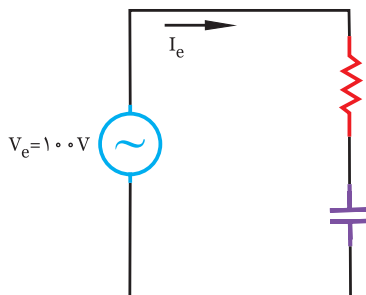
در یک مدار RC سری موارد صحیح و غلط را تعیین کنید:

۱- در این مدار، در فرکانس $F=0$ مدار به صورت قطع در می‌آید.

۲- در این مدار، هر چه مقاومت اهمی افزایش یابد، مدار حالت خازنی می‌یابد.

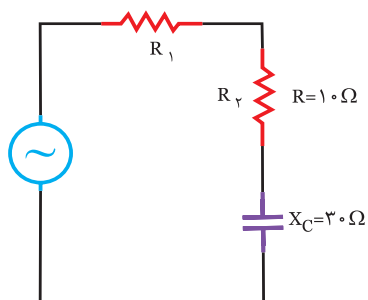
۳- در مدار شکل (۴-۲۹) توان اکتیو برابر با ۳۰۰ وات است.

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| ☐ غلط | ☐ صحیح |
| ☐ غلط | ☐ صحیح |
| ☐ غلط | ☐ صحیح |



شکل (۴-۲۹)

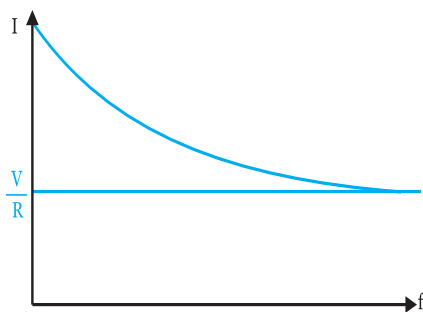
۴- در مدار شکل (۴-۳۰) اگر مقاومت R_1 برابر ۲۰ شود، ضریب کیفیت برابر ۱ می‌شود. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۴-۳۰)

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| ☐ غلط | ☐ صحیح |
|------------------------------|-------------------------------|

۵- منحنی $I=F(\)$ در این مدار مطابق شکل (۴-۳۱) است.



شکل (۴-۳۱)

۶- با توجه به پارامتر مورد نظر، رابطه مربوطه را مشخص کنید. «۲ مورد اضافی است»

$$۱) \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$۲) \sin \varphi = \frac{X_c}{Z}$$

$$۳) P_e = R \cdot I_e^2$$

$$۴) P_s = V_e \cdot I_e$$

$$۵) P_d = X_c \cdot I_e^2$$

$$۶) Q = \frac{X_c}{R}$$

$$۷) Z = \sqrt{R^2 + X_c^2}$$

☐ ۱- ضریب قدرت راکتیو

☐ ۲- امپدانس

☐ ۳- توان اکتیو

☐ ۴- ضریب کیفیت

☐ ۵- توان راکتیو

۷- در مدار RC سری، با افزایش فرکانس، ضریب قدرت می‌یابد.

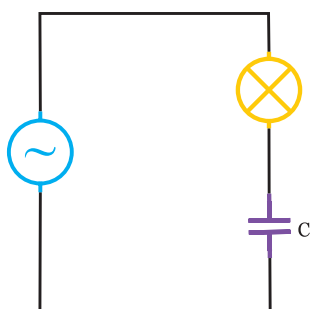
۸- در این مدار، با افزایش فرکانس امپدانس می‌یابد.

۹- در این مدار، افزایش ظرفیت خازنی (C) باعث می‌شود تا مدار حالت می‌یابد.

۱۰- در این مدار، توان راکتیو متناسب با مجذور تغییر می‌کند.

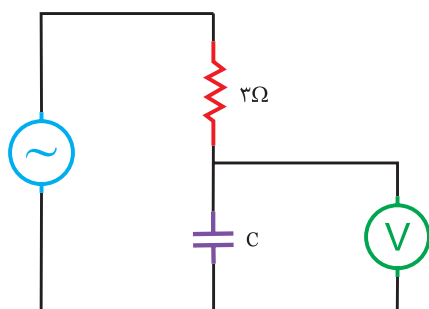
پرسش‌های مفهومی:

۱۱- در مدار شکل (۴-۳۲) افزایش ظرفیت خازن نور لامپ را به دنبال دارد. زیرا.....



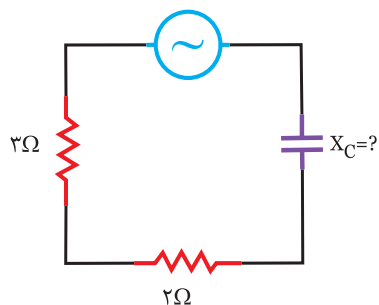
شکل (۴-۳۲)

۱۲- در مدار شکل (۴-۳۳) افزایش فرکانس باعث مقدار نشان داده شده توسط ولت متر می‌گردد، زیرا.....



شکل (۴-۳۳)

۱۳- در مدار شکل (۴-۳۴) توان‌های اکتیو با راکتیو برابر است. بنابراین مقاومت خازنی برابر با اهم است. زیرا
.....



شکل (۴-۳۴)

برگزیده از سوالات امتحانات نهایی

۱۴- در مدار شکل (۴-۳۵) مطلوبست:

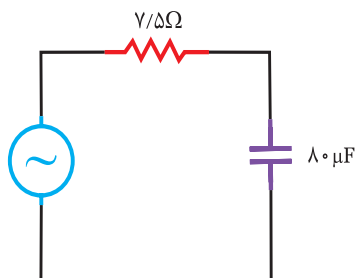
الف) امپدانس مدار

ب) جریان منبع و معادله زمانی آن

ج) ولتاژ دوسر هر المان

د) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

راهنمایی: پس از محاسبه X_C ، Z و به دنبال آن I_e محاسبه می شود.



شکل (۴-۳۵)

می باشد. مطلوبست:

۱۵- در مدار شکل (۴-۳۶) معادله جریان

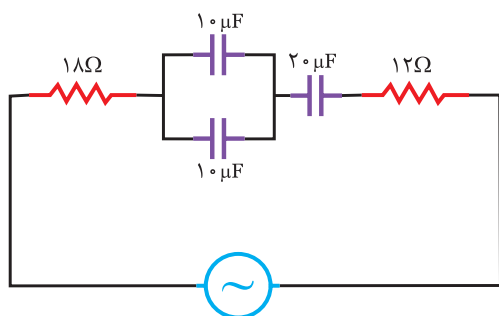
$$I = 2\sqrt{2} \sin(250\pi t + 60^\circ)$$

الف) امپدانس مدار

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

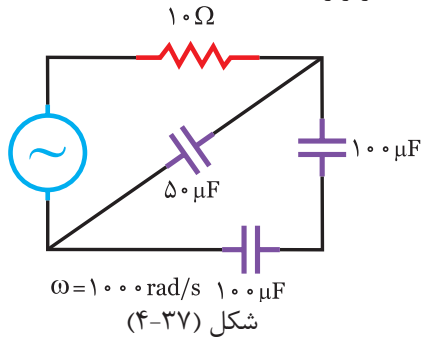
ج) توان‌های مدار

راهنمایی: ابتدا مدار را ساده کنید و سپس X_C و Z را محاسبه کنید.



شکل (۴-۳۶)

۱۶- در مدار شکل (۴-۳۷) در صورتی که جریان مقاومت ۴ آمپر باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:



الف) امپدانس مدار ب) ولتاژ منبع ج) ضریب قدرت د) ضریب کیفیت
راهنمایی: ابتدا مدار را ساده کنید و پس از محاسبه X_c ، Z را محاسبه کنید.

.....

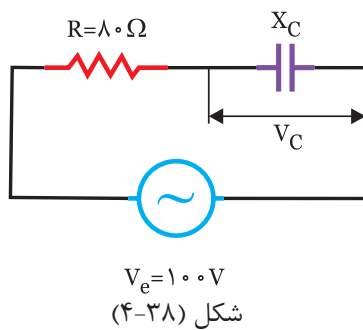
.....

.....

.....

.....

۱۷- در مدار شکل (۴-۳۸) ولتاژ دو سر خازن ۶۰ ولت است، ضریب توان و اندازه X_c را محاسبه کنید و در صورتی که جریان را مبنا



در نظر بگیریم. دیاگرام برداری جریان و ولتاژها را رسم کنید.
راهنمایی: با معلوم بودن V_c ، V_e و V_R را بدست آورید:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

پرسش‌های چند گزینه‌ای

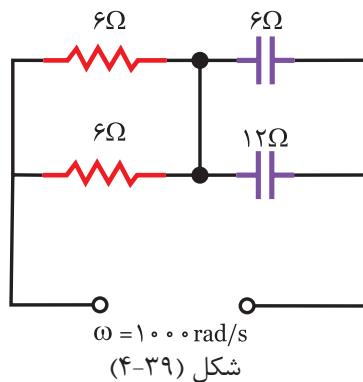
۱۸- در مدار شکل (۴-۳۹) ضریب کیفیت چقدر است؟

الف) ۵/۰

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴



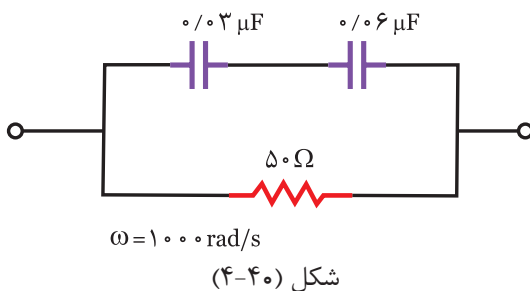
۱۹- در مدار شکل (۴-۴۰) ضریب توان چقدر است؟

الف) ۲/۰

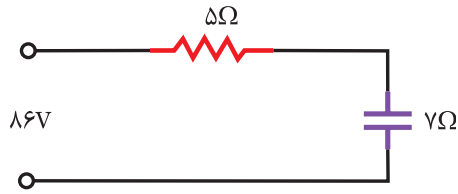
ب) ۵/۰

ج) ۶/۰

د) ۷/۰



۲۰- در مدار شکل (۴-۴۱) ولتاژ دو سر خازن کدام است؟



الف) ۵۰

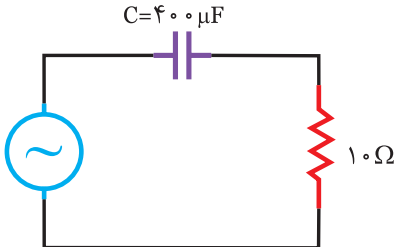
ب) ۷۰

ج) ۶۴

د) ۸۶

شکل (۴-۴۱)

۲۱- در مدار شکل (۴-۴۲) ولتاژ دو سر خازن $V_c = 250 \sin 500t$ است، توان مصرفی مدار چند وات است؟



الف) ۴۰

ب) ۱۶۰

ج) ۸۰

د) ۲۴۰

شکل (۴-۴۲)

۲۲- در یک مدار اهمی و خازنی سری، افزایش فرکانس در ضریب کیفیت مدار چه تاثیری می گذارد؟

الف) ابتدا افزایش و سپس بی تاثیر

ب) بی تاثیر

ج) همواره افزایش

د) همواره کاهش

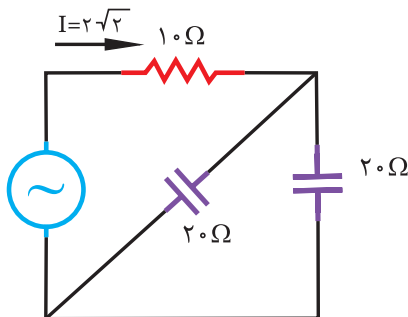
۲۳- خازنی به ظرفیت $C = 100 \mu f$ با یک مقاومت $R = 20 \Omega$ به صورت سری تغذیه می شود. در چه فرکانسی ضریب کیفیت $\frac{5}{\pi}$ می شود؟

الف) ۲۵۰

ب) ۱۲۵

ج) ۱۰۰

د) ۵۰



شکل (۴-۴۳)

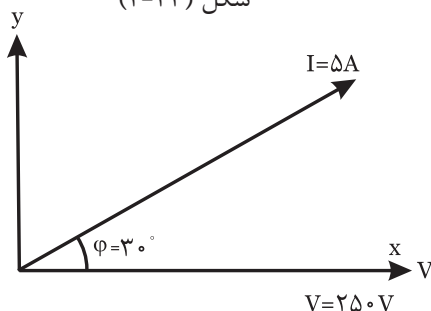
۲۴- در مدار شکل (۴-۴۳) ولتاژ منبع تغذیه چند ولت است؟

الف) $10\sqrt{2}$

ب) $20\sqrt{2}$

ج) ۶۰

د) ۴۰



شکل (۴-۴۴)

۲۵- در یک مدار R_C سری، دیاگرام برداری جریان و ولتاژ مدار مطابق

شکل (۴-۴۴) است. نسبت توان راکتیو به توان ظاهری چقدر است؟

الف) ۵۰

ب) $\frac{1}{2}$

ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

د) $\frac{1}{50}$

ثابت می شود

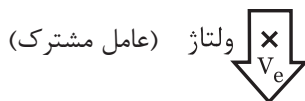
اضلاع این مثلث عبارتند از:

P_d : توان راکتیو که به علت خازنی بودن، همیشه منفی است و ضلع مقابل است.

P_s : توان ظاهری که وتر مثلث است.

اضلاع مثلث توان را به دو شکل می‌توان بدست آورد:

(۱) چنانچه اضلاع مثلث جریان را در عامل مشترک یعنی V_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. شکل (۴-۴۸)



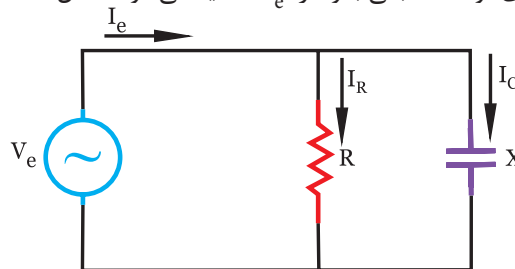
مثلت توان

شكل (٤-٤٨)

در مدار R_C موازی:

- جریان در مدار پیش فاز است.
 P_d و φ دارای مقادیر منفی هستند.

در این مقاومت اهمی R با یک مقاومت خازنی X_c به صورت موازی توسط منبعی با ولتاژ V_m تغذیه می‌شود. شکل (۴-۴۵)



شکل (۴-۴۵)

در این مدار مانند کلیه مدارهای موازی ولتاژ عامل

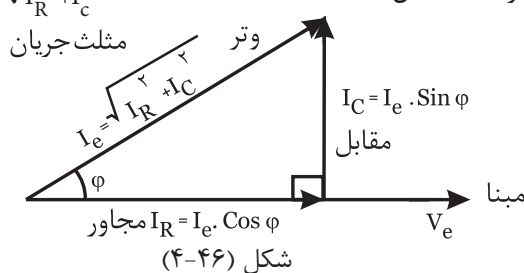
مشترک و مینا است.

اضلاع این مثلث عبارتند از:

۱- I_B که با V_e هم فاز است. (حالت اهمی)

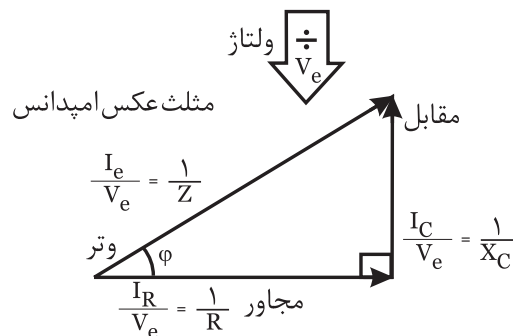
۲- I_c که ۹۰ درجه نسبت به V_e پیش فاز است. (حالت خازنی)

۳- I_e که وتر این مثلث می باشد و به اندازه φ درجه پیش فاز است. شکل (۴-۴۶)

$$I_e = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$


شكل (٤-٤٦)

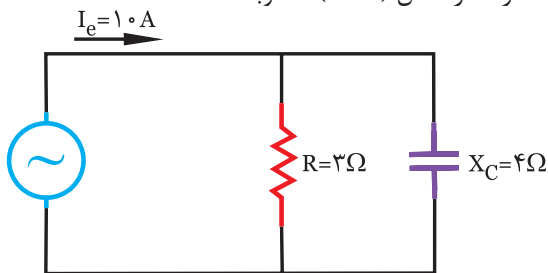
اگر اضلاع مثلث جریان را بر عامل مشترک یعنی V_e تقسیم کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴۷-۴)



شکل (۴۷-۴)



در مدار شکل (۴-۵۰) مطلوبست:



شکل (۴-۵۰)

(الف) امپدانس (Z) (ب) ولتاژ کل (V_e)

(ج) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری:



امپدانس (Z) را می‌توان با معلوم بودن R و X_C محاسبه

$$Z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{3 \times 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{12}{5} \Rightarrow Z = 2.4 \Omega$$

با معلوم بودن Z و I_e می‌توان ولتاژ کل V_e را محاسبه

$$V_e = Z \cdot I_e = 2.4 \times 1.0 \Rightarrow V_e = 2.4 V$$

توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری:

$$P_s = \frac{V_e^2}{Z} = \frac{2.4^2}{2.4} = 2.4 \text{ VA}$$

$$P_d = \frac{V_e^2}{X_C} = \frac{2.4^2}{4} = 1.44 \text{ VAR}$$

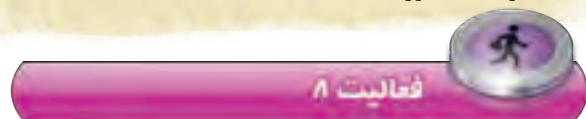
$$P_e = \frac{V_e^2}{R} = \frac{2.4^2}{3} = 1.92 \text{ W}$$

توان اکتیو را می‌توان از رابطه $P_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \phi$

و توان راکتیو $P_d = V_e \cdot I_e \cdot \sin \phi$

و توان ظاهری $P_s = V_e \cdot I_e$

نیز بدست آورد.



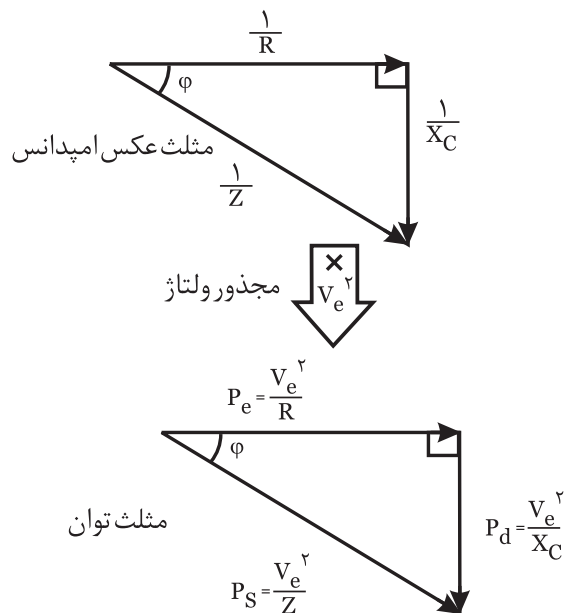
در مدار RC موازی روابط زیر را کامل کنید.

$$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{R^2 + \dots}}$$

$$\cos \phi = \frac{\dots}{R} = \frac{\dots}{I_e} = \frac{P_e}{\dots}$$

$$\tan \phi = Q = \frac{\dots}{I_R} = \frac{R}{\dots}$$

(۲) چنانچه اضلاع مثلث عکس امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی V_e^2 ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴۹)



شکل (۴-۴۹)

۴-۱۲- نسبت‌های مثلثاتی مهم

با توجه به اضلاع مثلث‌های جریان، عکس امپدانس و توان

می‌توان ضرایب مهم مثلثاتی را بدست آورد:

ضریت قدرت راکتیو

$$\sin \phi = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{I_C}{I_e} = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{X_C} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریت قدرت اکتیو

$$\cos \phi = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{I_R}{I_e} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R} = \frac{P_e}{P_s}$$

ضریب کیفیت

$$Q = \tan \phi = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{I_C}{I_R} = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{X_C} = \frac{P_d}{P_e}$$

مثلث جریان	مثلث عکس امپدانس	مثلث توان
---------------	---------------------	--------------

راهنمایی: با معلوم بودن $\cos \phi$ می توان $\sin \phi$ ، z و به دنبال آن X_C را محاسبه کرد.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



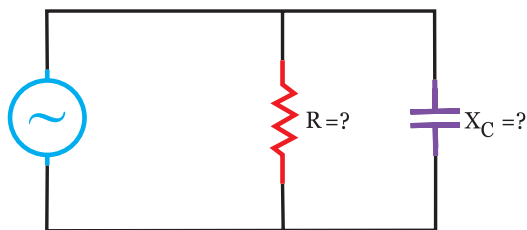
در مدار شکل (۴-۶۲) اگر:

معادله ولتاژ: $V_{(t)} = 120 \sqrt{2} \sin(1000t)$

و معادله جریان: $I_{(t)} = 20 \sqrt{2} \sin(1000t + 45)$

باشد. مطلوبست مقادیر: R و C شکل (۴-۵۳)

راهنمایی: با معلوم بودن V_e و I_e می توان z و سپس با معلوم بودن θ_v و θ_i ، ϕ را محاسبه کرد.



شکل (۴-۵۳)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

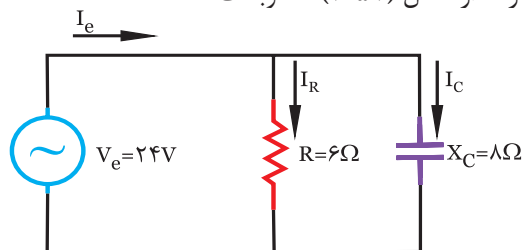
.....

.....

.....



در مدار شکل (۴-۵۱) مطلوبست:



شکل (۴-۵۱)

الف) جریان هر شاخه
ب) جریان کل
ج) امپدانس مدار



با معلوم بودن ولتاژ کل و مقاومت هر شاخه، جریان هر شاخه تعیین می شود:

$$I_R = \frac{V_e}{R} \Rightarrow I_R = \frac{24}{6} \Rightarrow I_R = \dots\dots\dots$$

$$I_C = \frac{V_e}{X_C} \Rightarrow I_C = \frac{24}{8} \Rightarrow I_C = \dots\dots\dots$$

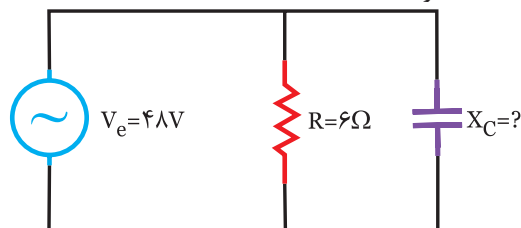
$$I_e = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} \Rightarrow I_e = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow I_e = \dots\dots\dots$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} \Rightarrow Z = \frac{24}{\dots} \Rightarrow Z = \dots\dots\dots$$

تذکر: امپدانس z را می توان از رابطه $z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$ محاسبه کرد.



۱- در مدار شکل (۴-۵۲) اگر ضریب قدرت مدار برابر $\frac{1}{6}$ باشد. مطلوبست:



شکل (۴-۵۲)

الف) $X_C = ?$
ب) $z = ?$
ج) جریان هر شاخه و جریان کل

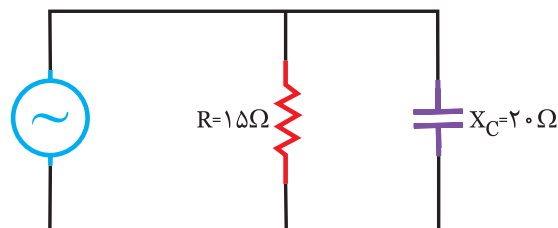


مثال ۱

در مدار شکل (۴-۵۴) مطلوبست:

الف) معادلات ولتاژ و جریان مدار

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان های مدار



$$I_C = \sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۴-۵۴)



حل

با معلوم بودن جریان I_C و مقاومت X_C می توان ولتاژ کل

را محاسبه کرد:

$$V_e = I_C \times X_C = 20 \times 6 = 120V$$

چون ولتاژ در تمام مدار یکسان است I_R و سپس I_e

محاسبه می شود:

$$I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{120}{15} = 8A$$

$$I_e = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow I_e = 10A$$

چون جریان در شاخه خازنی ۹۰ درجه پیش فاز است،

پس معادله ولتاژ چنین است:

$$V_{(t)} = 120 \sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

ولتاژ ۹۰ درجه پس فاز: $V_{(t)} = 120 \sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$

برای معادله جریان کل باید ϕ را محاسبه کرد:

$$\cos \phi = \frac{I_R}{I_e} = \frac{8}{10} \Rightarrow \cos \phi = 0.8$$

به علت خازنی بودن ϕ منفی است.

$$\phi = \cos^{-1} 0.8 \Rightarrow \phi = -37^\circ$$

$$\theta_i = \theta_v - \phi \Rightarrow \theta_i = -90^\circ - (-37^\circ) \Rightarrow \theta_i = -53^\circ$$

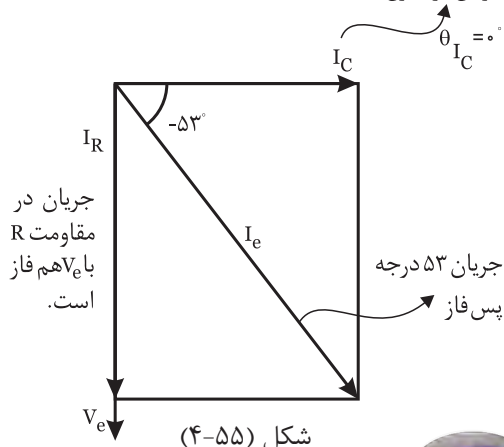
معادله جریان

$$I_{(t)} = 10 \sqrt{2} \sin(1000t - 53^\circ)$$

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان های مدار

شکل (۴-۵۵)

جریان در خازن مبنا است.



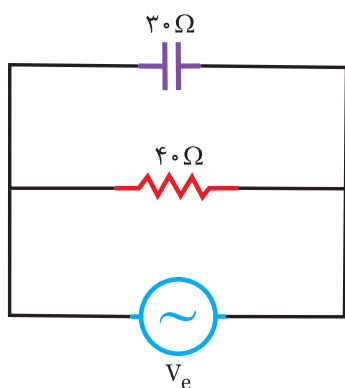
شکل (۴-۵۵)



فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۴-۵۶) اگر معادله ولتاژ به صورت

$$V_{(t)} = 120 \sqrt{2} \sin 1000t$$



شکل (۴-۵۶)

الف) جریان موثر هر شاخه و جریان کل

ب) معادله جریان شاخه اهمی و خازنی

ج) رسم دیاگرام برداری جریان ها و ولتاژها



با معلوم بودن R ، V_e و X_C می توان جریان هر شاخه را

محاسبه کرد:

$$I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{120}{40} = 3A \quad I_{R(t)} = 3 \sqrt{2} \sin 1000t$$

هم فاز با ولتاژ

$$I_C = \frac{V_e}{X_C} = \frac{120}{30} = 4A \quad I_{C(t)} = 4 \sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

جریان در شاخه خازنی پیش فاز است.

$$I_e = \sqrt{I_R^2 + (\dots)^2} \Rightarrow I_e = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$$

$$I_e = \dots\dots\dots$$

$$\cos\varphi = \dots\dots\dots \Rightarrow \cos\varphi = \dots\dots\dots \Rightarrow \cos\varphi = \dots\dots\dots$$

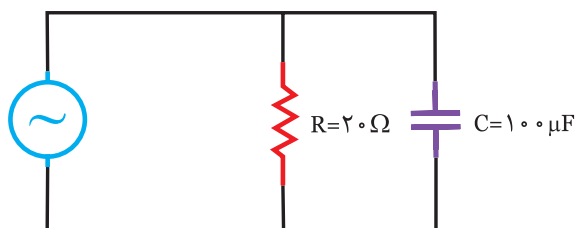
$$\varphi = \cos^{-1} \dots\dots\dots \Rightarrow \varphi = \dots\dots\dots$$

$$\theta_i = \theta_v - \dots\dots\dots \Rightarrow \theta_i = \dots\dots\dots$$

$$I_{(t)} = \dots\dots\dots$$

رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار:

۲- در مدار شکل (۴-۵۸) مطلوبست: (شهریور ۸۹)



$$V = 200\sqrt{2} \sin 2000t$$

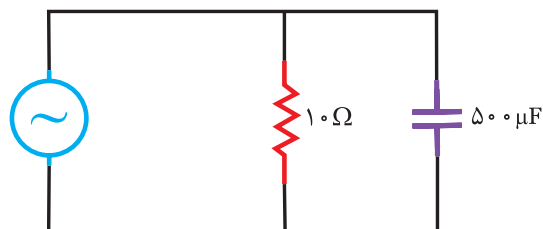
شکل (۴-۵۸)

الف) معادله زمانی جریان هر شاخه

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریانها



۱- در مدار شکل (۴-۵۷) مطلوبست:



$$V_{(t)} = 160\sqrt{2} \sin 250t$$

شکل (۴-۵۷)

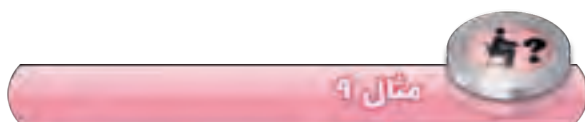
الف) جریان هر شاخه و معادله زمانی آنها

ب) جریان کل مدار

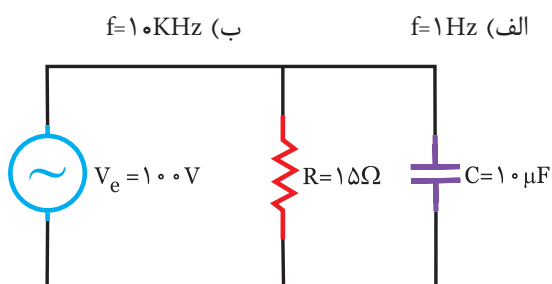
ج) توان اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

جدول زیر بطور خلاصه تاثیر فرکانس را روی پارامترهای I ، Z و $\cos \varphi$ نشان می‌دهد.

فرکانس $f \uparrow$	
مقاومت خازنی	$\downarrow X_c = \frac{1}{2\pi f.c} \uparrow$
امپدانس	$\downarrow Z \quad \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_c^2} \uparrow$
جریان	$\uparrow I_e = \frac{V_e}{Z} \downarrow$
ضریب قدرت	$\downarrow \cos \varphi = \frac{Z}{R} \downarrow$
زاویه اختلاف فاز	$\uparrow \varphi$, مدار خازنی تر می شود



در یک مدار R_C موازی شکل (۴-۵۹) مقادیر Z و I را در دو فرکانس زیر محاسبه کنید:



شکل (۴-۵۹)



ابتدا مقادیر X_c را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$f = 1 \text{ Hz}$$

$$X_{c1} = \frac{1}{2\pi f_1.c} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 1 \times 10 \times 10^{-6}} = 1599 \Omega$$

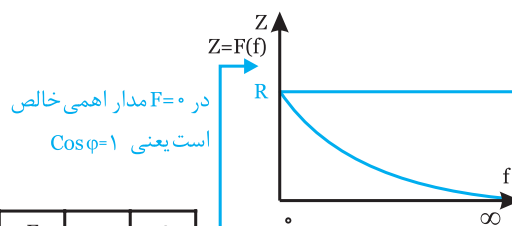
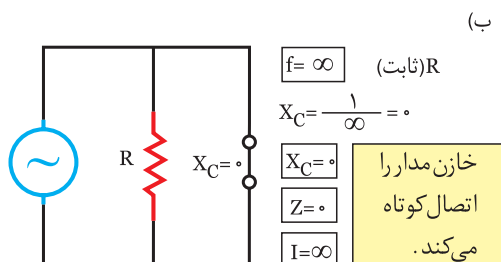
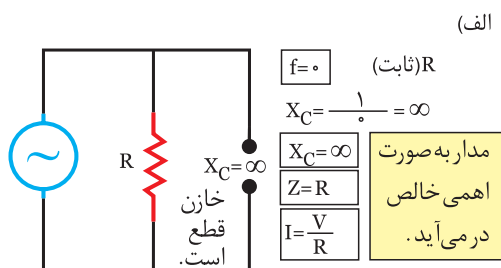
$$f = 10 \text{ KHz}$$

$$X_{c2} = \frac{1}{2\pi f_2.c} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 10 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6}} = 15.99 \Omega \approx 16 \Omega$$

۱۳-۴- تاثیر فرکانس بر مدار RC موازی

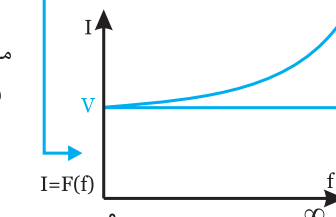
در این مدار با افزایش فرکانس مقاومت اهمی R ثابت است ولی مقاومت خازنی X_c طبق رابطه $X_c = \frac{1}{2\pi f.c}$ کاهش

می‌یابد. بنابراین می‌توان تاثیر فرکانس را روی پارامترهای I و Z چنین بررسی کرد:

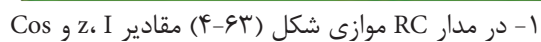


F	0	∞
Z	R	0
I	$\frac{V}{R}$	∞

منحنی و جدول تاثیر
فرکانس روی I و Z



شکل (۴-۶۰)



The circuit diagram shows a voltage source $v_s(t) = 10 \cos(1000t) \text{ V}$ in series with a 10Ω resistor and a $10 \mu\text{F}$ capacitor. The output voltage $v_o(t)$ is measured across the capacitor.

[illegible]

The circuit diagram shows a voltage source $v_s(t) = 10 \cos(1000t) \text{ V}$ in series with a 1Ω resistor and a 1Ω capacitor. The output voltage $v_o(t)$ is measured across the capacitor.

.....

.....

.....

.....

$$Z_1 = \frac{R X_{C_1}}{\sqrt{R^2 + X_{C_1}^2}} = \frac{15 \times 15/9}{\sqrt{15^2 + 15/9^2}} \Rightarrow$$

$$Z = \frac{238/5}{21/85} \Rightarrow Z = 1.09 \Omega$$

$$Z = \frac{R.X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}} = \frac{15 \times 0}{\sqrt{15^2 + (1/59 \times 10)^2}} \cong 0$$

$$F = 1 \text{ kHz}$$

$$I_1 = \frac{V_e}{Z_1} = \frac{100}{15/9} = 6/28A$$

در این مدار، با افزایش فرکانس z کاهش و I افزایش می‌یابد.



The diagram shows a single loop circuit. On the left is a voltage source $v_s(t)$ represented by a circle with a tilde symbol. In the top horizontal branch is a resistor R represented by a zigzag line. In the right vertical branch is a capacitor X_C represented by two parallel lines.

شكل (٤-٦١)

جدول را کامل و منحنی‌های $z=F(f)$ و $I=F(f)$ را رسم

نمایید. شکل (۶۲-۴)



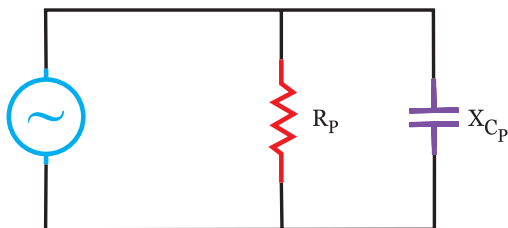


فعالیت ۱۳

جدول زیر را برای مدار RC موازی کامل کنید:

فرکانس افزایش		
$X_C = \frac{1}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش	مقاومت
	☐ کاهش	خازنی
$\frac{R}{\sqrt{\dots\dots\dots}}$	☐ افزایش	امپدانس
	☐ کاهش	
$I = \frac{V_e}{\dots\dots\dots}$	☐ افزایش	جریان
	☐ کاهش	
$\cos \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{R}$	☐ افزایش	ضریب
	☐ کاهش	قدرت
φ مدار $\dots\dots\dots$ می شود	☐ افزایش	زاویه
	☐ کاهش	اختلاف فاز

۲- برای تبدیل به حالت موازی، چون مقادیر بدست آمده در هر دو حالت سری و موازی یکسان است، بنابراین مقادیر مقاومت اهمی در حالت موازی R_p و مقاومت خازنی X_{cp} باید تغییر کند که آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



شکل (۴-۶۶)

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow R_p = \frac{Z_s}{\cos \varphi_s}$$

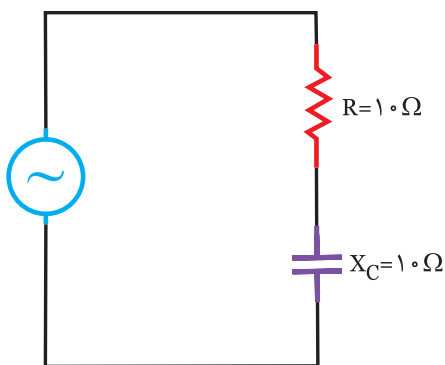
$$\cos \varphi = \frac{Z}{X_c} \Rightarrow X_{cp} = \frac{Z_s}{\sin \varphi_s}$$

$$R_p = \frac{Z^2}{R_s} \quad X_{cp} = \frac{Z^2}{X_{cs}}$$

مثال ۱۵

مدار شکل (۴-۶۷) را به یک مدار RC موازی تبدیل

کنید:



شکل (۴-۶۷)

(۱) ابتدا امپدانس $\cos \varphi$ ، Z و $\sin \varphi$ را در حالت سری

محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

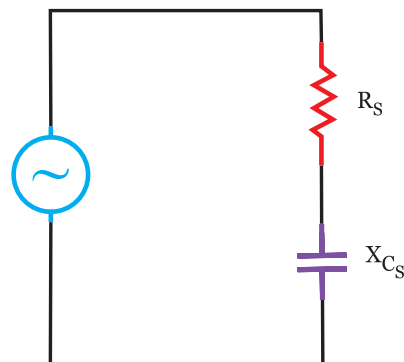
$$\sin \varphi = \frac{X_C}{Z} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

خلاصه درس

۴-۱۴ تبدیل مدار RC سری به RC موازی

بسیاری از موارد، لازم است تا مدار RC سری را به مدار RC موازی تبدیل کنیم، در فصول آینده در بحث مدارات مختلط مشاهده می‌شود که با این تبدیل می‌توانیم مدار را ساده کرده و آن را مورد تحلیل قرار دهیم. برای تبدیل مدار RC سری به موازی این مراحل را انجام می‌دهیم:

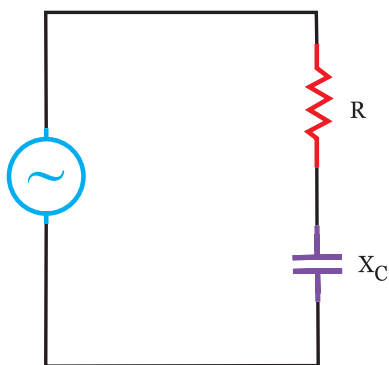
۱- امپدانس Z ، ضریب قدرت اکتیو $\cos \varphi$ و ضریب قدرت راکتیو $\sin \varphi$ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:



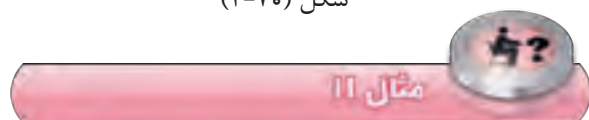
$$Z = \sqrt{R_s^2 + X_{Cs}^2}$$

$$\cos \varphi_s = \frac{R_s}{Z_s}$$

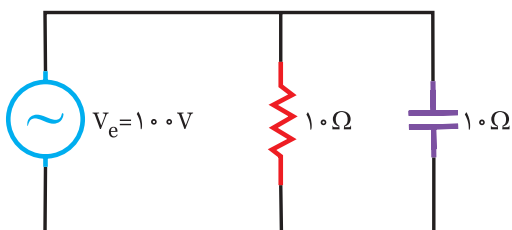
$$\sin \varphi_s = \frac{X_{Cs}}{Z_s} \quad \text{شکل (۴-۶۵)}$$



شکل (۴-۷۰)



مدار شکل (۴-۷۱) را به یک مدار سری تبدیل کنید، ضمناً جریان کل مدار را در هر دو حالت محاسبه کنید.



شکل (۴-۷۱)



ابتدا $\cos \phi$ ، z و $\sin \phi$ را در هر حالت موازی محاسبه

می‌کنیم:

$$Z = \frac{R X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}} = \frac{10 \times 10}{\sqrt{10^2 + 10^2}} = \frac{100}{10\sqrt{2}}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \Omega$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \phi = \frac{X_c}{Z} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{5\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$$

سپس معادل مدار را در حالت موازی تعیین می‌کنیم:

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R = Z \cos \phi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_s = 5\Omega$$

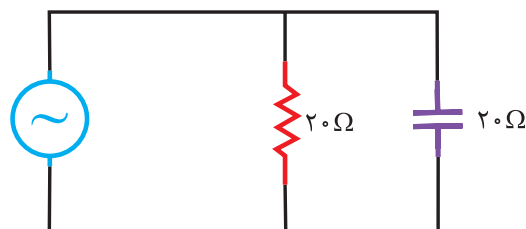
$$\sin \phi = \frac{X_c}{Z} \Rightarrow X_c = Z \sin \phi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow X_{cs} = 5\Omega$$

(۲) با توجه به روابط حالت موازی خواهیم داشت:

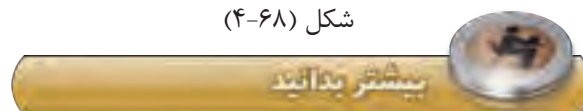
$$\cos \phi = \frac{Z}{R_p} \Rightarrow R_p = \frac{Z}{\cos \phi} = \frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 20\Omega$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{X_{cp}} \Rightarrow X_{cp} = \frac{Z}{\sin \phi} = \frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 20\Omega$$

بنابراین معادل مدار موازی مدار بالا به صورت شکل (۴-۶۸) است.



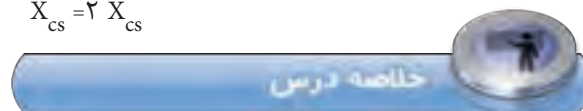
شکل (۴-۶۸)



چنانچه مقادیر R و X_c برابر باشد، مقاومت‌های معادل در حالت موازی دو برابر مقاومت‌ها در حالت سری است.

$$R_p = 2 R_s \quad \text{اگر } R = X_c$$

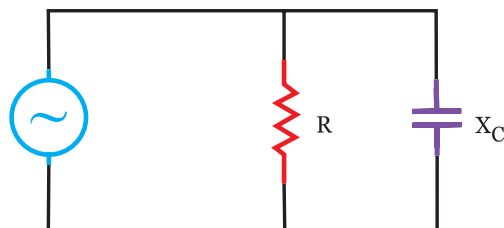
$$X_{cs} = 2 X_{cs}$$



۴-۱۵- تبدیل مدار RC موازی به RC سری

برای این تبدیل نیز، ابتدا $\cos \phi$ ، z و $\sin \phi$ را در حالت

موازی محاسبه می‌کنیم.



$$Z = \frac{R X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}} \quad \text{شکل (۴-۶۹)}$$

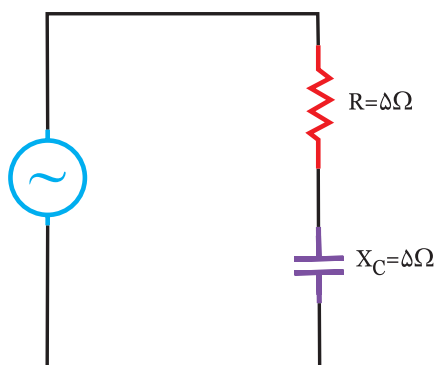
$$\cos \phi = \frac{Z}{R}$$

$$\sin \phi = \frac{Z}{X_c}$$

سپس با توجه به روابط مدار R_c سری، می‌توان نوشت:

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R_s = Z \cos \phi$$

$$\sin \phi = \frac{X_c}{Z} \Rightarrow X_{cs} = Z \sin \phi$$



شکل (۴-۷۲)

با تبدیل مدارات از حالت سری به موازی و بالعکس جریان و توان‌های مدار ثابت می‌ماند.

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{5\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$$

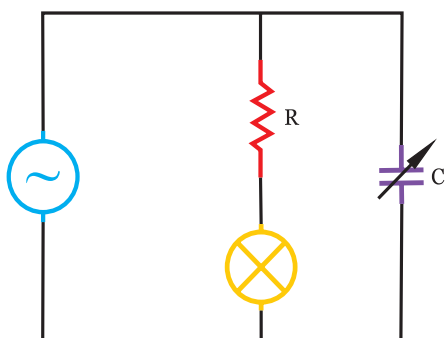
$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

آزمون



۱) در مدار R_C موازی گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید.

- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|---|
| ☐ غلط | ☐ صحیح | - در مدار R_C موازی، هرچه ظرفیت خازن افزایش یابد، مدار خازنی تر می‌شود. |
| ☐ غلط | ☐ صحیح | - با افزایش فرکانس، ضریب قدرت کاهش می‌یابد. |
| ☐ غلط | ☐ صحیح | - توان اکتیو، متناسب با ظرفیت خازن تغییر می‌کند. |
| ☐ غلط | ☐ صحیح | - زمانی که ضریب قدرت برابر ۰.۷۰۷ است، مقادیر R و X_C برابر است. |
| ☐ غلط | ☐ صحیح | - در مدار شکل (۴-۷۳) با افزایش ظرفیت خازن، نور لامپ ثابت می‌ماند. |



شکل (۴-۷۳)

۲) روابط مربوط به هر پارامتر را تعیین کنید: (یک گزینه اضافی است)

$$Z = \frac{R \cdot X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}}$$

☐

$$Z = \frac{R}{\cos \varphi}$$

☐

$$P_s = \frac{V_e^2}{Z}$$

☐

$$X_c = \frac{1}{W \cdot c}$$

☐

$$Q = \frac{R}{X_c}$$

☐

$$P_d = \frac{V_e^2}{X_c}$$

☐

۱- مقاومت خازنی

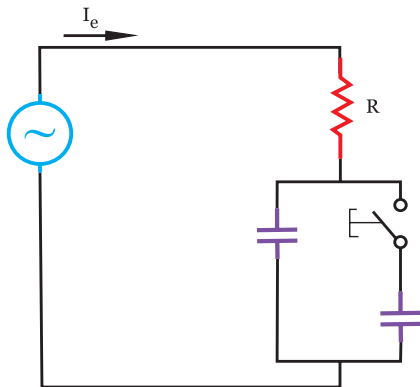
۲- توان راکتیو

۳- ضریب کیفیت (مدار R_C موازی)

۴- توان ظاهری

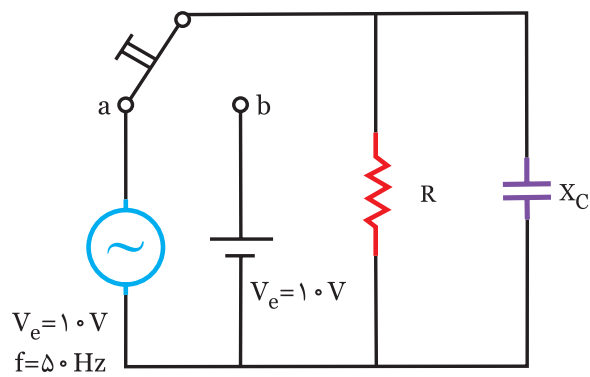
۵- امپدانس

۳) در مدار شکل (۴-۷۴) با بستن کلید، جریان مدار می‌یابد.
 زیرا.....



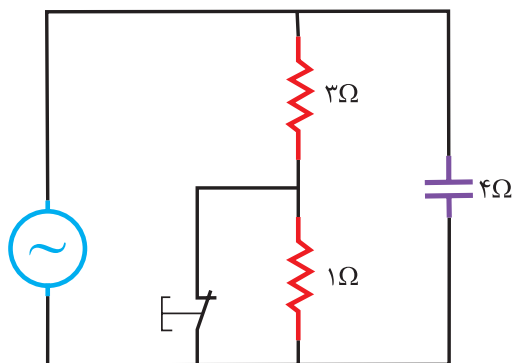
شکل (۴-۷۴)

۴) در مدار شکل (۴-۷۵) اگر کلید از حالت a به حالت b تبدیل شود. توان راکتیو مدار می‌یابد.
 زیرا.....

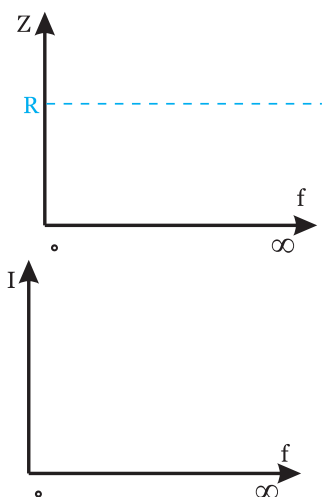


شکل (۴-۷۵)

۵) در مدار شکل (۴-۷۶) با قطع کلید، ضریب قدرت می‌یابد.
 زیرا.....



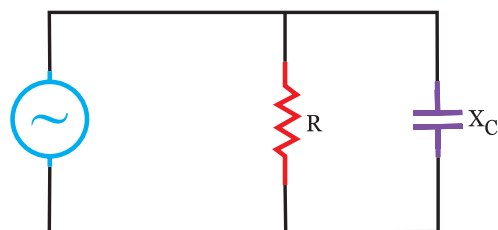
شکل (۴-۷۶)



شکل (۴-۷۷)

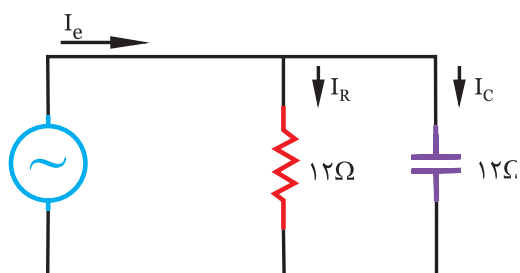
F	•	∞
Z		
I		

۶) در مدار شکل (۴-۷۷):



الف) جدول تاثیر F را بروی z و I کامل کنید.
ب) منحنی‌های $I=F(f)$ و $z=F(f)$ را ترسیم کنید.

۷) در مدار شکل (۴-۷۸) معادله جریان در مقاومت $I_{R(t)} = 4\sqrt{2} \sin 1000t$ است. مطلوبست:

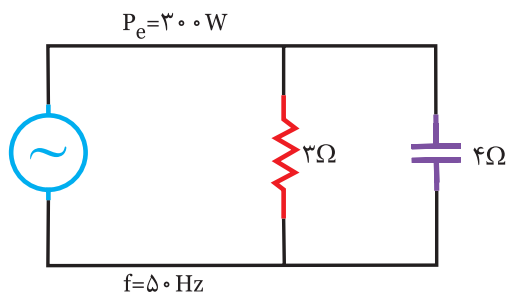


شکل (۴-۷۸)

الف) معادله زمانی ولتاژ منبع

ب) جریان خازن و جریان کل مدار

ج) توان‌های موثر، غیرموثر و ظاهری



$f=50 \text{ Hz}$

شکل (۴-۷۹)

۸) در مدار شکل (۴-۷۹) توان اکتیو ۳۰۰ وات است: (دی ۸۴)

الف) توان راکتیو و ظاهری چقدر است؟

ب) جریان در هر شاخه چقدر است؟

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها را رسم کنید.

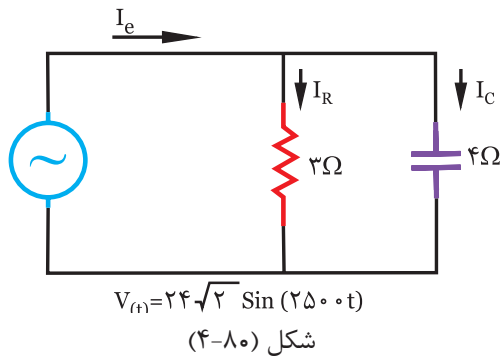
راهنمایی: با معلوم بودن P_e و R و V_e را محاسبه کنید.

۹) در مدار شکل (۴-۸۰) مطلوبست: «خرداد ۸۷»

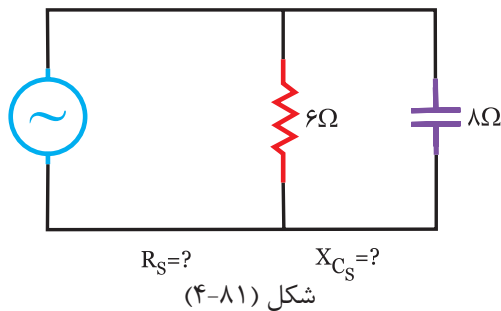
الف) جریان هر شاخه و معادله آن

ب) جریان منبع و معادله آن

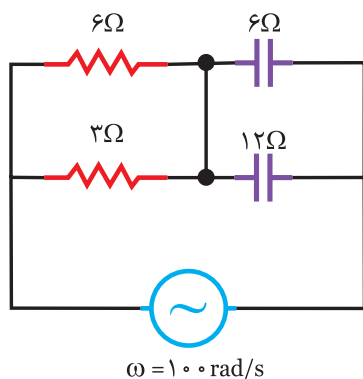
ج) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار



۱۰) مدار شکل (۴-۸۱) را به یک مدار سری تبدیل کنید و معادل سری را رسم کنید. «خرداد ۸۶»



۱۱) در مدار شکل (۴-۸۲) ضریب کیفیت چقدر است؟



$$\omega = 100 \text{ rad/s}$$

شکل (۴-۸۲)

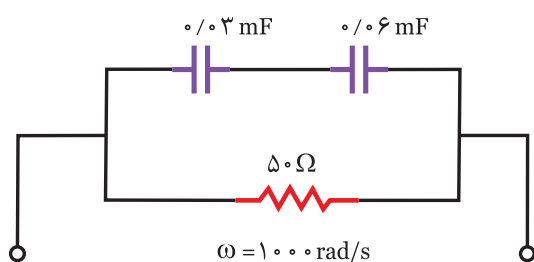
الف) ۰/۵

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴

۱۲) در مدار شکل (۴-۸۳) ضریب قدرت راکتیو کدام است؟



$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

شکل (۴-۸۳)

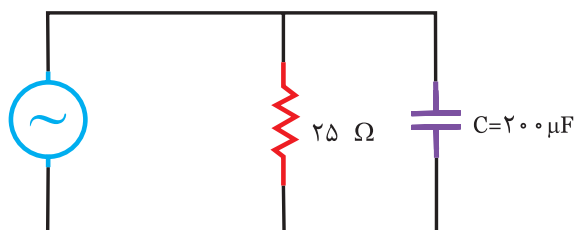
الف) ۰/۲

ب) ۰/۵

ج) ۰/۶

د) ۰/۷

۱۳) در مدار شکل (۴-۸۴) ضریب کیفیت کدام است؟



$$V(t) = 100 \sin 500t$$

شکل (۴-۸۴)

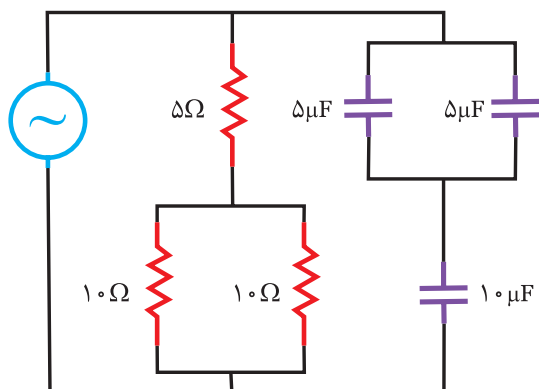
الف) ۲/۵

ب) ۱/۲۵

ج) ۰/۸

د) ۰/۴

۱۴) جریان موثر I_e در مدار شکل (۴-۸۵) چند آمپر است؟



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۴-۸۵)

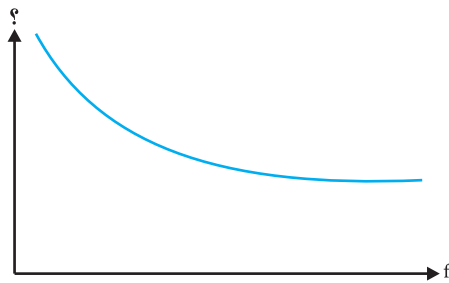
الف) ۱۲/۶

ب) ۱۵/۸

ج) ۸/۳

د) ۱۱/۱

۱۵) منحنی شکل (۴-۸۶) اثر فرکانس را در کدام مدار R_C و بروی کمیت نشان می‌دهد؟



شکل (۴-۸۶)

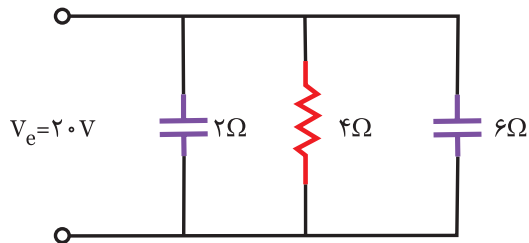
الف) موازی - جریان

ب) موازی - مقاومت

ج) سری - مقاومت

د) سری - جریان

۱۶) ضریب قدرت در مدار شکل (۴-۸۷) کدام است؟



شکل (۴-۸۷)

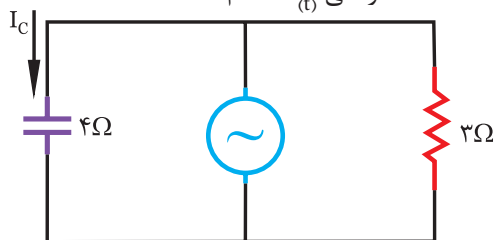
الف) ۰/۳۵

ب) ۰/۴۴

ج) ۰/۸۹

د) ۰/۵

۱۷) در مدار شکل (۴-۸۸) تغییرات جریان به صورت $I_c = 3 \sin 400t$ است. معادله زمانی $V_{(t)}$ کدام است؟



شکل (۴-۸۸)

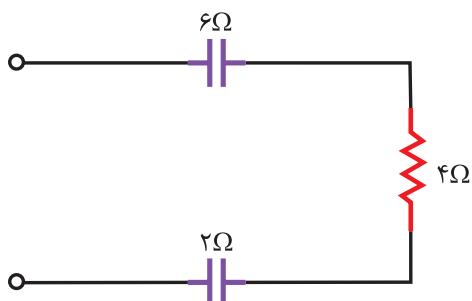
الف) $V_e = 12 \sin(400t - 37^\circ)$

ب) $V_e = 12\sqrt{2} \sin(400t - \frac{\pi}{2})$

ج) $V_e = 12\sqrt{2} \sin(400t + 53^\circ)$

د) $V_e = 12\sqrt{2} \sin(400t - \frac{\pi}{2})$

۱۸) در مدار شکل (۴-۸۹) ضریب کیفیت کدام است؟



شکل (۴-۸۹)

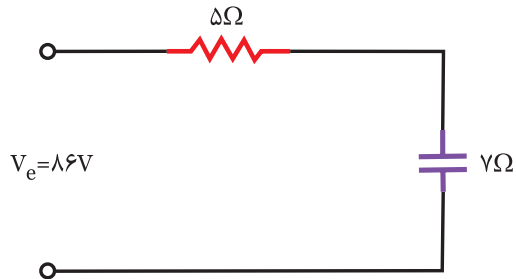
الف) ۰/۳۵۷

ب) ۰/۵

ج) ۲/۶۶

د) ۲

۱۹) در مدار شکل (۴-۹۰) ولتاژ دو سر مقاومت، چقدر است؟



شکل (۴-۹۰)

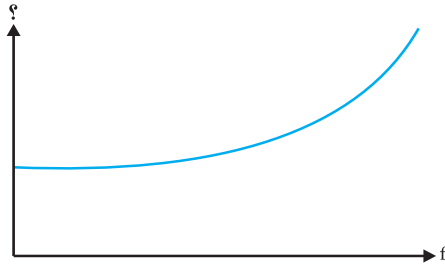
الف) ۵۰

ب) ۷۰

ج) ۶۴

د) ۸۶

۲۰) شکل (۴-۹۱) مشخصه تغییرات کدام کمیت را در مدار R_C نشان می‌دهد؟



شکل (۴-۹۱)

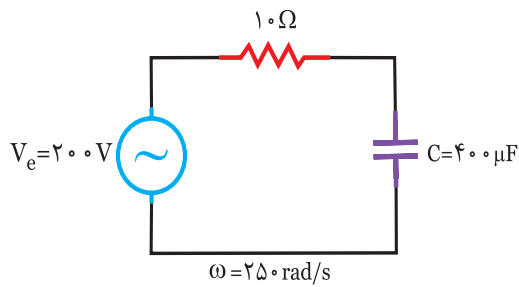
الف) سری - جریان

ب) سری - مقاومت

ج) موازی - جریان

د) موازی - مقاومت

۲۱) در مدار شکل (۴-۹۲) معادله ولتاژ دو سر خازن کدام است؟



شکل (۴-۹۲)

الف)

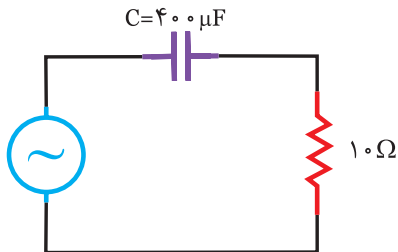
ب) $141 \sin(250t - \frac{\pi}{4})$

ج) $141 \sin(250t + \frac{\pi}{4})$

د) $10 \sin(250t + \frac{\pi}{4})$

$10 \sin(250t + \frac{\pi}{4})$

۲۲) در مدار شکل (۴-۹۳) معادله ولتاژ دو سر خازن به صورت $V_C = 25 \sin 500t$ است، توان مصرفی مدار چند وات است؟



شکل (۴-۹۳)

الف) ۴۰

ب) ۱۶۰

ج) ۸۰

د) ۲۴۰

۲۳) ضریب کیفیت یک مدار R_C سری برابر $\frac{4}{3}$ است. این مدار توسط ولتاژی به معادله $V = 220 \sqrt{2} \sin(100\pi t)$ تغذیه

می‌شود، جریان موثر این مدار با $R = 6\Omega$ چند آمپر است؟

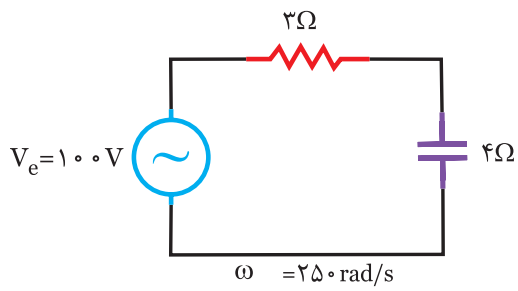
الف) ۱۱

ب) ۲۲

ج) $22\sqrt{2}$

د) $\frac{110}{2}$

۲۴) حداکثر انرژی ذخیره شده در خازن چند ژول است؟ شکل (۴-۹۴)



شکل (۴-۹۴)

الف) $3/2$ ج

ب) $6/4$ ج

ج) 64 ج

د) 32 ج

۲۵) در یک مدار R_C سری دیاگرام برداری جریان و ولتاژ مطابق شکل (۴-۹۵) است. نسبت توان اکتیو به توان ظاهری چقدر

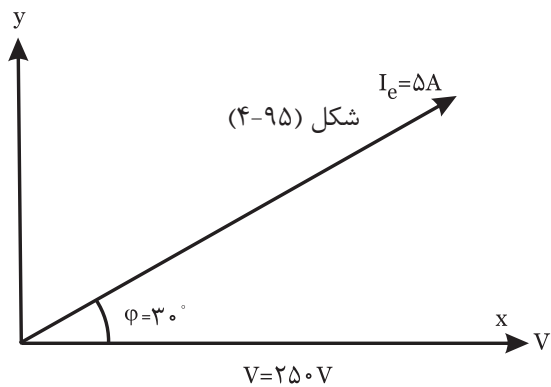
است؟

الف) 50

ب)

ج)

د)



$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{50}$$

هرتز

ولتاژ سافت پدم
Inductance

خازن

Admittance

اندوکتانس

Impedance

فرکانس

جریان × مقاومت = ولتاژ

پودا

SUSCEPTANCE

$\theta_v = 30^\circ$

توان ظاهری

V_e

R

راکتیو

$X_L = X_C$

دیالگرام برداری

Reactance

توان غیر مفید

$X_C X_L$

ولتاژ ماکزیمم

$|X_C - X_L|$

ظرفیت خازن

Serial LC Circuits

فرکانس صفر مینا

ولتاژ متناوب

RESISTOR

امپدانس

میکروفاراد

وار

توان غیر مفید

Reactance

توان غیر مفید

$X_C X_L$

ولتاژ ماکزیمم

$|X_C - X_L|$

ظرفیت خازن

Serial LC Circuits

فرکانس صفر مینا

ولتاژ متناوب

RESISTOR

امپدانس

میکروفاراد

$I(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$

خاصیت سلفی

امپدانس در حالت رزونانس

راکتانس

ولتاژ موثر منبع

$P_S = V_e I_e$

Resistance

توان غیر مفید

اکتیو

مقاومت های سلفی و خازنی

$X_C = \omega L = 50 \times 5 \times 10^{-3} = 2.5 \Omega$

فرکانس رزونانس

ولتاژ ماکزیمم

$|X_C - X_L|$

ظرفیت خازن

Serial LC Circuits

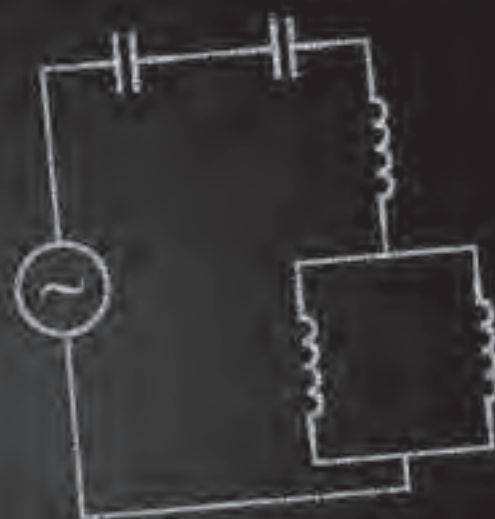
فرکانس صفر مینا

ولتاژ متناوب

RESISTOR

امپدانس

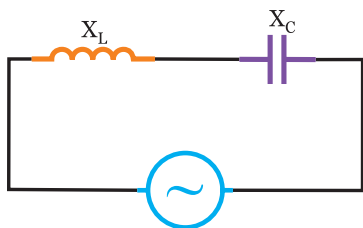
میکروفاراد



فصل پنجم

مدارهای LC سری و LC موازی

در مدارهای LC سری مطابق شکل (۵-۴) اختلاف فاز $\varphi=90^\circ$ می باشد.

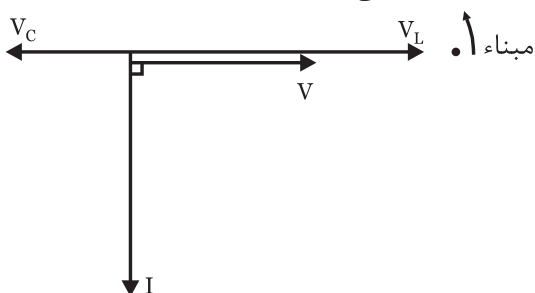


شکل (۵-۴)

$$V_{(t)} = V_m \sin \omega t$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t \pm 90^\circ)$$

اگر $X_L > X_C$ باشد. مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۵) به صورت زیر حاصل می شود.



شکل (۵-۵)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع 90° درجه عقب تر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

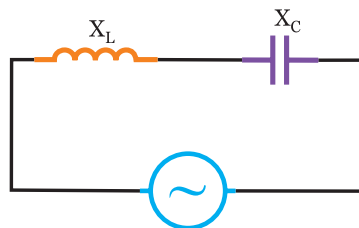
$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

نوشته می شود.

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب تر است لذا نسبت V_L به I ، 90° جلوتر ترسیم می شود. از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می باشد.
- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا نسبت V_C به I ، 90° عقب تر ترسیم می شود. از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می باشد.

۵-۱- مدارهای LC سری:

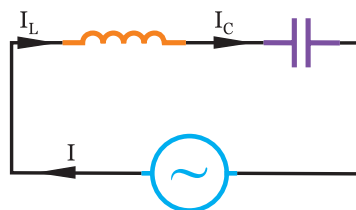
هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی بصورت سری به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۵-۱) مدار LC سری را تشکیل می دهد.



شکل (۵-۱)

$$Z = |X_L - X_C|$$

در مدارهای LC سری جریان منبع با جریان هر یک از عناصر که در شکل (۵-۲) دیده می شود برابر می باشد.



شکل (۵-۲)

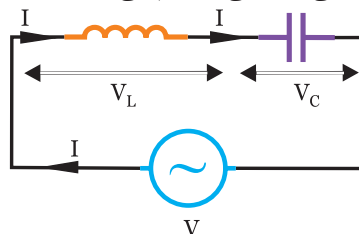


$$\Rightarrow \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}} = \text{جریان}$$

$$I = \frac{V}{Z}$$

$$I_L = I_C = I$$

در این مدارها در شکل (۵-۳) ولتاژ منبع به نسبت مقاومت های سلفی و خازنی تقسیم می شود.



شکل (۵-۳)

$$V = |V_L - V_C|$$

$$V_L = X_L I, \quad V_C = X_C I$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای LC سری به علت اینکه $\varphi = \pm 90^\circ$ است، داریم.

$$\varphi = \pm 90^\circ \Rightarrow \cos\varphi = 0, \quad \sin\varphi = \pm 1$$

- توان موثر یا مصرفی صفر می‌باشد.

$$P_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos\varphi = 0$$

- توان غیر موثر یا راکتیو می‌شود.

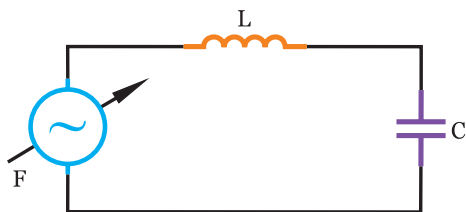
$$P_d = V_e \cdot I_e \cdot \sin\varphi = \pm V_e \cdot I_e$$

اگر $X_L > X_C$ باشد مدار پس فاز بوده و $P_d = V_e \cdot I_e$ می‌شود و اگر $X_L < X_C$ باشد مدار پیش فاز بوده و $P_d = -V_e \cdot I_e$ می‌شود. - توان ظاهری می‌شود.

$$P_s = V_e \cdot I_e \Rightarrow P_s = |P_d|$$

۵-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار LC سری:

از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L = 2\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_C = \frac{1}{2\pi fc}$ کاهش می‌یابد، لذا با توجه به فرمول‌های $Z = |X_L - X_C|$ و $I = \frac{V}{Z}$ در شکل‌های زیر، I و Z در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزونانس را بررسی می‌کنیم.

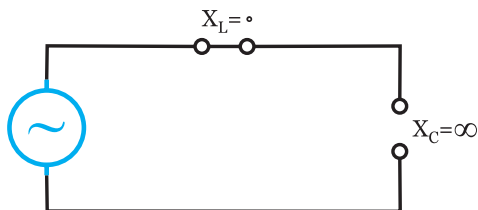


شکل (۵-۸)

که سه حالت اتفاق می‌افتد.

(۱) فرکانس صفر (DC):

خازن مدار را قطع می‌کند.



شکل (۵-۹)

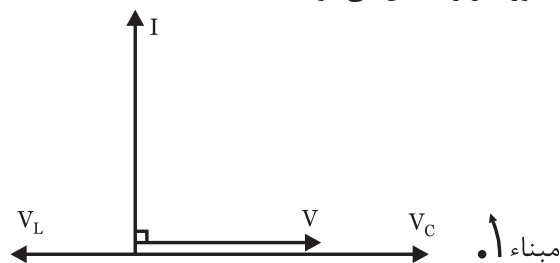
$$X_L = 0$$

$$X_C = \infty$$

$$Z = \infty$$

$$I = 0$$

اگر $X_L < X_C$ باشد. مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۶) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۵-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.

- بردار V را رسم کنید.

- جریان منبع از ولتاژ منبع 90° جلوتر است.

- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا

V_L نسبت به I ، 90° جلوتر ترسیم می‌شود. از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L < V_C$ می‌باشد.

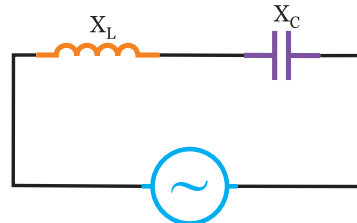
- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

V_C نسبت به I ، 90° عقب‌تر ترسیم می‌شود. از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L < V_C$ می‌باشد.

اگر $V_L = V_C$ باشد:

از آنجائیکه $I_L = I_C$ می‌باشد ولتاژ دو سر سلف و خازن در

مدار شکل (۵-۷) برابر می‌شود لذا ولتاژ منبع صفر خواهد شد که مدار در حالت تشدید یا رزونانس می‌باشد.



شکل (۵-۷)

$$X_L = X_C \Rightarrow V_L = V_C$$

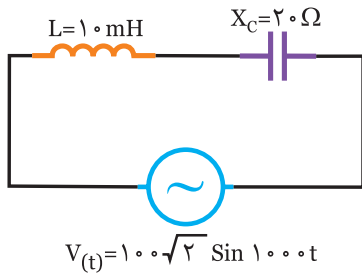
$$V_e = |V_L - V_C| \Rightarrow V = 0$$

$$X_C = X_L \Rightarrow \frac{1}{2\pi fc} = 2\pi fL \Rightarrow (2\pi)^2 f^2 LC = 1 \Rightarrow$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

مثال ۱

در مدار شکل (۵-۱۳) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۵-۱۳)

حل

ابتدا X_L را بدست می آوریم.

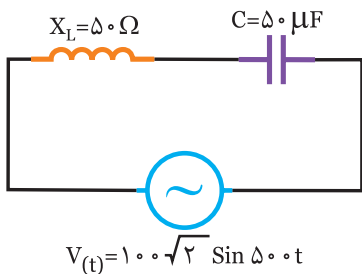
$$X_L = \omega L = 1000 \times 10 \times 10^{-3} = 10 \Omega$$

$$Z = |X_L - X_C| = |10 - 20| = 10 \Omega$$

توضیح: چون $X_C > X_L$ می باشد لذا مدار پیش فاز است.

فعالیت ۱

در مدار شکل (۵-۱۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۵-۱۴)

حل

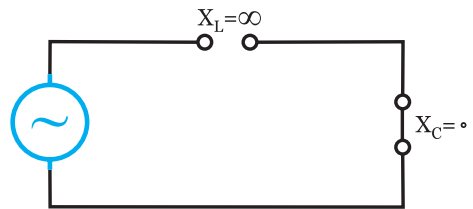
ابتدا X_C را بدست می آوریم.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$Z = |X_L - \dots\dots\dots| = |50 - \dots\dots\dots| = \dots\dots\dots \Omega$$

(۲) فرکانس بی نهایت:

سلف مدار را قطع می کند.



شکل (۵-۱۰)

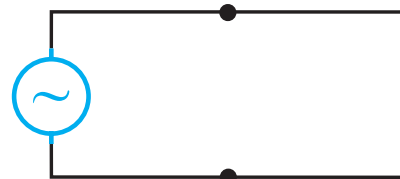
$$X_L = \infty$$

$$X_C = 0$$

$$Z = \infty$$

$$I = 0$$

(۳) فرکانس رزونانس (تشدید):



شکل (۵-۱۱)

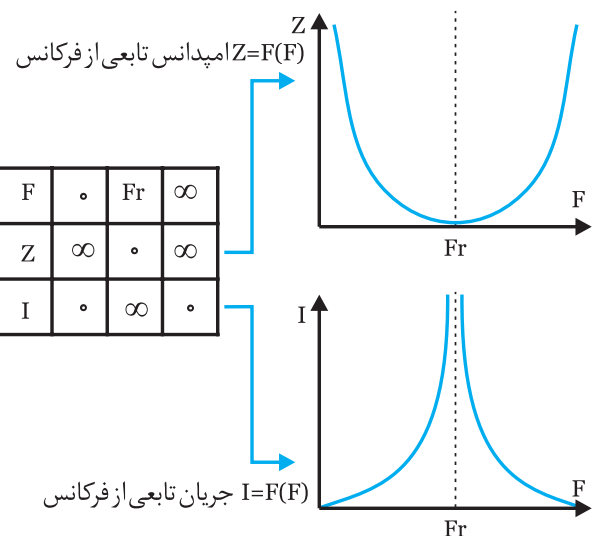
$$X_C = X_L \quad Z = 0$$

$$V_e = V_L \Rightarrow I = \infty$$

$$P_d = 0 \Rightarrow$$

$$P_s = 0$$

نتایج بررسی شده را می توان در جدول زیر خلاصه کرد.



شکل (۵-۱۲)



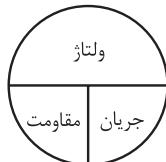
الف) ابتدا مقدار X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = 1000 \times 30 \times 10^{-3} = 30 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}} = 20 \Omega$$

$$Z = |X_L - X_C| = |30 - 20| = 10 \Omega$$

$$\text{ولتاژ} \\ \text{مقاومت} = \text{جریان}$$

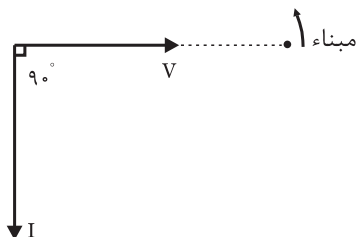


$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

جریان موثر مدار

- ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.
- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
 - بردار $V(t)$ را رسم کنید.



شکل (۵-۱۷)

- در این مدار $X_L > X_C$ است لذا مدار پس فاز و جریان منبع ۹۰ از ولتاژ مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار I معادله‌ی زمانی آن را

$$I_m = I_e \times \sqrt{2} \Rightarrow I_m = 10\sqrt{2} \text{ A}$$

می‌نویسیم.

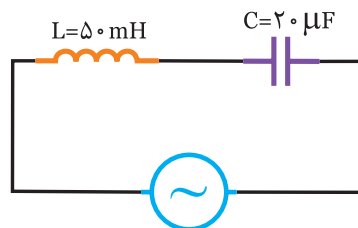
$$i(t) = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$\Rightarrow i(t) = 10\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

توضیح: چون $X_L > X_C$ می‌باشد لذا مدار فاز است.



در مدار شکل (۵-۱۵) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$V(t) = 50 \sin 1000t$$

شکل (۵-۱۵)

.....

.....

.....

.....

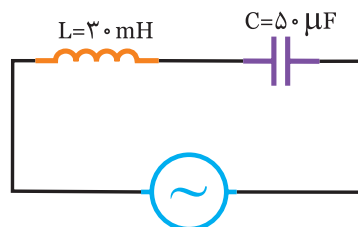
.....

.....

.....



در مدار شکل (۵-۱۶) مطلوبست:



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$$

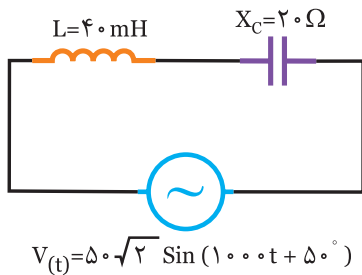
شکل (۵-۱۶)

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع



در مدار شکل (۵-۲۰) مطلوبست:



شکل (۵-۲۰)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

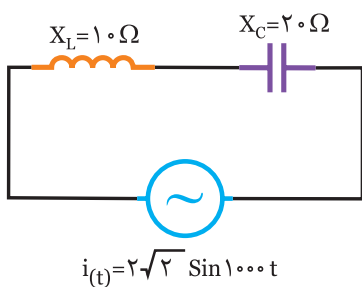
.....

.....

.....



در مدار شکل (۵-۲۱) مطلوبست:



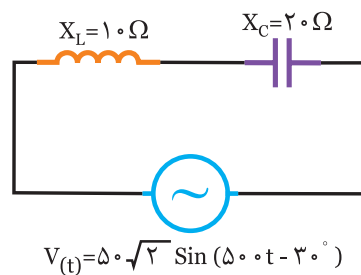
شکل (۵-۲۱)

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



در مدار شکل (۵-۱۸) مطلوبست:



شکل (۵-۱۸)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



الف) $Z = |X_L - X_C| = |..... -| = \Omega$

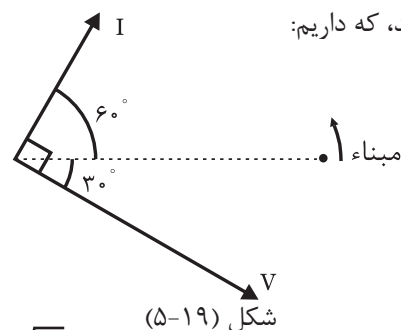
جریان = $\frac{.....}{.....}$

$V_e = \frac{.....}{\sqrt{2}} = \frac{.....}{\sqrt{2}} = V$

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{.....}{.....} = A$



ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_C > X_L$ است لذا مدار پیش فاز می‌باشد، که داریم:



شکل (۵-۱۹) $I_m = I_e \times \sqrt{2} = A$

$i(t) = I_m \sin(\omega t - 60^\circ) \Rightarrow i(t) = \sin(500t - 60^\circ)$

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

الف) ابتدا X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = 500 \times 40 \times 10^{-3} = 20 \Omega$$

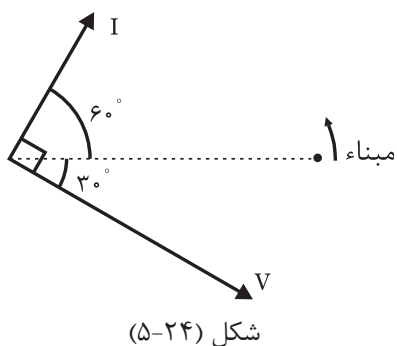
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$Z = |X_C - \dots\dots\dots| = |\dots\dots\dots - \dots\dots\dots| = \dots\dots\dots \Omega$$

$$I_e = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

$$V_e = Z \cdot I_e = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots V$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری داریم که در این مدار $X_C > X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ مدار 90° عقب‌تر از جریان مدار است.



$$V_e = \sqrt{2} V_e = \dots\dots\dots V$$

$$V_{(t)} = V_m \sin(\omega t - \dots\dots\dots)$$

$$\Rightarrow V_{(t)} = \dots\dots\dots \sin(500t - \dots\dots\dots)$$

الف)

$$Z = |X_L - X_C| = |10 - 20| = 10 \Omega$$

مقاومت $\times$ جریان = ولتاژ

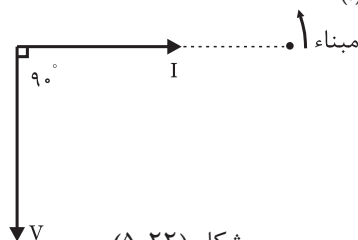
$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 A \quad \text{جریان موثر}$$

$$V_e = Z \cdot I_e = 10 \times 2 = 20 V$$

ولتاژ موثر

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.

- بردار $i_{(t)}$ را رسم کنید.

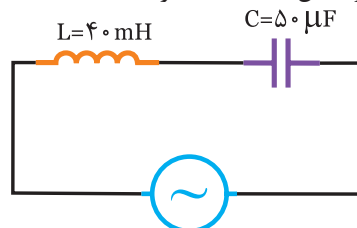
- در این مدار $X_C > X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ منبع 90° از جریان مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

$$V_e = \sqrt{2} V_e = \sqrt{2} \times 20 = 20 \sqrt{2} V$$

$$V_{(t)} = V_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$\Rightarrow V_{(t)} = 20 \sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

در مدار شکل (۵-۲۳) مطلوبست:



$$i_{(t)} = 3\sqrt{2} \sin(500t + 60^\circ)$$

شکل (۵-۲۳)



جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ

$$V_{L_e} = X_{L_e} \cdot I_e = (1 \circ)(\mathfrak{V}) = \mathfrak{V} \circ v$$

$$V_c = X_c \cdot I_e = (\Delta)(\nabla) = \Delta \nabla v$$

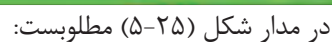
شکل (۲۷-۵)

$$V_{Lm} = \sqrt{2} V_L = \sqrt{2} V$$

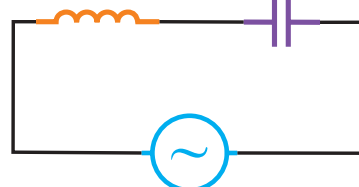
$$V_{cm} = \sqrt{2} V_c = 15 \sqrt{2} \text{ V}$$

$$V_{L(t)} = 30\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

$$V_{c(t)} = 15\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$



$$L = \circ / \wedge H \quad X_C = \underset{\substack{\text{---} \\ \text{---}}}{\circ} \cdot \Omega$$

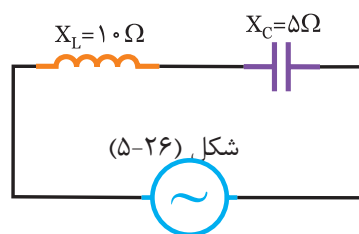
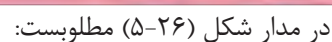
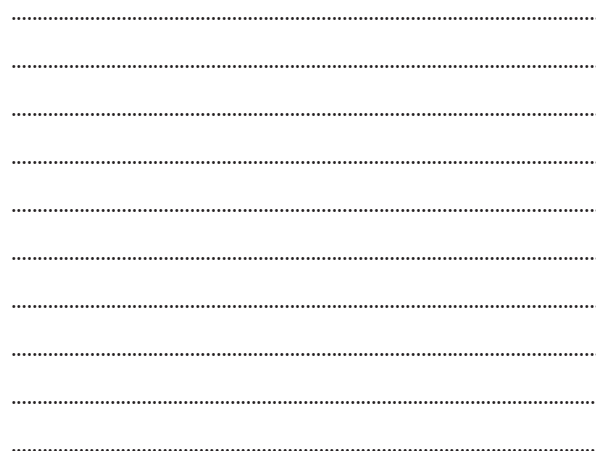


$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t - 90^\circ)$$

شکل (۲۵-۵)

(الف) ولتاژ مدار

(ب) معادلہ ی زمانے، ولتاژ منبع



$$i(t) = 3\sqrt{2} \sin 1000t$$

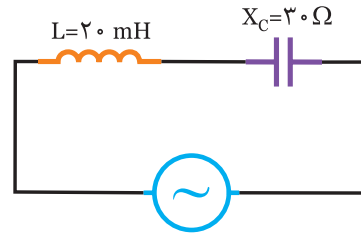
(الف) ولتاژ دو سر سلف و خازن

(ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها



مثال ۵

در مدار شکل (۵-۳۱) مطلوبست:



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

شکل (۵-۳۱)

(الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

(ب) ولتاژ دو سر هر المان

(ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان



حل

(الف) ابتدا مقاومت سلفی را محاسبه کنید.

$$X_L = \omega L = 1000 \times 20 \times 10^{-3} = 20 \Omega$$

$$Z = |X_L - X_C| = |20 - 30| = 10 \Omega$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$



$$\text{ولتاژ} \\ \text{جریان} = \frac{\text{مقاومت}}$$

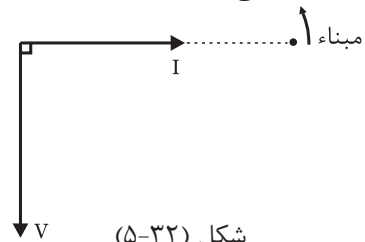
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان منبع دیاگرام

برداری را رسم کنید.

چون $X_C > X_L$ است مدار خاصیت خازنی دارد و جریان

مدار ۹۰° جلوتر از ولتاژ می‌شود.



شکل (۵-۳۲)

جریان ماکزیمم

$$I_m = \sqrt{2} I_e = \sqrt{2} \times 10 = 10\sqrt{2}$$

$$i(t) = I_m \sin \omega t \Rightarrow i(t) = 10\sqrt{2} \sin(1000t)$$

(ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست

می‌آوریم. $\text{جریان} \times \text{مقاومت} = \text{ولتاژ}$

$$V_L = X_L I_e = (20)(10) = 200 \text{ V}$$

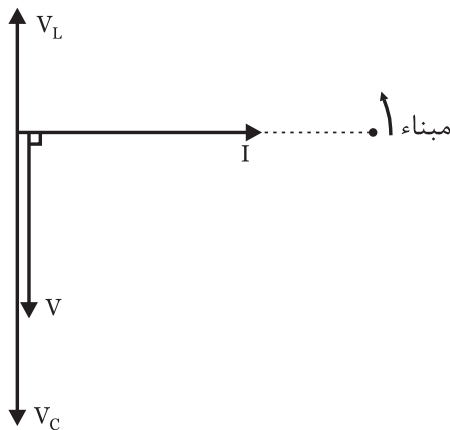
$$V_C = X_C I_e = (30)(10) = 300 \text{ V}$$

(ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف و خازن

دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه ولتاژ سلف

۹۰° جلوتر از جریان مدار و ولتاژ خازن ۹۰° عقب‌تر از جریان

مدار می‌باشد معادله‌ی زمانی V_L و V_C را می‌نویسیم.



شکل (۵-۳۳)

$$V_{Lm} = \sqrt{2} V_L = 200\sqrt{2} \text{ V}$$

$$V_{cm} = \sqrt{2} V_C = 300\sqrt{2} \text{ V}$$

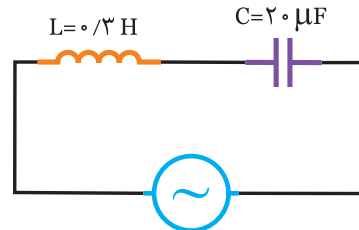
$$V_{L(t)} = 200\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

$$V_{c(t)} = 300\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$



فعالیت ۵

در مدار شکل (۵-۳۴) مطلوبیست:



$$V(t) = 50\sqrt{2} \sin(500 \cdot t)$$

شکل (۵-۳۴)

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ آن‌ها



الف)

$$X_L = \omega L = 500 \times 0.3 = \dots \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\dots} = \dots \Omega$$

$$Z = |X_L - X_C| = |150 - \dots| = \dots \Omega$$

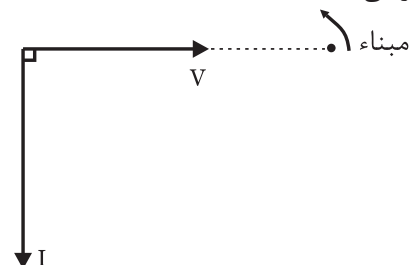
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \dots V$$

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{جریان}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\dots}{\dots} = \dots A$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان مدار دیاگرام

برداري نیاز می‌باشد.



شکل (۵-۳۵)

- ابتدا مبنا را رسم کنید.

- بردار $V(t)$ را رسم کنید.

- چون $X_L > X_C$ است لذا مدار پس فاز است.

$$I_m = \sqrt{2} I_e = (\sqrt{2})(\dots) = \dots A$$

$$I(t) = \dots \sin(500t - 90^\circ)$$

ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست

$$V_L = X_L I_e = \dots \times \dots = \dots V \quad \text{آوريد.}$$

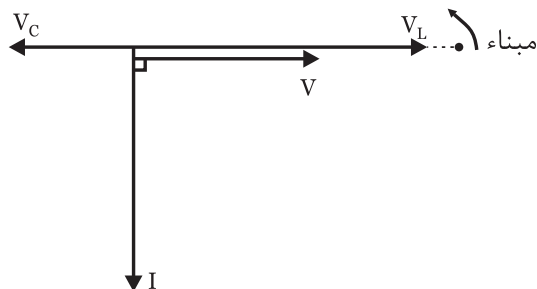
$$V_C = X_C I_e = \dots \times \dots = \dots V$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی V_C و V_L دیاگرام

برداري نیاز داریم.

- مبنا را مشخص کنید.

- بردار V و I را رسم کنید.



شکل (۵-۳۶)

- ولتاژ سلف 90° از جریان سلف جلوتر است.

- ولتاژ خازن 90° از جریان خازن عقب‌تر است.

$$V_{Lm} = \sqrt{2} V_L = (\sqrt{2})(\dots) = \dots V$$

$$V_{cm} = \sqrt{2} V_C = (\sqrt{2})(\dots) = \dots V$$

$$V_{L(t)} = \dots \sin(500t + \dots)$$

$$V_{C(t)} = \dots \sin(500t - 180^\circ)$$



دیagram برداری را ترسیم کنید.

چون ولتاژ مدار جلوتر از جریان می‌باشد، مدار پس فاز

$$Z = |X_L - X_C| \quad \text{و } X_L > X_C \text{ است.}$$

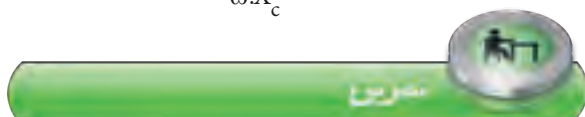
$$X_L = \omega L = 60 \times 10^{-3} \times 1000 = 60 \Omega$$

$$Z = X_L - X_C$$

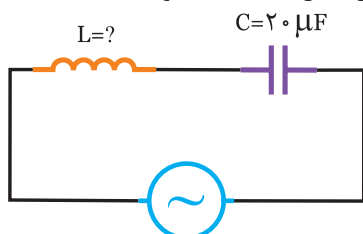
$$\dots = 60 - \dots \Rightarrow X_C = \dots \Omega$$

(ب)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{\dots \times \dots} = \dots \mu F$$



در مدار شکل (۵-۴۱) مطلوبست:



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t - 50^\circ)$$

$$i(t) = 4\sqrt{2} \sin(1000t + 40^\circ)$$

شکل (۵-۴۱)

(الف) مقاومت القایی

(ب) ضریب خودالقایی سلف (L)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

چون جریان مدار ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار است به همین

دلیل مدار پیش فاز بوده و $X_C > X_L$ است.

$$Z = |X_L - X_C|$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \times 20 \times 10^{-6}} = 100 \Omega$$

$$Z = X_C - X_L$$

$$50 = 100 - X_L \Rightarrow X_L = 50 \Omega$$

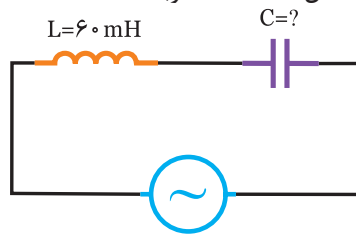
(ب)

$$X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{50}{500} = 0.1 \text{ H}$$

$$L = 100 \text{ mH}$$



در مدار شکل (۵-۴۰) مطلوبست:



$$V(t) = 100 \sin 1000t$$

$$i(t) = 5 \sin(1000t - 90^\circ)$$

شکل (۵-۴۰)

(الف) مقاومت خازنی

(ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد



(الف)

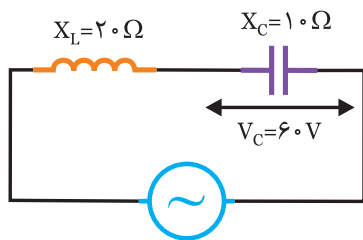
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = \dots \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \dots \text{ A}$$

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \Omega$$





شکل (۵-۴۴)

$$I_e = \frac{V_C}{X_C} = \frac{60}{10} = 6 \text{ A}$$

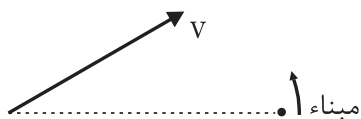
(الف)

$$Z = |X_L - X_C| = |20 - 10| = 10 \Omega$$

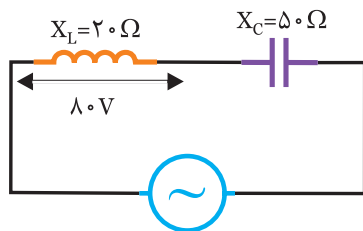
(ب)

$$V_e = Z \cdot I_e = 10 \times 6 = 60 \text{ V}$$

(ج) چون $X_L > X_C$ است، مدار می‌باشد و جریان مدار درجه از ولتاژ مدار است. دیاگرام را کامل کنید.



شکل (۵-۴۵)



شکل (۵-۴۶)

(الف) جریان مدار (ب) ولتاژ منبع

(ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = 0$

.....

.....

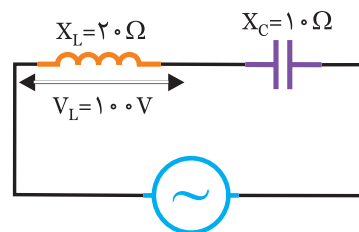
.....

.....

.....



در مدار شکل (۵-۴۲) مطلوبست:



شکل (۵-۴۲)

(الف) جریان منبع

(ب) ولتاژ منبع

(ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = 0$



(الف)

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{جریان}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

$$\text{جریان} \times \text{مقاومت} = \text{ولتاژ}$$

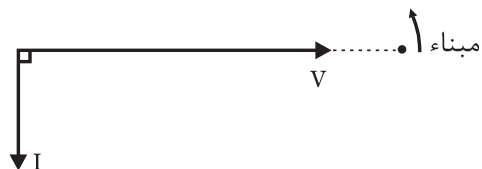
$$Z = |X_L - X_C| = |20 - 10| = 10 \Omega$$

$$V_e = Z \cdot I_e \Rightarrow V_e = 10 \times 5 = 50 \text{ V}$$

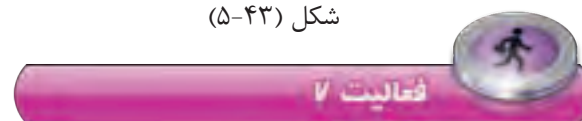
(ج) چون $X_L > X_C$ است مدار پس فاز می‌باشد و جریان مدار ۹۰ از ولتاژ مدار عقب‌تر است.



(ب)



شکل (۵-۴۳)



در مدار شکل (۵-۴۴) مطلوبست:

(الف) جریان منبع

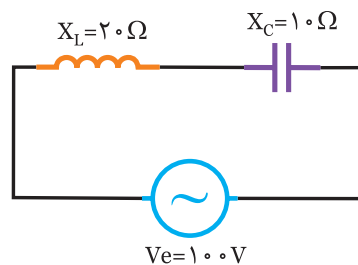
(ب) ولتاژ منبع

(ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = 30^\circ$



مثال ۱

در مدار شکل (۵-۴۷) مطلوبست:



شکل (۵-۴۷)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری



$$P_e = 0$$

الف)

$$Z = |X_L - X_C| = |20 - 10| = 10 \Omega$$

ب)

$$\text{جریان} = \frac{V_e}{Z} \Rightarrow I_e = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

بخاطر اینکه $X_C > X_L$ است، توان راکتیو است.

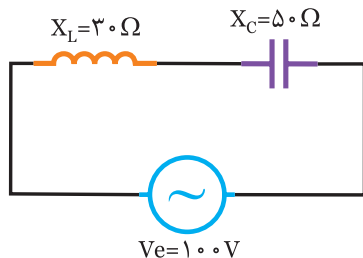
$$P_d = -V_e I_e \sin \phi = -(100)(10) = -1000 \text{ V.A.R}$$

ج)

$$P_s = V_e I_e = (100)(10) = 1000 \text{ V.A}$$



در مدار شکل (۵-۴۹) مطلوبست:



شکل (۵-۴۹)

الف) توان اکتیو مدار

ب) توان غیر مفید مدار

ج) توان ظاهری مدار

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



حل

الف) بخاطر اینکه مقاومت R نداریم توان موثر صفر

است.

$$P_e = V_e I_e \cos \phi = 0$$

ب)

$$Z = |X_L - X_C| = |30 - 50| = 20 \Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

بخاطر اینکه $X_L > X_C$ است، توان غیر موثر مثبت

می‌باشد.

$$P_d = V_e I_e \sin \phi = (100)(5)(1) = 500 \text{ V.A.R}$$

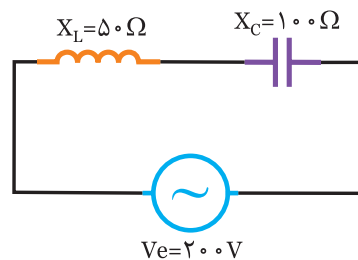
ج)

$$P_s = V_e I_e = 100 \times 5 = 500 \text{ V.A}$$



فعالیت ۸

در مدار شکل (۵-۴۸) مطلوبست:

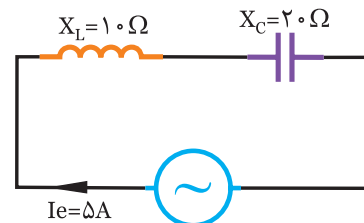


شکل (۵-۴۸)



مثال ۹

در مدار شکل (۵-۵۰) مطلوبست:



شکل (۵-۵۰)

الف) توان اکتیو

ب) توان راکتیو

ج) توان ظاهری

الف) توان مصرفی

ب) توان غیر مصرفی

ج) توان ظاهری

الف) $P_e = R I_e^2 = (\dots)(\dots) = \dots \text{ W}$

ب) $P_{dL} = X_L I_e^2 = (4)(\dots) = \dots \text{ V.A.R}$

$P_{dc} = -X_C I_e^2 = -(15)(\dots) = \dots \text{ V.A.R}$

$P_d = P_{dL} + P_{dc} = \dots - \dots = \dots \text{ V.A.R}$

ج) $P_s = |P_d| = |\dots| = \dots \text{ V.A}$



حل

الف) $P_e = R I_e^2 = (0)(5)^2 = 0 \text{ W}$

ب) $P_{dL} = X_L I_e^2 = (10)(5)^2 = 250$

$P_{dc} = -X_C I_e^2 = -(20)(5)^2 = -500$

$P_d = 250 - 500 = -250 \text{ V.A.R}$

ج) $Z = |X_L - X_C| = |10 - 20| = 10 \Omega$

$P_s = Z I_e^2 = 10(5)^2 = 250 \text{ V.A}$

البته می‌توان از رابطه‌ی $P_s = |P_d|$ نیز بدست آورد.

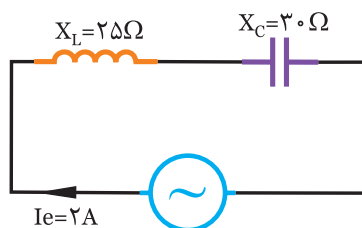
$P_s = |P_d| = |-250| = 250 \text{ V.A}$

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

در مدار شکل (۵-۵۲) مطلوبست:

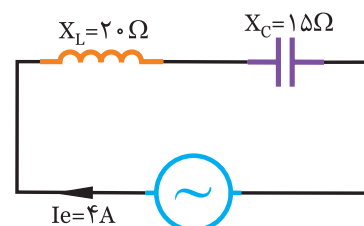


شکل (۵-۵۲)



فعالیت ۹

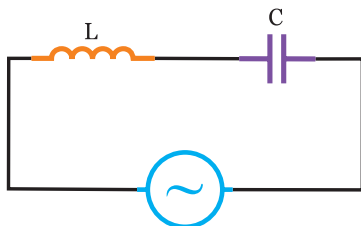
در مدار شکل (۵-۵۱) مطلوبست:



شکل (۵-۵۱)

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۵-۵۴) اگر $V_c = 2V_L$ باشد. مطلوبست:



$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

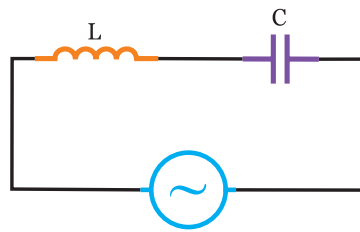
$$V(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t - 30^\circ)$$

شکل (۵-۵۴)

الف) اندازه‌ی L و C

مثال ۱۰

در مدار شکل (۵-۵۳) اگر $V_L = 3V_c$ باشد. مطلوبست:



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$$

$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(500t - 90^\circ)$$

شکل (۵-۵۳)

الف) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$$V_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots A$$

$$V_e = |V_L - V_C| \Rightarrow 200 = 2V_L - V_L \Rightarrow V_L = \dots\dots\dots v$$

$$V_c = 2V_L = 2 \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots v$$

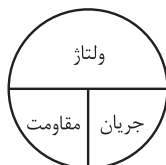
$$\text{مقاومت} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$X_L = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$X_c = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots\dots\dots}{1000} = \dots\dots\dots \text{mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{1000 \times \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \mu F$$



حل

الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 A$$

$$V_e = |V_L - V_C| \Rightarrow 100 = 3V_C - V_C \Rightarrow 100 = 2V_C$$

$$V_C = \frac{100}{2} = 50 v$$

$$V_L = 3V_C = 3 \times 50 = 150 v$$

$$\text{ولتاژ} = \frac{\dots\dots\dots}{\text{جریان}}$$

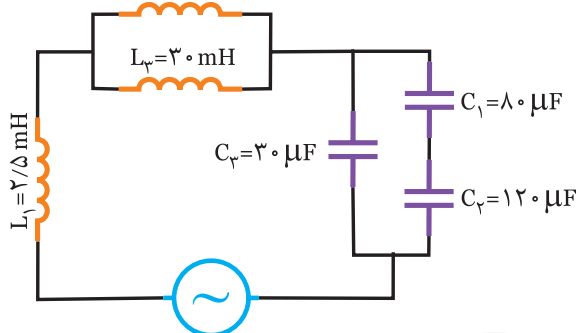
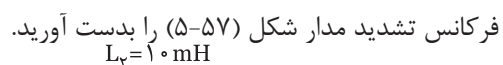
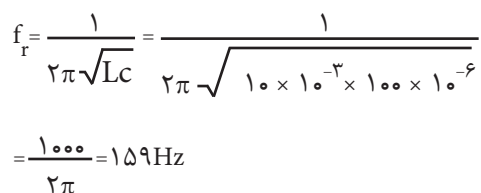
$$X_L = \frac{V_L}{I_e} = \frac{150}{2} = 75 \Omega$$

$$X_c = \frac{V_c}{I_e} = \frac{50}{2} = 25 \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{25 \times 500} = 80 \mu F$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{75}{500} = 150 \text{ mH}$$





شكل (٥٧-٥)

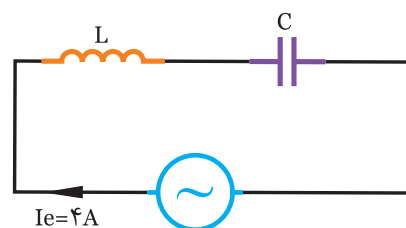
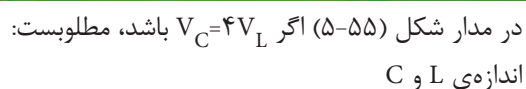
$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{12 \times 10}{12 + 10} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \mu F$$

$$C_t = C_r + C_{lr} = 100 + \dots = \dots \mu F$$

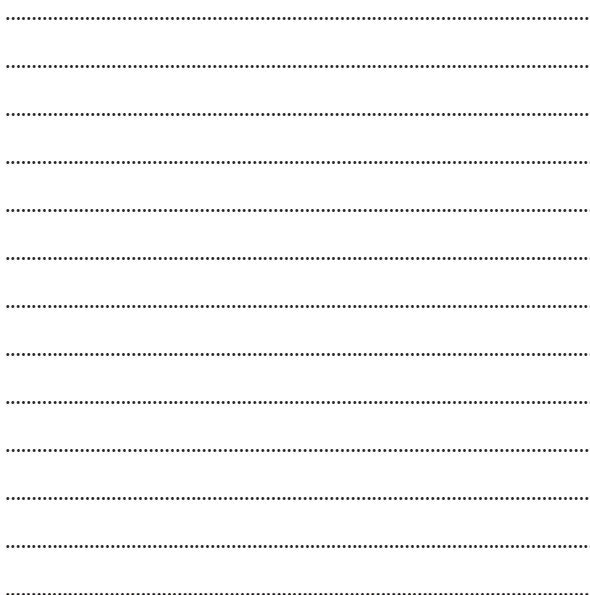
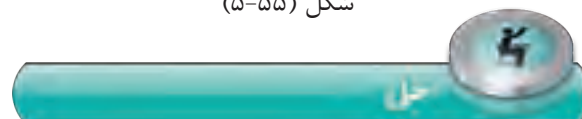
$$L_{\text{eq}} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} = \frac{\dots \times \dots}{\dots} = \dots \text{mH}$$

$$L_t = L_1 + L_{23} = 2/\omega + \dots = \dots \text{ mH}$$

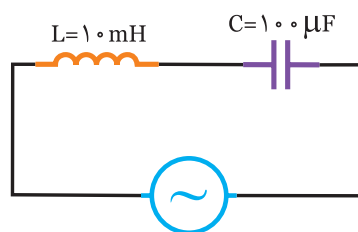
$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_t C_t}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\dots \times \dots}} = \dots \text{ Hz}$$



$V_e = 100 \text{ V}$
 $\omega = 1000 \text{ rad/s}$
 شكل (٥-٥٥)



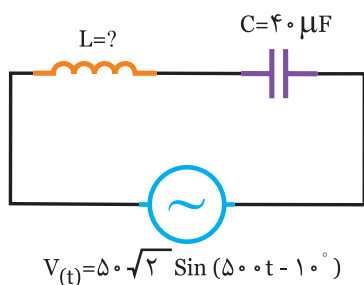
فرکانس رزونانس مدار شکل (۵۶-۵) را بدست آورید.



شکل (۵۶-۵)

فعالیت ۱۲

در مدار شکل (۵-۶۰) اندوکتانس L را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



شکل (۵-۶۰)

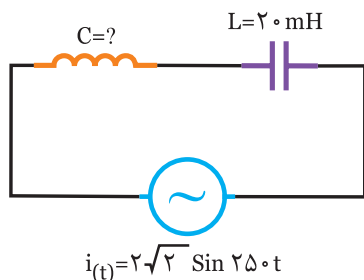
حل

$$X_C = X_L \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \omega L \Rightarrow L = \frac{1}{\dots\dots\dots}$$

$$L = \frac{1}{(500)^2 \times \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{mH}$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۶۱) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



شکل (۵-۶۱)

.....

.....

.....

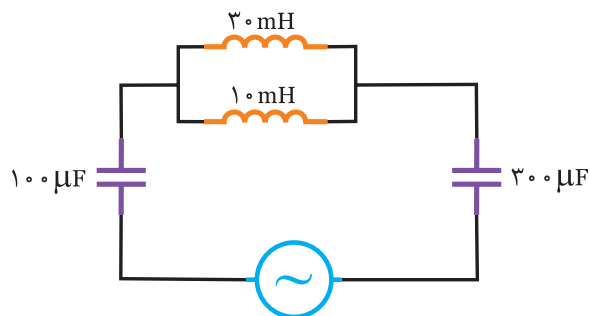
.....

.....

.....

تمرین

فرکانس رزونانس مدار شکل (۵-۵۸) را بدست آورید.



شکل (۵-۵۸)

.....

.....

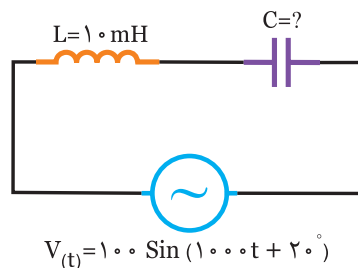
.....

.....

.....

مثال ۱۲

در مدار شکل (۵-۵۹) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



شکل (۵-۵۹)

حل

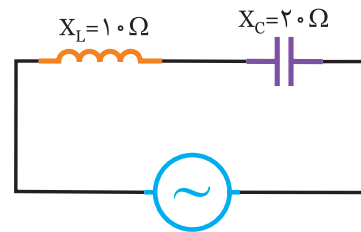
شرط اینکه مدار در حالت رزونانس قرار گیرد $X_L = X_C$ است لذا داریم:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(1000)^2 \times 10 \times 10^{-3}} = 100 \mu\text{F}$$



مثال ۱۳

در مدار شکل (۵-۶۲) مطلوبست:



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۵-۶۲)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید



حل

الف) ابتدا L و C را بدست آورید.

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{1000} = 10 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{X_C \cdot \omega} = \frac{1}{1000 \times 20} = 50 \mu\text{F}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-6}}} = 225 \text{ Hz}$$

ب) از آنجائیکه در رزونانس $X_L = X_C$ می باشد لذا

$$Z = |X_L - X_C| = 0$$

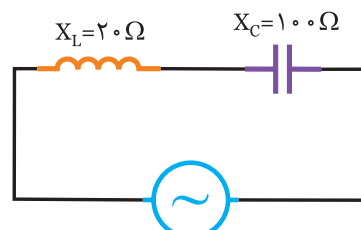
ج)

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{0} = \infty$$



فعالیت ۱۳

در مدار شکل (۵-۶۳) مطلوبست:



$$V(t) = 50\sqrt{2} \sin 500t$$

شکل (۵-۶۳)

الف) فرکانس رزونانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

الف)

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{\dots \times \dots} = \dots \mu\text{F}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\dots \times \dots}} = \dots \text{ Hz}$$

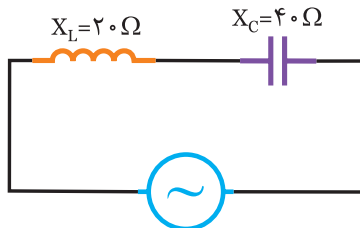
ب)

ج)

ب)

ج)

در مدار شکل (۵-۶۴) مطلوبست:



$$V(t) = 200 \sin \left(250t + \frac{\pi}{3} \right)$$

شکل (۵-۶۴)

الف) فرکانس رزونانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

الف) اندازه‌ی جریان منبع
ب) اندازه‌ی L و C



$$P_d = |P_{dL} - P_{dc}| = \dots\dots\dots \text{V.A.R} \quad (\text{الف})$$

$$P_d = V_e \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{P_d}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{A}$$

$$P_{dL} = X_L \cdot I_e^2 \Rightarrow X_L = \frac{P_{dL}}{(\dots\dots\dots)^2} = \dots\dots\dots \Omega \quad (\text{ب})$$

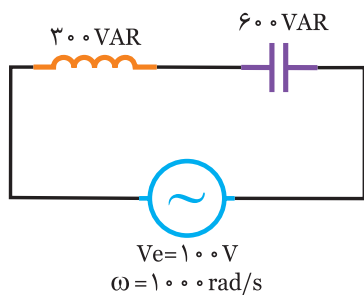
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{mH}$$

$$P_{dc} = X_c \cdot I_e^2 \Rightarrow X_c = \frac{P_{dc}}{(\dots\dots\dots)^2} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_c} = \frac{1}{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۵-۶۷) مطلوبست:



شکل (۵-۶۷)

الف) اندازه‌ی جریان منبع ب) اندازه‌ی L و C

.....

.....

.....

.....

.....

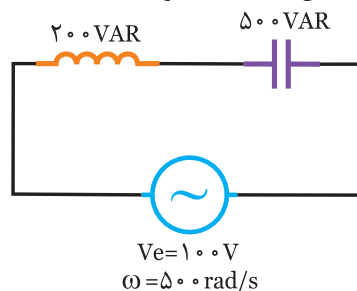
.....

.....

۴؟

مثال ۱۴

در مدار شکل (۵-۶۵) مطلوبست:



شکل (۵-۶۵)

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی L و C



$$P_d = |P_{dc} - P_{dL}| = 500 - 200 = 300 \text{ V.A.R} \quad (\text{الف})$$

$$P_d = V_e \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{P_d}{V_e} = \frac{300}{100} = 3 \text{ A}$$

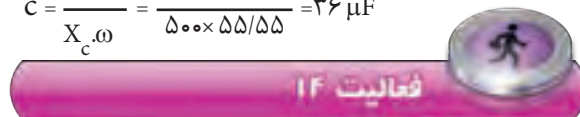
(ب)

$$P_{dL} = X_L \cdot I_e^2 \Rightarrow X_L = \frac{200}{(3)^2} = 22/22 \Omega$$

$$P_{dc} = X_c \cdot I_e^2 \Rightarrow X_c = \frac{500}{(3)^2} = 55/55 \Omega$$

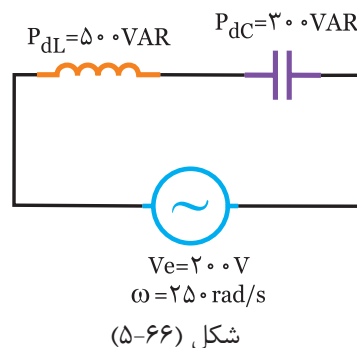
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{22/22}{500} = 44/44 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{X_c \cdot \omega} = \frac{1}{500 \times 55/55} = 36 \mu\text{F}$$



فعالیت ۱۴

در مدار شکل (۵-۶۶) مطلوبست:



شکل (۵-۶۶)



۱- در مدار LC سری کدام صحیح نیست؟

(۱) $P_e = 0$

(۲) $\cos\varphi = 0$

(۳) $\sin\varphi = 0$

(۴) $\sin\varphi = 1$

۲- در مدار LC سری در حالت رزونانس کدام صحیح نیست؟

(۱) $P_d = 0$

(۲) $P_s = 0$

(۳) $P_e = 0$

(۴) $P_L = P_c$

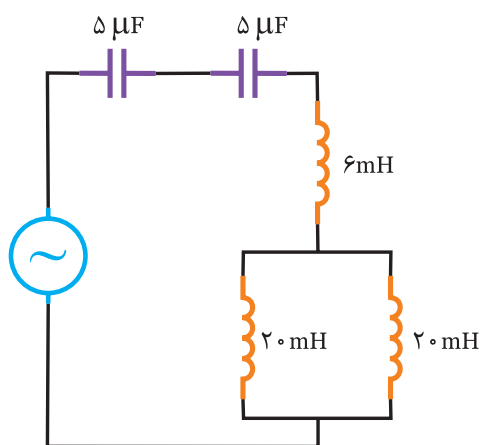
۳- فرکانس تشدید مدار شکل (۵-۶۸) چند هرتز است.

(۱) ۱۲۵۰

(۲) $\frac{125}{\pi}$

(۳) ۱۲۵

(۴) $\frac{125}{\pi}$



شکل (۵-۶۸)

۴- در مدار LC سری اگر فرکانس زیاد شود P_{dL} چه خواهد شد؟

(۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد.

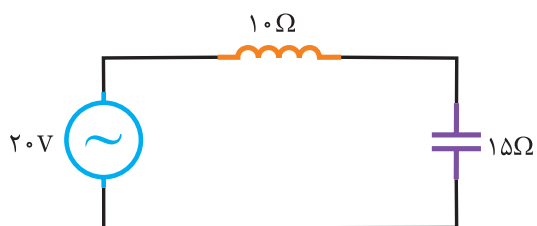
۵- در مدار شکل (۵-۶۹) توان راکتیو چند وار است.

(۱) -۲۰

(۲) ۲۰

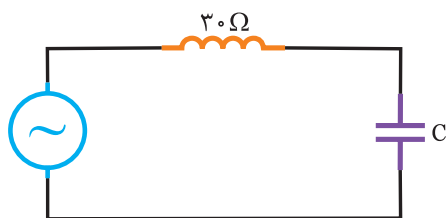
(۳) -۸۰

(۴) ۸۰



شکل (۵-۶۹)

۶- در مدار شکل (۵-۷۰) اگر $i_{(t)} = 2\sqrt{2} \sin 500t$ و $V_{(t)} = 50\sqrt{2} \sin(500t - 90^\circ)$ باشد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است.



شکل (۵-۷۰)

(۱) ۴۰۰

(۲) ۸۰

(۳) ۳۶

(۴) ۶۶

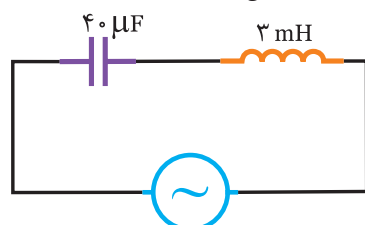
۷- در مدار شکل (۵-۷۱) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ج) مدار توسط نرم افزار مولتی‌سیم به صورت

آزمایشگاه مجازی بسته و درستی جواب‌ها را بررسی کنید.



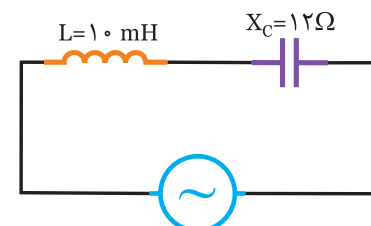
$$V_{(t)} = 10\sqrt{2} \sin 2500t$$

شکل (۵-۷۱)

۸- در مدار شکل (۵-۷۲) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



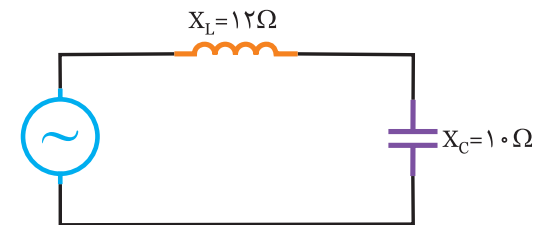
$$V_{L(t)} = 8\sqrt{2} \sin 400t$$

شکل (۵-۷۲)

۹- در مدار شکل (۵-۷۳) مطلوبست:

الف) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر سلف و خازن



$$V_{(t)} = 80\sqrt{2} \sin 500t$$

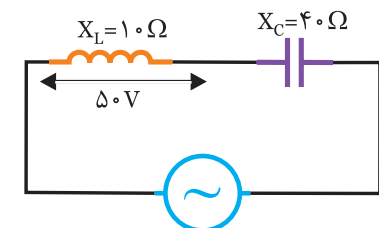
شکل (۵-۷۳)

۱۰- در مدار شکل (۵-۷۴) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری ولتاژ با فرض $\theta_v = 50^\circ$



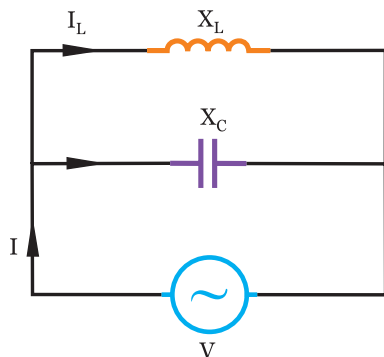
شکل (۵-۷۴)

جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ

$$V = Z.I$$

$$V_L = V_C = V_e$$

در این مدارها در شکل (۵-۷۷) جریان منبع به نسبت عکس مقاومت‌های سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

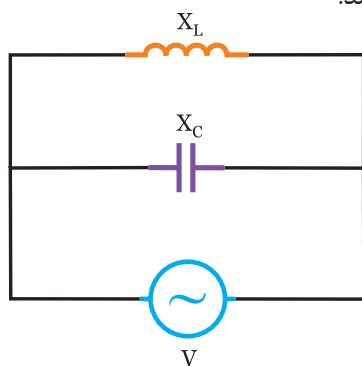


شکل (۵-۷۷)

$$I_e = |I_L - I_C|$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} \quad I_C = \frac{V_e}{X_C}$$

در مدارهای LC موازی مطابق شکل (۵-۷۸) اختلاف فاز $\varphi = 90^\circ$ می‌باشد.



$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t \pm 90^\circ)$$

شکل (۵-۷۸)



به کمک موتورهای جستجوگر درباره‌ی لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

Impedance (۱)

Admittance (۲)

Susceptance (۳)

Reactance (۴)

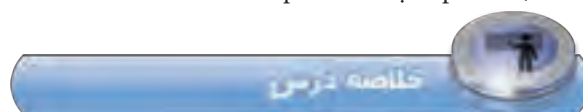
Serial LC Circuits (۵)

همچنین درباره‌ی تفاوت لغات زیر تحقیق کنید.

Resistance با Resistor (۱)

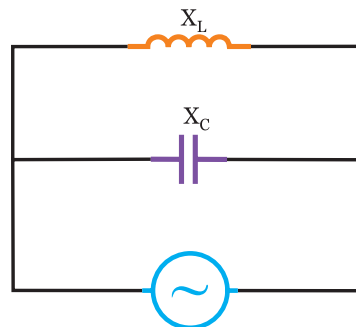
Inductance با Inductor (۲)

Capacitance با Capacitor (۳)



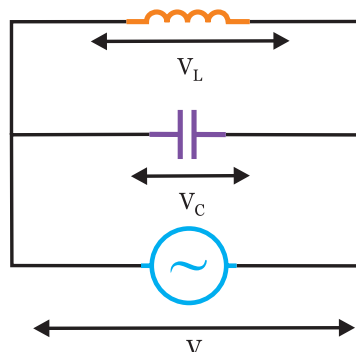
۵-۳- مدارهای LC موازی:

هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی به صورت موازی به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۵-۷۵) مدار LC موازی را تشکیل می‌دهد.



شکل (۵-۷۵)

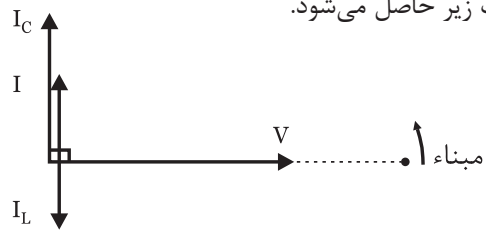
در مدارهای LC موازی ولتاژ منبع با ولتاژ هر یک از عناصر که در شکل (۵-۷۶) دیده می‌شود، برابر می‌باشد.



شکل (۵-۷۶)

اگر $X_L > X_C$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۷۹) به

صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۵-۷۹)

- مبنا را ترسیم کنید.

- بردار V را رسم کنید.

- جریان منبع از ولتاژ منبع 90° جلوتر است.

- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا

I_L نسبت به V ؛ 90° عقب‌تر ترسیم می‌شود.

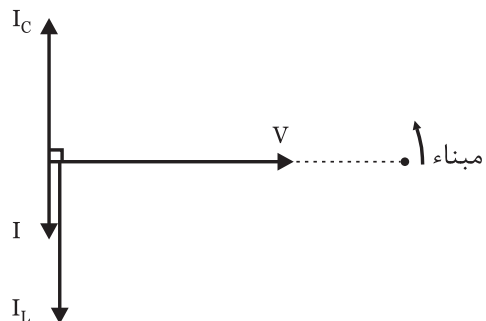
- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

I_C نسبت به V 90° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار

پیش فاز است لذا $I_C > I_L$ می‌باشد.

اگر $X_L < X_C$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۸۰) به

صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۵-۸۰)

- مبنا را ترسیم کنید.

- بردار V را رسم کنید.

- جریان منبع از ولتاژ منبع 90° عقب‌تر است.

- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا

I_L نسبت به V 90° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار

پس فاز است لذا $I_L > I_C$ می‌باشد.

- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

I_C نسبت به V 90° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس

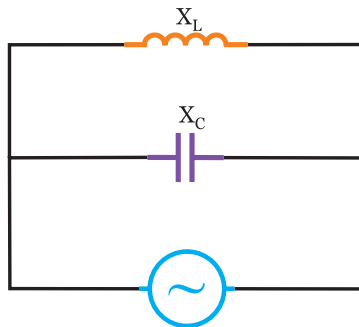
فاز است لذا $I_L > I_C$ می‌باشد.

اگر $X_L > X_C$ باشد:

از آنجائیکه $V_L = V_C$ می‌باشد جریان عبوری از سلف و

خازن در مدار شکل (۵-۸۱) برابر می‌شود لذا جریان منبع صفر

خواهد شد که مدار در حالت تشدید یا رزونانس می‌باشد.



شکل (۵-۸۱)

$$X_L = X_C \Rightarrow I_C = I_L$$

$$I = |I_L - I_C| \Rightarrow I = 0$$

$$X_L = X_C \Rightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 2\pi fL \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای LC موازی به علت

اینکه $\varphi = \pm 90^\circ$ است، داریم:

$$\varphi = \pm 90^\circ \Rightarrow \cos\varphi = 0 \quad \sin\varphi = \pm 1$$

- توان موثر یا مصرفی صفر می‌باشد.

$$P_e = V_e I_e \cos\varphi = 0$$

- توان غیر موثر یا راکتیو می‌شود.

$$P_d = V_e I_e \sin\varphi = \pm V_e I_e$$

- اگر $X_L > X_C$ باشد. مدار پیش فاز بوده و $P_d = -V_e I_e$

می‌شود و اگر $X_L < X_C$ باشد. مدار پس فاز بوده و $P_d = V_e I_e$

می‌شود.

$$P_s = V_e I_e \Rightarrow P_s = |P_d| \quad \text{توان ظاهری می‌شود.}$$

۵-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در

مدار LC موازی:

از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L = 2\pi fL$

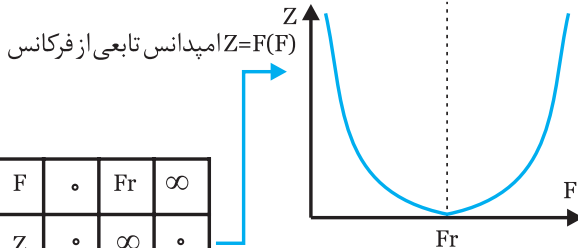
افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$

$$f = f_r \Rightarrow X_L = X_C$$

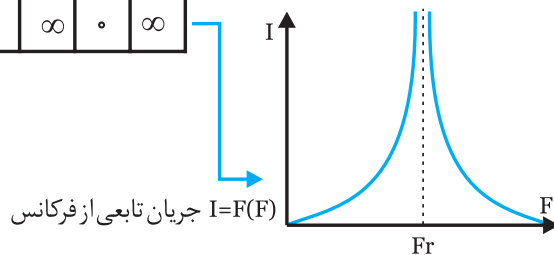
$$Z = \infty$$

$$I = 0$$

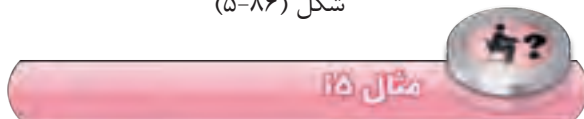
نتایج بررسی شده را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.



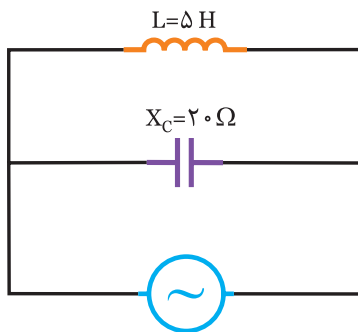
F	•	f_r	∞
Z	•	∞	•
I	∞	•	∞



شکل (۵-۸۶)

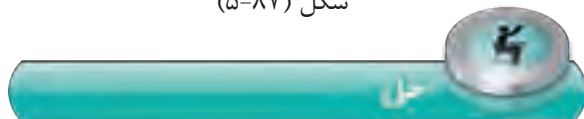


در مدار شکل (۵-۸۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$$

شکل (۵-۸۷)



ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

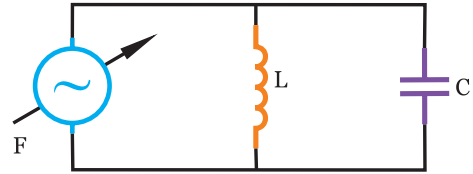
$$X_L = \omega L = 500 \times 5 \times 10^{-3} = 2.5 \Omega$$

$$Z = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_L - X_C|} = \frac{2.5 \times 20}{|2.5 - 20|} = \frac{50}{17.5} = 2.85 \Omega$$

توضیح: چون $X_C > X_L$ می‌باشد لذا مدار پس فاز است.

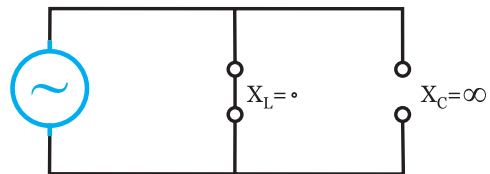
کاهش می‌یابد لذا با توجه به فرمول‌های $Z = \frac{1}{\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}}$

در شکل‌های زیر، I و Z در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزونانس بررسی می‌کنیم.



شکل (۵-۸۲)

(۱) فرکانس صفر (DC):



شکل (۵-۸۳)

$$f = 0 \Rightarrow X_L = 0$$

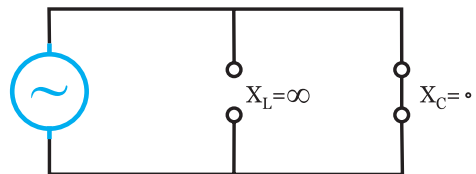
$$X_C = \infty$$

$$Z = 0$$

$$I = \infty$$

سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

(۲) فرکانس بی‌نهایت:



شکل (۵-۸۴)

$$f = \infty \Rightarrow X_L = \infty$$

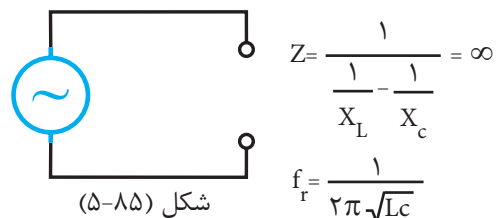
$$X_C = 0$$

$$Z = 0$$

$$I = \infty$$

خازن مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

(۳) فرکانس رزونانس (تشدید):



شکل (۵-۸۵)

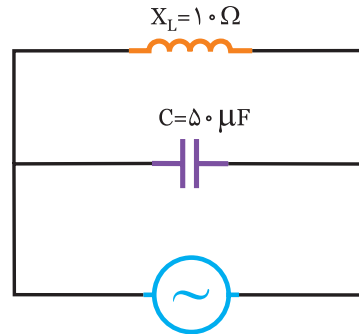
$$Z = \frac{1}{\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}} = \infty$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



فعالیت ۱۵

در مدار شکل (۵-۸۸) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$V(t) = 500 \sin 1000t$$

شکل (۵-۸۸)



حل

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}} = 2 \Omega$$

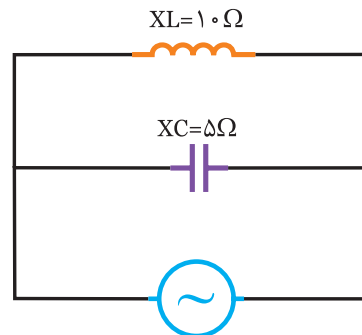
$$Z = \frac{X_c \cdot X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{2 \times 10}{|2 - 10|} = 2.5 \Omega$$

توضیح: چون $X_L > X_c$ می باشد لذا مدار فاز است.



مسئله

در مدار شکل (۵-۸۹) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۵-۸۹)

.....

.....

.....

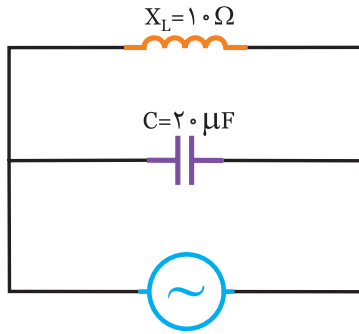
.....

.....



مثال ۱۷

در مدار شکل (۵-۹۰) مطلوبست:



$$V(t) = 50 \sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۵-۹۰)

الف) جریان مدار (ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



حل

الف) ابتدا مقدار X_c را بدست می آوریم.

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{1000 \times 20 \times 10^{-6}} = 2.5 \Omega$$

$$Z = \frac{X_c \cdot X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{2.5 \times 10}{|2.5 - 10|} = 3.33 \Omega$$

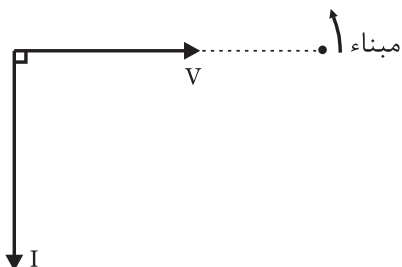
$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{جریان}}{\text{مقاومت}}$$

$$V_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{50 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{50}{3.33} = 15 \text{ A}$$

جریان موثر مدار

ب) برای نوشتن معادله زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می باشد که به صورت زیر عمل می نماییم.

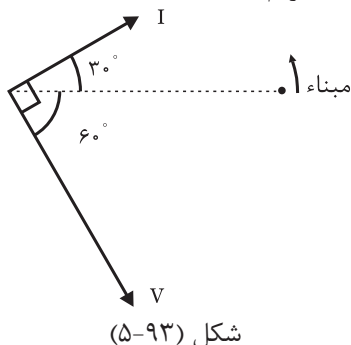


شکل (۵-۹۱)

جریان موثر مدار

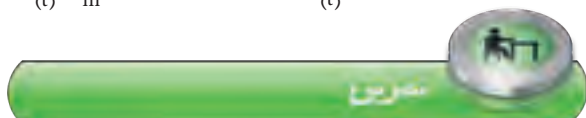
$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_L > X_C$ است لذا مدار پیش فاز می‌باشد، که داریم:

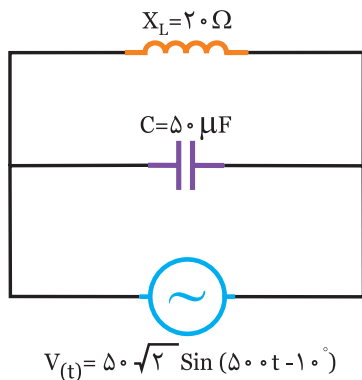


$$I_m = \sqrt{2} I_e = \dots\dots\dots A$$

$$I_{(t)} = I_m \sin(\omega t + 30^\circ) \Rightarrow I_{(t)} = \dots\dots\dots \sin(\dots\dots\dots + 30^\circ)$$



در مدار شکل (۵-۹۴) مطلوبست:



الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.

- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.

- در این مدار $X_C > X_L$ است لذا مدار پس فاز و جریان

منبع 90° از ولتاژ مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.

- با توجه به موقعیت بردار I معادله به صورت زیر

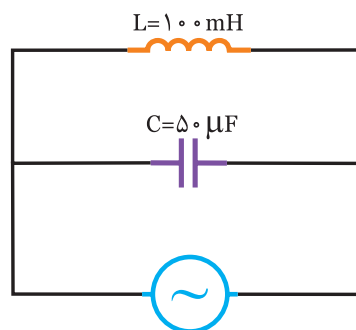
می‌شود.

$$I_m = \sqrt{2} I_e = 4\sqrt{2} A$$

$$I_{(t)} = I_m \sin(\omega t - 90^\circ) \Rightarrow I_{(t)} = 4\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$



در مدار شکل (۵-۹۲) مطلوبست:

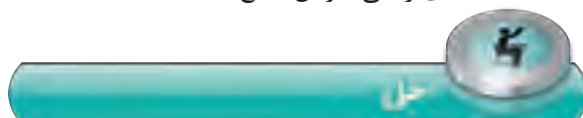


$$V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin(500t - 60^\circ)$$

شکل (۵-۹۲)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



الف) $X_L = \omega L = \dots\dots\dots \times 500 = \dots\dots\dots \Omega$

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$Z = \frac{X_c X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots}{|\dots\dots\dots - \dots\dots\dots|} = 200 \Omega$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots V$$

- در این مدار $X_L > X_C$ است لذا مدار پیش فاز و جریان منبع ۹۰ با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم:

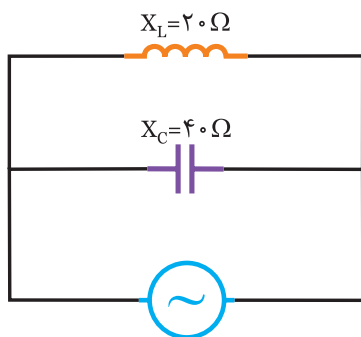
$$V_m = \sqrt{2} V_e = \sqrt{2} \times 800 = 800 \sqrt{2}$$

$$V_{(t)} = V_m \sin(\omega t - 20^\circ)$$

$$\Rightarrow V_{(t)} = 800 \sqrt{2} \sin(\omega t - 20^\circ)$$

فعالیت ۱۷

در مدار شکل (۵-۹۷) مطلوبست:



$$i_{(t)} = 3\sqrt{2} \sin(\omega t - 40^\circ)$$

شکل (۵-۹۷)

الف) ولتاژ مدار
ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

$$Z = \frac{X_C X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{\dots \times \dots}{|\dots - \dots|} = \dots \Omega$$

جریان موثر منبع

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \dots A$$

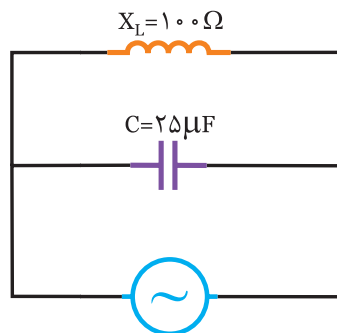
ولتاژ مدار

$$V_e = Z I_e = \dots \times \dots = \dots V$$

؟

مثال ۱۷

در مدار شکل (۵-۹۵) مطلوبست:



$$i_{(t)} = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + 70^\circ)$$

شکل (۵-۹۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

؟

الف) ابتدا X_C را بدست می‌آوریم:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \times 25 \times 10^{-6}} = 80 \Omega$$

$$Z = \frac{X_C X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{100 \times 80}{|80 - 100|} = 400 \Omega$$

مقاومت $\times$ جریان = ولتاژ

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 A$$

ولتاژ موثر منبع

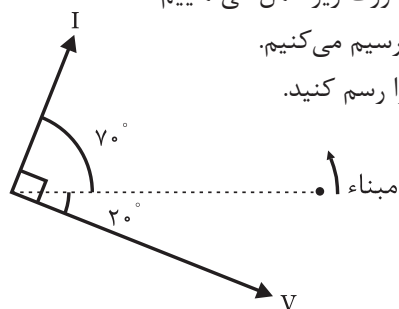
$$V_e = Z I_e = 400 \times 2 = 800 V$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری

می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.

- بردار I را رسم کنید.



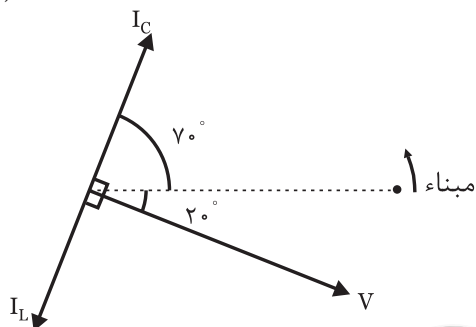
شکل (۵-۹۶)

$$I_{Lm} = \sqrt{2} I_L = \dots\dots\dots A$$

$$I_{cm} = \sqrt{2} I_c = \dots\dots\dots A$$

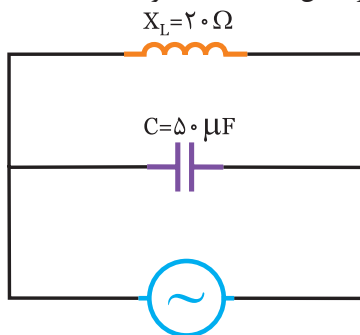
$$I_{L(t)} = \dots\dots\dots \sin(\dots\dots\dots t - \dots\dots\dots)$$

$$I_{c(t)} = \dots\dots\dots \sin(\dots\dots\dots t + \dots\dots\dots)$$



شکل (۵-۱۰۳)

در مدار شکل (۵-۱۰۴) مطلوبست:



$$V(t) = 120\sqrt{2} \sin(500t + 30^\circ)$$

شکل (۵-۱۰۴)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- با توجه به موقعیت بردارهای I_L و I_C معادله‌ی زمانی

آنها می‌شود.

$$I_{Lm} = \sqrt{2} I_L = 5\sqrt{2} A$$

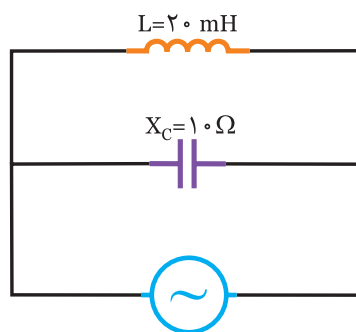
$$I_{cm} = \sqrt{2} I_c = 2/5\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} A$$

$$i_{L(t)} = 5\sqrt{2} \sin(500t - 90^\circ)$$

$$i_{C(t)} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \sin(500t + 90^\circ)$$



در مدار شکل (۵-۱۰۲) مطلوبست:



$$V(t) = 50\sqrt{2} \sin(1000t - 20^\circ)$$

شکل (۵-۱۰۲)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



$$X_L = \omega L = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \Omega$$

الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots V$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

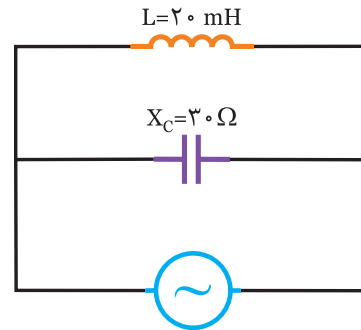
$$I_c = \frac{V_e}{X_c} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان سلف و خازن باید

مبنا را مشخص کرده و دیاگرام معادله زمانی ولتاژ را رسم کنیم

و سپس دیاگرام I_L و I_C را رسم نماییم.

در مدار شکل (۵-۱۰۵) مطلوبست:



$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

شکل (۵-۱۰۵)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

الف) ابتدا مقاومت سلفی را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = 1000 \times 20 \times 10^{-3} = 20 \Omega$$

$$Z = \frac{X_c X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{30 \times 20}{|20 - 30|} = 60 \Omega$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ A}$$

جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ

$$V_e = Z I_e \Rightarrow V_e = 2 \times 60 = 120 \text{ V}$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیاگرام برداری

را رسم کنید.

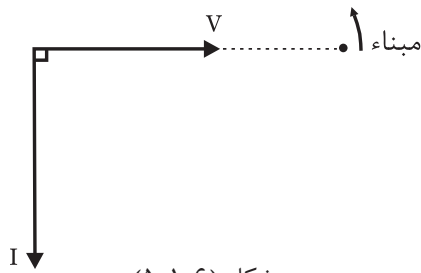
چون $X_c > X_L$ است مدار خاصیت سلفی دارد و ولتاژ مدار

90° جلوتر از جریان مدار می‌باشد.

ولتاژ ماکزیمم

$$V_m = \sqrt{2} V_e = \sqrt{2} \times 120 = 120\sqrt{2} \text{ V}$$

$$V(t) = V_m \sin \omega t \Rightarrow V(t) = 120\sqrt{2} \sin(1000t)$$



شکل (۵-۱۰۶)

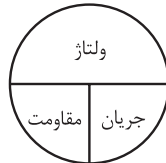
ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان سلف و خازن را بدست

می‌آوریم.

ولتاژ
جریان = مقاومت

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$

$$I_c = \frac{V_e}{X_c} = \frac{120}{30} = 4 \text{ A}$$

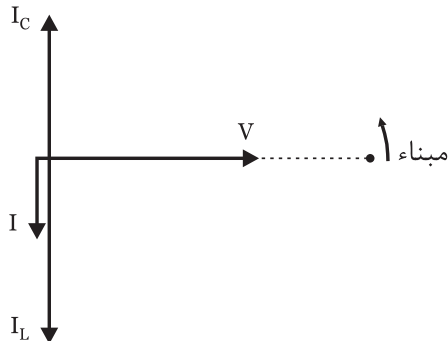


ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان سلف و

خازن دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان

سلف 90° عقب‌تر از ولتاژ مدار و جریان خازن 90° جلوتر از ولتاژ

مدار می‌باشد معادله‌ی زمانی I_L و I_c را می‌نویسیم.



شکل (۵-۱۰۷)

$$I_{Lm} = \sqrt{2} I_L = 6\sqrt{2} \text{ A}$$

$$I_{cm} = \sqrt{2} I_c = 4\sqrt{2} \text{ A}$$

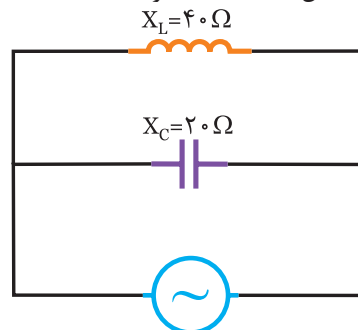
$$i_{L(t)} = 6\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

$$i_{c(t)} = 4\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$



فعالیت ۱۹

در مدار شکل (۵-۱۰۸) مطلوبست:



$$i(t) = \sqrt{2} \sin(500t + 30^\circ)$$

شکل (۵-۱۰۸)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



حل

الف)

$$Z = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_L - X_C|} = \frac{20 \times 40}{|40 - 20|} = 80 \Omega$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 A$$

$$V_e = Z \cdot I_e = 80 \times 0.707 = 56.56 V$$

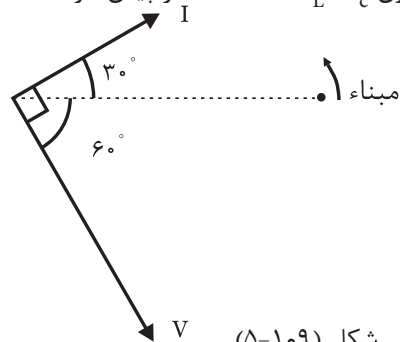
برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ مدار نیاز به

دیاگرام برداری می‌باشد.

- ابتدا مبناء را رسم کنید.

- بردار $i(t)$ را رسم کنید.

- چون $X_L > X_C$ است لذا مدار پیش فاز است.



شکل (۵-۱۰۹)

$$V_m = \sqrt{2} V_e = 80 \times 1.414 = 113.12 V$$

$$V(t) = 113.12 \sin(500t - 60^\circ)$$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان سلف و خازن را بدست

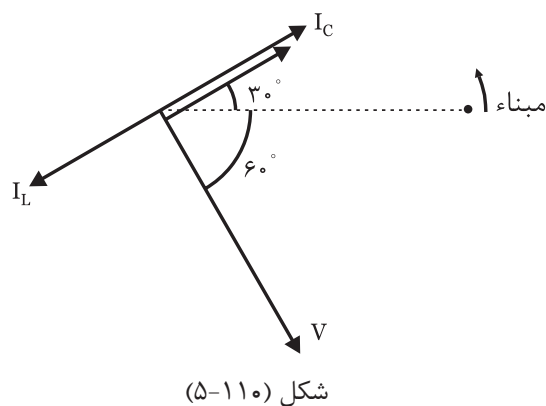
آورید.

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{56.56}{40} = 1.414 A$$

$$I_C = \frac{V_e}{X_C} = \frac{56.56}{20} = 2.828 A$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان سلف و

خازن دیاگرام برداری را ترسیم می‌نماییم.



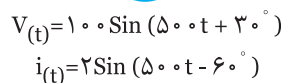
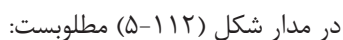
شکل (۵-۱۱۰)

$$I_{Lm} = \sqrt{2} I_L = 1.414 \times 1.414 = 2.0 A$$

$$I_{cm} = \sqrt{2} I_C = 1.414 \times 2.828 = 4.0 A$$

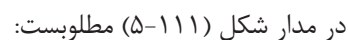
$$i_{L(t)} = 2.0 \sin(500t - 150^\circ)$$

$$i_{C(t)} = 4.0 \sin(500t + 30^\circ)$$

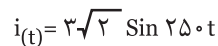


شکل (۱۱۲-۵)

(الف) مقاومت سلفی
(ب) اندوکتانس سلفی



$$L = 900 \text{ mH}$$



شكل (١١١-٥)

(الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن
(ب) جریان سلف و خازن
(ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



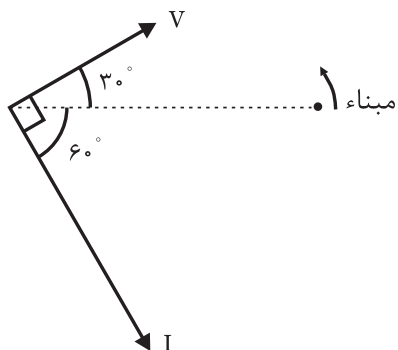
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70.7 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ A}$$



$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}} \Rightarrow Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{50 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50 \Omega$$

دیگرام برداری را ترسیم کنید.



شکل (۱۱۳-۵)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.

مبناء ۱.

چون جریان 90° جلوتر از ولتاژ است به همین دلیل مدار پیش فاز و $X_L > X_C$ است.

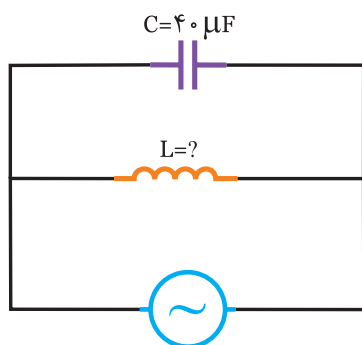
$$X_L = \omega L = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \Omega$$

$$Z = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_L - X_C|} \Rightarrow \dots\dots\dots = \frac{\dots\dots\dots \times X_C}{|\dots\dots\dots - X_C|} \Rightarrow X_C = \dots\dots\dots \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{500 \times \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \mu\text{F} \quad (\text{ب})$$



در مدار شکل (۵-۱۱۵) مطلوبست:



$$V(t) = 100 \sin(500t - 90^\circ)$$

$$i(t) = 4 \sin(500t + 0^\circ)$$

شکل (۵-۱۱۵)

الف) مقاومت القایی ب) ضریب خودالقایی سلف (L)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

چون ولتاژ 90° جلوتر از جریان است به همین دلیل مدار پس فاز و $X_C > X_L$ است.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \times 20 \times 10^{-6}} = 100 \Omega$$

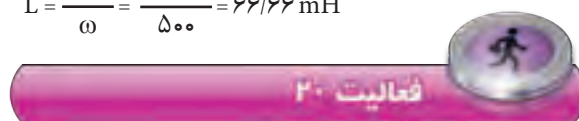
$$Z = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_C - X_L|} \Rightarrow 50 = \frac{100 \cdot X_L}{|100 - X_L|}$$

$$\Rightarrow 100 X_L = 5000 - 50 X_L$$

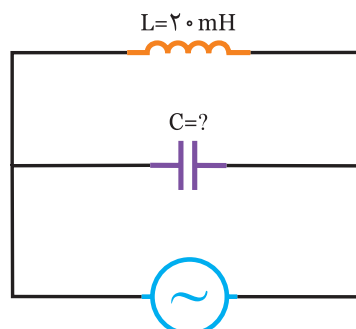
$$\Rightarrow 150 X_L = 5000 \Rightarrow X_L = \frac{5000}{150} = 33.33 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{33.33}{500} = 66.66 \text{ mH}$$

(ب)



در مدار شکل (۵-۱۱۴) مطلوبست:



$$V(t) = 120\sqrt{2} \sin(500t - 45^\circ)$$

$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(500t + 45^\circ)$$

شکل (۵-۱۱۴)

الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن

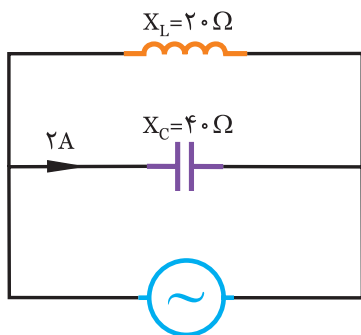


الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

در مدار شکل (۵-۱۱۸) مطلوبست:



شکل (۵-۱۱۸)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = 30^\circ$

الف) $V_e = X_C \cdot I_c = 40 \times \dots = \dots \text{ V}$

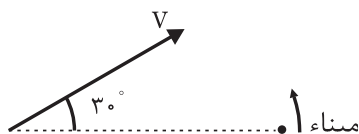
(الف)

ب) $Z = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{\dots \times \dots}{|\dots - \dots|} = \dots \Omega$

(ب)

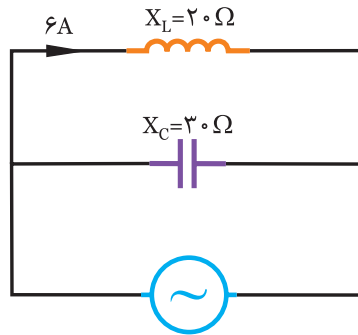
ج) $I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ A}$

ج) چون $X_C > X_L$ است مدار فاز می‌باشد و جریان مدار از ولتاژ مدار است.



شکل (۵-۱۱۹)

در مدار شکل (۵-۱۱۶) مطلوبست:



شکل (۵-۱۱۶)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = 0^\circ$

جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ

(الف)

$V_e = X_L \cdot I_L = 6 \times 20 = 120 \text{ V}$

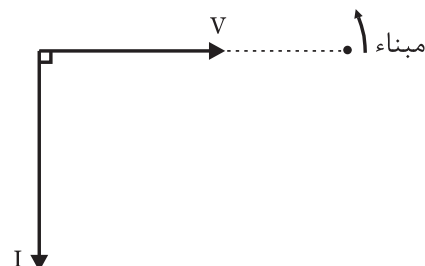


(ب)

$Z = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{30 \times 20}{|20 - 30|} = \frac{600}{10} = 60 \Omega$

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{120}{60} = 2 \text{ A}$

ج) چون $X_C > X_L$ است مدار پس فاز می‌باشد و جریان مدار 90° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.



شکل (۵-۱۱۷)



الف) به خاطر اینکه R نداریم توان موثر صفر است.

$$P_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \varphi = 0$$

ب)

$$Z = \frac{X_c \cdot X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{20 \times 30}{|20 - 30|} = 60 \Omega$$

$$V_e = Z \cdot I_e = 60 \times 2 = 120 \text{ V}$$

به خاطر اینکه $X_c > X_L$ است توان غیر موثر مثبت است.

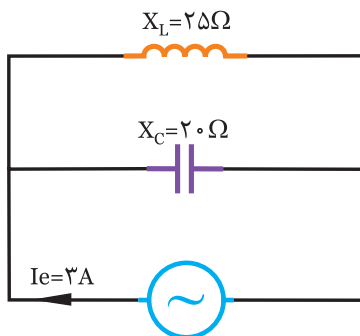
$$P_d = V_e \cdot I_e \sin \varphi = (120)(2)(1) = 240 \text{ VAR}$$

ج)

$$P_s = V_e \cdot I_e = 120 \times 2 = 240 \text{ W}$$



در مدار شکل (۵-۱۲۲) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۲)

الف) توان مفید

ب) توان غیر مفید

ج) توان ظاهری



$$P_e = 0$$

الف)

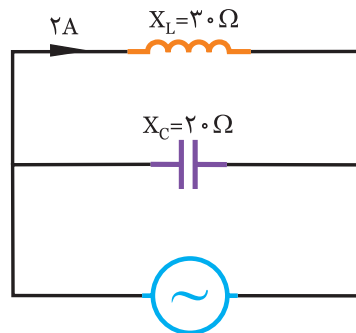
ب)

$$Z = \frac{X_c \cdot X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{\dots \times \dots}{|\dots - \dots|} = \dots \Omega$$

$$V_e = Z \cdot I_e = \dots \times \dots = \dots \text{ V}$$



در مدار شکل (۵-۱۲۰) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۰)

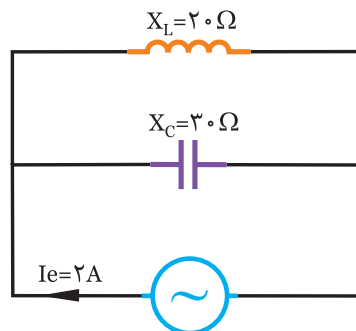
ب) جریان منبع

الف) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = 0$



در مدار شکل (۵-۱۲۱) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۱)

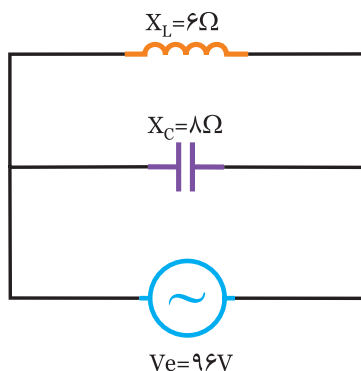
الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری



در مدار شکل (۵-۱۲۶) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۶)

الف) توان موثر
ب) توان غیر موثر
ج) توان ظاهری

.....

.....

.....

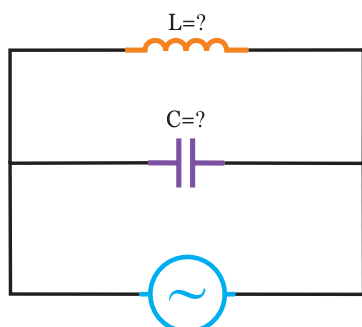
.....

.....

.....



در مدار شکل (۵-۱۲۷) اگر $I_L = 3I_C$ باشد، مطلوبست:
اندازه‌ی L و C



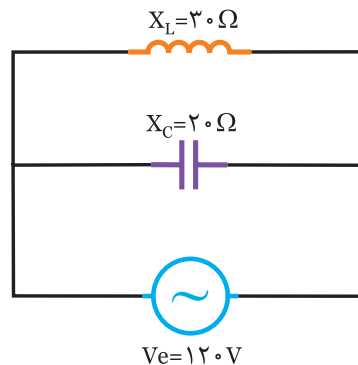
$$V(t) = 60\sqrt{2} \sin 500t$$

$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin (500t - 90^\circ)$$

شکل (۵-۱۲۷)



در مدار شکل (۵-۱۲۵) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۵)

الف) توان واژه
ب) توان دواته
ج) توان ظاهری



الف)

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ w}$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^2}{X_L} = \frac{(120)^2}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ VAR}$$

$$P_{dc} = -\frac{V_e^2}{X_C} = -\frac{(120)^2}{\dots\dots\dots} = -\dots\dots\dots \text{ VAR}$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots = -\dots\dots\dots \text{ VAR}$$

ج)

$$P_s = |P_d| = |\dots\dots\dots| = \dots\dots\dots \text{ V.A}$$



$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 30 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \text{ A}$$

$$I_e = |I_c - I_L| \Rightarrow 1 = 2I_L - I_L \Rightarrow I_L = \dots\dots \text{ A}$$

$$I_c = 2I_L = 2(\dots\dots) = \dots\dots \text{ A}$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{30}{\dots\dots} = \dots\dots \Omega$$

$$X_c = \frac{V_e}{I_c} = \frac{30}{\dots\dots} = \dots\dots \Omega$$

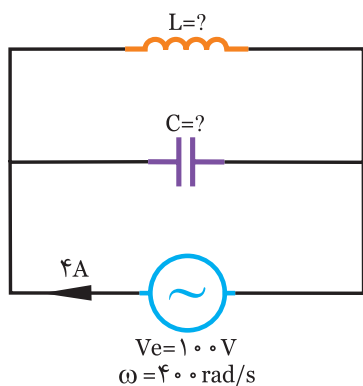
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots\dots}{250} = \dots\dots \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{\dots\dots \times 250} = \dots\dots \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۵-۱۲۹) اگر $I_L = 4I_c$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



شکل (۵-۱۲۹)

.....

.....

.....

.....

.....

.....



$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 60 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ A}$$

$$I_e = |I_L - I_C| \Rightarrow 2 = 3I_C - I_C \Rightarrow 2 = 2I_C \Rightarrow I_C = 1 \text{ A}$$

$$I_L = 3I_C \Rightarrow I_L = 3 \text{ A}$$

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{جریان}}$$



$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{60}{3} = 20 \Omega$$

$$X_c = \frac{V_e}{I_c} = \frac{60}{1} = 60 \Omega$$

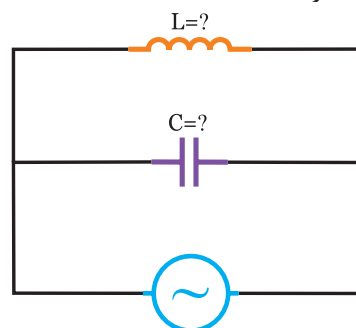
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{20}{500} = 40 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{500 \times 60} = 3/33 \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۵-۱۲۸) اگر $I_c = 2I_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



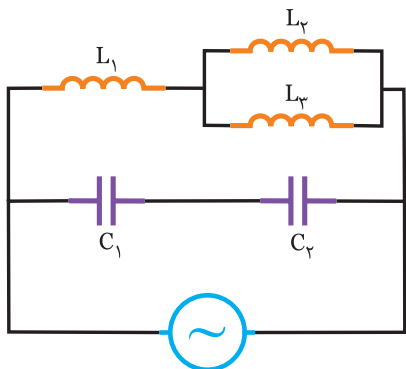
$$V(t) = 30\sqrt{2} \sin(250t - 30^\circ)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \sin(250t + 60^\circ)$$

شکل (۵-۱۲۸)



در مدار شکل (۵-۱۳۲) فرکانس رزونانس را بدست آورید.



شکل (۵-۱۳۲)

$$L_1 = 6 \text{ mH} \quad L_2 = 12 \text{ mH} \quad L_3 = 6 \text{ mH}$$

$$C_1 = 120 \text{ } \mu\text{F} \quad C_2 = 240 \text{ } \mu\text{F}$$

.....

.....

.....

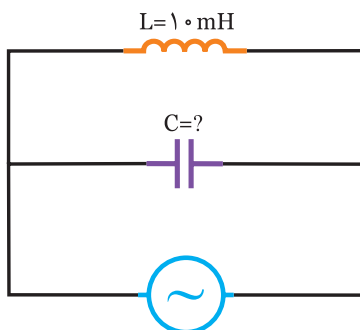
.....

.....

.....



در مدار شکل (۵-۱۳۳) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.

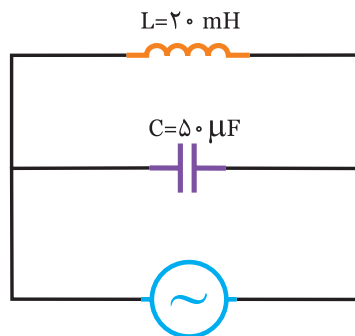


$$\omega = 500 \text{ rad/s}$$

شکل (۵-۱۳۳)



در مدار شکل (۵-۱۳۰) فرکانس رزونانس را بدست آورید.



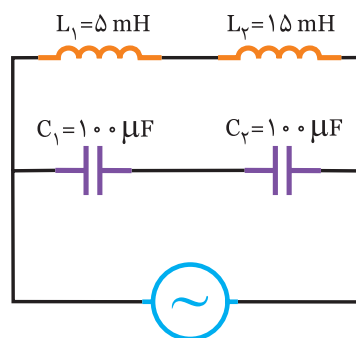
شکل (۵-۱۳۰)



$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-6}}} = 159 \text{ Hz}$$



در مدار شکل (۵-۱۳۱) فرکانس تشدید را بدست آورید.

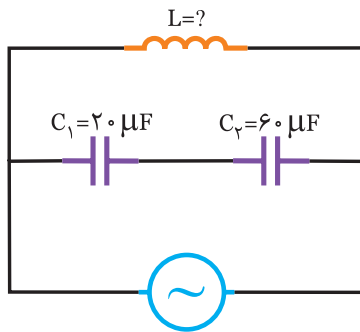


شکل (۵-۱۳۱)

$$C_t = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\dots \times \dots}{\dots + \dots} = \dots \text{ } \mu\text{F}$$

$$L_t = L_1 + L_2 = \dots + \dots = \dots \text{ mH}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_t C_t}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\dots \times \dots}} = \dots \text{ Hz}$$

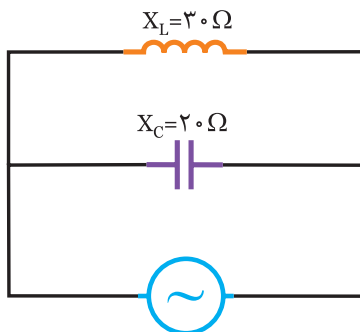


$$V(t) = 50\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۵-۱۳۵)



در مدار شکل (۵-۱۳۶) مطلوبست:



$$V(t) = 20\sqrt{2} \sin 500t$$

شکل (۵-۱۳۶)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید



$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{30}{500} = 60 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{X_C \omega} = \frac{1}{20 \times 500} = 100 \text{ μF}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{60 \times 100 \times 10^{-9}}} = 65 \text{ Hz}$$



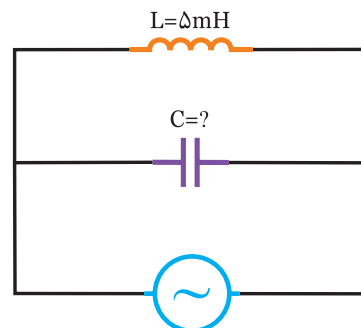
شرط اینکه مدار در حالت تشدید قرار گیرد این است که $X_L = X_C$ باشد لذا داریم:

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

$$C = \frac{1}{(500)^2 (10 \times 10^{-3})} = \frac{1}{250000 \times 10 \times 10^{-3}} = 400 \text{ μF}$$



در مدار شکل (۵-۱۳۴) ظرفیت خازن C را چنان بیابید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin (400t + 30^\circ)$$

شکل (۵-۱۳۴)



$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

$$C = \frac{1}{\dots \times (\dots)} = \frac{1}{\dots} = \dots \text{ μF}$$



در مدار شکل (۵-۱۳۵) اندوکتانس L را چنان بیابید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد

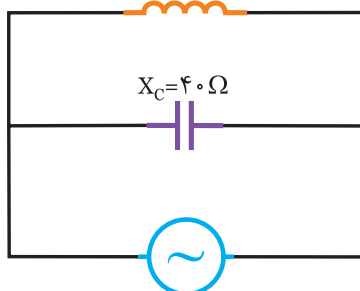
.....

.....

.....



در مدار شکل (۵-۱۳۸) مطلوبست:
 $X_L = 16 \Omega$



$$V(t) = 5\sqrt{2} \sin(250\pi t + \frac{\pi}{4})$$

شکل (۵-۱۳۸)

الف) فرکانس رزونانس

ب) امپدانس مدار در حالت رزونانس

ج) جریان مدار در حالت رزونانس

.....

.....

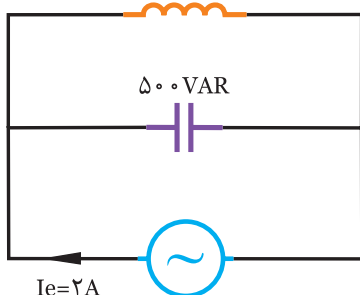
.....

.....

.....



در مدار شکل (۵-۱۳۹) مطلوبست:
 20 VAR



$$I_e = 2 \text{ A}$$

$$\omega = 500 \text{ rad/s}$$

شکل (۵-۱۳۹)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

ب) از آنجائیکه در رزونانس $X_C = X_L$ می‌باشد لذا داریم.

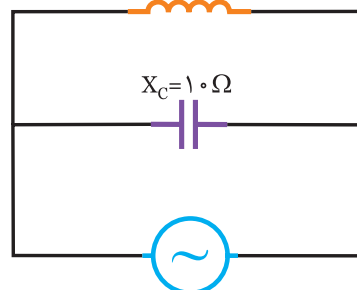
$$Z = \frac{X_C X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{X_C X_L}{0} = \infty$$

(ج)

$$I_e = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\infty} = 0 \text{ A}$$



در مدار شکل (۵-۱۳۷) مطلوبست:
 $X_L = 20 \Omega$



$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

شکل (۵-۱۳۷)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت رزونانس

ج) جریان مدار در حالت رزونانس



الف)

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{\dots \times \dots} = \dots \mu\text{F}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\dots \times \dots}} = \dots \text{ Hz}$$

ب) چون $X_L = X_C$ می‌باشد، داریم.

$$Z = \frac{X_C X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \Omega$$

(ج)

$$I_e = \frac{V}{Z} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ A}$$

$$X_L = \frac{V_e^2}{P_{dL}} = \frac{(\dots)^2}{\dots} = \dots \Omega \quad (\text{ب})$$

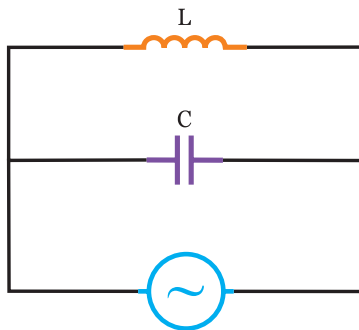
$$X_c = \frac{V_e^2}{P_{dc}} = \frac{(\dots)^2}{\dots} = \dots \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots}{500} = \dots \text{mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{\dots \times 500} = \dots \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۵-۱۴۱) مطلوبست:



شکل (۵-۱۴۱)

الف) ولتاژ منبع
ب) اندازه‌ی L و C



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



$$P_d = |P_{dL} - P_{dC}| = 500 - 300 = 200 \text{ VAR} \quad (\text{الف})$$

$$P_e = V_e I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_d}{I_e} = \frac{200}{2} = 100 \text{ V}$$

(ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^2}{X_L} \Rightarrow X_L = \frac{V_e^2}{P_{dL}} = \frac{(100)^2}{200} = 50 \Omega$$

$$P_{dC} = \frac{V_e^2}{X_c} \Rightarrow X_c = \frac{V_e^2}{P_{dC}} = \frac{(100)^2}{500} = 20 \Omega$$

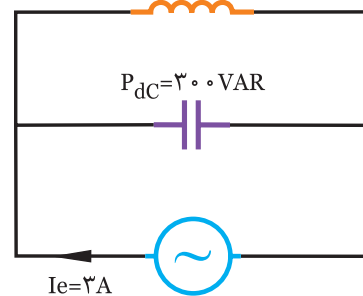
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{50}{500} = 0.1 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{500 \times 20} = 1 \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۵-۱۴۰) مطلوبست:

$$P_{dL} = 400 \text{ VAR}$$



$$\omega = 500 \text{ rad/s}$$

شکل (۵-۱۴۰)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

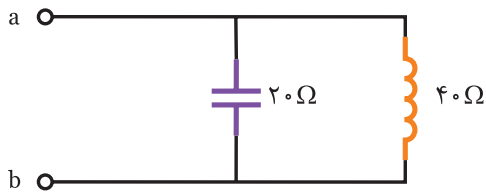


$$P_d = |P_{dL} - P_{dC}| = 400 - 300 = 100 \text{ VAR} \quad (\text{الف})$$

$$P_d = V_e I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_d}{I_e} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ V}$$



۱- مقاومت معادل بین دو نقطه a و b در شکل (۵-۱۴۲) چند اهم است؟



شکل (۵-۱۴۲)

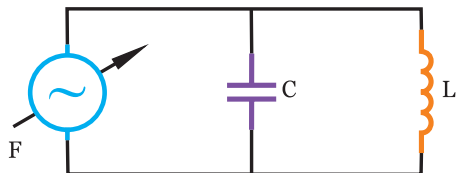
$$X_c = 20 \quad (1)$$

$$X_c = 40 \quad (2)$$

$$X_L = 20 \quad (3)$$

$$X_L = 40 \quad (4)$$

۲- در مدار شکل (۵-۱۴۳) اگر فرکانس از صفر تا بی نهایت افزایش یابد جریان مدار کدام است.



شکل (۵-۱۴۳)

(۱) افزایش می یابد.

(۲) کاهش می یابد.

(۳) افزایش سپس کاهش می یابد.

(۴) کاهش و سپس افزایش می یابد.

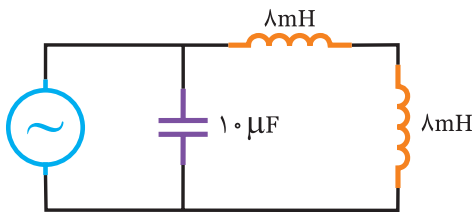
۳- در مدار LC موازی اگر ظرفیت خازن چهار برابر شود فرکانس رزونانس کدام است.

(۱) ۲ برابر می شود.

(۲) نصف می شود.

(۳) ۴ برابر می شود.

(۴) $\frac{1}{4}$ برابر می شود.



شکل (۵-۱۴۴)

۴- فرکانس تشدید مدار شکل (۵-۱۴۴) چند هرتز است.

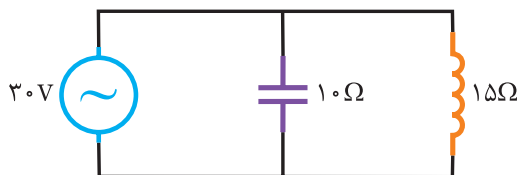
$$\frac{1250}{\pi} \quad (1)$$

$$\frac{125}{\pi} \quad (2)$$

$$1250 \quad (3)$$

$$125 \quad (4)$$

۵- در مدار شکل (۵-۱۴۵) توان راکتیو چند وار است.



شکل (۵-۱۴۵)

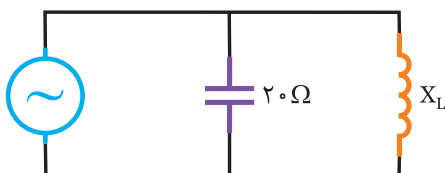
(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۶- اگر در شکل (۵-۱۴۶) $Z=20$ باشد راکتانس القایی کدام است.



شکل (۵-۱۴۶)

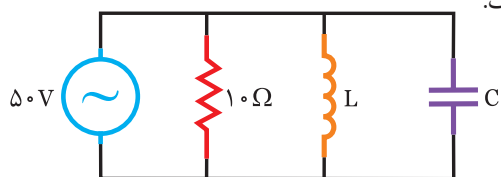
۲۰ (۱)

۱۰ (۲)

۴۰ (۳)

۵ (۴)

۷- اگر جریان مدار شکل (۵-۱۴۷)، $5A$ باشد، کدام گزینه صحیح است.



شکل (۵-۱۴۷)

(۱) $X_C = 2X_L$

(۲) $X_L = 2X_C$

(۳) $X_L = X_C$

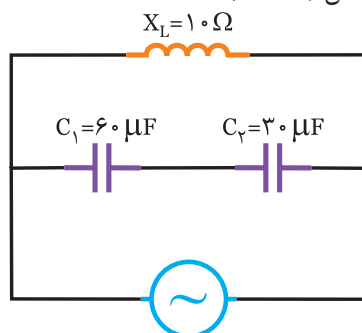
(۴) $L = C$

۸- در مدار شکل (۵-۱۴۸) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

ج) مدار را توسط نرم‌افزار مولتی‌سیم بررسی کنید.



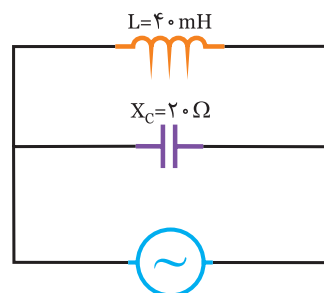
$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$$

شکل (۵-۱۴۸)

۹- در مدار شکل (۵-۱۴۹) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع



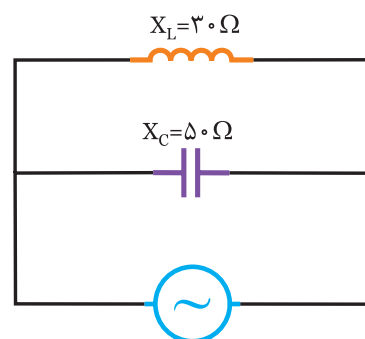
$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(400t + \frac{\pi}{3})$$

شکل (۵-۱۴۹)

۱۰- در مدار شکل (۵-۱۵۰) مطلوبست:

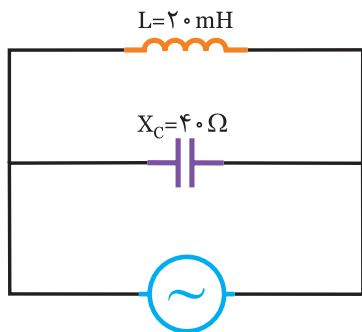
الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



$$V(t) = 120\sqrt{2} \sin 250t$$

شکل (۵-۱۵۰)



$$i(t) = 3 \sin(1000t + 30^\circ)$$

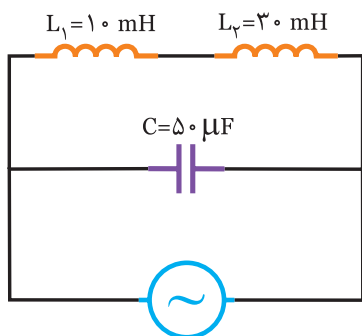
شکل (۵-۱۵۱)

۱۱- در مدار شکل (۵-۱۵۱) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



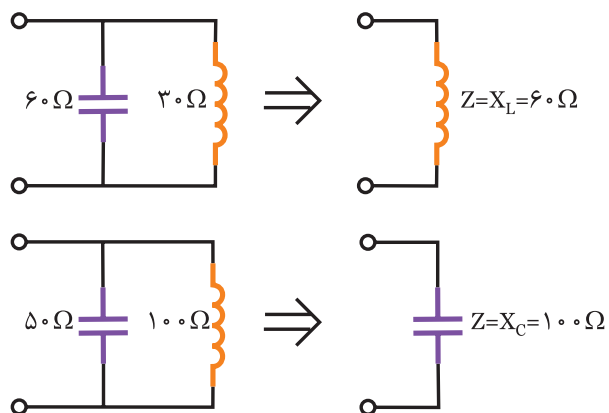
شکل (۵-۱۵۲)

۱۲- در مدار شکل (۵-۱۵۲) فرکانس تشدید را بدست آورید.



اگر در مدار LC موازی راکتانس خازنی و سلفی یکی دو برابر دیگری باشد امپدانس مدار برابر راکتانس بزرگتر و خاصیت آن

شبیه کوچکتر می‌باشد.



شکل (۵-۱۵۳)



فاز
راکتیو منفی
Low Frequency
شاخه‌های سری و موازی
RLC
 $\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - (\omega/\omega_0)^2} = \omega/\omega_0$
فرکانس‌های تون VAR
Resonance Frequency
 $I = I_R = I_L = I_C$ پهنای باند اتصال کوتاه
High Frequency
میلی هارزی
Cosp

ظرفیت گیت

توان موثر

فرکانس‌های تون VAR

پهنای باند اتصال کوتاه

High Frequency

میلی هارزی

Cosp

سلفی

معدله‌ی جریان

میکرو فاراد

$V_m = \sqrt{2}$

جلوتر از ولتاژ

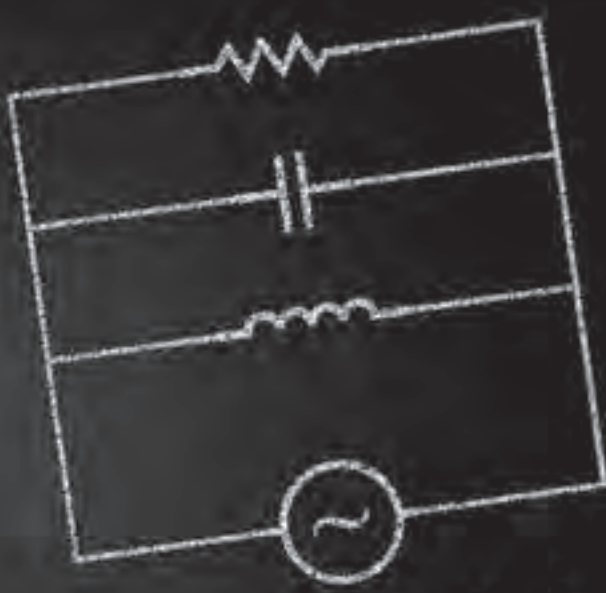
BW - Band Width

معادلات زمانی

اهمی ۰٫۹ درجه

اهمی ۰٫۹ درجه

اهمی ۰٫۹ درجه



فصل ششم

مدارهای RLC

ولت آمپر

فرکانس صفر

مقاومت اهمی

پیش فاز

$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{2}}$

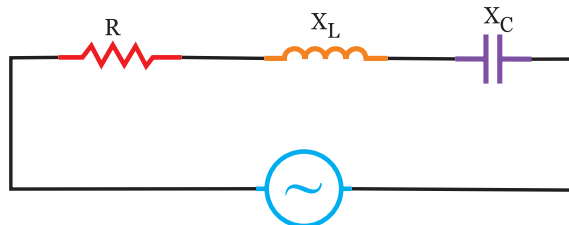
$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{2}}$

$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{2}}$



۶-۱- مدارهای RLC سری:

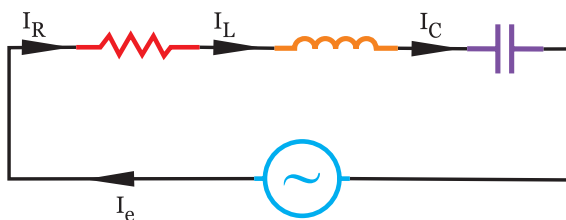
هرگاه یک مقاومت اهمی و یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی به صورت سری به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۶-۱) مدار RLC سری را تشکیل می‌دهد.



شکل (۶-۱)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

در مدارهای RLC سری جریان منبع با جریان هر یک از عناصر که در شکل (۶-۲) دیده می‌شود، برابر می‌باشد.



شکل (۶-۲)

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{جریان}}$$

$$I_L = I_C = I_R = I_e$$

$$I = \frac{V}{Z}$$

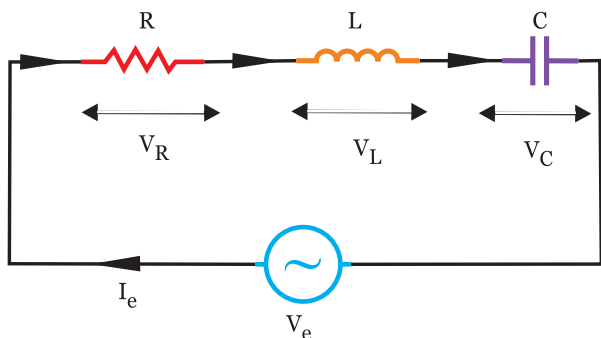
در این مدارها در شکل (۶-۳)، ولتاژ منبع به نسبت مقاومت‌های اهمی-سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$V_R = I.R$$

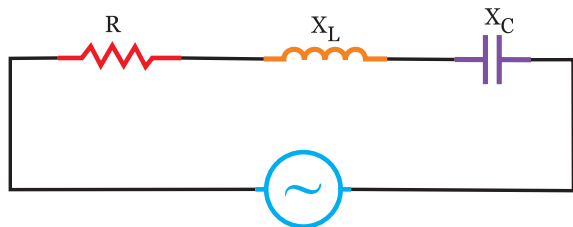
$$V_L = I.X_L$$

$$V_C = I.X_C$$



شکل (۶-۳)

در مدارهای RLC سری مطابق شکل (۶-۴) اختلاف فاز ϕ درجه می‌باشد که از رابطه زیر بدست می‌آید.



شکل (۶-۴)

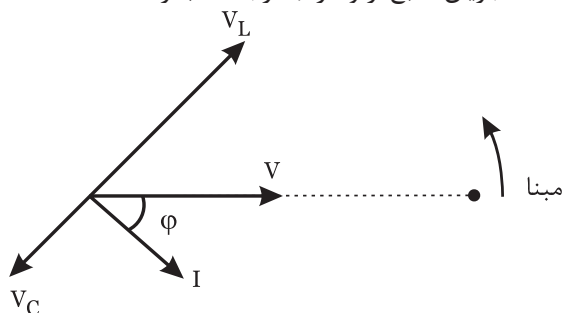
$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \quad \cos \phi = \frac{V_R}{V}$$

$$V_{(t)} = V_m \sin \omega t$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t \pm \phi)$$

اگر $X_L > X_C$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۵) به صورت زیر ایجاد می‌شود.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ ϕ درجه عقب‌تر است.



شکل (۶-۵)

- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - \phi)$ نوشته می‌شود.

$$X_L = X_C \Rightarrow V_L = V_C$$

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = V_R$$

$$X_C = X_L \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \omega L \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای RLC ابتدا $\cos \phi$ و $\sin \phi$ را بدست می آوریم.

ضریب قدرت $\cos \phi = \frac{R}{Z}$ و یا $\cos \phi = \frac{V_R}{V_e}$ و ضریب

$$\sin \phi = \frac{|X_L - X_C|}{Z} \quad \text{یا} \quad \sin \phi = \frac{|V_L - V_C|}{V_e}$$

- توان موثر می شود: $P_e = V_e I_e \cos \phi$

- توان غیر موثر می شود: $P_d = V_e I_e \sin \phi$

اگر $X_L > X_C$ باشد مدار پس فاز بوده و P_d مثبت می شود و اگر $X_L < X_C$ باشد، مدار پیش فاز بوده و P_d منفی می شود.

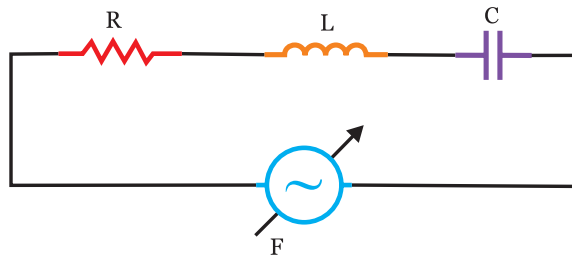
- توان ظاهری می شود: $P_s = V_e I_e$

۶-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC سری:

از آنجائیکه با افزایش مقاومت سلفی $X_L = \omega L$ افزایش

می یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_C = \frac{1}{\omega C}$ کاهش

می یابد لذا با توجه به فرمول های $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ و $I = \frac{V}{Z}$ شکل (۶-۸)، Z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزونانس بررسی می شود.



شکل (۶-۸)

در تمام تغییرات فرکانس، مقدار R ثابت است.

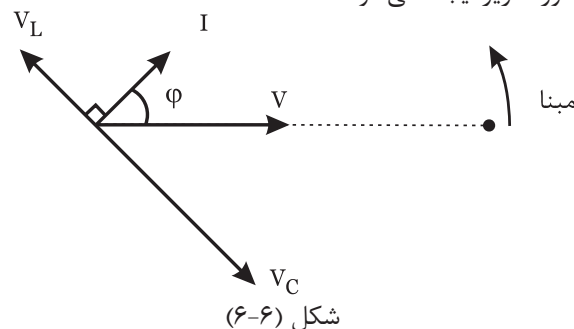
سه حالت در این مدار اتفاق می افتد.

$$f = 0 \Rightarrow \begin{cases} X_L = 0 \\ X_C = \infty \\ Z = \infty \\ I = 0 \end{cases} \quad \text{۱- فرکانس صفر (DC):}$$

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب تر است لذا V_L نسبت به I ، 90° جلوتر ترسیم می شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می باشد.

- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C نسبت به I ، 90° عقب تر ترسیم می شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می باشد.

اگر $X_L < X_C$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۶) به صورت زیر ایجاد می شود.



شکل (۶-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.

- بردار V را رسم کنید.

- جریان منبع از ولتاژ ϕ درجه جلوتر است.

- معادله ی زمانی جریانی منبع به

صورت $i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$ نوشته می شود.

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب تر است لذا

V_L نسبت به I ، 90° جلوتر ترسیم می شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L < V_C$ می باشد.

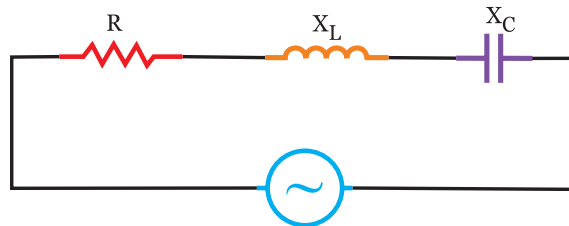
- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

V_C نسبت به I ، 90° عقب تر ترسیم می شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L < V_C$ می باشد.

اگر $X_L = X_C$ باشد:

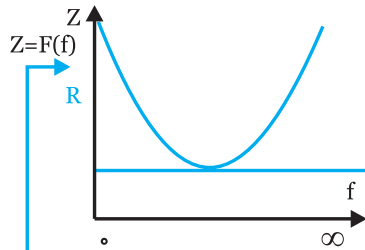
از آنجائیکه $I_L = I_C$ می باشد ولتاژ دو سر سلف و خازن در

مدار شکل (۶-۷) برابر می شود لذا ولتاژ منبع برابر ولتاژ دو سر مقاومت خواهد شد که در حالت رزونانس می باشد.



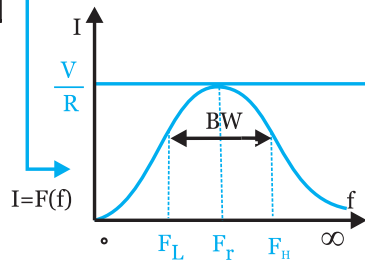
شکل (۶-۷)

امپدانس تابعی
از فرکانس است.



F	•	Fr	∞
Z	∞	R	∞
I	•	V/R	•

جریان تابعی
از فرکانس است.



شکل (۶-۱۲)

فرکانس نیم توان پایین (قطع پایین)
 $f_L = f_1 = f_r - \frac{Bw}{2}$

فرکانس نیم توان بالا (قطع بالا)
 $f_H = f_2 = f_r + \frac{Bw}{2}$

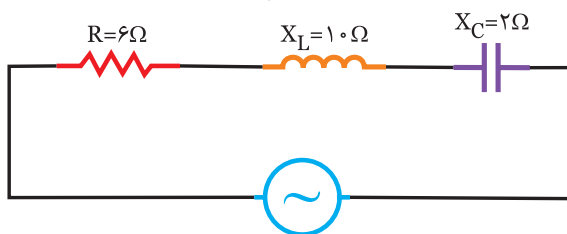


۱- برای بدست آوردن پهنای باند می توان
از $Bw = \frac{R}{2\pi L}$ بدست آورد.

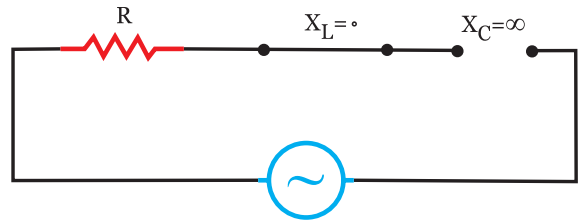
۲- از مدارات RL، RC، RLC و LC در فیلترها استفاده می شود.



در مدار شکل (۶-۱۳) امپدانس مدار را بدست آورید.

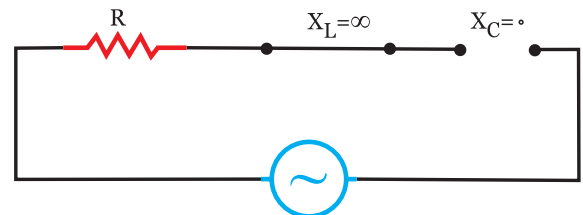


شکل (۶-۱۳)



شکل (۶-۹)

خازن مدار را قطع می کند.
۲- فرکانس بی نهایت:
 $f = \infty \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \\ Z = \infty \\ X_C = 0 \\ X_L = \infty \end{cases}$



شکل (۶-۱۰)

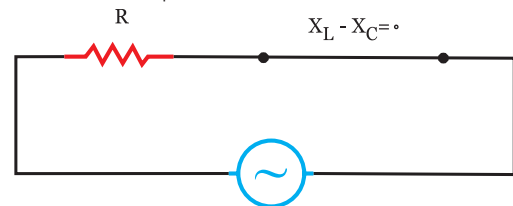
سلف مدار را قطع می کند.

۳- فرکانس رزونانس (تشدید) که باعث می شود، داشته باشیم.

$$f = f_r \Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow Z = R$$

$$V_L = V_C \Rightarrow V_e = V_R$$

$$\phi = 0$$



شکل (۶-۱۱)

مدار کاملاً اهمی $\cos \phi = 1$

توان ظاهری برابر توان اکتیو $P_e = P_s$

توان راکتیو نداریم. $P_d = 0$

$$I = \frac{V}{R}$$

نتایج بررسی شده را می توان در یک جدول خلاصه کرد.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftrightarrow X_L = X_C \quad \omega_r = 2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{L\omega_r}{R}$$

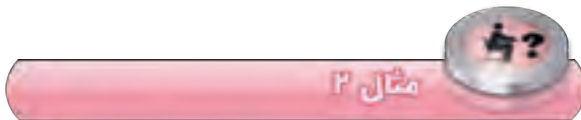
$$Bw = \frac{f_r}{Q}$$



.....

.....

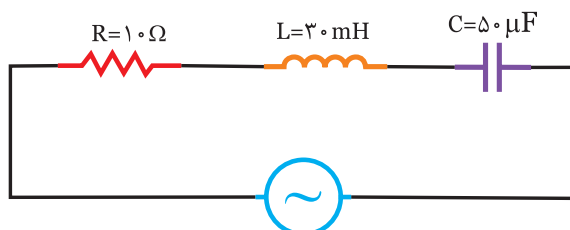
.....



در مدار شکل (۶-۱۶) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۶-۱۶)



الف) ابتدا X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = 1000 \times 30 \times 10^{-3} = 30 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}} = 20 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (30 - 20)^2} = 10\sqrt{2} \Omega$$

$$\text{ولتاژ} = \text{مقاومت} \times \text{جریان} \quad V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{10\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ A}$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیگرام

بردار می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

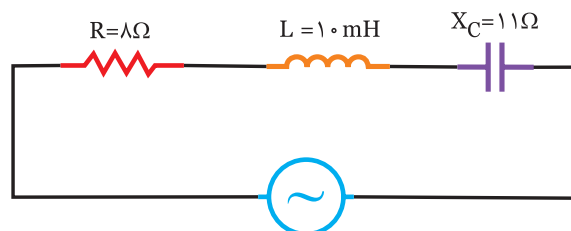


$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{6^2 + (2 - 10)^2} = \sqrt{36 + 64} = 10 \Omega$$

توضیح: چون $X_L > X_C$ می‌باشد لذا مدار پس فاز است.

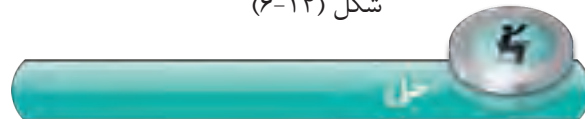


در مدار شکل (۶-۱۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin (500t - 60^\circ)$$

شکل (۶-۱۴)



ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = 500 \times \dots = \dots \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

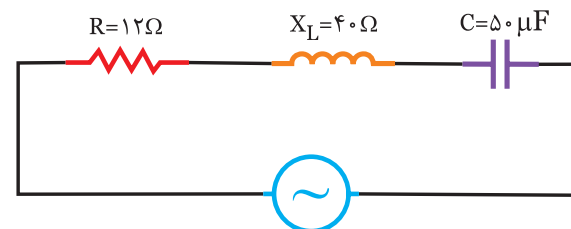
$$Z = \sqrt{\dots + \dots} = \dots \Omega$$

توضیح: چون $X_C > X_L$ می‌باشد لذا مدار است.



۱- در مدار شکل (۶-۱۵) امپدانس مدار را بدست

آورید.

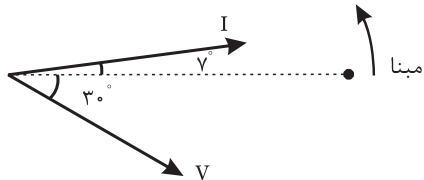


$$V(t) = 50\sqrt{2} \sin (500t + \frac{\pi}{3})$$

شکل (۶-۱۵)

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_c > X_L$ است لذا پیش فاز بوده و جریان φ° جلوتر از ولتاژ مدار خواهد بود.

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \varphi = 37^\circ$$



شکل (۶-۱۹)

$$I_m = \sqrt{2} I_e = \dots A$$

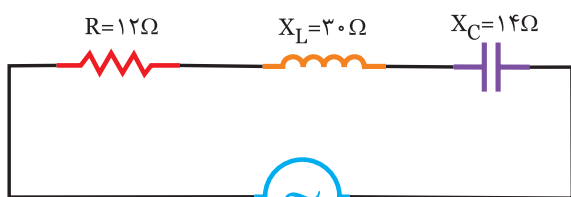
$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i_{(t)} = \dots \sin(500t + 37^\circ)$$



در مدار شکل (۶-۲۰) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



$$V_{(t)} = 50 \sqrt{2} \sin(1000t - 53^\circ)$$

شکل (۶-۲۰)



.....

.....

.....

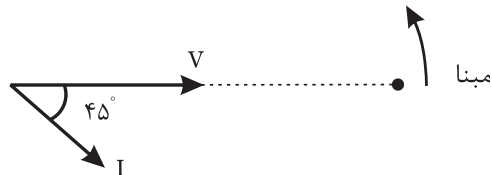
.....

.....

.....

مبنا را ترسیم کنید.

- بردار $V_{(t)}$ را رسم نمایید.



شکل (۶-۱۷)

- در این مدار $X_L > X_c$ بوده لذا مدار پس فاز و جریان

منبع φ درجه از ولتاژ مدار عقب‌تر است لذا با بدست آوردن φ

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

- با توجه به موقعیت بردار I معادله‌ی زمانی آن را

می‌نویسیم.

$$I_m = \sqrt{2} I_e = \sqrt{2} (5\sqrt{2}) = 10 A$$

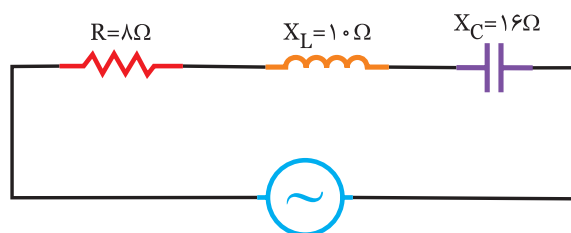
$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - \varphi) \Rightarrow I_{(t)} = 10 \sin(1000t - 45^\circ)$$



در مدار شکل (۶-۱۸) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع



$$V_{(t)} = 100 \sqrt{2} \sin(500t - 30^\circ)$$

شکل (۶-۱۸)



الف)

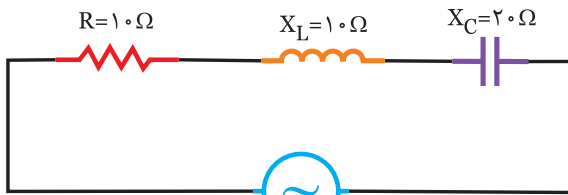
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2} = \sqrt{8^2 + (\dots - \dots)^2} = \dots \Omega$$

$$V_e = \frac{V_m}{\dots} = \dots V$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \dots A \quad \text{جریان مدار}$$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۶-۲۳) مطلوبست:
الف) ولتاژ منبع
ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

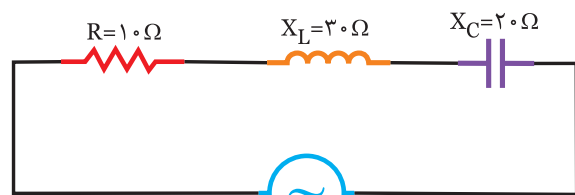


$$i(t) = 2 \sin(500t + 15^\circ)$$

شکل (۶-۲۳)

مثال ۳

در مدار شکل (۶-۲۱) مطلوبست:
الف) ولتاژ منبع
ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin \omega t$$

شکل (۶-۲۱)

الف)

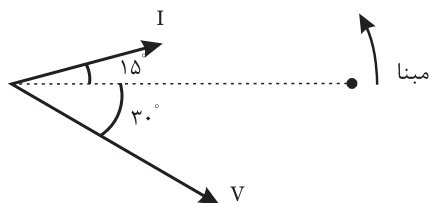
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(10)^2 + (30 - 20)^2} = 10\sqrt{2} \Omega$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 A$$

$$V_e = Z \cdot I_e = (10\sqrt{2})(2) = 20\sqrt{2} V$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری داریم که در این مدار $X_C > X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ مدار ϕ° عقب‌تر از جریان مدار است.

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \phi = 45^\circ$$



شکل (۶-۲۴)

$$V_m = \sqrt{2} V_e = 20\sqrt{2} V$$

$$V(t) = V_m \sin(500t - \dots) \Rightarrow V(t) = 20\sqrt{2} \sin(500t - \dots)$$

الف)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (30 - 20)^2} = 10\sqrt{2} \Omega$$

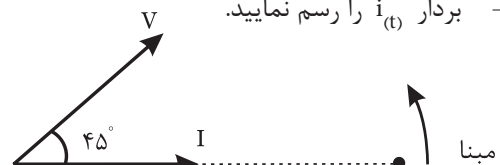
$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 A$$

مقاومت $\times$ جریان = ولتاژ

$$V_e = I_e \cdot Z = 2 \times 10\sqrt{2} = 20\sqrt{2} V$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $i(t)$ را رسم نمایید.



شکل (۶-۲۲)

- در این مدار $X_L > X_C$ است لذا مدار پس فاز و ولتاژ منبع ϕ درجه از جریان مدار جلوتر است و آن را رسم کنید.

- با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \phi = 45^\circ$$

$$V_m = \sqrt{2} V_e = \sqrt{2} (20\sqrt{2}) = 40 V$$

$$V(t) = V_m \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow V(t) = 40 \sin(\omega t + 45^\circ)$$



(الف)

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3A$$

جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \cdot I_e = (10)(3) = 30 \text{ v}$$

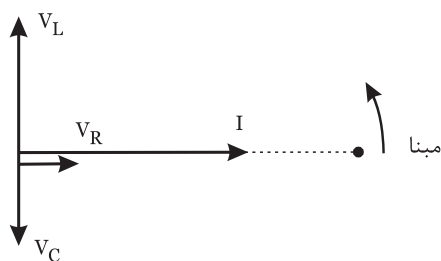
$$V_C = X_C \cdot I_e = (7)(3) = 21 \text{ v}$$

$$V_R = R \cdot I_e = (5)(3) = 15 \text{ v}$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.

- مبنا را ترسیم کنید.

- معادله زمانی جریان را رسم کنید.



شکل (۶-۲۷)

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L ، 90° از جریان مدار جلوتر است.
- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C ، 90° از جریان مدار عقب‌تر است.
- در مقاومت، جریان هم فاز ولتاژ دو سرش است لذا V_R هم فاز جریان منبع می‌باشد.

$$V_{Lm} = \sqrt{2} V_L = 30 \cdot \sqrt{2} \text{ v}$$

$$V_{Cm} = \sqrt{2} V_C = 21 \cdot \sqrt{2} \text{ v}$$

$$V_{Rm} = \sqrt{2} V_R = 15 \cdot \sqrt{2} \text{ v}$$

$$V_{L(t)} = 30 \cdot \sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

$$V_{C(t)} = 21 \cdot \sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

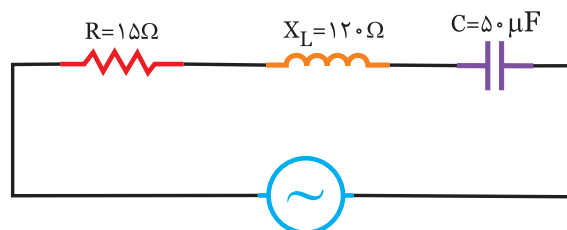
$$V_{R(t)} = 15 \cdot \sqrt{2} \sin 1000t$$



در مدار شکل (۶-۲۵) مطلوبست:

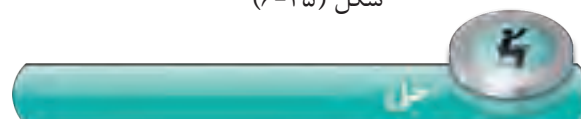
الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(2000t - 60^\circ)$$

شکل (۶-۲۵)



.....

.....

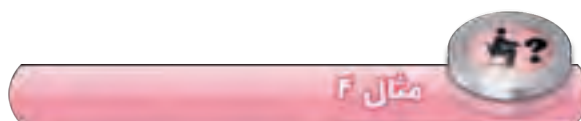
.....

.....

.....

.....

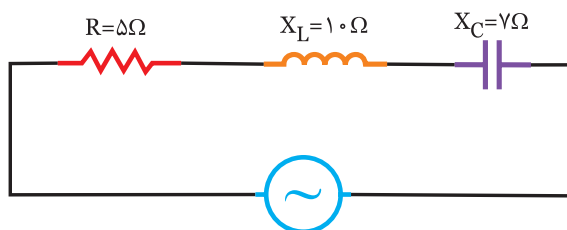
.....



در مدار شکل (۶-۲۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ دو سر سلف و خازن و مقاومت

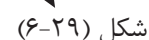
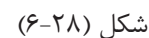
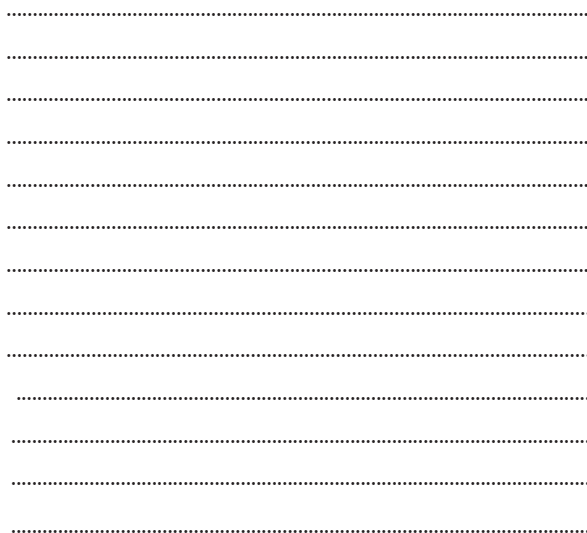
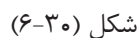
ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آنها



$$i = 3\sqrt{2} \sin 1000t$$

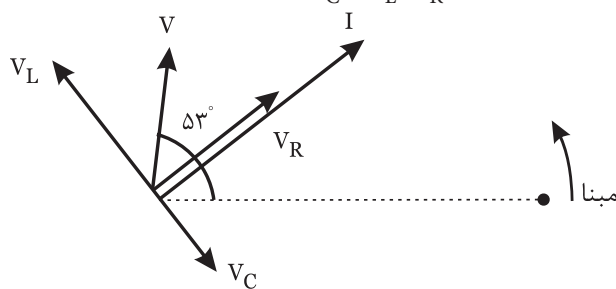
شکل (۶-۲۶)

$$V_R(t) = \dots \sin(\Delta \omega t - \dots)$$



$$V_{Bm} = \sqrt{r} \quad V_B = \sqrt{r} \quad (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots V$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف-خازن و مقاومت دیباگرم برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه ولتاژ سلف 90° جلوتر از جریان مدار و ولتاژ خازن 90° عقب‌تر از جریان مدار و ولتاژ مقاومت هم فاز جریان مدار می‌باشد. معادله‌ی زمانی V_C و V_L ، V_R را می‌نویسیم.



شکل (۶-۳۳)

$$V_{Lm} = \sqrt{2} V_L = 100 \sqrt{2} \text{ V}$$

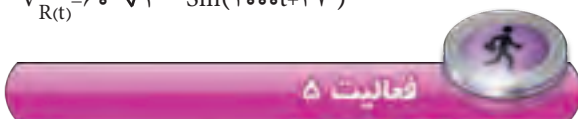
$$V_{Cm} = \sqrt{2} V_C = 20 \sqrt{2} \text{ V}$$

$$V_{Rm} = \sqrt{2} V_R = 60 \sqrt{2} \text{ V}$$

$$V_{L(t)} = 100 \sqrt{2} \sin(1000t + 127^\circ)$$

$$V_{C(t)} = 20 \sqrt{2} \sin(1000t - 53^\circ)$$

$$V_{R(t)} = 60 \sqrt{2} \sin(1000t + 37^\circ)$$

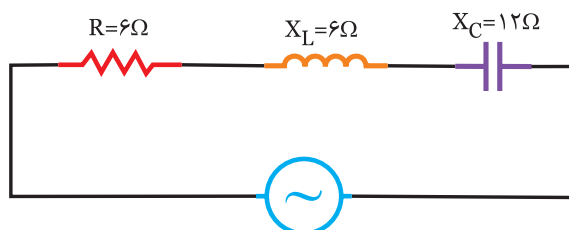


در مدار شکل (۶-۳۴) مطلوبست:

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

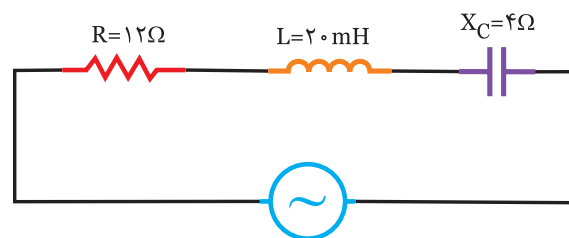
ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان



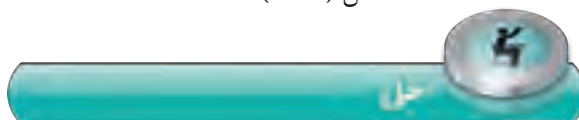
$$V(t) = 120 \sqrt{2} \sin 500 t$$

شکل (۶-۳۴)



$$V(t) = 100 \sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

شکل (۶-۳۱)



الف) ابتدا مقاومت سلفی را به دست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = 1000 \times 20 \times 10^{-3} = 20 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{12^2 + (20 - 4)^2} = 20 \Omega$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A} \quad \text{جریان منبع}$$

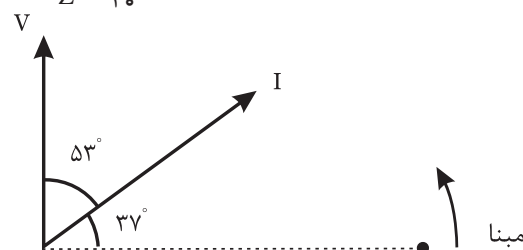
برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان منبع نیاز به

رسم دیاگرام برداری می‌باشد.

چون $X_L > X_C$ است مدار خاصیت سلفی دارد و جریان

مدار ϕ درجه عقب‌تر از ولتاژ می‌باشد.

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{20} = 0.6 \Rightarrow \phi = 53^\circ$$



شکل (۶-۳۲)

$$I_m = \sqrt{2} I_e = \sqrt{2} \times 5 = 5 \sqrt{2} \text{ A}$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + 37^\circ) \Rightarrow i_{(t)} = 5 \sqrt{2} \sin(1000t + 37^\circ)$$

ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست

می‌آوریم.

$$V_R = R \cdot I_e = (12)(5) = 60 \text{ V}$$

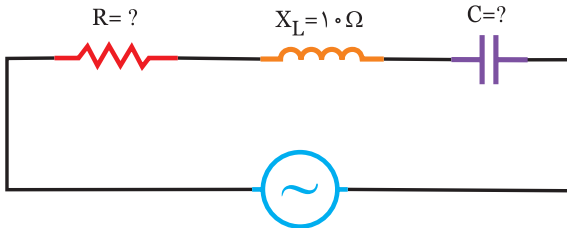
جریان $\times$ مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \cdot I_e = (20)(5) = 100 \text{ V}$$

$$V_C = X_C \cdot I_e = (4)(5) = 20 \text{ V}$$

فعالیت ۷

در مدار شکل (۶-۴۰) مطلوبست: الف) مقاومت خازنی
ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد
ج) مقاومت اهمی



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$$

$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin (1000t + 53^\circ)$$

شکل (۶-۴۰)

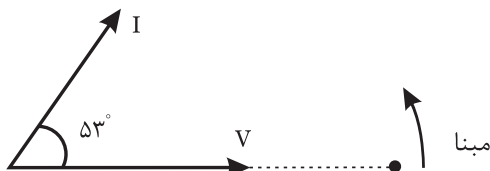
الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots V$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots A$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \dots\dots\dots \Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید



شکل (۶-۴۱)

چون جریان 53° جلوتر از ولتاژ است مدار پیش فاز و $X_C > X_L$ می باشد.

$$\sin \phi = \frac{|X_L - X_C|}{Z} \Rightarrow \sin 53^\circ = \frac{X_C - 10}{Z} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\Rightarrow X_C = 26 \Omega$$

$$C = \frac{1}{1000 \times \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \mu F$$

ب)

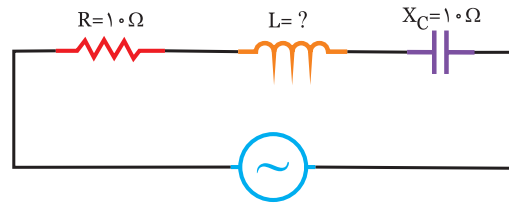
$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos 53^\circ = \frac{R}{Z} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\Rightarrow R = \dots\dots\dots \Omega$$

ج)

مثال ۷

در مدار شکل (۶-۳۸) مطلوبست:
الف) مقاومت سلفی
ب) اندوکتانس سلفی



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin (500t + 90^\circ)$$

$$i(t) = 10 \sin (500t + 45^\circ)$$

شکل (۶-۳۸)

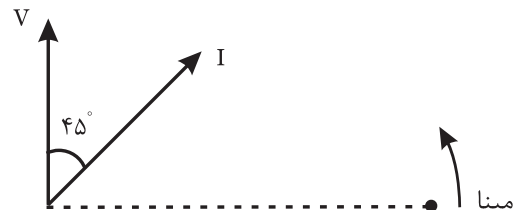
الف) ابتدا مقدار موثر ولتاژ و جریان را بدست می آوریم.

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 V$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} A$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{100}{5\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید.



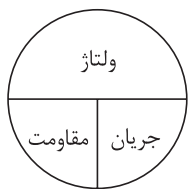
شکل (۶-۳۹)

چون ولتاژ مدار 45° جلوتر از جریان می باشد مدار پس فاز بوده و $X_L > X_C$ می باشد.
ب)

$$\sin \phi = \frac{|X_L - X_C|}{Z} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{X_L - 10}{10\sqrt{2}} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$2X_L - 20 = 20 \Rightarrow 2X_L = 40 \Rightarrow X_L = 20 \Omega$$

$$X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{20}{500} = 40 \text{ mH}$$



$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{جریان}}{\text{مقاومت}}$$

(الف)

$$I_e = \frac{V_L}{X_L} = \frac{100}{20} = 5A$$

(ب)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 30)^2} = 10\sqrt{2} \Omega$$

$$V_e = Z \cdot I_e \Rightarrow V_e = 10\sqrt{2} \times 5 = 50\sqrt{2} V$$

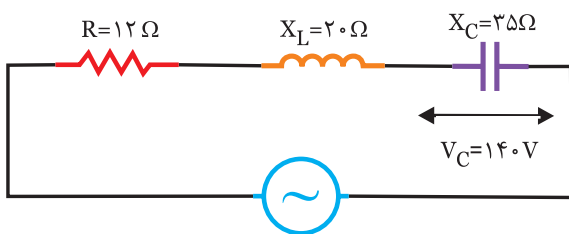


در مدار شکل (۶-۴۴) مطلوبست:

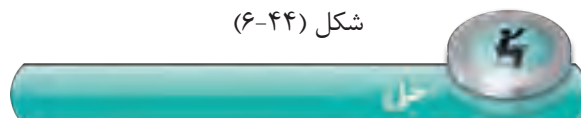
(الف) جریان منبع

(ب) ولتاژ منبع

(ج) ضریب توان مدار



شکل (۶-۴۴)



$$I_e = \frac{V_c}{X_c} = \frac{140}{\dots} = \dots A$$

(الف)

$$Z = \sqrt{R^2 + (\dots - \dots)^2} = \sqrt{\dots + (\dots - \dots)^2} = \dots \Omega$$

(ب)

$$V_e = Z I_e = (\dots)(\dots) = \dots V$$

(ج)

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

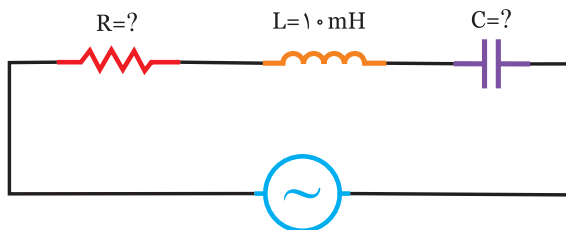


در مدار شکل (۶-۴۲) مطلوبست:

(ب) ظرفیت خازن

(الف) مقاومت خازنی

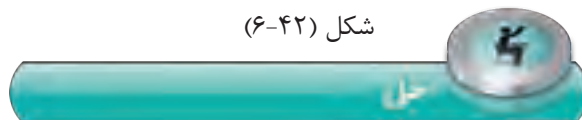
(ج) مقاومت اهمی



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t - 53^\circ)$$

$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۶-۴۲)



.....

.....

.....

.....

.....

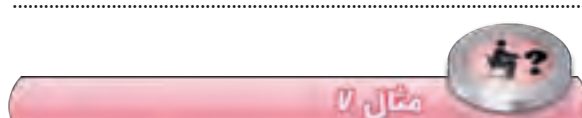
.....

.....

.....

.....

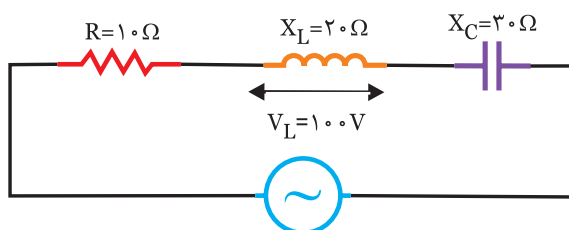
.....



در مدار شکل (۶-۴۳) مطلوبست:

(الف) جریان منبع

(ب) ولتاژ منبع



شکل (۶-۴۳)



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{6^2 + (30 - 22)^2} = 10 \Omega \quad (\text{الف})$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$P_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \varphi = 100 \times 10 \times 0.6 = 600 \text{ W}$$

$$\sin \varphi = \frac{|X_L - X_C|}{Z} = \frac{|30 - 22|}{10} = 0.8 \quad (\text{ب})$$

$$P_d = V_e \cdot I_e \cdot \sin \varphi = 100 \times 10 \times 0.8 = 800 \text{ VAR}$$

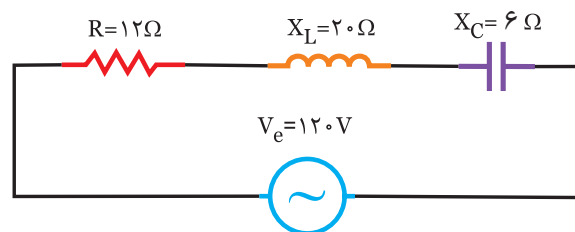
به خاطر اینکه $X_C > X_L$ است توان راکتیو منفی است.

$$P_s = V_e \cdot I_e = 100 \times 10 = 1000 \text{ V.A} \quad (\text{ج})$$

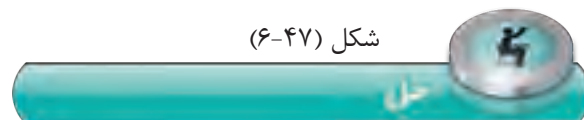


در مدار شکل (۶-۴۷) مطلوبست:

(الف) توان اکتیو (ب) توان راکتیو (ج) توان ظاهری



شکل (۶-۴۷)



(الف)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots - \dots)^2} = \dots \Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{120}{\dots} = \dots \text{ A}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{\dots} = \dots$$

$$P_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \varphi = (\dots)(\dots)(\dots) = \dots \text{ W}$$

$$\sin \varphi = \frac{|X_L - X_C|}{Z} = \frac{|\dots - \dots|}{\dots} = \dots \quad (\text{ب})$$

$$P_d = V_e \cdot I_e \cdot \sin \varphi = (\dots)(\dots)(\dots) = \dots \text{ VAR}$$

به خاطر اینکه $X_L > X_C$ است توان راکتیو مثبت است.

$$P_e = V_e \cdot I_e = (\dots)(\dots) = \dots \text{ V.A} \quad (\text{ج})$$

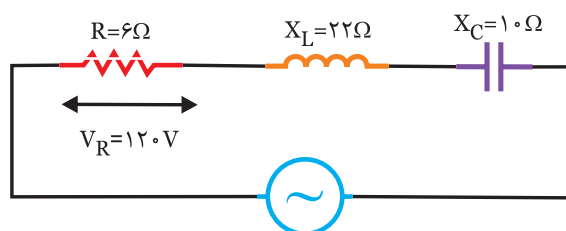


در مدار شکل (۶-۴۵) مطلوبست:

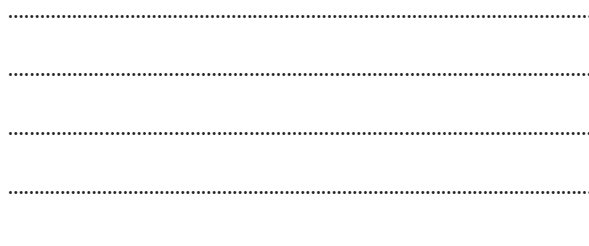
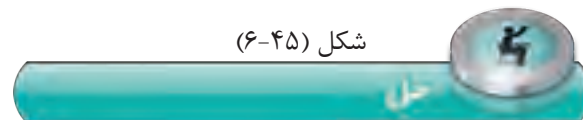
(الف) جریان منبع

(ب) ولتاژ منبع

(ج) ضریب قدرت مدار



شکل (۶-۴۵)

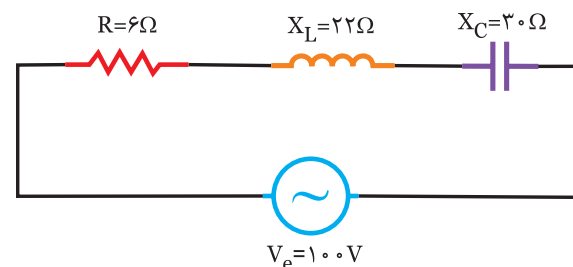


در مدار شکل (۶-۴۶) مطلوبست:

(الف) توان موثر

(ب) توان غیر موثر

(ج) توان ظاهری



شکل (۶-۴۶)



(الف) $P_e = R I_e^2 = 6(\Delta)^2 = 150 \text{ W}$

(ب) $P_{dL} = X_L I_e^2 = 8(\Delta)^2 = 200 \text{ VAR}$

$P_{dc} = -X_C I_e^2 = -12(\Delta)^2 = -300 \text{ VAR}$

$P_d = 300 - 200 = 100 \text{ VAR}$

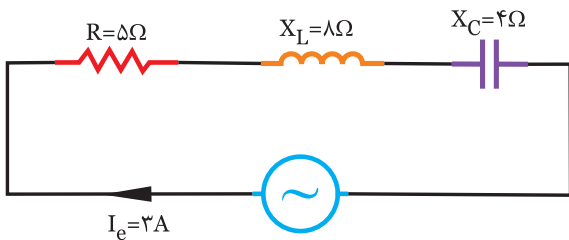
(ج)

$P_s = \sqrt{P_d^2 + P_e^2} = \sqrt{(100)^2 + (150)^2} = 180 \text{ V.A}$



در مدار شکل (۶-۵۰) مطلوبست:

(الف) توان مصرفی (ب) توان غیر موثر (ج) توان ظاهری



شکل (۶-۵۰)



(الف)

$P_e = R I_e^2 = (\dots)(\dots)^2 = \dots \text{ W}$

(ب) $P_{dc} = -X_C I_e^2 = -(\dots)(\dots)^2 = -\dots \text{ VAR}$

$P_{dL} = X_L I_e^2 = (\dots)(\dots)^2 = \dots \text{ VAR}$

$P_d = \dots - \dots = \dots \text{ VAR}$

(ج)

$P_s = \sqrt{P_d^2 + P_e^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots \text{ V.A}$

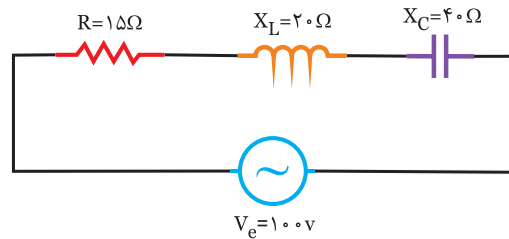


در مدار شکل (۶-۴۸) مطلوبست:

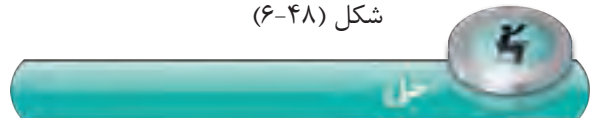
(الف) توان مفید

(ب) توان غیر مفید

(ج) ظاهری



شکل (۶-۴۸)



.....

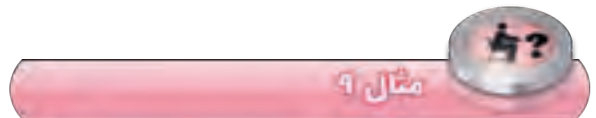
.....

.....

.....

.....

.....

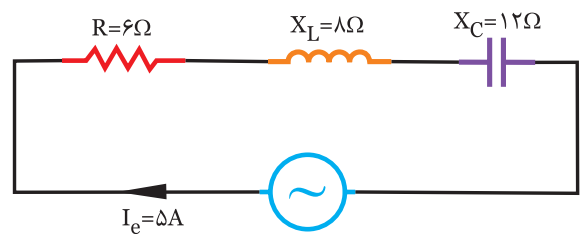


در مدار شکل (۶-۴۹) مطلوبست:

(الف) توان مصرفی

(ب) توان غیر مصرفی

(ج) توان ظاهری



شکل (۶-۴۹)



$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ A}$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i = 0 - (-45^\circ) = 45^\circ$$

$$\sin \varphi = \frac{|V_L - V_C|}{V_e} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{3V_C - V_C}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2V_C}{100} \Rightarrow V_C = 25\sqrt{2} \text{ V}$$

$$V_L = 3V_C \Rightarrow V_L = 75\sqrt{2} \text{ V}$$

$$X_L = \frac{V_L}{I_e} = \frac{75\sqrt{2}}{2} = 53\Omega$$

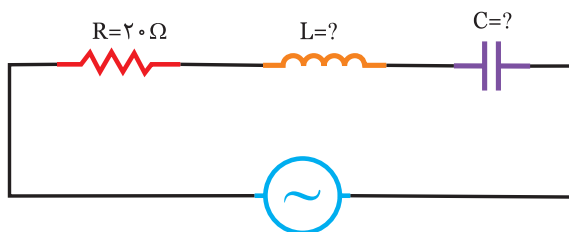
$$X_C = \frac{V_C}{I_e} = \frac{25\sqrt{2}}{2} = 17.6\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{53}{500} = 106 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{17.6 \times 500} = 113 \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۶-۵۳) اگر $V_C = 2V_L$ باشد، مطلوبست:
اندازه L و C



$$V(t) = 200 \sin(1000t - 15^\circ)$$

$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ)$$

شکل (۶-۵۳)

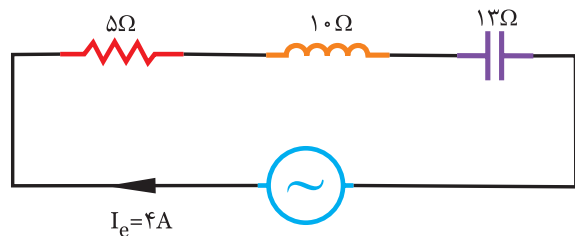


در مدار شکل (۶-۵۱) مطلوبست:

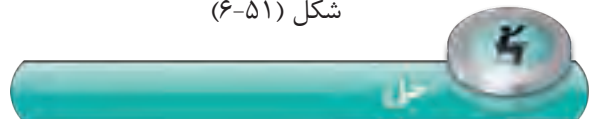
الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری



شکل (۶-۵۱)



.....

.....

.....

.....

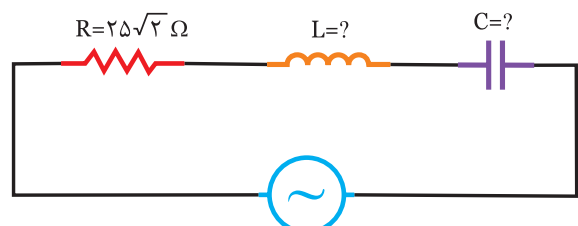
.....

.....

.....



در مدار شکل (۶-۵۲) اگر $V_L = 3V_C$ باشد، مطلوبست:
اندازه L و C



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$$

$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(500t - 45^\circ)$$

شکل (۶-۵۲)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

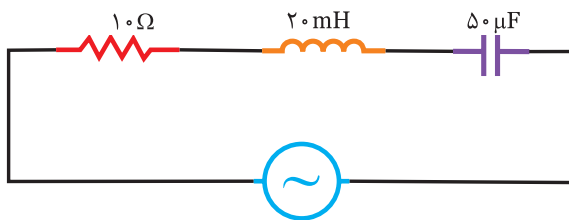


در مدار شکل (۶-۵۵) مطلوبست:

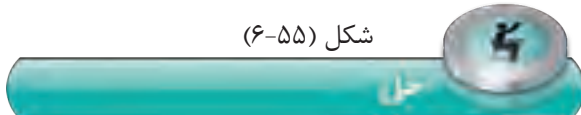
(الف) فرکانس رزونانس

(ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

(ج) فرکانس‌های نیم توان



شکل (۶-۵۵)



(الف)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-6}}} = 160 \text{ Hz}$$

(ب)

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_r L}{R} = \frac{2\pi(160)(20 \times 10^{-3})}{10} = 2$$

$$Bw = \frac{f_r}{Q_s} = \frac{160}{2} = 80 \text{ Hz}$$

(ج)

$$f_L = f_r - \frac{Bw}{2} = 160 - \frac{80}{2} = 120 \text{ Hz}$$

$$f_H = f_r + \frac{Bw}{2} = 160 + \frac{80}{2} = 200 \text{ Hz}$$



$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots \text{V}$$

$$I_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots \text{A}$$

$$\phi = \theta_V - \theta_I = -15^\circ - 30^\circ = -45^\circ$$

زاویه منفی یعنی مدار پیش فاز است.

$$\sin \phi = \frac{|V_c - V_L|}{V_e} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{2V_L - V_L}{V_e} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{V_L}{V_e}$$

$$\Rightarrow V_L = \dots\dots\dots$$

$$V_c = 2V_L = \dots\dots\dots \text{V}$$

$$X_L = \frac{V_L}{I_e} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots\dots\dots}{1000} = \dots\dots\dots \text{mH}$$

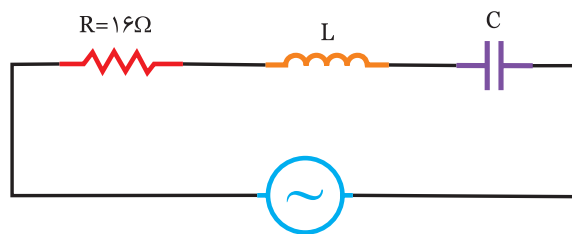
$$X_C = \frac{V_c}{I_e} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۶-۵۴) اگر $V_C = 2V_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی C و L



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$$

$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin (500t + 37^\circ)$$

شکل (۶-۵۴)



.....

.....

.....

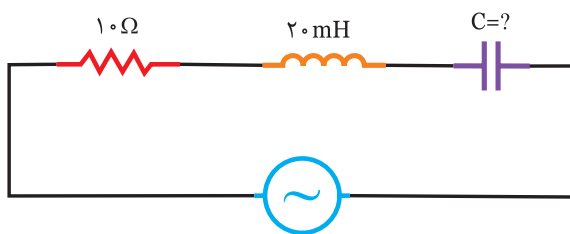
.....

.....

.....



در مدار شکل (۶-۵۸) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$$V(t) = 100 \sin(1000t + 30^\circ)$$

شکل (۶-۵۸)



شرط اینکه مدار در حالت تشدید قرار گیرد:

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(1000)^2 \times 20 \times 10^{-3}} = 50 \mu F$$

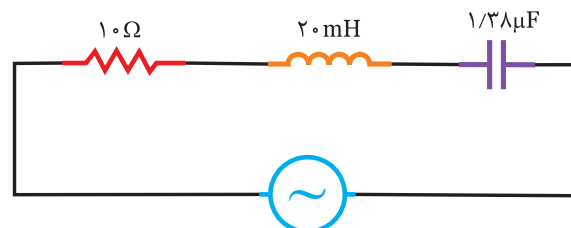


در مدار شکل (۶-۵۶) مطلوبست:

(الف) فرکانس رزونانس

(ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

(ج) فرکانس‌های قطع بالا و پایین



شکل (۶-۵۶)



$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6\sqrt{2 \times 1/38 \times 10^{-8}}} = \dots \text{ Hz (الف)}$$

$$Q_s = \frac{2\pi f_r L}{R} = \frac{2\pi(\dots)(20 \times 10^{-3})}{10} = \dots \text{ (ب)}$$

$$Bw = \frac{f_r}{Q_s} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ Hz}$$

$$f_L = f_r - \frac{Bw}{2} = \dots - \frac{\dots}{2} = \dots \text{ Hz (ج)}$$

$$f_H = f_r + \frac{Bw}{2} = \dots + \frac{\dots}{2} = \dots \text{ Hz}$$

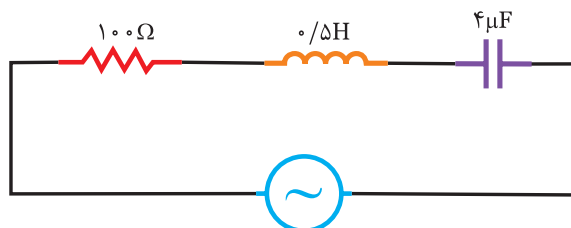


در مدار شکل (۶-۵۷) مطلوبست:

(الف) فرکانس رزونانس

(ب) ضریب کیفیت مدار و پهنای باند

(ج) فرکانس‌های نیم توان مدار



شکل (۶-۵۷)



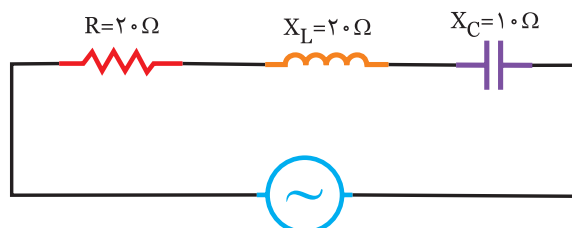
مثال ۱۳

در مدار شکل (۶-۶۱) مطلوبست:

(الف) فرکانس تشدید

(ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

(ج) جریان مدار در حالت تشدید



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۶-۶۱)



حل

(الف) ابتدا C و L را بدست می‌آوریم.

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{20}{1000} = 20 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{1000 \times 10} = 100 \mu\text{F}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-6}}}$$

$$\Rightarrow f_r = \frac{1000}{2\pi\sqrt{2}} = 112.5 \text{ Hz}$$

(ب) از آنجائیکه در رزونانس $X_L = X_C$ می‌باشد، لذا:

$$Z = R \Rightarrow Z = 20 \Omega$$

(ج)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

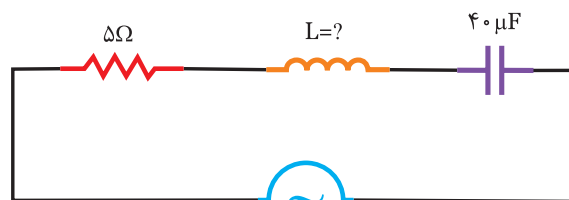
$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$



فعالیت ۱۲

در مدار شکل (۶-۵۹) اندوکتانس L را چنان تعیین کنید

که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$$V(t) = 50\sqrt{2} \sin(500t - 10^\circ)$$

شکل (۶-۵۹)



حل

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

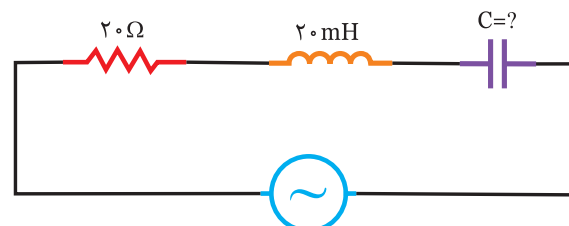
$$\Rightarrow L = \frac{1}{\dots \times \dots} = \dots \text{ mH}$$



تمرین

در مدار شکل (۶-۶۰) ظرفیت C را چنان تعیین کنید که

$Z = R$ باشد.



$$\omega = 250 \text{ rad/s}$$

شکل (۶-۶۰)



حل

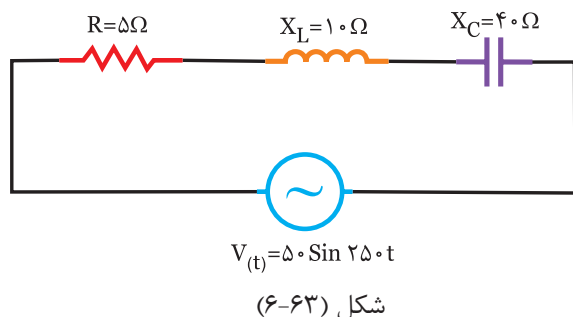
.....

.....

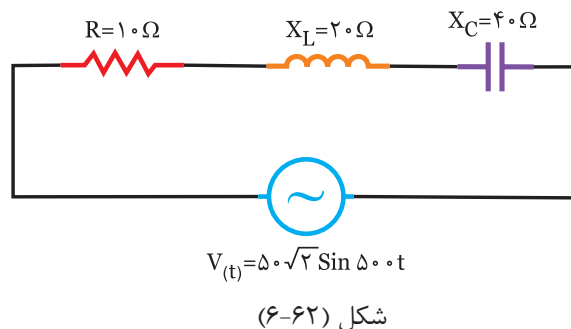
.....



در مدار شکل (۶-۶۳) مطلوبست:
 الف) فرکانس رزونانس
 ب) امپدانس در حالت تشدید
 ج) جریان مدار در حالت تشدید



در مدار شکل (۶-۶۲) مطلوبست:
 الف) فرکانس تشدید
 ب) امپدانس در حالت تشدید
 ج) جریان مدار در حالت رزونانس



.....



الف) $L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots \text{ mH}$

$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{\dots\dots \times \dots\dots} = \dots\dots \mu\text{F}$

$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\dots\dots \times \dots\dots}} = \dots\dots \text{ Hz}$

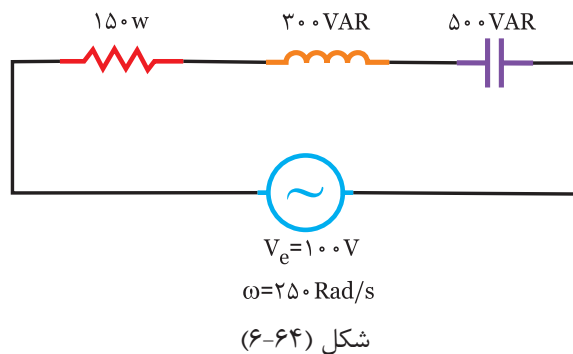
ب) $Z = R \Rightarrow Z = \dots\dots \Omega$

ج) $V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots \text{ V}$

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots \text{ A}$



در مدار شکل (۶-۶۴) مطلوبست:
 الف) اندازه‌ی جریان منبع
 ب) اندازه‌ی R، L و C





$$P_s = \sqrt{P_e^2 + (\dots - \dots)^2} \quad (\text{الف})$$

$$\Rightarrow P_s = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots - \dots)^2} = \dots \text{ V.A}$$

$$P_s = V_e I_e \Rightarrow I_e = \frac{P_s}{V_e} = \frac{\dots}{200} = \dots \text{ A}$$

$$R = \frac{P_e}{I_e^2} = \frac{60}{\dots} = \dots \Omega \quad (\text{ب})$$

$$X_L = \frac{P_{dL}}{I_e^2} = \frac{120}{\dots} = \dots \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots}{500} = \dots \text{ mH}$$

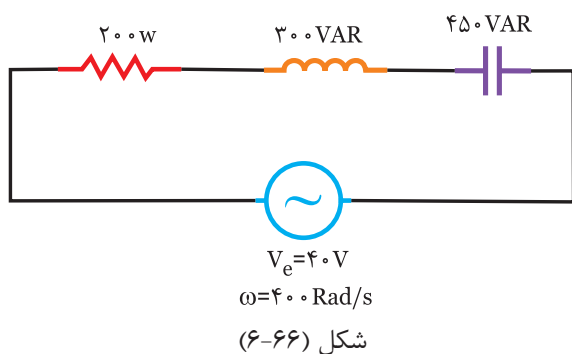
$$X_c = \frac{P_{dc}}{I_e^2} = \frac{200}{\dots} = \dots \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{\dots \times 500} = \dots \mu\text{F}$$



در مدار شکل (۶-۶۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع ب) اندازه‌ی R، L و C



$$P_s = \sqrt{P_e^2 + (P_{dL} - P_{dc})^2} \quad (\text{الف})$$

$$\Rightarrow P_s = \sqrt{(150)^2 + (500 - 300)^2} = 250 \text{ V.A}$$

$$P_s = V_e I_e \Rightarrow I_e = \frac{P_s}{V_e} = \frac{250}{100} = 2.5 \text{ A}$$

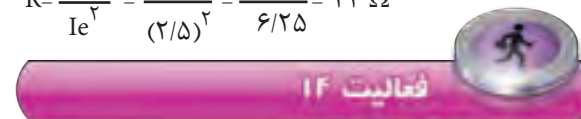
$$X_L = \frac{P_{dL}}{I_e^2} = \frac{300}{(2.5)^2} = \frac{300}{6.25} = 48 \Omega \quad (\text{ب})$$

$$X_c = \frac{P_{dc}}{I_e^2} = \frac{500}{(2.5)^2} = \frac{500}{6.25} = 80 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{48}{250} = 192 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{X_c \omega} = \frac{1}{80 \times 250} = 50 \mu\text{F}$$

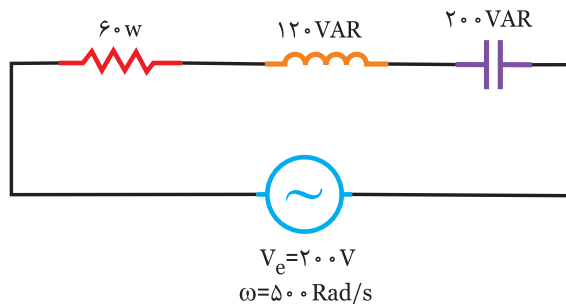
$$R = \frac{P_e}{I_e^2} = \frac{150}{(2.5)^2} = \frac{150}{6.25} = 24 \Omega$$



در مدار شکل (۶-۶۵) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع

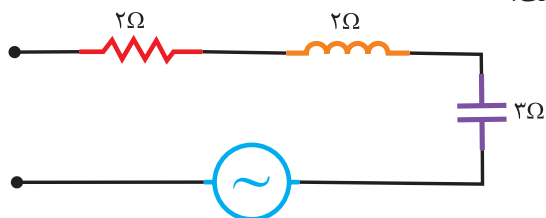
ب) اندازه‌ی R، L و C



شکل (۶-۶۵)



۱- در شکل (۶-۶۷) اگر $V_C = 24V$ باشد. ولتاژ ورودی چند ولت است؟



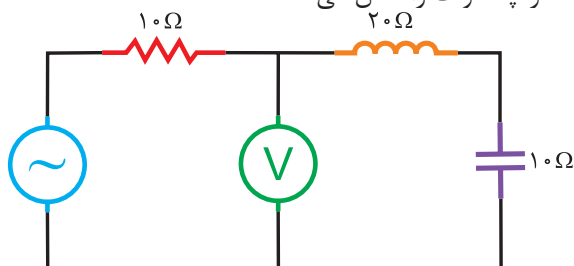
شکل (۶-۶۷)

- (۱) ۴۳/۱
(۲) ۳۲
(۳) ۲۴
(۴) ۱۷/۹

۲- در مدار RLC سری اگر $L = 15 \text{ mH}$ ، $V_g = 1 \sin 200t$ ، $i(t) = 1 \sin(200t + 30^\circ)$ باشد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

- (۱) ۱۲۵
(۲) ۵۰۰
(۳) ۶۲۵
(۴) ۲۵۰۰

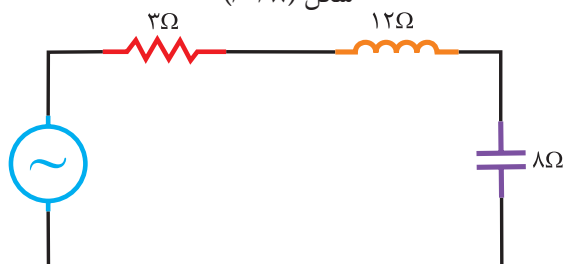
۳- در مدار شکل (۶-۶۸) اگر توان مصرفی ۱۶۰ وات باشد ولت متر چند ولت را نشان می‌دهد.



شکل (۶-۶۸)

- (۱) ۴۰
(۲) ۱۲۰
(۳) ۸۰
(۴) ۱۶۰

۴- در مدار شکل (۶-۶۹) ولتاژ دو سر خازن چند ولت است.

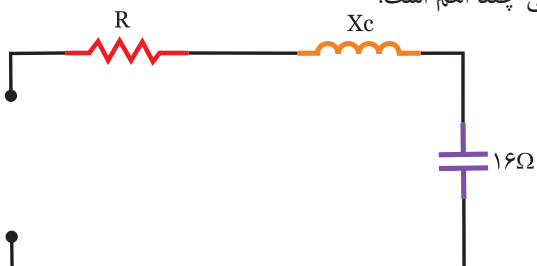


$$V(t) = 20\sqrt{2} \sin 300t$$

شکل (۶-۶۹)

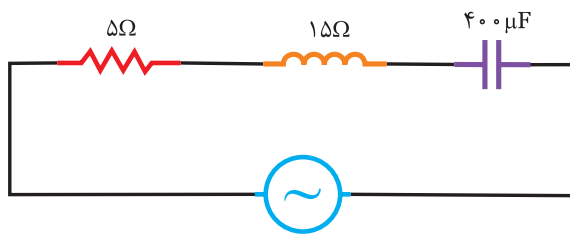
- (۱) ۲/۵
(۲) ۳۲
(۳) ۱۲۰
(۴) ۱۶۰

۵- در مدار شکل (۶-۷۰) اگر ضریب توان ۰/۸ باشد، راکتانس خازنی چند اهم است.



شکل (۶-۷۰)

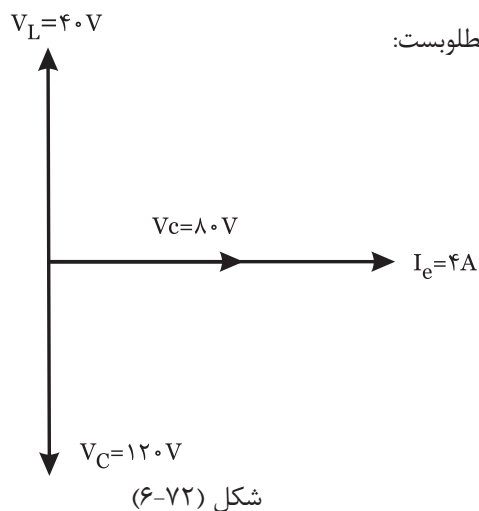
- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۲



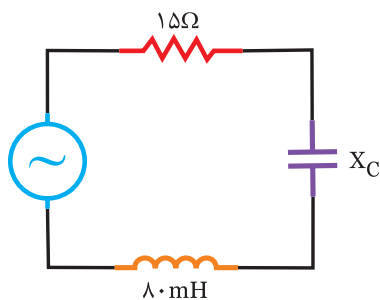
$$V_{R(t)} = 20 \sin 500t$$

شکل (۶-۷۱)

۶- در مدار شکل (۶-۷۱) مطلوبست:
 الف) معادله‌ی زمانی جریان مدار
 ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ کل، L و C



۷- در مدار RLC سری دیاگرام برداری مطابق شکل (۶-۷۲) می‌باشد، مطلوبست:
 امپدانس مدار و توان ظاهری



$$V_C(t) = 100 \sin(500t - 20^\circ)$$

$$i(t) = 5 \sin(500t + 70^\circ)$$

شکل (۶-۷۳)

۸- در شکل (۶-۷۳) مطلوبست:
 الف) امپدانس مدار
 ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ کل
 ج) توان‌های اکتیو- راکتیو و ظاهری

۹- اگر در مدار RLC سری فرکانس زیاد شود، توان مفید
 ۱۰- منحنی تاثیر فرکانس بر $\cos \phi$ را در مدار RLC سری محاسبه و رسم کنید.

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

راهنمایی:

نمودار Z را بدست آورده و با توجه به ثابت بودن R نمودار $\cos \phi$ را رسم نمایید.
 به کمک موتورهای جستجوگر درباره لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

$$f_r = \text{Resonance Frequency (۱)}$$

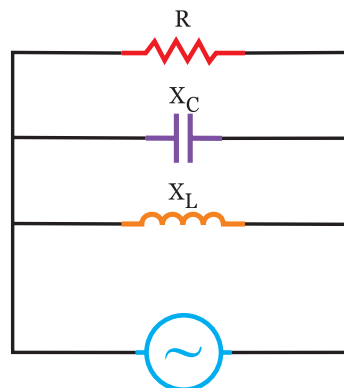
$$BW = \text{Band Width (۲)}$$

$$f_r = \text{Low Frequency (۳)}$$

$$f_H = \text{High Frequency (۴)}$$

۳-۶- مدارهای RLC موازی:

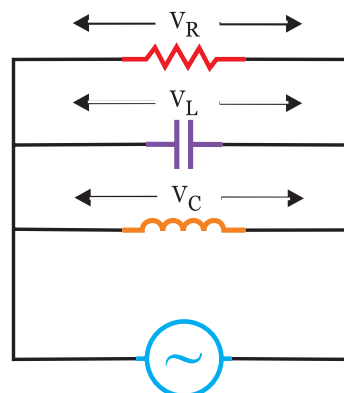
هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی و یک مقاومت اهمی به صورت موازی به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود، مطابق شکل (۶-۷۴) مدار RLC موازی را تشکیل می‌دهد.



شکل (۶-۷۴)

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

در مدارهای RLC موازی ولتاژ منبع با ولتاژهای هر یک از عناصر که در شکل (۶-۷۵) دیده می‌شود، برابر می‌باشد.



شکل (۶-۷۵)

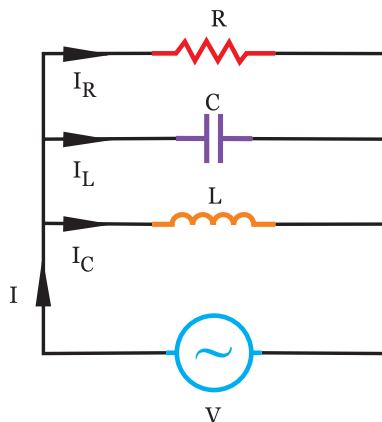
در این مدارها در شکل (۶-۷۶) جریان منبع به نسبت عکس مقاومت‌های اهمی- سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

$$I_R = \frac{V_e}{R}$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L}$$

$$I_C = \frac{V_e}{X_C}$$



شکل (۶-۷۶)

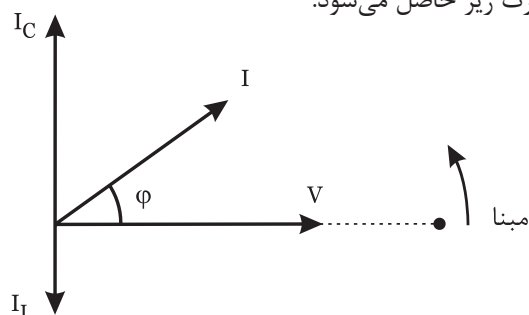
در مدارهای RLC موازی اختلاف فاز ϕ درجه می‌باشد که از روابط زیر بدست می‌آید.

$$\cos\phi = \frac{Z}{R} \quad \cos\phi = \frac{I_R}{I}$$

$$V_{(t)} = V_m \sin \omega t$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t \pm \phi)$$

اگر $X_L > X_C$ باشد، مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۷۷) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۶-۷۷)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ ϕ درجه جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریانی منبع به صورت $i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + \phi)$ نوشته می‌شود.
- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L نسبت به V، 90° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_C > I_L$ است.
- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

$$X_L = X_C \Rightarrow I_C = I_L$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = I_R$$

$$X_L = X_C \Rightarrow 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای RLC ابتدا $\cos \varphi$ و $\sin \varphi$ را بدست می آوریم.

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} \text{ یا } \cos \varphi = \frac{I_R}{I} \text{ ضریب قدرت}$$

$$\sin \varphi = \frac{|I_L - I_C|}{I} \text{ یا } \sin \varphi = Z \left| \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right|$$

- توان موثر برابر است با: $P_e = V_e I_e \cos \varphi$

- توان غیر موثر برابر است با: $P_d = V_e I_e \sin \varphi$

اگر $X_L > X_C$ باشد مدار پیش فاز بوده و P_d منفی می شود و اگر $X_L < X_C$ باشد مدار پس فاز بوده و P_d مثبت می شود.

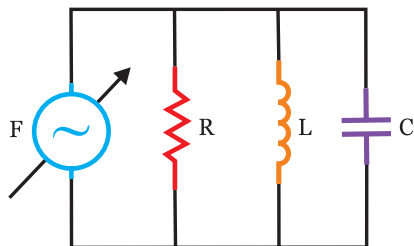
- توان ظاهری $P_s = V_e I_e$

۴-۶- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC موازی:

از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L = 2\pi fL$ افزایش می یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$ کاهش می یابد لذا با توجه به فرمول های

$$I = \frac{V}{Z} \text{ و } Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

(۸۰-۶) تا (۸۳-۶)، Z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزونانس بررسی می شود.



شکل (۸۰-۶)

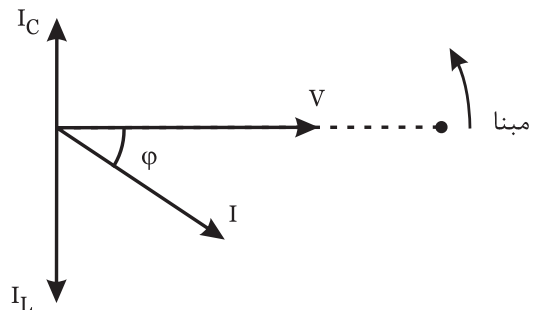
در تمام تغییرات فرکانس مقدار R ثابت است.

سه حالت در این مدار اتفاق می افتد.

(۱) فرکانس صفر (جریان مستقیم)

I_C نسبت به V ، 90° جلوتر ترسیم می شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_C > I_L$ است.

اگر $X_L < X_C$ باشد، مراحل ایجاد نمودار شکل (۷۸-۶) به صورت زیر حاصل می شود.



شکل (۷۸-۶)

- مینا را ترسیم کنید.

- بردار V را رسم کنید.

- جریان منبع از ولتاژ φ درجه عقب تر است.

- معادله ی زمانی جریان منبع به صورت

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

نوشته می شود.

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب تر است لذا

I_L نسبت به V ، 90° عقب تر ترسیم می شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_C > I_L$ است.

- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

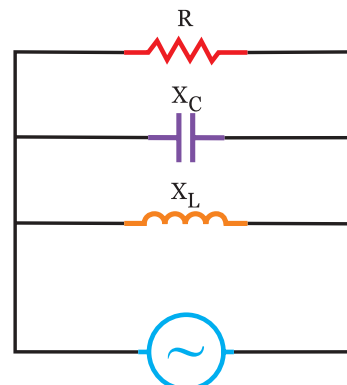
I_C نسبت به V ، 90° جلوتر ترسیم می شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_C > I_L$ است.

اگر $X_L = X_C$ باشد.

از آنجائیکه $V_L = V_C$ می باشد جریان عبوری از سلف و

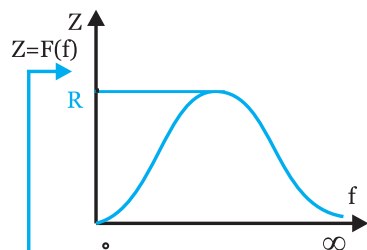
خازن در مدار شکل (۷۹-۶) برابر می شود لذا جریان منبع برابر

جریان مقاومت خواهد شد که مدار در حالت رزونانس می باشد.



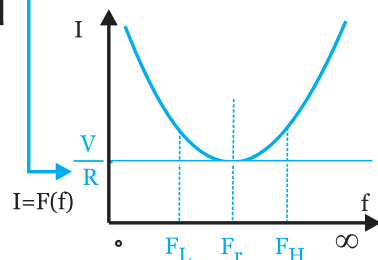
شکل (۷۹-۶)

امپدانس تابعی
از فرکانس است.



F	•	Fr	∞
Z	•	R	•
I	∞	V/R	∞

جریان تابعی
از فرکانس است.



شکل (۶-۸۳)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftarrow X_L = X_C$$

$$\omega_r = 2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q_s = RC\omega_r$$

$$BW = \frac{f_r}{Q_s}$$

فرکانس نیم توان پایین (قطع پایین)

$$f_L = f_1 = f_r - \frac{BW}{2}$$

فرکانس نیم توان بالا (قطع بالا)

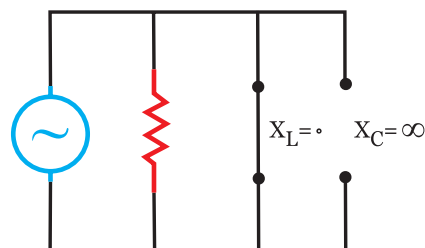
$$f_H = f_2 = f_r + \frac{BW}{2}$$

برای محاسبه امپدانس در مدار RLC موازی بهتر است.

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad X = \frac{X_C \cdot X_L}{X_C - X_L}$$



برای بدست آوردن پهنای باند می توان از $BW = \frac{1}{2\pi RC}$ بدست آورد.

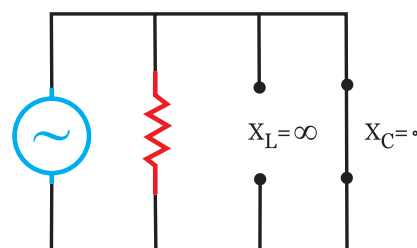


شکل (۶-۸۱)

سلف مدار را اتصال کوتاه می کند.

$$f=0 \Rightarrow \begin{aligned} X_L &= 0 \\ X_C &= \infty \\ Z &= 0 \\ I &= \infty \end{aligned}$$

(۲) فرکانس بی نهایت:



شکل (۶-۸۲)

خازن مدار را اتصال کوتاه می کند.

$$f=\infty \Rightarrow \begin{aligned} X_L &= \infty \\ X_C &= 0 \\ Z &= 0 \\ I &= \infty \end{aligned}$$

(۳) فرکانس رزونانس (تشدید) که باعث می شود، داشته

باشیم:

$$f = f_r \Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow Z = R$$

$$I_L = I_C \Rightarrow I_e = I_R$$

$$\varphi = 0$$

$$\cos \varphi = 1$$

مدار کاملاً اهمی

$$P_e = P_s$$

توان ظاهری برابر توان اکتیو

$$P_d = 0$$

توان راکتیو نداریم.

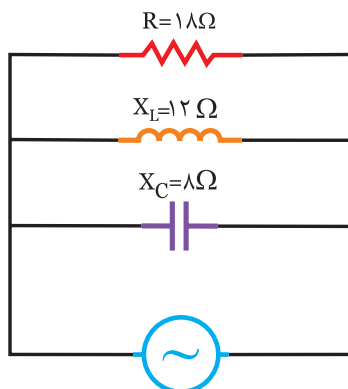
$$I = \frac{V}{R}$$

نتایج بررسی شده را می توان در جدول شکل (۶-۸۳)

خلاصه کرد.

فعالیت ۱۵

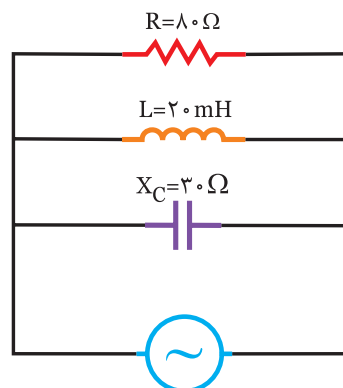
در مدار شکل (۶-۸۵) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۶-۸۵)

مثال ۱۵

در مدار شکل (۶-۸۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$V(t) = 10\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۶-۸۴)

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{|X_L - X_C|} = \frac{(\dots)(\dots)}{|\dots - \dots|} = \dots \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{(\dots)(\dots)}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} = 48 \Omega$$

توضیح: چون $X_L > X_C$ می باشد، مدار است.

ابتدا X_L را بدست می آوریم.

$$X_L = \omega L = 1000 \times 20 \times 10^{-3} = 20 \Omega$$

به جای استفاده از فرمول

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

که محاسبه آن کمی دشوارتر است می توان از فرمول های زیر استفاده کرد.

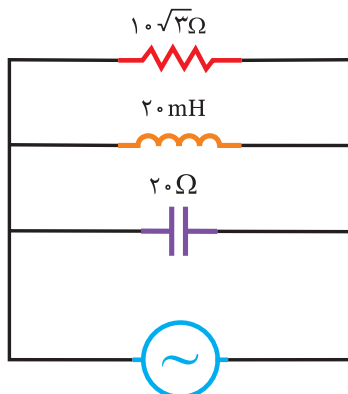
$$X = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{20 \times 30}{|30 - 20|} = 60 \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{80 \times 60}{\sqrt{80^2 + 60^2}} = \frac{4800}{100} = 48 \Omega$$

توضیح: چون $X_C > X_L$ می باشد، مدار پس فاز است.

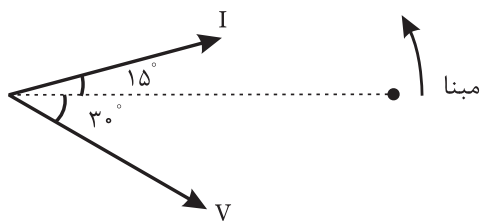
تمرین

در مدار شکل (۶-۸۶) امپدانس مدار را بدست آورید.



$$\omega = 500 \text{ Rad/s}$$

شکل (۶-۸۶)



شکل (۶-۸۸)

- در این مدار $X_L > X_C$ است مدار پیش فاز و جریان منبع $\cos \varphi$ درجه از ولتاژ مدار جلوتر است لذا با بدست آوردن $\cos \varphi$ داریم.

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{60\sqrt{2}}{120} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

- با توجه به موقعیت بردار I معادله به صورت زیر

$$I_m = \sqrt{2} I_e = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \text{ A} \quad \text{می شود.}$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i_{(t)} = 2 \sin(500t + 15^\circ)$$

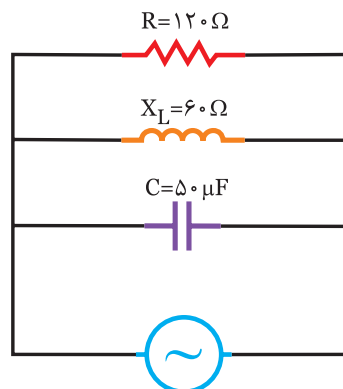


مثال ۱۷

در مدار شکل (۶-۸۷) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع



$$V_{(t)} = 120\sqrt{2} \sin(500t - 30^\circ)$$

شکل (۶-۸۷)

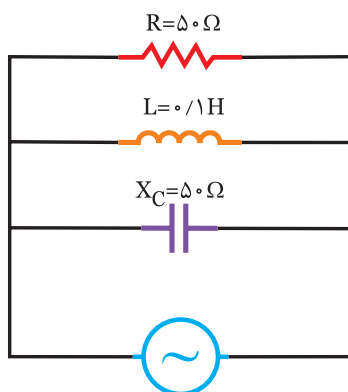


فعالیت ۱۷

در مدار شکل (۶-۸۹) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع



$$V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin 250t$$

شکل (۶-۸۹)



حل

الف) ابتدا مقدار X_C را بدست می آوریم.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \times 50 \times 10^{-6}} = 40 \Omega$$

$$X = \frac{X_C \cdot X_L}{|X_C - X_L|} = \frac{40 \times 60}{|60 - 40|} = 120 \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{120 \times 120}{\sqrt{120^2 + 120^2}} = 60\sqrt{2} \Omega$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ V}$$

جریان مدار

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{120}{60\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ A}$$

ب) برای نوشتن معادله زمانی جریان نیاز به دیاگرام

برداری می باشد که به صورت زیر عمل می نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.

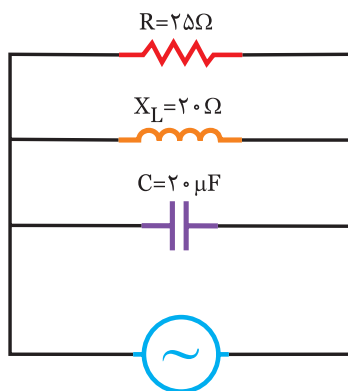
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.

الف) جریان مدار
ب) معادله زمانی جریان منبع

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



در مدار شکل (۶-۹۱) مطلوبیست:
الف) ولتاژ منبع
ب) معادله زمانی ولتاژ منبع



$$i_{(t)} = 2\sqrt{2} \sin(50 \cdot t - 70^\circ)$$

شکل (۶-۹۱)



الف) ابتدا X_L را بدست آورید.

$$X_L = \omega \cdot L = (250) (\dots) = \dots \Omega$$

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{|X_L - X_C|} = \frac{(\dots)(\dots)}{|\dots - \dots|} = \dots \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{(\dots)(\dots)}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} = \dots \Omega$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \dots V$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\dots}{\dots} = \dots A \quad \text{جریان مدار}$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_C > X_L$ است لذا پس فاز بوده و جریان ϕ درجه عقب‌تر از ولتاژ مدار خواهد بود.

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{\dots}{50} = \dots \Rightarrow \phi = \dots$$

دیاگرام برداری را کامل کنید.

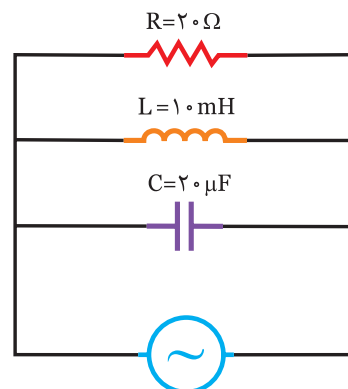


$$I_m = \sqrt{2} I_e = \sqrt{2} (\dots) = \dots A$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - \phi) \Rightarrow i_{(t)} = \dots \sin(250 \cdot t - \dots)$$



در مدار شکل (۶-۹۰) مطلوبیست:

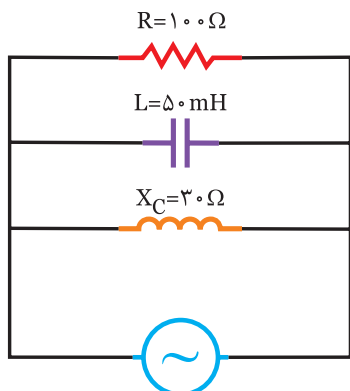


شکل (۶-۹۰)

در مدار شکل (۹۳-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع



$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t + 53^\circ)$$

شکل (۹۳-۶)

الف) ابتدا X_L را بدست آورید.

$$X_L = \omega L = 1000 \times 50 \times 10^{-3} = \dots \Omega$$

$$X = \frac{X_L \cdot X_c}{|X_L - X_c|} = \frac{(\dots)(\dots)}{|\dots - \dots|} = \dots \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{(100)(\dots)}{\sqrt{(100)^2 + (\dots)^2}} = \dots \Omega$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \dots A$$

ولتاژ منبع

$$V_e = Z \cdot I_e = (\dots)(\dots) = \dots V$$

ب) برای نوشتن معادله زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام

بردار می‌باشد که به در این مدار $X_L > X_c$ است لذا پیش فاز

بوده و ولتاژ منبع ϕ درجه عقب‌تر است و آن را رسم کنید.

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{\dots}{100} = \dots \Rightarrow \phi = 53^\circ$$

الف) ابتدا X_c را بدست آورید.

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \times 20 \times 10^{-6}} = 100 \Omega$$

$$X = \frac{X_c \cdot X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{100 \times 20}{|100 - 20|} = 25 \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{25 \times 25}{\sqrt{25^2 + 25^2}} = \frac{25}{\sqrt{2}} \Omega$$

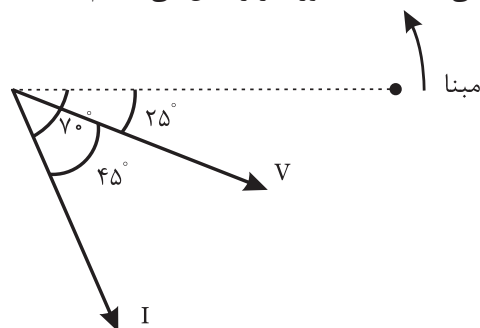
$$V_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 A$$

ولتاژ منبع

$$V_e = Z \cdot I_e = \frac{25}{\sqrt{2}} \times 2 = 25\sqrt{2} V$$

ب) برای نوشتن معادله زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام

بردار می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نمایم.



شکل (۹۲-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.

- بردار $i(t)$ را رسم کنید.

- در این مدار $X_c > X_L$ است مدار پس فاز و ولتاژ منبع

ϕ درجه از جریان مدار جلوتر است و آن را رسم کنید.

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{\frac{25}{\sqrt{2}}}{25} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \phi = 45^\circ$$

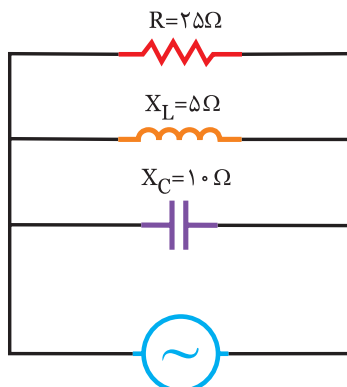
- با توجه به موقعیت بردار V معادله زمانی آن را

$$V_m = \sqrt{2} V_e = \sqrt{2} \times (25 \sqrt{2}) = 50 V$$

$$V(t) = V_m \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow V(t) = 50 \sin(500t - 25^\circ)$$

مثال ۱۸

در مدار شکل (۶-۹۵) مطلوبست:
الف) جریان عبوری از سلف، خازن و مقاومت
ب) معادله‌ی زمانی جریان آن‌ها



$$V(t) = 50\sqrt{2} \sin(1000t - 20^\circ)$$

شکل (۶-۹۵)

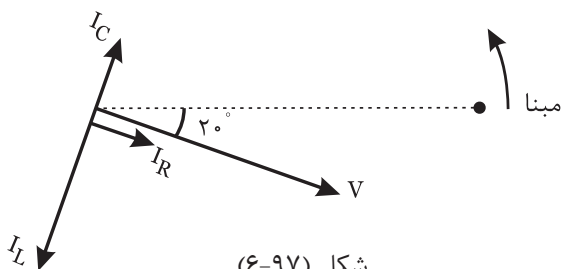
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50 \text{ V}$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{50}{5} = 10 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_e}{X_C} = \frac{50}{10} = 5 \text{ A}$$

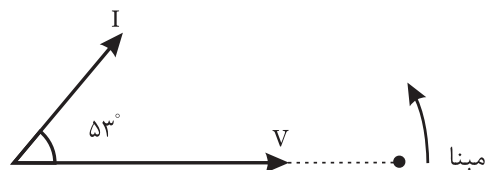
$$I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{50}{25} = 2 \text{ A}$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.



شکل (۶-۹۷)

- مینا را ترسیم کنید.
- معادله زمانی ولتاژ منبع را رسم کنید.



$$V_m = \sqrt{2} V_e = \sqrt{2} (\dots) = \dots \text{ V}$$

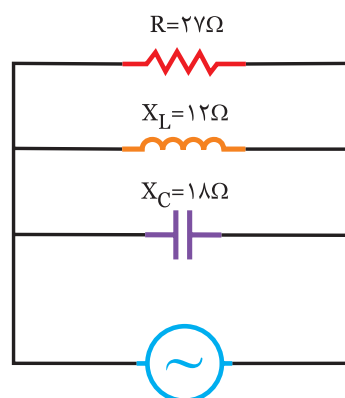
$$V(t) = \dots \sin(1000t)$$

تمرین

در مدار شکل (۶-۹۴) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع



$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin(500t - 37^\circ)$$

شکل (۶-۹۴)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



(الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{48\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots \text{ V}$$

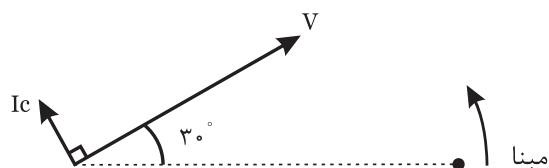
$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$X_L = \omega L = (500) (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \Omega$$

$$I_c = \frac{V_e}{X_c} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

(ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان عناصر باید مبنا را مشخص کرده و باید دیاگرام معادله‌ی زمانی ولتاژ را رسم کنیم و سپس دیاگرام I_L ، I_C و I_R را رسم نماییم. دیاگرام را کامل کنید.



شکل (۶-۹۹)

$$I_{Lm} = \sqrt{2} I_L = \sqrt{2} (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$I_{cm} = \sqrt{2} I_c = \sqrt{2} (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$I_{Rm} = \sqrt{2} I_R = \sqrt{2} (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$i_{L(t)} = \dots\dots\dots \sin(500t - \dots\dots\dots)$$

$$i_{C(t)} = \dots\dots\dots \sin(500t + 120^\circ)$$

$$i_{R(t)} = \dots\dots\dots \sin(500t + \dots\dots\dots)$$

- در سلف جریان 90° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L ، 90° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.

- در خازن جریان 90° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_C ، 90° از ولتاژ مدار جلوتر است.

- در مقاومت، جریان هم فاز ولتاژ دو سرش است لذا I_R هم فاز ولتاژ مدار است.

$$I_{Lm} = \sqrt{2} I_L = \sqrt{2} (10) = 10\sqrt{2} \text{ A}$$

$$I_{cm} = \sqrt{2} I_c = \sqrt{2} (5) = 5\sqrt{2} \text{ A}$$

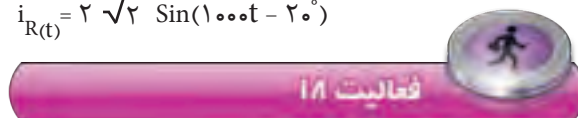
$$I_{Rm} = \sqrt{2} I_R = \sqrt{2} (2) = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

با توجه به موقعیت بردارها معادلات را می‌نویسیم.

$$i_{L(t)} = 10\sqrt{2} \sin(1000t - 110^\circ)$$

$$i_{C(t)} = 5\sqrt{2} \sin(1000t + 70^\circ)$$

$$i_{R(t)} = 2\sqrt{2} \sin(1000t - 20^\circ)$$

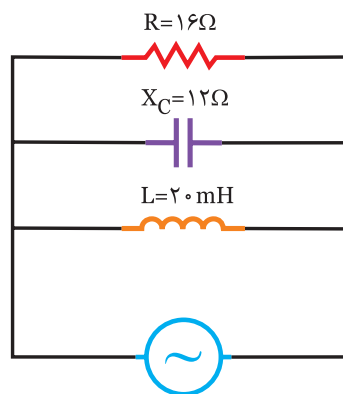


فعالیت ۱۸

در مدار شکل (۶-۹۸) مطلوبست:

(الف) جریان عبوری از عناصر

(ب) معادله‌ی زمانی جریان‌های عناصر



$$V(t) = 48\sqrt{2} \sin(500t + 30^\circ)$$

شکل (۶-۹۸)

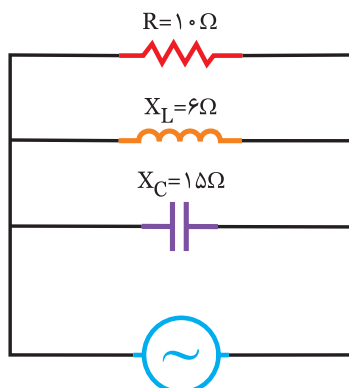


در مدار شکل (۱۰۱-۶) مطلوبست:

(الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

(ب) جریان R ، L و C

(ج) معادله‌ی زمانی جریان R ، L و C



$$i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$

شكل (١٠١-٦)



(الف)

$$X = \frac{X_c \cdot X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{15 \times 6}{|15 - 6|} = 10 \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^r + X^r}} = \frac{1_0 \times 1_0}{\sqrt{1_0^r + 1_0^r}} = \frac{1_{00}}{1_0 \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 \text{ A}$$

$$V_e = Z I_e \Rightarrow V_e = 5\sqrt{2} \times 5 = 25\sqrt{2} \text{ V}$$

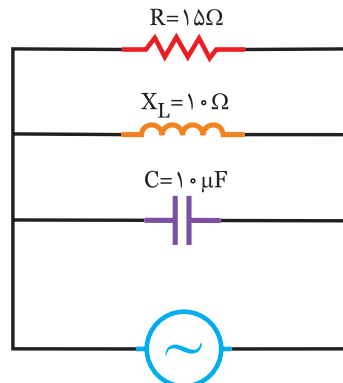
برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دی‌اگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_c > X_L$ ، مدار خاصیت سلفی دارد و ولتاژ مدار
درجه جلوتر از جریان مدار است.

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{5\sqrt{2}}{12.0} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$



در مدار شکل (۱۰۰-۶) مطلوبست:



$$V_{(t)} = \epsilon \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

شكل (١٠٠-٦)

الف) جریان عبوری از عناصر

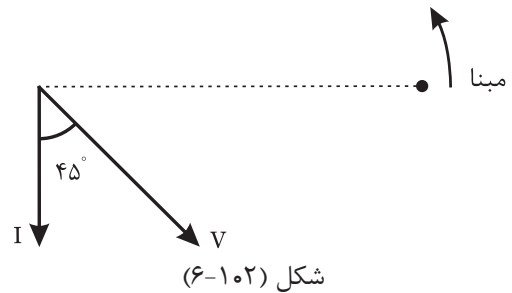
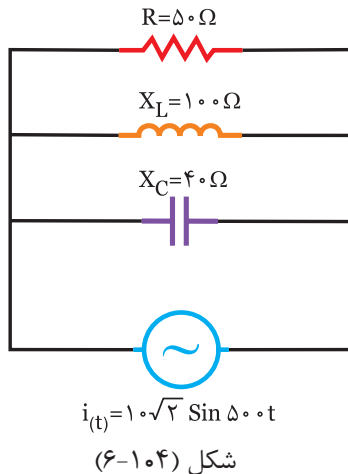
(ب) معادله‌ی زمانی جریان‌های عناصر



حل

فعالیت ۱۹

در مدار شکل (۶-۱۰۴) مطلوبست:
الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن
ب) جریان R ، L و C
ج) معادله‌ی زمانی جریان R ، L و C



$$V_m = \sqrt{2} V_e = \sqrt{2} (25\sqrt{2}) = 50 \text{ V}$$

$$V_{(t)} = V_m \sin(\omega t - 45^\circ) \Rightarrow V_{(t)} = 50 \sin(1000t - 45^\circ)$$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان R ، L و C را بدست آورید.

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{25\sqrt{2}}{100} = 0.353 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_e}{X_C} = \frac{25\sqrt{2}}{40} = 0.884 \text{ A}$$

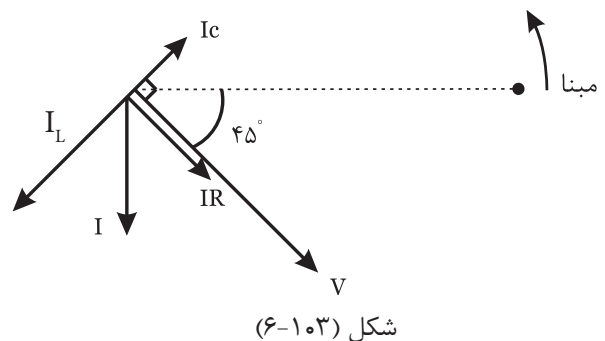
$$I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{25\sqrt{2}}{50} = 0.707 \text{ A}$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان R ، L و C دیگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان سلف 90° عقب‌تر از ولتاژ و جریان خازن 90° جلوتر از ولتاژ مدار و جریان مقاومت هم فاز ولتاژ می‌باشد. معادله زمانی I_R و I_L ، I_C را می‌نویسیم.

$$I_{Rm} = \sqrt{2} I_R = 0.5 \text{ A}$$

$$I_{Lm} = \sqrt{2} I_L = 0.5 \text{ A}$$

$$I_{cm} = \sqrt{2} I_C = 1.25 \text{ A}$$



$$i_{L(t)} = 0.5 \sin(1000t - 135^\circ)$$

$$i_{C(t)} = 1.25 \sin(1000t + 45^\circ)$$

$$i_{R(t)} = 0.5 \sin(1000t - 45^\circ)$$

الف)

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{|X_L - X_C|} = \frac{(100)(40)}{|100 - 40|} = 142.86 \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{(50)(142.86)}{\sqrt{50^2 + (142.86)^2}} = 44.72 \Omega$$

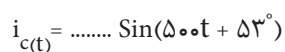
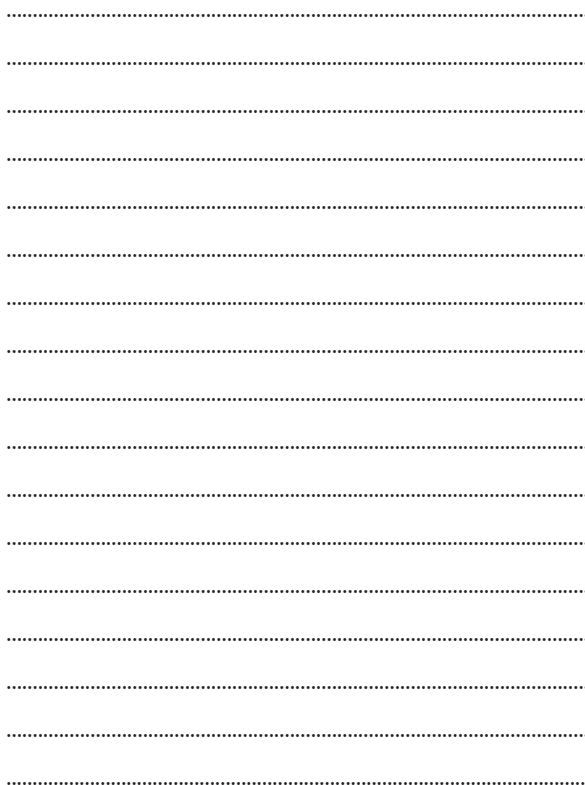
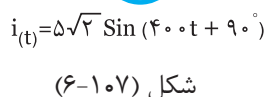
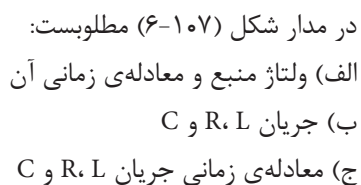
$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ A}$$

$$V_e = Z \cdot I_e = 44.72 \times 10 = 447.2 \text{ V}$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_L > X_C$ است مدار خاصیت دارد و ولتاژ ϕ درجه از جریان مدار است.

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{44.72}{50} = 0.8944 \Rightarrow \phi = 26.5^\circ$$



$$\frac{1}{20} = \frac{1}{X_L} - \frac{1}{20} \Rightarrow X_L = 10 \Omega$$

(ب)

$$X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{500} = 20 \text{ mH}$$

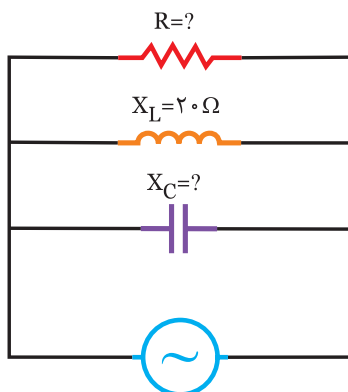
فعالیت ۲۰

در مدار شکل (۶-۱۱۰) مطلوبست:

(الف) مقاومت خازنی

(ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد

(ج) مقاومت اهمی



$$V(t) = 200 \sin(500t - 60^\circ)$$

$$i(t) = 10\sqrt{2} \sin(500t - 15^\circ)$$

شکل (۶-۱۱۰)

حل

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2} \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ A}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{100\sqrt{2}}{10} = \dots \Omega$$

(الف)

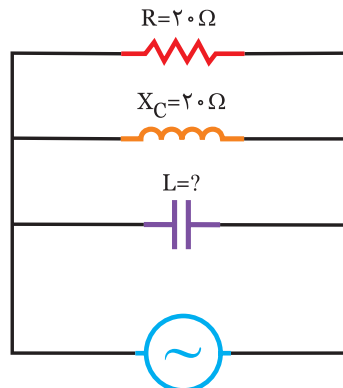
؟

مثال ۲۰

در مدار شکل (۶-۱۰۸) مطلوبست:

(الف) مقاومت سلفی

(ب) اندوکتانس سلفی



$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(500t + 90^\circ)$$

$$i(t) = 10 \sin(500t + 45^\circ)$$

شکل (۶-۱۰۸)

حل

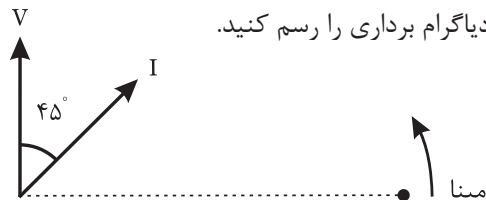
(الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ A}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{100}{5\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \text{ A}$$

دیagram برداری را رسم کنید.



شکل (۶-۱۰۹)

چون ولتاژ مدار ۴۵ جلوتر از جریان می باشد مدار پس فاز

$$\sin \phi = Z \left| \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right| \Rightarrow \text{و } X_L < X_C \text{ می باشد.}$$

$$\sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \left| \frac{1}{X_L} - \frac{1}{20} \right| \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \times \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{20} \right) \Rightarrow$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

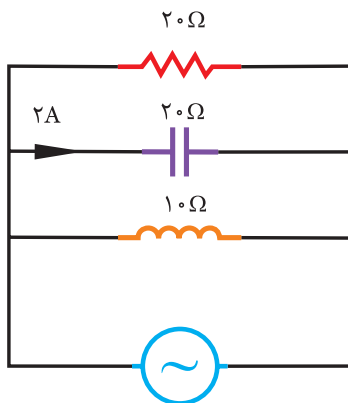
.....

.....

.....



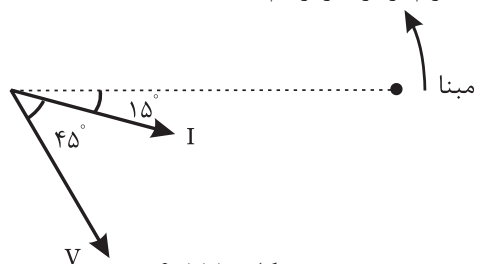
در مدار شکل (۶-۱۱۳) مطلوبست:



شکل (۶-۱۱۳)

- الف) ولتاژ منبع
ب) جریان منبع
ج) ضریب قدرت مدار

دیاگرام برداری را رسم کنید.



شکل (۶-۱۱۱)

چون ولتاژ ۴۵ عقب‌تر از جریان می‌باشد مدار پیش فاز

$\sin \phi = Z \left| \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right| \Rightarrow$ و $X_L > X_C$ می‌باشد.

$\sin 45^\circ = \dots \left| \frac{1}{X_C} - \frac{1}{20} \right| \Rightarrow$

$\dots = \dots \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{20} \right) \Rightarrow X_C = \dots \Omega$

ب) $X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{500 \times \dots} = \dots \mu F$

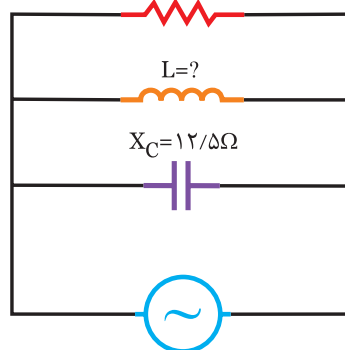
ج) $\cos \phi = \frac{Z}{R} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{\dots}{R}$

$\Rightarrow \dots = \frac{\dots}{R} \Rightarrow R = \dots \Omega$



در مدار شکل (۶-۱۱۲) مطلوبست:

R=?



$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$

$i(t) = 20\sqrt{2} \sin (500t + 37^\circ)$

شکل (۶-۱۱۲)

- الف) مقاومت سلفی
ب) اندوکتانس سلفی
ج) مقاومت اهمی

(ج)

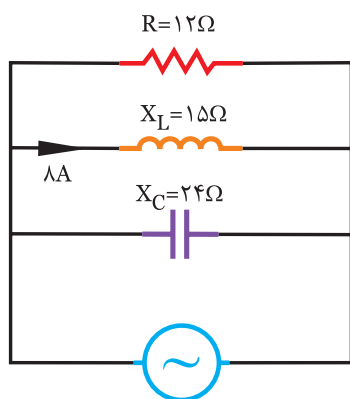
مکرمین

در مدار شکل (۱۱۵-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

(ب) جریان منبع

(ج) ضریب قدرت مدار



شكل (١١٥-٦)

$$V_e = X_c I_c = 20 \times 2 = 40 \text{ V}$$

(الف)

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{|X_L - X_C|} = \frac{10 \times 20}{|20 - 10|} = 20 \, \Omega$$

(ب)

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{20 \times 20}{\sqrt{20^2 + 20^2}} = \frac{20 \times 20}{20\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \, \Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{40}{10\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

(ج)

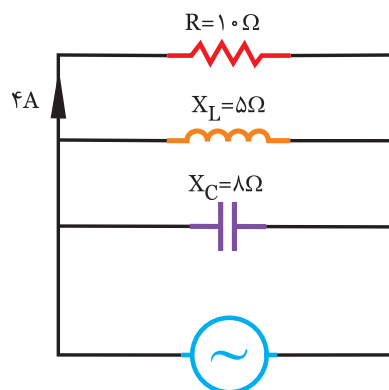
فعاليات ٢١

در مدار شکل (۱۱۴-۶) مطلوبست:

(ب) جریان منبع

الف) ولتاژ منبع

(ج) ضریب قدرت مدار



شكل (١١٤-٦)

$$V_e = R \cdot I_R = 1 \Omega \times \dots = \dots V$$

(الف)

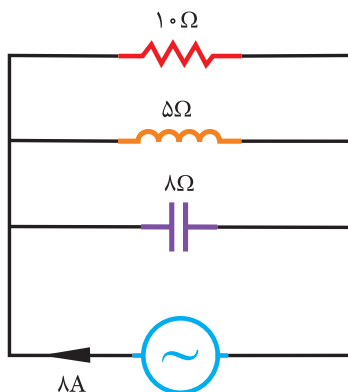
(ب)

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{|X_L - X_C|} = \frac{\dots \times \dots}{|\dots - \dots|} = \dots \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^T + X^T}} = \frac{(\dots\dots)(\dots\dots)}{\sqrt{(\dots\dots)^T + (\dots\dots)^T}} = \dots\dots\Omega$$

فعالیت ۲۲

در مدار شکل (۶-۱۱۷) مطلوبیست:
 الف) توان مفید
 ب) توان غیرمفید
 ج) توان ظاهری



شکل (۶-۱۱۷)

(الف)

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{|X_L - X_C|} = \frac{..... \times}{|..... -|} = \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{.....}{\sqrt{.....^2 +^2}} = \Omega$$

$$V_e = Z \cdot I = (.....) (\text{A}) = \text{V}$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{.....}{10} =$$

$$P_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \phi = (.....)(.....)(.....) = \text{W}$$

(ب)

$$\sin \phi = Z \left| \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right| = \left| \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right| =$$

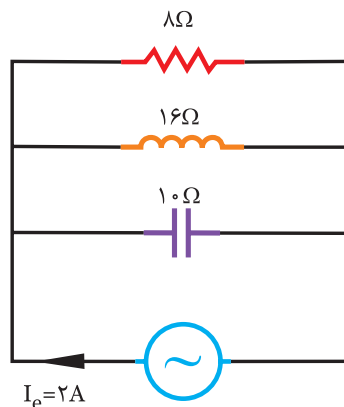
$$P_d = V_e \cdot I_e \cdot \cos \phi = (.....)(.....)(.....) = \text{V.A.R}$$

(ج)

$$P_s = V_e \cdot I_e = (.....)(.....) = \text{V.A}$$

مثال ۲۲

در مدار شکل (۶-۱۱۶) مطلوبیست:
 الف) توان مصرفی
 ب) توان غیر مصرفی
 ج) توان ظاهری



شکل (۶-۱۱۶)

(الف)

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{|X_L - X_C|} = \frac{10 \times 16}{|16 - 10|} = 26.6 \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{8 \cdot (26.6)}{\sqrt{8^2 + (26.6)^2}} = \frac{213.3}{27.84} = 7.66 \Omega$$

$$V_e = Z \cdot I_e = 7.66 \times 2 = 15.32 \text{ V}$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{7.66}{8} = 0.95$$

$$P_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \phi = (15.32)(2)(0.95) = 29.1 \text{ W}$$

(ب)

$$\sin \phi = Z \left| \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right| = 7.66 \left| \frac{1}{10} - \frac{1}{16} \right| = 0.28$$

$$P_d = V_e \cdot I_e \cdot \cos \phi = (15.32)(2)(0.28) = 8.6 \text{ V.A.R}$$

(ج)

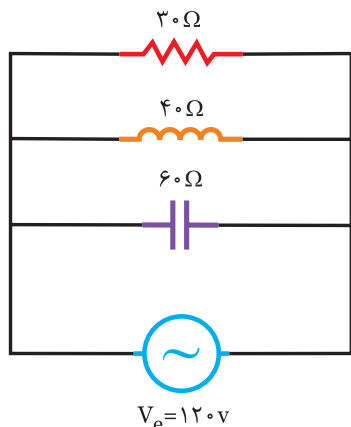
$$P_s = V_e \cdot I_e = 15.32 \times 2 = 30.64 \text{ V.A}$$

در مدار شکل (۱۱۹-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

(ب) توان غیر موثر

(ج) توان ظاہری



شكل (١١٩-٦)

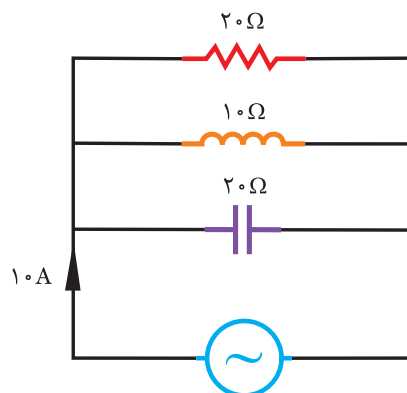


در مدار شکل (۱۱۸-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

(ب) توان راکتیو

(ج) توان ظاہری



شكل (١١٨-٦)



(الف)

$$P_e = \frac{V_e^r}{R} = \frac{(120)^r}{30} = 480 \text{ W}$$

(پ

$$P_{dL} = \frac{V_e^r}{X_I} = \frac{(120)^r}{r_0} = 360 \text{ VAR}$$

$$P_{dc} = -\frac{V_e}{X_c} = \frac{(120)^2}{\epsilon_0} = -240 \text{ VAR}$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = 36.0 - 24.0 = 12.0 \text{ V.A.R}$$

(ج)

$$P_s = \sqrt{P_e^r + P_d^r} = \sqrt{(4\lambda_o)^r + (12o)^r} = 494/VV.A$$



4

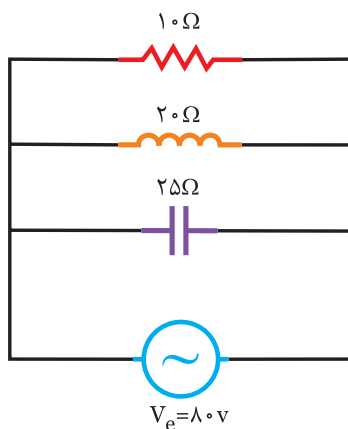
[illegible]

در مدار شکل (۱۲۱-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

(ب) توان غیر موثر

(ج) توان ظاہری



شكل (١٢١-٦)

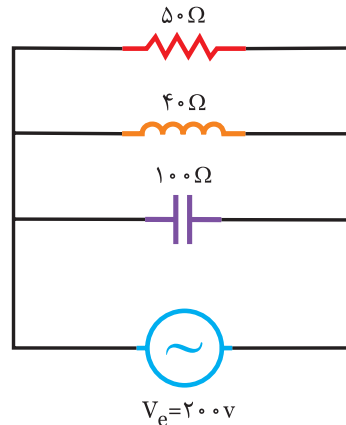


در مدار شکل (۱۲۰-۶) مطلوبست:

الف) توان اکتیو

(ب)توان راکتیو

(ج) توان ظاہری



شكل (١٢٠-٦)

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

(الف)

$$P_e = \frac{V_e^r}{R} = \frac{(\dots\dots)^r}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots W$$

(ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e}{X_L} = \frac{(\dots\dots)^r}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{VAR}$$

$$P_{dc} = \frac{-V_e}{X_C} = - \frac{(\dots\dots)^r}{\dots\dots\dots} = - \dots\dots\dots \text{VAR}$$

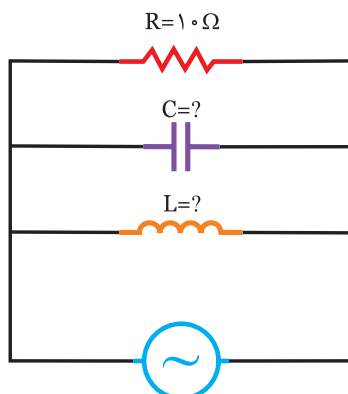
$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = \dots - \dots = \dots \text{ VAR}$$

(ج)

$$P_s = \sqrt{P_{e+}^2 + P_{d+}^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots V.A$$

فعالیت ۲۴

در مدار شکل (۶-۱۲۳) اگر $I_C = 3I_L$ باشد مطلوبست:
اندازه‌ی C و L



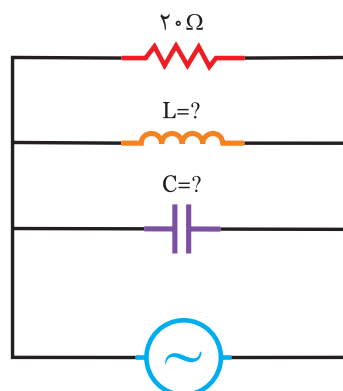
$$V(t) = 40\sqrt{2} \sin(1000t - 37^\circ)$$

$$i_L(t) = 5\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل (۶-۱۲۳)

مثال ۲۴

در مدار شکل (۶-۱۲۲) اگر $I_L = 2I_C$ باشد مطلوبست:
اندازه‌ی L و C



$$V(t) = 100 \sin(500t + 30^\circ)$$

$$i_L(t) = 5\sqrt{2} \sin(500t - 15^\circ)$$

شکل (۶-۱۲۲)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \dots \text{ V}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \dots \text{ A}$$

مدار پیش فاز می‌باشد.

$$\phi = \theta_v - \theta_i = -37^\circ$$

$$\sin \phi = \frac{|I_C - I_L|}{I_e} \Rightarrow \sin 37^\circ = \frac{3I_L - I_L}{\dots} \Rightarrow \dots = \frac{2I_L}{\dots}$$

$$I_L = \dots \text{ A} \Rightarrow I_C = 3I_L = 3(\dots) = \dots \text{ A}$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots}{1000} = \dots \text{ mH}$$

$$X_C = \frac{V_e}{I_C} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{1000 \times \dots} = \dots \mu\text{F}$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \text{ A}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 \text{ A}$$

مدار پس فاز

$$\phi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \phi = 30^\circ - (-15^\circ) = 45^\circ$$

$$\sin \phi = \frac{|I_L - I_C|}{I_e} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{2I_C - I_C}{5} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{I_C}{5}$$

$$I_C = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ A} \quad I_L = 2I_C = 2\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right) = 5\sqrt{2} \text{ A}$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{50\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 10 \Omega$$

$$X_C = \frac{V_e}{I_C} = \frac{50\sqrt{2}}{\frac{5\sqrt{2}}{2}} = 20 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{500} = 20 \text{ mH}$$

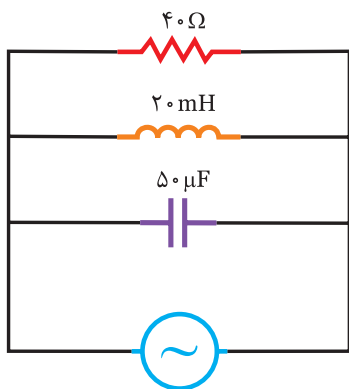
$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{20 \times 500} = 100 \mu\text{F}$$



الف) فرکانس رزنانس

(ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

(ج) فرکانس‌های نیم توان

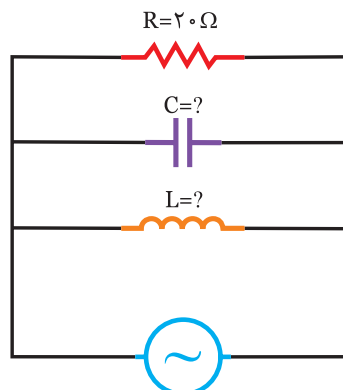


شكل (١٢٥-٦)



در مدار شکل (۱۲۴-۶) اگر $I_L = 4 I_C$ باشد مطلوبست:

اندازه‌ی C و L



$$V_{(t)} = \gamma \cdot \sin \gamma \Delta \cdot t$$

$$i_{(t)} = 1 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4})$$

شكل (١٢٤-٦)



(الف)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-6}}} = 160 \text{ Hz}$$

(پ

$$Q_c = RC\omega_c = 40 \times 10^{-6} \times 10^{-6} \times 2\pi \times 10^6 = 2$$

$$B_w = \frac{f_r}{Q} = \frac{160}{2} = 80 \text{ Hz}$$

(ج)

$$f_L = f_r - \frac{Bw}{2} = 160 - \frac{40}{2} = 120 \text{ Hz}$$

$$f_H = f_r + \frac{B_W}{\gamma} = 16.0 + \frac{\lambda_0}{\gamma} = 20.0 \text{ Hz}$$

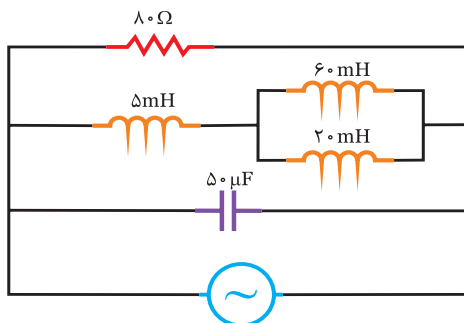


در مدار شکل (۶-۱۲۷) مطلوبیست:

(الف) فرکانس رزونانس

(ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

(ج) فرکانس‌های نیم توان



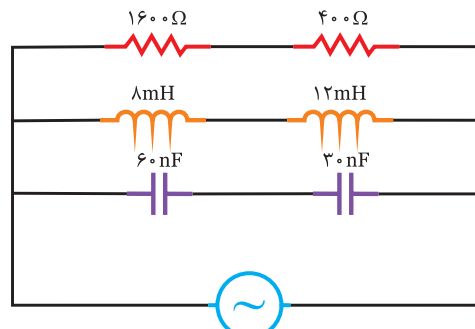
شکل (۶-۱۲۷)

در مدار شکل (۶-۱۲۶) مطلوبیست:

(الف) فرکانس رزونانس

(ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

(ج) فرکانس‌های نیم توان



شکل (۶-۱۲۶)

$$R_t = R_1 + R_2 = \dots + \dots = \dots \Omega$$

(الف)

$$L_t = L_1 + L_2 = 8 + 12 = 20 \text{ mH}$$

$$C_t = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{60 \times 30}{\dots + \dots} = \dots \text{ nF}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_t C_t}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\dots \times \dots}} =$$

(ب)

$$Q = 2\pi f_r RC = 2\pi (\dots)(\dots)(\dots) =$$

$$Bw = \frac{f_r}{Q} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ Hz}$$

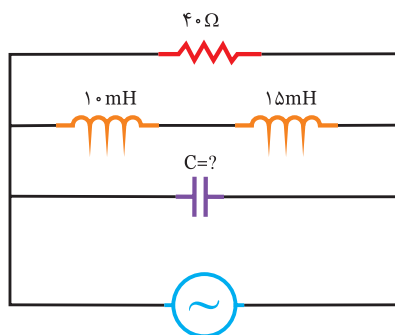
(ج)

$$f_L = f_r - \frac{Bw}{2} = \dots - \frac{\dots}{2} = \dots \text{ Hz}$$

$$f_H = f_r + \frac{Bw}{2} = \dots + \frac{\dots}{2} = \dots \text{ Hz}$$



در مدار شکل (۶-۱۳۰) اگر مدار در حالت رزونانس باشد ظرفیت خازن چند میکروفاراد است.



$$\omega = 250 \text{ Rad/s}$$

شکل (۶-۱۳۰)



.....

.....

.....

.....

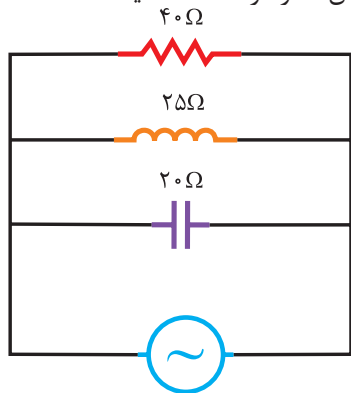


در مدار شکل (۶-۱۳۱) مطلوبست:

(الف) فرکانس تشدید

(ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

(ج) جریان مدار در حالت تشدید

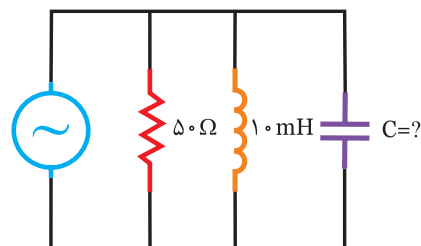


$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$$

شکل (۶-۱۳۱)

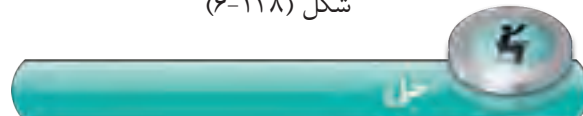


در مدار شکل (۶-۱۲۸) اگر مدار در حالت تشدید قرار گیرد ظرفیت خازن C چقدر است.



$$\omega = 500 \text{ Rad/s}$$

شکل (۶-۱۲۸)



شرط رزونانس مدار $X_L = X_C$ می باشد، لذا داریم:

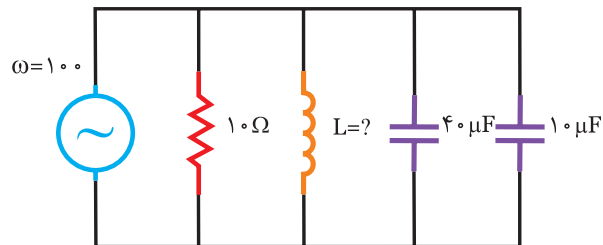
$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

$$C = \frac{1}{(500)^2 \times 10 \times 10^{-3}} = 400 \mu F$$

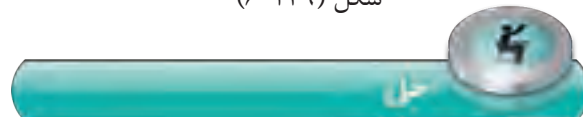


در مدار شکل (۶-۱۲۹) اگر مدار در حالت تشدید قرار

گیرد اندوکتانس L را بدست آورید.



شکل (۶-۱۲۹)



$$C_t = C_1 + C_2 = 40 + 10 = 50 \mu F$$

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{\dots \times \dots} = \frac{1}{\dots \times \dots}$$

$$L = \dots \text{ mH}$$



$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots\dots\dots}{250} = \dots\dots\dots \text{ mH} \quad (\text{الف})$$

$$C = \frac{1}{X_C \omega} = \frac{1}{\dots\dots\dots \times 250} = \dots\dots\dots \mu\text{F}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots}} = \dots\dots\dots \text{ Hz}$$

$$Z = R \Rightarrow Z = \dots\dots\dots \Omega \quad (\text{ب})$$

$$Z = R \Rightarrow Z = \dots\dots\dots \Omega$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots \text{ V} \quad (\text{ج})$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

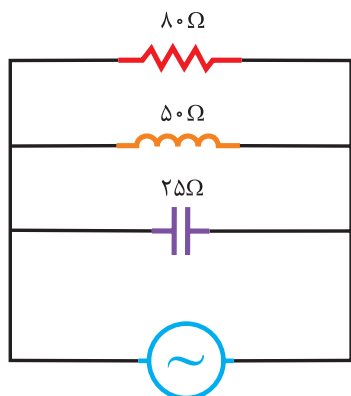


در مدار شکل (۶-۱۳۳) مطلوبست:

(الف) فرکانس تشدید

(ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

(ج) جریان مدار در حالت تشدید



$$V(t) = 160\sqrt{2} \sin(400t + 20^\circ)$$

شکل (۶-۱۳۳)

.....

.....

.....

.....

.....



الف) ابتدا L و C را بدست آورید.

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{25}{500} = 50 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{20 \times 500} = 100 \mu\text{F}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{50 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-6}}} = \frac{1000}{2\pi\sqrt{5}}$$

$$= 71/2 \text{ Hz}$$

(ب) از آنجائیکه در رزونانس $X_L = X_C$ می باشد لذا:

$$Z = R \Rightarrow Z = 40 \Omega$$

(ج)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{40} = 2/5 \text{ A}$$

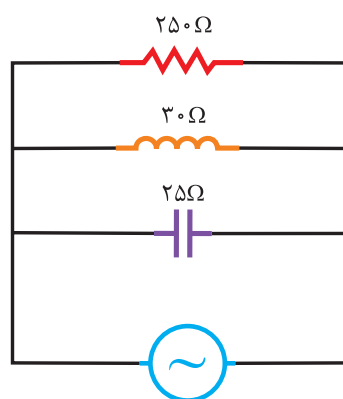


در مدار شکل (۶-۱۳۲) مطلوبست:

(الف) فرکانس تشدید

(ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

(ج) جریان مدار در حالت تشدید



$$V(t) = 200\sqrt{2} \sin(250t - 45^\circ)$$

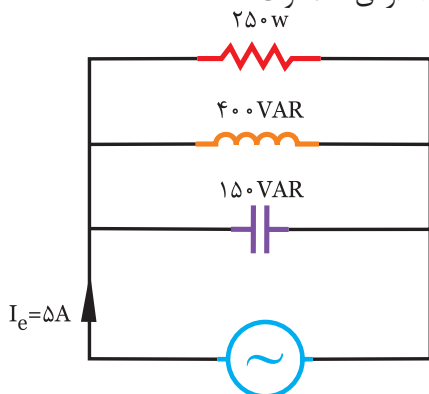
شکل (۶-۱۳۲)

فعالیت ۲/۸

در مدار شکل (۶-۱۳۵) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی R ، L و C



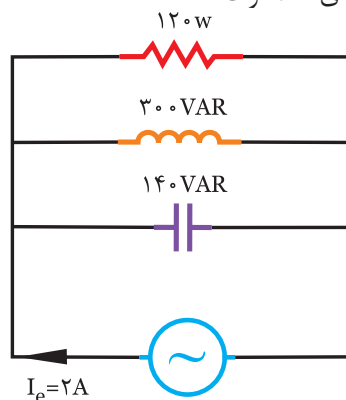
$\omega = 400 \text{ Rad/s}$
شکل (۶-۱۳۵)

مثال ۲/۸

در مدار شکل (۶-۱۳۴) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی R ، L و C



$\omega = 500 \text{ Rad/s}$
شکل (۶-۱۳۴)

الف)

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + (P_{dL} - P_{dc})^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

$$= \dots \text{ V.A}$$

$$P_s = V_e I_e \Rightarrow V_e = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ V}$$

ب)

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} \Rightarrow R = \frac{\dots}{\dots} = \dots \Omega$$

$$P_{dL} = \frac{V_e^2}{X_L} \Rightarrow X_L = \frac{\dots}{\dots} = \dots \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\dots}{500} = \dots \text{ mH}$$

$$P_{dc} = \frac{V_e^2}{X_C} \Rightarrow X_C = \frac{\dots}{\dots} = \dots \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{\dots \times 400} = \dots \mu\text{F}$$

الف)

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + (P_{dL} - P_{dc})^2} = \sqrt{(120)^2 + (140 - 300)^2}$$

$$= 200 \text{ V.A}$$

$$P_s = V_e I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_s}{I_e} = \frac{200}{2} = 100 \text{ V}$$

ب)

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_e^2}{P_e} = \frac{(100)^2}{120} = 83.3 \Omega$$

$$P_{dL} = \frac{V_e^2}{X_L} \Rightarrow X_L = \frac{V_e^2}{P_{dL}} = \frac{(100)^2}{300} = 33.3 \Omega$$

$$X_L = 33.3 \Omega \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{33.3}{500} = 66.6 \text{ mH}$$

$$P_{dc} = \frac{V_e^2}{X_C} \Rightarrow X_C = \frac{V_e^2}{P_{dc}} = \frac{(100)^2}{140} = 71.4 \Omega$$

$$X_C = 71.4 \Omega \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{500 \times 71.4} = 28 \mu\text{F}$$

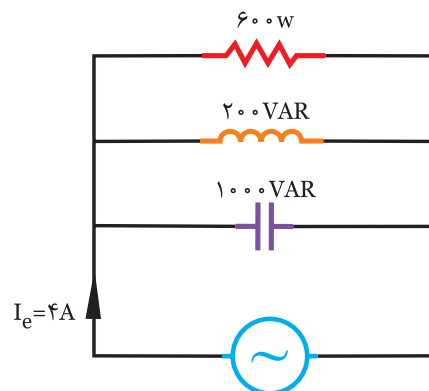


مسئله

در مدار شکل (۶-۱۳۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی R ، L و C



$$\omega = 250 \text{ Rad/s}$$

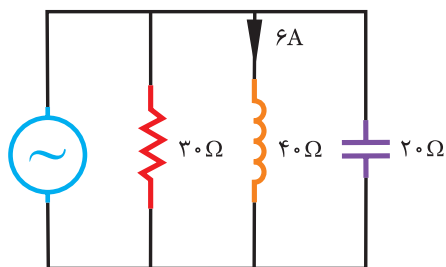
شکل (۶-۱۳۶)



حل



- ۱- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، توان مفید.....
 ۲- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، ابتدا توان راکتیو و سپس
 ۳- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، ابتدا جریان کل مدار و سپس
 ۴- در شکل (۶-۱۳۷) جریان کل چند آمپر است.



شکل (۶-۱۳۷)

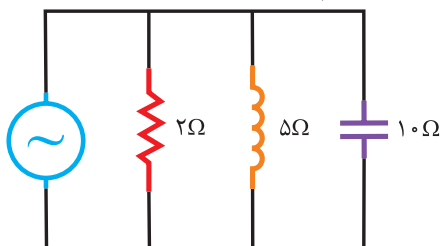
۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۱۲ (۳)

۲۶ (۴)

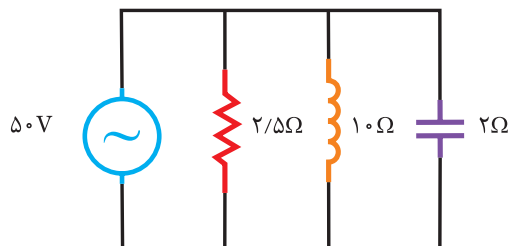
- ۵- اگر در شکل (۶-۱۳۸)، $I_R = 10\sqrt{2} \sin 300t$ باشد. معادله‌ی جریان خازن کدام است.



شکل (۶-۱۳۸)

 $\sqrt{2} \sin(300t + 90^\circ)$ (۱) $2\sqrt{2} \sin(300t + 90^\circ)$ (۲) $2\sqrt{2} \sin(300t - 90^\circ)$ (۳) $\sqrt{2} \sin 300t$ (۴)

- ۶- در مدار شکل (۶-۱۳۹) توان ظاهری چند ولت‌آمپر است.



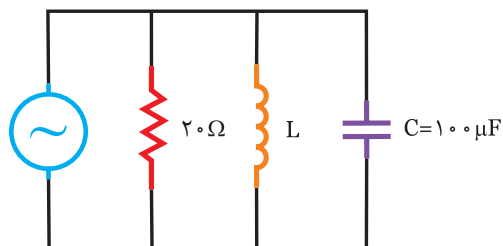
شکل (۶-۱۳۹)

۲۰۰۰ (۱)

۲۵۰۰ (۲)

 $1000\sqrt{2}$ (۳) $2000\sqrt{2}$ (۴)

- ۷- در مدار شکل (۶-۱۴۰) اندوکتانس مدار چند میلی هانری است.



$$V_e = 200 \sin 500t$$

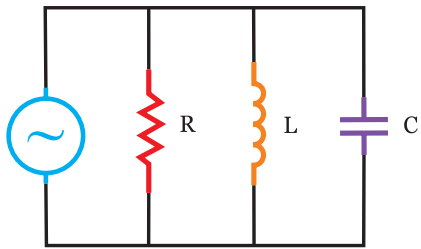
$$i_e = 10\sqrt{2} \sin(500t - \phi)$$

شکل (۶-۱۴۰)

۸- در شکل (۶-۱۴۱) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی R ، L و C

ب) معادله‌ی جریان هر شاخه



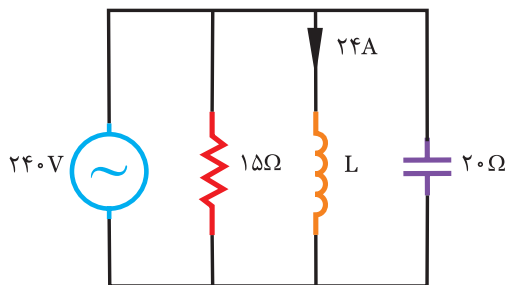
$$V_e = 100 \sin(2500t - 30^\circ)$$

$$i_e = 5 \sin(2500t + 15^\circ)$$

$$i_C = 10 \sin(2500t + 60^\circ)$$

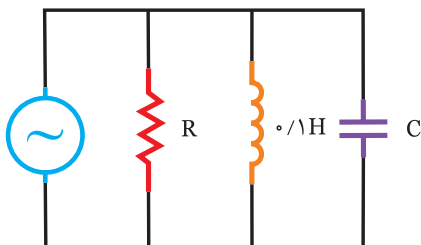
شکل (۶-۱۴۱)

۹- در مدار شکل (۶-۱۴۲) جریان کل را بدست آورید.



شکل (۶-۱۴۲)

۱۰- در مدار شکل (۶-۱۴۳) اگر $P_e = P_s$ باشد، R و C را بدست آورید.



$$V_e = 50\sqrt{2} \sin 500t$$

$$i_e = 2 \sin(500t - 45^\circ)$$

شکل (۶-۱۴۳)

۵-۶- مدارهای مختلط RLC:

مدارهای مختلط از چند مدار ساده RC، RL و RLC در شاخه‌های سری و موازی تشکیل می‌شود که اگر این مدارها ساده شوند به RL یا RC تبدیل می‌شوند با استفاده از دیاگرام برداری و قراردادن ولتاژ به عنوان مبنا و انجام محاسبات در مراحل مختلف مجهولات را بدست می‌آوریم که جهت آشنایی به چند مثال اکتفا می‌کنیم.

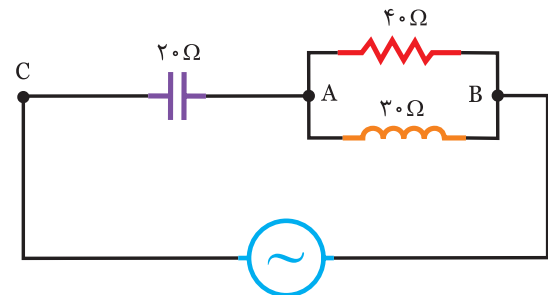
مثال ۲۹

در مدار شکل (۶-۱۴۴) مطلوبست:

الف) جریان کل مدار

ب) ولتاژ کل منبع

ج) امپدانس کل مدار



شکل (۶-۱۴۴) $V_{AB} = 120V$

حل

الف) ابتدا باید جریان عبوری از سلف و خازن را بدست

آوریم.

$$I_R = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{120}{40} = 3 \text{ A}$$

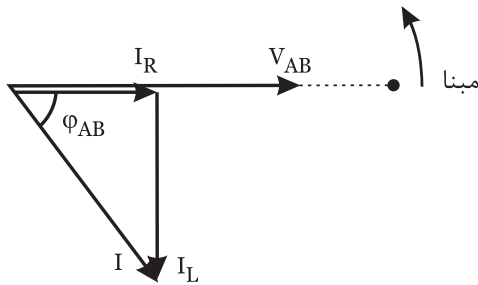
$$I_L = \frac{V_{AB}}{X_L} = \frac{120}{30} = 4 \text{ A}$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام

برداری می‌باشد. که جریان مقاومت هم فاز ولتاژ دو سرش

می‌باشد و جریان عبوری از سلف ۹۰ عقب‌تر از ولتاژ دو سرش

می‌باشد، لذا داریم:



شکل (۶-۱۴۵)

چون I_R و I_L بر هم عمودند، داریم:

$$I_e = I_c = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ A}$$

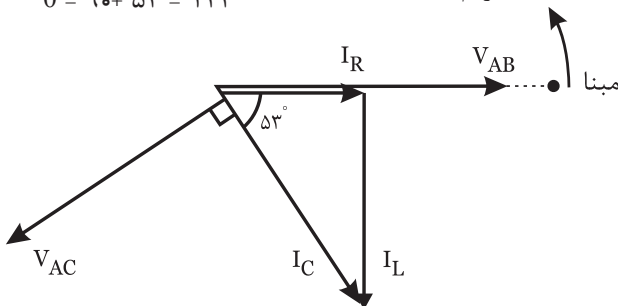
$$\tan \phi_{AB} = \frac{I_R}{I_L} = \frac{4}{3} = 1.33 \Rightarrow \phi_{AB} = 53^\circ$$

ب)

$$V_{AC} = I_c \cdot X_c = 5 \times 20 = 100 \text{ v}$$

برای بدست آوردن ولتاژ منبع باید V_{AB} و V_{AC} را به صورت برداری جمع کنیم لذا نیاز به رسم دیاگرام برداری است. ولتاژ دو سر خازن از جریان عبوری خازن 90° عقب‌تر است که داریم.

$$\theta = 90 + 53 = 143^\circ$$



شکل (۶-۱۴۶)

چون زاویه‌ی بین V_{AB} و V_{AC} ، θ درجه می‌باشد به صورت زیر عمل می‌نماییم.

$$V = \sqrt{V_{AB}^2 + V_{AC}^2 + 2V_{AB} \cdot V_{AC} \cdot \cos \theta} = \sqrt{120^2 + 100^2 + 2(120)(100) \cos 143^\circ}$$

$$V = 72.1 \text{ v}$$

ج) برای بدست آوردن امپدانس مدار با داشتن ولتاژ و

جریان منبع به صورت زیر عمل می‌نماییم.

$$Z = \frac{V_e}{I} = \frac{72.1}{5} = 14.4 \text{ A}$$



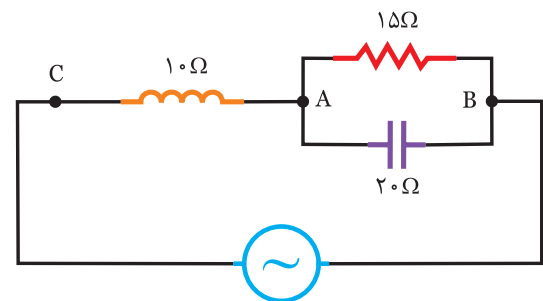
فعالیت ۲۹

در مدار شکل (۶-۱۴۷) مطلوبست:

(الف) جریان منبع

(ب) ولتاژ منبع

(ج) امپدانس کل



$$V_{AB} = 60 \text{ V}$$

شکل (۶-۱۴۷)

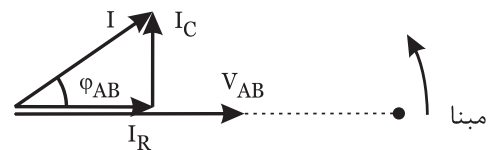


(الف)

$$I_R = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{60}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_{AB}}{X_C} = \frac{60}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری است که جریان مقاومت هم فاز ولتاژ AB و جریان خازن 90° جلوتر از ولتاژ AB می باشد.



شکل (۶-۱۴۸)

چون I_C و I_R بر هم عمودند، داریم:

$$I = I_L = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{(\dots\dots\dots)^2 + (\dots\dots\dots)^2} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

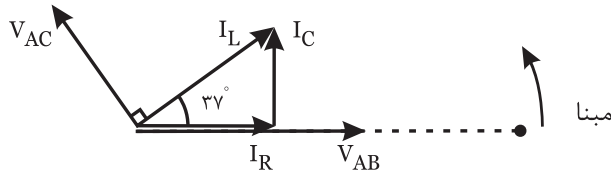
$$\tan \phi_{AB} = \frac{I_C}{I_R} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \Rightarrow \phi_{AB} = 37^\circ$$

(ب)

$$V_{AC} = I_L \cdot X_L = (\dots\dots\dots) (10) = \dots\dots\dots \text{ V}$$

برای بدست آوردن ولتاژ منبع باید V_{AC} و V_{AB} را به صورت برداری جمع کنیم لذا نیاز به رسم دیاگرام برداری است. ولتاژ دو سر سلف از جریان عبوری خازن 90° جلوتر است، که داریم:

$$\theta = 127^\circ = 90^\circ + 37^\circ$$



شکل (۶-۱۴۹)

چون زاویه ی بین V_{AC} و V_{AB} 127° می باشد برآیند آن ها به صورت زیر است.

$$V = \sqrt{V_{AB}^2 + V_{AC}^2 + 2V_{AB} \cdot V_{AC} \cdot \cos \theta} =$$

$$\sqrt{60^2 + (\dots\dots\dots)^2 + 2(60)(\dots\dots\dots) \cos 127^\circ}$$

$$V = \dots\dots\dots \text{ V}$$

(ج)

$$Z = \frac{V_e}{I} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \Omega$$

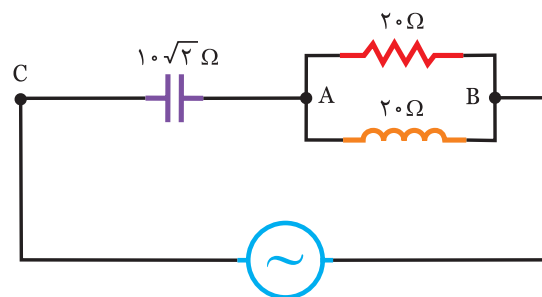


در مدار شکل (۶-۱۵۰) مطلوبست:

(الف) جریان منبع

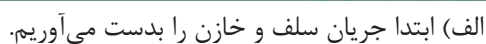
(ب) ولتاژ منبع

(ج) امپدانس کل مدار



$$V_{AB} = 60\sqrt{2} \text{ V}$$

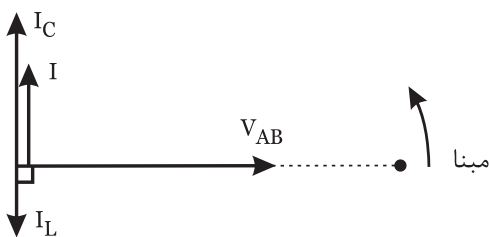
شکل (۶-۱۵۰)



$$I_c = \frac{V_{AB}}{X_c} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد. که جریان سلف 90° عقب‌تر از V_{AB} و جریان خازن 90° جلوتر از V_{AB} می‌باشد، لذا داریم:

$$\vec{I} = \vec{I}_R = \vec{I}_L + \vec{I}_C$$



شكل (١٥٢-٦)

$$I = |I_C - I_L| = 5 - 2 = 3 \text{ A}$$

(ب) ابتدا توان‌ها را بدست می‌آوریم.

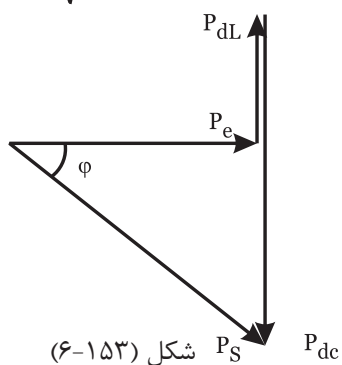
$$Pe = RI_R = \gamma \bullet (\gamma)^{\gamma} = \gamma \gamma \bullet w$$

$$P_{dL} = X_{L \cdot L} \cdot I_L^T = \Delta \bullet (\Upsilon)^T = \Upsilon \bullet \bullet \text{VAR}$$

$$P_{dc} = -X_c I_c^T = \gamma \bullet (\Delta)^T = -\Delta \bullet \bullet \text{VAR}$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = \Upsilon_{\bullet\bullet} - \Delta_{\bullet\bullet} = -\Upsilon_{\bullet\bullet} \text{VAR}$$

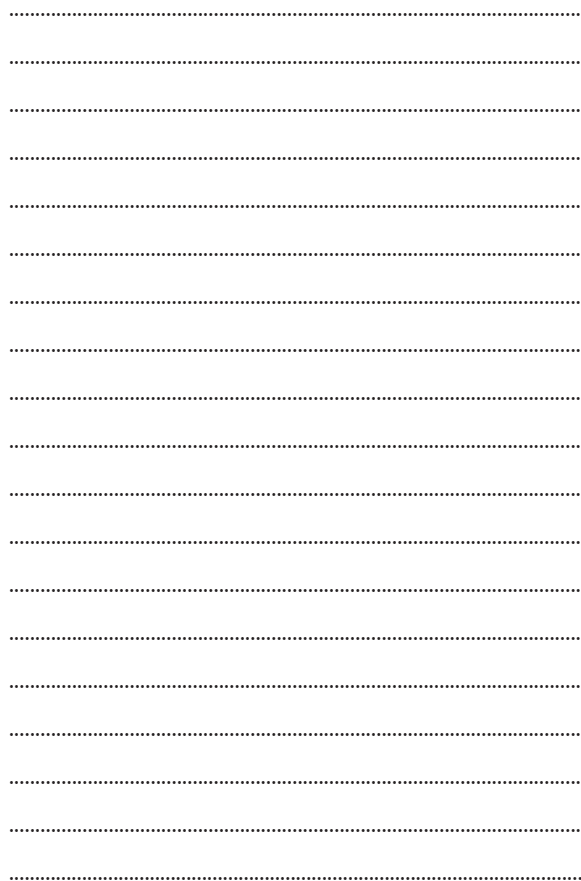
$$P_s = \sqrt{P_e^r + P_d^r} = \sqrt{(r_{V_o})^r + (-r_{o_o})^r} = 4.3/6 \text{ V.A}$$



P_S شكل (١٥٣-٦)

$$\cos\varphi = \frac{P_e}{P_s} = \frac{270}{403.6} = 0.66$$

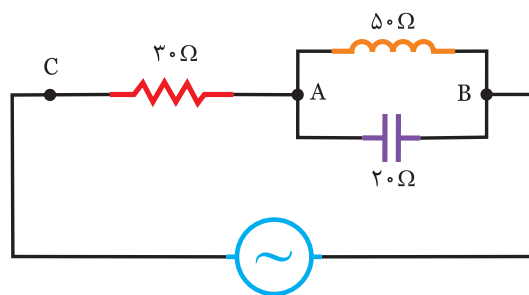
(ج)



(الف) جریان منبع

(ب) رسم مثلث توان‌ها

(ج) ضریب توان مدار



$$V_{AB} = 1 \cdot \cdot V$$

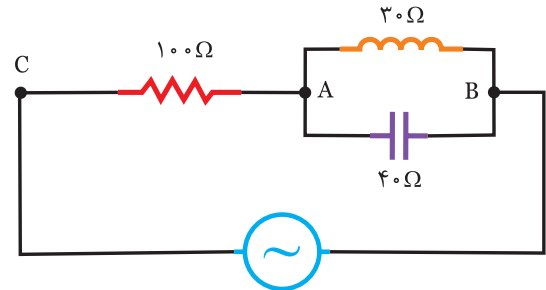
شكل (١٥١-٦)



الف) جریان منبع

(ب) رسم مثلث توان‌ها

(ج) ضریب توان مدار



$$V_{AB} = 12.0 \text{ V}$$

شكل (١٥٤-٦)



(الف)

$$I_c = \frac{V_{AB}}{X_c} = \frac{120}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

$$I_L = \frac{V_{AB}}{X_{I_L}} = \frac{120}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

$$I = I_R = I_L + I_C$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام

بررداری است.

دیاگرام برداری را کامل کنید.



$$I = |I_L - I_C| = |..... -| = A$$

(پ)

$$Pe = RI_R^\gamma = (1 \bullet \bullet) (\dots)^\gamma = \dots W$$

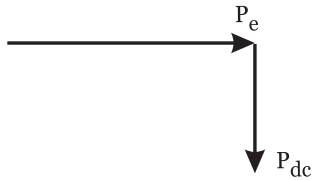
$$P_{dI} = X_L \cdot I_L^T = (\Psi \bullet) (\dots)^T = \dots \text{VAR}$$

$$P_{dc} = -X_c I_c^T = (\mathbf{f} \bullet) (\dots\dots)^T = -\dots\dots \text{VAR}$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = \dots - \dots = \dots \text{VAR}$$

$$P_s = \sqrt{Pe^r + Pd^r} = \sqrt{(\text{.....})^r + (\text{.....})^r} = \text{.....} V.A$$

دیگرام مثلث توان را کامل کنید.



$$\cos\varphi = \frac{P_e}{P_s} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

(ج)

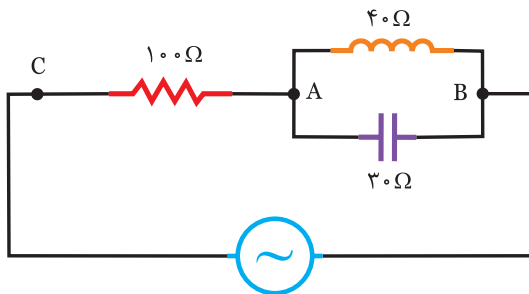


در مدار شکل (۱۵۵-۶) مطلوبست:

الف) جریان منبع

(ب) رسم مثلث توان‌ها

(ج) ضریب توان مدار



$$V_{AB} = \epsilon \cdot V$$

شكل (١٥٥-٦)



- جریان شاخه‌ی اول ϕ_1 درجه عقب‌تر از ولتاژ می‌باشد چون خاصیت سلفی دارد.

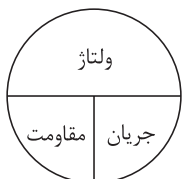
$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{6}{10} = 0.6 \Rightarrow \phi_1 = 53^\circ$$

- جریان شاخه‌ی دوم ϕ_2 درجه جلوتر از ولتاژ می‌باشد چون خاصیت خازنی دارد.

$$\cos \phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{4}{5} = 0.8 \Rightarrow \phi_2 = 37^\circ$$

- با توجه به دیگرام برداری I_1 و I_2 بر هم عمودند، لذا داریم:

$$I_e = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{500} = 22.36 \text{ A} \quad (\text{ج})$$



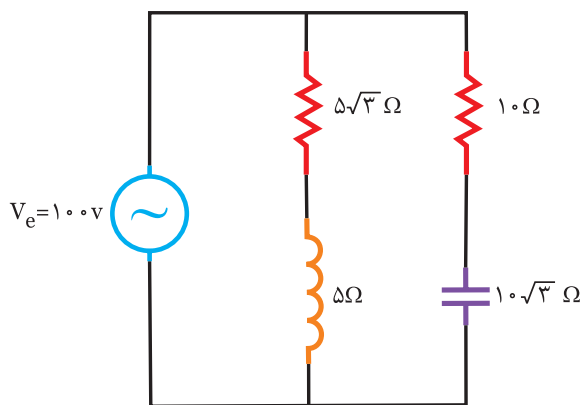
$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{100}{22.36} = 4.47 \Omega$$

در مدار شکل (۶-۱۳۲) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب) جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار



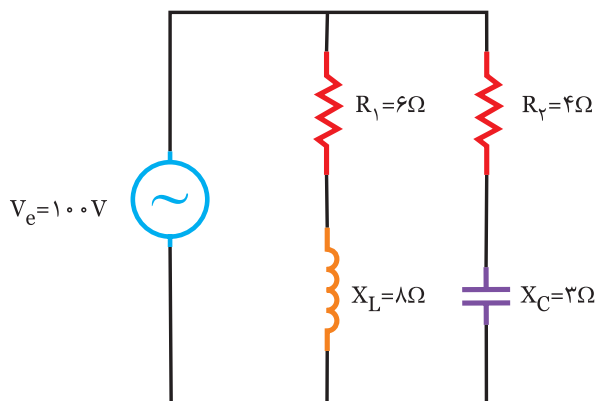
شکل (۶-۱۵۸)

در مدار شکل (۶-۱۵۶) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب) جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار



شکل (۶-۱۵۶)

الف) برای بدست آوردن جریان، باید امپدانس هر شاخه

را بدست آورید.

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Omega$$

$$I_1 = \frac{V_e}{Z_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \Omega$$

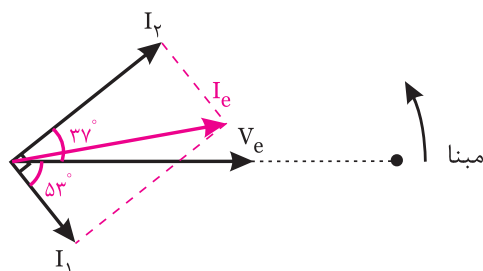
$$I_2 = \frac{V_e}{Z_2} = \frac{100}{5} = 20 \text{ A}$$

ب) برای بدست آوردن جریان منبع باید دیگرام برداری

رسم کرد.

- مینا را ترسیم کنید.

- ولتاژ منبع را رسم کنید.



شکل (۶-۱۵۷)



الف) جریان هر شاخه

(ج) امیدانس کل مدار


$$Z_i = \sqrt{R_i^2 + X_{L_i}^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots \Omega$$

$$Z_r = \sqrt{R_r^2 + X_c^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots \Omega$$

(ب) باید دیاگرام برداری رسم شود.

- جریان شاخه‌ی اول φ_1 درجه عقب‌تر از ولتاژ منبع

- جریان شاخه‌ی دوم Φ_2 درجه جلوتر از ولتاژ منبع

شكل (١٥٩-٦)

چون I_1 و I_2 بر هم عمودند، لذا داریم:

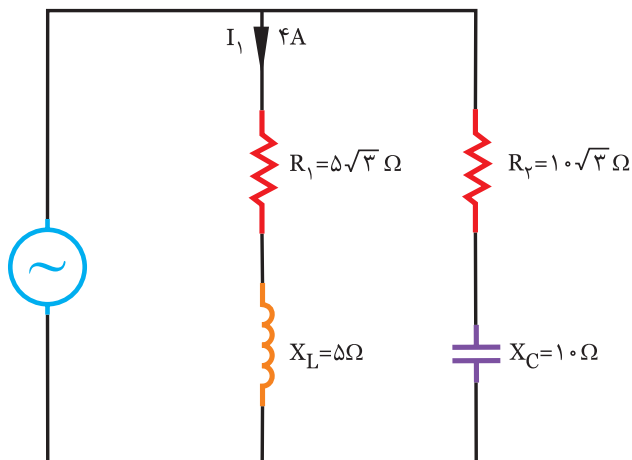
$$I_e = \sqrt{(\dots\dots)^2 + (\dots\dots)^2} = \dots\dots A$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{100}{0.001} = 100,000 \Omega \quad (7)$$

در مدار شکل (۶-۱۶۱) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_v = 0$)

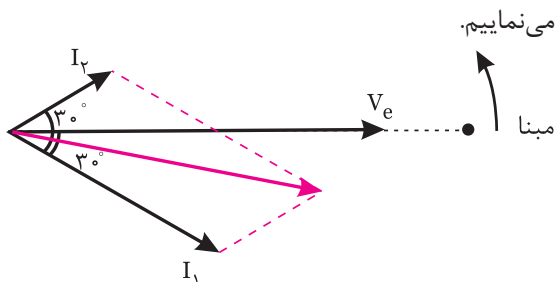


شکل (۶-۱۶۱)

- جریان I_p ، ϕ_p درجه از ولتاژ منبع جلوتر است چون شاخه‌ی دوم خازنی است.

$$\cos \phi_p = \frac{R_p}{Z_p} = \frac{10\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \phi_p = 30^\circ$$

- با توجه به موقعیت I_1 و I_p ، بردار جریان منبع را رسم می‌نماییم.



شکل (۶-۱۶۲)

چون I_1 و I_p دارای 60° اختلاف فاز می‌باشد برآیند آن‌ها می‌شود.

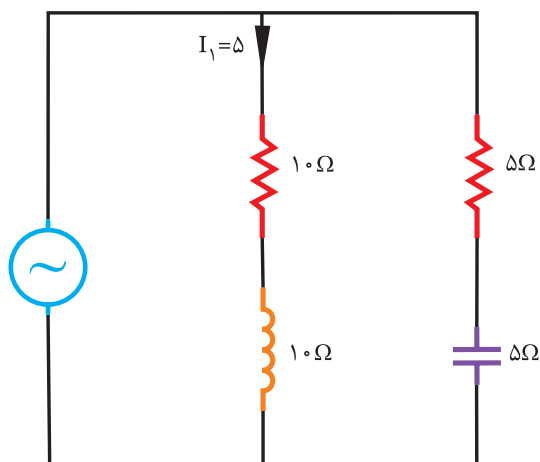
$$I_e = \sqrt{I_1^2 + I_p^2 + 2I_1I_p \cos 60^\circ} = \sqrt{4^2 + 2^2 + 2(4)(2)(\frac{1}{2})}$$

$$I_e = \sqrt{16 + 4 + 8} = 5.29 \text{ A}$$

در مدار شکل (۶-۱۶۳) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_{I_1} = 0$)



شکل (۶-۱۶۳)

الف) برای بدست آوردن ولتاژ منبع امپدانس شاخه‌ی اول

را بدست آورید.

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + (5)^2} = 10 \Omega$$

$$V_e = I_1 \cdot Z_1 = 4 \times 10 = 40 \text{ V}$$

ب) ابتدا جریان شاخه‌ی دوم را با بدست آوردن امپدانس

بدست می‌آوریم.

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (10)^2} = 20 \Omega$$

$$I_2 = \frac{V_e}{Z_2} = \frac{40}{20} = 2 \text{ A}$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به ترسیم دیاگرام

بردار می‌باشد.

- ابتدا مبنا را ترسیم کنید.

- بردار I_1 را رسم کنید.

- ولتاژ منبع ϕ_1 درجه از جریان I_1 جلوتر است چون

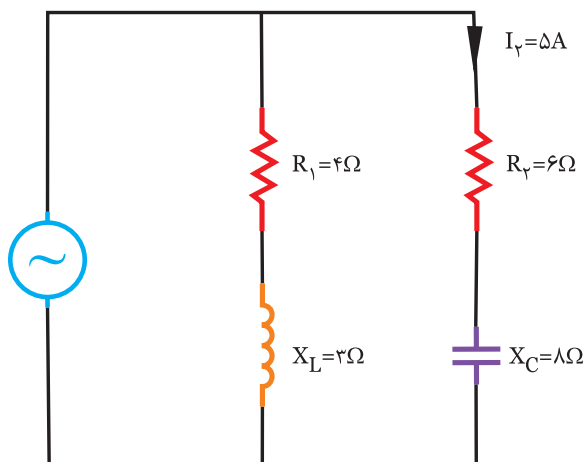
شاخه‌ی اول سلفی است.

$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \phi_1 = 30^\circ$$

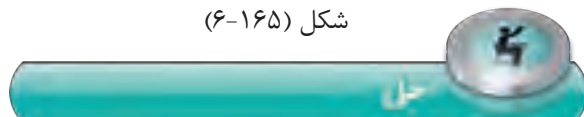
در مدار شکل (۱۶۵-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

(ب) جریان منبع (با فرض $\theta_{I_2} = 0$)



شكل (١٦٥-٦)

[illegible]

(الف)

$$Z_1 = \sqrt{R_1^T + X_L^T} = \sqrt{(1 \circ)^T + (\dots)^T} = \dots \Omega$$

$$V_e = Z_{\text{e}} \cdot I_{\text{e}} = (\dots) + (\Delta) = \dots V$$

(ب)

$$Z_{\gamma} = \sqrt{R_{\gamma}^{\gamma} + X_c^{\gamma}} = \sqrt{(\Delta)^{\gamma} + (\dots)^{\gamma}} = \dots \Omega$$

$$I_r = \frac{V_e}{Z_r} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

۲
برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به ترسیم دیاگرام

بررداری می باشد.

- چون شاخه‌ی I_1 پس فاز است لذا ولتاژ منبع (ولتاژ شاخه‌ی اول) φ درجه جلوتر از I_1 می‌باشد.

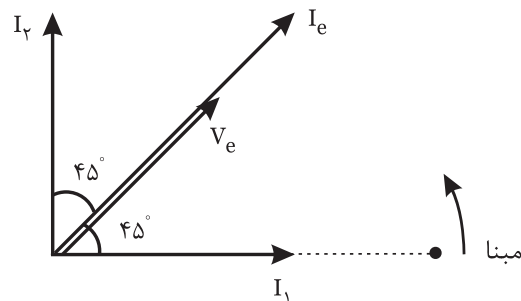
$$\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{10}{20} = 0.5 \Rightarrow \varphi_1 = 60^\circ$$

- چون شاخه‌ی I_p پیش فاز است لذا جریان I_p ، φ_p درجه

از ولتاژ منبع (ولتاژ شاخه‌ی دوم) جلوتر است.

$$\cos \phi_r = \frac{R_r}{Z_r} = \frac{5}{\dots\dots\dots} \Rightarrow \phi_r = 45^\circ$$

- با موقعیت I_1 و I_2 ، جریان منبع بدست می‌آید.

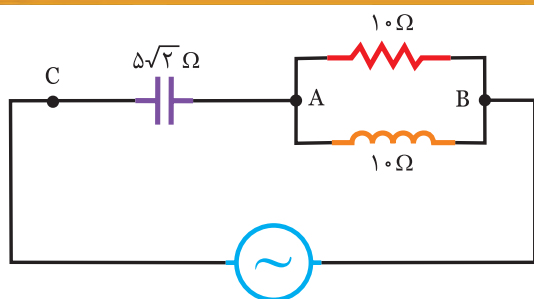


شكل (١٦٤-٦)

از آنجائیکه I_1 و I_2 برهم عمودند، برآیند آنها به صورت

زیر می باشد.

$$I_e = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots A$$



$$V_{AB} = 100V$$

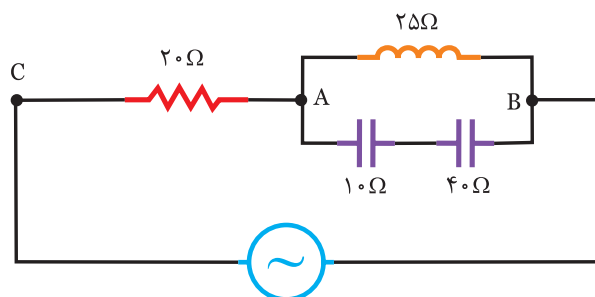
شکل (۶-۱۶۶)

۱- در مدار شکل (۶-۱۶۶) مطلوبست:

الف) جریان کل مدار

ب) ولتاژ کل منبع

ج) امپدانس کل مدار



$$V_{AB} = 200V$$

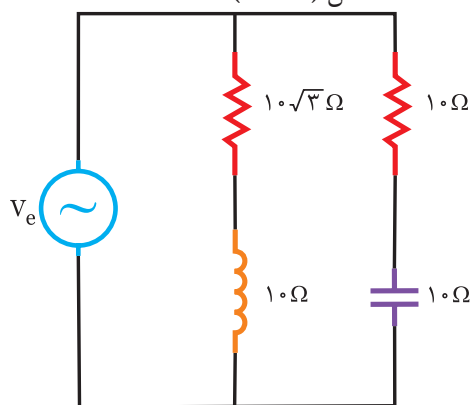
شکل (۶-۱۶۷)

۲- در مدار شکل (۶-۱۶۷) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) در فضای مجازی توسط مولتی‌سیم بررسی کنید.



$$V_e = 100V$$

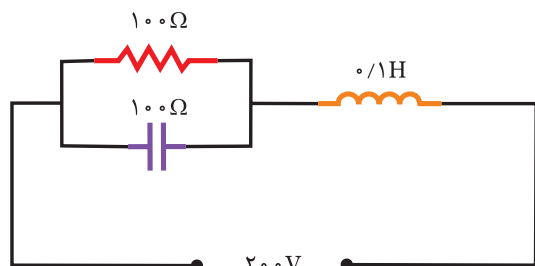
شکل (۶-۱۶۸)

۳- در مدار شکل (۶-۱۶۸) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) امپدانس کل مدار

۴- فرکانس زاویه‌ای تشدید (ω_r) در شکل (۶-۱۶۹) چند رادیان بر ثانیه است.



شکل (۶-۱۶۹)

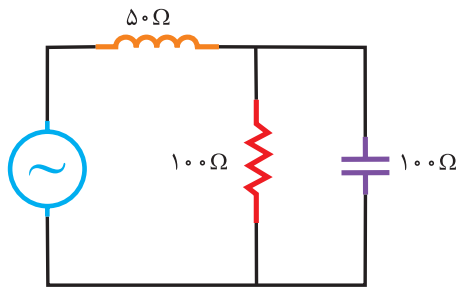
۱۰۰۰ (۱)

۲۵۰ (۲)

۲۰۰۰ (۳)

۵۰۰ (۴)

۵- ضریب توان مدار در شکل (۶-۱۷۰) کدام است.



شکل (۶-۱۷۰)

(۱) ۰/۵

(۲) ۰/۸

(۳) ۰/۷

(۴) ۱

۶- در مدار RLC سری در حالت تشدید قرار دارد اگر R دو برابر و L نیز دو برابر شود، پهنای باند می‌شود.

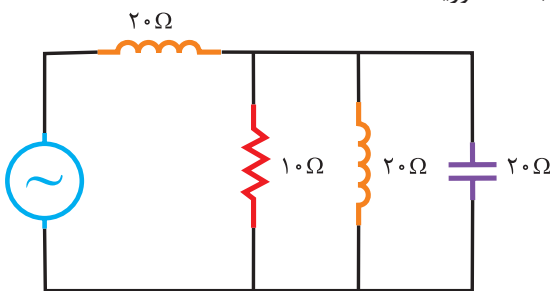
(۱) بی‌نهایت

(۲) نصف

(۳) دو برابر

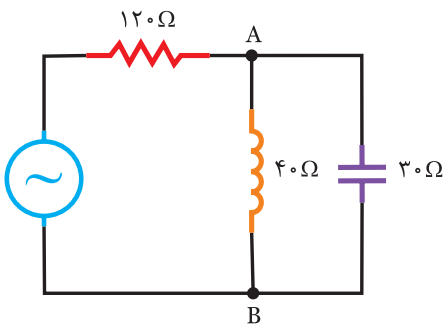
(۴) تغییر نمی‌کند.

۷- در شکل (۶-۱۷۱) اگر ولتاژ کل ۵۰ ولت باشد جریان کل را بدست آورید.



شکل (۶-۱۷۱)

۸- در مدار شکل (۶-۱۷۲) اگر $V_{AB} = 60V$ باشد، ولتاژ کل را بدست آورید.



شکل (۶-۱۷۲)

AA'
 آسکرون
 $V_L = V_P$
 $\varphi_L = \varphi_P$
 یکن فاز
 Three Phase System
 جریان موج یکسو شده
جریان متناوب

رسم دیاگرام جریان های فاز و خط
 $\cos \phi = 4/5 \Rightarrow \phi = 66^\circ$
 میله های سه فاز اختلاف فاز
 نامیده
بتانسیل

اتصال ستاره-توان بختری
 Triangular Form

$V_P = \frac{1}{\sqrt{3}} V_L$
 $I_P = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L$

جریان فاز و خط
 RS ولتاژ خطی

کردن مکانیکی
موج سه فاز

Setunece Phase

در یک سیستم سه فاز
 3 Phase System

جریان های سه فاز
 جریان های سه فاز

خاصیت خازنی
 $I = I_0 \sin \omega t$

پس از آن
 V_{AB}

توان

توان

توان

توان

توان

مدار
 لا فاز
 توان الکتریکی
 باهای متداول
 جریان های فاز و خط
 موجی دو فاز متناوب
 دامنه انرژی الکتریکی
الکتروموتور

Balanced Loads

در یک مدار متناوب سه فاز

جریان خطی
 $V_P = \frac{1}{\sqrt{3}} V_L$

$I_P = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L$

مصرف کننده ای

ولت آمپر

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

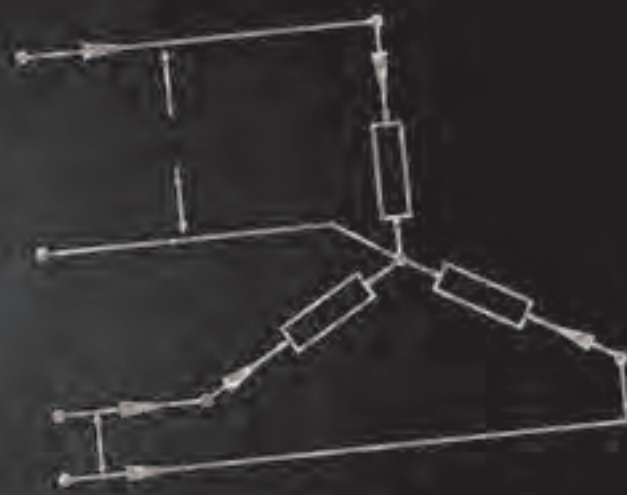
در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز

در یک مدار متناوب سه فاز



فصل هفتم

مدار جریان های سه فاز

۷-۱- مدارهای سه فاز:

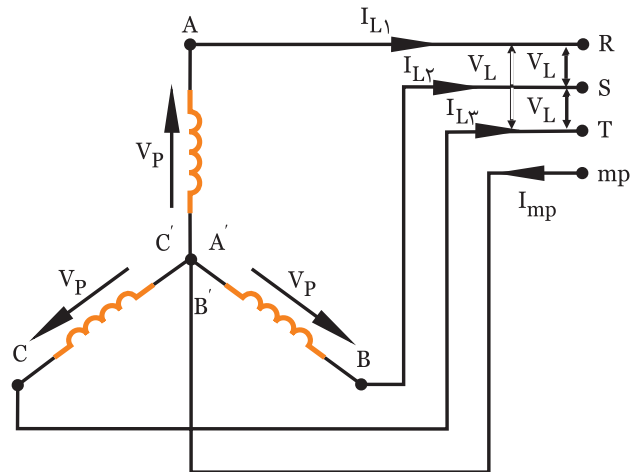
ساختمان ساده‌ی مولدهای سه فاز موجب شده است که انرژی الکتریکی در شکل سه فاز راحت‌تر و ارزان‌تر تولید شود. علاوه بر آن مزایای دیگری نیز برای برق سه فاز می‌توان برشمرد:

- ۱- توان الکتریکی در مصرف‌کننده‌های سه فاز متصل به شبکه هیچ وقت صفر نمی‌شود.
- ۲- ضربان موج یکسو شده سه فاز نسبت به یک فاز بسیار کمتر می‌باشد.
- ۳- در مصرف‌کننده‌های موتوری سه فاز حوزه‌ی دوار مغناطیسی ایجاد می‌کند لذا این مصرف‌کننده‌ها نیاز به راه انداز موتوری، مانند الکتروموتورهای یک فاز ندارند.

تولید جریان متناوب سه فاز:

سه سیم پیچ AA' ، BB' و CC' با اختلاف فاز 120° نسبت به یکدیگر قرار دارند که این سه سیم پیچ را می‌توان به دو صورت به یکدیگر وصل کرد.

الف) به صورت ستاره:



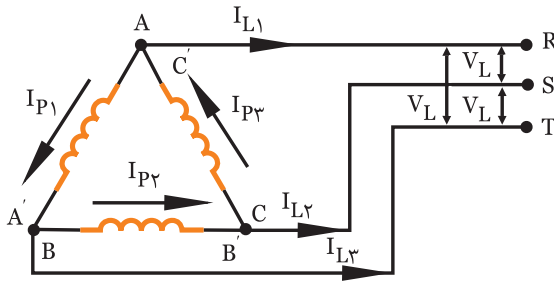
شکل (۷-۱)

$$V_{AA'} = V_P$$

$$V_{BB'} = V_P$$

$$V_{CC'} = V_P$$

ب) به صورت مثلث:



شکل (۷-۲)

$$V_{AA'} = V_L$$

$$V_{BB'} = V_L$$

$$V_{CC'} = V_L$$

چند تعریف مهم:

- ولتاژ فازی: ولتاژ دو سر هر یک از سیم پیچ‌ها

را گویند. V_P

- جریان فازی: جریان عبوری از داخل هر یک

از سیم پیچ‌ها را گویند. I_P

- ولتاژ خطی: ولتاژ بین دو خط (RS یا ST یا

TR) را گویند. V_L

- جریان خطی: جریان عبوری از خطوط انتقال

را گویند. I_L

بارهای متعادل و نامتعادل:

اگر سه مصرف‌کننده تمام مشخصاتشان از

قبیل دامنه، زاویه فاز، پیش فاز و پس فاز بودن با

هم یکی باشند بارها متعادلند و در غیر این صورت

بارها نامتعادل هستند.

۷-۲- اتصال ستاره

در اتصال ستاره برای بدست آوردن مجهولات مسأله اگر نیاز به دیاگرام برداری باشد باید دیاگرام برداری ولتاژ فازها را به صورت زیر رسم کنیم و سپس خواسته‌های مسأله را روی آن دنبال کنیم. (شکل ۷-۳)

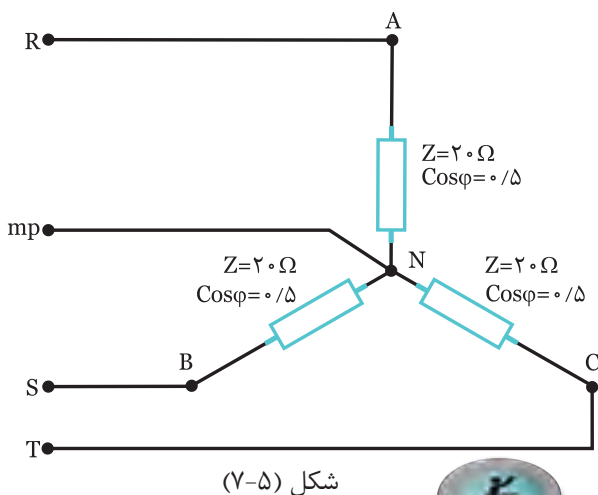
به خاطر داشته باشید

- ۱- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل یک فاز قطع شود توان مصرفی $\frac{2}{3}$ توان نامی می‌شود.
- ۲- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل یک فاز و سیم نول قطع شود توان مصرفی $\frac{1}{3}$ توان نامی می‌شود.
- ۳- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل سیم نول قطع شود توان مصرفی تغییر نمی‌کند.

مثال ۱

در مدار شکل (۷-۵) اگر $V_L = 380$ ولت باشد، مطلوبست:

- الف) جریان‌های فاز و خط
- ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها
- ج) توان‌های موثر و غیر موثر و ظاهری



شکل (۷-۵)

الف) از آنجائیکه بارها متعادل هستند جریان‌های فازی و خطی هر سه مصرف کننده برابر می‌باشد.

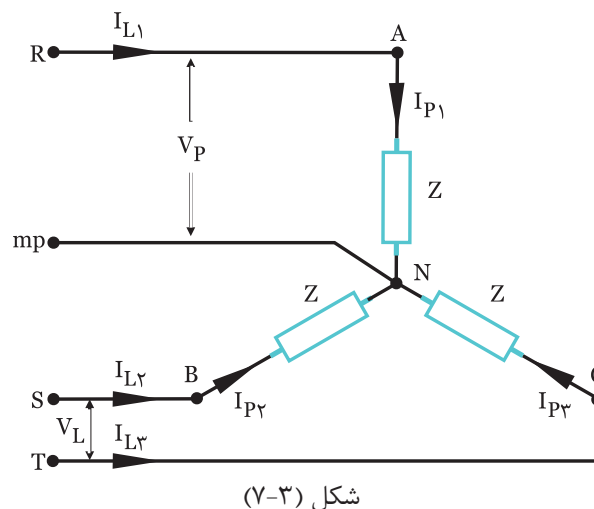
$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A} \Rightarrow I_L = I_P = 11 \text{ A}$$

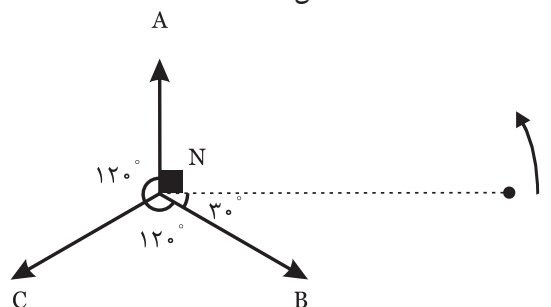
ب) برای رسم دیاگرام برداری به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌نماییم

- ولتاژ فازها را که استاندارد و با یکدیگر 120° اختلاف فاز دارد، ترسیم می‌نماییم.



شکل (۷-۳)



شکل (۷-۴)

در اتصال ستاره همیشه داریم:

$$V_L = \sqrt{3} V_P$$

$$I_L = I_P$$

مصرف کننده‌ها در وضعیت ستاره دو حالت دارند:

الف) ستاره با بارهای متعادل:

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم می‌باشد یکی از

مصرف کننده‌ها را بدست آورده و سه برابر می‌نماییم.

توان اکتیو کل مدار $P_e = 3 V_P I_P \cos \phi$

توان راکتیو کل مدار $P_d = \pm 3 V_P I_P \sin \phi$

توان ظاهری کل مدار $P_s = 3 V_P I_P$

جریان سیم نول $I_N = 0$

ب) ستاره با بارهای نامتعادل:

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم نمی‌باشند لذا توان

هر سه مصرف کننده را با هم جمع می‌نماییم.

$$P_e = V_{P1} I_{P1} \cos \phi_1 + V_{P2} I_{P2} \cos \phi_2 + V_{P3} I_{P3} \cos \phi_3$$

$$P_d = \pm V_{P1} I_{P1} \sin \phi_1 \pm V_{P2} I_{P2} \sin \phi_2 \pm V_{P3} I_{P3} \sin \phi_3$$

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2}$$



(الف)

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = \dots\dots\dots \text{ v}$$

$$I_L = I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{\dots\dots\dots}{20} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

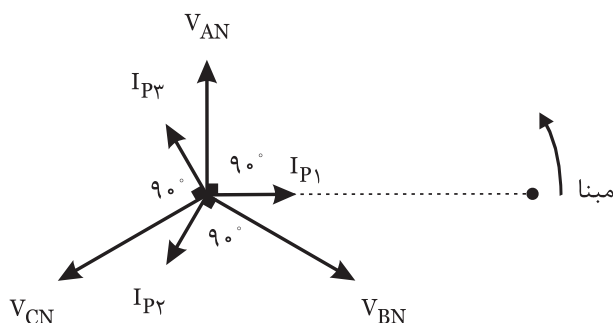
ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

- مینا را ترسیم می‌کنیم.

- ولتاژ فازها را رسم می‌نماییم.

- از آنجائیکه مصرف کننده‌ها سلفی می‌باشد جریان هر فاز ۹۰

عقب‌تر از ولتاژ فازی است.



شکل (۷-۸)

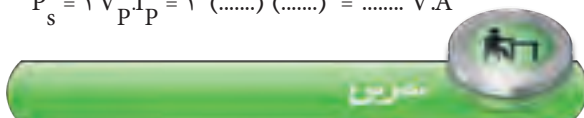
ج) در مصرف کننده‌ی سلفی خالص داریم.

$$\cos \varphi = \cos 90^\circ = 0, \quad \sin 90^\circ = 1$$

$$P_e = 3V_P I_P \cos \varphi = 3(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{ w}$$

$$P_d = 3V_P I_P \sin \varphi = 3(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{ VAR}$$

$$P_s = 3V_P I_P = 3(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{ V.A}$$



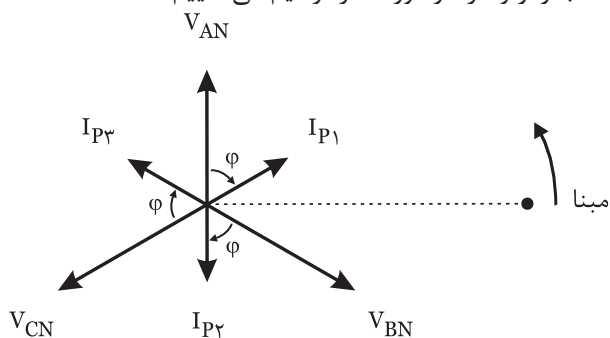
در مدار شکل (۷-۹) اگر $V_L = 380 \text{ V}$ باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار

- چون مصرف کننده‌ها پس فاز هستند جریان هر فاز φ درجه عقب‌تر از ولتاژ فاز مورد نظر ترسیم می‌نماییم.



شکل (۷-۶)

(ج)

$$P_e = 3V_P I_P \cos \varphi = 3(220)(11)(0.5) = 3630 \text{ w}$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - (0.5)^2} = 0.86$$

$$P_d = 3V_P I_P \sin \varphi = 3(220)(11)(0.86) = 6243 \text{ VAR}$$

$$P_s = 3V_P I_P = 3(220)(11) = 7260 \text{ V.A}$$

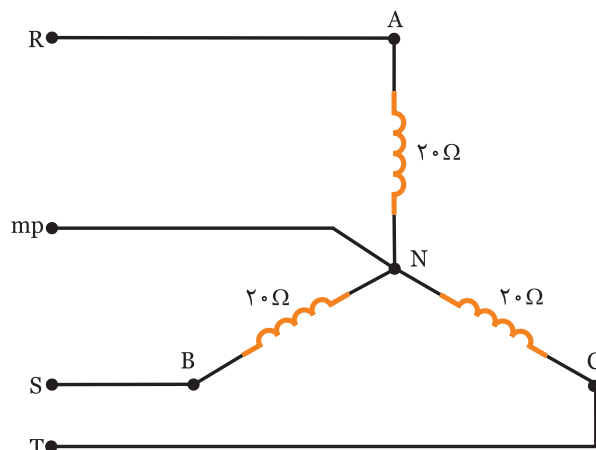


در مدار شکل (۷-۷) اگر $V_L = 380 \text{ V}$ باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های اکتیو- راکتیو و ظاهری

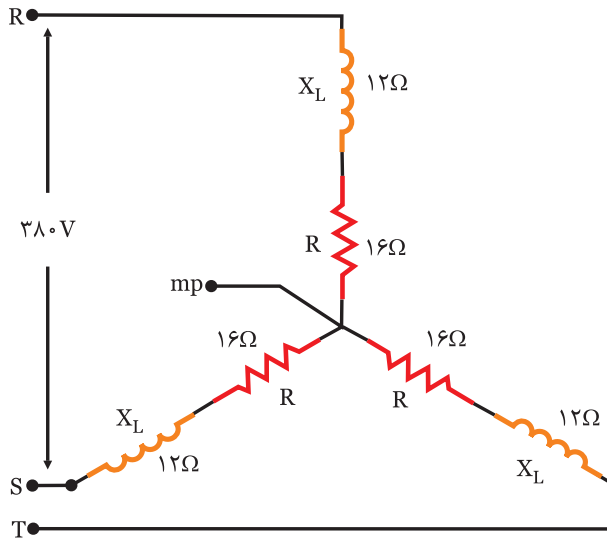


شکل (۷-۷)

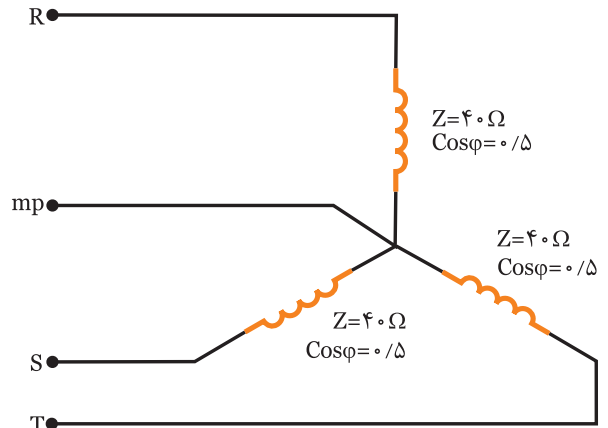
مثال ۲

در مدار شکل (۷-۱۰) مطلوبست:

- (الف) جریان‌های فاز و خط
(ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار
(ج) جریان سیم نول



شکل (۷-۱۰)



شکل (۷-۹)

(الف) ولتاژ بین دو خط داده شده است به همین دلیل ولتاژ فاز به صورت زیر بدست می‌آید.

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

از آنجائیکه بارها متعادلند داریم:

$$I_L = I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

و در هر شاخه:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 \Omega$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{16}{20} = 0.8 \quad (\text{ب})$$

$$P_e = 3 V_P I_P \cos \phi = 3 (220) (11) (0.8) = 58.08 \text{ W}$$

$$P_e = 3V_P I_P \cos\phi = 3(\dots)(\dots)(\dots) = \dots W$$

$$\sin\phi = \frac{X_L}{Z} = \frac{10}{\dots}$$

$$P_d = 3V_P I_P \sin\phi = 3(\dots)(\dots)(\dots) = \dots VAR$$

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots V.A$$

$$I_N = \dots A \quad (ج)$$

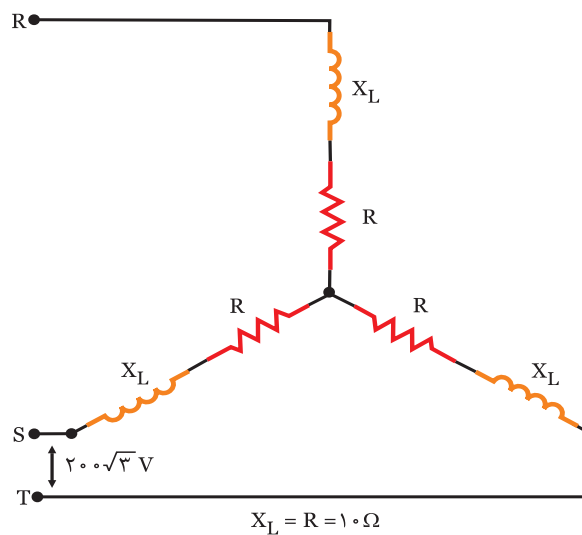


در مدار شکل (۷-۱۲) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول



شکل (۷-۱۲)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

پس فاز $\sin\phi = \frac{X_L}{Z} = \frac{12}{20} = 0.6$

$$P_d = 3V_P I_P \sin\phi = 3(220)(11)(0.6) = 4356 \text{ VAR}$$

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{(5808)^2 + (4356)^2} = 7260 \text{ V.A}$$

ج) از آنجائیکه بارها متعادلند لذا جریان سیم نول صفر است.

$$I_N = 0$$

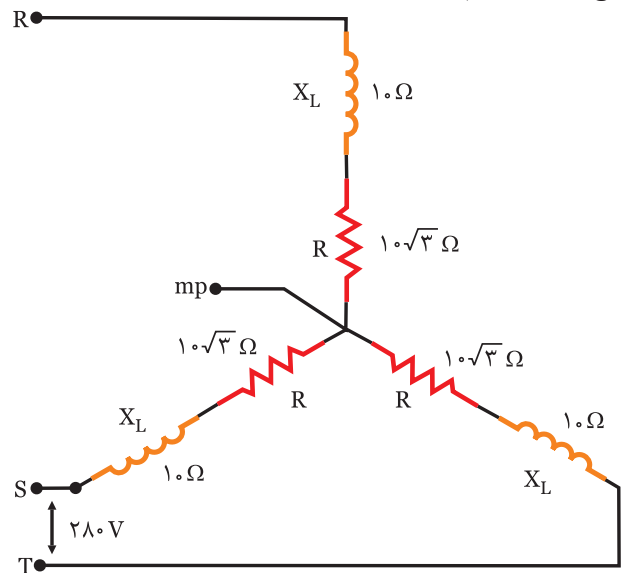


در مدار شکل (۷-۱۱) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول



شکل (۷-۱۱)



الف)

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{280}{\sqrt{3}} = \dots V$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (\dots)^2} = \dots \Omega$$

$$I_L = I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{\dots}{\dots} = \dots A$$

ب)

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{10\sqrt{3}}{\dots}$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_L^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \Omega$$

$$I_{P3} = I_{L3} = \frac{V_P}{Z_3} = \frac{120}{15} = 8 \text{ A}$$

(ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را بدست می‌آوریم.

- مبنا را ترسیم کنید.

- ولتاژ فازها را که همواره ۱۲۰ درجه اختلاف فاز دارند، رسم نمایید.

- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی Z_1 خازنی بوده لذا I_{P1} درجه ϕ_1 جلوتر از ولتاژ فاز R می‌باشد.

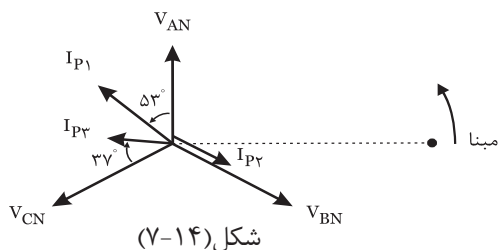
$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{6}{10} = 0.6 \text{ A} \Rightarrow \phi_1 = 53^\circ$$

- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی Z_2 اهمی می‌باشد لذا I_{P2} هم فاز ولتاژ فاز S می‌باشد.

- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی Z_3 سلفی بوده لذا I_{P3} درجه ϕ_3 عقبتر از ولتاژ فاز T می‌باشد.

$$\cos \phi_3 = \frac{R_3}{Z_3} = \frac{12}{15} = 0.8 \text{ A} \Rightarrow \phi_3 = 37^\circ$$

- با توجه به موقعیت جریان‌ها دیاگرام به صورت زیر است.

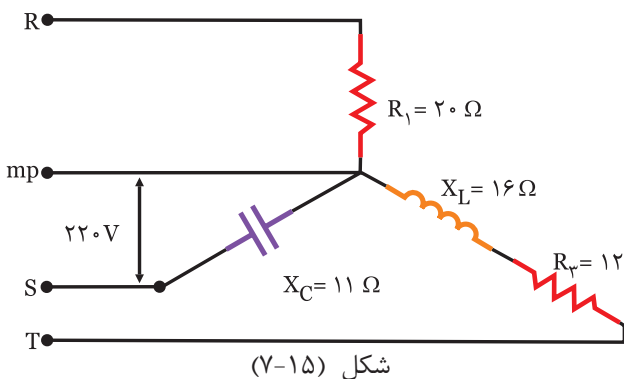


فعالیت ۳

در مدار شکل (۷-۱۵) مطلوبست:

(الف) جریان‌های فاز و خط

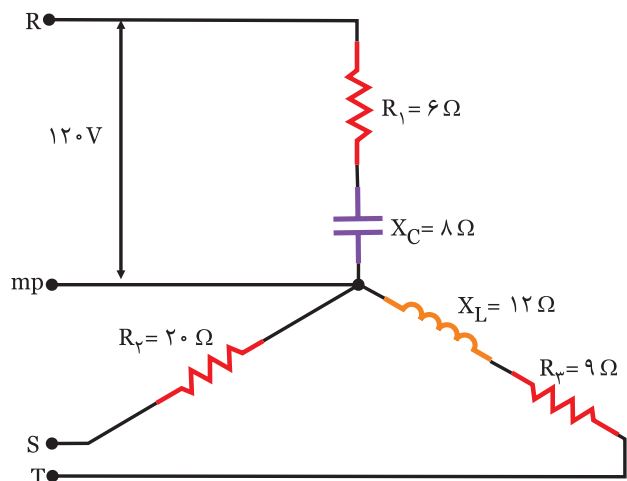
(ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



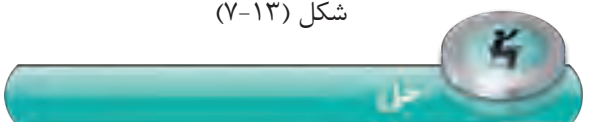
در مدار شکل (۷-۱۳) مطلوبست:

(الف) جریان‌های فاز و خط

(ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



شکل (۷-۱۳)



(الف) از آنجائیکه ولتاژ خط و نول داده شده است لذا ولتاژ فازی می‌باشد.

$$V_P = 120 \text{ V}$$

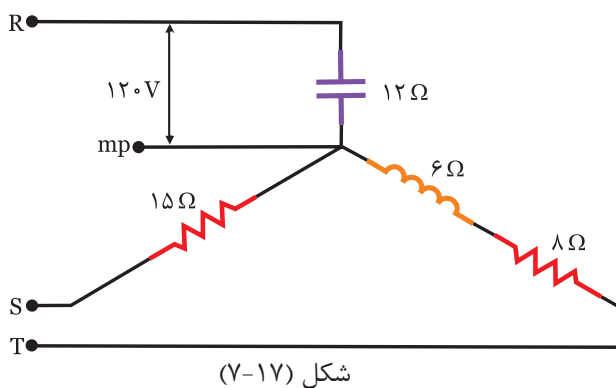
در مصرف کننده‌های ستاره همیشه $I_P = I_L$ برابر می‌باشد.

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Omega$$

$$I_{P1} = I_{L1} = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

$$Z_2 = R_2 = 10 \Omega$$

$$I_{P2} = I_{L2} = \frac{V_P}{Z_2} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$



شکل (۷-۱۷)



$$Z_1 = R_1 = \dots \Omega$$

(الف)

$$I_{P1} = I_{L1} = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{220}{\dots} = \dots A$$

$$Z_Y = X_C = \dots \Omega$$

$$I_{L2} = I_{P2} = \frac{V_P}{Z_Y} = \frac{220}{\dots} = \dots A$$

$$Z_Y = \sqrt{R_Y^2 + X_L^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \dots \Omega$$

$$I_{L3} = I_{P3} = \frac{V_P}{Z_Y} = \frac{220}{\dots} = \dots A$$

(ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام دهید.

- مبنا را ترسیم کنید.

- ولتاژ فازها را ترسیم کنید.

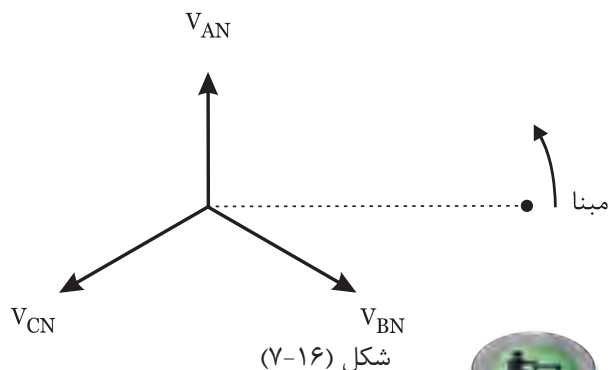
- Z_1 اهمی می باشد لذا جریان I_{P1} هم فاز فاز R (V_{AN}) است.

- Z_Y خازنی می باشد لذا جریان I_{P2} ۹۰° جلوتر از فاز S (V_{BN}) است.

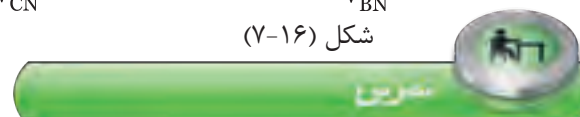
- Z_Y خاصیت سلفی دارد لذا I_{P3} ۳۰° درجه عقبتر از فاز T است.

$$\cos \phi_Y = \frac{R_Y}{Z_Y} = \frac{12}{\dots} = \dots \Rightarrow \phi_Y = 53^\circ$$

- با توجه به موقعیت جریان ها دیاگرام برداری را کامل کنید.



شکل (۷-۱۶)



در مدار شکل (۷-۱۷) مطلوبست:

(الف) جریان های فاز و خط

(ب) رسم دیاگرام ولتاژها و جریان ها

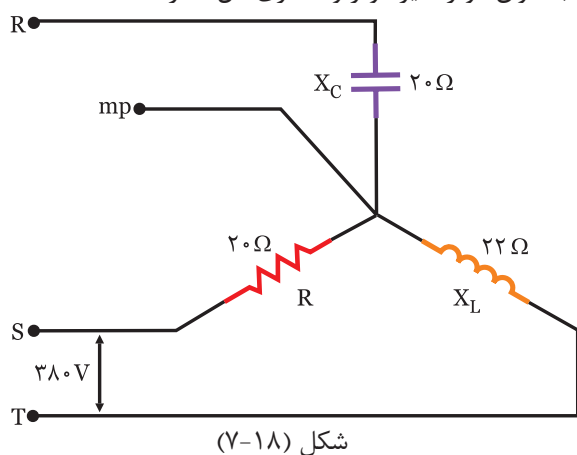


مثال ۴

در مدار شکل (۷-۱۸) مطلوبست:

(الف) جریان های فاز و خط

(ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار



شکل (۷-۱۸)



(الف)

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ V}$$

$$I_{P1} = I_{L1} = \frac{V_P}{X_L} = \frac{\dots\dots\dots}{20} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$I_{P2} = I_{L2} = \frac{V_P}{R} = \frac{\dots\dots\dots}{22} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

$$I_{P3} = I_{L3} = \frac{V_P}{X_L} = \frac{\dots\dots\dots}{40} = \dots\dots\dots \text{ A}$$

(ب)

$$P_e = P_{e1} + P_{e2} = \frac{V_P^2}{R_1} + \frac{V_P^2}{R_2} = \frac{(\dots\dots\dots)^2}{22} + \frac{(\dots\dots\dots)^2}{40} = \dots\dots\dots \text{ W}$$

$$P_d = P_{dL} = \frac{V_P^2}{X_L} = \frac{(\dots\dots\dots)^2}{20} = \dots\dots\dots \text{ VAR}$$

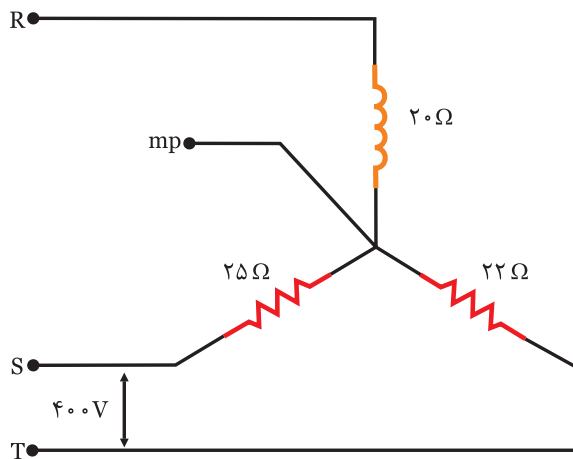
$$Z = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{(\dots\dots\dots)^2 + (\dots\dots\dots)^2} = \dots\dots\dots \text{ V.A}$$



در مدار شکل (۷-۲۰) مطلوبست:

(الف) جریان‌های فاز و خط

(ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار



شکل (۷-۲۰)



(الف) ابتدا ولتاژ فازي را بدست می‌آوریم:

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

$$I_{P1} = I_{L1} = \frac{V_{P1}}{X_C} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

$$I_{P2} = I_{L2} = \frac{V_P}{R} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

$$I_{P3} = I_{L3} = \frac{V_P}{X_L} = \frac{220}{22} = 10 \text{ A}$$

(ب) از آنجائیکه فاز R دارای مصرف کننده‌ی خازنی است فقط توان راکتیو دارد.

از آنجائیکه فاز S دارای مصرف کننده‌ی اهمی است فقط توان دارد.

از آنجائیکه فاز T دارای مصرف کننده‌ی سلفی است فقط توان راکتیو دارد.

$$P_e = P_{e2} = \frac{V_P^2}{R} = \frac{(220)^2}{20} = 2420 \text{ W}$$

$$P_d = -P_{dC} + P_{dL} = -\frac{V_P^2}{X_C} + \frac{V_P^2}{X_L} =$$

$$-\frac{(220)^2}{20} + \frac{(220)^2}{22} = -220 \text{ VAR}$$

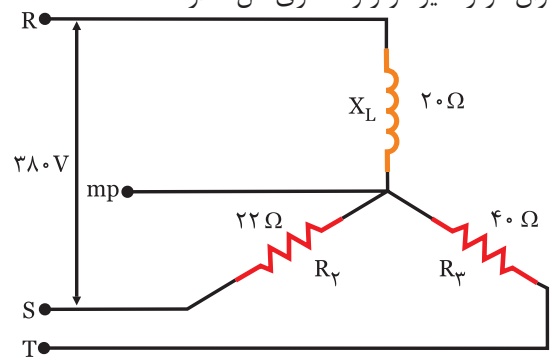
$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{(2420)^2 + (-220)^2} = 2421 \text{ V.A}$$



در مدار شکل (۷-۱۹) مطلوبست:

(الف) جریان‌های فاز و خط

(ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار



شکل (۷-۱۹)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



به کمک موتورهای جستجوگر درباره‌ی لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

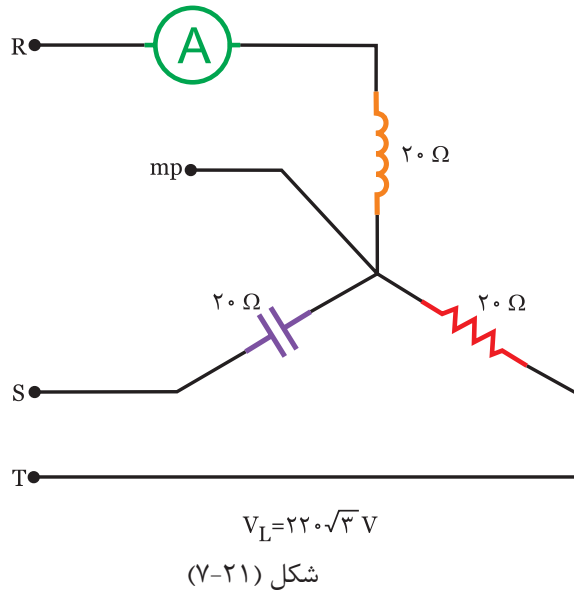
- Three Phase System (۱)
- Sequenece Phase (۲)
- Triangular Form (۳)
- Balanced Loads (۴)
- Unbalanced Loads (۵)

کار عملی (در صورت امکان):

- سه لامپ ۱۰۰ را به صورت ستاره در کارگاه ببندید و حالت‌های زیر را بررسی کنید.
- ۱- اگر یکی از لامپ‌ها قطع شود نور لامپ‌های دیگر چه تغییری می‌کند.
 - ۲- اگر یکی از فازها و سیم نول قطع شود وضعیت نور لامپ‌ها را بررسی کنید.
 - ۳- اگر فقط سیم نول قطع شود وضعیت را بررسی کنید.

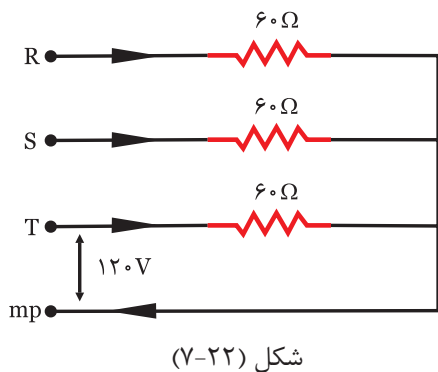


- ۱- چنانچه دو بردار F با زاویه 60° باشد برآیند آن دو بردار $\sqrt{3}F$ است. ☐ صحیح ☐ غلط
- ۲- چنانچه دو بردار مساوی با زاویه 120° باشد برآیند آن‌ها مساوی یکی از بردارها است. ☐ صحیح ☐ غلط
- ۳- اگر در مصرف کننده‌هایی که گردش مکانیکی دارند جای دو فاز عوض شود
۴- در اتصال ستاره با بارهای نامتعادل اگر سیم نول قطع شود رابطه‌ی بین ولتاژ فازی و خطی کدام است.
- $V_L = V_P$ (۲) $V_L = \sqrt{3} V_P$ (۱)
 $V_P = \sqrt{3} V_L$ (۳) (۴) با توجه به مصرف کننده‌ها کم و زیاد می‌شود.



۵- در مدار شکل (۷-۲۱) آمپرتر چه عددی را نشان می‌دهد.

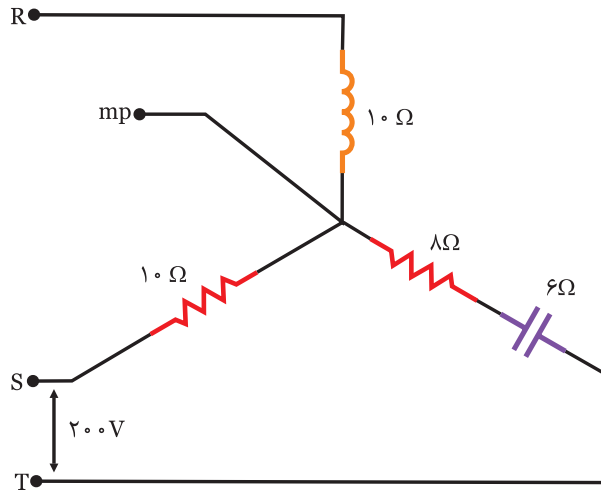
- (۱) ۲۲
(۲) ۱۱
(۳) $22\sqrt{3}$
(۴) $11\sqrt{3}$



۶- در مدار شکل (۷-۲۲) جریان سیم نول چند آمپر است.

- (۱) ۲
(۲) $5/4$
(۳) ۶
(۴) صفر

۷- در شکل (۷-۲۳) توان راکتیو چند کیلو وار است.



شکل (۷-۲۳)

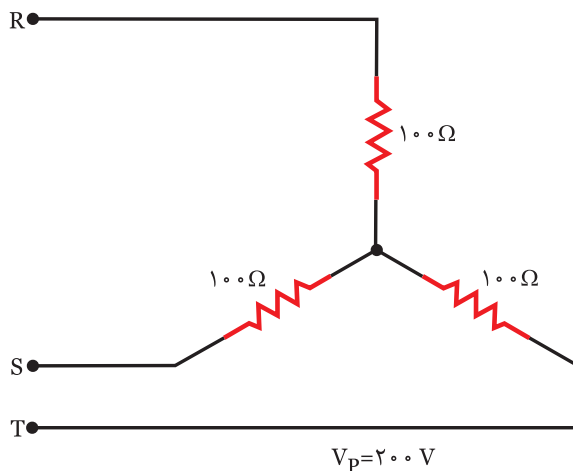
(۱) ۶/۴

(۲) ۱/۶

(۳) ۴

(۴) ۲/۴

۸- در مدار شکل (۷-۲۴) توان ظاهری چند ولت آمپر است.



شکل (۷-۲۴)

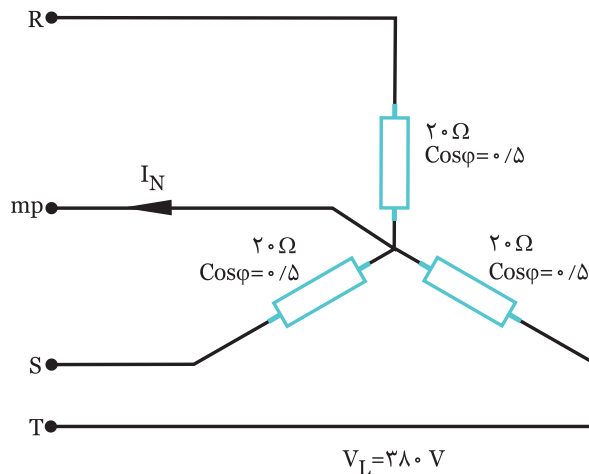
(۱) ۴۰۰

(۲) ۱۲۰۰

(۳) ۸۰۰

(۴) ۲۴۰۰

۹- جریان سیم نول در مدار شکل (۷-۲۵) چند آمپر است.



شکل (۷-۲۵)

(۱) صفر

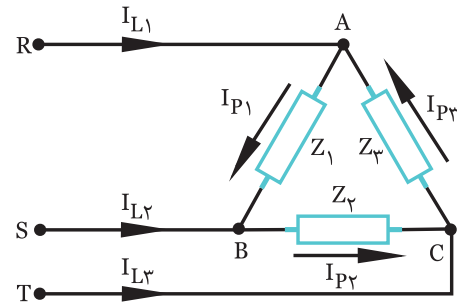
(۲) ۱۱

(۳) $11\sqrt{3}$

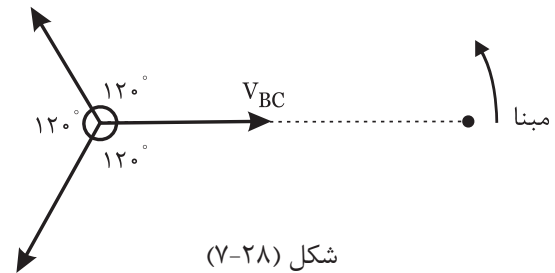
(۴) ۸/۰۵

۷-۳- اتصال مثلث

در اتصال مثلث برای بدست آوردن مجهولات مسئله اگر نیاز به دیاگرام بردار می باشد باید دیاگرام برداری ولتاژ خطوط را به صورت زیر رسم کرد و سپس خواسته ها را بدست آورد در اتصال مثلث همواره ولتاژ خط با فاز برابر است. $V_L = V_P$



شکل (۷-۲۷)

 V_{AB} 

شکل (۷-۲۸)

 V_{CA}

$$V_{AB} = V_{P1}$$

$$V_{BC} = V_{P2}$$

$$V_{CA} = V_{P3}$$

مصرف کننده ها در وضعیت مثلث دو حالت دارند:

الف) مثلث با بارهای متعادل:

چون توان مصرف کننده ها شبیه هم می باشد یکی از مصرف کننده ها را به دست آورده سه برابر می نماییم. از آنجائیکه بارها متعادل هستند جریان خط به صورت زیر بدست می آید:

$$I_L = \sqrt{3} I_P$$

$$P_e = 3 V_P I_P \cos \phi$$

$$P_e = 3 V_P I_P \sin \phi$$

$$P_s = 3 V_P I_P$$

ب) مثلث با بارهای نامتعادل:

چون توان مصرف کننده ها شبیه هم نیستند لذا توان هر سه مصرف کننده را با هم جمع می نماییم.

$$P_e = V_{P1} I_{P1} \cos \phi_1 + V_{P2} I_{P2} \cos \phi_2 + V_{P3} I_{P3} \cos \phi_3$$

$$P_d = \pm V_{P1} I_{P1} \sin \phi_1 \pm V_{P2} I_{P2} \sin \phi_2 \pm V_{P3} I_{P3} \sin \phi_3$$

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2}$$

چند نکته:

- ۱- اگر در اتصال مثلث با بار متعادل یک مصرف کننده قطع شود توان مصرفی $\frac{2}{3}$ توان نامی می شود.
- ۲- اگر در اتصال مثلث با بار متعادل یک فاز (R یا S یا T) قطع شود توان مصرفی $\frac{1}{3}$ توان نامی می شود.

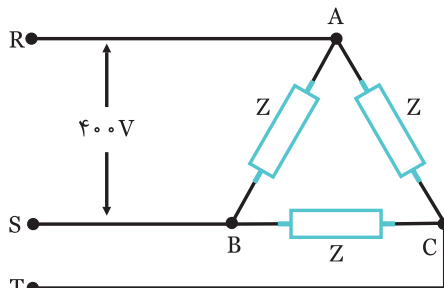
مثال ۵

در مدار شکل (۷-۲۹) مطلوبست:

الف) جریان های خط و فاز

ب) توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

پس فاز $\cos \phi = 0.6$ و $Z = 100 \Omega$



شکل (۷-۲۹)

حل

الف) در اتصال ستاره همواره $V_L = V_P$ می باشد. از آنجائیکه بارها متعادلند جریان فازها برابرند.

$$I_P = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{400}{100} = 4A$$

$$I_L = \sqrt{3} I_P = \sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3} A$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A \quad \text{سه برابر می نماییم.}$$

$$P_e = 3V_P I_P \cos \phi = (400) (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots W$$

$$\sin \phi = \frac{X_L}{Z} = \frac{10}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

$$P_d = 3V_P I_P \sin \phi = 3(400) (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{VAR}$$

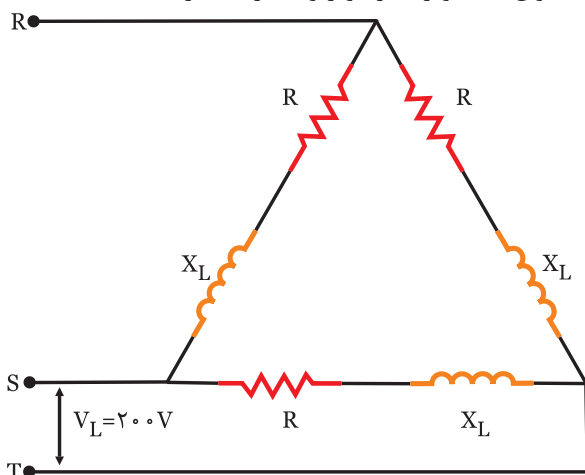
$$P_s = 3V_P I_P = 3(400) (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots \text{VA}$$



در مدار شکل (۷-۳۱) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

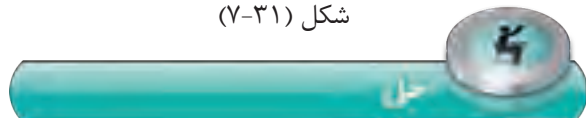
ب) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار



$$R = 10 \Omega$$

$$X_L = 10\sqrt{3} \Omega$$

شکل (۷-۳۱)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب) از آنجائیکه بارها متعادلند توان یکی را بدست آورده و سه برابر می نماییم.

$$P_e = 3V_P I_P \cos \phi = 3(400) (4) (0.6) = 2880 W$$

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - (0.6)^2} = 0.8$$

$$P_d = 3V_P I_P \sin \phi = 3(400) (4) (0.8) = 3840 \text{VAR}$$

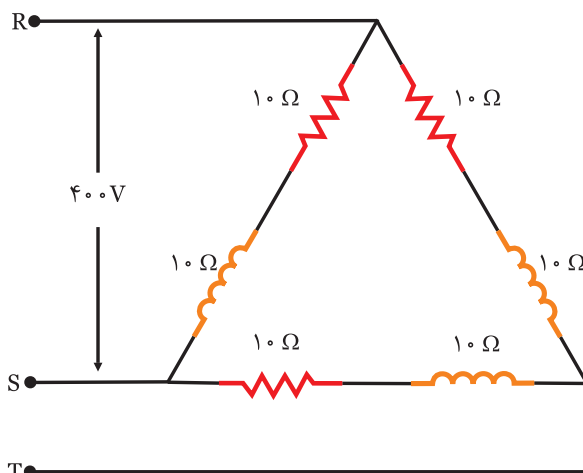
$$P_s = 3V_P I_P = 3(400) (4) = 4800 \text{VA}$$



در مدار شکل (۷-۳۰) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار



شکل (۷-۳۰)



الف) $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \Omega$

$$V_P = V_L = 400 V$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{400}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$$

$$I_L = \sqrt{3} I_P = \sqrt{3} (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots A$$

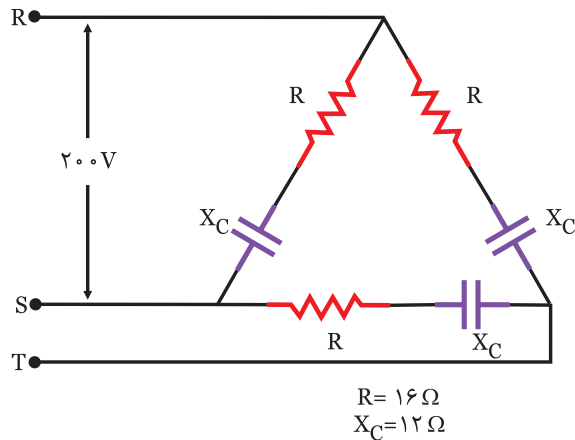
ب) بارها متعادلند لذا توان یک مصرف کننده بدست آورده و

فعالیت ۷

در مدار شکل (۷-۳۴) مطلوبست:

(الف) جریان‌های خط و فاز

(ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



شکل (۷-۳۴)

(الف) $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \dots\dots\dots \Omega$

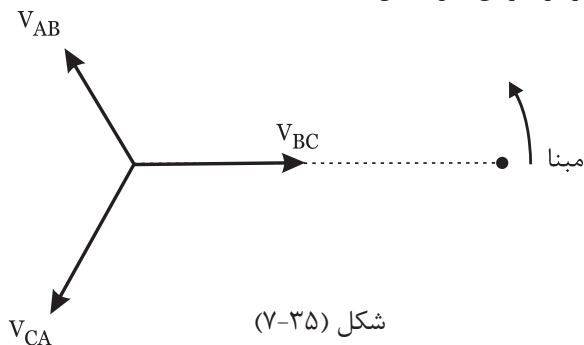
$V_L = V_P = 400V$

$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{400}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots A$

$I_L = \sqrt{3} I_P = \sqrt{3} (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots A$

(ب) برای رسم دیاگرام برداری مبنای ولتاژهای خط را ترسیم کرده و از آنجائیکه مصرف کننده‌ها خاصیت خازنی دارند جریان فاز ϕ درجه جلوتر از ولتاژهای خط می‌باشد.

$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{16}{\dots\dots\dots} \Rightarrow \phi = 37^\circ$
بردار جریان‌ها را کامل نمایید.



شکل (۷-۳۵)

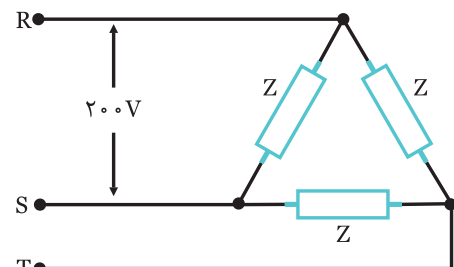
مثال ۷

در مدار شکل (۷-۳۲) مطلوبست:

(الف) جریان‌های خط و فاز

(ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

پس فاز $Z = 20 \Omega$ و $\cos \phi = 0.5$



شکل (۷-۳۲)

(الف) $V_L = V_P = 200V$

$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{200}{20} = 10A$

$I_L = \sqrt{3} I_P = \sqrt{3} (10) = 17.3 A$

(ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام دهید.

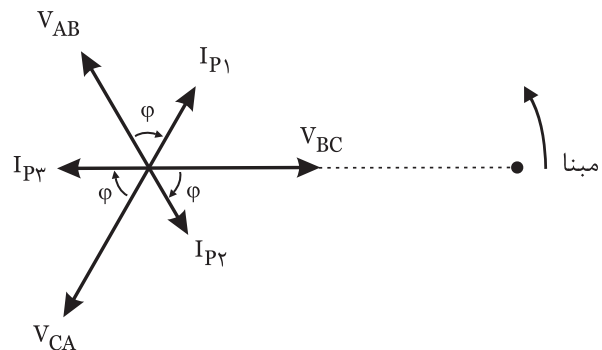
- مبنا را ترسیم کنید.

- ولتاژهای خط را ترسیم نمایید.

- از آنجائیکه مصرف کننده‌ها پس فاز است لذا جریان فازی

ϕ درجه عقب‌تر از ولتاژ خط می‌باشد، که داریم:

$\cos \phi = 0.5 \Rightarrow \phi = 60^\circ$



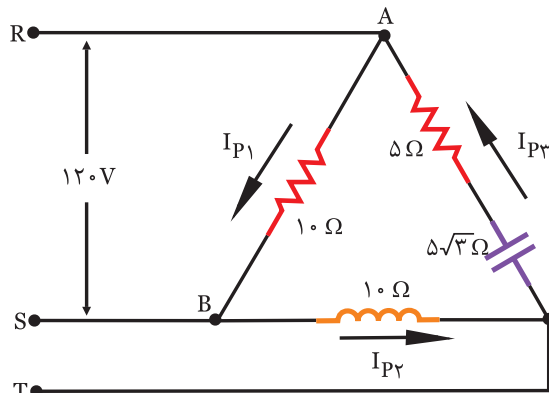
شکل (۷-۳۳)

مثال ۷

در مدار شکل (۷-۳۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



شکل (۷-۳۷)

$$V_P = V_L = 120 \text{ V}$$

$$I_{P1} = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

$$I_{P2} = \frac{V_P}{Z_2} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2} = 10 \Omega$$

$$I_{P3} = \frac{V_P}{Z_3} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

ب) برای رسم دیاگرام برداری به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.

- ولتاژهای خطی را ترسیم کنید.

- Z_1 اهمی است لذا جریان I_{P1} هم فاز ولتاژ (V_{AB}) می‌باشد.

- Z_2 سلفی است لذا جریان I_{P2} 90° درجه عقب‌تر از ولتاژ (V_{BC}) می‌باشد.

- Z_3 خاصیت خازنی دارد لذا I_{P3} ϕ_3 درجه جلوتر از ولتاژ (V_{CA}) می‌باشد.

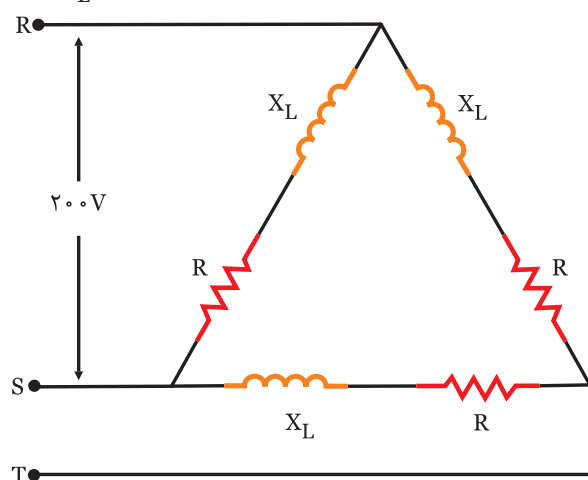
$$\cos \phi_3 = \frac{R_3}{Z_3} = \frac{5}{10} = 0.5 \text{ A} \Rightarrow \phi_3 = 60^\circ$$

تمرین

در مدار شکل (۷-۳۶) مطلوبست:

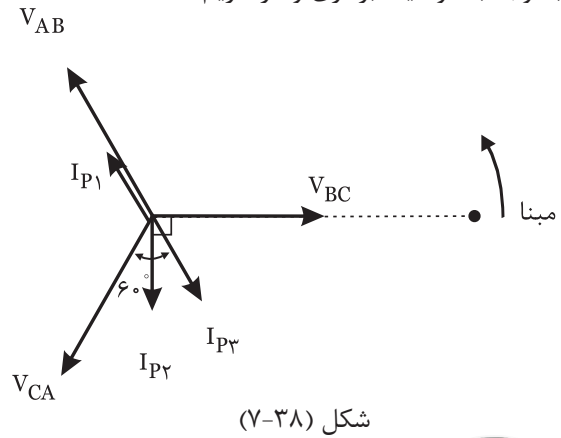
الف) جریان‌های خط و فاز

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها $R = X_L = 10 \Omega$



شکل (۷-۳۶)

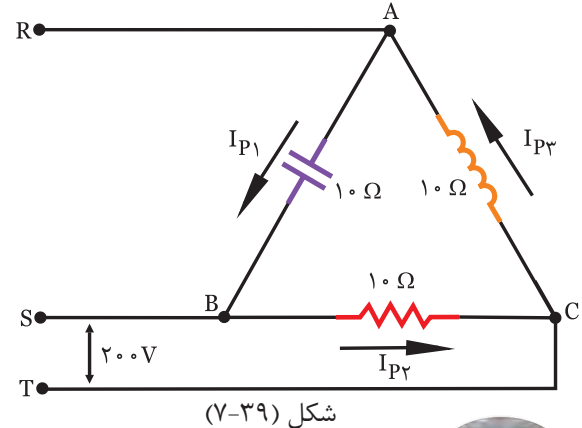
- با توجه به موقعیت برداری ولتاژ داریم.



در مدار شکل (۷-۳۹) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



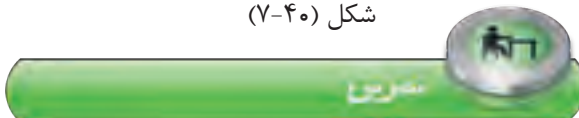
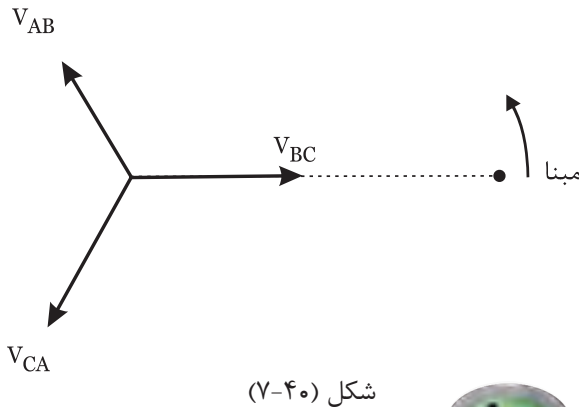
الف) $V_L = V_P = 200V$

$$I_{P1} = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{200}{\dots} = \dots A$$

$$I_{P2} = \frac{V_P}{Z_2} = \frac{200}{\dots} = \dots A$$

$$I_{P3} = \frac{V_P}{Z_3} = \frac{200}{\dots} = \dots A$$

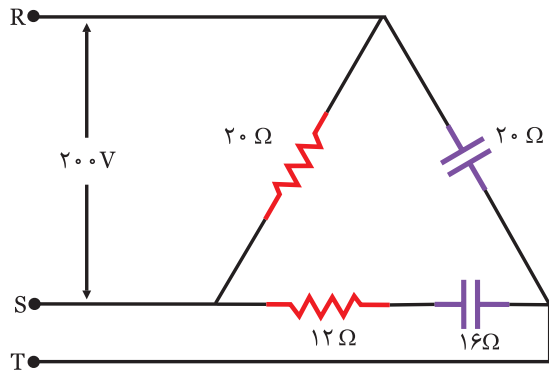
ب) برای رسم دیاگرام برداری بعد از تعیین مبنا و ترسیم دیاگرام ولتاژها برای ترسیم جریان‌ها به نکات زیر دقت کنید.
 Z_1 - خازنی می‌باشد لذا I_{P1} ، ۹۰ جلوتر از (V_{AB}) می‌باشد.
 Z_2 - اهمی می‌باشد لذا جریان I_{P2} ، هم فاز (V_{BC}) می‌باشد.
 Z_3 - سلفی می‌باشد لذا I_{P3} ، ۹۰ درجه عقب‌تر از (V_{CA}) می‌باشد.
 دیاگرام برداری را کامل کنید.



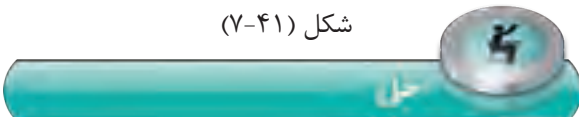
در مدار شکل (۷-۴۱) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



شکل (۷-۴۱)



.....

.....

.....

.....

[illegible]

کار عملی (در صورت امکان):

سه لامپ ۱۰۰W را به صورت سیستم مثلث در کارگاه ببندید و حالت‌های زیر را بررسی کنید.

۱- اگر یکی از سه لامپ قطع شود نور لامپ‌های دیگر را بررسی کنید.

۲- اگر یکی از خط‌های R یا S یا T قطع شود نور لامپ‌های دیگر را بررسی کنید.



۱- در یک اتصال مثلث با بار متعادل توان مصرفی کل ۱۲۰ وات است. اگر یک فاز قطع شود، توان مصرفی به ۶۰ وات می‌رسد.

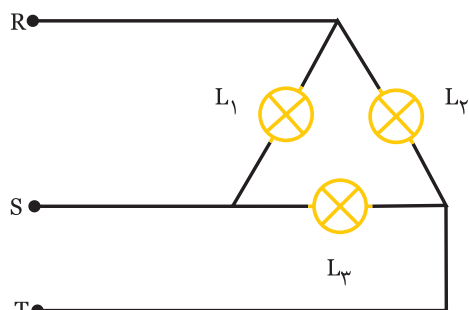
☐ صحیح ☐ غلط

۲- اگر در اتصال مثلث مصرف کننده‌ها سیم پیچ باشند با قطع یک فاز احتمال سوختن سیم پیچ‌ها وجود دارد.

☐ صحیح ☐ غلط

۳- در مدار شکل (۷-۴۲) اگر فاز R قطع شود جریان L_1 نصف می‌شود.

☐ صحیح ☐ غلط

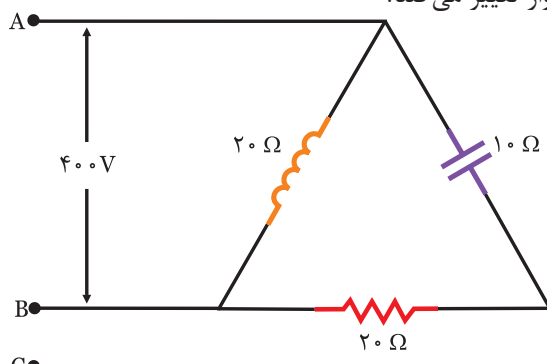


شکل (۷-۴۲)

۴- در مدارهای سه فاز در کدام حالت در صورت قطع یک فاز یکی از مصرف کننده‌ها بدون تغییر مانده و ولتاژ دو مصرف کننده دیگر نصف می‌شود؟

- (۱) ستاره با بار نامتعادل
- (۲) ستاره با بار متعادل
- (۳) مثلث با بار متعادل
- (۴) مثلث با بار نامتعادل

۵- در مدار شکل (۷-۴۳) اگر فاز A قطع شود توان راکتیو چند کیلو وار تغییر می‌کند؟



شکل (۷-۴۳)

(۱) ۸

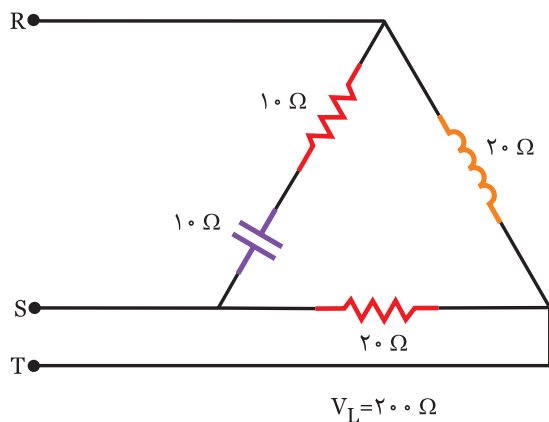
(۲) ۱۶

(۳) ۴

(۴) تغییر نمی‌کند.

۶- کدام گزینه در مورد اتصال مثلث در بارهای نامتعادل صحیح است.

- (۱) جریان‌های خطی با هم برابر و جریان‌های فازی متفاوتند.
- (۲) ولتاژهای خطی و فازی با هم برابر و جریان‌های خطی و فازی متفاوت هستند.
- (۳) ولتاژهای خطی و جریان‌های خطی با هم متفاوتند.
- (۴) ولتاژهای خطی و فازی متفاوت و جریان‌های خطی و فازی برابرند.



۷- در مدار شکل (۷-۴۴) توان مصرفی چند کیلو وات است.

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

شکل (۷-۴۴)

۸- برای راه‌اندازی موتورهای سه فاز آسنکرون ابتدا به صورت راه‌اندازی کرده و سپس به صورت استفاده می‌شود.

۹- بارهای متعادل سه فاز یعنی بارهایی که مقدار اهمی آن یکسان باشد. ☐ صحیح ☐ غلط

۱۰- مقدار ولتاژ یکسو شده‌ی موج سه فاز از مقدار ولتاژ یکسو شده‌ی یک فاز بیشتر است. ☐ صحیح ☐ غلط

