

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

محاسبات فنی عمومی

(کتاب کار و تمرین هنرجو)

رشته متالورژی

زمینه صنعت

شاخه آموزش فنی و حرفه ای

شماره درس ۲۳۲۰

سرشناسه	:	علی محمدی جمشید، ۱۳۳۸.
عنوان و نام پدیدآور	:	کتاب محاسبات فنی عمومی (کتاب کار و تمرین هنرجو) رشته : متالورژی، شاخه آموزش فنی و حرفه ای/ مؤلفان : جمشید علی محمدی، امیر ریاحی : برنامه ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتاب های درسی فنی و حرفه ای و کار دانش.
مشخصات نشر	:	تهران : شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	:	۲۵۴ ص. : جدول : ۲۹×۲۲ س.م.
شابک	:	۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۲۱۹۱-۵
وضعیت فهرست نویسی	:	فیبا
موضوع	:	۱- متالورژی - راهنمای آموزشی (متوسطه)، ۲- متالورژی - مسائل، تمرین ها و غیره (متوسطه)، ۳- متالورژی - آزمون ها و تمرین ها (متوسطه)
شناسه افزوده	:	الف - ریاحی، امیر، ۱۳۵۳. ب - سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. ج - دفتر تألیف کتاب های درسی فنی و حرفه ای و کار دانش. د - اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی.
رده بندی کنگره	:	۱۳۹۰ ۵۸/ع ۶۶۵ TN
رده بندی دیویی	:	۶۶۹
شماره کتاب شناسی ملی	:	۲۳۴۴۰۵۶

همکاران محترم و دانش‌آموزان عزیز :

پیشنهادهای و نظرات خود را درباره محتوای این کتاب به نشانی
تهران - صندوق پستی شماره ۴۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف کتاب‌های درسی
فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ارسال فرمایند.

tvoccd@roshd.ir

پیام‌نگار (ایمیل)

www.tvoccd.medu.ir

وب‌گاه (وب‌سایت)

محتوای این کتاب در کمیسیون تخصصی رشته متالورژی دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و
حرفه‌ای و کاردانش تأیید شده است.

وزارت آموزش و پرورش

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

نام کتاب : محاسبات فنی عمومی (کتاب کار و تمرین هنرجو) - ۳۵۸/۷۴

مؤلفان : امیر ریاحی، جمشید علی‌محمدی

نظارت بر چاپ و توزیع : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وب‌سایت : www.chap.sch.ir

حروفچین : زهرا ابیاتی

رسام، صفحه‌آرا و طراح جلد : امیر ریاحی

ناشر : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران : تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)

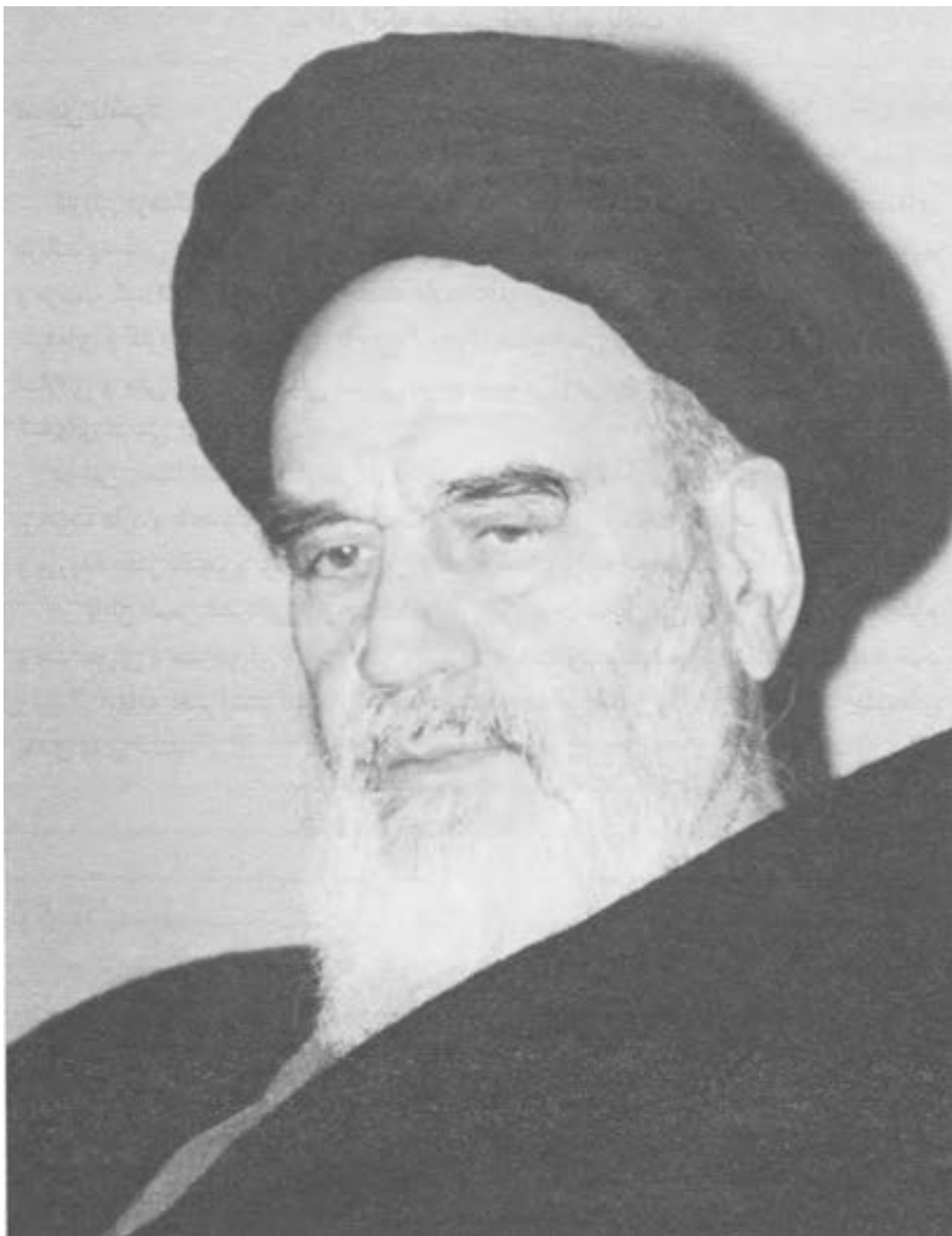
تلفن : ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار : ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی : ۳۷۵۱۵-۱۳۹

چاپخانه : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

نوبت و سال چاپ : چاپ سوم ۱۳۹۴

حق چاپ محفوظ است.

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۲۱۹۱-۵ ISBN 978-964-05-2191-5



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتکای به اجانب پرهیزید.

امام خمینی «قدّس سرّه الشّریف»

فهرست

صفحه	عنوان
۱	مقدمه
۳	فصل اول: کاربرد محاسبات طولی در حل مسایل فنی
۳۳	فصل دوم: زاویه و زمان
۵۲	فصل سوم: کاربرد محاسبات سطوح در حل مسایل فنی
۸۲	فصل چهارم: کاربرد محاسبات احجام هندسی در حل مسایل فنی
۱۲۰	فصل پنجم: جرم و چگالی
۱۵۱	فصل ششم: وزن
۱۷۰	فصل هفتم: کار و توان
۱۸۲	فصل هشتم: انتقال حرکت
۲۰۳	فصل نهم: حرارت
۲۵۴	منابع و ماخذ

یکی از راهبردهای مهم یادگیری ، انجام تمرین های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است . این امر اگر همراه با گسترش مفاهیم و بر مبنای اصول یادگیری باشد ، به یادگیری عمیق و پایدار خواهد انجامید . از طرفی چنانچه تمرین های مناسب به صورت ساده و پیچیده طراحی شود می تواند در کاربرد مفاهیم و اصول برای پیش بینی پدیده های دیگر کمک کند .

کتاب کار و تمرین هنرجوی درس محاسبات فنی عمومی بر اساس برنامه درسی دوره ی متوسطه شاخه فنی و حرفه ای و به منظور امر یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین ها تألیف گردیده است . در این کتاب ابتدا بعضی از مفاهیم درسی با ذکر مصادیق تشریح شده است ، وبعد از توسعه آن مفاهیم ، مصادیق آن در قالب تمرین های طبقه بندی شده برای یادگیری بهتر آمده است.

هنرجویان باید همواره کتاب درسی را اصل قرار داده و برای آمادگی بیشتر انجام تکالیف ، از این کتاب استفاده نمایند. بدیهی است کتاب کار در کنار کتاب درسی می تواند مفید باشد . ویژگی های این کتاب به طور خلاصه به شرح زیر است.

- ۱- کمک به توسعه و درک بهتر مفاهیم کتاب محاسبات فنی عمومی و ایجاد مهارت برای حل مسائل مشابه.
 - ۲- شرح مفاهیم هر فصل از کتاب درسی بطور جدا از هم.
 - ۳- رعایت ترتیب در بیان مفاهیم.
 - ۴- بیان کامل مواردی که مفهوم آن ها در کتاب درسی به اجمال آمده و بیان اجمال مواردی که مفهوم آن ها در کتاب درسی به طور کامل آمده است (در محدوده کتاب درسی)
 - ۵- آوردن « سیمای فصل » در ابتدای هر فصل برای جمع بندی و برقراری ارتباط میان مفاهیم آمده است.
 - ۶- وجود شکل های مناسب جهت درک آسان تر مفاهیم .
 - ۷- آوردن مثال های حل شده برای درک بیشتر و آموزش روش حل مسائل .
 - ۸- تمرین های متناسب با مثال های حل شده .
 - ۹- طرح تمرین های متنوع و تنظیم آن ها از ساده به مشکل .
- در پایان از هنرجویان عزیز و هنرآموزان گرانقدر تقاضا می شود پیشنهاد های اصلاحی خود را همراه با ذکر دلایل و روش حل به دفتر تألیف کتاب های درسی فنی و حرفه ای و کاردانش ارسال نمایند تا در چاپ های بعدی مورد توجه و استفاده قرار گیرد و به تحقق ، بخشی از اهداف ذکر شده کمک نماید

هدف کلی
یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین های مربوط به
درس محاسبات فنی عمومی

سیمای فصل اول

۱- کاربرد محاسبات طولی در حل مسایل فنی

۱-۱- تعریف اندازه‌گیری

۱-۲- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI

۱-۲-۱- تعریف متر

۱-۲-۲- اجزا و اضعاف متر

۱-۳- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم F.P.S

۱-۴- مقیاس

۱-۵- تلرانس

۱-۶- محاسبات طول قطعات خمیده هندسی

۱-۷- محاسبه طول گسترده قطعات خمیده

۱-۷-۱- مرکز ثقل

۱-۷-۲- محاسبه طول گسترده

۱-۸- روابط مثلث قائم الزاویه

فصل اول: کاربرد محاسبات طولی در حل مسایل فنی

۱-۱- تعریف اندازه‌گیری: اندازه‌گیری در حقیقت مقایسه کمیتی با واحد مقرر قانونی است به عنوان مثال برای اندازه‌گیری طول آن را با متر، زاویه را با درجه، زمان را با ثانیه و شدت جریان برق را با آمپر مقایسه می‌کنند.

۱-۲- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI:

واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI، متر (M) است.

۱-۲-۱- تعریف ۱متر: براساس تعریف جدید ۱متر مسافتی است که نور در عرض $\frac{1}{299792458}$ ثانیه در خلأ طی می‌کند.

۱-۲-۲- اجزا و اضعاف متر:

اجزای متر عبارتند از: دسی‌متر (dm)، سانتی‌متر (cm)، میلی‌متر (mm)، میکرومتر (μm)

- هر متر برابر ۱۰ دسی‌متر است. $1m = 10dm \Leftrightarrow$ هر دسی‌متر برابر یک دهم متر. $1dm = \frac{1}{10}m$

مثال: ۴متر چند دسی‌متر می‌شود؟	تمرین: ۶ متر چند دسی‌متر است؟
$4m = ?dm$ $1m = 10dm$ $4 \times (1m)$ $4 \times (10dm) = 40dm$	
مثال: ۴۲ دسی‌متر چند متر است؟	تمرین: ۵۸ دسی‌متر چند متر است؟
$42dm = ?m$ $1dm = 0.01m$ $42 \times (1dm)$ $42 \times 0.01m = 0.42m$	
- هر متر برابر صد سانتی‌متر است. $1m = 100cm \Leftrightarrow$ هر سانتی‌متر برابر یک صدم متر. $1cm = \frac{1}{100}m$	

<p>مثال: ۳/۵ متر چند سانتی متر است؟</p> $۳/۵ \text{ m} = ? \text{ m}$ $۱ \text{ m} = ۱۰۰ \text{ cm}$ $۳/۵ \times (۱۰۰ \text{ cm}) =$ $۳/۵ \times ۱۰۰ = ۳۵۰ \text{ cm}$	<p>تمرین: ۱۸/۵ متر چند سانتی متر است؟</p>
<p>مثال: ۱۵۶ سانتی متر چند متر است؟</p> $۱۵۶ \text{ cm} = ? \text{ m}$ $۱ \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$ $۱۵۶ \times \left(\frac{1}{100} \text{ m}\right) =$ $۱۵۶ \times \frac{1}{100} = ۱/۵۶ \text{ m}$	<p>تمرین: ۱۸۶ سانتی متر چند متر است؟</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب m به دست آورید.</p> $۴/۵ \text{ m} + ۱۲ \text{ dm} = ? \text{ m}$ $۴/۵ \text{ m} + ۱۲ \times \left(\frac{1}{10} \text{ m}\right) =$ $۴/۵ + ۱۲/۱۰ = ۵/۷ \text{ m}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب m به دست آورید.</p> $۳/۵ \text{ m} + ۱۴ \text{ dm}$
<p>- هر متر برابر هزار میلی متر است. $۱ \text{ m} = ۱۰۰۰ \text{ mm}$ \Leftrightarrow هر میلی متر برابر یک هزار متر. $۱ \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m}$</p>	
<p>مثال: ۵/۵ متر چند میلی متر است؟</p> $۵/۵ \text{ m} = ? \text{ mm}$ $۱ \text{ m} = ۱۰۰۰ \text{ mm}$ $۵/۵ \times (۱ \text{ m}) =$ $۵/۵ \times (۱۰۰۰ \text{ mm}) = ۵۵۰۰ \text{ mm}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب dm به دست آورید.</p> $۵/۵ \text{ m} + ۱۸ \text{ dm}$

<p>مثال: ۱۵۷۵ میلی‌متر چند متر است؟</p> $۱۵۷۵\text{mm} = ?\text{m}$ $۱\text{mm} = \frac{1}{۱۰۰۰}\text{m}$ $۱۵۷۵ \times (۱\text{mm}) =$ $۱۵۷۵ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰}\text{m}\right) = ۱/۵۷۵\text{m}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب cm به دست آورید.</p> $۷۵\text{cm} + ۴\text{m}$
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب dm به دست آورید.</p> $۲/۷\text{m} + ۴۸\text{dm} = ?\text{dm}$ $۲/۷ \times (۱۰\text{dm}) + ۴۸\text{dm} =$ $۲۴ + ۴۸ = ۷۵\text{dm}$	<p>تمرین: ۳/۷۵ متر چند میلی‌متر است؟</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید.</p> $۴\text{m} + ۱۲۵\text{mm} + ۱۲۰۰\text{cm} = ?\text{m}$ $۴\text{m} + ۱۲۵ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰}\text{m}\right) + ۱۲۰۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰}\text{m}\right) =$ $۴\text{m} + ۰/۱۲۵\text{m} + ۱۲\text{m}$ $۴ + ۰/۱۲۵ + ۱۲ = ۱۶/۱۲۵\text{m}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید.</p> $۳\text{m} + ۷۵\text{mm} + ۱۲۵\text{cm}$
<p>- هر متر برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میکرومتر است. $۱\text{m} = ۱۰۰۰۰۰۰\mu\text{m}$ \Leftrightarrow هر میکرومتر برابر $\frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰}$ متر.</p> $۱\text{mm} = \frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰}\text{m}$	
<p>مثال: ۱۲۵۰۰۰۰۰ میکرومتر چند متر است؟</p> $۱۲۵۰۰۰۰۰\mu\text{m} = ?\text{m}$ $۱۲۵۰۰۰۰۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰}\text{m}\right) = ۱۲/۵\text{m}$	<p>تمرین: ۱۴۹۰۰۰ میکرومتر چند متر است؟</p>

<p>تمرین: ۱۲۹/۷ متر چند میکرومتر است؟</p>	<p>مثال: ۰/۱۳۲ متر چند میکرومتر است؟</p> $0/132\text{m} = ?\mu\text{m}$ $0/132 \times (100000\mu\text{m}) = 132000\mu\text{m}$
<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب سانتی متر به دست آورید.</p> $125\text{cm} + 0/75\text{m} - 22/5\text{cm}$	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب سانتی متر به دست آورید.</p> $8\text{m} - 225\text{cm} + 1250\text{cm} = ?\text{cm}$ $8 \times (100\text{cm}) - 225\text{cm} + 1250\text{cm} =$ $800 - 225 + 1250 = 1825\text{cm}$
<p>تمرین: حاصل عبارت زیر را بر حسب متر به دست آورید.</p> $17500\text{cm} + 149000\mu\text{m} + 16\text{m}$	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب میکرومتر به دست آورید.</p> $0/16\text{m} + 16800\mu\text{m} = ?\mu\text{m}$ $0/16 \times (100000\mu\text{m}) + 16800\mu\text{m} =$ $160000 + 16800 = 176800\mu\text{m}$
<p>- هر دسی متر برابر ۱۰ سانتی متر است. $1\text{dm} = 10\text{cm} \Leftrightarrow$ هر سانتی متر $\frac{1}{10}$ دسی متر است. $1\text{cm} = \frac{1}{10}\text{dm}$</p>	
<p>تمرین: حاصل عبارت زیر را بر حسب متر به دست آورید.</p> $9\text{m} + 76000\mu\text{m} + 1400\text{mm}$	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب dm به دست آورید.</p> $114\text{cm} + 12\text{dm} + 2\text{m} = ?\text{dm}$ $114 \times (\frac{1}{10}\text{dm}) + 12\text{m} + 2 \times (10\text{dm}) =$ $11/4 + 12 + 20 = 43/4\text{dm}$

<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید.</p> $12m + 84000\mu m + 1200mm = ?m$ $12m + 84000 \times \left(\frac{1}{1000000}m\right) + 1200 \times \left(\frac{1}{1000}m\right)$ $12m + 0/84m + 12m$ $12 + 0/84 + 12 = 24/84m$	<p>تمرین: حاصل عبارت زیر را بر حسب متر به دست آورید.</p> $1880cm + 1690mm + 14m$
<p>مثال: حاصل عبارت زیر را بر حسب cm به دست آورید.</p> $0/098m + 186dm + 164cm = ?cm$ $0/098 \times (100cm) + 186 \times (10cm) + 164cm$ $9/8 + 1860 + 164 = 2033/8cm$	<p>تمرین: حاصل عبارت زیر را بر حسب متر به دست آورید.</p> $156cm + 118mm - 6m + 7dm$
<p>- هر دسی متر برابر ۱۰۰ میلی متر است. $1dm = 100mm \Leftrightarrow$ هر میلی متر برابر $\frac{1}{100}$ دسی متر $1mm = \frac{1}{100}$</p>	
<p>مثال: ۱۲ دسی متر چند میلی متر است؟</p> $12dm = ?mm$ $12 \times (100mm) =$ $12 \times 100 = 1200mm$	<p>تمرین: ۱۷۸۰۰ میلی متر چند دسی متر است؟</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی متر به دست آورید.</p> $116mm + 118cm + 179dm = ?dm$ $116 \times \left(\frac{1}{100}dm\right) + 118 \times \left(\frac{1}{10}dm\right) + 179dm =$ $1/16 + 11/8 + 179 = 192/4dm$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی متر به دست آورید.</p> $125m - 1460cm + 1618dm$

<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید.</p> $۱۸۶dm + ۱۱۵۶mm + ۱۲m - ۹۸dm$	<p>مثال: ۱۶۸۰۰ میلی متر چند دسی متر است؟</p> $۱۶۸۰۰mm = ? dm$ $۱۶۸۰۰ \times \left(\frac{1}{100} dm\right) =$ $۱۶۰۰ \times \frac{1}{100} = ۱۶dm$
<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب میلی متر به دست آورید.</p> $۹۶cm + ۱۷۰mm + ۱۱۷dm$	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب میلی متر به دست آورید.</p> $۱۲۴cm + ۱۷۸mm + ۱۱۹dm = ? mm$ $۱۲۴ \times (۱۰mm) + ۱۷۸mm + ۱۱۹ \times (۱۰۰mm) =$ $۱۲۴۰ + ۱۷۸ + ۱۱۹۰۰ = ۱۳۳۱۸mm$
<p>- هر دسی متر برابر ۱۰۰۰۰۰ میکرومتر است. $۱dm = ۱۰۰۰۰۰\mu m$ \Leftrightarrow هر میکرومتر برابر $\frac{1}{۱۰۰۰۰۰}$ دسی متر است. $۱mm = \frac{1}{۱۰۰۰۰۰} dm$</p>	
<p>تمرین: ۱۸۶۰۰ میکرومتر چند دسی متر است؟</p>	<p>مثال: ۰/۰۰۵ دسی متر چند میکرومتر است؟</p> $۰/۰۰۵dm = ? \mu m$ $۰/۰۰۵ \times (۱۰۰۰۰۰\mu m) =$ $۰/۰۰۵ \times ۱۰۰۰۰۰ = ۵۰۰\mu m$
<p>تمرین: ۰/۰۳۱۲ دسی متر چند میکرومتر است؟</p>	<p>مثال: ۱۵۶۰۰ میکرومتر چند دسی متر است؟</p> $۱۵۶۰۰\mu m = ? dm$ $۱۵۶۰۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰} dm\right) =$ $۱۵۶۰۰ \times \frac{1}{۱۰۰۰۰۰} = ۰/۱۵۶dm$

<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب میکرومتر به دست آورید.</p> $۱۴m + ۱۶\text{ dm} + ۵۲۵\mu\text{m}$ $۱۴ \times (۱۰۰۰۰۰\mu\text{m}) + ۱۶ \times (۱۰۰۰۰\mu\text{m}) + ۵۲۵\mu\text{m} =$ $۱۴۰۰۰۰۰ + ۱۶۱۰۰۰۰ + ۵۲۵ = ۱۵۶۰۰۵۲۵\mu\text{m}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی متر به دست آورید.</p> $۱۳۶\text{mm} + ۹۶\text{ cm} + ۸۶\text{dm}$
<p>- هر سانتی متر برابر ۱۰ میلی متر است $۱\text{cm} = ۱۰\text{mm}$ \Leftrightarrow هر میلی متر $\frac{1}{10}$ سانتی متر است. $۱\text{mm} = \frac{1}{10}\text{cm}$</p>	
<p>مثال: ۱۴۵ سانتی متر چند میلی متر است؟</p> $۱۴۵\text{cm} = ?\text{mm}$ $۱۴۵ \times (۱۰\text{mm}) = ۱۴۵۰\text{mm}$	<p>تمرین: ۱۷۵ سانتی متر چند میلی متر است؟</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی متر به دست آورید.</p> $۶۲۵۰\mu\text{m} + ۲۶۹\text{dm} + ۱۲\text{m}$ $۶۲۵۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰}\text{dm}\right) + ۲۶۹\text{dm} + ۱۲ \times (۱۰\text{dm})$ $۰/۰۶۲۵۰ + ۲۶۹ + ۱۲۰ = ۳۸۹/۰۶۲۵\text{dm}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی متر به دست آورید.</p> $۱۹۳۶۰\mu\text{m} + ۴۱۶\text{dm} + ۱۰\text{m}$
<p>مثال: ۱۴۵۶ میلی متر چند سانتی متر است؟</p> $۱۴۵۶\text{mm} = ?\text{cm}$ $۱۴۵۶ \times \left(\frac{1}{۱۰}\text{cm}\right) = ۱۴۵/۶\text{cm}$	<p>تمرین: ۱۷۵۰ میلی متر چند سانتی متر است؟</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب سانتی متر به دست آورید.</p> $۱۲۵\text{mm} + ۱۷۵\text{cm} = ?\text{cm}$ $۱۲۵ \times \left(\frac{1}{۱۰}\text{cm}\right) + ۱۷۵\text{cm} =$ $۱۲/۵ + ۱۷۵ = ۱۸۷/۵\text{cm}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب میلی متر به دست آورید.</p> $۷۵۶\text{cm} + ۱۱۲\text{mm}$

<p>- هر سانتی متر برابر ۱۰۰۰۰ میکرومتر است. $1\text{cm} = 10000\mu\text{m} \Leftrightarrow$ هر میکرومتر برابر $\frac{1}{10000}$ سانتی متر است. $1\text{mm} = \frac{1}{1000}\text{cm}$</p>	
<p>مثال: ۷۵ سانتی متر چند میکرومتر است؟</p> $75\text{cm} = \mu\text{m}$ $75 \times (10000\mu\text{m}) = 750000\mu\text{m}$	<p>تمرین: ۱۶۷ سانتی متر چند میکرومتر است؟</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب میلی متر به دست آورید.</p> $415\text{cm} + 98\text{mm} = ?\text{mm}$ $415 \times (10\text{mm}) + 98\text{mm}$ $4150 + 98 = 4248\text{mm}$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب سانتی متر به دست آورید.</p> $186\text{mm} + 106\text{cm}$
<p>مثال: ۶۸۰۰۰ میکرومتر چند سانتی متر است؟</p> $68000\mu\text{m} = ?\text{cm}$ $68000 \times \left(\frac{1}{10000}\text{cm}\right) = 6.8\text{cm}$	<p>تمرین: ۵۷۸۰۰ میکرومتر چند سانتی متر است؟</p>
<p>- هر میلی متر برابر ۱۰۰۰ میکرومتر است. $1\text{mm} = 1000\mu\text{m} \Leftrightarrow$ هر میکرومتر برابر $\frac{1}{1000}$ میلی متر است. $1\text{mm} = \frac{1}{1000}\text{mm}$</p>	
<p>مثال: ۶۵ میلی متر چند میکرومتر است؟</p> $65\text{mm} = ?\mu\text{m}$ $65 \times (1000\mu\text{m}) = 65000\mu\text{m}$	<p>تمرین: ۱۲۵ میلی متر چند میکرومتر است؟</p>

<p>مثال: ۸۵۰۰ میکرومتر چند میلی متر است؟</p> $۸۵۰۰ \mu\text{m} = ? \text{ mm}$ $۸۵۰۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰} \text{ mm}\right) = ۸ / ۵ \text{ mm}$	<p>تمرین: ۱۳۵۰۰ میکرومتر چند میلی متر است؟</p>
<p> $\text{km} \xleftrightarrow[\div ۱۰۰۰]{\times ۱۰۰۰} \text{m} \xleftrightarrow[\div \frac{1}{10}]{\times 10} \text{dm} \xleftrightarrow[\div \frac{1}{10}]{\times 10} \text{cm} \xleftrightarrow[\div \frac{1}{10}]{\times 10} \text{mm} \xleftrightarrow[\div \frac{1}{1000}]{\times 1000} \text{mm}$ </p> <p>- هر کیلومتر برابر ۱۰۰۰ متر است. $۱ \text{ km} = ۱۰۰۰ \text{ m}$ \Leftrightarrow هر متر برابر $\frac{1}{۱۰۰۰}$ کیلومتر است. $۱ \text{ km} = \frac{1}{۱۰۰۰} \text{ m}$</p>	
<p>مثال: ۵ کیلومتر چند متر است؟</p> $۵ \text{ km} = ? \text{ m}$ $۵ \times (۱۰۰۰ \text{ m}) = ۵۰۰۰ \text{ m}$	<p>تمرین: ۷۵۸۰ متر چند کیلومتر است؟</p>
<p>مثال: ۵۶۵۰ متر چند کیلومتر است؟</p> $۵۶۵۰ \text{ m} = ? \text{ km}$ $۵۶۵۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰} \text{ km}\right) = ۵ / ۶۵ \text{ km}$	<p>تمرین: ۸ کیلومتر چند متر است؟</p>
<p>مثال: ۲ کیلومتر چند دسی متر است؟</p> $۲ \text{ km} = ? \text{ dm}$ $\begin{cases} ۱ \text{ km} = ۱۰۰۰ \text{ m} \\ ۱ \text{ m} = ۱۰ \text{ dm} \end{cases}$ $۲ \text{ km} = ۲ \times (۱ \text{ km}) = ۲ \times (۱۰۰۰ \text{ m})$ $۲ \text{ km} = ۲۰۰۰ \text{ m}$ $۲۰۰۰ \text{ m} = ۲۰۰۰ \times (۱ \text{ m})$ $۲۰۰۰ \text{ m} = ۲۰۰۰ \times (۱۰ \text{ dm}) =$ $= ۲۰۰۰۰ \text{ dm}$ <p>راه حل دیگر $\Rightarrow ۲ \text{ km} = ۲ \times (۱۰۰۰ \text{ m}) =$</p> $= ۲ \times ۱۰۰۰ \times (۱۰ \text{ dm})$ $= ۲۰۰۰۰ \text{ dm}$	<p>تمرین: ۶ کیلومتر چند دسی متر است؟</p>

۳-۱- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم F.P.S :

F.P.S مخفف واحدهای فوت، پوند و ثانیه است که در کشورهای آمریکا و انگلیس استفاده می‌شود. در این سیستم فوت واحد اندازه‌گیری طول، پوند واحد اندازه‌گیری جرم و ثانیه واحد اندازه‌گیری زمان می‌باشد. اضعاف فوت یارد و اجزا آن اینچ می‌باشد.

$$\text{هر فوت برابر ۱۲ اینچ است (۱ ft = ۱۲")} \Leftrightarrow \text{هر اینچ } \frac{1}{12} \text{ فوت است (} \frac{1}{12} \text{ ft = 1 in)}$$

$$\text{هر یارد برابر ۳ فوت است (۳ ft = ۱ yard)} \Leftrightarrow \text{هر فوت } \frac{1}{3} \text{ یارد است (} \frac{1}{3} \text{ yard = 1 ft)}$$

$$1 \text{ yard} \xleftrightarrow[\div 3]{\times 3} 1 \text{ ft} \xleftrightarrow[\div 12]{\times 12} 1 \text{ inch}$$

هر اینچ برابر ۲۵ / ۴ میلی‌متر است $1" = ۲۵ / ۴ \text{ mm}$. با توجه به اینکه هر فوت ۱۲" است می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ ft} = 12" \\ 1" = ۲۵ / ۴ \text{ mm} \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \text{ ft} = 12 \times (1") = 12 \times ۲۵ / ۴ \text{ mm} = ۳۰۴ / ۸ \text{ mm}$$

بنابراین هر فوت برابر ۳۰۴ / ۸ میلی‌متر است.

برای تبدیل یارد به میلی‌متر می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ yard} = ۳ \text{ ft} \\ 1 \text{ ft} = ۳۰۴ / ۸ \text{ mm} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ yard} = ۳ \times (1 \text{ ft}) \\ 1 \text{ yard} = ۳ \times (۳۰۴ / ۸ \text{ mm}) \\ 1 \text{ yard} = ۹۱۴ / ۴ \text{ mm} \end{cases}$$

بنابراین هر یارد برابر ۹۱۴ / ۴ mm است.

$$\text{یک اینچ برابر ۲۵ / ۴ میلی‌متر است (۱" = ۲۵ / ۴ cm)} \Leftrightarrow \text{هر سانتی‌متر برابر } \frac{1}{۲۵ / ۴} \text{ اینچ است (} \frac{1}{۲۵ / ۴} \text{ cm = 1")}$$

در کارهای صنعتی مانند ریخته‌گری، مدل‌سازی و غیره ابعاد کوچک‌تر از یک اینچ مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای همین منظور یک اینچ را به ۱۶ قسمت تبدیل می‌کنند و به صورت کسر نشان می‌دهند که عبارتند از:

$$\frac{1}{16}, \frac{2}{16}, \frac{3}{16}, \frac{4}{16}, \frac{5}{16}, \frac{6}{16}, \frac{7}{16}, \frac{8}{16}, \frac{9}{16}, \frac{10}{16}, \frac{11}{16}, \frac{12}{16}, \frac{13}{16}, \frac{14}{16}, \frac{15}{16}, \frac{16}{16}$$

در صورت ساده کردن خواهیم داشت:

$$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}, \frac{4}{16} = \frac{1}{4}, \frac{6}{16} = \frac{3}{8}, \frac{8}{16} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{10}{16} = \frac{5}{8}, \frac{12}{16} = \frac{3}{4}, \frac{14}{16} = \frac{7}{8}, \frac{16}{16} = 1$$

$$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}, \frac{4}{16} = \frac{1}{4}, \frac{6}{16} = \frac{3}{8}, \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \frac{10}{16} = \frac{5}{8}, \frac{12}{16} = \frac{3}{4}, \frac{14}{16} = \frac{7}{8}, \frac{16}{16} = 1$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}, \frac{1}{2},$$

$$\frac{9}{16}, \frac{5}{8}, \frac{11}{16}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, 1$$

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}, \frac{1}{2}, \frac{9}{16}, \frac{5}{8}, \frac{11}{16}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, 1$$

تمرین : ۲۵ اینچ چند میلی‌متر است؟

مثال ۱۴ : اینچ چند میلی‌متر است؟

$$14 \text{ inch} = ? \text{ mm}$$

$$14 \times (1")$$

$$14 \times (25/4 \text{ mm})$$

$$14 \times 25/4 = 355/4$$

تمرین : ۹۴۶ میلی‌متر چند اینچ است؟

مثال : ۸۵۶ میلی‌متر چند اینچ است؟

$$856 \text{ mm} = ? \text{ in}$$

$$856 \times (1 \text{ mm}) =$$

$$856 \times \frac{1}{25/4} = 337/4$$

<p>تمرین : ۳۷ اینچ چند سانتی متر است؟</p>	<p>مثال : ۲۵ اینچ چند سانتی متر است؟</p> $25'' = ? \text{ cm}$ $25 \times (1'') =$ $25 \times (2 / 54 \text{ cm}) =$ $25 \times 2 / 54 = 63 / 54 \text{ cm}$
<p>تمرین : ۲۶۵۸ میلی متر چند اینچ است؟</p>	<p>مثال : ۱۹۶۸ سانتی متر چند اینچ است؟</p> $1968 \text{ cm} = ? \text{ inch}$ $1968 \times (1 \text{ cm})$ $1968 \times \frac{1}{2 / 54} = 774 / 8''$
<p>تمرین: از تسمه فولادی به طول ۸ متر قطعاتی با اندازه های ۰/۷۵ متر، ۱۸ میلی متر، ۲/۳۰ متر، ۱۵۴۰ میلی متر، ۶۲۵ میلی متر بریده خواهد شد. ضخامت تیغه اره ۱/۵ میلی متر می باشد، طول قطعه باقیمانده را بر حسب متر به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال : از تسمه فولادی به طول ۶ متر قطعاتی با اندازه های ۰/۷۵ متر ۸۷ میلی متر، ۱/۳۰ متر ۱۵۴۰ میلی متر، ۶۲۵ میلی متر بریده خواهد شد. ضخامت تیغه اره ۱/۵ میلی متر می باشد. طول قطعه باقیمانده را بر حسب میلی متر به دست آورید.</p> $6 \text{ m} = 6000 \text{ mm} = 6000 \text{ mm} + 870 \text{ mm} + 130 \text{ mm} + 1540 \text{ mm} + 625 \text{ mm}$ <p>قطعات بریده شده</p> <p>طول قطعات بریده شده بر حسب میلی متر</p> $= 6000 \text{ mm} + 870 \text{ mm} + 130 \text{ mm} + 1540 \text{ mm} + 625 \text{ mm}$ $= 10165 \text{ mm}$ <p>تیغه اره</p> $= 10165 \text{ mm} - 1000 \text{ mm} = 9165 \text{ mm}$ <p>طول بریده شده - طول کل قطعه = طول باقیمانده</p> <p>بر حسب mm</p>

	$= 6 \times (1000 \text{ mm}) - 4309 / 5 = 6000 - 4309 / 5 = 1690 / 5 \text{ mm}$ <p>طول باقیمانده</p>
<p>تمرین: از یک لوله مسی به طول ۷/۲ متر قطعاتی با طول‌های مساوی ۱۶۸ میلی‌متر بریده خواهد شد. عرض برش ۲/۵ میلی‌متر می‌باشد حساب کنید.</p> <p>الف - تعداد قطعه حاصل</p> <p>ب - طول قطعه باقیمانده بر حسب میلی‌متر</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: از یک لوله برنجی به طول ۶/۲ متر قطعاتی با طول‌های مساوی ۱۸۵ میلی‌متر بریده خواهد شد. عرض برش ۱/۲ میلی‌متر می‌باشد. حساب کنید.</p> <p>الف - تعداد قطعه حاصل</p> <p>ب - طول قطعه باقیمانده بر حسب میلی‌متر</p> <p>حل: واحد متر را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم.</p> <p>الف:</p> $6 / 2 \text{ m} = 6 / 2 \times 1000 \text{ mm} = 6200 \text{ mm}$ $n = \frac{6200}{185} = 33 / 5 \Rightarrow n = 33 \quad \text{برش کامل}$ <p>ب:</p> $\text{طول قطعات بریده} = 33 \times 185 = 6105 \text{ mm}$ <p>شده</p> $\text{عرض برش} = 33 \times 1 / 2 = 39 / 6 \text{ mm}$ $\text{طول قطعه باقیمانده} = 6200 - (6105 + 39 / 6)$ <p>بر حسب میلی‌متر</p> $= 55 / 4 \text{ mm}$
<p>تمرین: از یک الوار به طول ۶/۲۰ متر قطعات زیر بریده خواهد شد. ۳ قطعه هر کدام به طول ۴۵۰ میلی‌متر، ۴ قطعه هر کدام به طول ۵/۰۲ دسی‌متر، ۲ قطعه هر کدام به طول ۲۸/۴ میلی‌متر، شیار برش ۲/۷۵ میلی‌متر است، طول باقیمانده بر حسب سانتی‌متر را به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>تمرین: مقدار اندازه‌های a , b , c , d , e را در قطعه شکل ۱-۱ به دست آورید.</p>  <p>شکل (۱-۱)</p> <p>حل:</p>

ادامه حل	ادامه حل
----------	----------

۴-۱- مقیاس:

همواره قطعات را نمی‌توان با ابعاد حقیقی رسم نمود. در مواردی لازم است قطعات کوچک را، بزرگ‌تر ترسیم نمود، یعنی چند برابر اندازه واقعی که در این صورت به آن مقیاس افزاینده گفته می‌شود. به طور مثال خواهیم داشت:

مثال ۱- ۲:۱ یعنی اندازه‌های روی نقشه ۲ برابر اندازه واقعی است.

مثال ۲- ۵:۱ یعنی اندازه‌های روی نقشه ۵ برابر اندازه واقعی است.

در مواردی نیز که ابعاد قطعه بسیار بزرگ است باید آن را کوچک‌تر ترسیم نمود، یعنی چند برابر کوچک‌تر از اندازه واقعی که در این صورت به آن مقیاس کاهنده گفته می‌شود. به طور مثال خواهیم داشت:

مثال ۱- ۱:۲ یعنی اندازه‌های روی نقشه $\frac{1}{2}$ اندازه واقعی است.

مثال ۲- ۱:۵ یعنی اندازه‌های روی نقشه $\frac{1}{5}$ اندازه واقعی است.

در موردی نیز که قطعه را به ابعاد واقعی ترسیم می کنند، به آن مقیاس حقیقی گفته می شود که به صورت زیر نمایش داده می شود:

۱:۱ یعنی اندازه های روی نقشه برابر اندازه واقعی است.

با توجه به مطالب ذکر شده برای به دست آوردن طول ترسیمی در نقشه، کافی است که طول حقیقی را در مقیاس ضرب کنیم. یعنی مقیاس \times طول حقیقی = طول ترسیمی
یا

$$ZM = WM \times M$$

تمرین: طول ترسیمی قطعه ای به طول ۲۴۰ میلی متر با مقیاس ۱:۴ چند سانتی متر است؟
حل:

مثال: طول ترسیمی قطعه ای به طول ۱۸۰ میلی متر با مقیاس ۱:۵ چند میلی متر است؟
مرحله اول: داده ها و خواسته ها

خواسته	داده ها
$ZM = ?$	$WM = 180 \text{ mm}$ $M = \frac{1}{5}$

مرحله دوم: نوشتن رابطه و جایگذاری

$$ZM = WM \times M$$

$$ZM = 180 \text{ mm} \times \frac{1}{5}$$

$$ZM = 36 \text{ mm}$$

۵-۱- تolerانس:

معمولاً اندازه قطعات به طور دقیق برابر اندازه اسمی ذکر شده نمی باشد بلکه در یک بازه قرار می گیرد. مثلاً طول یک قطعه با توجه به طراحی می تواند بین $9/5$ تا $10/5$ میلی متر باشد که به طور اسمی 10 میلی متر ذکر می شود. محدوده بین $9/5 \text{ mm}$ و $10/5 \text{ mm}$ که تفاضل بزرگترین اندازه از کوچکترین اندازه یعنی $10/5 - 9/5 = 1 \text{ mm}$ را تolerانس می گویند.

به عبارت دیگر اندازه این قطعه به شکل $10 \pm 0/5$ نشان داده می شود که $0/5 +$ انحراف بالایی و $0/5 -$ انحراف پایینی از اندازه اسمی 10 mm است. به طور کلی برای محاسبه تolerانس از روابط زیر استفاده می شود.

علایم اختصاری

N = اندازه اسمی

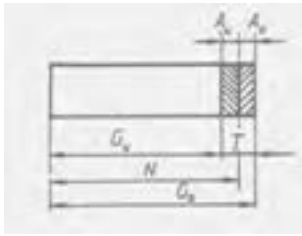
A_o = انحراف بالایی

A_u = انحراف پایینی

G_o = بزرگترین اندازه

G_u = کوچکترین اندازه

T = تolerانس



شکل ۱-۲

کوچکترین اندازه - بزرگترین اندازه = تolerانس

$$T = G_o - G_u$$

انحراف پایینی - اندازه اسمی = کوچکترین اندازه

$$G_u = N + A_u$$

انحراف بالایی + اندازه اسمی = بزرگترین اندازه

$$G_o = N + A_o$$

تمرین: روی نقشه اندازه $160^{+0.2}_{-0.2}$ نوشته شده است.

بزرگترین، کوچکترین اندازه و تolerانس را به دست آورید.

حل:

مثال: روی نقشه‌ای اندازه $250^{+0.1}_{-0.1}$ نوشته شده

است. بزرگترین اندازه، کوچکترین اندازه و تolerانس را به دست آورید.

حل:

۱- مرحله اول: نوشتن داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$G_o = ?$	$A_o = +0.1$
$G_u = ?$	$A_u = -0.1$
$T = ?$	$N = 250$

۲- مرحله دوم: نوشتن رابطه‌ها، جایگذاری و

محاسبه

$$G_o = N + A_o = 250 \text{ mm} + 0.1 \text{ mm} = 250.1 \text{ mm}$$

$$G_u = N + A_u = 250 \text{ mm} + (-0.1 \text{ mm}) = 249.9 \text{ mm}$$

$$T = G_o - G_u = 251 / 8 \text{ mm} - 248 / 2 \text{ mm} \\ = 3 / 6 \text{ mm}$$

۱-۶- محاسبه طول قطعات خمیده هندسی:

قطعات خمیده هندسی عبارتند از: دایره، طول قوسی از دایره و بیضی

۱- محیط یا طول دایره

محیط دایره از رابطه زیر به دست می‌آید.

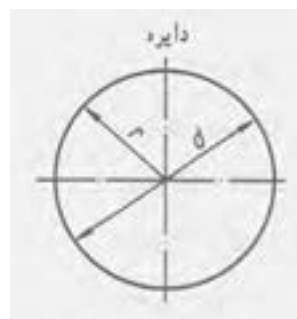
قطره دایره \times عددی پی = محیط دایره (طول)

دایره)

$$U = p \times d \Rightarrow d = \frac{U}{p}$$

$$\Rightarrow d = 2r$$

$$U = p \times 2r \Rightarrow \boxed{U = 2pr}$$



شکل (۱-۳)

۲- محیط یا طول قوسی از دایره

- طول قوسی از دایره به صورت زیر است.

$$\text{طول قوس} = \frac{\text{زاویه مرکزی قطاع} \times \text{قطر} \times \text{عددی پی}}{360^\circ}$$

$$b = \frac{p \times d \times a}{360^\circ}$$

$$a = \frac{b \times 360^\circ}{d \times p} \quad \text{زاویه مرکزی قطاع}$$



شکل (۱-۴)

تذکر: زاویه α زاویه مرکزی مقابل به قوس دایره می‌باشد.

علامت اختصاری:

$$U = \text{محیط}$$

$$D = \text{قطر بزرگ}$$

α = زاویه مرکزی

d = قطر یا قطر کوچک

b = طول کمان

r = شعاع

۳- محیط یا طول بیضی

- محیط بیضی نزدیک به دایره از رابطه زیر به دست می آید.

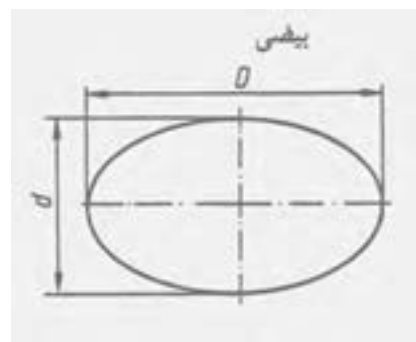
محیط بیضی (طول بیضی)

(نصف قطر بزرگ + نصف قطر کوچک) × عدد پی \approx

$$U \approx p \times \frac{d+D}{2}$$

$$D \approx \frac{2U}{p} - d$$

$$d \approx \frac{2U}{p} - D$$



شکل (۵-۱)

تمرین: محیط دایره‌ای به شعاع 90 mm را به دست آورید.
حل:

مثال: محیط دایره‌ای به شعاع 50 mm را به دست آورید.

مرحله اول: نوشتن داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته
$r = 50\text{ mm}$ $\pi = 3/14$	$U = ?$

مرحله دوم: نوشتن رابطه $U = 2\pi r$

مرحله سوم: جایگذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

بیضی

$$U = 2 \times 3/14 \times 50$$

$$U = 314\text{ mm}$$

تمرین: محیط یک بیضی ۵۰۰ mm و قطر بزرگ آن ۲۰۰ mm است. قطر کوچک آن را محاسبه کنید.
حل:

مثال: محیط بیضی که به ترتیب قطرهای آن ۵۰۰ mm و ۱۰۰ mm را به دست آورید.
حل:

خواسته	داده‌ها
$U = ?$	$d = 50 \text{ mm}$ $D = 100 \text{ mm}$ $\pi = 3/14$

$$U = p \times \frac{d+D}{2}$$

$$U = 3/14 \times \frac{50+100}{2} = 3/14 \times 75 = 235/5 \text{ mm}$$

تمرین: محیط یک بیضی ۲۰۰ mm و قطر کوچک آن ۴۰ mm است. قطر بزرگ آن را محاسبه کنید.
حل:

مثال: محیط یک بیضی ۴۰۰ mm است و قطر کوچک آن ۱۰۰ mm است قطر دیگر آن را محاسبه کنید.
حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$D = ?$	$d = 100 \text{ mm}$ $U = 400 \text{ mm}$ $\pi = 3/14$

$$D \approx \frac{2U}{p} - d = \frac{2 \times 400}{3/14} - 100$$

$$D \approx 2541/77 - 100 = 154/77 \text{ mm}$$

تمرین: طول قوس قطاع دایره‌ای به قطر ۴۲۰ میلی‌متر را با زاویه مرکزی قطاع ۸۶ درجه به دست آورید.

حل:

مثال: طول قوس قطاع دایره‌ای به قطر ۳۶۸ میلی‌متر را با زاویه مرکزی قطاع ۶۸ درجه به دست آورید.
مرحله اول: نوشتن داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$b = ?$	$d = 368 \text{ mm}$ $\alpha = 68^\circ$ $\pi = 3/14$

مرحله دوم: نوشتن رابطه مربوطه

$$b = \frac{p \times d \times \alpha}{360}$$

مرحله سوم: جایگذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

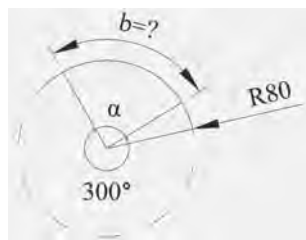
ریاضی

$$b = \frac{d \times p \times \alpha}{360} = \frac{368 \times 3/14 \times 68}{360}$$

$$b = \frac{368 \times 3/14 \times 68}{360}$$

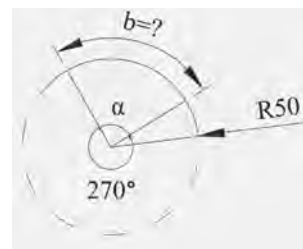
$$b = 218/3 \text{ mm}$$

تمرین: طول قوس قطاع شکل زیر را بدست آورید.



شکل (۱-۷)

مثال: طول قوس قطاع شکل زیر را به دست آورید.



شکل (۱-۶)

مرحل اول :

خواسته ها	داده‌ها
$\alpha = ?$ $b = ?$	$r = 50 \text{ mm}$ $\pi = 3/14$

محاسبه زاویه α :

$$270 + \alpha = 360$$

$$\alpha = 360 - 270$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \text{زاویه روبه‌رو به طول قوس}$$

محاسبه قطر

$$d = 27 = 2 \times 50 = 100 \text{ mm}$$

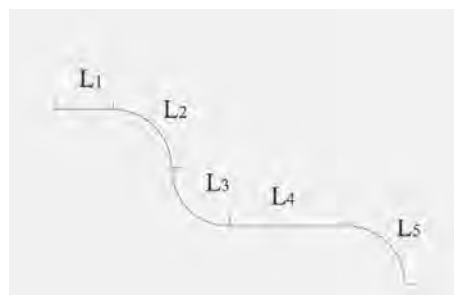
نوشتن رابطه طول قوس و جایگذاری داده‌ها

$$b = \frac{p \times d \times a}{360} \quad b = \frac{50 \times 3 / 14 \times 90}{360}$$

$$b = 39 / 25 \text{ mm}$$

اگر قطعه از قسمت‌های مختلف تشکیل شده باشد، برای محاسبه طول قطعه باید ابتدا طول قسمت‌های کوچک‌تر را به طور مجزا اندازه گرفت سپس آنها را با هم جمع نمود.

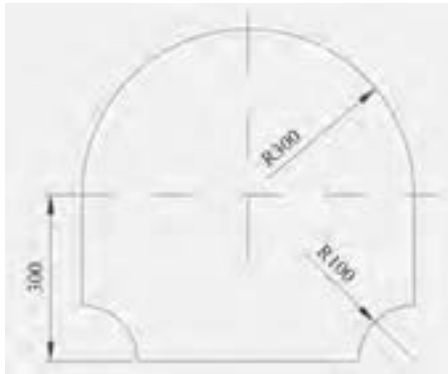
به عنوان مثال قطعه زیر از ۵ قسمت مختلف تشکیل شده است که ابتدا طول هر کدام از این قسمت‌ها را به دست می‌آوریم یعنی L_1 ، L_2 ، L_3 ، L_4 ، L_5 و سپس از حاصل جمع این قسمت‌ها طول کل قطعه به دست می‌آید.



شکل (۸-۱)

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5$$

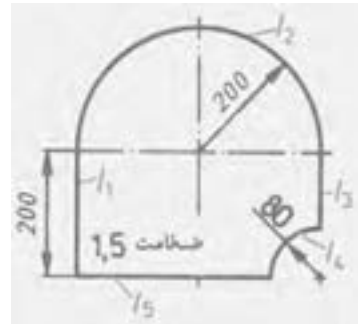
تمرین: قطعه‌ای مطابق شکل با روش با گاز، از ورق فولادی بریده خواهد شد، طول مسیر برشی بر حسب متر را به دست آورید.



شکل (۱-۱۰)

حل:

مثال: قطعه‌ای مطابق شکل با روش برش با گاز، از ورق فولادی بریده خواهد شد، طول مسیر برش را بر حسب mm به دست آورید.



شکل (۱-۹)

حل: منظور از طول مسیر برش همان محیط قطعه می‌باشد.

برای به دست آوردن محیط قطعه، ابتدا محیط آن را به طول‌های L_1 ، L_2 ، L_3 ، L_4 ، L_5 تفکیک نموده و پس از محاسبه طول هریک از آنها، با جمع طول پاره خط‌ها، محیط قطعه مرکب را به دست می‌آوریم.

$$U = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5$$

$$L_1 = 200 \text{ mm}$$

$$L_2 = \frac{d_p \times p}{2} = \frac{400 \text{ mm} \times 3.14}{2} = 628 \text{ mm}$$

$$L_3 = 200 \text{ mm} - 80 \text{ mm} = 120 \text{ mm}$$

$$L_4 = \frac{d_f \times p}{4} = \frac{160 \text{ mm} \times 3.14}{4} = 125.6 \text{ mm}$$

$$L_5 = 400 \text{ mm} - 80 \text{ mm} = 320 \text{ mm}$$

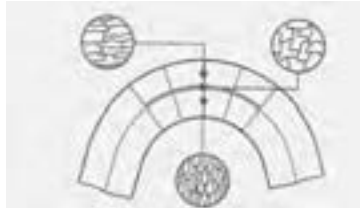
$$U = 200 + 628 + 120 + 125.6 + 320$$

$$U = 1413.6 \text{ mm}$$

محاسبه طول گسترده قطعات خمیده:

هنگام خم کاری قطعات، لایه‌های خارجی آن کشیده شده و لایه‌های داخلی آن فشرده می‌شوند بین لایه‌های خارجی و داخلی، لایه‌ای وجود دارد که در موقع خم کاری نه کشیده و نه فشرده می‌شود و طول آن بدون تغییر باقی می‌ماند این لایه را لایه خنثی و طول آن را طول گسترده قطعه خمیده می‌نامند.

طول لایه (فاز) خنثی = طول گسترده قطعات خمیده



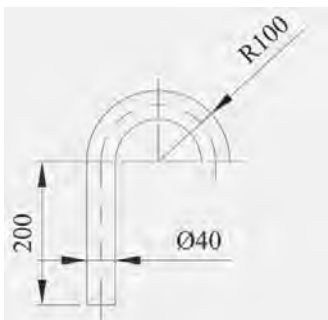
شکل (۱-۱۱)

در مورد محاسبه طول گسترده ابتدا باید فاز خنثی را مشخص کرد و طول آن را محاسبه نمود. مثلاً برای محاسبه طول میله‌ای به شکل کمان با مقطع دایره کافی است که مرکز دایره را به دست آورده و سپس فاز خنثی آن را رسم نمود. طول این خط برابر طول میله است.



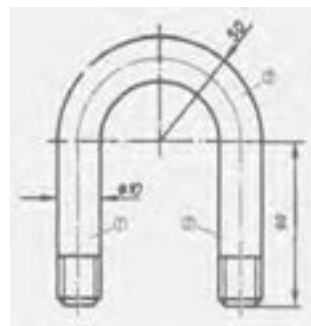
شکل (۱-۱۲)

تمرین: از میله گردی به قطر ۱۲ میلی‌متر، بستی مطابق شکل ساخته خواهد شد. طول گسترده آن را به دست آورید.



شکل (۱-۱۴)

مثال: از میله گردی به قطر ۱۰ میلی‌متر، بستی مطابق شکل ساخته خواهد شد. طول گسترده آن را به دست آورید.



شکل (۱-۱۳)

حل:

حل: با توجه به اینکه میله دارای قطر می باشد برای محاسبه طول قطعه باید طول خط مرکز ثقل قطعه را به دست آورد.

$$L = L_1 + L_p + L_s$$

$$L_1 = 90 \text{ mm}$$

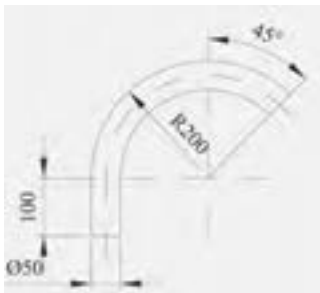
$$L_p = 90 \text{ mm}$$

$$L_s = \frac{d_m \times p}{p} = \frac{(100 \text{ mm} - 10 \text{ mm}) \times 3.14}{2}$$

$$L_s = 141.37 \text{ mm}$$

$$L = 90 + 90 + 141.37 \Rightarrow L = 321.37 \text{ mm}$$

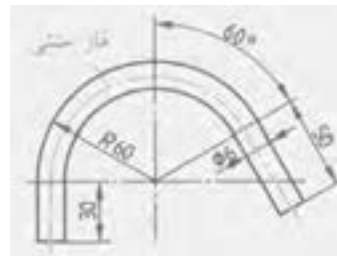
تمرین: طول گسترده قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



شکل (۱-۱۶)

حل:

مثال: طول گسترده قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



شکل (۱-۱۵)

حل:

$$L = L_1 + L_p + L_s$$

$$d_m = 120 - 6 = 114 \text{ mm}$$

$$L_1 = 30 \text{ mm}$$

$$L_p = \frac{d_m \times p \times a}{360^\circ} = \frac{(120 \text{ mm} - 6 \text{ mm}) \times 3.14 \times 150^\circ}{360^\circ}$$

$$L_p = 149.23 \text{ mm}$$

$$L_s = 50 \text{ mm}$$

$$L = 30 + 149.23 + 50 \Rightarrow L = 229.23 \text{ mm}$$

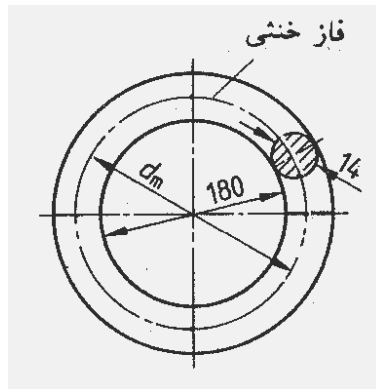
تمرین: طول گسترده حلقه مطابق شکل را به دست آورید.



شکل (۱-۱۸)

حل:

مثال: طول گسترده حلقه مطابق شکل را به دست آورید.



شکل (۱-۱۷)

حل:

$$L = \pi \times dm$$

$$dm = 180 + 14$$

$$dm = 194mm$$

$$L = \pi \times 194$$

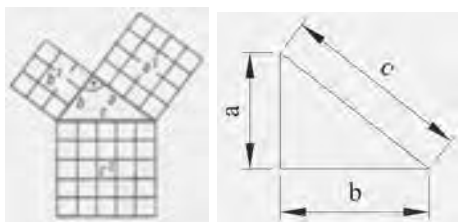
$$L = 3/14 \times 194$$

$$L = 609/16mm$$

۱-۸- روابط مثلث قائم الزاویه:

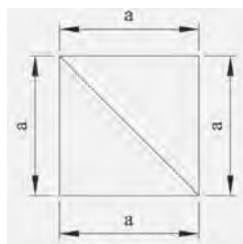
۱-۸-۱- قضیه فیثاغورث: براساس این قضیه در مثلث قائم الزاویه مربع وتر برابر است با مجموع مربع‌های

دو ضلع دیگر. $c^2 = a^2 + b^2$



شکل (۱-۱۹)

یکی از کاربردی این رابطه محاسبه قطر مربع و مستطیل می‌باشد.



شکل (۱-۲۰)

قطر مربع:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 2a^2$$

$$c = \sqrt{2}a \Rightarrow \text{قطر مربع}$$

a : ضلع مربع

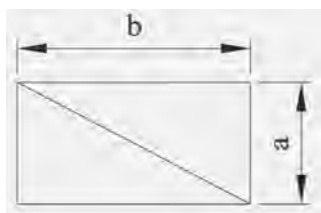
قطر مستطیل:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

c : قطر مستطیل

a , b : ضلع‌های مستطیل



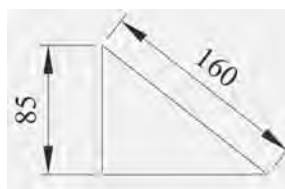
شکل (۱-۲۱)

تمرین: در مثلث قائم الزاویه‌ای اندازه ضلع مجاور به زاویه قائمه ۹۵ میلی‌متر و اندازه وتر ۱۸۰ میلی‌متر است. اندازه ضلع دیگر چند میلی‌متر است؟

حل:

مثال: در مثلث قائم الزاویه‌ای اندازه ضلع مجاور به زاویه قائمه ۸۵ میلی‌متر و اندازه وتر ۱۶۰ میلی‌متر است. اندازه ضلع دیگر چند میلی‌متر است؟

حل:



مرحله اول: رسم شکل

$$a = 85 \text{ و } c = 160$$

مرحله دوم: نوشتن رابطه و حل مسئله

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(160 \text{ mm})^2 - (85 \text{ mm})^2}$$

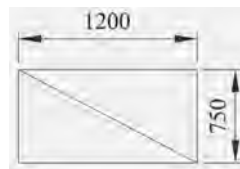
$$b = \sqrt{18375 \text{ mm}^2} \Rightarrow b = 135.6 \text{ mm}$$

تمرین: اندازه قطر مستطیل ۸۵۰×۱۱۰۰ میلی متر را به دست آورید.

حل:

مثال: اندازه قطر مستطیل ۷۵۰×۱۲۰۰ میلی متر را به دست آورید.

حل: مرحله اول: رسم شکل



مرحله دوم: نوشتن رابطه جایگذاری و محاسبه

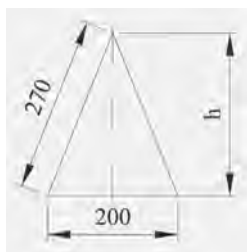
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(1200 \text{ mm})^2 + (750 \text{ mm})^2}$$

$$c = \sqrt{1440000 + 562500}$$

$$c = \sqrt{2002500 \text{ mm}^2} \Rightarrow c = 1415 / 0.97 \text{ mm}$$

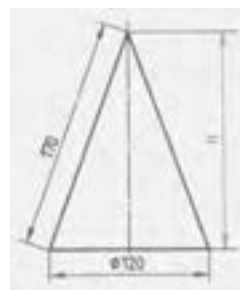
تمرین: ارتفاع مخروط مطابق شکل چند سانتی متر است؟



شکل (۱-۲۳)

حل:

مثال: ارتفاع مخروط مطابق شکل چند میلی متر است؟



شکل (۱-۲۲)

حل:

$$a = \frac{120}{2} = 60 \text{ mm}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = a^2 + h^2$$

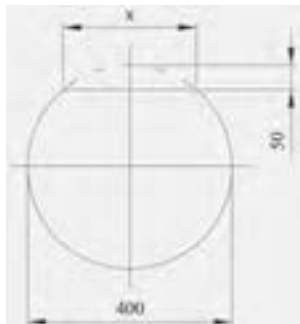
$$h^2 = c^2 - a^2$$

$$h = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(170)^2 - (60)^2} =$$

$$h = \sqrt{28900 - 3600} = \sqrt{25300 \text{ mm}^2}$$

$$h = 159 / 0.59 \text{ mm}$$

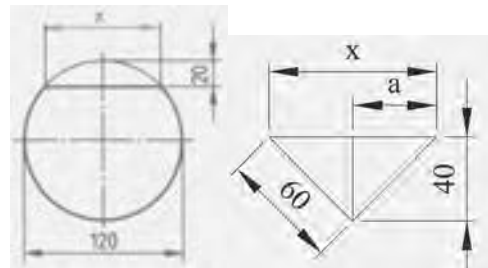
تمرین: میله گردی مطابق شکل سوهان کاری خواهد شد. اندازه پهنای X چند میلی متر است؟



شکل (۱-۲۵)

حل:

مثال: میله گردی مطابق شکل سوهان کاری خواهد شد. اندازه پهنای X چند میلی متر است؟



شکل (۱-۲۴)

حل:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

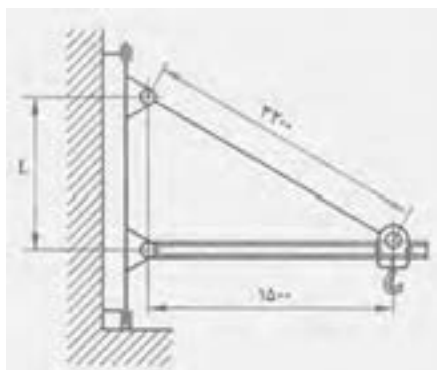
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{(60)^2 - (40)^2} = \sqrt{3600 - 1600} =$$

$$a = \sqrt{2000 \text{ mm}^2} \Rightarrow a = 44.72 \text{ mm}$$

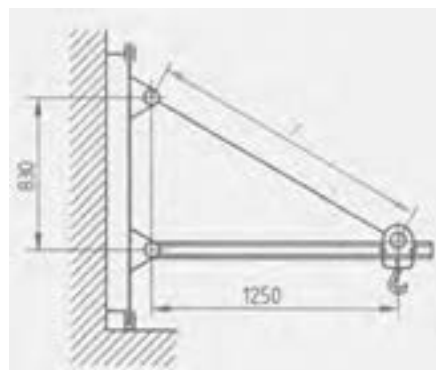
$$x = 2a \Rightarrow x = 2 \times 44.72 / 2 \Rightarrow x = 89.44 \text{ mm}$$

تمرین: در نگهدارنده مطابق شکل اندازه L را به دست آورید.



شکل (۱-۲۷)

مثال: در نگهدارنده مطابق شکل اندازه L را به دست آورید.



شکل (۱-۲۶)

حل:

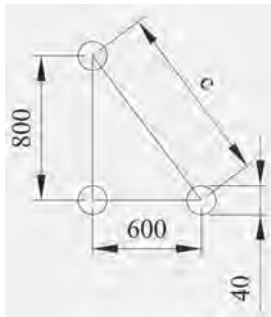
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$L^2 = a^2 + b^2$$

$$L = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(1250)^2 + (830)^2}$$

$$L = \sqrt{2251400 \text{ mm}^2} \Rightarrow L = 1500 / 46 \text{ mm}$$

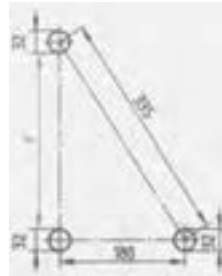
تمرین: در صفحه راهنمای مطابق شکل اندازه (C) را به دست آورید.



شکل (۱-۲۹)

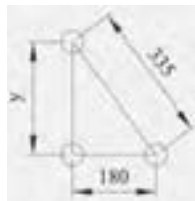
حل:

مثال: در صفحه راهنمای مطابق شکل اندازه کنترل (X) را به دست آورید.



شکل (۱-۲۸)

حل:



با توجه به اینکه دو ضلع با ابعاد داده شده از مرکز به مرکز دایره‌ها می‌باشند بنابراین ضلع خواسته شده را از مرکز به مرکز دایره‌ها یعنی y به دست می‌آوریم.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = 335 \text{ mm}$$

$$b = 180 \text{ mm}$$

$$a = y$$

$$335^2 = y^2 + 180^2$$

$$335^2 - 180^2 = y^2$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{335^2 - 180^2}$$

$$y = 282 / 533$$

رابطه فیثاغورث

سیمای فصل دوم

۲- زاویه زمان

۲-۱- زاویه

۲-۱-۱- تعریف زاویه

۲-۱-۲- واحد زاویه

۲-۱-۳- اجزای درجه

۲-۱-۴- انواع زاویه

۲-۱-۵- زوایای متمم

۲-۱-۶- زوایای مکمل

۲-۱-۷- زوایای چند ضلعی

۲-۱-۸- چهار عمل اصلی زوایا

۲-۲- زمان

۲-۲-۱- واحد زمان

۲-۲-۲- اجزا و اضعاف واحد زمان

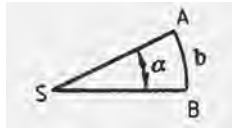
۲-۲-۳- چهار عمل اصلی زمان

۲-۲-۴- تبدیل اضعاف واحد زمان

۲- زاویه و زمان

۲-۱- زاویه

۲-۱-۱- **تعریف زاویه:** زاویه از برخورد دو خط پدید می‌آید (شکل ۲-۱) که مقدار آن برابر است با نسبت طول قوس مقابل به آن زاویه بر شعاع (ضلع زاویه) است.



S : رأس زاویه

اضلاع زاویه = SB, SA

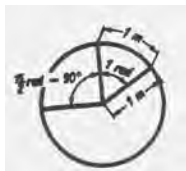
$\alpha = \angle$ زاویه α

شکل ۲-۱- تشکیل زاویه

$b =$ طول قوس مقابل به زاویه α

$$\angle a = \frac{AB}{SA} = \frac{b}{SA}$$

۲-۱-۲- **واحد زمان:** واحد زاویه رادیان است. یک رادیان برابر با زاویه‌ای است که در دایره‌ای به شعاع یک متر، که طول قوس روبه‌روی آن برابر یک متر است.



$$1\text{rad} = \frac{1\text{m}}{1\text{m}}$$

شکل ۲-۲- تعریف رادیان

با توجه به این تعریف می‌توان زاویه، دایره کامل را بر حسب رادیان به دست آورد. در زاویه دایره کامل طول کمان روبه‌رو به زاویه برابر محیط دایره یا $2\pi r$ است و ضلع زاویه برابر شعاع دایره r است. بنا به تعریف:

$$\angle a = \frac{\text{طول قوس}}{\text{شعاع}} = \frac{2\pi r}{r} \Rightarrow \angle a = 2\pi \text{ rad}$$

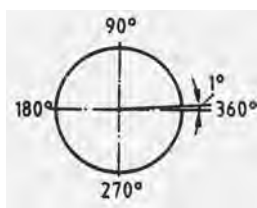
در نتیجه زاویه کامل برابر 2π رادیان می‌باشد.

<p>تمرین: در دایره‌ای به شعاع ۱۸۰ میلی‌متر حساب کنید:</p> <p>الف - مقدار زاویه مقابل به کمان $b = 240\text{mm}$ بر حسب رادیان</p>	<p>مثال: در دایره‌ای به شعاع ۱۲۰ میلی‌متر مطلوب است:</p> <p>الف - مقدار زاویه مقابل به کمان $b = 180\text{mm}$ بر حسب رادیان</p>
--	---

<p>ب - زاویه دایره کامل بر حسب رادیان</p> <p>حل:</p>	<p>ب - زاویه دایره کامل بر حسب رادیان</p> <p>حل:</p> $\text{الف) } a = \frac{b}{r} = \frac{180\text{mm}}{120\text{mm}} = \frac{1/8\text{m}}{1/2\text{m}} = 1/5\text{rad}$ $\text{ب) } a = \frac{U}{r} = \frac{r \times 2 \times p}{r} = 2p\text{rad}$ $\Rightarrow \alpha = 2 \times 3/14 \Rightarrow \alpha = 6/7\text{rad}$
--	---

واحد دیگری برای اندازه گیری زاویه، درجه است.

یک درجه برابر است با زاویه ای که اندازه آن $\frac{1}{360}$ زاویه دایره کامل است. (شکل ۳-۲)



شکل ۳-۲- تعریف درجه

از طرف دیگر یک درجه برابر $\frac{1}{90}$ زاویه قائمه است.

دایره کامل برابر ۳۶۰ درجه است. از طرف دیگر دایره کامل برابر 2π رادیان است. بنابراین برای تبدیل رادیان به درجه خواهیم داشت.

$$2\pi\text{rad} = 360^\circ$$

طرفین رابطه را بر 2π تقسیم می کنیم

$$\frac{2\pi\text{rad}}{2\pi} = \frac{360^\circ}{2\pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1\text{rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \\ p = 3/14 \end{array} \right\} \Rightarrow 1\text{rad} = \frac{360^\circ}{2 \times 3/14} \Rightarrow \boxed{1\text{rad} = 57/3^\circ}$$

در نتیجه یک رادیان برابر $57/3$ درجه است.

- برای تبدیل درجه به رادیان به صورت زیر عمل می‌شود:

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

طرفین رابطه را بر 360° تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{360^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ}$$

$$1^\circ = \frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{360^\circ} / 180^\circ} \text{ rad} = \boxed{1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}}$$

تمرین: زاویه 75° چند رادیان است؟
حل:

مثال: زاویه $\alpha = 45^\circ$ چند رادیان است؟

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}$$

$$\alpha = 45^\circ = 45 \times 1^\circ$$

$$a = 45 \times \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}$$

$$a = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\alpha = 0.785 \text{ rad}$$

تمرین: زاویه $\beta = 0.6373 \text{ rad}$ چند درجه است؟
حل:

مثال: زاویه $\beta = 0.6373 \text{ rad}$ چند درجه است؟

$$1 \text{ rad} = 57.3^\circ$$

$$\beta = 0.6373 \text{ rad}$$

$$\beta = 0.6373 \times 1 \text{ rad}$$

$$\beta = 0.6373 \times 57.3^\circ$$

$$\beta = 36.5^\circ$$

۳-۱-۲- اجزای درجه: اجزای درجه عبارتند از: دقیقه و ثانیه.

یک درجه برابر ۶۰ دقیقه و یک دقیقه برابر ۶۰ ثانیه است به عبارت دیگر می‌توان نوشت:

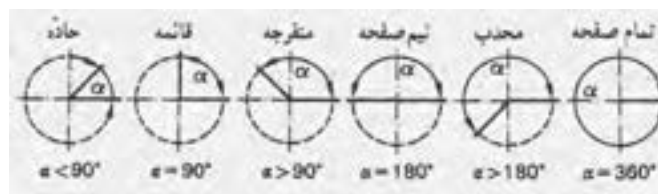
$$\text{ثانیه (")} \xrightarrow[\div 60]{\times 60} \text{دقیقه (')} \xrightarrow[\div 60]{\times 60} \text{درجه (}^\circ\text{)}$$

- برای تبدیل درجه به دقیقه باید درجه در ۶۰ ضرب شود و برعکس.
 - برای تبدیل دقیقه به ثانیه باید دقیقه در ۶۰ ضرب شود و برعکس.
 لازم به ذکر است در صورتی که زاویه به صورت اعشاری باشد باید به واحدهای کوچکتر تبدیل شود به عنوان مثال زاویه $۵/۴^\circ$ برابر $۵^\circ + ۰/۴^\circ$ است. قسمت اعشاری $۰/۴^\circ$ باید به واحد کوچکترین یعنی دقیقه تبدیل شود. برای این منظور باید $۰/۴^\circ$ در ۶۰ ضرب شود تا دقیقه به دست آید یعنی $۲۴'$. بنابراین $۵/۴^\circ$ برابر خواهد بود با $۵^\circ + ۲۴'$

<p>مثال: $۳۵/۴^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۳۵/۴^\circ = ۳۵^\circ + ۰/۴^\circ$ $= ۳۵^\circ + ۰/۴ \times ۱^\circ$ $= ۳۵^\circ + ۰/۴ \times ۶۰'$ $= ۳۵^\circ, ۲۴'$	<p>تمرین: $۵۴/۸^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: $۴۲/۲۸^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۴۲/۲۸^\circ = ۴۲^\circ + ۰/۲۸^\circ$ $= ۴۲^\circ + ۰/۲۸ \times ۱^\circ$ $= ۴۲^\circ + ۰/۲۸ \times ۶۰'$ $= ۴۲^\circ + ۱۶/۸'$ $= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۰/۸'$ $= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۰/۸ \times ۱'$ $= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۰/۸ \times ۶۰''$ $= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۴۸''$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $۴۲/۲۸^\circ = ۴۲^\circ, ۱۶', ۴۸''$ </div>	<p>تمرین: $۲۴/۴۸^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.</p> <p>حل:</p>

<p>مثال: زاویه مخروطی $۲^{\circ}, ۵۱', ۴۰''$ می باشد. مقدار آن را بر حسب درجه حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $۲^{\circ}, ۵۱', ۴۰'' = ۲^{\circ} + \frac{۵۱}{۶۰} + \frac{۴۰}{۶۰ \times ۶۰}$ $= ۲^{\circ} + ۰/۸۵ + ۰/۰۱۱۱$ $= ۲/۸۶۱^{\circ}$	<p>تمرین: زاویه مخروطی $۴^{\circ}, ۵۶', ۴۰''$ می باشد. مقدار آن را بر حسب درجه حساب کنید.</p> <p>حل:</p>
---	---

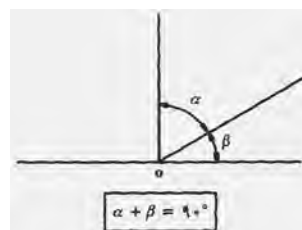
۴-۱-۲- انواع زاویه: انواع زاویه در هندسه عبارتند از: زاویه حاده، قائمه، منفرجه، نیم صفحه، محدب و تمام صفحه مطابق شکل (۲-۴)



شکل ۲-۴- انواع زاویه

- زاویه حاده کوچکتر از ۹۰° است: $\alpha < ۹۰^{\circ}$
- زاویه قائمه برابر ۹۰° است: $\alpha = ۹۰^{\circ}$
- زاویه منفرجه بزرگتر از ۹۰° و کوچکتر از ۱۸۰° است: $۹۰^{\circ} < \alpha < ۱۸۰^{\circ}$
- زاویه نیم صفحه برابر ۱۸۰° است: $\alpha = ۱۸۰^{\circ}$
- زاویه محدب بزرگتر از ۱۸۰° و کوچکتر از ۳۶۰° است: $۱۸۰^{\circ} < \alpha < ۳۶۰^{\circ}$
- زاویه تمام صفحه ۳۶۰° است: $\alpha = ۳۶۰^{\circ}$

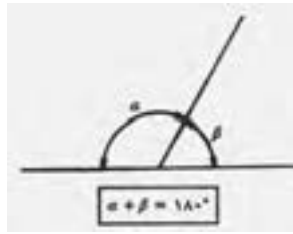
۵-۱-۲- زوایای متمم: در صورتی که مجموع دو زاویه ۹۰° باشد، آن دو زاویه را متمم می گویند. مثلاً زوایای ۳۰° و ۶۰° متمم هستند زیرا مجموعه آنها ۹۰° است (شکل ۲-۵)



شکل ۲-۵- زوایای متمم

۶-۱-۲- زوایای مکمل: در صورتی که مجموع دو زاویه ۱۸۰° باشد، آن دو زاویه را مکمل می گویند.

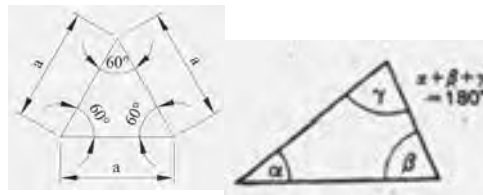
مثلاً زوایای 100° و 80° مکمل هستند زیرا مجموع آنها 180° است. شکل (۲-۶)



شکل ۲-۶- زوایای مکمل

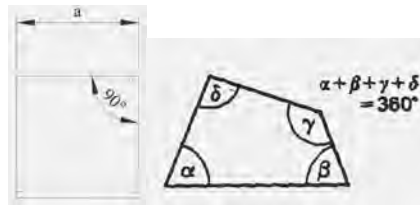
۲-۱-۷- زوایای چند ضلعی:

- مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است مطابق شکل (۲-۷) به عنوان مثال زاویه مثلث متساوی الاضلاع هر کدام 60° است بنابراین مجموع آنها $60 + 60 + 60 = 180$ است.



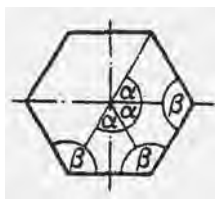
شکل ۲-۷

- مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی 360° است. شکل (۲-۸) به عنوان مثال مربع دارای چهار زاویه 90° است که مجموع آنها $90 + 90 + 90 + 90 = 360$ است.



شکل ۲-۸

در مورد چند ضلعی‌های منتظم اگر زاویه بین اضلاع آنها (β) و زاویه مرکزی روبه‌روی هم ضلع آنها (α) باشد خواهیم داشت. شکل (۲-۹)



شکل ۲-۹

تعداد اضلاع n

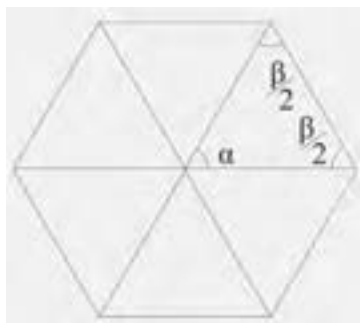
زاویه مرکزی مقابل به ضلع α

زاویه بین دو ضلع β

با توجه به موارد فوق مجموع زوایای داخلی n ضلعی منتظم برابر 360° است و با توجه به این که اضلاع n

ضلعی منتظم با هم برابرند، زوایای مرکزی روبه‌روی هر ضلع با هم برابرند در نتیجه هر زاویه مرکزی (α) برابر است با: $\alpha = \frac{360}{n}$

در صورتی که قطرهای چند ضلعی را رسم کنیم هر ضلع با دو قطر مجاورش یک مثلث متساوی الساقین می‌سازد که زاویه، رو به ضلع n ضلعی α و زاویه‌های دیگر مثلث که در مجاور ضلع n ضلعی هستند برابر است با نصف زاویه دو ضلع $\frac{b}{2}$. بنابراین خواهیم داشت:



شکل ۱۰-۲

$$a + \frac{b}{2} + \frac{b}{2} = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$a + b - a = 180 - a$$

بنابراین زاویه بین دو ضلع برابر است با:

$$\boxed{\beta = 180 - \alpha}$$

تمرین: در یک مثلث زاویه $\hat{a} = \hat{b} = 30^\circ$ است. زاویه γ چقدر خواهد شد.
حل:

مثال: در یک مثلث زاویه $\alpha = 45^\circ$ و زاویه $\beta = 60^\circ$ می‌باشد. زاویه γ چقدر خواهد شد؟
حل: در مثلث مجموع زوایای داخلی 180° است.
بنابراین:

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{g} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 45 + 60 + \hat{g} = 180$$

$$105 + \hat{g} = 180$$

$$\hat{g} = 180 - 105$$

$$\hat{g} = 75^\circ$$

تمرین: در یک لوزی زاویه $\alpha = 50^\circ$ می‌باشد زوایای $\hat{d}, \hat{g}, \hat{b}$ را به دست آورید.

مثال: در یک چهارضلعی زاویه $\alpha = 45^\circ$ ، $\beta = 80^\circ$ و $\gamma = 90^\circ$ است. زاویه γ چقدر است؟

<p>حل:</p>	<p>حل: چهارضلعی مجموع زوایای داخلی 360° است.</p> $\hat{a} + \hat{b} + \hat{g} + \hat{d} = 360^\circ$ $45 + 80 + 90 + \hat{\delta} = 360$ $215 + \hat{d} = 360$ $\Rightarrow \hat{\delta} = 360 - 215$ $\hat{d} = 145^\circ$
<p>تمرین: مطلوب است اندازه زاویه‌ی مرکزی مقابل به ضلع و زاویه بین دو ضلع یک ده ضلعی منتظم و مجموع زوایای داخلی آن.</p>	<p>مثال: مطلوب است اندازه زاویه مرکزی مقابل به ضلع و زاویه بین دو ضلع یک هشت ضلعی منتظم و مجموع زوایای داخلی آن.</p> $n = 8$ <p>زاویه مرکزی $a = \frac{360^\circ}{h}$</p> $a = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ <p>زاویه بین دو ضلع $\beta = 180^\circ - \alpha$</p> $\beta = 180 - 45 = 135$ <p>تعداد زوایای داخلی هشت ضلعی ۸ عدد می‌باشد.</p> <p>بنابراین مجموع زوایای داخلی ۸ ضلعی منتظم ۸ برابر زاویه β می‌باشد.</p> $\text{مجموع زوایای داخلی} = 8 \times \beta$ $\text{مجموع زوایای داخلی} = 8 \times 135$ $\text{مجموع زوایای داخلی} = 1080^\circ$
<p>۸-۱-۲- چهار عمل اصلی زاویه: چهار عمل اصلی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم برای زاویه امکان پذیر است.</p> <p>جمع: برای این منظور کافی است ثانیه‌ها را با هم، دقیقه‌ها را با هم و درجه‌ها را با هم جمع کنیم در صورتی که جمع ثانیه‌ها بیش از ۶۰ ثانیه شود کافی است که ۶۰ ثانیه از آن کم کنیم و ۱ دقیقه به دقیقه‌ها اضافه کنیم</p>	

و این کار را تا زمانی ادامه دهیم تا مقدار ثانیه کمتر از ۶۰ شود.
در مورد دقیقه نیز به همین گونه است. اگر بزرگتر از ۶۰ باشد، باید ۶۰ دقیقه از آن کم کنیم و ۱ درجه به درجه‌ها اضافه کنیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا میزان دقیقه‌ها کمتر از ۶۰ دقیقه شود.

<p>تمرین: حاصل جمع زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 6^{\circ} \quad 10' \quad 50'' \\ + 20^{\circ} \quad 55' \quad 40'' \end{array}$	<p>مثال: حاصل جمع زیر را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $\begin{array}{r} 5^{\circ} \quad 47' \quad 30'' \\ 8^{\circ} \quad 10' \quad 40'' \\ \hline 13^{\circ} \quad 57' \quad 70'' \end{array}$ <p>$13^{\circ} \quad 57' \quad (60+10)''$</p> <p>$13^{\circ} \quad (57+1)' \quad 10''$</p> <p>$13^{\circ} \quad 58' \quad 30''$</p> <p>راه دیگر</p> $\begin{array}{r} 13^{\circ} \quad 57' \quad 70'' \\ \quad \quad \quad \begin{array}{cc} +1 & \leftarrow 60 \end{array} \\ \hline 13^{\circ} \quad 58' \quad 10'' \end{array}$
--	---

تفریق: برای این منظور کافی است ثانیه‌ها از هم، دقیقه‌ها از هم و درجه‌ها را از هم کم کنیم. اگر مقدار ثانیه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود، باید از دقیقه یک واحد کم کرد و ۶۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه نمود. همچنین اگر مقدار دقیقه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود باید از درجه یک واحد کم شود و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه‌ها اضافه شود.

	<p>مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 10^{\circ} \quad 45' \quad 15'' \\ - 8^{\circ} \quad 20' \quad 45'' \end{array}$ <p>حل: با توجه به اینکه مقدار ثانیه در ردیف بالایی کمتر از پایینی است. بنابراین از دقیقه‌ها، ۱ دقیقه کم و ۶۰ ثانیه به ثانیه‌ها اضافه می‌شود.</p> $\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 10^{\circ} \quad (44+1)' \quad 15'' \\ - 8^{\circ} \quad 20' \quad 45'' \end{array} \right. \end{array}$
--	--

<p>تمرین: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 45^{\circ} \quad 20' \quad 35'' \\ -31^{\circ} \quad 40' \quad 52'' \end{array}$	$\begin{array}{r} 10^{\circ} \quad 44' \quad (60+15)'' \\ -8^{\circ} \quad 20' \quad 45'' \\ \hline 10^{\circ} \quad 44' \quad 75'' \\ -8^{\circ} \quad 20' \quad 45'' \\ \hline 2^{\circ} \quad 24' \quad 30'' \end{array}$ <p>راه دیگر</p> $\begin{array}{r} 10^{\circ} \quad 45' \quad 15'' \\ -1 \rightarrow +60 \\ -8^{\circ} \quad 20' \quad 45'' \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 10^{\circ} \quad 44' \quad 75'' \\ -8^{\circ} \quad 20' \quad 45'' \\ \hline 2^{\circ} \quad 24' \quad 30'' \end{array}$
<p>تمرین : حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 30^{\circ} \quad 25' \quad 12'' \\ -12^{\circ} \quad 40' \quad 20'' \end{array}$	<p>مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 25^{\circ} \quad 30' \quad 55'' \\ -10^{\circ} \quad 48' \quad 30'' \end{array}$ <p>حل: با توجه به اینکه مقدار دقیقه ردیف بالایی کمتر از مقدار دقیقه ردیف پایینی است. بنابراین از درجه‌ها، یک درجه کم کرده و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه می‌کنیم</p> $\begin{array}{r} (24+1)^{\circ} \quad 30' \quad 55'' \\ -10^{\circ} \quad 48' \quad 30'' \end{array}$ $\begin{array}{r} 24^{\circ} \quad (60+30)' \quad 55'' \\ -10^{\circ} \quad 48' \quad 30'' \\ \hline 14^{\circ} \quad 42' \quad 25'' \end{array}$
<p>ضرب: برای ضرب یک عدد در درجه کافی است آن عدد را به ترتیب در ثانیه، دقیقه و درجه ضرب کنیم. در صورتی که ثانیه و دقیقه بیش از ۶۰ باشد، باید ثانیه را به دقیقه و دقیقه را به درجه تبدیل کنیم تا مقدار ثانیه و دقیقه کمتر از ۶۰ شود.</p>	

<p>تمرین: حاصل ضرب زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 7^{\circ} \quad 18' \quad 40'' \times \\ 6 \end{array}$	<p>مثال: حاصل ضرب زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 5^{\circ} \quad 30' \quad 20'' \times \\ 4 \\ \hline 20^{\circ} \quad 120' \quad 80'' \end{array}$ <p>$20^{\circ} \quad 120' \quad (60+20)''$</p> <p>یک واحد به دقیقه اضافه می‌شود</p> $20^{\circ} \quad 120' + 1' \quad 20''$ $20^{\circ} \quad 121' \quad 20''$ $20^{\circ} \quad (2 \times 60 + 1)' \quad 20''$ <p>۲ واحد به درجه‌ها اضافه می‌شود</p> $22^{\circ} \quad 1' \quad 20''$
<p><u>تقسیم:</u> برای تقسیم درجه بر یک عدد کافی است، ابتدا درجه را بر عدد تقسیم نمائیم باقیمانده را که بر حسب درجه است به دقیقه تبدیل می‌کنیم و به دقیقه‌ها اضافه می‌کنیم سپس مجموع دقیقه‌ها را بر عدد تقسیم می‌کنیم باقیمانده که بر حسب دقیقه است به ثانیه تبدیل می‌کنیم و به ثانیه‌ها اضافه می‌کنیم سپس مجموع ثانیه‌ها را بر عدد تقسیم می‌نمائیم. سپس خارج قسمت‌ها را به ترتیب درجه، دقیقه و ثانیه کنار هم قرار می‌دهیم.</p>	
<p>تمرین: حاصل تقسیم زیر را به دست آورید.</p> $(145^{\circ} \quad 45' \quad 15'') \div 5$	<p>مثال: حاصل تقسیم زیر را به دست آورید.</p> $(100^{\circ} \quad 24' \quad 32'') : 8$ <p>حل: ابتدا درجه را بر عدد تقسیم می‌نمائیم.</p> <p>خارج قسمت بر حسب درجه</p> $\begin{array}{r} 100 \overline{) 8} \\ 8 \quad 12 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 4 \end{array}$ <p>باقیمانده 4° است که به دقیقه تبدیل و سپس با $24'$ جمع می‌شود و بعد بر ۸ تقسیم می‌شود.</p>

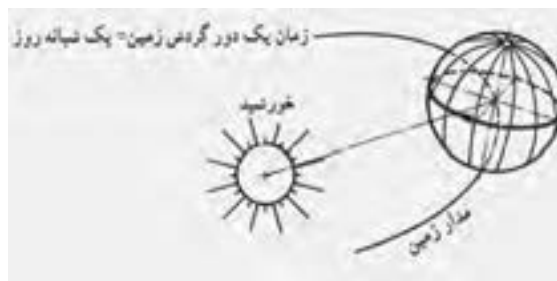
	$4^{\circ} \times 60 = 240'$ $240' + 24' = 264'$ $\begin{array}{r} 264' \quad \quad 8 \\ \underline{24} \quad 33 \\ 24 \\ \underline{24} \\ 00 \end{array}$ <p>خارج قسمت بر حسب دقیقه</p> <p>با توجه به اینکه تقسیم دقیقه باقیمانده‌ای نداشت بنابراین $32''$ را بر ۸ تقسیم می‌کنیم.</p> $\begin{array}{r} 32'' \quad \quad 8 \\ \underline{32} \quad 4 \\ 00 \end{array}$ <p>خارج قسمت بر حسب درجه</p> <p>خارج قسمت‌ها را به ترتیب درجه، دقیقه و ثانیه کنار هم قرار می‌دهیم جواب به دست می‌آید.</p> $12^{\circ} \quad 33' \quad 4''$
<p>تمرین: مقدار زاویه $36\frac{3}{4}$ درجه را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: مقدار زاویه $27\frac{1}{2}$ را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.</p> $27\frac{1}{2} = \frac{55}{2}$ <p>حل:</p> $= 27 / 5^{\circ}$ $= 27^{\circ} + 0 / 5^{\circ}$ $= 27^{\circ} + 0 / 5 \times 1^{\circ}$ $= 27^{\circ} + 0 / 5 \times 60'$ $= 27^{\circ} + 30'$ $= 27^{\circ}, 30'$
<p>تمرین: مقدار $582'$ را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: مقدار $362'$ را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.</p> <p>راه حل اول:</p>

	$\begin{aligned} 362' &= \frac{362'}{60} \\ &= 6/033^\circ \\ &= 6^\circ + 0/033^\circ \\ &= 6^\circ + 0/033 \times 60' \\ &= 6^\circ + 2' \end{aligned}$ <p>راه حل دوم:</p> $\begin{array}{r} 362' \overline{) 60} \\ 360 \overline{) 60} \\ \hline 2' \end{array}$ $362' = 6^\circ, 2'$
<p>تمرین: ۸۴۶۰ ثانیه را بر حسب درجه و دقیقه و ثانیه بنویسید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۳۶۶۱ ثانیه را بر حسب درجه، دقیقه و ثانیه بنویسید.</p> $\begin{array}{r} 3661 \overline{) 60} \\ 360 \overline{) 60} \\ \hline 61 \overline{) 60} \\ 60 \overline{) 60} \\ \hline 1 \end{array}$ <p>درجه ۱ دقیقه ۱ ثانیه ۱</p> $1^\circ \quad 1' \quad 1''$
<p>تمرین: در یک مثلث $\alpha = 2\beta$ و $\alpha = 50^\circ$، $\beta = 30^\circ$، 40°، 50° زاویه γ؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: در یک مثلث $\alpha = 50^\circ$ و $\beta = 45^\circ$ و $\alpha = 60^\circ$ است. زاویه γ را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 180^\circ \\ \gamma &= 180 - (\alpha + \beta) \end{aligned}$ <p>حاصل جمع $\alpha + \beta$</p> $\begin{array}{r} 50^\circ, 30' \\ 60^\circ, 45' \\ \hline 110^\circ, 75' \end{array}$

	$110^{\circ} , (60+15)'$ $110^{\circ}+1^{\circ} , 15'$ $\alpha+\beta=111^{\circ} , 15'$ حال برای به دست آوردن \hat{g} کافی است $\alpha+\beta$ را از 180° کم کنیم. $\begin{array}{r} 180^{\circ} , 0' \\ - 111^{\circ} , 15' \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} (179+1)^{\circ} , 0' \\ - 111^{\circ} , 15' \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 179^{\circ} , 60' \\ - 111^{\circ} , 15' \\ \hline 68^{\circ} , 45' \end{array}$ $\Rightarrow \hat{g} = 68^{\circ}, 45'$
--	---

۲-۲- زمان:

۲-۲-۱- واحد زمان: واحد زمان ثانیه است. ثانیه برابر است با $\frac{1}{86400}$ شبانه روز متوسط سال شمسی. یک شبانه روز برابر زمان گردش زمین به دور محور خودش است. یک سال شمسی برابر مدت زمان یک دور گردش زمین حول خورشید است که به طور متوسط برابر است با ۳۶۵ شبانه روز. شکل (۲-۱۱)



شکل ۲-۱۱- تعریف شبانه روز

دقیق‌ترین تعریف ثانیه عبارت است از: هر ثانیه زمانی است برابر ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ برابر زمان دوره تناوب پرتو

۲-۲-۲- اجزا و اضعاف واحد زمان: اضعاف واحد زمان (ثانیه) عبارتند از: دقیقه و ساعت و روز.

- هر دقیقه برابر ۶۰ ثانیه است. $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

- هر ساعت برابر ۶۰ دقیقه و از طرف دیگر برابر ۳۶۰۰ ثانیه است $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$

- هر روز برابر ۲۴ ساعت، ۱۴۴۰ دقیقه و برابر ۸۶۴۰۰ ثانیه است.

$$1 \text{ day} = 24 \text{ h} = 1440 \text{ min} = 86400 \text{ s}$$

$$d \xleftrightarrow[\div 24]{\times 24} h \xleftrightarrow[\div 60]{\times 60} \text{min} \xleftrightarrow[\div 60]{\times 60} s$$

- اجزای ثانیه عبارت است از میلی ثانیه، هر میلی ثانیه برابر با $\frac{1}{1000}$ به عبارت دیگر:

$$(\text{میلی ثانیه}) \text{ ms} \xleftrightarrow[\div 1000]{\times 1000} s (\text{ثانیه})$$

- در مواردی که هدف نشان دادن مدت زمان باشد، علائم اختصاری را در سمت راست عدد مربوط می‌نویسند

مثلاً ساخت یک قطعه ۱۱ ساعت و ۲۵ دقیقه طول می‌کشد 11 h و 25 min

- در مواردی که هدف نشان دادن زمان باشد، علائم اختصاری بالای عدد مربوطه نوشته می‌شود. مثلاً ساخت

قطعه در ساعت ۱۱ و ۲۵ دقیقه تمام می‌شود. 11^{h} و 25^{min}

۲-۲-۳- چهار عمل اصلی زمان: چهار عمل اصلی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم برای زمان امکان پذیر

است.

- جمع: برای این منظور کافی است ثانیه‌ها را با هم، دقیقه‌ها را با هم و ساعت‌ها را با هم جمع

کنیم. در صورتی که جمع ثانیه‌ها بیش از ۶۰ ثانیه شود کافی است که ۶۰ ثانیه از آن کم کنیم و

۱ دقیقه به زمان دقیقه آن اضافه کنیم و این کار را تا زمانی ادامه دهیم تا مقدار ثانیه کمتر از ۶۰ شود.

در مورد دقیقه نیز به همین گونه است. اگر بزرگ‌تر از ۶۰ باشد، باید ۶۰ دقیقه از آن کم کنیم و ۱ ساعت به

ساعت اضافه کنیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا میزان دقیقه آن کمتر از ۶۰ دقیقه شود.

<p>تمرین: حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $\begin{array}{r} 5h \quad 45min \quad 10s \\ + 8h \quad 10min \quad 40s \\ \hline \end{array}$	<p>مثال: حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید. حل:</p> $\begin{array}{r} 2h \quad 37min \quad 50s \\ + 3h \quad 10min \quad 45s \\ \hline 5h \quad 47min \quad 95s \\ 5h \quad 47min \quad (60 + 35)s \\ 5h \quad (47 + 1) \quad 35s \\ 5h \quad 48min \quad 35s \end{array}$
<p><u>تفریق</u>: برای این منظور کافی است ثانیه‌ها از هم، دقیقه‌ها را از هم و ساعت‌ها را از هم کم کنیم. اگر مقدار ثانیه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود، باید از دقیقه یک واحد کم کرد و ۶۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه نمود. همچنین اگر مقدار دقیقه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود باید از ساعت یک واحد کم شود و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه نمود.</p>	
<p>تمرین: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 9h \quad 45min \quad 15s \\ - 4h \quad 10min \quad 30s \\ \hline \end{array}$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 8h \quad 35min \quad 20s \\ - 5h \quad 20min \quad 40s \\ \hline \end{array}$ <p>حل:</p> <p>چون سطر بالایی مقادیر کمتر از پایینی (ثانیه) دارد لذا از بالایی یک دقیقه کم کرده و ۶۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه می‌شود.</p> $\left\{ \begin{array}{r} 8h \quad (34 + 1)min \quad 20s \\ - 5h \quad 20min \quad 40s \\ \hline 3h \quad 14min \quad 40s \end{array} \right.$

<p>تمرین: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 12h \quad 40min \quad 50s \\ - 9h \quad 55min \quad 40s \\ \hline \end{array}$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.</p> $\begin{array}{r} 10h \quad 20min \quad 40s \\ - 6h \quad 35min \quad 30s \\ \hline \end{array}$ <p>حل: چون مقدار دقیقه سطر بالایی کمتر از مقدار دقیقه پایینی است لذا یک ساعت از اولی کم کرده و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه می‌کنیم.</p> $\begin{array}{r} (9+1)h \quad 20min \quad 40s \\ - 6h \quad 35min \quad 30s \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9h \quad (60+20)min \quad 40s \\ - 6h \quad 35min \quad 30s \\ \hline 3h \quad 45min \quad 10s \end{array}$
<p>ضرب: برای ضرب یک عدد در زمان کافی است آن عدد را به ترتیب در ثانیه، دقیقه و ساعت ضرب کنیم در صورتی که ثانیه و دقیقه بیشتر از ۶۰ باشد، باید ثانیه را به دقیقه و دقیقه را به ساعت تبدیل کنیم که مقدار ثانیه و دقیقه کمتر از ۶۰ شود.</p>	
<p>تمرین: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $(4h \quad 45min \quad 35s) \times 4$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $(3h \quad 40min \quad 30s) \times 3$ <p>حل:</p> <p>در عدد ۳ ضرب می‌کنیم</p> $= 9h \quad 120min \quad 90s$ $= 9h \quad 120min \quad (60+30)s$ <p>یک واحد به دقیقه اضافه می‌شود</p> $= 9h \quad 121min \quad 30s$ $= 9h \quad (2 \times 60 + 1)min \quad 30s$ <p>۲ واحد به ساعت اضافه می‌شود</p> $= 11h \quad 1min \quad 30s$

تقسیم: برای تقسیم زمان بر یک عدد کافی است ابتدا ساعت، دقیقه و ثانیه را با توجه به تبدیلات، آنها به مضربی از آن عدد تبدیل کنیم، به ترتیب ساعت، دقیقه و ثانیه را بر آن عدد تقسیم کنیم. در صورت کم بودن دقیقه و ثانیه کافی است که از ساعت کم کرده و به دقیقه اضافه نمود و همچنین از دقیقه کم کرده و به ثانیه اضافه نمود.

<p>تمرین: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $(۲۷\text{h } ۸\text{min } ۸\text{s}) \div ۵$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $(۲۵\text{h } ۶\text{min } ۸\text{s}) \div ۴$ <p>حل:</p> <p>برای این منظور ابتدا ۲۵ ساعت که مضرب ۴ نیست ۱ واحد از آن کم کرده و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه می‌کنیم تا مقدار ساعت ۲۴ شود که مضرب ۴ است.</p> $(۲۴+۱)\text{h } ۶\text{min } ۸\text{s}$ $۲۴\text{h } ۶۶\text{min } ۸\text{s}$ <p>در این صورت دقیقه ۶۶ خواهد شد، برای اینکه مضرب ۴ شود باید دو دقیقه از آن کم شود تا ۶۴ دقیقه شود.</p> $۲۴\text{h } (۶۴+۲)\text{min } ۸\text{s}$ <p>بنابراین ۱۲۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه می‌شود.</p> $۲۴\text{h } ۶۴\text{min } ۱۲۸\text{s}$ <p>حال مقادیر ساعت، دقیقه و ثانیه را بر آن عدد ۴ تقسیم می‌کنیم.</p> $(۲۴\text{h } ۶۴\text{min } ۱۲۸\text{s}) \div ۴$ $۶\text{h } ۱۶\text{min } ۳۲\text{s}$
--	--

۳- کاربرد محاسبات سطوح در حل مسایل فنی

۳-۱- واحد اندازه‌گیری سطح

۳-۲- اجزا و اضعاف متر مربع

۳-۳- روابط سطوح هندسی قطعات گوشه دار

۳-۳-۱- محاسبه مساحت سطوح مرکب

۳-۴- روابط سطوح قطعات قوس دار

۳-۵- ریخت و ریز و درصد آن

۳- کاربرد محاسبات سطوح در حل مسائل فنی

۳-۱- واحد اندازه‌گیری سطح:

در سیستم SI واحد اندازه‌گیری سطح متر مربع است. هر متر مربع برابر است با سطح مربعی که طول و عرض آن یک متر است.

۳-۲- اجزا و اضعاف متر مربع: اضعاف متر عبارتند از: آر (a)، هکتار (ha)، کیلومتر مربع km^2

- هر آر (a) برابر صد متر مربع است یعنی: $1\text{m}^2 = \frac{1}{100}a \Leftrightarrow 1a = 100\text{m}^2$

- هر هکتار برابر صد آر (a) است و همچنین برابر ۱۰۰۰۰ متر مربع:

$$1\text{ha} = 100a \Leftrightarrow 1a = \frac{1}{100}\text{ha}$$

$$1\text{ha} = 10000\text{m}^2 \Leftrightarrow 1\text{m}^2 = \frac{1}{10000}\text{ha}$$

- هر کیلومتر مربع برابر صد هکتار است. همچنین برابر ۱۰۰۰۰ آر و برابر ۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع است.

$$1\text{km}^2 = 100\text{ha} \Leftrightarrow 1\text{ha} = \frac{1}{100}\text{km}^2$$

$$1\text{km}^2 = 10000a \Leftrightarrow 1a = \frac{1}{10000}\text{km}^2$$

$$1\text{km}^2 = 1000000\text{m}^2 \Leftrightarrow 1\text{m}^2 = \frac{1}{1000000}\text{km}^2$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{km}^2 \xrightleftharpoons[\div 100]{\times 100} \text{ha} \xrightleftharpoons[\div 100]{\times 100} a \xrightleftharpoons[\div 100]{\times 100} \text{m}^2$$

- اجزای متر عبارتند از: دسی‌متر مربع dm^2 ، سانتی‌متر مربع cm^2 ، میلی‌متر مربع mm^2

- هر متر مربع برابر صد دسی‌متر مربع است $1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2 \Leftrightarrow 1\text{dm}^2 = \frac{1}{100}\text{m}^2$:

- هر متر مربع برابر ۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع است $1\text{m}^2 = 10000\text{cm}^2 \Leftrightarrow 1\text{cm}^2 = \frac{1}{10000}\text{m}^2$:

- هر متر مربع برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر مربع است: $1\text{m}^2 = 1000000\text{mm}^2 \Leftrightarrow 1\text{mm}^2 = \frac{1}{1000000}\text{m}^2$

- هر دسی‌متر مربع ۱۰۰ سانتی‌متر مربع است. همچنین هر دسی‌متر مربع ۱۰۰۰۰ میلی‌متر مربع است.

$$1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2 \Leftrightarrow 1\text{cm}^2 = \frac{1}{100}\text{dm}^2$$

$$1\text{dm}^2 = 10000\text{mm}^2 \Leftrightarrow 1\text{mm}^2 = \frac{1}{10000}\text{dm}^2$$

- هر سانتی‌متر مربع ۱۰۰ میلی‌متر مربع است $1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2 \Leftrightarrow 1\text{mm}^2 = \frac{1}{100}\text{cm}^2$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{m}^2 \xrightleftharpoons[\div 100]{\times 100} \text{dm}^2 \xrightleftharpoons[\div 100]{\times 100} \text{cm}^2 \xrightleftharpoons[\div 100]{\times 100} \text{mm}^2$$

<p>تمرین : ۵۰ آر چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۰ آر چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $1a = 100\text{m}^2$ $10a = 10 \times (1a) = 10 \times 100\text{m}^2 = 1000\text{m}^2$
<p>تمرین 500m^2 چند آر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال : 200m^2 چند آر است؟</p> <p>حل:</p> $1\text{m}^2 = \frac{1}{100}a$ $200\text{m}^2 = 200 \times (1\text{m}^2) = 200 \times \frac{1}{100}a = 2a$
<p>تمرین : ۱۰۰ هکتار چند آر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۰ هکتار چند آر است؟</p> <p>حل:</p> $1ha = 100a$ $10ha = 10(1ha) = 10 \times 100a = 1000a$

<p>مثال: ۲۰ هکتار چند متر مربع است؟ حل:</p> $1\text{ha} = 10000\text{m}^2$ $20\text{ha} = 20 \times (1\text{ha}) = 20 \times 10000\text{m}^2 = 200000\text{m}^2$	<p>تمرین: ۵۰ هکتار چند متر مربع است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۰ کیلومتر مربع چند هکتار است؟ حل:</p> $1\text{km}^2 = 100\text{ha}$ $10\text{km}^2 = 10 \times (1\text{km}^2) = 10 \times 100\text{ha} = 1000\text{ha}$	<p>تمرین: ۱۰۰ کیلومتر مربع چند هکتار است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۵ کیلومتر مربع چند آر است؟ حل:</p> $1\text{km}^2 = 10000\text{a}$ $15\text{km}^2 = 15 \times 1\text{km}^2$ $= 15 \times 10000\text{a} = 150000\text{a}$	<p>تمرین: ۴۵ / ۵ کیلومتر مربع چند آر است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۰۰۰ آر چند کیلومتر مربع است؟ حل:</p> $1\text{a} = \frac{1}{10000}\text{km}^2$ $10000\text{a} = 10000 \times 1\text{a}$ $= 10000 \times \frac{1}{10000}\text{km}^2$ $= 1\text{km}^2$	<p>تمرین: ۵۰۰۰۰ آر چند کیلومتر مربع است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۰ کیلومتر مربع چند متر مربع است؟ حل:</p> $1\text{km}^2 = 1000000\text{m}^2$ $10\text{km}^2 = 10 \times (1\text{km}^2)$ $= 10 \times 1000000\text{m}^2$ $= 10000000\text{m}^2$	<p>تمرین: ۱۵ / ۸ کیلومتر مربع چند متر مربع است؟ حل:</p>

<p>تمرین: 5500000 m^2 چند کیلومتر مربع است؟ حل:</p>	<p>مثال: 1000000 m^2 چند کیلومتر مربع است؟ حل:</p> $1 \text{ m}^2 = \frac{1}{1000000} \text{ km}^2$ $1000000 \text{ m}^2 = 1000000 \times 1 \text{ m}^2$ $= 1000000 \times \frac{1}{1000000} \text{ km}^2$ $= 1 \text{ km}^2$
<p>تمرین ۸۵: متر مربع چند دسی متر مربع است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۵ متر مربع چند دسی متر مربع است؟ حل:</p> $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ $5 \text{ m}^2 = 5 \times 1 \text{ m}^2$ $= 5 \times 100 \text{ dm}^2$ $= 500 \text{ dm}^2$
<p>تمرین ۱۴۵۰: دسی متر مربع چند متر مربع است؟ حل:</p>	<p>مثال ۴۵۵: دسی متر مربع چند متر مربع است؟ حل:</p> $1 \text{ dm}^2 = \frac{1}{100} \text{ m}^2$ $455 \text{ dm}^2 = 455 \times 1 \text{ dm}^2$ $= 455 \times \frac{1}{100} \text{ m}^2$ $= 4.55 \text{ m}^2$
<p>تمرین: ۸۰ متر مربع چند سانتی متر مربع است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۳ متر مربع چند سانتی متر مربع است؟ حل:</p> $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$ $3 \text{ m}^2 = 3 \times 1 \text{ m}^2$ $= 3 \times 10000 \text{ cm}^2$ $= 30000 \text{ cm}^2$

<p>تمرین: ۵۵۰۰۰ سانتی متر مربع چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۴۰۰ سانتی متر مربع چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $1\text{cm}^2 = \frac{1}{10000}\text{m}^2$ $4000\text{cm}^2 = 4000 \times 1\text{cm}^2$ $= 4000 \times \frac{1}{10000}\text{cm}^2$ $= 0/04\text{cm}^2$
<p>تمرین: ۴ / ۰ متر مربع چند میلی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال ۱۰: متر مربع چند میلی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $1\text{m}^2 = 1000000\text{mm}^2$ $10\text{m}^2 = 10 \times 1\text{m}^2$ $= 10 \times 1000000\text{mm}^2$ $= 10000000\text{mm}^2$
<p>تمرین: ۴۵۰۰۰۰ mm^۲ چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۷۰۰۰ mm^۲ چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $1\text{mm}^2 = \frac{1}{1000000}\text{m}^2$ $7000\text{mm}^2 = 7000 \times \frac{1}{1000000}\text{m}^2$ $= 0/007\text{m}^2$
<p>تمرین: ۸۷ دسی متر مربع چند سانتی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۲۵ دسی متر مربع چند سانتی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$ $25\text{dm}^2 = 25 \times 1\text{dm}^2$

	$= ۲۵ \times ۱۰۰ \text{ cm}^۲$ $= ۲۵۰۰ \text{ cm}^۲$
<p>تمرین: ۸۳۰ سانتی متر مربع چند دسی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۵۰ cm^۲ چند دسی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $۱ \text{ cm}^۲ = \frac{۱}{۱۰۰} \text{ dm}^۲$ $۵۰ \text{ cm}^۲ = ۵۰ \times ۱ \text{ cm}^۲$ $= ۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰} \text{ dm}^۲$ $= ۰/۵ \text{ dm}^۲$
<p>تمرین: ۶۴ دسی متر مربع چند میلی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۵ دسی متر مربع چند میلی متر مربع است؟</p> $۱ \text{ dm}^۲ = ۱۰۰۰ \text{ mm}^۲$ $۵ \text{ dm}^۲ = ۵ \times ۱ \text{ dm}^۲$ $= ۵ \times ۱۰۰۰ \text{ mm}^۲$ $= ۵۰۰۰ \text{ mm}^۲$
<p>تمرین: ۸۵۰۰ میلی متر مربع چند دسی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۷۰۰ میلی متر مربع چند دسی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $۱ \text{ mm}^۲ = \frac{۱}{۱۰۰۰۰} \text{ dm}^۲$ $۷۰۰ \text{ mm}^۲ = ۷۰۰ \times ۱ \text{ mm}^۲$ $= ۷۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰} \text{ mm}^۲$ $= ۰/۰۷ \text{ mm}^۲$
<p>تمرین: ۱۰۰ سانتی متر مربع چند میلی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۰ سانتی متر مربع چند میلی متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $۱ \text{ cm}^۲ = ۱۰۰ \text{ mm}^۲$ $۱۰ \text{ cm}^۲ = ۱۰ \times ۱ \text{ cm}^۲$

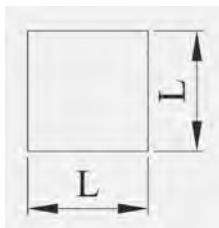
	$= 10 \times 100 \text{ mm}^2$ $= 1000 \text{ mm}^2$
<p>مثال: ۴۳۰ میلی‌متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> $1 \text{ mm}^2 = \frac{1}{100} \text{ cm}^2$ $430 \text{ mm}^2 = 430 \times 1 \text{ mm}^2$ $= 430 \times \frac{1}{100} \text{ cm}^2$ $= 4 / 3 \text{ cm}^2$	<p>تمرین: ۵۴۰۰ میلی‌متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: حاصل عبارت بر حسب دسی‌متر مربع به دست آورید.</p> $12 \text{ mm}^2 + 14 / 65 \text{ m}^2 + 18 \text{ dm}^2$ <p>حل:</p> $12 \times (1 \text{ mm}^2) + 14 / 65 (1 \text{ m}^2) + 18 \text{ dm}^2$ $12 \times \left(\frac{1}{10000} \text{ dm}^2 \right) + 14 / 65 \times (100 \text{ dm}^2) + 18 \text{ dm}^2$ $0 / 00012 \text{ dm}^2 + 1465 \text{ dm}^2 + 18 \text{ dm}^2$ $0 / 00012 + 1465 + 18 = 1483 \text{ dm}^2$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر مربع به دست آورید.</p> $149 \text{ dm}^2 + 348 \text{ mm}^2 + 0 / 89 \text{ cm}^2$ <p>حل:</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید.</p> $0 / 07 \text{ dm}^2 + 127 \text{ mm}^2 + 800 \text{ cm}^2$ <p>حل:</p> $0 / 07 \times (1 \text{ dm}^2) + 127 \times (1 \text{ mm}^2) + 800 \text{ cm}^2$ $0 / 07 \times 100 \text{ cm}^2 + 127 \times \frac{1}{100} \text{ cm}^2 + 800 \text{ cm}^2$ $7 \text{ cm}^2 + 1 / 27 \text{ cm}^2 + 800 \text{ cm}^2$	<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید.</p>

	$7 + 1/27 + 800 = 808/27 \text{ cm}^2$
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید.</p> <p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید.</p> <p>$17/5 \text{ dm}^2 + 920 \text{ mm}^2 + 0/120 \text{ cm}^2$</p> <p>$0/6912 \text{ m}^2 + 816 \text{ mm}^2 + 0/202 \text{ cm}^2$</p>	<p>حل:</p> <p>$17/5 \times (1 \text{ dm}^2) + 920 \text{ mm}^2 + 0/120 \times (1 \text{ cm}^2)$</p> <p>$17/5 \times 10000 \text{ mm}^2 + 920 \text{ mm}^2 + 0/120 \times 100 \text{ mm}^2$</p> <p>$175000 \text{ mm}^2 + 920 \text{ mm}^2 + 12 \text{ mm}^2$</p> <p>$175000 + 920 + 12 = 175932 \text{ mm}^2$</p> <p>حل:</p> <p>$0/6912 \times (1 \text{ m}^2) + 816 \text{ mm}^2 + 0/202 \times (1 \text{ cm}^2)$</p> <p>$0/6912 \times 1000000 \text{ mm}^2 + 816 \text{ mm}^2 + 0/202 \times 10000 \text{ mm}^2$</p> <p>$691200 \text{ mm}^2 + 816 \text{ mm}^2 + 2020 \text{ mm}^2$</p> <p>$691200 + 816 + 2020 = 694036 \text{ mm}^2$</p>
<p>مثال: ۵ کیلومتر مربع چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p> <p>$1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2$</p> <p>$5 \text{ km}^2 = ? \text{ m}^2$</p> <p>$5 \times (1 \text{ km}^2) = ? \text{ m}^2$</p> <p>$5 \times (1000000 \text{ m}^2)$</p> <p>$= 5000000 \text{ m}^2$</p>	<p>تمرین: ۷/۹ کیلومتر مربع چند متر مربع است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب متر مربع به دست آورید.</p> <p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر مربع به دست آورید.</p> <p>$6/009 \text{ cm}^2 + 0/78 \text{ mm}^2 + 78 \text{ dm}^2 + 5 \text{ m}^2$</p> <p>$5 \text{ m}^2 + 4981 \text{ cm}^2 + 756 \text{ mm}^2 + 96 \text{ dm}^2$</p>	<p>حل:</p> <p>$6/009 \times (1 \text{ cm}^2) + 0/78 \times (1 \text{ mm}^2) + 78 \times (1 \text{ dm}^2) + 5 \text{ m}^2$</p> <p>$6/009 \times (\frac{1}{10000} \text{ m}^2) + 0/78 \times (\frac{1}{1000000} \text{ m}^2) + 78 \times (\frac{1}{100} \text{ m}^2) + 5 \text{ m}^2$</p> <p>$0/0006009 \text{ m}^2 + 0/00078 \text{ m}^2 + 0/78 \text{ m}^2 + 5 \text{ m}^2$</p> <p>$0/0006009 + 0/00078 + 0/78 + 5$</p> <p>$= 5/781 \text{ m}^2$</p>

۳-۳- روابط سطوح هندسی قطعات گوشه دار:

- مساحت مربع برابر است با مربع طول ضلع آن (L) یعنی:

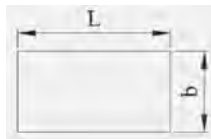
$$A = L \times L \Rightarrow A = L^2$$



شکل ۳-۱

- مساحت مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول (L) در عرض (b) آن یعنی:

$$A = L \times b$$



شکل ۳-۲

- مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب طول (L) در ارتفاع (b).

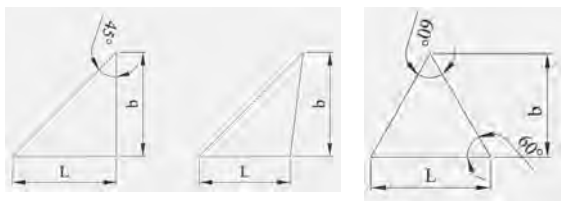


شکل ۳-۳

$$A = L \times b$$

- مساحت انواع مثلث از جمله متساوی الاضلاع، قائم الزاویه و... برابر است با نصف حاصل ضرب یک ضلع (L)

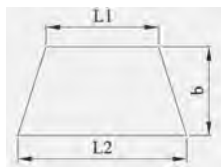
در ارتفاع آن (b).



$$A = \frac{L \times b}{2}$$

شکل ۳-۴

- مساحت ذوزنقه برابر است با حاصل ضرب نصف مجموع دو قاعده (L_۱ و L_۲) در ارتفاع آن (b)

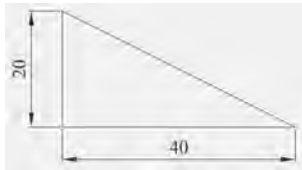


شکل ۳-۵

$$A = \frac{L_1 + L_2}{2} \times b = L_m \times b$$

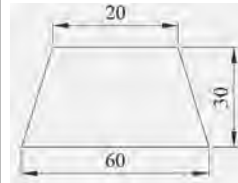
$$L_m = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

تمرین: طول و عرض مقطع راهبار را به دست آورید.
اگر مساحت مقطع آن ۱۴۵۰ میلی‌متر مربع باشد.



حل:

مثال: مساحت شکل مقابل را بر حسب میلی‌متر مربع حساب کنید.



حل:

$$A = \frac{L_1 + L_2}{2} \times b$$

$$A = \frac{20 + 60}{2} \times 30$$

$$A = 40 \times 30$$

$$A = 1200 \text{ mm}^2$$

۱-۳-۳- محاسبه محاسبه سطوح مرکب: برای به دست آوردن مساحت سطوح مرکب کافی است که آنها را به سطوح هندسی مختلف تفکیک کرده سپس مساحت هر یک را به دست آورده و آنها را با هم جمع جبری کرده.

به عنوان مثال اگر سطح مرکب زیر را در نظر بگیریم:

برای اینکه مساحت این سطح را به دست آوریم کافی است که آن را به ۳ مستطیل تقسیم کنیم:



$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

در مورد سطح مرکب زیر خواهیم داشت:



$$A = A_1 + A_2 - A_3$$

مثال: مساحت سطح قطعه مطابق شکل را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید.



حل:

$$A = A_1 - A_2 - A_3$$

$$A_1 = L \times b = 20 \times 20 = 400 \text{ mm}^2$$

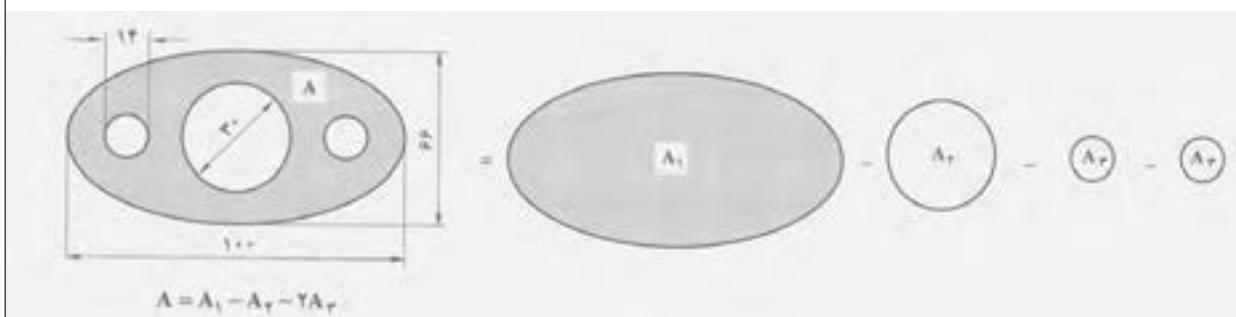
$$A_2 = L^2 = 10^2 = 100 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = \frac{L \times b}{2} = \frac{10 \times 10}{2} = 50 \text{ mm}^2$$

$$A = 400 - 100 - 50 = 250 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{250}{100} = 2.5 \text{ cm}^2$$

مثال: سطح واشر آب بندی مطابق شکل را بر حسب میلی متر مربع تعیین نمایید.



حل:

$$A = A_1 - A_2 - 2A_3$$

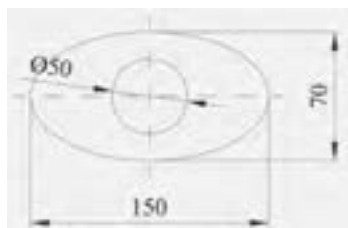
$$A_1 = 0.785 \times D \times d = 0.785 \times 100 \times 66 = 5181 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 0.785 \times d^2 = 0.785 \times 30^2 = 7065 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 0.785 \times d^2 = 0.785 \times 14^2 = 15368 \text{ mm}^2$$

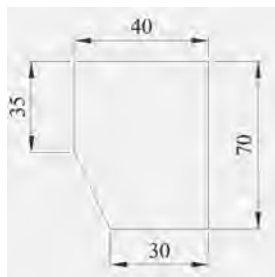
$$A = 5181 - 706 / 5 - 2(153 / 68) = 4166 / 78 \text{ mm}^2$$

تمرین: سطح واکثر شکل زیر را به دست آورید.



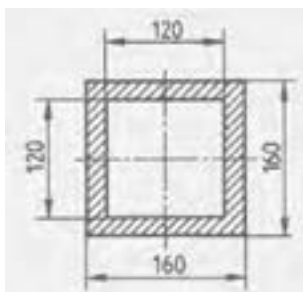
حل:

تمرین: مساحت سطح قطعه مقابل را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید.



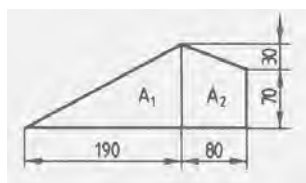
حل:

تمرین: مساحت مقطع مطابق شکل را محاسبه کنید.

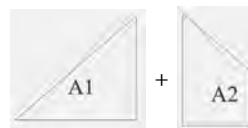


حل:

مثال: مساحت ورق مطابق شکل را به دست آورید.



حل:



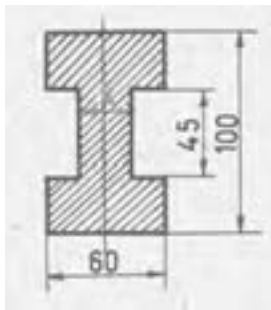
$$A = A_1 + A_2$$

$$A = \frac{190 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}}{2} + \frac{10 \text{ mm} + 70 \text{ mm}}{2} \times 80 \text{ mm}$$

$$A = 950 \text{ mm}^2 + 680 \text{ mm}^2$$

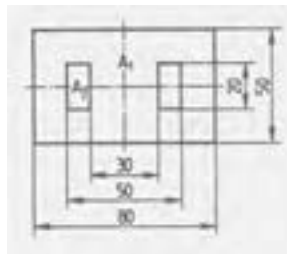
$$A = 1630 \text{ mm}^2$$

تمرین: در صورتی مساحت مقطع قطعه ۵۲/۸ سانتی متر مربع باشد، اندازه X در قطعه مطابق شکل چقدر است؟



حل:

مثال: مساحت ورق قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



حل:

$$A = A_1 - 2A_2$$

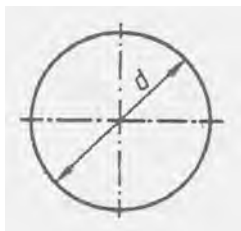
$$A = 80 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} - 2 \times (30 \text{ mm} \times 20 \text{ mm})$$

$$A = 4000 \text{ mm}^2 - 1200 \text{ mm}^2$$

$$A = 2800 \text{ mm}^2$$

۳-۴- روابط سطوح قطعات قوس دار:

- مساحت دایره برابر است با حاصل ضرب عدد پی (π) در مربع شعاع (r)



دایره

$$A = r\pi^2$$

یا

$$A = p \times \frac{d^2}{4}$$

$$A = \frac{pd^2}{4}$$

- مساحت تاج دایره برابر است با مساحت دایره بزرگ (خارجی) منهای مساحت دایره کوچک (داخلی)



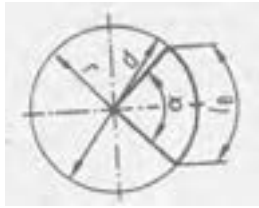
تاج دایره

$$A = \frac{p \times D^2}{4} - \frac{p \times d^2}{4}$$

یا

$$A = (D^2 - d^2) \times \frac{p}{4}$$

- مساحت قطاع دایره برابر است با مساحت دایره در زاویه روبه‌رو به قطاع بخش بر 360° یا برابر است با نصف حاصل ضرب طول قطاع دایره در شعاع.



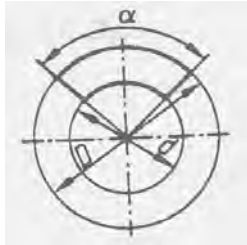
قطاع دایره

$$A = \frac{d^r \times p}{4} \times \frac{a}{360^\circ}$$

یا

$$A = \frac{L_B \times r}{2}$$

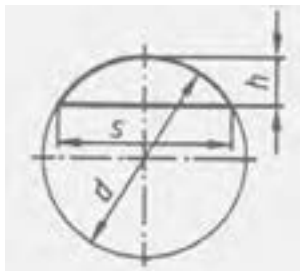
- مساحت قطاع تاج دایره برابر است با حاصل ضرب مساحت تاج دایره در زاویه روبه‌رو به قطاع بخش بر 360° .



قطاع تاج دایره

$$A = (D^r - d^r) \times \frac{p}{4} \times \frac{a}{360^\circ}$$

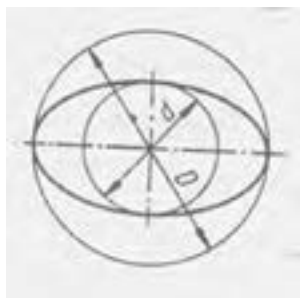
- مساحت قطعه دایره به صورت تقریبی برابر است با $\frac{2}{3}$ طول وتر قطعه در ارتفاع آن.



قطعه دایره

$$A \approx \frac{2}{3} S \times h$$

- مساحت بیضی برابر است با $\frac{1}{4}$ حاصل ضرب عدد پی (π) در قطر بزرگ بیضی در قطر کوچک بیضی.



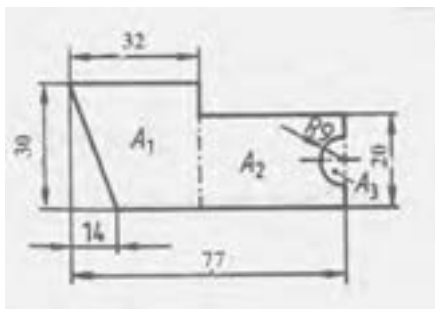
$$A = \frac{D \times d \times p}{4}$$

- برای محاسبه مساحت سطوح مرکب کافی است که آنها را به سطوح هندسی قوس دار و هندسی تقسیم کرده و سپس مساحت آنها را جمع جبری نمود.



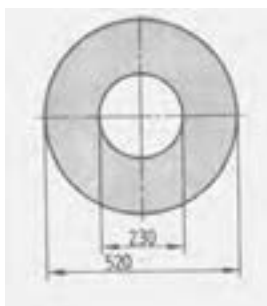
$$A = A_1 + A_2 - A_3$$

تمرین: مساحت قطعه مطابق شکل را به دست آورید.

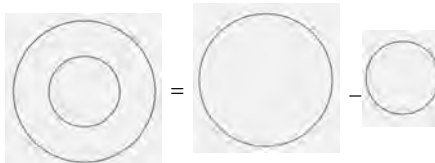


حل:

مثال: مساحت قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



حل:



$$A = \frac{\pi}{4} \times (D^2 - d^2)$$

$$A = \frac{\pi}{4} \times ((500)^2 \text{ mm}^2 - (230)^2 \text{ mm}^2)$$

$$A = \frac{\pi}{4} \times (250000 \text{ mm}^2 - 52900 \text{ mm}^2)$$

$$A = \frac{\pi}{4} (217500 \text{ mm}^2)$$

$$A = \frac{3/14}{4} (217500 \text{ mm}^2)$$

$$A = 17073/5 \text{ mm}^2$$

تمرین: مساحت قطاع تاج دایره مطابق شکل زیر را به دست آورید.



حل:

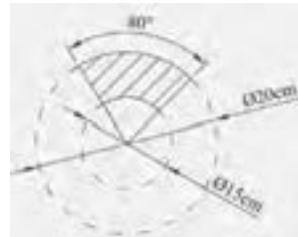
مثال: مساحت قطاع تاج دایره مطابق شکل زیر را

به دست آورید.

$$\alpha = 80^\circ$$

$$D = 20 \text{ cm}$$

$$d = 15 \text{ cm}$$



حل:

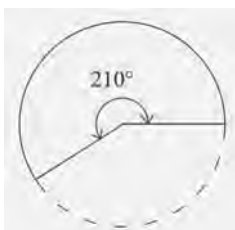
$$A = (D^2 - d^2) \times \frac{\pi}{4} \times \frac{\alpha}{360}$$

$$A = (20^2 - 15^2) \times \frac{3/14}{4} \times \frac{80}{360}$$

$$A = (400 - 225) \times \frac{3/14}{4} \times \frac{4}{9}$$

$$A = 61/5 \text{ cm}^2$$

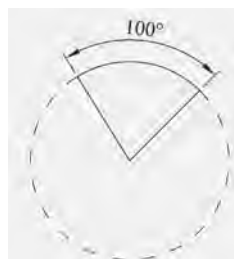
تمرین: مساحت قطاع دایره به شعاع ۸ cm شکل زیر را به دست آورید.



حل:

مثال: مساحت قطاع دایره به قطر ۵ cm شکل زیر را

به دست آورید.



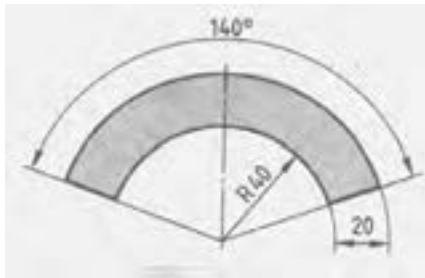
حل:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{\alpha}{360}$$

$$A = \frac{3/14 \times 5^2}{4} \times \frac{100}{\cancel{360}^{18}}$$

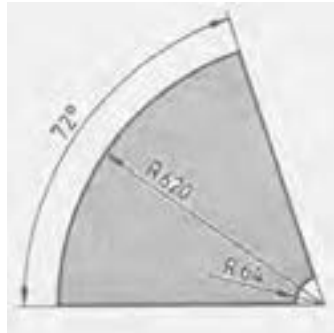
$$A = 5/45 \text{ cm}^2$$

تمرین: مساحت قطعه مطابق شکل را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید.



حل:

مثال: مساحت ورق به کار رفته در قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



حل:

$$A = A_1 - A_2$$

$$A = \frac{p \times R^2 \times a}{360^\circ} - \frac{p \times r^2 \times a}{360^\circ}$$

$$A = \frac{p \times (620)^2 \text{ mm}^2 \times 72^\circ}{360^\circ} - \frac{p \times (64)^2 \text{ mm}^2 \times 72^\circ}{360^\circ}$$

$$A = \frac{3/14 \times 384400 \text{ mm}^2 \times \cancel{72}^{\cancel{18}}}{\cancel{360}^{18}} - \frac{3/14 \times 4096 \times \cancel{72}^{\cancel{18}}}{\cancel{360}^{18}}$$

$$A = 241403/2 - 2572/288$$

$$A = 238830/9 \text{ mm}^2$$

۵-۳- ریخت و ریز و درصد آن:

برای ساخت یک قطعه از مواد اولیه استفاده می‌شود که از این مواد اولیه به طور کامل استفاده نمی‌شود. بنابراین مقداری از ماده اولیه در ساخت قطعه استفاده نمی‌شود که به آن دورریز گفته می‌شود. بنابراین تفاوت ماده خام از ماده به کار رفته در قطعه تولیدی را دورریز می‌نامند.

بنابراین می‌توان گفت:

مقدار دورریز + مقدار قطعه تولیدی = مقدار ماده خام

یا

$$M_R = M_F + M_V$$

یا

$$\Rightarrow M_F = M_R - M_V \quad \text{یا} \quad M_V = M_R - M_F$$

که در آن:

M_R = ماده خام

M_F = مقدار قطعه تولیدی

M_V = دورریز

دورریز به سه صورت: دورریز سطحی، دورریز طولی، دورریز حجمی

- دورریز سطحی: در برش صفحات چوبی، صفحات و ورق‌های فلزی به کار می‌رود.

- دورریز طولی: در برش الوارهای چوبی، پروفیل‌های آهنی، آلومینیومی، مفتول‌ها و سیم‌ها به کار می‌رود.

- دورریز حجمی: در ساخت مدل‌های ریخته‌گری، قطعات ریختگی به کار می‌رود.

* مقدار درصد دورریز از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$\text{درصد دورریز} = \frac{\text{دورریز} \times 100}{\text{مقدار قطعه تولیدی}}$$

$$\%M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F}$$

تمرین: از یک میله فولادی به طول ۱/۸ متر و قطر ۵ میلی‌متر قطعات ۸۵۰ mm و ۴۳ cm و ۲۵۰ mm خواد شد. پهنای اره ۳ میلی‌متر بوده و بقیه میله دورریز ریخته می‌شود. درصد دورریز را حساب کنید.

حل:

مثال: از یک میله فولادی به طول ۱/۵ متر و قطر ۵ میلی‌متر قطعات ۸۰ cm ، ۴۳۰ mm ، ۲۱۰ mm بریده خواهد شد. پهنای اره ۳ میلی‌متر بوده و بقیه میله دور ریخته می‌شود. درصد دورریز را حساب کنید.

حل:

توجه: تبدیل واحدها انجام می‌گیرد.

$$1/5 \text{ m} = 1/5 \times (1 \text{ m})$$

$$= 1/5 \times (1000 \text{ mm})$$

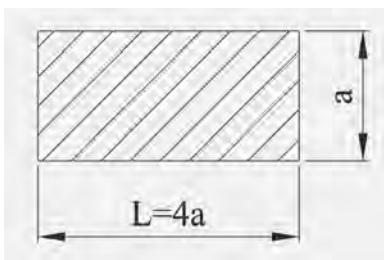
	$= 150.0 \text{ mm}$ $8.0 \text{ cm} = 8.0 \times (1 \text{ cm})$ $8.0 \times (1.0 \text{ mm})$ $= 80.0 \text{ mm}$ $M_F = (80.0 + 430 + 210) \text{ mm}$ $M_F = 1440 \quad \text{مقدار قطعات مفید}$ $M_V = M_R - M_F = (1500 - 1440) \text{ mm}$ $M_V = 1.0 \text{ mm} \quad \text{مقدار دورریز}$ $\% M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F} = \frac{1.0 \text{ mm} \times 100}{1440 \text{ mm}}$ $\mu_V = 0.69\%$
<p>تمرین: از یک صفحه به ابعاد $350.0 \text{ mm} \times 120.0 \text{ mm}$ تعداد ۱۰ قطعه با ابعاد $80.0 \text{ mm} \times 60.0 \text{ mm}$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب سانتی متر مربع و درصد محاسبه کنید.</p> <p>حل</p>	<p>مثال: از یک صفحه به ابعاد $250.0 \text{ mm} \times 750.0 \text{ mm}$ ، تعداد ۱۲ قطعه با ابعاد $40.0 \text{ mm} \times 30.0 \text{ mm}$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب متر مربع و درصد دورریز را محاسبه کنید.</p> <p>حل:</p> $M_R = 2/5 \text{ m} \times 0/75 \text{ m} = 1/875 \text{ m}^2$ $M_F = 12 \times (0/4 \times 0/3) = 1/44 \text{ m}^2$ $M_V = 1/875 - 1/44 =$ $M_V = 0/435$ $\% M_V = \frac{0/435 \times 100}{1/44} \Rightarrow M_V = 30\%$
<p>تمرین: از یک الوار $70.0 \text{ mm} \times 45.0 \text{ mm}$ تعداد ۱۱ قطعه مثلث متساوی الاضلاع با طول قاعده $L = 15.0 \text{ mm}$ و عرض $b = 8.5 \text{ mm}$ بریده خواهد شد. چند متر مربع از الوار دور ریخته می شود.</p>	<p>مثال: از یک الوار $50.0 \text{ mm} \times 40.0 \text{ mm}$ ۱۲ قطعه مثلث متساوی الاضلاع با طول قاعده $L = 12.0 \text{ mm}$ و عرض $b = 8.0 \text{ mm}$ بریده خواهد شد. چند میلی متر مربع از الوار دور ریخته می شود.</p>

<p>حل:</p>	<p>حل:</p> $M_R = 500\text{ mm} \times 400\text{ mm} = 200000\text{ mm}^2$ $M_F = 8\Delta$ $M_F = 8 \times \left(\frac{L \times b}{2} \right)$ $M_F = 8 \times \frac{120 \times 80}{2} = 38400\text{ mm}^2$ $M_V = M_R - M_F$ $M_V = 200000 - 38400 = 161600\text{ mm}^2$
<p>تمرین: هشت الوار چوبی هر کدام به طول ۳/۷۵ متر بریده خواهد شد. برای این منظور ۴ الوار ۴/۲۵ متری و ۲ الوار ۳/۲۵ متری و ۲ الوار ۵/۵ متری در دسترس است. درصد ریخت و ریز را به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: شش الوار چوبی هر کدام به طول ۴/۲۵ متر بریده خواهد شد. برای این منظور ۴ الوار ۴/۵ متری، یک الوار ۳/۷۵ متری و یک الوار ۴/۷۵ متری در دسترس است. درصد ریخت و ریز را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $M_F = 6 \times 4 / 25\text{ m} = 25 / 5\text{ m}$ $M_R = (4 \times 4 / 5) + (1 \times 3 / 75) + (1 \times 4 / 75)$ $M_R = 18 + 3 / 75 + 4 / 75$ $M_R = 26 / 5\text{ m}$ $M_V = M_R - M_F$ $M_V = 26 / 5 - 25 / 5 = 1\text{ m}$ $\%M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F}$ $\%M_V = \frac{1 \times 100}{25 / 5} \Rightarrow M_V = 3 / 9\%$

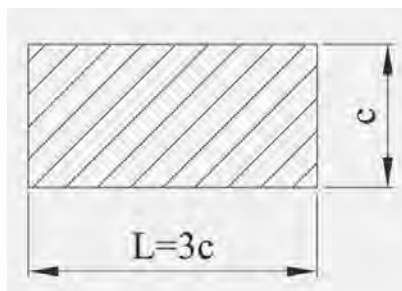
<p>تمرین: از یک لوله آهنی به طول ۵/۸ متر، ۶ قطعه با طول‌های مساوی و با شیار برش ۸ میلی‌متر بریده خواهد شد. طول قطعه باقیمانده ۶/۸ سانتی‌متر است. مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف - طول دورریز</p> <p>ب - طول قطعات تمام شده</p> <p>ج - درصد دورریز</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: از یک لوله مسی به طول ۵ متر ، ۷ قطعه با طول‌های مساوی و با شیار برش ۵ میلی‌متر بریده خواهد شد. طول قطعه باقیمانده ۴/۸ سانتی‌متر است. مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف - طول دورریز</p> <p>ب - طول قطعات تمام شده</p> <p>ج - درصد دورریز</p> <p>حل:</p> <p>الف:</p> $M_V = 4 / 8(\text{cm}) + (7 \times 5)\text{mm}$ $M_V = 4 / 8(1\text{cm}) + 35\text{mm}$ $M_V = 4 / 8(10\text{mm}) + 35\text{mm}$ $M_V = 48 + 35$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$M_V = 83$</div> <p>ب:</p> $M_F = M_R - M_V$ $M_F = 5\text{m} - 83\text{mm}$ $M_F = 5 \times (1\text{mm}) - 83\text{mm}$ $M_F = 5 \times 1000\text{mm} - 83\text{mm}$ $M_F = 5000 - 83$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$M_F = 4917\text{mm}$</div> <p>ج :</p> $\%M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F}$ $M_V = \frac{83\text{mm} \times 100}{4917}$
--	---

	$M_V = 1/688\%$
<p>تمرین: از یک صفحه به ابعاد $2850\text{mm} \times 1250\text{mm}$ تعداد ۹ قطعه با ابعاد $250\text{mm} \times 185\text{mm}$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب سانتی متر مربع و درصد محاسبه کنید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: از یک صفحه به ابعاد $3500\text{mm} \times 1350\text{mm}$ تعداد ۸ قطعه با ابعاد $800\text{mm} \times 600\text{mm}$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب سانتی متر مربع و درصد محاسبه کنید.</p> <p>حل:</p> $M_R = 3500\text{mm} \times 1350\text{mm}$ $M_R = 4725000\text{mm}^2$ $M_R = 4725000 \times (1\text{mm}^2)$ <p>تبدیل واحد به سانتی متر مربع</p> $M_R = 4725000 \times \frac{1}{100}\text{cm}^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $M_R = 47250\text{cm}^2$ </div> $M_F = 8 \times 800\text{mm} \times 600\text{mm}$ $M_F = 3840000\text{mm}^2$ $M_F = 3840000 \times (1\text{mm}^2)$ <p>تبدیل واحد به سانتی متر مربع</p> $M_F = 3840000 \times \left(\frac{1}{100}\text{cm}^2\right)$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $M_F = 38400\text{cm}^2$ </div> $M_V = M_R - M_F$ $M_V = 47250\text{cm} - 38400\text{cm}$ $M_V = 3850\text{cm}$ $\%M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F}$

	$M_v = \frac{3850 \times 100}{38400}$ $M_v = 10\%$
<p>تمرین: سطح مقطع لوله راهگاه در یک قالب $\frac{1}{3}$ سطح مقطع راهبار پیش‌بینی شده است. اگر سطح مقطع راهبار 4569 میلی‌متر مربع باشد، قطر لوله راهگاه را به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: سطح مقطع لوله راهگاه در یک قالب $\frac{2}{3}$ سطح مقطع راهبار پیش‌بینی شده است. اگر سطح مقطع راهبار 4569 میلی‌متر مربع باشد، قطر لوله راهگاه را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $A_R = 4569 \text{ mm}^2$ $A_S = \frac{2}{3} A_R$ $A_S = \frac{2}{3} \times 4569 \text{ mm}^2$ $A_S = 3046 \text{ mm}^2$ $D_s^2 = \frac{A_S \times 4}{\pi}$ $D_s^2 = \frac{3046 \times 4}{\pi / 14}$ $D_s = \sqrt{\frac{3046 \times 4}{\pi / 14}}$ $D_s = \sqrt{3880 / 25} \text{ mm}^2$ $D_s = 62 / 29 \text{ mm}$
<p>تمرین: طول و عرض مقطع راهبار در شکل زیر را به دست آورید. مساحت سطح مقطع آن 4250 میلی‌متر مربع است.</p>	<p>مثال: طول و عرض مقطع راهبار در شکل زیر را به دست آورید. مساحت مقطع آن 2250 میلی‌متر مربع باشد.</p>



حل:



حل:

$$L = 3c$$

$$S = 3c \times c = 2250$$

$$\Rightarrow 3c^2 = 2250$$

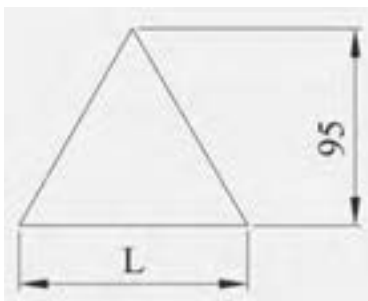
$$c^2 = \frac{2250}{3}$$

$$c^2 = 750$$

$$c = 27 / 4 \text{ mm}$$

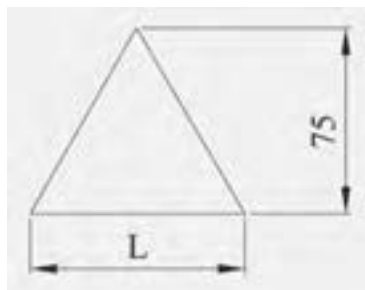
$$L = 82 / 2 \text{ mm}$$

تمرین: اگر مساحت مقطع راهبار شکل زیر ۲۴۵۰ میلی‌متر مربع باشد، اندازه L را به دست آورید.



حل:



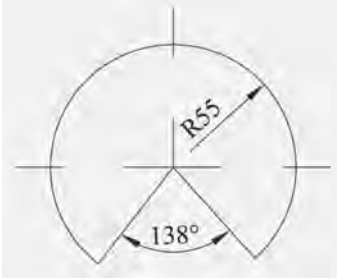
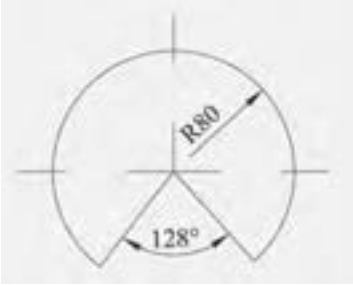
مثال: اگر مساحت مقطع راهبار شکل زیر ۱۲۵۰ میلی‌متر مربع باشد، اندازه L را به دست آورید.



حل:

$$A = \frac{L \times b}{2}$$

$$1250 = \frac{L \times 75}{2}$$

	$L \times 75 = 1250 \times 2$ $L \times 75 = 2500$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول</p> $\frac{L \times \cancel{75}}{\cancel{75}} = \frac{2500}{75}$ $L = 33.33 \text{ mm}$
<p>تمرین: مساحت کل کانال‌های راهپار شکل زیر را به دست آورید.</p>  <p>حل:</p>	<p>مثال: مساحت کل کانال‌های راهپار شکل زیر را به دست آورید.</p>  <p>حل:</p> $A = \frac{L_1 + L_2}{2} \times b$ $A = \frac{45 + 35}{2} \times 11$ $A = 440 \text{ mm}^2$ $\Rightarrow 4 \times 440 = 1760 \text{ mm}^2$
<p>تمرین: سطح گسترده یک مخروط به شکل زیر می‌باشد. مقدار آن را بر حسب متر مربع به دست آورید.</p>  <p>حل:</p>	<p>مثال: سطح گسترده یک مخروط به شکل زیر می‌باشد. مقدار آن را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید.</p>  <p>حل:</p> $\alpha = 360^\circ - 128^\circ = 232^\circ$ $D = 80 \times 2 = 160 \text{ mm} = 16 \text{ cm}$

$$A = \frac{pD^r}{4} \times \frac{a}{360}$$

$$A = \frac{3/14 \times 16^r}{4} \times \frac{232^\circ}{360^\circ}$$

$$A = \frac{3/14 \times 16 \times 16 \times 232}{4 \times 360}$$

$$A = 129/5 \text{ cm}^r$$

مثال: عوامل مجهول در جدول زیر را به دست آورید.

m ^r	dm ^r	cm ^r	mm ^r
/۰۴۵	۴/۵	۴۵۰	۴۵۰۰
۲/۵	?	?	?
?	۱۷۹	?	?
?	?	۱۹۵۰	?
?	?	?	۲۴۹۵
۰/۰۰۰۰۵۴	?	?	?
?	۰/۷۹	?	?

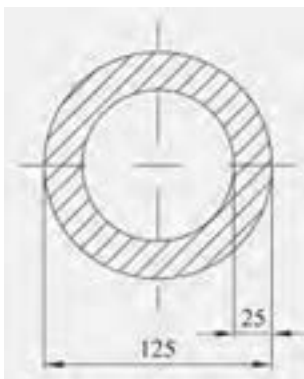
حل:

مثال: عوامل مجهول در جدول زیر را به دست آورید.

M_F	M_R	$\% M_V$
۳/۵۹m	۴/۱۵m	?
۲/۴m	?m	۸/۵%
۶۹cm	۲/۴m	?
m?	۲/۲۰	۸%
۵/۴m	?cm	?
۲/۸cm	?mm	۴/۶%

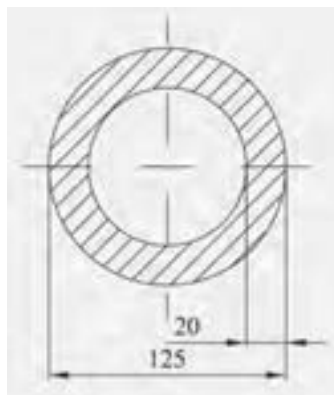
حل:

مثال: سطح مقطع شکل زیر چه نیرویی را می تواند تحمل کند. اگر یک متر مربع آن بتواند ۱۲۸۰۰ نیوتن نیرو را تحمل کند.



حل:

مثال: سطح مقطع شکل زیر چه نیرویی را می تواند تحمل کند. اگر یک سانتی متر مربع آن بتواند ۹۸۰۰ نیوتن نیرو را تحمل کند.



حل:

$$A = \frac{p}{4} (D^2 - d^2)$$

$$D = 125 \text{ mm} \Rightarrow D = 12.5 \text{ cm}$$

$$d = 85 \text{ mm} = 8.5 \text{ cm}$$

$$A = \frac{3.14}{4} (12.5^2 - 8.5^2)$$

$$A = \frac{3.14}{4} (156.25 - 72.25)$$

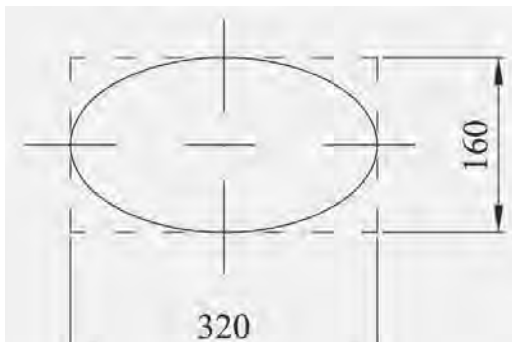
$$A = \frac{3.14}{4} (84)$$

$$A = \frac{3.14 \times 84}{4} = \frac{263.76}{4}$$

$$A = 65.94 \text{ cm}^2$$

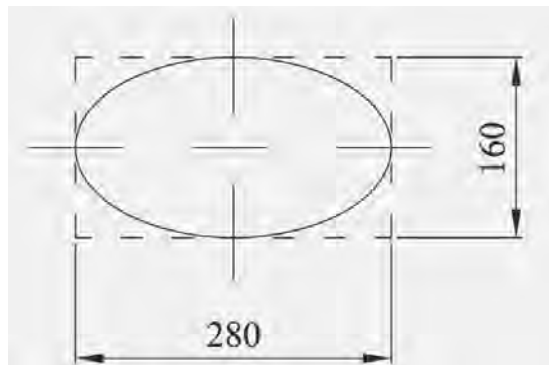
$$65.94 \times 9800 = 646212 \text{ N نیوتن}$$

تمرین: درصد ریخت و ریز قطعه نشان داده شده را در شکل زیر به دست آورید.



حل:

مثال: درصد ریخت و ریز قطعه نشان داده شده را در شکل زیر به دست آورید.



حل:

$$M_R = 280 \text{ mm} \times 160 \text{ mm} = 44800 \text{ mm}^2$$

$$A = M_F = \frac{D \times d \times p}{4}$$

$$M_F = \frac{280 \times 160 \times 3.14}{4}$$

$$M_R = 35168 \text{ mm}^2$$

$$M_V = M_R - M_F$$

$$M_v = 44800 - 35168$$

$$M_v = 9632 \text{ mm}^3$$

$$\% M_v = \frac{M_v \times 100}{M_F}$$

$$M_v = \frac{9632 \times 100}{35168}$$

$$M_v = 27.4\%$$

سیمای فصل چهارم

۴- کاربرد محاسبات احجام هندسی در حل مسایل فنی

۴-۱- واحد اندازه گیری حجم در سیستم SI

۴-۱-۱- اجزا و اضعاف واحد حجم

۴-۲- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی

۴-۲-۱- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام مرکب

۴-۳- محاسبه حجم احجام هندسی

۴-۳-۱- منشور و استوانه

۴-۳-۲- مخروط و هرم

۴-۳-۳- مخروط و هرم ناقص

۴-۳-۴- کره و بوته ریخته‌گری

۴-۴- محاسبه حجم احجام مرکب

۴- کاربرد محاسبات احجام هندسی در حل مسایل فنی

۴-۱- واحد اندازه گیری حجم در سیستم SI :

در سیستم SI واحد اندازه گیری حجم برابر متر مکعب است. هر متر مکعب برابر است با حجم مکعبی که طول اضلاع آن ۱ متر باشد.

۴-۱-۱- اجزای واحد حجم: اجزای واحد حجم برای احجام توپر عبارتند از: دسی متر مکعب (لیتر)، سانتی متر مکعب، میلی متر مکعب.

$$1\text{m}^3 = 1000\text{dm}^3 \Leftrightarrow 1\text{dm}^3 = \frac{1}{1000}\text{m}^3$$

- هر متر مکعب ۱۰۰۰ دسی متر مکعب است.

<p>مثال: ۵ متر مکعب چند دسی متر مکعب است؟ حل:</p> $5\text{m}^3 = ?\text{dm}^3$ $5 \times (1\text{m}^3) =$ $5 \times 1000\text{dm}^3 = 5000\text{dm}^3$	<p>تمرین: ۶/۵ متر مکعب چند دسی متر مکعب است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۵۳۶۰ دسی متر مکعب چند متر مربع است؟ حل:</p> $15360\text{dm}^3 = ?\text{m}^2$ $15360 \times (1\text{dm}^3) =$ $15360 \times \frac{1}{1000}\text{m}^2 = 15/36\text{m}^2$	<p>تمرین: ۲۵۹۴۰ دسی متر مکعب چند متر مربع است؟ حل:</p>
<p>- هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰ سانتی متر مکعب است. $1\text{m}^3 = 1000000\text{cm}^3 \Leftrightarrow 1\text{cm}^3 = \frac{1}{1000000}\text{m}^3$</p>	
<p>مثال: ۴/۵ متر مکعب چند سانتی متر مکعب است؟ حل:</p> $4/5\text{m}^3 = ?\text{cm}^3$ $4/5 \times (1\text{m}^3) =$	<p>تمرین: ۷ متر مکعب چند سانتی متر مکعب است؟ حل:</p>

	$4/5 \times 1000000 \text{ cm}^3 = 4500000 \text{ cm}^3$
<p>مثال: ۱۴۹۵۷۰ سانتی متر مکعب چند متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $149570 \text{ cm}^3 = ? \text{ m}^3$ $149570 \times (1 \text{ cm}^3) =$ $149570 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ m}^3 \right)$ $= 0/14957 \text{ m}^3$	<p>تمرین: ۲۹۷۰۰۰ سانتی متر مکعب چند متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
<p>- هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ میلی متر مکعب است.</p> $1 \text{ m}^3 = 1000000000 \text{ mm}^3 \Leftrightarrow 1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000000000} \text{ m}^3$	
<p>مثال: ۱۲ متر مکعب چند میلی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $12 \text{ m}^3 = ? \text{ mm}^3$ $12 \times (1 \text{ m}^3) =$ $12 \times (1 \times 10^9 \text{ mm}^3) = 12 \times 10^9 \text{ mm}^3$	<p>تمرین: ۱۴ متر مکعب چند میلی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۱۸۹۶۰۰۰۰ میلی متر مکعب چند متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $18960000 \text{ mm}^3 = ? \text{ m}^3$ $18960000 \times (1 \text{ mm}^3)$ $18960000 \times \left(\frac{1}{1000000000} \text{ m}^3 \right) = 0/01896 \text{ m}^3$	<p>تمرین: ۲۴۵۹۶۰ میلی متر مکعب چند متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>

<p>- هر دسی متر مکعب برابر ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب است. $1\text{dm}^3 = 1000\text{cm}^3 \Leftrightarrow 1\text{cm}^3 = \frac{1}{1000}\text{dm}^3$</p>	
<p>مثال: ۱۲ دسی متر مکعب چند سانتی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $12\text{dm}^3 = ?\text{cm}^3$ $12 \times (1\text{dm}^3)$ $12 \times 1000\text{cm}^3 = 12000\text{cm}^3$	<p>تمرین: ۷/۵ دسی متر مکعب چند سانتی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۱۴۶۰۰ سانتی متر مکعب چند دسی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $14600\text{cm}^3 = ?\text{dm}^3$ $14600 \times (1\text{cm}^3)$ $14600 \times \left(\frac{1}{1000}\text{dm}^3\right) = 14.6\text{dm}^3$	<p>تمرین: ۱۶۸۰۰۰ سانتی متر مکعب چند دسی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
<p>- هر دسی متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میلی متر مکعب است</p> $1\text{dm}^3 = 1000000\text{mm}^3 \Leftrightarrow 1\text{mm}^3 = \frac{1}{1000000}\text{dm}^3$	
<p>مثال: ۱۷ دسی متر مکعب چند میلی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $17\text{dm}^3 = ?\text{mm}^3$ $17 \times (1\text{dm}^3) =$ $17 \times 1000000\text{mm}^3 = 17000000\text{mm}^3$	<p>تمرین: ۰/۶۹۵ دسی متر مکعب چند میلی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>

<p>مثال: ۱۴۶۸۰۰ میلی‌متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $۱۴۶۸۰۰ \text{ mm}^3 = ? \text{ dm}^3$ $۱۴۶۸۰۰ \times (۱ \text{ mm}^3)$ $۱۴۶۸۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} \text{ dm}^3 = ۰/۱۴۶۸ \text{ dm}^3$	<p>تمرین: ۱۶۴۷۰۰ میلی‌متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
---	---

- هر سانتی‌متر مکعب برابر ۱۰۰۰ میلی‌متر مکعب است

$$۱ \text{ cm}^3 = ۱۰۰۰ \text{ mm}^3 \Leftrightarrow ۱ \text{ mm}^3 = \frac{۱}{۱۰۰۰} \text{ cm}^3$$

<p>مثال: ۱۶/۲۵ سانتی‌متر مکعب برابر چند میلی‌متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $۱۶/۲۵ \text{ cm}^3 = ? \text{ mm}^3$ $۱۶/۲۵ \times (۱ \text{ cm}^3)$ $۱۶/۲۵ \times ۱۰۰۰ \text{ mm}^3 = ۱۶۲۵۰ \text{ mm}^3$	<p>تمرین: ۲۸/۱۶۲ سانتی‌متر مکعب برابر چند میلی‌متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
---	---

<p>مثال: ۱۵۳۶ میلی‌متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $۱۵۳۶ \text{ mm}^3 = ? \text{ cm}^3$ $۱۵۳۶ \times (۱ \text{ mm}^3)$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $۱۵۳۶ \times \frac{۱}{۱۰۰} \text{ cm}^3 = ۱/۵۳۶ \text{ cm}^3$ </div>	<p>تمرین: ۲۶۸۹ میلی‌متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
--	---

بنابراین می‌توان نوشت:

$$۱ \text{ m}^3 \xrightleftharpoons[\div ۱۰۰۰]{\times ۱۰۰۰} \text{ dm}^3 \xrightleftharpoons[\div ۱۰۰۰]{\times ۱۰۰۰} \text{ cm}^3 \xrightleftharpoons[\div ۱۰۰۰]{\times ۱۰۰۰} \text{ mm}^3$$

<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر مکعب به دست آورید.</p> $۱۳/۵\text{dm}^3 + ۱۲۵۴۵۰\text{mm}^3$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب متر مکعب به دست آورید.</p> $۱۱۵\text{cm}^3 + ۶۳\text{mm}^3$ <p>حل:</p> $۱۱۵ \times (۱\text{cm}^3) + ۶۳ \times (۱\text{mm}^3)$ $۱۱۵ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰}\text{m}^3\right) + ۶۳ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰}\text{m}^3\right)$ $\frac{۱۱۵}{۱۰۰۰۰۰۰} + \frac{۶۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰}$ $۰/۰۰۰۱۱۵ + ۰/۰۰۰۰۰۰۰۶۳ = ۱/۱۵۰۶۳ \times ۱۰^{-۴}\text{m}^3$
<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب سانتی متر مکعب به دست آورید.</p> $۲۴۶\text{mm}^3 - ۱/۲۱\text{cm}^3 + ۳/۹۶۴\text{dm} - ۲۴۳\text{cm}^3$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی متر مکعب به دست آورید.</p> $۳\text{mm}^3 + ۱۶۷۱۵\text{dm}^3 + ۱/۴\text{m}^3$ <p>حل:</p> $۳ \times (۱\text{mm}^3) + ۱۶۷۱۵\text{dm}^3 + ۱/۴(\text{m}^3)$ $۳ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰}\text{dm}^3\right) + ۱۶۷۱۵\text{dm}^3 + ۱/۴ \times (۱۰۰۰\text{dm}^3)$ $\frac{۳}{۱۰۰۰۰۰۰}\text{dm}^3 + ۱۶۷۱۵\text{dm}^3 + ۱۴۰۰\text{dm}^3$ $۰/۰۰۰۰۰۰۳ + ۱۶۷۱۵ + ۱۴۰۰ = ۱۸۱۱۵\text{dm}^3$
<p>واحد اندازه گیری حجم برای مایعات لیتر می باشد.</p> <p>اجزا و اضعاف لیتر عبارتند از: کیلولیتر (متر مکعب)، هکتولیتر، لیتر (دسی متر مکعب)، سانتی لیتر، میلی لیتر (سانتی متر مکعب)، میکرو لیتر (میلی متر مکعب).</p> <p>- هر متر مکعب برابر ۱ کیلولیتر است.</p> $۱\text{m}^3 = ۱\text{kl}$ <p>- هر کیلولیتر برابر ۱۰ هکتولیتر است.</p> $۱\text{m}^3 = ۱\text{kl} = ۱۰\text{hl} \Leftrightarrow ۱\text{hl} = \frac{1}{۱۰}\text{kl} = \frac{1}{۱۰}\text{m}^3$	

<p>مثال: ۵ کیلولیتر چند هکتولیتر است؟ حل:</p> $5 \text{ kl} = ? \text{ hl}$ $5 \times (\text{kl})$ $5 \times (1 \text{ hl}) = 5 \text{ hl}$	<p>تمرین: ۱۲ کیلو لیتر چند هکتو لیتر است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۲۵ هکتولیتر چند کیلولیتر است؟ حل:</p> $125 \text{ hl} = ? \text{ kl}$ $125 \times (\text{hl}) =$ $125 \times \left(\frac{1}{10} \text{ kL}\right) =$ $125 \times \frac{1}{10} = 12.5 \text{ kL}$	<p>تمرین: ۱۵۴ هکتولیتر چند کیلولیتر است؟ حل:</p>
<p>- هر کیلولیتر برابر ۱۰۰۰ لیتر است. $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ kl} = 1000 \text{ lit} \Leftrightarrow 1 \text{ lit} = \frac{1}{1000} \text{ kl} = \frac{1}{1000} \text{ m}^3$</p>	
<p>مثال: ۶/۵ کیلولیتر چند لیتر است؟ حل:</p> $6/5 \text{ kl} = ? \text{ lit}$ $6/5 \times (\text{kl}) =$ $6/5 \times 1000 \text{ lit} = 650 \text{ lit}$	<p>تمرین: ۸/۲۵ کیلولیتر چند لیتر است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۴۵۰۰ لیتر چند کیلولیتر است؟ $14500 \text{ lit} = ? \text{ kl}$ $14500 \times (\text{lit})$ $14500 \times \frac{1}{1000} \text{ kl} = 14.5 \text{ kl}$</p>	<p>تمرین: ۱۸۷۰ لیتر چند کیلولیتر است؟ حل:</p>

<p>- هر هکتولیتتر برابر ۱۰۰ لیتر است. $1 \text{ hlit} = 100 \text{ lit} \Leftrightarrow 1 \text{ lit} = \frac{1}{100} \text{ hlit}$</p>	
<p>مثال: ۱۳ هکتولیتتر چند لیتر است؟ حل:</p> $13 \text{ hlit} = ? \text{ lit}$ $13 \times (\text{hl})$ $13 \times 100 \text{ lit} = 1300 \text{ lit}$	<p>تمرین: ۱۸/۵ هکتولیتتر چند لیتر است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۴۵۰۰ لیتر چند هکتولیتتر است؟ حل:</p> $14500 \text{ lit} = ? \text{ hlit}$ $14500 \times (\text{lit}) =$ $14500 \times \frac{1}{100} \text{ hlit} = 145 \text{ hlit}$	<p>تمرین: ۱۸۵۰۰ لیتر چند هکتولیتتر است؟ حل:</p>
<p>- هر لیتر برابر ۱ دسی متر مکعب است. $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ lit}$, $1 \text{ lit} = 1 \text{ dm}^3 = \frac{1}{1000} \text{ m}^3$</p> <p>- هر لیتر برابر ۱۰۰ سانتی متر است</p> $\begin{cases} 1 \text{ lit} = 1000 \text{ cl} \Leftrightarrow 1 \text{ cl} = \frac{1}{1000} \text{ lit} \\ 1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cl} \Leftrightarrow 1 \text{ cl} = \frac{1}{1000000} \text{ m}^3 \end{cases}$	
<p>مثال: ۱۲ لیتر چند سانتی لیتر است؟ حل:</p> $12 \text{ lit} = ? \text{ clit}$ $12 \times (\text{lit}) =$ $12 \times 100 \text{ cl} = 1200 \text{ cl}$	<p>تمرین: ۲۶۵۰۰ سانتی لیتر چند لیتر است؟ حل:</p>

<p>تمرین: ۱۴/۵ لیتر چند سانتی لیتر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۴۵۰ سانتی لیتر چند لیتر است؟</p> <p>حل:</p> $۱۴۵۰ \text{ cl} = ? \text{ lit}$ $۱۴۵۰ \times (1 \text{ cl}) =$ $۱۴۵۰ \times \frac{1}{100} \text{ lit} = ۱۴ / ۵ \text{ lit}$
$\begin{cases} 1 \text{ lit} = 1000 \text{ ml} \Leftrightarrow 1 \text{ ml} = \frac{1}{1000} \text{ lit} \\ 1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ ml} \Leftrightarrow 1 \text{ ml} = \frac{1}{1000000} \text{ m}^3 \\ 1 \text{ cl} = 10 \text{ ml} \Leftrightarrow 1 \text{ ml} = \frac{1}{10} \text{ cl} \end{cases}$ <p>- هر لیتر برابر ۱۰۰۰ میلی لیتر است.</p>	
<p>تمرین: ۱۵/۷ لیتر چند میلی لیتر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۲ لیتر چند میلی لیتر است؟</p> <p>حل:</p> $۱۲ \text{ lit} = ? \text{ ml}$ $۱۲ \times (\text{lit})$ $۱۲ \times (1000 \text{ ml}) = ۱۲۰۰۰ \text{ ml}$
<p>تمرین: ۲۶۷۵۰ میلی لیتر چند لیتر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۴۷۵۰ میلی لیتر چند لیتر است؟</p> <p>حل:</p> $۱۴۷۵۰ \text{ ml} = ? \text{ lit}$ $۱۴۷۵۰ \times (1 \text{ ml})$ $۱۴۷۵۰ \times \frac{1}{1000} \text{ lit} = ۱۴ / ۷۵ \text{ lit}$
<p>- هر میلی لیتر برابر ۱ سانتی متر مکعب است</p>	

$$\begin{cases} 1\text{ml} = 1\text{cm}^3 \\ 1\text{lit} = 1000\text{ml} = 1000\text{cm}^3 \Leftrightarrow 1\text{ml} = 1\text{cm}^3 = \frac{1}{1000}\text{lit} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1\text{ml} = 1000\mu\text{lit} \Leftrightarrow 1\mu\text{lit} = \frac{1}{1000}\text{ml} \\ 1\text{lit} = 1000000\mu\text{lit} \Leftrightarrow 1\mu\text{lit} = \frac{1}{1000000}\text{lit} \\ 1\text{m}^3 = 1000000000\mu\text{lit} \Leftrightarrow 1\mu\text{lit} = \frac{1}{1000000000}\text{m}^3 \end{cases}$$

هر میلی لیتر برابر ۱۰۰۰ میکرولیتر است

تمرین: ۹۰/۵ میلی لیتر چند میکرولیتر است؟
حل:

مثال: ۸۵ میلی لیتر چند میکرولیتر است؟
حل:

$$\begin{aligned} 85\text{ml} &= ?\mu\text{lit} \\ 85 \times (1\text{ml}) \\ 85 \times 1000\mu\text{lit} &= 85000\mu\text{l} \end{aligned}$$

تمرین: ۱۶۵۰۰۰ میکرولیتر چند میلی لیتر است؟
حل:

مثال: ۱۲۵۰۰ میکرولیتر چند میلی لیتر است؟
حل:

$$\begin{aligned} 12500\mu\text{lit} &= ?\text{ml} \\ 12500 \times (1\mu\text{lit}) \\ 12500 \times \left(\frac{1}{1000}\text{mL}\right) &= 12/5\text{mL} \end{aligned}$$

- هر میکرولیتر برابر ۱ میلی متر مکعب است. $1\mu\text{lit} = 1\text{mm}^3$
بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{kl} & \xleftrightarrow[\div 10]{\times 10} & \text{hl} & \xleftrightarrow[\div 100]{\times 100} & \text{L} & \xleftrightarrow[\div 100]{\times 100} & \text{cl} & \xleftrightarrow[\div 10]{\times 10} & \text{ml} & \xleftrightarrow[\div 1000]{\times 1000} & \mu\text{l} \\ \updownarrow & & & & \updownarrow & & & & \updownarrow & & \updownarrow \\ 1\text{m}^3 & & & & 1\text{dm}^3 & & & & 1\text{cm}^3 & & 1\text{mm}^3 \end{array}$$

<p>تمرین: ۱۲/۵ متر مکعب چند سانتی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۰ متر مکعب چند سانتی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1m^3 \xrightarrow{\times 1000} dm^3 \xrightarrow{\times 1000} cm^3$ $1m^3 = 1000dm^3 = 1000 \times (1000cm^3)$ $1m^3 = 1000000cm^3$ $10m^3 =$ $10 \times (1m^3) = 10 \times (1000000cm^3) = 10000000cm^3$
<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب لیتر به دست آورید.</p> $45/32dm^3 + 2560cm^3$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب لیتر به دست آورید.</p> $123/24dm^3 + 6632cm^3$ <p>حل:</p> $123/24(dm^3) + 6632(1 \times cm^3)$ $123/24(lit) + 6632(\frac{1}{1000}lit)$ $123/24lit + 6/632lit$ $123/24 + 6/632 = 129/872lit$
<p>تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی لیتر به دست آورید.</p> $459/2dm^3 + 759cm^3$ <p>حل:</p>	<p>مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی لیتر به دست آورید.</p> $123/24dm^3 + 66320cm^3$ <p>حل:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $1dm^3 = 1lit$ </div> $123/24(1 \times dm^3) + 6632(1 \times cm^3)$ $123/24lit + 6632(\frac{1}{1000}dm^3)$ $123/24lit + 6/632lit$ $123/24 \times (1lit) + 6/632 \times (1lit)$

$$123/24(1 \text{ odl}) + 6/632(1 \text{ odl})$$

$$1232/4dl + 66/32dl$$

$$1232/4 + 66/32 = 1298/72dl$$

۴-۲- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی:

احجام منشوری شامل مکعب، مکعب مستطیل، استوانه، منشور مثلث القاعده و... می باشد.

- رابطه سطح جانبی و سطح کل عبارتند از:

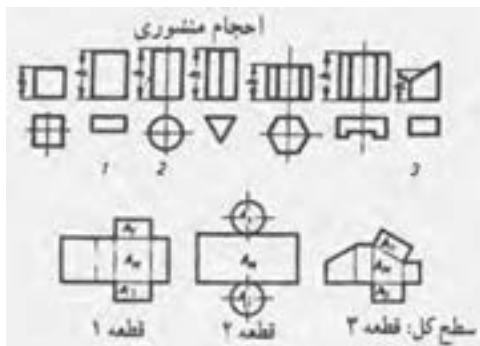
ارتفاع \times محیط قاعده = سطح جانبی

$$A_M = U_g \times h$$

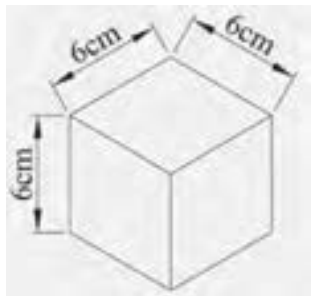
سطح جانبی + سطح قاعده پایین = سطح کل

سطح قاعده بالا +

$$A_o = A_1 + A_M + A_p$$

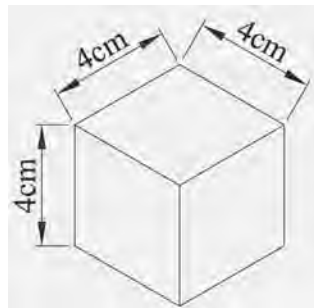


تمرین: سطح جانبی و سطح کل مکعبی به ضلع ۶ cm را حساب کنید.



حل:

مثال: سطح جانبی و سطح کل مکعبی به ضلع ۴ cm چقدر خواهد بود.

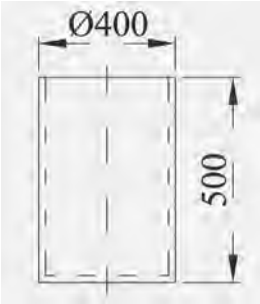
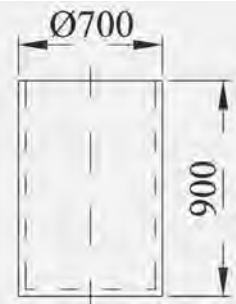


حل: سطح جانبی مکعب برابر است با حاصل ضرب محیط قاعده (مربع به ضلع ۴ cm) در ارتفاع (h = ۴cm)

$$A_M = U_g \times h$$

$$U_g = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}$$

$$A_M = U_g \times h$$

	$A_M = 16 \times 4$ <p>سطح جانبی $A_M = 16 \times 4 = 64 \text{ cm}^2$</p> <p>سطح کل مکعب برابر است با مجموع سطح قاعده پایینی (مربع به ضلع ۴ cm) و سطح جانبی (A_M) و سطح قاعده بالایی (مربع به ضلع ۴ cm)</p> $A_1 = (\text{ضلع مربع})^2 = \text{سطح قاعده بالایی}$ $A_1 = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$ $A_p = (\text{ضلع مربع})^2$ $A_p = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$ $A_M = 16 \times 4 = 64 \text{ cm}^2$ $A_o = A_1 + A_p + A_M$ $A_o = 16 + 64 + 16$ <p>سطح کل $A_o = 96 \text{ cm}^2$</p>
<p>تمرین: منبعی مطابق شکل از ورق آهنی ساخته خواهد شد. مطلوب است:</p> <p>سطح ورق مورد نیاز برای ساخت آن (M_R) در صورتی که مقدار دورریز ۹ درصد منظور شود.</p> 	<p>مثال: منبعی مطابق شکل از ورق آهنی ساخته خواهد شد. مطلوبست محاسبه:</p> <p>سطح ورق مورد نیاز برای ساخت آن (M_R) در صورتی که مقدار دورریز ۱۲ درصد منظور شود.</p>  <p>حل:</p> $A_o = A_M + A$ $A_M = U_g \times h$ $A_M = 3/14 \times 700 \text{ mm} \times 900 \text{ mm}$

$$A_M = 1978200 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{p \times d^2}{4}$$

$$A = \frac{3/14 \times (700 \text{ mm})^2}{4}$$

$$A = 384950 \text{ mm}^2$$

$$A_o = A_M + A$$

$$A_o = 1978200 + 384950$$

$$A_o = 2363150 \text{ mm}^2$$

mm^2 را به m^2 تبدیل می کنیم

$$A_o = 2363150 \times (1 \text{ mm}^2)$$

$$A_o = 2363150 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^2$$

$$A_o = 2/363150 \text{ m}^2$$

$$\%M_v = \frac{M_v \times 100}{M_F}$$

$$12 = \frac{M_v \times 100}{2/363150}$$

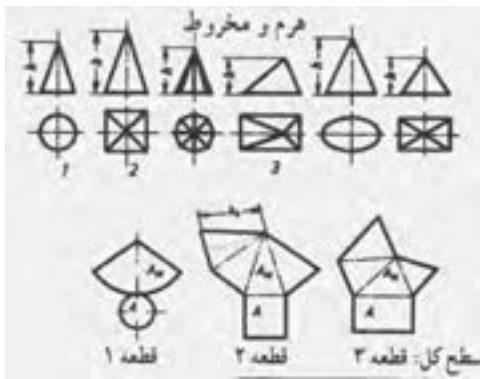
$$M_v = \frac{12 \times 2/363150 \text{ m}^2}{100}$$

$$M_v = 0/284 \text{ m}^2$$

$$M_R = M_F + M_v$$

$$M_R = 2/363150 + 0/284 = 4/646850 \text{ m}^2$$

محاسبه سطح جانبی و سطح کل: هرم های مربع القاعده، مستطیل القاعده، و مخروط



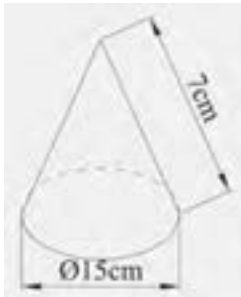
نصف ارتفاع وجه \times محیط قاعده = سطح جانبی

$$A_M = U_g \times \frac{h_s}{2}$$

سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل

$$A_o = A + A_M$$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل مخروط به قطر ۱۵ cm و ارتفاع وجه ۷ cm را بر حسب سانتی متر مکعب به دست آورید.



حل:

مثال: سطح جانبی و سطح کل مخروط به قطر ۱۰ cm و ارتفاع وجه ۵ cm را بر حسب سانتی متر مربع به دست آورید.



حل:

محیط قاعده

$$U_g = \pi d = \pi \times 10 = 31.4 \times 10 = 314 \text{ cm}$$

نصف ارتفاع وجه \times محیط قاعده = سطح جانبی

$$A_M = 314 \times \frac{5}{2} = 785 \text{ cm}^2$$

سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل

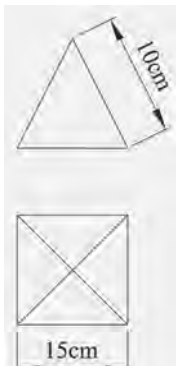
سطح قاعده

$$A = p \times \frac{d^2}{4} = 314 \times \frac{10^2}{4} = 314 \times 25 = 785 \text{ cm}^2$$

سطح کل

$$A_o = A + A_M = 785 + 785 = 1570 \text{ cm}^2$$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم مربع القاعده به ضلع ۱۵ cm و ارتفاع ۱۰ cm را به دست آورید.



حل:

مثال: سطح جانبی و سطح کل هرم مربع القاعده به ضلع ۱۰ cm و ارتفاع وجه ۸ cm را به دست آورید



حل:

نصف ارتفاع وجه \times محیط قاعده = سطح جانبی
 $U_g = \text{محیط قاعده} = 4 \times \text{ضلع مربع} = 4 \times 10 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

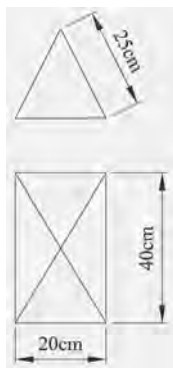
$$A_M = \text{سطح جانبی} = 40 \times \frac{1}{2} = 40 \times 4 = 160 \text{ cm}^2$$

سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل

$$A = \text{سطح قاعده} = (\text{ضلع})^2 = (10)^2 = 100 \text{ cm}^2$$

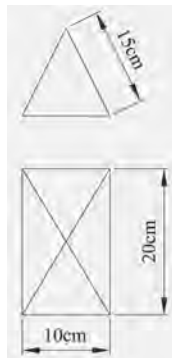
$$A_o = A + A_M = 100 + 160 = 260 \text{ cm}^2$$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم مستطیل القاعده زیر را به دست آورید.



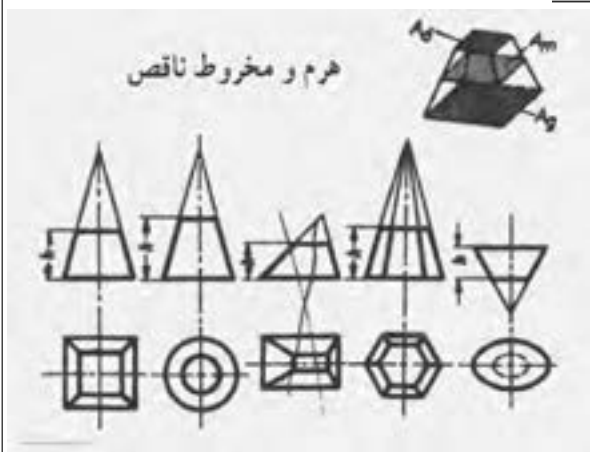
حل:

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم مستطیل القاعده زیر را به دست آورید.



حل

محاسبه سطح جانبی و سطح کل هرم و مخروط ناقص



ارتفاع وجه \times محیط قاعده متوسط = سطح جانبی

$$A_M = \frac{U_1 + U_r}{2} \times h_s$$

سطح سقف + سطح جانبی + سطح قاعده = سطح

کل

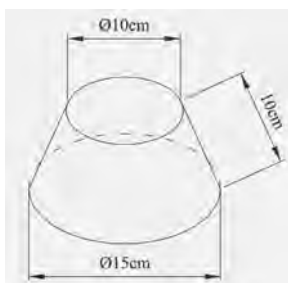
$$A_o = A_1 + A_M + A_r$$

(نصف مجموع محیط قاعده پایینی و قاعده بالایی) = محیط قاعده متوسط

سطح قاعده پایینی A_1

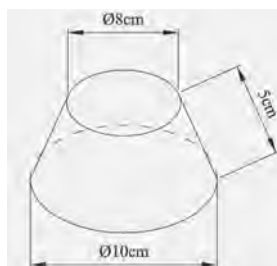
A_r = سطح سقف قاعده بالایی

تمرین: سطح جانبی و سطح کل مخروط ناقص زیر را به دست آورید.



حل:

مثال: سطح جانبی و سطح کل مخروط ناقص زیر را به دست آورید.



حل:

$$A_M = \frac{U_1 + U_r}{2} \times h_s$$

$$d_1 = 10 \text{ cm}$$

$$d_r = 8 \text{ cm}$$

$$h_s = 5 \text{ cm}$$

$$V_1 = \pi d_1 = 3/14 \times 10 = 31/4 \text{ cm}$$

$$V_r = \pi d_r = 3/14 \times 8 = 25/14 \text{ cm}$$

$$A_M = \frac{31/4 + 25/14}{2} \times 5 = 141/3 \text{ cm}^2$$

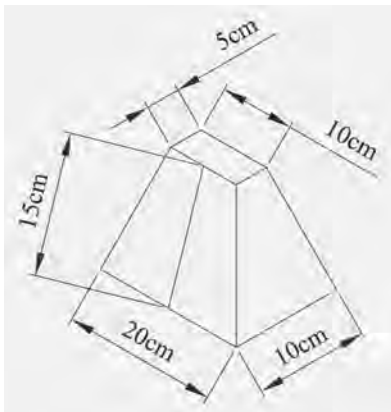
$$A_o = A_1 + A_M + A_r$$

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3/14 \times 10^2}{4} = 78/5 \text{ cm}^2$$

$$A_r = \frac{\pi d_r^2}{4} = 3/14 \times \frac{8^2}{4} = 3/14 \times \frac{64}{4} = 50/24 \text{ cm}^2$$

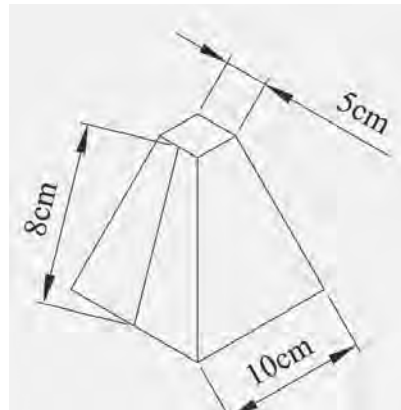
$$A_o = 78/5 + 141/3 + 50/24 = 270/54 \text{ cm}^2$$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم ناقص مستطیل
القاعده زیر را به دست آورید.



حل:

مثال: سطح جانبی و سطح کل هرم ناقص مربع
القاعده زیر را به دست آورید.



حل:

$$A_M = \frac{U_1 + U_r}{2} \times h_s$$

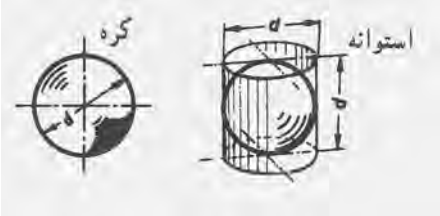

$$U_1 = 4 \times a_1 = 4 \times 10 = 40 \text{ cm}$$

$$U_r = 4 \times a_r = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

$$A_M = \frac{40 + 20}{2} \times 8 = 30 \times 8 = 240 \text{ cm}^2$$

$$A_o = A_1 + A_M + A_r$$

$$A_1 = a_1^2 = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

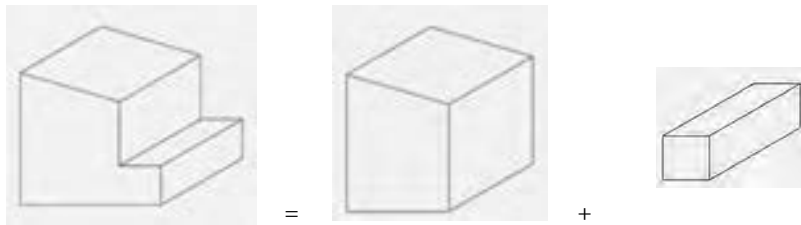
	$A_p = a_p^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$ $A_o = 100 + 240 + 25 = 365 \text{ cm}^2$
	<p><u>کره:</u></p> <p>سطح جانبی استوانه محیطی = سطح کل</p> $A_o = \pi \times d \times d = \pi d^2 = 4\pi r^2$ <p>ارتفاع \times محیط قاعده = سطح جانبی</p> $A_M = 2\pi r \times h$ $A_o = \pi \times d \times d = \pi d^2 = \pi (2r)^2 = 4\pi r^2$
<p>تمرین: سطح کل کره به شعاع $7/5$ سانتی متر را به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: مطلوب است محاسبه سطح کره به شعاع 5 cm</p> <p>حل:</p> $r = 5 \text{ cm}$ $A = 4\pi r^2$ $A = 4 \times 3.14 \times (5)^2$ $A = 314 \text{ cm}^2$
	<p><u>عرقچین کروی:</u></p> $A = \frac{p}{2} D(D - \sqrt{D^2 - d^2})$ <p>D قطر کره و d قطر عرقچین</p>
<p>تمرین: سطح عرقچین کروی با قطر 15 cm و قطر کره 25 cm چقدر خواهد شد؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: سطح عرقچین کروی با قطر عرقچین 6 cm و قطر کره 10 cm چقدر خواهد شد؟</p> <p>حل:</p> $A = \frac{p}{2} D(D - \sqrt{D^2 - d^2})$ $A = \frac{3.14}{2} \times 10(10 - \sqrt{100 - 36})$

$$= 3/14 \times 5 \times (10 - \sqrt{64}) = 3/14 \times 5 \times (10 - 8)$$

$$= 3/14 \times 5 \times 2 = 3/14 \times 10 = 31/4 \text{ cm}^2$$

۴-۲-۱- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام مرکب:

برای محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام مرکب کافی است آنها را به احجام هندسی تفکیک کرده و سطح هریک را جداگانه محاسبه کنیم. در این صورت سطح حجم مرکب از جمع بندی سطوح احجام هندسی به دست می آید.

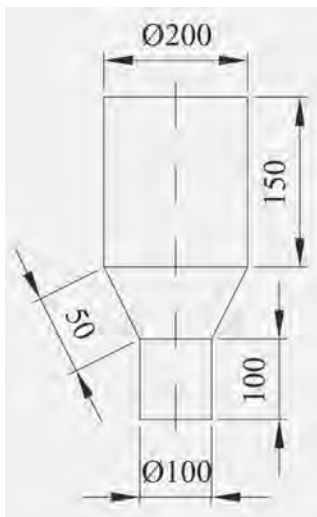


$$A_M = A_{M_1} + A_{M_2}$$

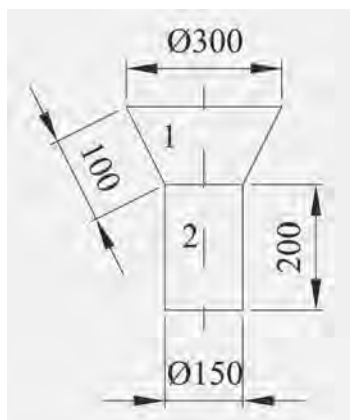


$$A = A_1 + A_2$$

تمرین: سطح جانبی قطعه زیر را به دست آورید.
حل:



مثال: سطح جانبی قطعه زیر را به دست آورید.



حل: این قطعه از دو قسمت تشکیل شده است: قطعه ۱ مخروط ناقص، قطعه ۲ استوانه

مساحت جانبی

$$A_{M_1} = \frac{\text{محیط قاعده پایینی} + \text{محیط قاعده بالایی}}{2} \times \text{ارتفاع}$$

$$A_{M_1} = \frac{U_1 + U_2}{2} \times h_s \quad \text{مخروط ناقص}$$

$$A_{M_1} = \frac{p \times 300 + p \times 150}{2} \times 100$$

$$A_{M_1} = 3/14 \left(\frac{300 + 150}{2} \right) \times 100 = 70650 \text{ cm}^2$$

ارتفاع \times محیط قاعده A_{M_2} مساحت جانبی
استوانه

$$A_{M_2} = \pi \times 150 \times 200$$

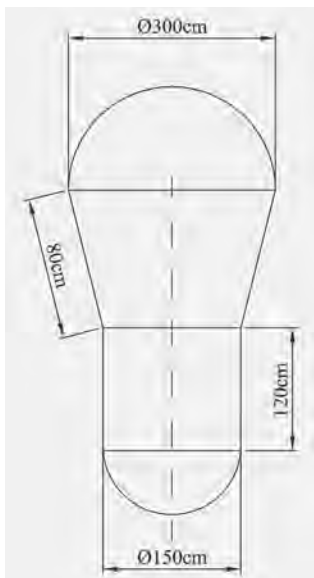
$$A_{M_2} = 3/14 \times 150 \times 200 = 94200 \text{ cm}^2$$

$$\text{سطح} = A_M = A_{M_1} + A_{M_2} = 70650 + 94200$$

جانبی حجم مرکب

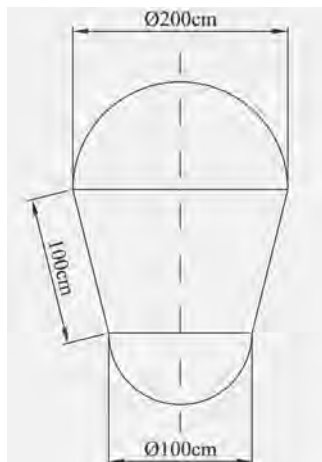
$$= 164850 \text{ cm}^2$$

تمرین: سطح کل مخزن به شکل زیر را به دست آورید.



حل:

مثال: سطح کل مخزن به شکل زیر را به دست آورید.



حل: این مخزن از سه قسمت تشکیل شده است:

قسمت ۱: نیمکره به قطر $d_1 = 200 \text{ cm}$

قسمت ۲: مخروط ناقص

قسمت ۳: نیمکره به قطر $d_p = 100 \text{ cm}$

سطح کل قطعه ۱ عبارت است از:

$$A_1 = \frac{1}{2} \pi d_1^2 = \frac{1}{2} \times 3.14 \times (200)^2$$

$$A_1 = 62800 \text{ cm}^2$$

مساحت جانبی مخروط ناقص

$$A_p = \frac{\text{ارتفاع وجه} \times (\text{محیط قاعده بالا} + \text{محیط قاعده پایین})}{2}$$

$$A_p = \frac{U_1 + U_p}{2} \times h_s$$

$$A_p = \frac{p d_1 + p d_p}{2} \times h$$

$$A_p = \frac{p \times 200 + p \times 100}{2} \times 100$$

$$= 3.14 \times 150 \times 100 = 47100 \text{ cm}^2$$

مساحت کل قطعه ۳ عبارت است از:

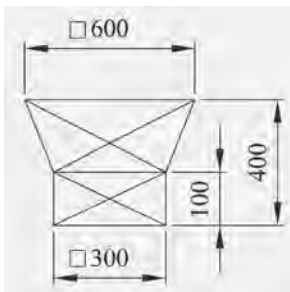
$$A_p = \frac{1}{2} p d_p^2 = \frac{1}{2} \times 3/14 \times (100)^2$$

$$A_p = 15700 \text{ cm}^2$$

سطح کل

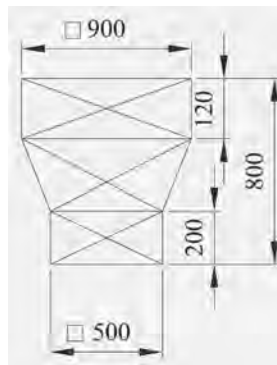
$$A = A_1 + A_p + A_p = 62800 + 47100 + 15700 = 125600 \text{ cm}^2$$

تمرین: مطلوب است محاسبه سطح جانبی و سطح کل قطعه مطابق شکل؟



حل:

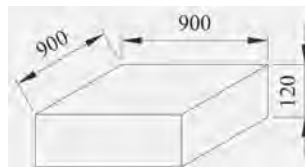
مثال: مطلوبست محاسبه سطح کل قطعه‌ای مطابق شکل؟



حل: این قطعه را به سه قسمت تقسیم می‌کنیم و مساحت جانبی این سه قطعه را به دست می‌آوریم.



قطعه ۱: مکعب مستطیل



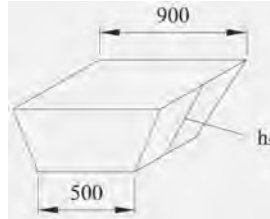
$$A_{M_1} = U_{g_1} \times h$$

$$U_{g_1} = 4 \times 900 = 3600$$

$$h = 120$$

$$A_{M_1} = 3600 \times 120 = 432000 \text{ mm}^2$$

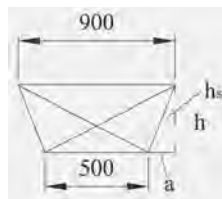
قطعه ۲: هرم ناقص



$$A_{M_r} = \frac{U_1 + U_r}{2} \times h_s$$

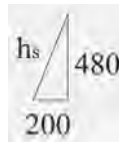
برای به دست آوردن h_s یا ارتفاع وجه به صورت زیر

عمل می‌کنیم:



$$h = 800 - 120 - 200 = 480 \text{ mm}$$

$$a = \frac{900 - 500}{2} = 200 \text{ mm}$$



$$h_s^2 = 480^2 + 200^2$$

$$h_s = \sqrt{480^2 + 200^2}$$

$$h_s = 520 \text{ mm}$$

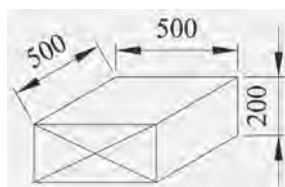
محاسبه محیط‌های قاعده هرم ناقص

$$U_1 = 4 \times 900 = 3600 \text{ mm}$$

$$U_r = 4 \times 500 = 2000 \text{ mm}$$

$$A_{M_r} = \frac{3600 + 2000}{2} \times 520 = 1456000 \text{ mm}^2$$

قطعه ۳: مکعب مستطیل



$$A_{M_p} = U_{g_p} \times h$$

$$U_{g_p} = 4 \times 500 = 2000 \text{ mm}$$

$$A_{M_p} = 2000 \times 200$$

$$A_{M_p} = 400000 \text{ mm}^2$$

$$\text{سطح جانبی کل } A_M = A_{M_1} + A_{M_2} + A_{M_p}$$

$$A_M = 432000 + 1456000 + 400000$$

$$A_M = 2288000 \text{ mm}^2$$

برای محاسبه سطح کل کافی است مساحت قاعده بالا و پایین قطعه را نیز به مساحت جانبی کل قطعه حساب کنید.

$$\text{مساحت قاعده } A_1 = 900 \times 900 = 810000 \text{ mm}^2$$

بالایی

$$\text{مساحت } A_p = 500 \times 500 = 250000 \text{ mm}^2$$

قاعده پایینی

$$\text{مساحت کل قطعه } A_o = A_1 + A_M + A_p$$

$$A_o = 810000 + 2288000 + 250000$$

$$A_o = 3348000 \text{ mm}^2$$

۴-۳- محاسبه حجم احجام هندسی:

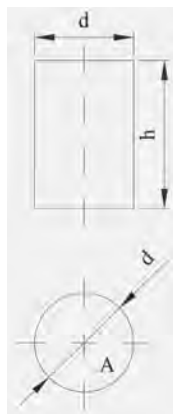
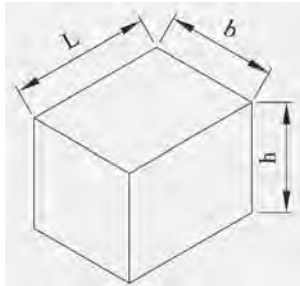
۴-۳-۱ منشور و استوانه: حجم منشور و استوانه برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع

منشور مکعب مستطیل:

ارتفاع \times سطح قاعده مستطیل = حجم

$$V = A \times h$$

$$V = (L \times b) \times h$$

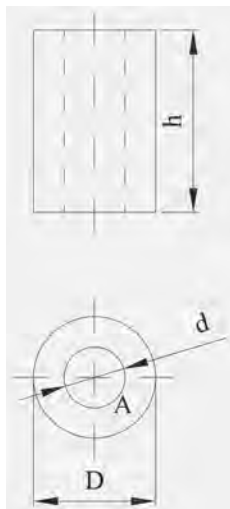


ارتفاع \times سطح قاعده دایره‌ای = حجم

$$V = A \times h$$

$\begin{cases} d = \text{قطر دایره} \\ h = \text{ارتفاع استوانه} \end{cases}$

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \times h$$



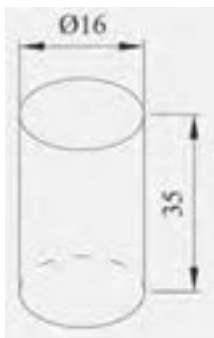
ارتفاع \times سطح قاعده = حجم

مساحت دایره کوچک - مساحت دایره بزرگ = سطح قاعده

$$\text{سطح قاعده} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\text{حجم} = \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) \times h$$

تمرین: حجم قطعه داده شده را بر حسب دسی متر مکعب به دست آورید.



حل:

مثال: حجم قطعه داده شده را بر حسب سانتی متر مکعب به دست آورید.

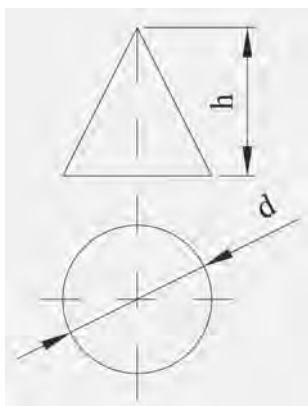


حل:

$$\begin{aligned}
 V &= A \times h \\
 V &= \frac{p \times d^r}{4} \times h \\
 V &= \frac{3.14 \times (14\text{mm})^r}{4} \times 35\text{mm} \\
 V &= \frac{21540}{4} \\
 V &= 5385 / \text{mm}^3 \\
 V &= 5385 / 1 \times \left(\frac{1}{1000} \text{cm}^3\right) \\
 V &= 5.385 \text{cm}^3
 \end{aligned}$$

۲-۳-۴- مخروط و هرم:

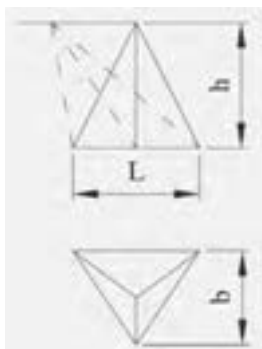
مخروط



$$\begin{aligned}
 \text{حجم} &= \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده}}{3} \\
 V &= \frac{A \times h}{3}
 \end{aligned}
 \quad \left\{ \begin{array}{l} h = \text{ارتفاع قطر} \\ d = \text{دایره} \end{array} \right.$$

$$\text{مساحت قاعده دایره} = \frac{p d^r}{4}$$

$$\text{حجم مخروط} \quad V = \frac{p d^r}{4} \times \frac{h}{3}$$

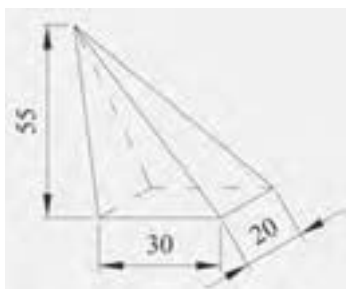


$$V = \frac{A \times h}{3} \text{ هرم}$$

$$A = \frac{1}{2} \times \text{ضلع} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{2} Lb$$

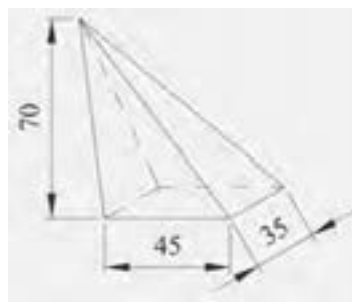
مساحت قاعده (مثلث)

تمرین: حجم قطعه‌ای به شکل زیر را بر حسب دسی‌متر مکعب به دست آورید.



حل:

مثال: حجم قطعه‌ای مطابق شکل زیر را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید.



حل:

$$V = \frac{A \times h}{3}$$

$$V = \frac{L \times b \times h}{3}$$

$$V = \frac{45 \text{ mm} \times 35 \text{ mm} \times 70 \text{ mm}}{3}$$

$$V = \frac{110250 \text{ mm}^3}{3}$$

$$V = 36750 \text{ mm}^3$$

mm³ را به cm³ تبدیل می‌کنیم

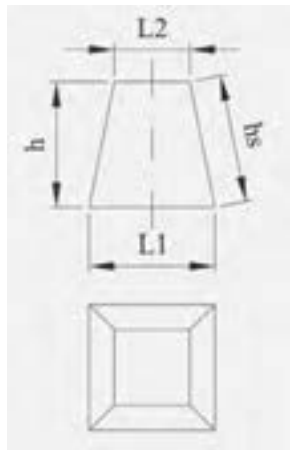
$$V = 36750 (\text{mm}^3)$$

$$V = 36750 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ cm}^3 \right)$$

$$V = 36.75 \text{ cm}^3$$

۳-۳-۴- مخروط و هرم ناقص:

رابطه تقریبی



L_1 = ضلع مربع قاعده پایینی

L_2 = ضلع مربع قاعده بالایی

h_s = طول یال هرم ناقص

h = ارتفاع بین دو قاعده

$$\text{حجم} \approx \frac{\text{مساحت قاعده پایینی} + \text{مساحت قاعده بالایی}}{2} \times \text{ارتفاع}$$

$$V \approx \frac{A_1 + A_2}{2} \times h$$

$$V \approx \frac{L_1^2 + L_2^2}{2} \times h$$

رابطه دقیق:

$$\text{حجم} = \frac{\text{ارتفاع}}{3} \times (\text{مساحت قاعده بالایی} + \text{مساحت قاعده پایینی} + \sqrt{\text{مساحت قاعده پایینی} \times \text{مساحت قاعده بالایی}})$$

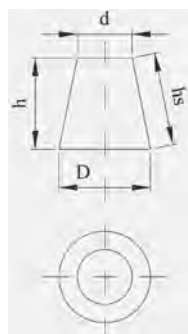
$$V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2})$$

$$V = \frac{h}{3} (L_1^2 + L_2^2 + \sqrt{L_1^2 \times L_2^2})$$

هرم ناقص مربع القاعده

$$V = \frac{h}{3} (L_1^2 + L_2^2 + L_1 L_2)$$

هرم ناقص مربع القاعده



d = قطر دایره قاعده بالایی

D = قطر دایره قاعده پایینی

h_s = طول یال مخروط ناقص

مخروط ناقص

رابطه تقریبی:

$$V \approx \frac{A_1 + A_2}{2} \times h$$

$$V \approx \frac{\frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4}}{2} \times h$$

$$V \approx \frac{\pi (d^2 + D^2)}{8} \times h$$

رابطه دقیق:

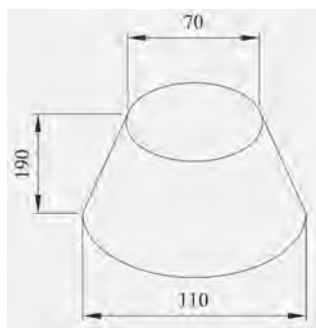
$$V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2})$$

$$V = \frac{h}{3} \left(\frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4} + \sqrt{\frac{\pi d^2}{4} \times \frac{\pi D^2}{4}} \right)$$

$$V = \frac{h}{3} \left(\frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4} + \frac{\pi dD}{4} \right)$$

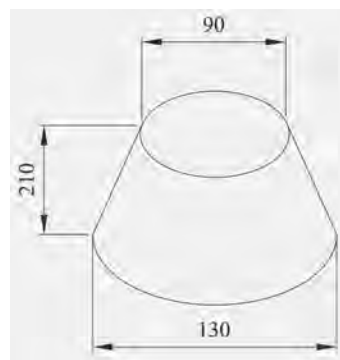
$$V = \frac{\pi h}{12} (d^2 + D^2 + dD)$$

تمرین: حجم قطعه داده شده را به دست آورید.



حل:

مثال: حجم قطعه داده شده را به دست آورید.



حل:

$$V = \frac{\pi \times h}{12} (D^2 + d^2 + D \times d)$$

$$V = \frac{\pi / 12 \times 210 \text{ mm}}{12} (130^2 \text{ mm}^2 + 90^2 \text{ mm}^2 + 130 \text{ mm} \times 90 \text{ mm})$$

$$V = \frac{\pi/14 \times 210}{12} (16900 \text{ mm}^2 + 81000 \text{ mm}^2 + 11700 \text{ mm}^2)$$

$$V = \frac{\pi/14 \times 210 \times 36700 \text{ mm}^2}{12}$$

$$V = \frac{2419998}{12}$$

$$V = 201666.5 \text{ mm}^3$$

mm^۳ را به cm^۳ تبدیل می‌کنیم

$$V = 201666.5 \times (\text{mm}^3)$$

$$V = 201666.5 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ cm}^3\right)$$

$$V = 201.66665 \text{ cm}^3$$

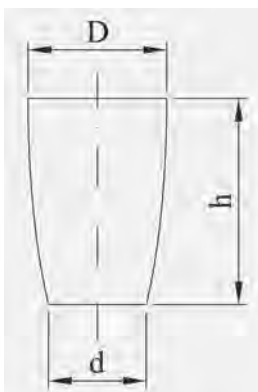
۴-۳-۴- کره و بوته ریخته‌گری:

بوته قطر دایره قاعده بالایی D =

قطر دایره قاعده پایینی d =

ارتفاع بوته h =

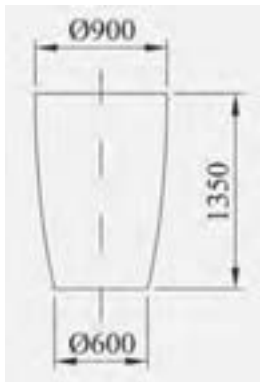
$$V \approx \frac{\pi \times h}{12} (2D^2 + d^2)$$



کره $V = \frac{d^3 \times p}{6}$

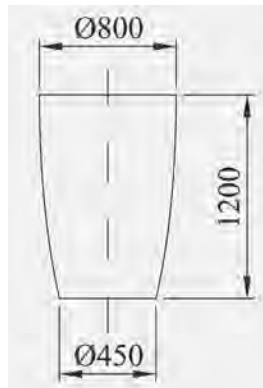


تمرین: بوته ریخته‌گری مطابق شکل زیر در دسترس است حجم آن را بر حسب متر مکعب و لیتر به دست آورید.



حل:

مثال: بوته ریخته‌گری مطابق شکل زیر در دسترس است مطلوب است محاسبه حجم آن بر حسب متر مکعب و لیتر؟



حل:

تبدیل واحد: mm را به m تبدیل می‌کنیم.

$$D = 800 \text{ mm} = 800 \times (1\text{mm})$$

$$D = 800 \times \left(\frac{1}{1000} \text{m}\right) \Rightarrow D = 0.8 \text{m}$$

$$d = 450 \text{ mm} = 450 \times (1\text{mm})$$

$$d = 450 \times \left(\frac{1}{1000} \text{m}\right) \Rightarrow d = 0.45 \text{m}$$

$$h = 1200 \text{ mm} = 1200 \times (1\text{mm})$$

$$h = 1200 \times \left(\frac{1}{1000} \text{m}\right) \Rightarrow h = 1.2 \text{m}$$



$$V \approx \frac{\pi \times h}{12} \times (\pi D^2 + d^2)$$

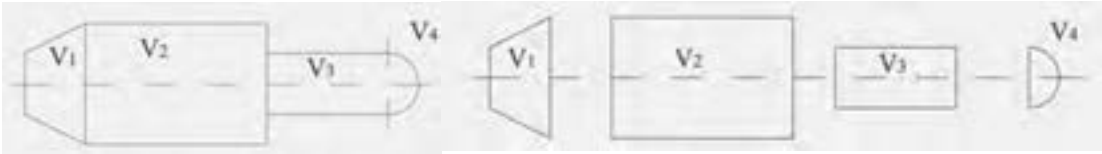
$$V \approx \frac{\pi/12 \times 1.2}{12} \times (\pi(0.8)^2 + (\pi/45)^2)$$

$$V \approx \frac{\pi/454}{12} \times (1/28 + 0.2025)$$

$$V \approx \frac{\pi/454 \times 1/425}{12}$$

$$V \approx \frac{5/24805}{12}$$

	$V \approx 0 / 437 \text{ m}^3$ m^3 را به لیتر تبدیل می‌کنیم. $V \approx 0 / 4373375 \times 1000 \text{ L}$ $V \approx 437 / 3375 \text{ lit}$
<p>تمرین: سطح جانبی و حجم مکعبی با طول ضلع ۵۲ میلی‌متر را به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: سطح جانبی و حجم مکعبی با طول ضلع ۴۸ میلی‌متر را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $A = 4L^2$ $A = 4 \times (48)^2$ $A = 9216 \text{ mm}^2$ $V = L^3$ $V = (48)^3 \Rightarrow V = 110592 \text{ mm}^3$
<p>تمرین: حجم ظرفی مطابق شکل زیر را بر حسب لیتر به دست آورید.</p>  <p>حل:</p>	<p>مثال: حجم ظرفی مطابق شکل زیر را بر حسب لیتر به دست آورید.</p>  <p>حل:</p> $V = A \times h$ $A = \frac{\pi \times d^2}{4}$ $V = \frac{\pi \times d^2 \times h}{4}$ $V = \frac{3.14 \times (136)^2 \times 220}{4}$

	$V = \frac{12777036}{4}$ $V = 3194259 / \text{mm}^3$ <p>mm³ را به dm³ تبدیل می‌کنیم.</p> $V = 3194259 / 1000000$ $V = 3 / 1942 \text{ dm}^3$ $V = 3 / 1942 \text{ lit}$
<p>۴-۴- محاسبه حجم اجسام مرکب:</p> <p>برای محاسبه حجم اجسام مرکب کافی است حجم هر مکعبی را به اجسام هندسی معین تفکیک کنیم و پس از محاسبه حجم تک تک اجسام هندسی آنها را با یکدیگر جمع جبری کنیم.</p>  $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$	
<p>تمرین: نسبت حجم دو مکعب $V_1 : V_2 = 2 : 5$ است. اگر طول ضلع مکعب اولی $s_1 = 6 \text{ mm}$ باشد. حجم V_1 و V_2 را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید. حل:</p>	<p>مثال: نسبت حجم دو مکعب $V_1 : V_2 = 3 : 4$ است. اگر طول ضلع مکعب اولی $a_1 = 65 \text{ mm}$ باشد. حجم V_1 و V_2 را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید. حل: تبدیل واحد:</p> $a_1 = 65 \text{ mm}$ $a_1 = 65 \times \frac{1}{10} \text{ cm}$ $a_1 = 6.5 \text{ cm}$

$$V_1 = S_1^3 = (6/5)^3$$

$$V_1 = 274/625 \text{ cm}^3$$

$$\frac{V_1}{V_p} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{274/625}{V_p} = \frac{3}{4}$$

طرفین وسطین انجام می دهیم

$$3 \times V_p = 274/625 \times 4$$

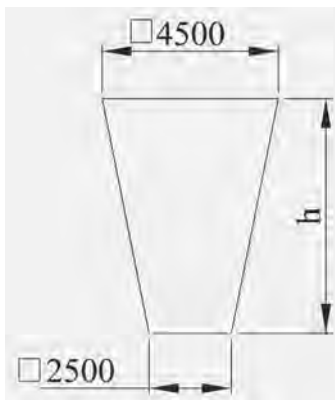
$$3V_p = 1098/5$$

طرفین را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم

$$\frac{3V_p}{3} = \frac{1098/5}{3}$$

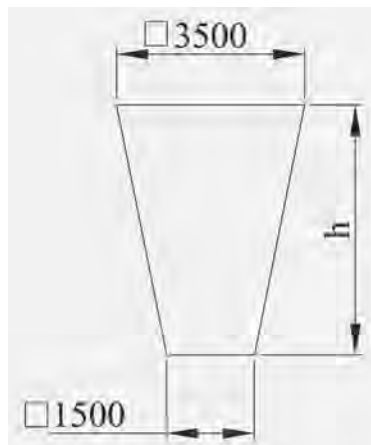
$$V_p = 366/17 \text{ cm}^3$$

تمرین: بونکر ماسه (شکل زیر) باید ۴۵ تن ماسه را در خود جای دهد. اگر هر تن ماسه به یک متر مکعب فضا نیاز داشته باشد، ارتفاع بونکر را به دست آورید.



حل:

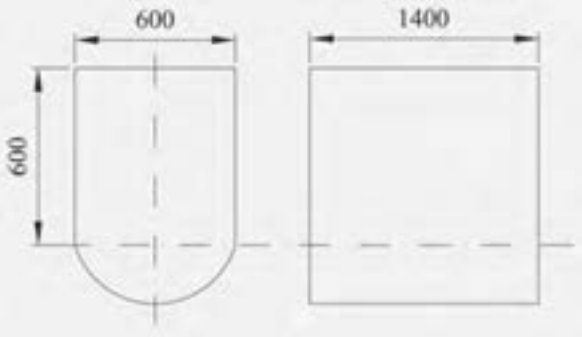
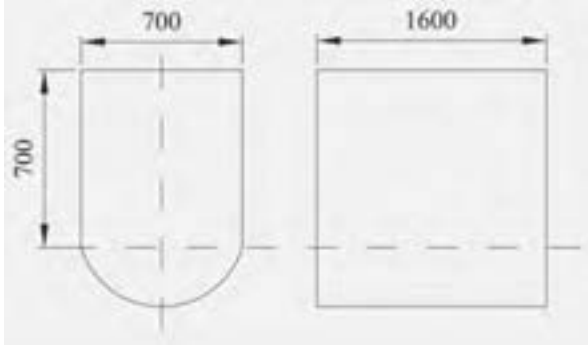
مثال: بونکر ماسه (شکل زیر) باید ۳۵ تن ماسه را در خود جای دهد. اگر هر تن ماسه به یک متر مکعب فضا نیاز داشته باشد، ارتفاع بونکر را به دست آورید.



حل:

$$\begin{aligned} & \text{m}^3 \\ & 1 \quad 1\text{m} \\ & 35 \quad x = \frac{35 \times 1}{1} = 35 \end{aligned}$$

	$V = 35m^3$ $A_1 = 1500 \times 1500 = 2250000 mm^2$ $A_1 = 2250000 \times \left(\frac{1}{1000000}\right) = 2/25 m^2$ $A_r = 3500 \times 3500 = 12250000 mm^2$ $A_r = 12250000 \times \left(\frac{1}{1000000}\right) = 12/25$ $A = \frac{A_1 + A_r}{2} \times h$ $35 = \frac{2/25 + 12/25}{2} \times h$ $35 \times 2 = 14/5 h$ $\frac{2 \times 35}{14/5} = \frac{14/5 h}{14/5}$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول</p> $h = \frac{V_0}{14/5} \Rightarrow h = 4/83 m$
<p>تمرین: حجم مخزن گاز کروی شکل ۳۰۰۰۰ متر مکعب می‌باشد. قطر و سطح کل آن را محاسبه کنید.</p> <p>حل</p>	<p>مثال: حجم مخزن گاز کروی شکل ۲۵۰۰۰ متر مکعب می‌باشد. قطر و سطح کل آن را محاسبه کنید.</p> <p>حل:</p> $V = 25000 m^3, d = ?, A_0 = ?$ $V = \frac{\pi \times d^3}{6}$ $25000 = \frac{\pi/14 \times d^3}{6}$ <p>طرفین وسطین انجام می‌دهیم</p> $6 \times 25000 = \pi/14 d^3$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول</p> $\frac{150000}{\pi/14} = \frac{\pi/14 d^3}{\pi/14}$

	$d'' = ۴۷۷۷۰ / ۷$ $d = ۳۶ / ۲۸ m$ $A_o = \pi \times d''$ $A_o = ۳ / ۱۴ \times (۳۶ / ۲۸)''$ $A_o = ۳ / ۱۴ \times ۱۳۱۶ / ۲۴ m''$ $A_o = ۴۱۳۲ / ۹۹ m''$
<p>تمرین: برای حمل زغال سنگ در معادن، از واگن‌هایی که ظرف آنها مطابق شکل می‌باشد استفاده می‌گردد. حجم آن را بر حسب متر مکعب حساب کنید.</p> 	<p>مثال: برای حمل زغال سنگ در معادن، از واگن‌هایی که ظرف آنها مطابق شکل می‌باشد استفاده می‌گردد. حجم آن را بر حسب متر مکعب حساب کنید.</p>  <p>حل: مرحله اول: حجم استوانه</p> $V_1 = a \times b \times h$ $V_1 = ۷۰۰ \times ۱۶۰۰ \times ۷۰۰$ $V_1 = ۷۸۴۰۰۰۰۰۰ mm^3$ $V_1 = ۷۸۴۰۰۰۰۰۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰} m^3 \right)$ $V_1 = ۰ / ۷۸۴ m^3$ <p>مرحله دوم: حجم نیم کره</p> $V_p = \frac{p \times d'' \times h}{۸}$

$$V_{\nu} = \frac{\mu/14 \times (\nu \circ \circ)^{\nu} \times 16 \circ \circ}{\wedge}$$

$$V_{\nu} = \frac{246176 \circ \circ \circ \circ}{\wedge}$$

$$V_{\nu} = \mu \circ \nu \nu \nu \circ \circ \circ \circ \circ \text{mm}^{\nu}$$

$$V_{\nu} = \mu \circ \nu \nu \nu \circ \circ \circ \circ \circ \times \left(\frac{1}{1 \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ} \text{m}^{\nu} \right)$$

$$V_{\nu} = \circ / \mu \circ \nu \nu \nu \text{m}^{\nu}$$

$$V = V_1 + V_{\nu}$$

$$V = \circ / \nu \wedge 14 + \circ / \mu \circ \nu \nu \nu$$

$$\boxed{V = 1 / \circ 9177 \text{m}^{\nu}}$$

سیمای فصل پنجم

۵- جرم و چگالی

۱-۵- تعریف جرم

۲-۵- واحد جرم

۳-۵- اجزا و اضعاف واحد جرم

۴-۵- روابط اجزا و اضعاف واحد جرم

۵-۵- واحدهای جرم در سیستم‌های دیگر اندازه‌گیری

۶-۵- تعریف چگالی

۷-۵- واحد چگالی در سیستم SI

۸-۵- رابطه ریاضی بین جرم، حجم و چگالی

۵- جرم و چگالی

۵-۱- تعریف جرم:

مقدار ماده موجود در یک جسم را جرم جسم می‌گویند. به عبارت دیگر مجموعه اتم‌هایی که در جسم به حالت‌های فیزیکی جامد، مایع و گاز وجود دارد.

جرم جسم ثابت است و تغییر نمی‌کند. اما در سرعت‌های بسیار زیاد و نزدیک به سرعت نور جرم جسم به طور محسوسی افزایش می‌یابد. جرم جسم را با حرف m نشان می‌دهند.

ویژگی‌های جرم هر جسم: - مقاومت در مقابل تغییر حرکت

- جاذبه

- مقاومت در مقابل تغییر حرکت: هر چقدر جرم جسم بیشتر باشد برای به حرکت درآوردن آن نیروی زیادی لازم است. از طرف دیگر هرچقدر جرم جسم کوچک باشد برای تغییر سرعت آن احتیاج به نیروی کمتری است.

- جاذبه: اجسام متناسب با جرم‌های خود همدیگر را جذب می‌کنند. مثل زمین که همه اجسام را به خود جذب می‌کند.

تفاوت جرم و وزن: جرم عبارت است از ذرات متشکله جسم که با ترازو اندازه‌گیری می‌شود و برحسب کیلوگرم بیان می‌شود. اما وزن نیروی وارد از طرف زمین بر جسم بوده و با نیروسنج اندازه‌گیری می‌شود. واحد وزن نیوتن (N) است. جرم جسم در تمام نقاط زمین ثابت است اما وزن جسم در نقاط مختلف زمین نسبت به ارتفاع متغیر است.

۵-۲- واحد جرم:

واحد جرم در سیستم SI کیلوگرم است و با kg نشان داده می‌شود.

تعریف کیلوگرم: کیلوگرم استاندارد جرم استوانه‌ای از آلیاژ پلاتین - ایریدیم است که در اداره استاندارد بین المللی نگهداری می‌شود.

یک کیلوگرم برابر است با جرم $1000/018$ سانتی‌متر مکعب آب خالص $4^{\circ}C$ است که در محاسبات فنی یک کیلوگرم تقریباً معادل 1000 سانتی‌متر مکعب آب خالص است.

۵-۳- اجزا و اضعاف واحد جرم:

اجزای کیلوگرم عبارتند از: گرم (g) ، میلی‌گرم (mg)

اضعاف کیلوگرم عبارتند از: تُن (t) ، مگاتن (Mt)

۴-۵- روابط اجزا و اضعاف واحد جرم:

- هر کیلوگرم برابر ۱۰۰۰ گرم است و برعکس.
 $1\text{ kg} = 1000\text{ g} \Leftrightarrow 1\text{ g} = \frac{1}{1000}\text{ kg} = 10^{-3}\text{ gr}$

- هر گرم برابر ۱۰۰۰ میلی گرم است و برعکس.
 $1\text{ gr} = 1000\text{ mg} \Leftrightarrow 1\text{ mg} = \frac{1}{1000}\text{ gr} = 10^{-3}\text{ gr}$

- هر کیلوگرم برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میلی گرم است و برعکس.

$$1\text{ kg} = 1000000\text{ mg} = 10^6\text{ mg} \Leftrightarrow 1\text{ mg} = \frac{1}{1000000}\text{ kg} = 10^{-6}\text{ kg}$$

- هر تن برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است و برعکس.
 $1\text{ t} = 1000\text{ kg} \Leftrightarrow 1\text{ kg} = \frac{1}{1000}\text{ t} = 10^{-3}\text{ t}$

- هر مگاتن برابر ۱۰^۶ تن است و برعکس.
 $1\text{ Mt} = 10^6\text{ t} \Leftrightarrow 1\text{ t} = \frac{1}{10^6}\text{ Mt} = 10^{-6}\text{ t}$

- هر مگاتن برابر ۱۰^۹ کیلوگرم است و برعکس.
 $1\text{ Mt} = 10^9\text{ kg} \Leftrightarrow 1\text{ kg} = 10^{-9}\text{ Mt}$

تمرین: جرم‌های ۱۲۰ kg و ۲۲۴۵ kg را بر حسب تن به دست آورید.
حل:

مثال: جرم‌های ۱۰۰ kg و ۳۵۳۰ kg را بر حسب تن به دست آورید.
حل:

$$\begin{aligned} 100\text{ kg} &= ?\text{ t} \\ 100 \times \left(\frac{1}{1000}\text{ t}\right) &= 0/1\text{ t} \\ 3530\text{ kg} &= ?\text{ t} \\ 3530 \times \left(\frac{1}{1000}\text{ t}\right) &= 3/530\text{ t} \\ 3530 \times \frac{1}{1000}\text{ t} &= 3/530\text{ t} \end{aligned}$$

تمرین: جرم‌های ۳۶۴ kg و ۰/۰۰۶۷ kg را بر حسب گرم به دست آورید.
حل:

مثال: جرم‌های ۴۲۵ kg ، ۰/۰۷۲ kg را بر حسب گرم به دست آورید.
حل:

	$425 \text{ kg} = ? \text{ g}$ $425 \times (1 \text{ kg})$ $425 \times 1000 \text{ g} = 425000 \text{ g}$ $0.000425 \text{ kg} = ? \text{ g}$ $0.000425 \times (1 \text{ kg}) =$ $0.000425 \times 1000 \text{ g} = 0.425 \text{ g}$
<p>تمرین: جرم‌های $\frac{2}{3} \text{ kg}$ و $\frac{5}{3} \text{ kg}$ را بر حسب گرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم‌های $\frac{1}{2} \text{ kg}$ و $\frac{1}{4} \text{ kg}$ را بر حسب گرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $\frac{1}{2} \text{ kg} = ? \text{ g}$ $\frac{1}{2} (1 \text{ kg})$ $\frac{1}{2} (1000 \text{ g}) = 500 \text{ g}$ $\frac{1}{4} \text{ kg} = ? \text{ g}$ $\frac{1}{4} (1 \text{ kg})$ $\frac{1}{4} (1000 \text{ g}) = 250 \text{ g}$
<p>تمرین: جرم یک قطعه کوچک فلزی توسط یک ترازوی دقیق برابر ۶۲۸ میلی‌گرم تعیین شده است. جرم این قطعه را بر حسب kg با نماد علمی مشخص کنید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم یک قطعه کوچک فلزی توسط یک ترازوی دقیق برابر ۵۲۵ میلی‌گرم تعیین شده است. جرم این قطعه را بر حسب kg با نماد علمی مشخص کنید.</p> <p>حل :</p> $525 \text{ mg} = ? \text{ kg}$ $525 \times (\text{mg})$ $525 \times (10^{-6} \text{ kg})$

$$525 \times 10^{-6} \text{ kg} = 5 / 25 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

۵-۵- واحدهای جرم در سیستم‌های دیگر اندازه‌گیری:

- واحد جرم اتمی: برابر است با $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن (C^{12}) رابطه بین واحد جرم اتمی و کیلوگرم چنین است.

$$1U = 1/6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

- واحد جرم در سیستم انگلیسی:

$$1 \text{ slug} = 14/59 \text{ kg} \Leftrightarrow 1 \text{ kg} = \frac{1}{14/59} \text{ اسلاگ}$$

$$1 \text{ oz} = 28/35 \text{ g} \Leftrightarrow 1 \text{ g} = \frac{1}{28/35} \text{ اُنس}$$

$$1 \text{ Lb} = 0/454 \text{ kg} \Leftrightarrow 1 \text{ kg} = \frac{1}{0/454} \text{ پوند}$$

$$1 \text{ Lb} = 454 \text{ g} \Leftrightarrow 1 \text{ g} = \frac{1}{454} \text{ پوند}$$

$$1 \text{ carat} = 2 \times 10^{-4} \text{ kg} \Leftrightarrow 1 \text{ kg} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^4 \text{ قیراط}$$

$$1 \text{ carat} = 0/2 \text{ g} \Leftrightarrow 1 \text{ gr} = \frac{1}{0/2} = 5 \text{ قیراط}$$

$$1 \text{ (cwt)} = 50/80 \text{ kg} \Leftrightarrow 1 \text{ kg} = \frac{1}{50/80} \text{ (cwt)}$$

$$1 \text{ t کوچک} = 2000 \text{ Lb} \Leftrightarrow 1 \text{ Lb} = \frac{1}{2000} \text{ t کوچک}$$

$$1 \text{ t کوچک} = 907/184 \text{ kg} \Leftrightarrow 1 \text{ kg} = \frac{1}{907/184} \text{ t کوچک}$$

$$\text{۱ تن بزرگ} = ۱۰۱۶/۰۵ \text{ kg} \Leftrightarrow ۱ \text{ kg} = \frac{۱}{۱۰۱۶/۰۵} \text{ t}$$

تذکر: واحدهای انس (oz) ، پوند (Lb) ، قیراط (carat) ، cwt ، تن کوچک و تن بزرگ برای وزن به کار می‌روند و واحد جرم نیستند. مثلاً وقتی نوشته می‌شود $۱ \text{ Lb} = ۰/۴۵۴ \text{ kg}$ است یعنی در شرایط متعارف جاذبه زمین $۰/۴۵۴$ کیلوگرم، یک پوند وزن دارد یا زمانی که نوشته می‌شود $۲ \times ۱۰^{-۴} \text{ kg} = ۱ \text{ قیراط}$ یعنی در شرایط متعارف جاذبه زمین ۲×۱۰^{-۴} کیلوگرم، یک قیراط وزن دارد.

نکته: برای تبدیل واحدهای جرم در سیستم انگلیسی به یکدیگر باید ابتدا معادل آنها را بر حسب کیلوگرم یا گرم به دست آوریم و سپس تبدیل آنها را انجام دهیم. مثلاً برای تبدیل پوند به انس، ابتدا مقدار هر کدام را بر حسب گرم به دست می‌آوریم.

$$۱ \text{ Lb} = ۴۵۴ \text{ g}$$

$$۱ \text{ oz} = ۲۸/۳۵ \text{ g}$$

بنابراین برای به دست آوردن رابطه تبدیل انس به پوند کافی است مقدار معادل پوند بر حسب گرم را به مقدار معادل انس بر حسب گرم تبدیل کنیم. یعنی:

$$\frac{۱ \text{ Lb}}{۱ \text{ oz}} = \frac{۴۵۴}{۲۸/۳۵} \Rightarrow \frac{۱ \text{ Lb}}{۱ \text{ oz}} = \frac{۱۶}{۱}$$

$$\text{طرفین وسطین انجام می‌دهیم} \longrightarrow ۱ \text{ Lb} \times ۱ = ۱ \text{ oz} \times ۱۶ \Rightarrow \boxed{۱ \text{ Lb} = ۱۶ \text{ oz}}$$

به همین ترتیب برای تبدیل انس به پوند داریم:

$$\frac{۱ \text{ oz}}{۱ \text{ Lb}} = \frac{۲۸/۳۵}{۴۵۴} \Rightarrow \frac{۱ \text{ oz}}{۱ \text{ Lb}} = \frac{۱}{۱۶}$$

$$\text{طرفین و وسطین انجام می‌دهیم} \longrightarrow ۱ \text{ oz} \times ۱۶ = ۱ \times ۱ \text{ Lb} \Rightarrow \boxed{۱ \text{ oz} = \frac{۱}{۱۶} \text{ Lb}}$$

برای تبدیل cwt به قیراط داریم:

$$\left. \begin{aligned} ۱ \text{ cwt} &= ۵۰/۸۰ \text{ kg} \\ ۱ &= ۲ \times ۱۰^{-۴} \text{ kg} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{۱ \text{ cwt}}{۱} = \frac{۵۰/۸۰}{۲ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۰۱/۶ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow ۱ \text{ cwt} = ۱۰۱/۶ \times ۱۰^{-۴} \text{ قیراط}$$

<p>مثال: ۵/۵ اسلاگ چند کیلوگرم است؟ حل:</p> $۵/۵ \text{ اسلاگ} = ? \text{ kg}$ $۵/۵ (۱ \times ۱۴ / ۵۹ \text{ kg}) = ۸۰ / ۲۴۵ \text{ kg}$	<p>تمرین: ۴/۷۵ اسلاگ چند کیلوگرم است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۹۶ کیلوگرم چند اسلاگ است؟ حل:</p> $۹۶ \text{ kg} = ? \text{ اسلاگ}$ $۹۶ \times \left(\frac{۱}{۱۴ / ۵۹} \text{ اسلاگ} \right)$ $۹۶ \times \frac{۱}{۱۴ / ۵۹} = ۶ / ۵۸ \text{ اسلاگ}$	<p>تمرین: ۹۸/۵ کیلوگرم چند اسلاگ است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۵۰ انس چند گرم است؟ حل:</p> $۵۰ \text{ oz} = ? \text{ g}$ $۵۰ \times (۲۸ / ۳۵ \text{ g})$ $۵۰ \times ۲۸ / ۳۵ = ۱۴۱۷ / ۵ \text{ g}$	<p>تمرین: ۶۵ انس چند گرم است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۴۵۶ گرم چند انس است؟ حل:</p> $۴۵۶ \text{ g} = ? \text{ oz}$ $۴۵۶ \times \left(\frac{۱}{۲۸ / ۳۵} \text{ oz} \right)$ $۴۵۶ \times \frac{۱}{۲۸ / ۳۵} = ۱۶ / ۰۸ \text{ انس}$	<p>تمرین: ۱۴۵۶ گرم چند انس است؟ حل:</p>
<p>مثال: ۱۲/۵ پوند چند کیلوگرم است؟ حل:</p> $۱۲ / ۵ \text{ Lb} = ? \text{ kg}$ $۱۲ / ۵ \times (۱ \text{ Lb})$ $۱۲ / ۵ \times ۰ / ۴۵۴ \text{ kg}$ $۱۲ / ۵ \times ۰ / ۴۵۴ = ۵ / ۶۷۵ \text{ kg}$	<p>تمرین: ۱۴/۵ پوند چند کیلوگرم است؟ حل:</p>

<p>مثال: ۱۰/۷۵ کیلوگرم چند پوند است؟</p> <p>حل:</p> $۱۰/۷۵ \text{ kg} = ? \text{ Lb}$ $۱۰/۷۵ \times \frac{۱}{۰/۴۵۴} \text{ Lb}$ $۱۰/۷۵ \times \frac{۱}{۰/۴۵۴} = ۲۳/۶۸ \text{ Lb}$	<p>تمرین: ۱۸/۲۵ کیلوگرم چند پوند است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۱۲۶ پوند چند گرم است؟</p> <p>حل:</p> $۱۲۶ \text{ Lb} = ? \text{ g}$ $۱۲۶ \times (۴۵۴ \text{ g}) =$ $۱۲۶ \times ۴۵۴ = ۲۷۲۰۴ \text{ g}$	<p>تمرین: ۱۴۸ پوند چند گرم است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۱۷۵۶ گرم چند پوند است؟</p> <p>حل:</p> $۱۷۵۶ \text{ g} = ? \text{ Lb}$ $۱۷۵۶ \times (۱ \text{ g})$ $۱۷۵۶ \times \frac{۱}{۴۵۴} \text{ Lb}$ $۱۷۵۶ \times \frac{۱}{۴۵۴} = ۳/۸۸ \text{ Lb}$	<p>تمرین: ۲۶۵۰ گرم چند پوند است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۱۲ قیراط چند کیلوگرم است؟</p> <p>حل:</p> $۱۲ \text{ قیراط} = ? \text{ kg}$ $۱۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۴} \text{ kg}$ $۱۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۴} = ۲۴ \times ۱۰^{-۴} \text{ kg}$	<p>تمرین: ۱۳/۵ قیراط چند کیلوگرم است؟</p> <p>حل:</p>

<p>تمرین: ۰/۰۰۰۰۶ کیلوگرم چند قیراط است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۶۰۰۰۰ کیلوگرم چند قیراط است؟ حل:</p> <p>قیراط = ? kg = ۶۰۰۰۰</p> <p>$۶۰۰۰۰ \times (1\text{kg})$</p> <p>$۶۰۰۰۰ \times \frac{1}{۲ \times 10^{-۴}}$</p> <p>قیراط $۶۰۰۰۰ \times ۲ \times 10^{+۴} = ۱۲ \times 10^8$</p>
<p>تمرین: ۵۰۰ گرم چند قیراط است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۲۰ قیراط چند گرم است؟ حل:</p> <p>g = ? قیراط = ۲۰</p> <p>$۲۰ \times ۵ / ۲\text{g}$</p> <p>$۲۰ \times ۵ / ۲ = ۴\text{g}$</p>
<p>تمرین: ۲۲/۵ قیراط چند گرم است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۶۰۰ گرم چند قیراط است؟ حل:</p> <p>قیراط = ? g = ۶۰۰</p> <p>قیراط ۶۰۰×۵</p> <p>قیراط $۶۰۰ \times ۵ = ۳۰۰۰$</p>
<p>تمرین: ۱۵۰۰ کیلوگرم چند cwt است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۱۲ cwt چند کیلوگرم است؟ حل:</p> <p>kg = ? cwt = ۱۲</p> <p>$۱۲ \times (۵۰ / ۸۰\text{kg})$</p> <p>$۱۲ \times ۵۰ / ۸۰ = ۶۰۹ / ۶\text{kg}$</p>

<p>تمرین: ۲۷/۵ cwt چند کیلوگرم است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۲۲۰۰ کیلوگرم چند cwt است؟ حل:</p> $۲۲۰۰ \text{ kg} = ? \text{ cwt}$ $۲۲۰۰ \times \left(\frac{1}{۵۰/۸۰} \text{ cwt} \right)$ $۲۲۰۰ \times \frac{1}{۵۰/۸۰} = ۴۳/۳۱ \text{ cwt}$
<p>تمرین: ۹/۲۵ تن کوچک چند پوند است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۵ تن کوچک چند پوند است؟ حل:</p> $۵ \text{ t} = ? \text{ Lb}$ $۵ \times (1\text{t})$ $۵ \times (۲۰۰۰ \text{ Lb})$ $۵ \times ۲۰۰۰ = ۱۰۰۰۰ \text{ Lb}$
<p>تمرین: ۳۵۰۰ پوند چند تن کوچک است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۲۵۰۰ پوند چند تن کوچک است؟ حل:</p> $۲۵۰۰ \text{ Lb} = ? \text{ t}$ $۲۵۰۰ (1 \times \text{Lb})$ $۲۵۰۰ \times \frac{1}{۲۰۰۰} \text{ t}$ $۲۵۰۰ \times \frac{1}{۲۰۰۰} = 1/۲۵ \text{ t}$
<p>تمرین: ۱۱/۵ تن کوچک چند کیلوگرم است؟ حل:</p>	<p>مثال: ۱۶/۵ تن کوچک چند کیلوگرم است؟ حل:</p> $۱۶/۵ \text{ t} = ? \text{ kg}$ $۱۶/۵ (۹۰۷/۱۸۴ \text{ kg})$ $۱۶/۵ \times ۹۰۷/۱۸۴ = ۱۴۹۶۸/۵۳۶ \text{ kg}$

<p>مثال: ۱۴۵۶۱ کیلوگرم چند تن کوچک است؟</p> <p>حل:</p> $۱۴۵۶۱ \text{ kg} = ? \text{ t}$ $۱۴۵۶۱ \times \left(\frac{۱}{۹۰۷/۱۸۴} \text{ t} \right)$ $۱۴۵۶۱ \times \frac{۱}{۹۰۷/۱۸۴} = ۱۶ \text{ t}$	<p>تمرین: ۴۵۶۶۰ کیلوگرم چند تن کوچک است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۷/۵ تن بزرگ چند کیلوگرم است؟</p> <p>حل:</p> $۷/۵ \text{ t} = ? \text{ kg}$ $۷/۵ \times (۱۰۱۶/۰۵ \text{ kg}) =$ $۷/۵ \times ۱۰۱۶/۰۵ = ۷۶۲۰/۳۷۵ \text{ t}$	<p>تمرین: ۲۹۵۰ کیلوگرم چند تن بزرگ است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۶۵۵۰۰ کیلوگرم چند تن بزرگ است؟</p> <p>حل:</p> $۶۵۵۰۰ \text{ kg} = ? \text{ t}$ $۶۵۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۱۶/۰۵} \text{ t} \right)$ $۶۵۵۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۱۶/۰۵} = ۶۴/۴۷ \text{ t}$	<p>تمرین: ۳/۲۷۵ تن بزرگ چند کیلوگرم است؟</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۷/۵ پوند چند انس (oz) است؟</p> <p>حل:</p> $۷/۵ \text{ Lb} = ? \text{ oz}$ $۷/۵ (۱۶ \text{ oz})$ $۷/۵ \times ۱۶ = ۱۲۰ \text{ oz}$	<p>تمرین: ۶۹۵۰۰ کیلوگرم چند تن بزرگ است؟</p> <p>حل:</p>

<p>مثال: ۱۸۰ انس (OZ) چند پوند است؟</p> <p>حل:</p> $180 \text{ OZ} = ? \text{ Lb}$ $180 \times \left(\frac{1}{16} \text{ Lb}\right)$ $180 \times \frac{1}{16} = 11/25 \text{ Lb}$	<p>تمرین: ۱۲۰۰ انس (OZ) چند پوند است؟</p> <p>حل:</p>
---	--

۶-۵- تعریف چگالی (جرم حجمی یا جرم مخصوص):

جرم واحد حجم یک جسم را چگالی، جرم حجمی یا جرم مخصوص می‌نامند. چگالی را معمولاً با حرف یونانی ρ نشان می‌دهند.

رابطه چگالی با جرم و حجم یک جسم به صورت زیر است:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}} \Rightarrow \text{جرم} = \text{چگالی} \times \text{حجم}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \begin{cases} \rho = & \text{چگالی} \\ m = & \text{جرم} \\ V = & \text{حجم} \end{cases}$$

۷-۵- واحد چگالی در سیستم SI:

با توجه به اینکه در سیستم SI واحد جرم، کیلوگرم (kg) و واحد حجم متر مکعب (m^3) است و چگالی از تقسیم جرم بر حجم جسم به دست می‌آید. بنابراین واحد چگالی برابر است با حاصل تقسیم کیلوگرم بر متر مکعب. بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{واحد چگالی} = \frac{\text{واحد جرم}}{\text{واحد حجم}} \Rightarrow$$

$$\text{واحد چگالی} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{واحد چگالی} = \text{kg} / \text{m}^3$$

به عنوان مثال چگالی آلومینیم جامد $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ۲۷۰۰ است. یعنی جرم یک متر مکعب آلومینیم جامد برابر ۲۷۰۰ کیلوگرم است.

واحد دیگر چگالی در سیستم SI، $\frac{\text{گرم}}{\text{سانتی متر مکعب}}$ یا $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است. مثلاً جرم حجمی آلومینیم جامد ۲/۷ گرم بر سانتی متر مکعب است. یعنی هر سانتی متر مکعب آلومینیم ۲/۷ گرم جرم دارد.

- برای تبدیل واحد $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ به $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ خواهیم داشت:

$$1\text{kg} = 1000\text{gr}$$

$$1\text{m}^3 = 1000000\text{cm}^3$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1\text{kg}}{1\text{m}^3} = \frac{1000\text{gr}}{1000000\text{cm}^3} = \frac{1\text{gr}}{1000\text{cm}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{بنابراین:} \quad 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 1000 \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{او برعکس.}$$

- واحد دیگر جرم حجمی $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ است که برای تبدیل آن به $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ خواهیم داشت:

$$1\text{kg} = 1000\text{gr}$$

$$1\text{dm}^3 = 1000\text{cm}^3$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \frac{1000\text{gr}}{1000\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

به عنوان مثال چگالی آهن جامد $۷۸ \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است که بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ به صورت زیر خواهد بود.

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$۷ / ۸ \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = ۷ / ۸ (1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}) = ۷ / ۸ (1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}) = ۷ / ۸ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

از طرف دیگر برای تبدیل واحد $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ به $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ خواهیم داشت:

$$1 \text{m}^3 = 1000 \text{dm}^3$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1 \text{kg}}{1000 \text{dm}^3}$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \Leftrightarrow 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

به عنوان مثال چگالی آهن جامد $۷۸۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است که بر حسب کیلوگرم بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ (به صورت زیر) خواهد بود.

$$۷۸۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = ۷۸۰۰ \times (1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

$$= ۷۸۰۰ \times (\frac{1}{1000} \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3})$$

$$\frac{۷۸۰۰ \text{kg}}{1000} \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7.8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

در مورد مایعات حجم بر حسب لیتر (lit) بیان می شود. در این صورت واحد چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{lit}}$ می باشد. مثلاً چگالی نفت $0.8 \frac{\text{kg}}{\text{lit}}$ و چگالی آب خالص $1 \frac{\text{kg}}{\text{lit}}$ است.

با توجه به اینکه هر متر مکعب هزار لیتر است. خواهیم داشت:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ lit}$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{1000 \text{ lit}}$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{kg}}{\text{lit}} \Leftrightarrow 1 \frac{\text{kg}}{\text{lit}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

<p>تمرین: چگالی جسمی $5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است. در صورتی که جرم آن ۲۰ گرم باشد. حجم آن چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم جسمی ۱۰۰ گرم و حجم آن ۲۵ سانتی متر مکعب است. چگالی آن چقدر است؟</p> <p>حل:</p> $r = \frac{m}{V}$ $r = \frac{100 \text{ gr}}{25 \text{ cm}^3} = \frac{100}{25} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 4 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$
<p>تمرین: چگالی جسمی $4.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است. در صورتی که حجم آن 8 m^3 باشد. جرم آن چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم جسمی ۱۰۰ کیلوگرم و حجم آن ۴۰ متر مکعب است. چگالی آن چقدر است؟</p> <p>حل:</p> $V = 40 \text{ m}^3$ $m = 100 \text{ kg}$

	$r = \frac{m}{V}$ $r = \frac{100 \text{ kg}}{40 \text{ m}^3} = \frac{100}{4} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
<p>تمرین : $85 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ چند $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال $15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ چند $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ $15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 15 \times (1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ $= 15 \times (\frac{1}{1000} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3})$ $= \frac{15}{1000} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 0.015 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$
<p>تمرین : $25/8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال $20 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $20 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 20 \times (1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3})$ $= 20 \times (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ $= 20000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
<p>تمرین : $47/8$ گرم بر دسی متر مکعب چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال : $15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ چند گرم بر دسی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

	$15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 15 \times (1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ $= 15 \times (1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3})$ $= 15 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$
<p>تمرین: ۵ / ۵۷ کیلوگرم بر دسی متر مکعب چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: $38 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ چند کیلوگرم بر دسی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ $38 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 38 \times (1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3})$ $= 38 \times (1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3})$ $= 38 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$
<p>تمرین: ۸ / ۱۰ کیلوگرم بر متر مکعب چند کیلوگرم بر دسی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال ۲۵: کیلوگرم بر متر مکعب چند کیلوگرم بر دسی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ $25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 25 \times 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $= 25 \times \frac{1}{1000} \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ $= 0.025 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

<p>تمرین: ۱/۲ کیلوگرم بر دسی متر مکعب چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۰/۱۳ کیلوگرم بر دسی متر مکعب چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $0/13 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 0/13 \times 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ $= 0/13 \times (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ $= 130 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
<p>تمرین: چگالی مایعی ۲۳۰ کیلوگرم بر متر مکعب است. چگالی آن بر حسب کیلوگرم چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: چگالی مایعی ۵ کیلوگرم بر لیتر است. مقدار آن بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب چقدر است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{kg}}{\text{lit}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $5 \frac{\text{kg}}{\text{lit}} = 5 \times 1 \frac{\text{kg}}{\text{lit}}$ $= 5 \times 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $= 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
<p>تمرین: ۱۸ کیلوگرم بر دسی متر مکعب چند تن بر متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۵ تن بر متر مکعب چند کیلوگرم بر دسی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ $5 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 5 \times 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$ $= 5 \times 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

<p>مثال: ۱۲ تن بر متر مکعب چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{t}{m^3} = 1 \frac{gr}{cm^3}$ $12 \frac{t}{m^3} = 12 \times \frac{t}{m^3}$ $= 12 \times 1 \frac{gr}{cm^3} = 12 \frac{gr}{cm^3}$	<p>تمرین: ۸ / ۷ گرم بر سانتی متر مکعب چند تن بر متر مکعب است؟</p> <p>حل:</p>
--	--

<p>مثال: چگالی آب $\frac{kg}{lit}$ است. چگالی آب بر حسب $\frac{kg}{m^3}$ چقدر است؟</p> <p>حل:</p> $چگالی آب = 1 \frac{kg}{lit} = 1 \left(1 \frac{kg}{lit} \right) = 1 \times (1000 \frac{kg}{m^3}) = 1000 \frac{kg}{m^3}$	<p>مثال: چگالی آب $\frac{kg}{lit}$ است. چگالی آب بر حسب $\frac{kg}{m^3}$ چقدر است؟</p> <p>حل:</p> $1t = 1000kg$ $1kg = 1000g \Rightarrow 1t = 1000000g$ $1m^3 = 1000dm^3$ $1m^3 = 1000000cm^3$ $1 \frac{t}{m^3} = 1 \frac{1000kg}{1000dm^3} = 1 \frac{kg}{dm^3}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $1 \frac{t}{m^3} = 1 \frac{kg}{dm^3}$ </div> $1 \frac{t}{m^3} = 1 \frac{1000000gr}{1000000cm^3} = 1 \frac{gr}{cm^3}$
--	--

واحد دیگر جرم حجمی یا چگالی تن بر متر مکعب ($\frac{t}{m^3}$) است که روابط تبدیل آن به $\frac{kg}{dm^3}$ و $\frac{gr}{cm^3}$ به صورت زیر است:

$$1 \frac{t}{m^3} = 1 \frac{gr}{cm^3}$$

۸-۵- رابطه ریاضی بین جرم، حجم و چگالی:

با توجه به اینکه چگالی، جرم موجود در واحد حجم جسم می‌باشد. در صورتی که جرم جسم برابر m بر حسب گرم و حجم آن برابر V بر حسب cm^3 باشد می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{cc} \text{جرم} & \text{حجم} \\ m(g) & V(cm^3) \\ r & 1cm^3 \end{array} \Rightarrow r \times V = m \times 1$$

$$\Rightarrow m = r \cdot V$$

$$r = \frac{m}{V}$$

- چگالی نسبی:

نسبت چگالی یک جسم به چگالی جسم دیگر را چگالی نسبی می‌گویند. به عنوان مثال چگالی جامدات و مایعات را با آب خالص ۴ درجه سانتی‌گراد مقایسه می‌کنند.

به عنوان مثال چگالی فولاد نسبت به آب $7/8$ است. یعنی جرم یک سانتی‌متر مکعب فولاد $7/8$ برابر جرم یک سانتی‌متر مکعب آب است. به عبارت دیگر فولاد $7/8$ برابر نسبت به آب چگال‌تر است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{چگالی نسبی فولاد} = \frac{\text{چگالی فولاد}}{\text{چگالی آب}} = \frac{7/8 \frac{gr}{cm^3}}{1 \frac{gr}{cm^3}} = 7/8 \text{ بدون واحد}$$

بنابراین چگالی یک جسم نسبت به آب عددی است که با چگالی آن برابر است. در صورتی که حجم جسم و آب یکسان باشد خواهیم داشت:

$$r = \frac{m}{V} \text{ (چگالی جسم)}$$

$$r' = \frac{m'}{V} \text{ (چگالی آب)}$$

$$d = \frac{\rho_{\text{چگالی جسم}}}{\rho'_{\text{چگالی آب}}} = \frac{\frac{m}{V}}{\frac{m'}{V}} = \frac{mV}{m'V} = \frac{m}{m'} \frac{\text{جرم جسم}}{\text{جرم آب هم حجم جسم}}$$

$$d = \frac{r}{r'} = \frac{m}{m'}$$

$$r' = 1 \frac{g}{cm^3} \text{ آب}$$

$$d = \frac{r}{1} = \frac{m}{m'}$$

$$d = r = \frac{m}{m'} \text{ بدون واحد.}$$

تمرین: در صورتی که چگالی نسبی آلومینیم به آب ۲/۷ و جرم آلومینیم ۲۰۰ گرم باشد. جرم آب چقدر است؟
حل:

مثال: در صورتی که چگالی نسبی فولاد به آب ۷/۸ و جرم آب ۵۰ گرم باشد. جرم فولاد چقدر است؟

$$m' = 50 \text{ gr آب}$$

$$\frac{r}{r'} = 7/8 \text{ فولاد آب}$$

$$m = ? \text{ فولاد}$$

حل :

$$\frac{r}{r'} = \frac{m}{m'} \Rightarrow \frac{7/8}{1} = \frac{m}{50} \Rightarrow 1 \times m = 7/8 \times 50$$

$$m = 375 \text{ gr}$$

تمرین: جرم شمش آلومینیم با مقطع مربعی به ضلع ۳۵ میلی‌متر و طول ۱۱۵ میلی‌متر را به دست آورید.
($r = 2/7 \frac{kg}{dm^3}$)
حل:

مثال: جرم شمش فولادی با مقطع مربعی به ضلع ۴۵ میلی‌متر و طول ۱۲۵ میلی‌متر را به دست آورید.
($r = 7/8 \frac{kg}{dm^3}$)

حل:

$$V = A \times h$$

$$V = (45 \text{ mm})^2 \times 125 \text{ mm}$$

$$V = 45 \times 45 \times 125$$

$$V = ۲۵۳۱۲۵ \text{ mm}^۳$$

$$V = ۲۵۳۱۲۵ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰۰۰۰} \text{ dm}^۳ \right)$$

$$V = ۰/۲۵۳۱۲۵ \text{ dm}^۳$$

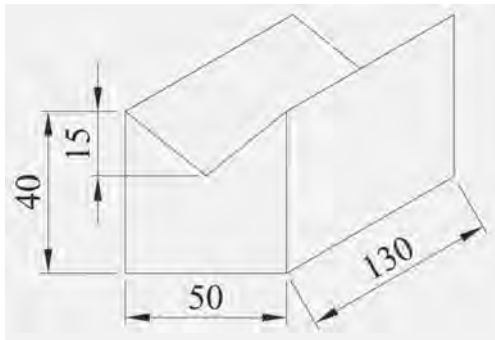
$$m = r \times V$$

$$m = ۷/۸۵ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^۳} \times ۰/۲۵۳۱۲۵ \text{ dm}^۳$$

$$m = ۷/۸۵ \times ۰/۲۵۳۱۲۵$$

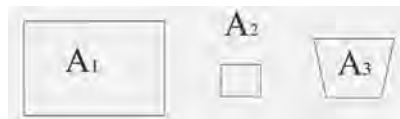
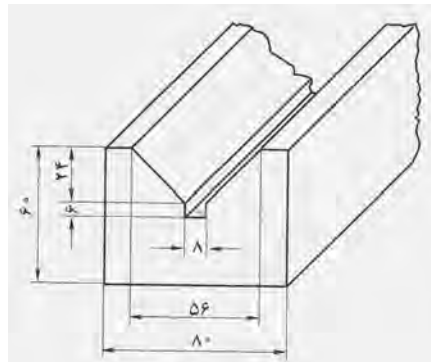
$$m = ۱/۹۸۷ \text{ kg}$$

تمرین: جرم منشوری از مس به طول ۱۴۰ میلی‌متر
با سطح مقطعی مطابق شکل بر حسب کیلوگرم حساب
کنید ($r = ۸/۹ \text{ kg/dm}^۳$)



حل:

مثال: جرم منشوری از فولاد به طول ۱۳۰ میلی‌متر
با سطح مقطعی مطابق شکل بر حسب کیلوگرم حساب
کنید. ($r = ۷/۸۵ \text{ kg/dm}^۳$)



$$m = r \times V$$

$$V = A \times h$$

$$A = A_1 - A_2 - A_3$$

$$A_1 = L \times b$$

$$A_1 = ۸۰ \times ۶۰ \Rightarrow A_1 = ۴۸۰۰ \text{ mm}^۲$$

	$A_p = L_1 \times b_1$ $A_p = 8 \times 6 \Rightarrow A_p = 48 \text{ mm}^2$ $A_p = \frac{L_p + L_s}{2} \times b_p$ $A_p = \frac{56 + 8}{2} \times 24$ $A_p = 32 \times 24 \Rightarrow A_p = 768 \text{ mm}^2$ $A = A_1 - A_p - A_s$ $A = 4800 - 48 - 768$ $A = 3984 \text{ mm}^2$ $V = A \times h$ $V = 3984 \times 130$ $V = 517920 \text{ mm}^3$ <p>با توجه به واحد چگالی باید حجم بر حسب dm^3 محاسبه شود.</p> $V = 517920 \times \left(\frac{1}{1000000} \right) \text{ dm}^3$ $V = 0.51792 \text{ dm}^3$ $m = r \times V$ $m = 7.85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0.51792 \text{ dm}^3$ $m = 7.85 \times 0.51792$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $m = 4.07 \text{ kg}$ </div>
<p>تمرین: جرم ورق آلومینیمی به ابعاد $1800 \times 3500 \times 4 \text{ mm}$ را بر حسب کیلوگرم حساب کنید. ($r = 2.7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$)</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم ورق آلومینیمی به ابعاد $1500 \times 3000 \times 2 \text{ mm}$ را بر حسب کیلوگرم حساب کنید. ($r = 2.7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$)</p> <p>حل:</p>

	$m = r \times V$ $V = A \times h$ $V = 1500 \times 3000 \times 2 \text{ mm}$ $V = 9000000 \text{ mm}^3$ <p>با توجه به واحد چگالی لازم است که حجم بر حسب dm^3 محاسبه شود.</p> $V = 9000000 \text{ mm}^3$ $V = 9000000 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 \right)$ $V = 9 \text{ dm}^3$ $m = r \times V$ $m = 2 / 7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 9 \text{ dm}^3 \text{ ضلع}$ $m = 2 / 7 \times 9$ $m = 24 / 7 \text{ kg}$
<p>تمرین: جرم ورق به ابعاد $54 \times 1900 \times 800$ میلی‌متر را بر حسب کیلوگرم حساب کنید. میلی‌متر برابر ۱۶ کیلوگرم است چگالی آن را به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم ورق مسی به ابعاد $9 \times 1400 \times 1200$ میلی‌متر را بر حسب کیلوگرم حساب کنید.</p> $(r = 8 / 9 \text{ kg} / \text{dm}^3)$ <p>حل:</p> $m = r \times V$ $V = A \times h$ $V = 9 \times 1400 \times 1200 \text{ mm}$ $V = 9 \times 1400 \times 1200$ $V = 15120000 \text{ mm}^3$ <p>چون جرم بر حسب kg خواسته شده است. بنابراین لازم است که حجم بر حسب dm^3 محاسبه شود.</p> $V = 15120000 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 \right)$

$$V = 1512000 \times \frac{1}{1000000}$$

$$V = 1/512 \text{ dm}^3$$

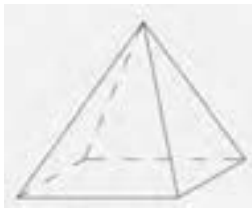
$$m = r \times V$$

$$m = 8/9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 1/512 \text{ dm}^3$$

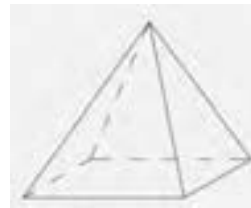
$$m = 8/9 \times 1/512$$

$$m = 13/4568 \text{ kg}$$

تمرین: جرم هرمی از جنس آلومینیم با سطح قاعده مربع و به ضلع ۷۵ میلی‌متر و ارتفاع ۹۰ میلی‌متر را بر حسب kg را به دست آورید. ($r = 2/7 \text{ kg/dm}^3$)
حل:



مثال: جرم هرمی از جنس آلومینیم با سطح قاعده مربع و به ضلع ۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۸۵ میلی‌متر را بر حسب kg به دست آورید. ($r = 2/7 \text{ kg/dm}^3$)
حل:



$$m = r \cdot V$$

$$V = \frac{A \times h}{3}$$



$$A = L^2$$

$$V = \frac{L^2 \times h}{3}$$

$$V = \frac{(60)^2 \times 85}{3}$$

$$V = 102000 \text{ mm}^3$$

با توجه به واحد چگالی لازم است که حجم بر حسب dm^3 محاسبه شود.

	$V = 102000 \text{ mm}^3$ $V = 102000 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 \right)$ $V = 0.102 \text{ dm}^3$ $m = r \cdot V$ $m = 2 / 7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0.102 \text{ dm}^3$ $m = 2 / 7 \times 0.102$ $m = 0.2745 \text{ kg}$
<p>تمرین: جرم مخروط ناقص مطابق شکل را به دست آورید. $h=150$ ($r = 2 / 7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$)</p>  <p style="text-align: right;">حل:</p>	<p>مثال: جرم مخروط ناقص مطابق شکل را به دست آورید. $h=130$ ($r = 7 / 85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$)</p>  <p style="text-align: right;">حل:</p> $m = r \cdot V$ $V = \frac{\pi \times h}{12} (D^2 + d^2 + D \times d)$ $V = \frac{3 / 14 \times 130}{12} \left((125)^2 + (65)^2 + 125 \times 65 \right)$ $V = \frac{3 / 14 \times 130}{12} \times (15625 + 4225 + 8125)$ $V = \frac{3 / 14 \times 130 \times 27975}{12}$ $V = \frac{11419395}{12}$

	$V = \frac{11419395}{12}$ $V = 951616 / 25 \text{ mm}^3$ <p>واحد mm^3 را به dm^3 تبدیل می‌کنیم.</p> $V = 951616 / 25 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 \right)$ $V = 951616 / 25 \times \frac{1}{1000000}$ $V = 0 / 95161625 \text{ dm}^3$ $m = r \cdot V$ $m = 7 / 85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0 / 95161625 \text{ dm}^3$ $m = 7 / 85 \times 0 / 95161625 \text{ kg}$ $m = 7 / 47 \text{ kg}$
<p>تمرین: جرم ۳۵۰۰ عدد ساچمه فولادی با قطر ۴ میلی‌متر را بر حسب kg به دست آورید.</p> $(r = 7 / 85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3})$ <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم ۲۰۰۰ عدد ساچمه فولادی با قطر ۳ میلی‌متر را بر حسب kg به دست آورید.</p> $(r = 7 / 85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3})$ <p>حل:</p> $m = r \cdot V$ $V = \frac{p \times d^3}{6}$ $V = \frac{3 / 14 \times (3)^3}{6}$ $V = \frac{84 / 78}{6} \Rightarrow V = 14 / 13 \text{ mm}^3$ <p>واحد mm^3 را به dm^3 تبدیل می‌کنیم.</p> $V = 14 / 13 \text{ mm}^3$ $V = 14 / 13 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 \right)$

	$V = 0.00001413 \text{ dm}^3$ $m = r \cdot V$ $m = 7 / 85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0.00001413 \text{ dm}^3$ $m = 7 / 85 \times 0.00001413$ $m = 1 / 109205 \times 10^{-4} \text{ kg} \quad \text{جرم یک ساچمه}$ $m = 2000 \times 1 / 109205 \times 10^{-4} \text{ kg}$ $m = 0.221841 \text{ kg} \quad \text{جرم ۲۰۰۰ ساچمه}$
<p>تمرین: جرم قطعه کروی با چگالی 0.24 kg/dm^3 برابر ۱۲۰ کیلوگرم است قطر کره چقدر است؟ ($p = 3$) حل:</p>	<p>مثال: جرم قطعه کره‌ای با قطر $4/5$ متر از جنس پلی استیرول با جرم مخصوص حساب کنید. $r = 0.24 \text{ kg/dm}^3$ حل:</p> $m = r \cdot V$ $V = \frac{p \times d^3}{6}$ $V = \frac{3/14 \times (4/5)^3}{6}$ $V = \frac{286/1325}{6}$ $V = 47/68875 \text{ m}^3$ <p>واحد m^3 را به dm^3 تبدیل می‌کنیم.</p> $V = 47/68875 \text{ m}^3$ $V = 47/68875 \times (1000 \text{ dm}^3)$ $V = 47688/75 \text{ dm}^3$ $m = r \cdot V$ $m = 0.24 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 47688/75 \text{ dm}^3$

	$m = 0.24 \times 47688 / 75$ $m = 11445 / 3 \text{ kg}$
<p>تمرین: از تسمه فولادی 8×55 میلی‌متر با طول ۱۲۰۰ میلی‌متر قطعاتی با طول‌های ۷۵ میلی‌متر بریده خواهد شد. حساب کنید.</p> <p>الف - جرم هر قطعه را</p> <p>ب - چند قطعه به دست خواهد آمد، اگر شکاف اره ۴ میلی‌متر منظور شود.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: از تسمه فولادی 15×65 میلی‌متر با طول ۱۵۰۰ میلی‌متر قطعاتی با طول‌های ۹۵ میلی‌متر بریده خواهد شد حساب کنید. ($r = 7.85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$)</p> <p>الف - جرم هر قطعه را</p> <p>ب - چند قطعه به دست خواهد آمد، اگر شکاف اره ۳ میلی‌متر منظور شود.</p> <p>$m = r \cdot V$</p> <p>$V = L \times b \times h$</p> <p>$V = 65 \times 15 \times 95 \text{ mm}$</p> <p>$V = 92625 \text{ mm}^3$</p> <p>واحد mm^3 را به dm^3 تبدیل می‌کنیم.</p> <p>$V = 92625 \times (\frac{1}{1000000} \text{ dm}^3)$</p> <p>$V = 0.092625 \text{ dm}^3$</p> <p>$m = r \cdot V$</p> <p>$m = 7.85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0.092625 \text{ dm}^3$</p> <p>$m = 7.85 \times 0.092625$</p> <p>$m = 0.72710625 \text{ kg}$</p> <p>$n = \frac{1500}{95+3} = \frac{1500}{98}$</p> <p>$n = 15/31 \approx 15$ تعداد قطعه</p>

تمرین: قطر سیم مسی ۷/۵ میلی متر است. جرم ۱۸۰ متر از این سیم را بر حسب g و kg حساب کنید.

$$(r = 8/9 \text{ g/cm}^3)$$

حل:

مثال: قطر سیم مسی ۶ میلی متر است. جرم ۱۵۰ متر از این سیم را بر حسب g و kg حساب کنید.

$$(r = 8/9 \text{ g/cm}^3)$$

حل:

واحدها میلی متر و ۱۵۰ متر را به cm تبدیل می کنیم.

$$\begin{cases} d = 6 \text{ mm} \\ d = 6 \times \left(\frac{1}{10} \text{ cm}\right) \\ d = 0.6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} L = 150 \text{ m} \\ L = 150 \times 100 \text{ cm} \\ L = 15000 \text{ cm} \end{cases} \quad \begin{cases} d = 6 \text{ mm} \\ d = 6 \div 10 \\ d = 0.6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$m = r \cdot V$$

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \times L$$

$$V = \frac{3.14 \times (0.6)^2}{4} \times 15000$$

$$V = \frac{3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 15000}{4}$$

$$V = \frac{1695.6}{4}$$

$$V = 423.9 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم سیم مسی}$$

$$m = r \cdot V$$

$$m = 8/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 423.9 \cancel{\text{cm}^3}$$

$$m = 8/9 \times 423.9$$

$$m = 377.2 / 9 \text{ g}$$

گرم را به کیلوگرم تبدیل می کنیم.

$$m = 3772 / 71 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ kg} \right)$$

$$m = 3 / 7727 \text{ kg}$$

سیمای فصل ششم

۶- وزن

۱-۶- تعریف وزن

۱-۱-۶- شدت میدان جاذبه زمین

۲-۶- شتاب ثقل زمین در نقاط مختلف

۳-۶- واحدهای وزن و شتاب ثقل

۱-۳-۶- واحدهای وزن

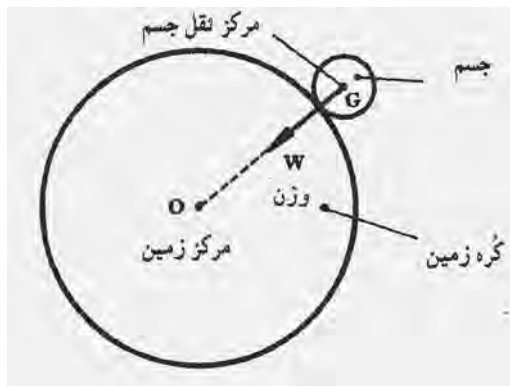
۲-۳-۶- واحدهای شتاب ثقل

۴-۶- رابطه وزن، جرم و شتاب ثقل

۵-۶- رابطه وزن مخصوص و جرم مخصوص

۱-۶- تعریف وزن:

نیرویی که از طرف زمین بر اجسام وارد می‌شود را وزن می‌گویند، نقطه اثر آن مرکز ثقل جسم است و جهت آن به طرف مرکز زمین است (شکل ۱-۶)



شکل ۱-۶- اثر میدان جاذبه زمین بر یک جسم (وزن)

وزن مانند نیرو کمیتی برداری است یعنی علاوه بر اندازه دارای جهت نیز می‌باشد که جهت آن به سمت مرکز زمین می‌باشد. کمیت وزن را با W نمایش می‌دهند.

وزن هر جسم به جرم و شتاب جاذبه در آن نقطه بستگی دارد. بنابراین عوامل موثر در وزن، جرم و شتاب می‌باشند. طبق رابطه زیر:

$$w = mg$$

۱-۳-۶- واحدهای وزن: واحد وزن در سیستم SI، نیوتن نام دارد.

یک نیوتن نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود سبب می‌شود جسم با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ حرکت کند و نیوتن با N نمایش داده می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$1N = 1kg \times 1 \frac{m}{s^2} \Rightarrow 1N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

واحدهای فرعی و بزرگ‌تر از نیوتن عبارتند از: دکانیوتن (daN)، کیلونیوتن (kN) و مگانیوتن (MN) که رابطه آنها با نیوتن به صورت زیر است:

$$1daN = 10N \Leftrightarrow 1N = \frac{1}{10}daN \quad (\text{دکانیوتن})$$

$$1kN = 1000N \Leftrightarrow 1N = \frac{1}{1000}kN = 10^{-3}kN \quad (\text{کیلونیوتن})$$

$$1\text{MN} = 1000000\text{N} \Leftrightarrow 1\text{N} = \frac{1}{1000000}\text{MN} = 10^{-6}\text{MN}$$

برای تبدیل واحدهای فرعی بزرگ‌تر از نیوتن به یکدیگر کافی است که مقادیر آنها را بر حسب نیوتن بر یکدیگر تقسیم کنیم مثلاً برای تبدیل کیلونیوتن به دکانیوتن داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 1\text{kN} = 1000\text{N} \\ 1\text{daN} = 10\text{N} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1\text{kN}}{1\text{daN}} = \frac{1000\text{N}}{10} = 100$$

$$\frac{1\text{kN}}{1\text{daN}} = \frac{100}{1} \quad \text{طرفین و وسطین انجام می‌دهیم}$$

$$1\text{kN} = 100\text{daN} \Leftrightarrow 1\text{daN} = \frac{1}{100}\text{kN}$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

$$1\text{MN} = 10^5\text{daN} \Leftrightarrow 1\text{daN} = 10^{-5}\text{MN}$$

$$1\text{MN} = 10^3\text{kN} \Leftrightarrow 1\text{kN} = 10^{-3}\text{MN}$$

واحد کوچک‌تر از نیوتن که برای وزن اجسام سبک به کار می‌رود دین (dyn) نام دارد. یک دین (dyn) نیرویی است که اگر به جسمی با جرم ۱ گرم وارد شود باعث می‌شود که آن با شتابی برابر یک سانتی‌متر بر مجذور ثانیه (cm/s^2) حرکت کند. به عبارت دیگر:

$$1\text{dyn} = 1\text{gr} \times 1\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$1\text{dyn} = 1\frac{\text{gr.cm}}{\text{s}^2}$$

برای تبدیل نیوتن به دین خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} 1\text{N} &= 1\text{kg} \times 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ 1\text{kg} &= 1000\text{gr} \\ 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= 100\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 1\text{N} = 1000\text{g} \times 100\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \\ 1\text{N} = 100000\text{gr} \times \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \\ 1\text{N} = 100000\text{dyn} \end{cases}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$1\text{N} = 10^5 \text{dan} \Leftrightarrow 1\text{dyn} = 10^{-5} \text{N}$$

- واحد فرعی دیگر وزن که کاربرد کمتری دارد کیلوگرم نیرو (kgf) است که مقدار آن برابر است با:

$$1\text{kgf} = 9/80665\text{N} = 9/8\text{N}$$

$$1\text{kgf} = 9/8\text{N} \Leftrightarrow 1\text{N} = \frac{1}{9/8} \text{kgf}$$

بنابراین یک گرم نیرو برابر یک هزارم کیلوگرم نیرو خواهد بود.

$$1\text{kgf} = 1000\text{gf} \Leftrightarrow 1\text{gf} = \frac{1}{1000} \text{kgf} = 10^{-3} \text{kgf}$$

نکته: کیلو پوند (kp) یکی از واحدهای وزن است که برابر همان کیلوگرم نیرو (kgf) می باشد. بنابراین خواهیم

داشت:

$$1\text{kp} = 1\text{kgf} \Leftrightarrow 1\text{p} = 1\text{gf}$$

به عبارت دیگر در صورتی که شتاب ثقل $10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ فرض شود.

$$1\text{kp} = 9/8\text{N} \approx 10\text{N} = 1\text{daN}$$

$$1\text{kp} = 1\text{dan} \quad , \quad 1\text{N} = \frac{1}{10} \text{kp}$$

واحد وزن در سیستم انگلیسی پوند نیرو (Lbf) است که رابطه آن با نیوتن به صورت زیر است:

$$1\text{Lbf} = 0/4536 \times 9/80665 = 4/448\text{N}$$

$$1\text{Lbf} = 4/448\text{N} \Leftrightarrow 1\text{N} = \frac{1}{4/448} \text{Lbf}$$

<p>تمرین: ۱۵۵۵۰۰ نیوتن را بر حسب کیلونیوتن و مگانیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۳۷۵ نیوتن را بر حسب کیلونیوتن و مگانیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۳۷۵\text{N} = ?\text{kN}$ $۳۷۵ \times (1\text{N}) =$ $۳۷۵ \times \left(\frac{1}{1000}\text{kN}\right)$ $۳۷۵ \times \frac{1}{1000} = 0/۳۷۵\text{kN}$ $۳۷۵\text{N} = ?\text{MN}$ $۳۷۵ \times (1\text{N})$ $۳۷۵ \times \left(\frac{1}{1000000}\text{MN}\right)$ $۳۷۵ \times \frac{1}{1000000} = 0/000۳۷۵\text{MN}$
<p>تمرین: ۰/۰۰۰۶۸ نیوتن را بر حسب کیلونیوتن و مگانیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۲۷۵ مگانیوتن را بر حسب کیلونیوتن و نیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۲۷۵\text{MN} = ?\text{kN}$ $۲۷۵ \times (1\text{MN})$ $۲۷۵ \times (1000\text{kN})$ $۲۷۵ \times 1000 = ۲۷۵000\text{kN}$ $۲۷۵\text{MN} = ?\text{N}$ $۲۷۵ \times (1\text{MN})$ $۲۷۵ \times (1000000\text{N}) = ۲۷۵000000\text{N}$

<p>تمرین: ۰/۴۹۵۶ مگانیوتن را بر حسب کیلونیوتن و نیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p> <p>:</p>	<p>مثال: ۷/۵ کیلونیوتن را بر حسب دین به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۷/۵ \text{ kN} = ? \text{ dyn}$ $۷/۵ \times (1 \text{ kN})$ $۷/۵ \times (1000 \text{ N})$ $۷/۵ \times 1000$ $7500 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$ $7500 \text{ N} = ? \text{ dyn}$ $7500 \times (1 \text{ N})$ $7500 \times (10^5 \text{ dyn}) =$ $7500 \times 10^5 = ۷/۵ \times 10^8 \text{ dyn}$
<p>تمرین: ۱۲۴۶۵۷ دین را بر حسب نیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۹۸۷۶۵ دین را بر حسب نیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$ $۹۸۷۶۵ \text{ dyn} = ? \text{ N}$ $۹۸۷۶۵ \times (1 \text{ dyn})$ $۹۸۷۶۵ \times (10^{-5} \text{ N})$ $۹۸۷۶۵ \times 10^{-5} = ۰/۹۸۷۶۵ \times \text{N}$
<p>تمرین: ۰/۰۰۰۴۹۶ نیوتن را بر حسب دین به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۰/۰۰۳۹۵ نیوتن را بر حسب دین به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۰/۰۰۳۹۵ \text{ N} = ? \text{ dyn}$ $۰/۰۰۳۹۵ \times (1 \text{ N})$ $۰/۰۰۳۹۵ \times (10^5 \text{ dyn})$

$$0.00395 \times 10^5 = 395 \text{ dyn}$$

۲-۳-۶- واحدهای شتاب ثقل:

واحد شتاب ثقل (g) در سیستم SI برابر متر بر مجذور ثانیه است. البته از واحد فرعی cm/s^2 نیز استفاده می‌شود.

$$1 \text{ m/s}^2 = 100 \text{ cm/s}^2 \Leftrightarrow 1 \text{ cm/s}^2 = \frac{1}{100} \text{ m/s}^2$$

بنابراین در مورد شتاب ثقل داریم:

$$9.8 \text{ m/s}^2 = 9.8 (100 \text{ cm/s}^2) = 980 \text{ cm/s}^2$$

$$9.8 \text{ m/s}^2 = 980 \text{ cm/s}^2$$

۴-۶- رابطه وزن، جرم و شتاب ثقل:

هرگاه جسمی تحت نیروی ثابت F از لحاظ مقدار و جهت قرار گیرد، آن جسم با شتابی ثابت حرکت خواهد کرد، که این شتاب برابر است با نسبت نیرو به جرم جسم یا: $a = \frac{F}{m}$

حال اگر نیروی ثابت وزن جسم (w) باشد و جسم فقط تحت تأثیر نیروی وزن قرار گیرد، جسم با شتاب ثقل (g) سقوط خواهد کرد. بنابراین شتاب ثقل برابر خواهد بود با نسبت وزن به جرم جسم:

$$g = \frac{w}{m} \Rightarrow \boxed{w = m \times g}$$

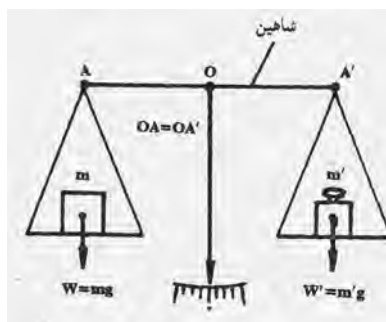
وزن برابر خواهد بود با حاصل ضرب جرم در شتاب ثقل.

با توجه به رابطه وزن و جرم و ثابت در نظر گرفته شدن شتاب ثقل می‌توان گفت که نسبت وزن دو جسم برابر است با نسبت جرم دو جسم:

$$\left. \begin{array}{l} w = m \times g \\ w' = m' \times g \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{w}{w'} = \frac{m \times g}{m' \times g} \Rightarrow \boxed{\frac{w}{w'} = \frac{m}{m'}}$$

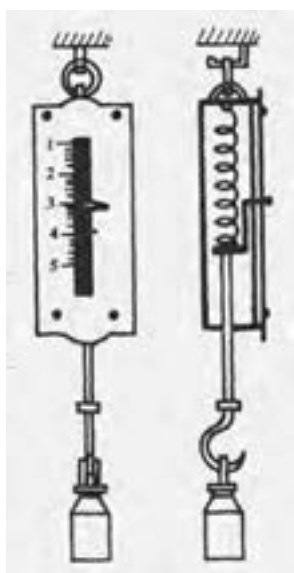
بنابراین جرم جسم را می‌توان از مقایسه وزن جسم با وزن یک وزنه مشخص با استفاده از یک ترازوی شاهین

دار تعیین نمود. (شکل ۶-۲)



شکل ۶-۲- تعیین جرم اجسام توسط ترازوی شاهین دار

برای تعیین وزن جسم از نیروسنج فنری استفاده می‌شود که بر حسب وزن جسم طول فنر آن بر حسب نیروی کششی تغییر می‌کند. (شکل ۶-۳)



شکل ۶-۳- نیروسنج و اندازه‌گیری وزن اجسام (سمت چپ در نما و سمت راست در برش)

۶-۵- رابطه وزن مخصوص و جرم مخصوص:

وزن مخصوص: وزن واحد حجم یک جسم را وزن مخصوص یا وزن حجمی می‌نامند و با حرف D نشان می‌دهند. بنابراین خواهیم داشت:

$$D = \frac{W \text{ (وزن)}}{V \text{ (حجم)}} \quad \text{(وزن مخصوص)}$$

از طرفی داریم:

$$W = m \times g \quad (\text{وزن جسم})$$

$$r = \frac{m}{V} \quad (\text{چگالی جسم})$$

$$m = r \times V$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$D = \frac{W}{V}$$

$$D = \frac{m \times g}{V}$$

$$D = \frac{\rho \times V \times g}{V}$$

$$D = r \cdot g$$

یعنی: وزن حجمی برابر است با حاصل ضرب چگالی (جرم حجمی) در شتاب ثقل.

با توجه به اینکه واحد چگالی (جرم حجمی) برابر $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و واحد شتاب ثقل (g) برابر $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است. واحد D برابر خواهد شد با:

$$D = r \times g \quad \text{واحد}$$

$$D = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{واحد}$$

$$D = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^3} \quad \text{واحد}$$

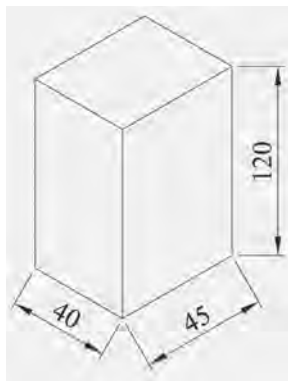
$$D = \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \quad \text{واحد}$$

$$1\text{N} = 1\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین واحد وزن حجمی برابر است با: $\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$

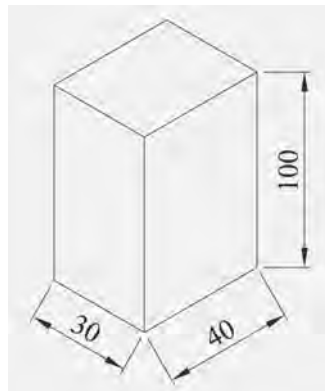
تمرین: شکل زیر ابعاد و چگالی قطعه‌ای از یک نوع برنز را نشان می‌دهد. مطلوب است محاسبه:

الف - جرم جسم بر حسب گرم و کیلوگرم
ب - وزن جسم بر حسب واحدهای N ، dyn و kgf
($r = 11/35 \text{ g/cm}^3$)



مثال: شکل زیر ابعاد و چگالی قطعه‌ای از یک نوع برنز را نشان می‌دهد. مطلوب است محاسبه:

الف - جرم جسم بر حسب کیلوگرم
($r = 8/85 \text{ kg/dm}^3$)
ب - وزن جسم بر حسب واحدهای N ، dyn و kgf



الف:

$$m = r \cdot V$$

$$V = a \times b \times h$$

$$V = 40 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$$

$$V = 40 \times 30 \times 100$$

$$V = 120000 \text{ mm}^3$$

واحد mm^3 را به dm^3 تبدیل می‌کنیم.

$$V = 120000 \times (1 \text{ mm}^3)$$

$$V = 120000 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 \right)$$

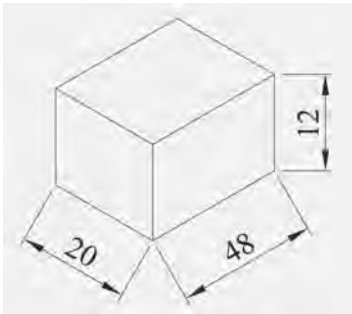
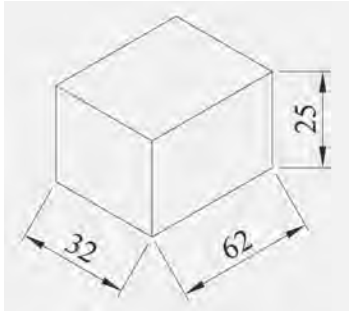
$$V = 120000 \times \frac{1}{1000000}$$

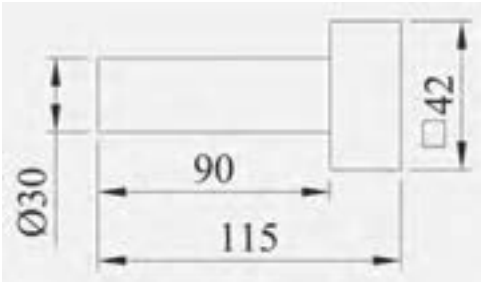
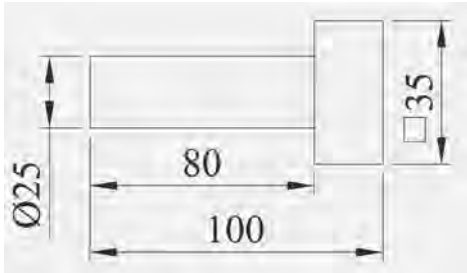
$$V = 0/12 \text{ dm}^3$$

$$m = r \times V$$

$$m = 8/85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0/12 \text{ dm}^3$$

	$m = 8 / 85 \times 0 / 12$ $m = 1 / 062 \text{ kg}$ <p style="text-align: right;">ب:</p> $w = m \times g$ $w = 1 / 062 \text{ kg} \times 9 / 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $w = 1 / 062 \times 9 / 8 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $w = 10 / 4076 \text{ N}$ </div> $w = 10 / 4076 (1 \times \text{N})$ $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$ $w = 10 / 4076 (10000 \text{ dyn})$ $w = 104076 = 1 / 04076 \times 10^5 \text{ dyn}$ $w = 10 / 4076 \text{ N}$ $w = 10 / 4076 \times (1 \text{ N})$ $1 \text{ N} = \frac{1}{9 / 8} \text{ kgf}$ $w = 10 / 4076 \times (\frac{1}{9 / 8} \text{ kgf})$ $w = 1 / 062 \text{ kgf}$
<p>تمرین: جرم و نیروی وزن شمش فولادی با مقطع مربع به ضلع ۵۵ میلی‌متر و طول ۱۲۵ میلی‌متر را به دست آورید.</p> <p style="text-align: right;">حل:</p>	<p>مثال: جرم و نیروی وزن شمش فولادی با مقطع مربع به ضلع ۶۵ میلی‌متر و طول ۱۴۵ میلی‌متر را به دست آورید. ($r = 7 / 85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$)</p> <p style="text-align: right;">حل:</p> $m = r \cdot V$ $V = A \times h$ $V = (65 \text{ mm})^2 \times 145 \text{ mm}$ $V = 65 \times 65 \times 145$ $V = 612625 \text{ mm}^3$

	$V = 612625 \times (1\text{mm}^3)$ $V = 612625 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{dm}^3\right)$ $V = 612625 \times \frac{1}{1000000}$ $V = 0.612625 \text{dm}^3$ $m = r \times V$ $m = 7/85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0.612625 \text{dm}^3$ $m = 7/85 \times 0.612625 \text{kg}$ $m = 4/80910625 \text{kg}$ $w = m \times g$ $w = 4/80910625 \text{kg} \times 9/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $w = 4/80910625 \times 9/8 \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $w = 47/12924125 \text{N}$
<p>تمرین: جرم و نیروی وزن قطعه مطابق شکل را در صورتی که جنس آن از چدن باشد ($r = 7/25 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$) را به دست آورید.</p>  <p style="text-align: right;">حل:</p>	<p>مثال: جرم و نیروی وزن قطعه مطابق شکل را در صورتی که جنس آن از برنج باشد ($r = 8/5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$) را به دست آورید.</p>  <p style="text-align: right;">حل:</p> $m = r \times V$ $V = L \times b \times h$

	$V = 62\text{mm} \times 32\text{mm} \times 25\text{mm}$ $V = 62 \times 32 \times 25\text{mm}^3$ $V = 49600\text{mm}^3$ <p>واحد mm^3 را به dm^3 تبدیل می کنیم</p> $V = 49600 \times (1\text{mm}^3)$ $V = 49600 \times \left(\frac{1}{1000000}\text{dm}^3\right)$ $V = 49600 \times \frac{1}{1000000}$ $V = 0.0496\text{dm}^3$ $m = r \times V$ $m = 8/5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0.0496\text{dm}^3$ $m = 8/5 \times 0.0496\text{kg}$ $m = 0.4216\text{kg}$ $w = m \times g$ $w = 0.4216\text{kg} \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $w = 0.4216 \times 9.8 \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $w = 4.13168\text{N}$
<p>تمرین: نیروی وزن قطعه برنجی را مطابق شکل حساب کنید ($r = 8/5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)</p> 	<p>مثال: نیروی وزن قطعه فولادی را مطابق شکل حساب کنید ($r = 7/85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$)</p> 

حل:

$$w = m \times g$$

$$m = r \times V$$

$$V = V_1 + V_p$$

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \times h$$

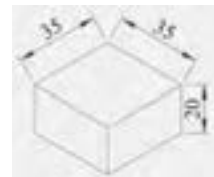


$$V_1 = \frac{3.14 \times (25\text{mm})^2}{4} \times 80\text{mm}$$

$$V_1 = \frac{3.14 \times 25 \times 25 \times 80}{4}$$

$$V_1 = \frac{157000}{4}$$

$$V_1 = 39250\text{mm}^3$$



$$V_p = L^2 \times h$$

$$V_p = (35\text{mm})^2 \times 20\text{mm}$$

$$V_p = 35 \times 35 \times 20$$

$$V_p = 24500\text{mm}^3$$

$$V = V_1 + V_p$$

$$V = 39250 + 24500$$

$$V = 63750\text{mm}^3$$

واحد mm^3 را به dm^3 تبدیل می کنیم.

$$V = 63750 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{dm}^3 \right)$$

$$V = 0.06375\text{dm}^3$$


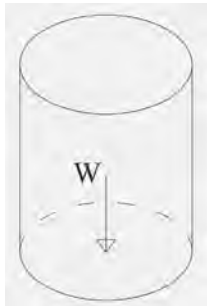
$$m = r \times V$$

$$m = 7 / 85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 0.06375\text{dm}^3$$

$$m = 7 / 85 \times 0.06375\text{kg}$$

$$m = 0.00504375\text{kg}$$

حل:

	$w = m \times g$ $w = ۰/۵۰۰۴۳۷۵ \text{ kg} \times ۹/۸ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$ $w = ۰/۵۰۰۴۳۷۵ \times ۹/۸ \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$ $w = ۴/۹۰۴۲۸۷۵ \text{ N}$
<p>تمرین: نیروی وارد از طرف روغن به کف مخزن استوانه‌ای شکل را در صورتی که قطر آن ۱۱/۵ متر، ارتفاع ۸/۹ متر و جرم مخصوص روغن محتوی آن $r = ۰/۸۸ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^۳}$ باشد را حساب کنید. ($g = ۹/۸ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$)</p> 	<p>مثال: نیروی وارد از طرف روغن به کف مخزن استوانه‌ای شکل را در صورتی که قطر آن ۱۴/۵ متر، ارتفاع ۱۰/۸ متر و جرم مخصوص روغن محتوی آن $r = ۰/۸۸ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^۳}$ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$) باشد را حساب کنید</p>  <p>حل:</p> $w = m \times g$ $m = r \times V$ $V = A \times h$ $A = \frac{p \times d^۲}{۴}$ $V = \frac{p \times d^۲}{۴} \times h$ $V = \frac{۳/۱۴ \times (۱۴/۵ \text{ m})^۲}{۴} \times ۱۰/۸ \text{ m}$ $V = \frac{۳/۱۴ \times ۱۴/۵ \times ۱۴/۵ \times ۱۰/۸}{۴} \text{ m}^۳$ $V = \frac{۷۱۲۹/۹۹۸}{۴}$

	$V = 1782 / 4995 \text{ m}^3$ <p>چون r بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ می باشد لذا m^3 را به dm^3 تبدیل می کنیم.</p> $V = 1782 / 4995 \times 1000$ $V = 1782499 / 5 \text{ dm}^3$ $m = r \times V$ $m = 0.88 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 1782499 / 5 \text{ dm}^3$ $m = 0.88 \times 1782499 / 5 \text{ kg}$ $m = 1568599 / 56 \text{ kg}$ $w = m \times g$ $w = 1568599 / 56 \text{ kg} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $w = 1568599 / 56 \times 10 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $w = 1 / 56859956 \times 10^7 \text{ N}$
<p>تمرین: جرم و وزن هوای یک کارگاه ریخته گری که کف آن $65\text{mm} \times 35\text{mm}$ و ارتفاع آن $4 / 8$ متر می باشد را حساب کنید ($r = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرم و وزن هوای یک کارگاه ریخته گری که کف آن $40\text{m} \times 30\text{m}$ و ارتفاع آن $5 / 3$ متر می باشد را حساب کنید ($r = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).</p> <p>حل:</p> $w = m \times g$ $m = r \times V$ $V = A \times h$ $V = 40\text{m} \times 30\text{m} \times 5 / 3 \text{ m}$ $V = 6360 \text{ m}^3$ $m = r \times V$ $m = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 6360 \text{ m}^3$

	$m = 1/293 \times 6360 \text{ kg}$ $m = 8223/48 \text{ kg}$ $w = m \times g$ $w = 8223/48 \text{ kg} \times 9/8 \text{ m/s}^2$ $w = 8223/48 \times 9/8 \text{ kg m/s}^2$ $w = 80590/104 \text{ N}$
<p>تمرین: وزن یک جسم بر روی سطح کره زمین N ۱۸۵ است:</p> <p>الف - جرم آن را تعیین کنید.</p> <p>ب - وزن جسم را بر روی سطح کره ماه بر حسب نیوتن به دست آورید $g = 1/67 \text{ m/s}^2$ و $g = 9/8 \text{ m/s}^2$ ماه و زمین.</p> <p>حل.</p>	<p>مثال: وزن یک جسم بر روی سطح کره زمین N ۱۶۵ است:</p> <p>الف - جرم آن را تعیین کنید.</p> <p>ب - وزن جسم را بر روی سطح کره ماه بر حسب نیوتن به دست آورید. $g = 1/67 \text{ m/s}^2$ ماه و $g = 9/8 \text{ m/s}^2$ زمین.</p> <p>حل</p> <p>واحد وزن که N می باشد، لازم است به kg تبدیل شود.</p> $\left\{ \begin{array}{l} w = m \times g \\ m = \frac{w}{g} \\ m = \frac{165 \text{ N}}{9/8 \text{ m/s}^2} \\ m = \frac{165 \text{ N m/s}^2}{9/8 \text{ m/s}^2} \\ m = 16/84 \text{ kg} \end{array} \right.$ <p>جرم جسم بر روی سطح کره زمین</p>

	$\begin{cases} w = m \times g \\ w = 16 / 84 \text{ kg} \times 1 / 67 \text{ m/s}^2 \\ w = 16 / 84 \times 1 / 67 \text{ kg} \times \text{m/s}^2 \\ w = 28 / 1228 \text{ N} \end{cases}$ <p>وزن در کره ماه</p>
<p>تمرین: قطر و ارتفاع داخلی یک منبع به شکل استوانه به ترتیب ۷۵ و ۸۲ سانتی متر است. چنانچه ۸۹ درصد این منبع با سوخت مایعی به چگالی ۰/۹۳ پر شود، حجم آن را بر حسب لیتر و وزن آن را بر حسب کیلوگرم نیرو به دست آورید</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: قطر و ارتفاع داخلی یک منبع به شکل استوانه به ترتیب ۶۵ و ۸۵ سانتی متر است. چنانچه ۹۱ درصد این منبع با سوخت مایعی به چگالی ۰/۸۵ پر شود، حجم آن را بر حسب لیتر و وزن آن را بر حسب نیوتن به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $V = \frac{\pi d^2}{4} \times h$ $V = \frac{\pi / 14 \times (65 \text{ cm})^2}{4} \times 85 \text{ cm}$ $V = \frac{\pi / 14 \times 65 \times 65 \times 85}{4}$ <p>حجم استوانه $V = 281913 / 125 \text{ cm}^3$</p> $V' = 281913 / 125 \times \frac{91}{100} =$ <p>حجم سوخت $V' = 256540 / 9438 \text{ cm}^3$</p> <p>چون حجم را بر حسب لیتر خواسته لذا واحد cm^3 را تبدیل به لیتر می کنیم.</p> $V' = 256540 / 9438 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ lit} \right)$ $V' = 256 / 5409438 \text{ lit}$ $m = r \times V'$ $m = 0 / 85 \times 256 / 5409438$

جرم سوخت $m = ۲۱۸/۰۵۹۸۰۲۲ \text{ kg}$

$$w = m \times g$$

$$w = ۲۱۸/۰۵۹۸۰۲۲ \times ۹/۸$$

وزن سوخت $w = ۲۱۳۶/۹۸۶۰۶۲ \text{ (N)}$

سیمای فصل هفتم

۷- کار و توان

۷-۱- کار

۷-۱-۱- واحد کار در سیستم SI

۷-۲- توان

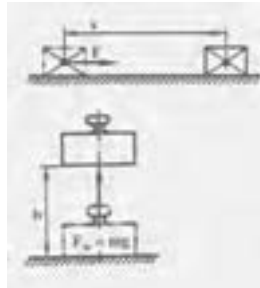
۷-۲-۱- واحد توان

۷-۳- ضریب بهره

۷- کار و توان

۷-۱- کار:

برای انجام کار باید نیرویی مانند وزن و... سبب ایجاد جابجایی در جهت نیرو شود مثلاً نیرویی که سبب بلند کردن بوته ریخته‌گری یا کشیدن یک چهار چرخه و یا رندیدن تخته چوب می‌شود، کار انجام می‌دهد. شکل (۷-۱)



شکل ۷-۱

مقدار کار برابر است با حاصل ضرب نیرو در جابجایی ایجاد شده در راستای نیرو
ارتفاع \times نیروی وزن = کار در راستای قائم

$$W = F_w \times h$$

که در آن:

$$F_w = \text{نیروی وزن}$$

$$W = \text{کار در راستای قائم}$$

$$h = \text{ارتفاع}$$

با توجه به اینکه نیروی وزن برابر با حاصل ضرب جرم در شتاب ثقل است داریم:

$$F_w = m \times g$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$W = F_w \times h$$

$$w = mg \times h$$

۱-۱-۷- واحد کار در سیستم SI :

واحد کار در سیستم SI ژول است و با J نشان داده می‌شود. هر ژول برابر است با کاری که نیروی یک نیوتن جسم را به اندازه یک متر در راستای نیرو جابجا می‌کند.

واحد کار الکتریکی برابر است با وات ثانیه که وات ثانیه برابر با ژول است. اضعاف ژول عبارت است از kJ که رابطه تبدیل آن به ژول به صورت زیر است:

$$1\text{kJ} = 1000\text{J} \Leftrightarrow 1\text{J} = \frac{1}{1000}\text{kJ}$$

اجزاء ژول عبارت است از mJ که رابطه تبدیل آن به ژول به صورت زیر است:

$$1\text{J} = 1000\text{mJ} \Leftrightarrow 1\text{mJ} = \frac{1}{1000}\text{J}$$

از طرف دیگر هر ژول برابر یک وات ثانیه و یک نیوتن متر است.

$$1\text{J} = 1\text{Ws}$$

$$1\text{J} = 1\text{Nm}$$

به طور کلی رابطه بین اجزاء و اضعاف ژول به صورت زیر است:

$ \begin{array}{ccc} \xrightarrow{\times 1000} & & \xrightarrow{\times 1000} \\ \text{kJ} & \longleftrightarrow & \text{J} & \longleftrightarrow & \text{mJ} \\ \xleftarrow{\div 1000} & & \xleftarrow{\div 1000} \end{array} $
$\text{Nm} \quad \text{Ws}$

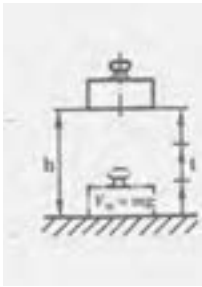
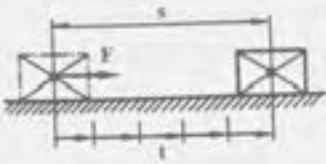
تمرین: ۱۸/۵ کیلوژول را بر حسب ژول به دست آورید.
حل:

مثال: ۱۴/۵ کیلو ژول را بر حسب ژول به دست آورید.
حل:

$$14.5\text{kJ} = ?\text{J}$$

$$14.5 \times (1\text{kJ})$$

$$14.5 \times 1000\text{J} = 14500\text{J}$$

<p>تمرین: ۱۹۸۰۰ ژول را بر حسب کیلوژول به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۸۷۰۰ ژول را بر حسب کیلوژول به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $18700 \text{ J} = ? \text{ kJ}$ $18700 \times (1 \text{ J})$ $18700 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ kJ}\right)$ $= 18700 \times \frac{1}{1000} = 18.7 \text{ kJ}$
<p>تمرین: ۰/۷۸۹۶ ژول را بر حسب میلی ژول به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۵۹۶۷۰ میلی ژول را بر حسب ژول به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $59670 \text{ mJ} = ? \text{ J}$ $59670 \times (1 \text{ mJ})$ $59670 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ J}\right)$ $59670 \times \frac{1}{1000} = 59.67 \text{ J}$
<p style="text-align: right;">۲-۷- توان:</p> <p>توان عبارت است از مقدار کار انجام شده در واحد زمان. به طوری که هر چقدر کار در زمان کوتاه‌تری انجام شده باشد توان بیشتر است و برعکس.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p style="text-align: center;">شکل ۲-۷- توان</p> <p style="text-align: right;">رابطه توان با کار و زمان به صورت زیر است:</p>	

$$\left. \begin{array}{l} \text{توان} = \frac{\text{کار}}{\text{زمان}} \\ \text{تغییر مکان} \times \text{نیرو} = \text{توان} \times \text{زمان} \\ \text{تغییر مکان} = \frac{\text{سرعت} \times \text{زمان}}{\text{زمان}} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{سرعت} \times \text{نیرو} = \text{توان}$$

توان را با p نشان می‌دهند. بنابراین توان در راستای افق عبارت است از:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = F \times s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = \frac{F \cdot s}{t} = F \times \frac{s}{t} \\ V = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{P = F \times V}$$

توان در راستای عمودی:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = F_w \times h \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = \frac{F_w \times h}{t} \\ F_w = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}}$$

۱-۲-۷- واحد توان:

واحد توان در سیستم SI وات است که با w نشان داده می‌شود.

یک وات عبارت است از یک ژول کار انجام شده در یک ثانیه به عبارت دیگر:

$$1w = \frac{1j}{1s}$$

- اضعاف وات عبارت است از kw.

رابطه تبدیل w و kw عبارت است از:

$$1kw = 1000w \Leftrightarrow 1w = \frac{1}{1000}kw$$

اجزاء وات عبارت از mw (میلی وات).

$$1\text{W} = 1000\text{mW} \Leftrightarrow 1\text{mW} = \frac{1}{1000}\text{W}$$

از طرفی هر وات برابر $1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ و $1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$ است.

به طور کلی می‌توان نوشت:

$\text{kw} \xrightleftharpoons[\div 1000]{\times 1000} \underset{\substack{\text{J/s} \\ \text{Nm/s}}}{\text{W}} \xrightleftharpoons[\div 1000]{\times 1000} \text{mw}$

<p>تمرین: 0.759 کیلووات را بر حسب وات به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: 0.65 کیلووات را بر حسب وات به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $0.65\text{kw} = ?\text{W}$ $0.65(1\text{kw}) =$ $0.65(1000\text{W})$ $0.65 \times 1000 = 650\text{W}$
<p>تمرین: 14600 وات چند کیلووات است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: 125000 وات چند کیلووات است؟</p> <p>حل:</p> $125000\text{W} = ?\text{kw}$ $125000(1\text{W}) =$ $125000 \times \left(\frac{1}{1000}\text{kw}\right)$ $125000 \times \frac{1}{1000} = 125\text{kN}$
<p>تمرین: $65/6$ وات چند میلی وات است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: 56 وات چند میلی وات است؟</p> <p>حل:</p> $56\text{W} = ?\text{mV}$ $56 \times (1\text{W})$

$$56 \times (1000 \text{ mV})$$

$$56 \times 1000 = 56000 \text{ mV}$$

۳-۷- ضریب بهره:

ضریب بهره برابر است با نسبت توان مفید یا توان گرفته شده از ماشین‌ها نسبت به توان داده شده. لذا هر چقدر توان مفید بیشتر باشد ضریب بهره بیشتر است. بنابراین مقداری از توان که صرف برطرف کردن اصطکاک و مقاومت الکتریکی می‌شود، کمتر خواهد بود. بنابراین رابطه ضریب بهره به صورت زیر است:

$$\text{ضریب بهره} = \frac{\text{توان گرفته شده (مفید)}}{\text{توان داده شده}}$$

ضریب بهره را با h نشان می‌دهند بنابراین:

$$h = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \text{ یا } h = \frac{P_e}{P_i}$$

که در آن:

P_i : توان اولیه

P_{ab} : توان گرفته شده

P_e : توان مفید

P_{zu} : توان داده شده

تمرین: الکتروموتوری باری به وزن ۲۸/۶ کیلونیوتن را در مدت ۴۸ ثانیه به ارتفاع ۹ متری می‌رساند:
الف - کار انجام شده بر حسب کیلوژول
ب - توان گرفته شده موتور
ج - توان داده شده به موتور اگر ضریب بهره ۰/۷ باشد.

حل:

مثال: الکتروموتوری باری به وزن ۲۵/۴ کیلونیوتن را در مدت ۵۴ ثانیه به ارتفاع ۶ متری می‌رساند:
الف - کار انجام شده بر حسب کیلوژول
ب - توان گرفته شده موتور
ج - توان داده شده به موتور اگر ضریب بهره ۰/۹ باشد.

خواسته‌ها	داده‌ها
$W = ? \text{ kJ}$	$F_w = 25/4 \text{ kN}$
$P_{ab} = ?$	$t = 54$
$P_{zu} = ?$	$h = 6$
	$h = 0/9$

حل:

الف:

$$W = F_w \times h$$

$$W = ٢٥ / ٢ \text{ kN} \times ٢ \text{ m}$$

$$W = ٢٥ / ٢ \times (١ \text{ kN}) \times ٢ \text{ m}$$

$$W = ٢٥ / ٢ \times (١٠٠٠ \text{ N}) \times ٢ \text{ m}$$

$$W = ٢٥٢٠٠ \text{ N} \times ٢ \text{ m}$$

$$W = ١٥٢٤٠٠ \text{ Nm} = \text{j}$$

$$W = ١٥٢٤٠٠ \times (١ \text{ j})$$

$$١ \text{ j} = \frac{١}{١٠٠٠} \text{ kj}$$

$$w = ١٥٢٤٠٠ \times \left(\frac{١}{١٠٠٠} \text{ kj} \right)$$

$$W = ١٥٢ / ٢ \text{ kj}$$

ب:

$$P_{ab} = \frac{w}{t}$$

$$P_{ab} = \frac{١٥٢ / ٢ \text{ kj}}{٥٢ \text{ s}}$$

$$P_{ab} = ٢ / ٨ \frac{\text{kj}}{\text{s}} (\text{kw})$$

ج:

$$h = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{h}$$

$$P_{zu} = \frac{٢ / ٥ \frac{\text{kj}}{\text{s}}}{٠ / ٩}$$

$$P_{zu} = ٣ / ١ \frac{\text{kj}}{\text{s}} (\text{kw})$$

تمرین: نیروی ۱۰۰ نیوتن با سرعت ثابت ۴ m/s اعمال می‌گردد. توان مورد نیاز را به دست آورید.
حل:

مثال: نیروی ۲۰۰ نیوتن با سرعت ثابت ۶ m/s اعمال می‌گردد. توان مورد نیاز را به دست آورید.

خواسته	داده‌ها
$P = ?$	$F = ۲۰۰\text{ N}$ $V = ۶\text{ m/s}$

حل:

$$P = F \times V$$

$$P = ۲۰۰\text{ N} \times ۶\text{ m/s}$$

$$P = ۱۲۰۰\text{ N m/s}$$

$$P = ۱۲۰۰\text{ W}$$

تمرین: سیستم هیدرولیک لیفت تراکی جسمی را به جرم ۳۸۰۰ کیلوگرم را در مدت ۸ ثانیه به ارتفاع ۸۰ متر بالا می‌برد. توان گرفته شده (مفید) را برحسب کیلووات حساب کنید.
حل:

مثال: سیستم هیدرولیک لیفت تراکی جسمی را به جرم ۲۴۰۰ کیلوگرم را در مدت ۳ ثانیه به ارتفاع ۶۰ سانتی‌متر بالا می‌برد. توان گرفته شده (مفید) را برحسب کیلووات حساب کنید.

خواسته‌ها	داده‌ها
$W = ?$ $P = ?$	$m = ۲۴۰۰\text{ kg}$ $t = ۳\text{ s}$ $h = ۶۰\text{ cm}$ $g = ۹/۸\text{ m/s}^۲$

حل:

$$m = ۲۴۰۰\text{ kg}$$

$$F_w = mg$$

$$F_w = ۲۴۰۰ \times ۹/۸$$

$$F_w = ۲۳۵۲\text{ N}$$

	$W = F_w \times h$ $W = 23520 \text{ N} \times 0.6 \text{ m}$ $W = 23520 \times 0.6 \text{ Nm}$ $W = 14112 \text{ J}$ $P = \frac{W}{t}$ $P = \frac{14112 \text{ J}}{3 \text{ s}}$ $P = 4704 \text{ W}$ $P = 4704 \times (1 \text{ W})$ $P = 4704 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ kW}\right)$ $P = 4.704 \text{ kW}$				
<p>تمرین: یک کویل از جنس فولاد ریختگی دارای طول ۴۲۰ میلی‌متر ، پهنای ۳۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۱۸۰ میلی‌متر است. برای بلند کردن آن تا ارتفاع ۲/۲۵ متری چه مقدار کار مکانیکی بر حسب ژول مورد نیاز است.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: یک کویل از جنس فولاد ریختگی دارای طول ۶۲۰ میلی‌متر ، پهنای ۵۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۲۸۰ میلی‌متر است. برای بلند کردن آن تا ارتفاع ۴/۲۵ متری چه مقدار کار مکانیکی بر حسب ژول مورد نیاز است.</p> $g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad r = 7.8 \text{ kg/dm}^3$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$W = ?$</td><td> $a = 620 \text{ mm}$ $b = 560 \text{ mm}$ $L = 1280 \text{ mm}$ $h = 4.25 \text{ m}$ $r = 7.8 \text{ kg/dm}^3$ $g = 9.8$ </td></tr> </tbody> </table> <p>حل:</p> <p>واحدهای mm را به dm تبدیل می‌کنیم.</p>	خواسته‌ها	داده‌ها	$W = ?$	$a = 620 \text{ mm}$ $b = 560 \text{ mm}$ $L = 1280 \text{ mm}$ $h = 4.25 \text{ m}$ $r = 7.8 \text{ kg/dm}^3$ $g = 9.8$
خواسته‌ها	داده‌ها				
$W = ?$	$a = 620 \text{ mm}$ $b = 560 \text{ mm}$ $L = 1280 \text{ mm}$ $h = 4.25 \text{ m}$ $r = 7.8 \text{ kg/dm}^3$ $g = 9.8$				

	$\begin{cases} a = 620 \text{ mm} \\ a = 620 \times (1 \text{ mm}) \\ a = 620 \times \left(\frac{1}{100} \text{ dm}\right) \\ a = 6.2 \text{ dm} \end{cases} \quad \begin{cases} b = 560 \text{ mm} \\ b = 560 \times (1 \text{ mm}) \\ b = 560 \times \left(\frac{1}{100} \text{ dm}\right) \\ b = 5.6 \text{ dm} \end{cases}$ $h = 4.25 \text{ m} =$ $h = 4.25(10 \text{ dm})$ $h = 42.5 \text{ dm}$ $V = 6.2 \text{ dm} \times 5.6 \text{ dm} \times 42.5 \text{ dm}$ $V = 6.2 \times 5.6 \times 42.5$ $V = 1475.6 \text{ dm}^3$ $m = \rho \times V$ $m = 7.8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \times 1475.6 \text{ dm}^3$ $m = 7.8 \times 1475.6 \text{ kg}$ $m = 11509.68 \text{ kg}$ $W = m \cdot g \cdot h$ $W = 11509.68 \text{ kg} \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4.25 \text{ m}$ $W = 11509.68 \times 9.8 \times 4.25 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $W = 479262.5 \text{ Nm (J)}$
<p>تمرین: برای خرد کردن قراضه‌های ریخته‌گری، وزنه کرووی شکل به جرم ۳/۵ تن را ۸ مرتبه از ارتفاع ۳/۵ متری رها می‌کنیم. کار انجام شده بر حسب کیلوژول را به دست آورید. ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: برای خرد کردن قراضه‌های ریخته‌گری، وزنه کرووی شکل به جرم ۴/۵ تن را ۶ مرتبه از ارتفاع ۵ متری رها می‌کنیم. کار انجام شده بر حسب کیلوژول را به دست آورید. ($g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)</p> <p>حل:</p>

خواسته	داده‌ها
$W = ? \text{ kJ}$	$m = 4 / 5 \text{ t}$ $h = 5 \text{ m}$ $g = 9 / 8 \text{ m/s}^2$
$m = 4 / 5 \text{ ton}$ $1 \text{ ton} = 1000 \text{ kg}$ $m = 4 / 5 \times (1 \text{ t})$ $m = 4 / 5 (1000 \text{ kg})$ $m = 800 \text{ kg}$ $w = mgh \Rightarrow 800 \text{ kg} \times 9 / 8 \text{ m/s}^2 \times 5 \text{ m} = 4500 \text{ J}$ <div>کار یک مرتبه</div> $W = 4500 \times 6 =$ $W = 27000 \text{ Nm (J)}$ کار ۶ مرتبه $w = 27000 \times (\frac{1}{1000} \text{ kJ}) \Rightarrow w = 27 \text{ kJ}$	

سیمای فصل هشتم

۸- انتقال حرکت

- تعریف حرکت

۸-۱- سرعت در حرکت یکنواخت مستقیم الخط

۸-۱-۱- واحد سرعت

۸-۲- سرعت در حرکت یکنواخت دورانی

۸-۳- انتقال حرکت به وسیله تسمه و چرخ تسمه

۸- انتقال حرکت

برای انتقال حرکت و نیرو در ماشین‌هایی مانند اره، رنده، فرز و... همچنین انتقال مواد، پاتیل مذاب و... توسط جرثقیل‌ها و نوارهای نقاله از وسایلی مانند چرخ تسمه‌ها، چرخ لنگ‌ها، چرخ دنده‌ها، حلزون و چرخ حلزون برای انتقال حرکت استفاده می‌شود.

حرکت:

اگر محل قرار گرفتن جسم تغییر کند آن گاه جسم حرکت کرده است. حرکت به صورت‌های مختلف دیده می‌شود:

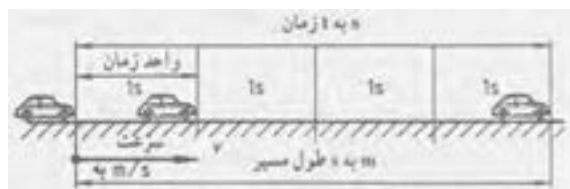
۱- حرکت مستقیم (خطی): که تغییر مکان جسم در مسیر مستقیم انجام می‌شود.

۲- حرکت دایره‌ای (محیطی): که تغییر مکان جسم در مسیر دایره‌ای انجام می‌شود.

حرکت یکنواخت و غیریکنواخت: اگر وسیله نقلیه یا ابزار در زمان‌های مساوی، مسافت‌های برابر طی کند مثلاً دهر دقیقه ۶۰ متر را طی کند. حرکت یکنواخت است. در غیر این صورت حرکت غیریکنواخت است.

۸-۱- سرعت در حرکت یکنواخت مستقیم الخط

مسافت پیموده شده بر زمان را سرعت متحرک می‌گویند. شکل (۸-۱)



شکل ۸-۱

در صورتی که سرعت وسیله نقلیه یا ابزار در مسیر مستقیم در زمان‌های مساوی ثابت بماند، سرعت در حرکت یکنواخت مستقیم الخط مطرح می‌شود.
رابطه سرعت به صورت زیر است:

$$\boxed{\text{سرعت} = \frac{\text{طول مسیر}}{\text{زمان}}} \Rightarrow \boxed{v = \frac{s}{t}}$$

۸-۱-۱- واحد سرعت: واحد سرعت در سیستم SI متر بر ثانیه است.

هر متر بر ثانیه برابر است با سرعت متحرکی که در هر ثانیه مسافتی برابر یک متر را طی کند.
واحدهای دیگر سرعت عبارتند از:

$\frac{\text{mm}}{\text{s}}$: برابر است با سرعت متحرکی که در هر ثانیه مسافتی برابر ۱ mm را طی کند.

$\frac{\text{m}}{\text{min}}$: برابر است با سرعت متحرکی که در هر دقیقه مسافتی برابر ۱ m را طی کند.

$\frac{\text{km}}{\text{h}}$: برابر است با سرعت متحرکی که در هر ساعت مسافتی برابر ۱ km را طی کند.

تمرین: یک جرثقیل سقفی حمل کننده مذاب با سرعت ۰/۸۲ متر بر ثانیه حرکت کرده و به طور همزمان یک پاتیل ریخته‌گری را با سرعت ۸ متر بر دقیقه بلند می‌کند. اگر زمان حرکت ۵۸ ثانیه باشد. مطلوب است محاسبه:

الف - مسافت پیموده شده افقی
ب - مسافت پیموده شده عمودی
حل:

مثال: یک جرثقیل سقفی حمل کننده مذاب با سرعت ۰/۶۲ متر بر ثانیه حرکت کرده و به طور همزمان یک پاتیل ریخته‌گری را با سرعت ۶ متر بر دقیقه بلند می‌کند. اگر زمان حرکت ۴۸ ثانیه باشد. مطلوب است محاسبه:

الف - مسافت پیموده شده افقی
ب - مسافت پیموده شده عمودی
حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$S_1 = ?$ $S_r = ?$	$V_1 = 0.62 \text{ m/s}$ $V_r = 6 \text{ m/min}$ $t = 36 \text{ s}$

الف:

$$V = \frac{s}{t}$$

$$S_1 = V_1 \times t$$

$$S_1 = 0.62 \text{ m/s} \times 48 \text{ s}$$

$$S_1 = 0.62 \times 48 \text{ m}$$

$$S_1 = 29.76 \text{ m}$$

ب:

$$S_r = V_r \times t$$

در اینجا واحد زمان را از ثانیه به دقیقه تبدیل می‌کنیم.

$$t = ۴۸s$$

$$t = ۴۸ \times (1s)$$

$$t = ۴۸ \times \left(\frac{1}{۶۰} \text{ min}\right)$$

$$t = ۰/۸ \text{ min}$$

$$S_p = V_p \times t$$

$$s_p = ۶ \frac{m}{min} \times ۰/۸ \text{ min}$$

$$S_p = ۶ \times ۰/۸$$

$$S_p = ۴/۸m$$

تمرین: جرثقیل سقفی کارگاهی دارای سرعت ۱۸/۶ متر بر دقیقه می‌باشد. برای طی مسافت ۵/۸ متر چه زمانی مورد نیاز می‌باشد.
حل:

مثال: جرثقیل سقفی کارگاهی دارای سرعت ۱۲/۴ متر بر دقیقه می‌باشد. برای طی مسافت ۴/۶ متر چه زمانی مورد نیاز می‌باشد.
حل:

خواسته	داده‌ها
$t = ?$	$V = ۱۲/۴ \frac{m}{min}$ $S = ۴/۶m$

$$V = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{۴/۶m}{۱۲/۴ \frac{m}{min}}$$

$$t = ۰/۳۷ \text{ min}$$

تمرین: قطاری در طول مسافت ۵۴ دقیقه‌ای با سرعت متوسط ۳۴ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند. مسافت طی شده در این مدت را به دست آورید.

حل:

مثال: قطاری در طول مسافت ۴۸ دقیقه‌ای با سرعت متوسط ۲۸ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند. مسافت طی شده در این مدت را به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$S = ?$	$V = 28 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $t = 48 \text{ min}$

$$V = \frac{s}{t}$$

$$S = V \times t$$

$$V = 28 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times 48 \text{ min}$$

دقیقه را به ساعت تبدیل می‌کنیم.

$$s = 28 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{48}{60} \text{ h}$$

$$s = 28 \times \frac{48}{60} \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \text{h}$$

$$S = 224 \text{ km}$$

تمرین: جک هیدرولیک تعمیرگاهی در زمان ۲۸ ثانیه اتومبیلی را به ارتفاع ۲/۴ متر می‌رساند، سرعت پیستون آن را بر حسب متر بر دقیقه حساب کنید.

حل:

مثال: جک هیدرولیک تعمیرگاهی در زمان ۱۵ ثانیه اتومبیلی را به ارتفاع ۱/۶۵ متر می‌رساند، سرعت پیستون آن را بر حسب متر بر دقیقه حساب کنید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$V = ? \frac{\text{m}}{\text{min}}$	$t = 15 \text{ s}$ $S = 1/65 \text{ m}$

$$V = \frac{s}{t}$$

$$V = \frac{1/65 \text{ m}}{15 \text{ s}}$$

	$V = 0/11 \frac{m}{s}$ <p>را به $\frac{m}{min}$ تبدیل می کنیم.</p> $V = 0/11 \frac{m}{\frac{1}{60} min}$ $V = 0/11 \times 60 \frac{m}{min}$ $V = 6/6 \frac{m}{min}$				
<p>تمرین: سرعت آسانسور ساختمانی ۳۴۶ متر بر دقیقه می باشد در زمان ۱۶/۴ ثانیه چه ارتفاعی بالا می رود.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: سرعت آسانسور ساختمانی ۲۵۶ متر بر دقیقه می باشد در زمان ۱۸/۶ ثانیه چه ارتفاعی بالا می رود.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله اول:</p> <table border="1" data-bbox="782 1022 1378 1216"> <tr> <th>خواسته</th><th>داده ها</th></tr> <tr> <td>$S = ?$</td><td> $V = 256 \frac{m}{min}$ $t = 18/6 s$ </td></tr> </table> <p>مرحله دوم: ثانیه به دقیقه تبدیل می شود.</p> $t = \frac{18/6}{60} = 0/31 \text{ دقیقه}$ <p>مرحله سوم: نوشتن رابطه و جایگذاری و محاسبه</p> $V = \frac{S}{t}$ $S = Vt$ $S = 256 \frac{m}{min} \times 0/31 min$ $S = 79/36 m$	خواسته	داده ها	$S = ?$	$V = 256 \frac{m}{min}$ $t = 18/6 s$
خواسته	داده ها				
$S = ?$	$V = 256 \frac{m}{min}$ $t = 18/6 s$				
<p>تمرین: اتومبیلی برای طی مسافت ۳۹۲/۵ کیلومتر در اتوبانی ۵ ساعت و ۲۵ دقیقه وقت صرف می کند.</p>	<p>مثال: اتومبیلی برای طی مسافت ۴۸۲/۵ کیلومتر در اتوبانی ۶ ساعت و ۱۵ دقیقه وقت صرف می کند.</p>				

<p>سرعت متوسط آن چند کیلومتر بر ساعت و چند متر بر ثانیه است؟</p> <p>حل:</p>	<p>سرعت متوسط آن چند کیلومتر بر ساعت و چند متر بر ثانیه است؟</p> <p>حل:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td> $V = ? \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $V = ? \frac{\text{m}}{\text{s}}$ </td><td> $S = ۴۸۲ / ۵ \text{ km}$ $t = ۶ \text{ h و } ۱۵ \text{ min}$ </td></tr> </tbody> </table> <p>۱۵ min را به ساعت تبدیل می‌کنیم.</p> $V = \frac{S}{t}$ $t = ۶ \text{ h} + \frac{۱۵}{۶۰} \text{ h}$ $t = ۶ + \frac{۱}{۴} \text{ h} \Rightarrow t = \frac{۲۵}{۴} \text{ h} = ۶ / ۲۵ \text{ h}$ $V = \frac{S}{t}$ $V = \frac{۴۸۲ / ۵ \text{ km}}{۶ / ۲۵ \text{ h}}$ $V = ۷۷ / ۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ <p>کیلومتر را به متر و ساعت را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.</p> $V = ۷۷ / ۲ \times \frac{۱۰۰۰ \text{ m}}{۳۶۰۰ \text{ s}}$ $V = ۲۱ / ۴۴ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	خواسته‌ها	داده‌ها	$V = ? \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $V = ? \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$S = ۴۸۲ / ۵ \text{ km}$ $t = ۶ \text{ h و } ۱۵ \text{ min}$
خواسته‌ها	داده‌ها				
$V = ? \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $V = ? \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$S = ۴۸۲ / ۵ \text{ km}$ $t = ۶ \text{ h و } ۱۵ \text{ min}$				
<p>تمرین: در یک ماشین رنده یک صفحه فرم به طول ۳/۸ متر رنده کاری خواهد شد. زمان کورس رفت ۱۲/۴ ثانیه و زمان کورس برگشت ۶ ثانیه می‌باشد. مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف - سرعت کاری $V_۱$</p>	<p>مثال: در یک ماشین رنده یک صفحه فرم به طول ۲/۴ متر رنده کاری خواهد شد. زمان کورس رفت ۸ ثانیه و زمان کورس برگشت ۳/۸ ثانیه می‌باشد. مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف - سرعت کاری $V_۱$</p>				

<p>ب - سرعت برگشت V_p</p> <p>حل:</p>	<p>ب - سرعت برگشت V_p</p> <p>حل:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$V_1 = ?$</td><td>$S_1 = ۲ / ۴m$</td></tr> <tr> <td>$V_p = ?$</td><td>$t_1 = ۸s$</td></tr> <tr> <td></td><td>$t_p = ۳ / ۸s$</td></tr> </tbody> </table> <p>الف:</p> $V_1 = \frac{s}{t_1}$ $V_1 = \frac{۲ / ۴m}{۸s}$ $V_1 = ۰ / ۳ \frac{m}{s}$ <p>ب:</p> $V_p = \frac{s}{t_p}$ $V_p = \frac{۲ / ۴m}{۳ / ۸s}$ $V_p = ۰ / ۶۳ \frac{m}{s}$	خواسته‌ها	داده‌ها	$V_1 = ?$	$S_1 = ۲ / ۴m$	$V_p = ?$	$t_1 = ۸s$		$t_p = ۳ / ۸s$
خواسته‌ها	داده‌ها								
$V_1 = ?$	$S_1 = ۲ / ۴m$								
$V_p = ?$	$t_1 = ۸s$								
	$t_p = ۳ / ۸s$								
<p>تمرین: جرثقیل سقفی یک بوته ریخته‌گری را با سرعت $۶/۹$ متر بر ثانیه به ارتفاع $۱۳/۸$ متر حمل می‌کند. مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف - زمان لازم برای انجام کار</p> <p>ب - سرعت افقی جرثقیل را بر حسب متر بر ثانیه اگر $S_p = ۹۶m$ باشد.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: جرثقیل سقفی یک بوته ریخته‌گری را با سرعت $۴/۸$ متر بر ثانیه به ارتفاع $۹/۶$ متر حمل می‌کند. مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف - زمان لازم برای انجام کار</p> <p>ب - سرعت افقی جرثقیل را بر حسب متر بر ثانیه اگر $S_p = ۶۴m$ باشد.</p> <p>حل:</p>								

خواسته‌ها	داده‌ها
$t = ?$ $V_p = ?$	$V_1 = 4 / 8 \frac{m}{s}$ $S_1 = 9 / 6 m$ $S_p = 64 m$
<p>الف :</p> $V_1 = \frac{S_1}{t}$ $t = \frac{S_1}{V_1}$ $t = \frac{9 / 6 m}{4 / 8 \frac{m}{s}}$ $t = 2 s$	
<p>ب :</p> $V_p = \frac{S_p}{t}$ $V_p = \frac{64 m}{2 s}$ $V_p = 32 \frac{m}{s}$	

۲-۸- سرعت در حرکت یکنواخت دورانی:

در حرکت یکنواخت دورانی هر نقطه با سرعت یکنواخت روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند مانند لبه برنده ابزار برش دورانی، در حرکت یکنواخت دورانی سرعت از حاصل ضرب طول مسیری که در حرکت دایره‌ای طی شد، در تعداد دوران (n) به دست می‌آید. به عبارت دیگر:

$$\left. \begin{aligned} V &= s.n \Rightarrow \text{تعداد دوران} \times \text{محیط دایره} = \text{سرعت برش یا سرعت محیطی} \\ \Rightarrow V &= p.dn \quad \times p \Rightarrow s = p.d \end{aligned} \right\} = \text{عدد قطر دایره محیط دایره}$$

که در آن:

V : سرعت برش یا سرعت محیطی

d : قطر دایره

n : تعداد دوران

واحدهای سرعت دورانی عبارتند از: $\frac{m}{s}$ ، $\frac{m}{min}$

مثال: یک اره مجموعه‌ای به قطر ۴۸۰ میلی‌متر با تعداد دوران ۲۶۰۰ دور در دقیقه کار می‌کند. سرعت برش آن را بر حسب متر بر ثانیه به دست آورید.
حل:

مثال: یک اره مجموعه‌ای به قطر ۳۶۰ میلی‌متر با تعداد دوران ۳۸۰۰ دور در دقیقه کار می‌کند. سرعت برش آن را بر حسب متر بر ثانیه به دست آورید.
حل:

خواسته	داده‌ها
$V = ? \frac{m}{s}$	$d = 360 \text{ mm}$ $n = 3800 \frac{1}{min}$

$$V = \pi d n$$

$$V = 3.14 \times 360 \text{ mm} \times 3800 \frac{1}{min}$$

میلی‌متر را به متر و دقیقه را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$V = 3.14 \times 360 \times \left(\frac{1}{1000}\right) \times 3800 \left(\frac{1}{60}\right)$$

$$V = 71.592$$

$$V = 71.592 \frac{m}{s}$$

تمرین: میله‌ای به قطر ۶۵ میلی‌متر روی ماشین تراش با چه سرعت برشی (بر حسب متر بر دقیقه) تراشیده می‌شود؟ اگر تعداد دوران آن ۲۵۰ دور بر دقیقه باشد.
حل:

مثال: میله‌ای به قطر ۵۰ میلی‌متر روی ماشین تراش با چه سرعت برشی (بر حسب متر بر دقیقه) تراشیده می‌شود؟ اگر تعداد دوران آن ۳۸۰ دور بر دقیقه باشد.
حل:

	<table border="1"> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> <tr> <td>$V = ?$</td><td> $d = 50 \text{ mm}$ $n = 380 \frac{1}{\text{min}}$ </td></tr> </table> <p>$V = p.d.n$</p> <p>$V = 3/14 \times 50 \text{ mm} \times 380 \frac{1}{\text{min}}$</p> <p>واحد mm را به m تبدیل می کنیم</p> <p>$V = 50 \times (\frac{1}{1000} \text{ m}) \times 3/14 \times 380$</p> <p>$V = 0/5 \times 3/14 \times 380 \frac{\text{m}}{\text{min}}$</p> <p>$V = 59/66 \frac{\text{m}}{\text{min}}$</p>	خواسته	داده‌ها	$V = ?$	$d = 50 \text{ mm}$ $n = 380 \frac{1}{\text{min}}$
خواسته	داده‌ها				
$V = ?$	$d = 50 \text{ mm}$ $n = 380 \frac{1}{\text{min}}$				
<p>تمرین: کارخانه سازنده سنگ سنباده‌ای سرعت ۱۸/۵ متر بر ثانیه را برای سنگ سنباده توصیه کرده است. اگر تعداد دوران محور ۲۸۰۰ دور بر دقیقه باشد. قطر سنگ سنباده چند میلی‌متر باید انتخاب شود.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: کارخانه سازنده سنگ سنباده‌ای سرعت ۱۶/۵ متر بر ثانیه را برای سنگ سنباده توصیه کرده است. اگر تعداد دوران محور ۲۴۰۰ دور بر دقیقه باشد. قطر سنگ سنباده چند میلی‌متر باید انتخاب شود.</p> <p>حل:</p> <table border="1"> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> <tr> <td>$d = ? \text{ mm}$</td><td> $V = 16/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $n = 2400 \frac{1}{\text{min}}$ </td></tr> </table> <p>$V = p.d.n$</p> <p>واحد سرعت را به $\frac{\text{mm}}{\text{min}}$ تبدیل می کنیم.</p> <p>واحد m را به mm تبدیل می کنیم.</p>	خواسته	داده‌ها	$d = ? \text{ mm}$	$V = 16/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $n = 2400 \frac{1}{\text{min}}$
خواسته	داده‌ها				
$d = ? \text{ mm}$	$V = 16/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $n = 2400 \frac{1}{\text{min}}$				

$$V = 16/5 \times \frac{1000 \text{ mm}}{\frac{1}{60} \text{ min}} =$$

$$V = 16/5 \times 1000 \times 60 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

$$V = 990000 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

$$d = \frac{V}{p \times n}$$

$$d = \frac{990000}{3/14 \times 2400}$$

$$d = 131/37 \text{ mm}$$

تمرین: قطر میز یک دستگاه تمیز کننده قطعات ریخته‌گری ۲/۸ متر است. تعداد دوران آن چند دور بر دقیقه انتخاب شود تا سرعت محیطی آن ۱/۲ متر بر ثانیه باشد.

حل:

مثال: قطر میز یک دستگاه تمیز کننده قطعات ریخته‌گری ۴/۸ متر است. تعداد دوران آن چند دور بر دقیقه انتخاب شود تا سرعت محیطی آن ۱/۸ متر بر ثانیه باشد.

حل:

خواسته	داده‌ها
$n = ? \frac{1}{\text{min}}$	$d = 4/8 \text{ m}$ $V = 1/8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

واحد ثانیه را به دقیقه تبدیل می‌کنیم.

$$V = 1/8 \frac{\text{m}}{\frac{1}{60} \text{ min}}$$

$$V = 1/8 \times 60 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$V = 108 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

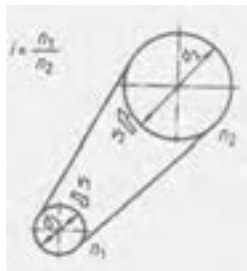
$$V = p d n$$

	$n = \frac{V}{pd}$ $n = \frac{108 \frac{m}{min}}{3/14 \times 4/8m}$ $n = 7/16 \frac{1}{min}$				
<p>تمرین: چرخ تسمه‌ای به قطر ۸۴۰ میلی‌متر در هر دقیقه ۵۸۰ دور می‌زند. سرعت محیطی آن را که معادل سرعت تسمه می‌باشد به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: چرخ تسمه‌ای به قطر ۵۲۰ میلی‌متر در هر دقیقه ۶۴۰ دور می‌زند. سرعت محیطی آن را که معادل سرعت تسمه می‌باشد به دست آورید.</p> <p>حل:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$V = ?$</td><td> $d = 520 \text{ mm}$ $n = 640 \frac{1}{min}$ </td></tr> </tbody> </table> $V = p d n$ $V = 520 \text{ mm} \times 3/14 \times 640 \frac{1}{min}$ <p>min را به s و mm را به m تبدیل می‌کنیم.</p> $V = 520 \times \left(\frac{1}{1000} m \right) \times 3/14 \times 640 \times \frac{1}{60 s}$ $V = 0/52m \times 3/14 \times 10/67 \frac{1}{s}$ $V = 17/42 \frac{m}{s}$	خواسته	داده‌ها	$V = ?$	$d = 520 \text{ mm}$ $n = 640 \frac{1}{min}$
خواسته	داده‌ها				
$V = ?$	$d = 520 \text{ mm}$ $n = 640 \frac{1}{min}$				
<p>تمرین: چرخ محرک نوار نقاله‌ای در هر دقیقه ۴۲۵ دور می‌زند. اگر لازم باشد نوار با سرعت ۶۵ متر بر دقیقه حرکت کند، قطر آن بایستی چند میلی‌متر انتخاب شود.</p> <p>حل:</p>	<p>تمرین: سوراخی به قطر ۲۵ میلی‌متر با تعداد دوران ۵۶۴ دور بر دقیقه با مته ایجاد می‌شود. سرعت برش سوراخکاری را بر حسب $\frac{m}{s}$ به دست آورید.</p> <p>حل:</p>				

<p>تمرین: ماشین مته رومیزی در حداقل دوران ۳۲۰ دور بر دقیقه تنظیم شده است. حداکثر قطر مته‌ای را که در این حالت می‌توان با سرعت برش ۶۷ متر بر دقیقه به کار برد، به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ماشین مته رومیزی در حداقل دوران ۳۵۰ دور بر دقیقه تنظیم شده است. حداکثر قطر مته‌ای را که در این حالت می‌توان با سرعت برش ۵۶ متر بر دقیقه به کار برد، به دست آورید.</p> <p>حل:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$d = ?$</td><td> $n = 350 \frac{1}{\text{min}}$ $V = 56 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ </td></tr> </tbody> </table> $V = p d n$ $d = \frac{V}{p \times n}$ $d = \frac{56 \frac{\text{m}}{\text{min}}}{3/14 \times 350 \frac{1}{\text{min}}}$ $d = 0/051 \text{ m}$	خواسته	داده‌ها	$d = ?$	$n = 350 \frac{1}{\text{min}}$ $V = 56 \frac{\text{m}}{\text{min}}$
خواسته	داده‌ها				
$d = ?$	$n = 350 \frac{1}{\text{min}}$ $V = 56 \frac{\text{m}}{\text{min}}$				

۳-۸- انتقال حرکت به وسیله تسمه و چرخ تسمه:

نسبت ساده: در دستگاه تسمه و چرخ تسمه در صورتی که از لغزش بین تسمه و چرخ تسمه صرف نظر شود، سرعت محیطی دو چرخ با قطرهای مختلف با هم برابرند.



تعداد دور چرخ محرک \times قطر چرخ محرک \times عددپی = سرعت محیطی چرخ محرک

$$V_1 = p d_1 n_1$$

تعداد دور چرخ متحرک \times قطر چرخ متحرک \times عددپی = سرعت محیطی چرخ متحرک

$$V_2 = p d_2 n_2$$

سرعت چرخ متحرک = سرعت چرخ محرک

$$V_1 = V_2$$

$$p \times d_1 \times n_1 = p \times d_2 \times n_2$$

$$\boxed{d_1 \times n_1 = d_2 \times n_2}$$

$$\frac{\text{تعداد دور چرخ محرک}}{\text{تعداد دور چرخ متحرک}} = \frac{\text{قطر چرخ متحرک}}{\text{قطر چرخ محرک}}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

نسبت انتقال حرکت: نسبت دورها و یا نسبت قطرها را نسبت انتقال حرکت می‌نامند و با حرف i نمایش

می‌دهند.

$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{تعداد دور چرخ محرک}}{\text{تعداد دور چرخ متحرک}} \Rightarrow \boxed{i = \frac{n_1}{n_2}}$$

$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{قطر چرخ متحرک}}{\text{قطر چرخ محرک}} \Rightarrow \boxed{i = \frac{d_2}{d_1}}$$

تمرین: نسبت انتقال حرکت در دستگاه چرخ تسمه‌ای را به دست آورید که قطر چرخ محرک آن ۸۰ میلی‌متر و قطر چرخ متحرک آن ۳۸۰ میلی‌متر باشد.
حل:

مثال: نسبت انتقال حرکت در دستگاه چرخ تسمه‌ای را به دست آورید که قطر چرخ محرک آن ۸۰ میلی‌متر و قطر چرخ متحرک آن ۲۴۰ میلی‌متر باشد.
حل:

خواسته	داده‌ها
$i = ?$	$d_p = 240 \text{ mm}$ $d_1 = 80 \text{ mm}$

$$i = \frac{d_p}{d_1}$$

$$i = \frac{240 \text{ mm}}{80 \text{ mm}}$$

$$i = 3$$

تمرین: در یک دستگاه چرخ تسمه دوزنقه‌ای نسبت انتقال حرکت ۳/۵:۱ و قطر موثر چرخ محرک ۲۴۰ میلی‌متر است. قطر چرخ متحرک را به دست آورید.
حل:

مثال: در یک دستگاه چرخ تسمه دوزنقه‌ای نسبت انتقال حرکت ۳/۵:۱ و قطر موثر چرخ محرک ۱۸۰ میلی‌متر است. قطر موثر چرخ متحرک را به دست آورید.
حل:

خواسته	داده‌ها
$d_p = ?$	$i = 3/5$ $d_1 = 180$

$$i = \frac{d_p}{d_1}$$

$$\frac{3/5}{1} = \frac{d_p}{180}$$

$$d_p = \frac{180 \times 3/5}{1}$$

$$d_p = 630 \text{ mm}$$

تمرین: تعداد دوران چرخ تسمه محرک دستگاه انتقال حرکتی ۴۲۰ دور بر دقیقه و قطر چرخ متحرک آن ۱۲۰ میلی‌متر می‌باشد. اگر برای چرخ متحرک تعداد دوران ۳۶۰۰ دور بر دقیقه مورد نیاز باشد. حساب کنید:

الف - قطر چرخ محرک را
ب - نسبت انتقال حرکت را
حل:

مثال: تعداد دوران چرخ تسمه محرک دستگاه انتقال حرکتی ۴۲۰ دور بر دقیقه و قطر چرخ متحرک آن ۱۲۰ میلی‌متر می‌باشد. اگر برای چرخ متحرک تعداد دوران ۳۶۰۰ دور بر دقیقه مورد نیاز باشد. حساب کنید:

الف - قطر چرخ محرک را
ب - نسبت انتقال حرکت را
حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$d_1 = ?$ $i = ?$	$n_1 = 420 \frac{1}{\text{min}}$ $d_p = 120 \text{ mm}$ $n_p = 3600 \frac{1}{\text{min}}$

الف :

$$n_1 \times d_1 = n_p \times d_p$$

$$d_1 = \frac{n_p \times d_p}{n_1}$$

$$d_1 = \frac{3600 \frac{1}{\text{min}} \times 120 \text{ mm}}{420 \frac{1}{\text{min}}}$$

$$d_1 = \frac{3600 \times 120}{420}$$

$$d_1 = 685.7 \text{ mm}$$

ب:

$$\text{راه اول} \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{n_1}{n_p} \\ i = \frac{420 \frac{1}{\text{min}}}{3600 \frac{1}{\text{min}}} \\ \boxed{i = 0.1167} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = \frac{d_p}{d_1} \\ \text{راه دوم} \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{1200 \text{ mm}}{685 / 7 \text{ mm}} \\ \boxed{i = 0 / 175} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

تمرین: قطر موثر چرخ تسمه محرک (از نوع معمولی) ۱۴۵ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۱۴۵۰ دور بر دقیقه می‌باشد قطر موثر چرخ متحرک و نسبت انتقال حرکت را اگر تعداد دوران آن ۶۴۰ دور بر دقیقه باشد حساب کنید.

حل:

مثال: قطر موثر چرخ تسمه محرک (از نوع معمولی) ۱۲۵ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۱۲۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد قطر موثر چرخ متحرک و نسبت انتقال حرکت را اگر تعداد دوران آن ۶۴۰ دور بر دقیقه باشد حساب کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$d_p = ?$ $i = ?$	$n_1 = 1200 \frac{1}{\text{min}}$ $d_1 = 125 \text{ mm}$ $n_p = 640 \frac{1}{\text{min}}$

$$n_1 \times d_1 = n_p \times d_p$$

$$d_p = \frac{n_1 \times d_1}{n_p}$$

$$d_p = \frac{1200 \frac{1}{\text{min}} \times 125 \text{ mm}}{640 \frac{1}{\text{min}}}$$

$$d_p = \frac{1200 \times 125}{640}$$

$$\boxed{d_p = 234 / 375 \text{ mm}}$$

$$\text{راه اول} \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{n_1}{n_p} \\ i = \frac{1200 \frac{1}{\text{min}}}{640 \frac{1}{\text{min}}} \\ i = 1/875 \end{array} \right.$$

$$\text{راه دوم} \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{d_p}{d_1} \\ i = \frac{234/375 \text{mm}}{125 \text{mm}} \\ i = 1/875 \end{array} \right.$$

تمرین: الکتروموتوری با تعداد دوران ۱۹۷۵ دور بر دقیقه مفروض است. اگر چرخ تسمه‌ای به قطر ۱۴۵ میلی‌متر روی محور الکتروموتور آن سوار شده باشد و قطر چرخ تسمه متحرک ۴۸۰ میلی‌متر باشد حساب کنید.

الف - تعداد دوران چرخ متحرک را
ب - نسبت انتقال حرکت را
حل:

مثال: الکتروموتوری با تعداد دوران ۱۶۸۵ دور بر دقیقه مفروض است. اگر چرخ تسمه‌ای به قطر ۲۳۰ میلی‌متر روی محور الکتروموتور آن سوار شده باشد و قطر چرخ تسمه متحرک ۶۴۰ میلی‌متر باشد حساب کنید.

الف - تعداد دوران چرخ متحرک را
ب - نسبت انتقال حرکت را
حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$n_p = ?$	$n_1 = 1685 \frac{1}{\text{min}}$
$i = ?$	$d_1 = 230 \text{mm}$
	$d_p = 640 \text{mm}$

$$n_1 \times d_1 = n_p \times d_p$$

$$n_p = \frac{n_1 \times d_1}{d_p}$$

	$n_p = \frac{1685 \frac{1}{\text{min}} \times 230 \text{ mm}}{640 \text{ mm}}$ $n_p = 605 / 55 \frac{1}{\text{min}}$ $i = \frac{n_1}{n_p}$ $i = \frac{1685}{605 / 5}$ $i = 2 / 78$				
<p>تمرین: سنگ سنباده‌ای به قطر ۵۵۰ میلی‌متر توسط دستگاه چرخ تسمه‌ای به گردش در می‌آید. این سنگ لازم است دارای سرعت محیطی ۳۲ متر بر ثانیه باشد. قطر چرخ تسمه الکتروموتور ۷۶ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۲۴۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد. حساب کنید:</p> <p>الف - قطر چرخ تسمه سوار شده روی محور سنگ سنباده را</p> <p>ب - نسبت انتقال حرکت را</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: سنگ سنباده‌ای به قطر ۶۵۰ میلی‌متر توسط دستگاه چرخ تسمه‌ای به گردش در می‌آید. این سنگ لازم است دارای سرعت محیطی ۴۵ متر بر ثانیه باشد. قطر چرخ تسمه الکتروموتور ۸۴ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۳۲۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد. حساب کنید:</p> <p>الف - قطر چرخ تسمه سوار شده روی محور سنگ سنباده را</p> <p>ب - نسبت انتقال حرکت را</p> <p>حل:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$d_p = ?$ $i = ?$</td><td>$D = 650$ $V = 45 \text{ m/s}$ $d_1 = 84$ $n_1 = 3200 \frac{1}{\text{min}}$</td></tr> </tbody> </table> $V = p D n_p$ $n_p = \frac{V}{p D}$ $n_p = \frac{45 \text{ m/s}}{31 / 4 \times 650 \text{ mm}}$	خواسته‌ها	داده‌ها	$d_p = ?$ $i = ?$	$D = 650$ $V = 45 \text{ m/s}$ $d_1 = 84$ $n_1 = 3200 \frac{1}{\text{min}}$
خواسته‌ها	داده‌ها				
$d_p = ?$ $i = ?$	$D = 650$ $V = 45 \text{ m/s}$ $d_1 = 84$ $n_1 = 3200 \frac{1}{\text{min}}$				

$$n_p = \frac{45 \times 60 (\text{m/min})}{\pi 1/4 \times 60 (\frac{1}{1000}) \text{m}}$$

$$n_p = 1332 / \text{min}$$

$$\frac{n_1}{n_p} = \frac{d_p}{d_1}$$

$$d_p = \frac{n_1 d_1}{n_p}$$

$$d_p = \frac{1200 \times 14}{1332 / \text{min}} =$$

$$\boxed{d_p = 12.7 / \text{mm}}$$

$$i = \frac{n_1}{n_p} = \frac{1200}{1332 / \text{min}} = \boxed{2/42}$$

سیمای فصل نهم

۹- حرارت

۹-۱- ماهیت حرارت

۹-۲- درجه حرارت

۹-۳- اساس و نحوه اندازه‌گیری درجه حرارت

۹-۴- واحدهای درجه حرارت

۹-۴-۱- درجه‌بندی سلسیوس	}
۹-۴-۲- درجه‌بندی فارنهایت	
۹-۴-۳- درجه‌بندی کلوین	

۹-۵- رابطه تبدیل واحدهای درجه حرارت

۹-۶- تعریف مقدار حرارت

۹-۷- واحدهای مقدار حرارت

۹-۷-۱- تعریف مقدار کالری	}
۹-۷-۲- کیلوکالری	
۹-۷-۳- بی‌تی‌یو	

۹-۸- رابطه کالری و واحد مکانیکی کار و انرژی

۹-۹- تعریف ظرفیت حرارتی

۹-۱۰- تعریف گرمای ویژه

۹-۱۰-۱- واحد گرمای ویژه	}
۹-۱۱- تعریف نقطه ذوب	

۹-۱۲- تعریف گرمای نهان گداز

۹-۱۲-۱- واحد گرمای نهان گداز	}
۹-۱۳- تعریف گرمای نهان تبخیر	

۹-۱۴- رابطه مقدار گرما

۹-۱۵- قدرت حرارتی (ارزش گرمایی)

۹-۱۶- راندمان حرارتی کوره

۹- حرارت

۹-۱- ماهیت حرارت:

حرارت یا گرما شکل خاصی از انرژی است که بر اثر حرکت و جنبش نامنظم مولکول‌های جسم به دست می‌آید. در صورتی که در اثر عوامل خارجی دامنه نوسان‌ها و ارتعاشات درونی بین اتمی افزایش یابد در آن صورت جسم ذوب می‌شود. در صورت تأثیر بیشتر عوامل خارجی و افزایش انرژی جنبشی و ارتعاشی ذرات، جسم به حالت گاز در می‌آید.

۹-۲- درجه حرارت:

دما یا درجه حرارت کمیتی است که میزان گرمی و سردی جسم را نشان می‌دهد. هرچقدر تحرک و شدت ارتعاش اتم‌ها یا مولکول‌های یک جسم زیاد شود در آن صورت جسم گرم‌تر شده است. بنابراین دمای آن بالا می‌رود. دمای جسم مربوط به انرژی متوسط حرکت گرمایی مولکول‌های آن است. برای اندازه‌گیری دما باید میزان حرارت درونی یا بیرونی جسم را به وسیله مقایسه آن با حرارت یک جسم معین و مشخص نمود.

۹-۳- اساس و نحوه اندازه‌گیری درجه حرارت:

برای اندازه‌گیری درجه حرارت از تأثیر حرارت بر اجسام استفاده می‌شود. حرارت سبب انبساط حجمی مایعات به خصوص جیوه و الکل و انبساط طولی فلزات و آلیاژها و تغییر اجسام مانند نقطه ذوب، جوش و... می‌شود. با توجه به میزان انبساط جیوه و الکل دماسنج یا ترومتر طراحی و ساخته شده است. درجه‌بندی دماسنج‌ها بر مبنای دو نقطه اصلی و ثابت مانند نقطه ذوب یخ و نقطه جوش آن در فشار ۱ اتمسفر در سطح دریای آزاد است. البته درجه‌بندی‌های دماسنج یکسان نیست. در شکل (۹-۱) تأثیر حرارت بر انبساط جیوه در طول لوله باریک دماسنج نشان داده شده است.



شکل ۹-۱- اندازه‌گیری درجه حرارت در یک دماسنج جیوه‌ای

۹-۴- واحدهای درجه حرارت:

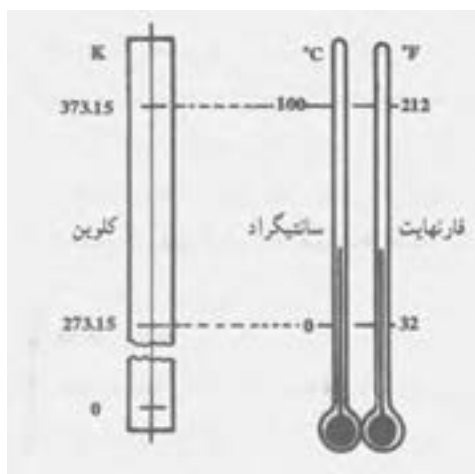
واحدهای مهم درجه حرارت عبارتند از:

۹-۴-۱- **درجه بندی سلسیوس:** در این درجه بندی در فشار ۱ اتمسفر نقطه ذوب یخ صفر و نقطه جوش آن ۱۰۰ در نظر گرفته می شود، در این صورت فاصله بین نقطه ذوب یخ و نقطه جوش ۱۰۰ قسمت خواهد بود و با علامت °C نشان داده می شود.

۹-۴-۲- **درجه بندی فارنهایت:** در این درجه بندی نقطه ذوب یخ ۳۲ و نقطه جوش آب ۲۱۲ در نظر گرفته می شود. در این صورت فاصله بین ذوب یخ و نقطه جوش، ۱۸۰ قسمت خواهد بود و با علامت °F نشان داده می شود.

فاصله بین نقطه جوش آب و نقطه ذوب یخ $212 - 32 = 180$ می باشد .

۹-۴-۳- **درجه بندی کلوین:** در این درجه بندی صفر معادل $273/15$ - درجه سلسیوس است و فاصله بین درجه های کلوین مانند درجه سلسیوس است. درجه بندی کلوین با k نشان داده می شود. در صفر مطلق ($273/15^{\circ}\text{C}$) انرژی داخلی ماده به حداقل ممکن می رسد. شکل (۹-۲) مقایسه درجه بندی های سانتی گراد، فارنهایت و کلوین را نشان می دهد. به طوری که 180°F برابر 100°C و برابر ۱۰۰۰ کلوین است.



شکل ۹-۲- مقایسه درجه بندی های کلوین، سانتی گراد و فارنهایت

۹-۵- رابطه تبدیل واحدهای درجه حرارت:

رابطه تبدیل واحدهای سلسیوس و فارنهایت عبارتند از:

درجه حرارت ذوب یخ بر حسب سلسیوس درجه حرارت یخ بر حسب فارنهایت

$$\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{\theta_c - 0}{100} \Rightarrow \boxed{\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{\theta_c}{100}}$$

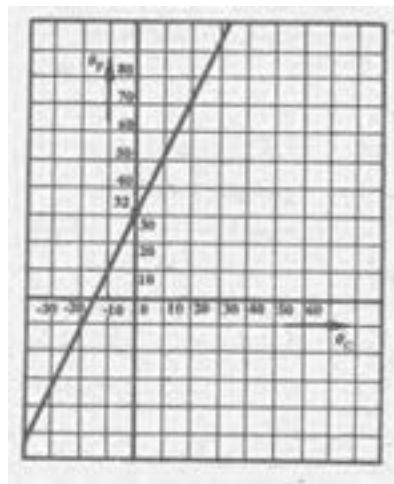
قسمت قسمت

رابطه تبدیل واحدهای سلسیوس و کلوین عبارتند از:

$$T_k = \theta_c + 273/15 \Rightarrow \boxed{T_k = \theta_c + 273/15}$$

درجه حرارت سلسیوس درجه حرارت کلوین

در صورتی که نمودار θ_F (درجه حرارت فارنهایت) بر حسب θ_c (درجه حرارت سلسیوس) رسم شود. نمودار آن مطابق شکل (۹-۳) خواهد بود.



شکل ۹-۳

تمرین: نقطه ذوب آلومینیم 659°C است، نقطه ذوب آن را بر حسب درجه فارنهایت و درجه کلوین به دست آورید.
حل:

مثال: نقطه ذوب سرب 327°C است. نقطه ذوب آن را بر حسب درجه فارنهایت و درجه کلوین به دست آورید.
حل:

خواسته‌ها	داده
$\theta_F = ?$ $T_k = ?$	$\theta_{pb} = 327^\circ$

$$\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{\theta_c}{100}$$

$$\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{327}{100}$$

$$\theta_F - 32 = \frac{327 \times 180}{100}$$

$$\theta_F - 32 = 588.6$$

$$\theta_F = 588.6 + 32$$

$$\theta_F = 620.6^\circ F$$

$$T_k = \theta_F + 273.15$$

$$T_k = 327 + 273.15$$

$$T_k = 600.15 K$$

تمرین: نقطه ذوب آهن 1803 K است. نقطه ذوب آن را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه فارنهایت حساب کنید.

حل:

مثال: نقطه ذوب طلا 1337 K است. نقطه ذوب آن را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه فارنهایت حساب کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده
$\theta_c = ?$	$T_k = 1337 K$
$\theta_F = ?$	

$$T_k = \theta_c + 273.15$$

$$1337 = \theta_c + 273.15$$

$$\theta_c = 1337 - 273.15$$

$$\theta_c = 1063.85^\circ C$$

$$\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{\theta_c}{100}$$

$$\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{1063.85}{100}$$

$$\theta_F - 32 = \frac{1063.85 \times 180}{100}$$

$$\theta_F - 32 = 1914.93$$

	$\theta_F = 1914 / 93 + 32$ $\theta_F = 1946 / 93^\circ F$
<p>تمرین: ۱۲۰ درجه فارنهایت را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه کلوین حساب کنید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۰۰ درجه فارنهایت را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه کلوین حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{\theta_c}{100}$ $\frac{100 - 32}{180} = \frac{\theta_c}{100}$ $\frac{68}{180} = \frac{\theta_c}{100}$ $\theta_c = \frac{68 \times 100}{180}$ $\theta_c = 37.77^\circ C$ $T_k = \theta_c + 273.15$ $T_k = 37.77 + 273.15$ $T_k = 310.92 K$
<p>تمرین: نقطه ذوب فلز A، ۷۶۹/۴ درجه کلوین و نقطه ذوب فلز B، ۶۵۲/۵ درجه فارنهایت است. کدام یک از آنها دیر ذوب‌تر هستند.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: نقطه ذوب فلز A، ۸۵۰/۵ درجه کلوین و نقطه ذوب فلز B، ۵۵۹/۳ درجه فارنهایت است. کدام یک از آنها دیر ذوب‌تر هستند.</p> <p>حل:</p> $T_k = \theta_c + 273.15$ <p>نقطه ذوب فلز A:</p> $850 / 5 = \theta_c + 273.15$ $\theta_c = 850 / 5 - 273.15$ $\theta_c = 577 / 35^\circ C$

	$\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{\theta_c}{100}$ <p>نقطه ذوب فلز B :</p> $\frac{559/3 - 32}{180} = \frac{\theta_c}{100}$ $\frac{527/3}{180} = \frac{\theta_c}{100}$ $\theta_c = \frac{527/3 \times 100}{180}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\theta_c = 292/9^\circ\text{C}$ </div> <p>نقطه ذوب فلز A بیشتر است</p> $\theta_A > \theta_B$
<p>تمرین: 25°F چند درجه کلوین است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: 100°F چند درجه کلوین است؟</p> <p>حل: ابتدا 100°F را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم.</p> $\frac{\theta_c}{100} = \frac{\theta_F - 32}{180}$ $\frac{\theta_c}{\cancel{100}_5} = \frac{\theta_F - 32}{\cancel{180}_9}$ $\frac{\theta_c}{5} = \frac{68}{9}$ $9 \times C = 5 \times 68$ $\theta_c = \frac{5 \times 68}{9} = 37/8^\circ\text{C}$ <p>حالا درجه سانتی‌گراد را به کلوین تبدیل می‌کنیم.</p> $T_k = \theta_c + 273$ $T_k = 37/8 + 273$ $T_k = 310/8$

تمرین: اگر اختلاف دمای دو جسم بر حسب کلوین ۸۰ k باشد. این اختلاف دما را بر حسب فارنهایت به دست آورید.

حل:

مثال: اگر $\theta_{F_r} = 14^\circ F$ و $\theta_{F_i} = 50^\circ F$ باشد. اختلاف دمای θ_{F_i} و θ_{F_r} را بر حسب سلسیوس و کلوین به دست آورید.

حل:

ابتدا θ_{F_i} و θ_{F_r} را بر حسب سلسیوس به دست

می آوریم.

$$\frac{\theta_c}{180} = \frac{\theta_F - 32}{180}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$9\theta_c = 5(\theta_F - 32)$$

$$\frac{9}{5}\theta_c = \theta_F - 32$$

$$\frac{9}{5}\theta_c + 32 = \theta_F \Rightarrow \theta_F = 1/9\theta_c + 32$$

$$\theta_{F_i} = 1/9\theta_{c_i} + 32$$

$$\theta_{F_r} = 1/9\theta_{c_r} + 32$$

$$\Delta\theta_F = \theta_{F_r} - \theta_{F_i}$$

$$\Delta\theta_F = 1/9\theta_{c_r} + 32 - (1/9\theta_{c_i} + 32)$$

$$\Delta\theta_F = 1/9\theta_{c_r} + \cancel{32} - 1/9\theta_{c_i} - \cancel{32}$$

$$\Delta\theta_F = 1/9\theta_{c_r} - 1/9\theta_{c_i}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta_F &= 1/9(\theta_{c_r} - \theta_{c_i}) \\ \theta_{c_r} - \theta_{c_i} &= \Delta\theta_c \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta\theta_F = 1/9\Delta\theta_c$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_c = 9/5\Delta\theta_F$$

$$\Delta\theta_F = \theta_{F_r} - \theta_{F_i} = 14 - 50 = -36^\circ C$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_c = 50 / 56 \Delta\theta_F$$

$$\Delta\theta_c = 50 / 56 \times 90$$

$$\Delta\theta_c = 50 / 4^\circ\text{C}$$

برای تبدیل $\Delta\theta_c$ به ΔT_k داریم:

$$\Delta T_k = \Delta\theta_c$$

$$\Rightarrow \Delta T_k = 50 / 4\text{K}$$

۹-۶- تعریف مقدار حرارت:

با گرم شدن جسم (جامد، مایع و گاز) سرعت و شدت حرکت مولکول‌های آن زیاد شده و در نتیجه باعث تغییر در جسم می‌شود. بنابراین مقدار حرارت اندازه‌ای است از انرژی مکانیکی که می‌تواند باعث تغییرات دمایی یا حالت‌های فیزیکی مختلف در اجسام شده و انرژی داخلی آنها را تغییر دهد.

۹-۷- واحدهای مقدار حرارت:

در سیستم SI واحد حرارت ژول است. ۱ ژول برابر مقدار کاری است که نیروی ۱ نیوتن سبب جابجایی جسم به اندازه ۱ متر می‌شود.

واحدهایی که قبلاً برای اندازه‌گیری حرارت متداول بوده و هنوز نیز رایج است عبارتند از:

کالری (cal)، کیلوکالری (kcal)، و بی‌تی‌یو (B.T.U)

۹-۷-۱- تعریف مقدار کالری: یک کالری مقدار حرارتی است که دمای یک گرم آب خالص را از $14/5^\circ\text{C}$ به $15/5^\circ\text{C}$ افزایش دهد.

۹-۷-۲- کیلوکالری: کیلوکالری مقدار حرارتی است که دمای یک کیلوگرم آب خالص را از $14/5^\circ\text{C}$ به $15/5^\circ\text{C}$ افزایش دهد.

۹-۷-۳- بی‌تی‌یو (B.T.U): مقدار حرارتی است که دمای یک پوند ($453/59$ گرم) آب خالص را از 63°F به 64°F برساند. به عبارت دیگر هر بی‌تی‌یو 252 کالری است. بنابراین خواهیم داشت:

$$1\text{kcal} = 1000\text{cal} \Leftrightarrow 1\text{cal} = \frac{1}{1000}\text{kcal}$$

$$1\text{BTU} = 252\text{cal} \Leftrightarrow 1\text{cal} = \frac{1}{252}\text{BTU}$$

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$$

$$= 1000 \times (1 \text{ cal})$$

$$= 1000 \times \left(\frac{1}{252} \text{ BTU} \right)$$

$$= \frac{1000}{252} \text{ BTU}$$

$$= 3/97 \text{ B.T.U}$$

$$1 \text{ kcal} = 3/97 \text{ B.T.U} \Leftrightarrow 1 \text{ B.T.U} = \frac{1}{3/97} \text{ kcal}$$

$$\text{B.T.U} \approx \frac{1}{4} \text{ kcal}$$

تمرین: ۹/۲۵ بی تی یو برابر چند کالری است؟
حل:

مثال: ۷/۵ بی تی یو برابر چند کالری می باشد؟
حل:

$$7/5 \text{ B.T.U} = ? \text{ cal}$$

$$7/5 \times (1 \text{ B.T.U}) =$$

$$7/5 \times 252 (\text{cal}) = 1890 \text{ cal}$$

تمرین: ۸۲۵/۲۵ کالری چند B.T.U می باشد؟
حل:

مثال: ۴۱۶/۲۵ کالری چند B.T.U است؟

$$416/25 (\text{cal}) = ? \text{ BTU}$$

$$416/25 \times (1 \text{ cal}) =$$

$$416/25 \times \left(\frac{1}{252} \text{ BTU} \right) = 1/65 \text{ BTU}$$

تمرین: ۸۴۶۵۰ کالری چند کیلوکالری می شود؟
حل

مثال: ۳۶۵۰۰ کالری چند کیلوکالری است؟
حل:

$$36500 \text{ cal} = ? \text{ kcal}$$

$$36500 \times (1 \text{ cal})$$

$$36500 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ kcal} \right) = 36/5 \text{ kcal}$$

<p>مثال: ۶/۷۵۰ کیلوکالری را بر حسب کالری حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $۶۷۵۰ \text{ kcal} = ? \text{ cal}$ $۶۷۵۰ \times (1 \text{ kcal})$ $۶۷۵۰ \times \left(\frac{1}{1000} \text{ cal}\right) = ۶۷۵ \text{ cal}$	<p>تمرین: ۱۲۲۵۰ کیلوکالری را بر حسب کالری حساب کنید.</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۳۵/۲۵ کیلوکالری را بر حسب بی تی یو حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $۳۵/۲۵ \text{ kcal} = ? \text{ BTU}$ $۳۵/۲۵ \times (1 \text{ kcal}) =$ $۳۵/۲۵ \times (۳/۹۷ \text{ B.T.U}) = ۱۲/۹۰۲۵ \text{ BTU}$	<p>تمرین: ۱۱۲/۲۵ کیلوکالری را بر حسب بی تی یو حساب کنید.</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۴۶۹/۲۵ بی تی یو را بر حسب کیلوکالری حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $۴۶۹/۲۵ \text{ BTU} = ? \text{ kcal}$ $۴۶۹/۲۵ \times (1 \text{ BTU})$ $۴۶۹/۲۵ \left(\frac{1}{۳/۹۷} \text{ kcal}\right)$ $\frac{۴۶۹/۲}{۳/۹۷} \text{ kcal} = ۱۱۸/۱۸۶ \text{ kcal}$	<p>تمرین: ۸۹۶/۲۵ بی تی یو را بر حسب کیلوکالری حساب کنید.</p> <p>حل:</p>
<p>۸-۹- رابطه کالری و واحد مکانیکی کار و انرژی:</p> <p>واحد مکانیکی کار و انرژی ژول است. که برابر کاری است که نیروی ۱ نیوتنی جسم را به اندازه ۱ متر جابجا کند. آزمایشات نشان داده که اگر انرژی یک کالری به کار تبدیل شود، این کار می تواند وزنه ۴/۱۸۶۸ نیوتنی را به اندازه یک متر به طور قائم بالا ببرد. بنابراین خواهیم داشت:</p>	

$$1\text{cal} = 4/1868\text{J} \Rightarrow 1\text{cal} \approx 4/19\text{J} \Leftrightarrow 1\text{J} = \frac{1}{4/19}\text{cal}$$

از طرفی برای تبدیل kcal به J خواهیم داشت:

$$1\text{kcal} = 1000\text{cal}$$

$$= 1000 \times (1\text{cal})$$

$$= 1000 \times 4/1868\text{J}$$

$$1\text{kcal} = 4186/8\text{J}$$

$$1\text{kcal} = 4186/8\text{J}$$

$$= 4186/8 \times \left(\frac{1}{1000}\text{kJ}\right)$$

$$= 4/1868\text{kJ}$$

$$1\text{kcal} = 4/1868\text{kJ} \Rightarrow 1\text{kcal} = 4/19\text{kJ} \Leftrightarrow 1\text{kJ} = \frac{1}{4/19}\text{kcal}$$

$$1\text{B.T.U} \approx \frac{1}{4}\text{kcal}$$

$$\approx \frac{1}{4} \times (4/19\text{kJ})$$

$$\approx \frac{4/19}{4}\text{kJ}$$

$$\approx 1/05\text{kJ}$$

$$1\text{B.T.U} \approx 1/05\text{kJ} \Leftrightarrow 1\text{kJ} \approx \frac{1}{1/05}\text{B.T.U}$$

تمرین: ۱۱۲۵/۲۵ کالری را بر حسب ژول به دست آورید.

حل:

مثال: ۷/۳۵ کالری را بر حسب ژول به دست آورید.
حل:

$$7/35\text{cal} = ?\text{J}$$

$$7/35 \times (1\text{cal}) =$$

$$7/35 \times 4/19\text{J} = 30/7965\text{J}$$

<p>مثال: ۵۶۹/۷ ژول را بر حسب کالری به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۵۶۹/۷ \text{ J} = ? \text{ cal}$ $۵۶۹/۷ \times (1 \text{ J})$ $۵۶۹/۷ \times \left(\frac{1}{۴/۱۹} \text{ cal}\right)$ $\frac{۵۶۹/۷}{۴/۱۹} = ۱۳۵/۹۷ \text{ cal}$	<p>تمرین: ۶۵۹/۳ ژول را بر حسب کالری به دست آورید.</p> <p>حل:</p> <p>:</p>
<p>مثال: ۰/۰۰۹۷ کیلوکالری را بر حسب ژول به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۰/۰۰۹۷ \text{ kcal} = ? \text{ J}$ $۰/۰۰۹۷ \times (1 \text{ kcal})$ $۰/۰۰۹۷ \times (۴۱۸۶/۸ \text{ J}) = ۴/۰۶ \text{ J}$	<p>تمرین: ۰/۰۰۰۸۵ کیلوکالری را بر حسب ژول به دست آورید.</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۱۲۵/۸ بی تی یو را بر حسب کیلوکالری به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۱۲۵/۸ \text{ B.T.U} = ? \text{ kcal}$ $۱۲۵/۸ \times (1 \text{ B.T.U})$ $۱۲۵/۸ \times \left(\frac{1}{۴} \text{ kcal}\right)$ $۱۲۵/۸ \times \frac{1}{۴} = ۳۱/۴۵ \text{ kcal}$	<p>تمرین: ۲۵۶/۹ بی تی یو را بر حسب کیلوکالری به دست آورید.</p> <p>حل:</p>
<p>مثال: ۷۹۸ کیلوژول را بر حسب کیلوکالری به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۷۹۸ \text{ kJ} = ? \text{ kcal}$	<p>تمرین: ۱۵۳۶ کیلوژول را بر حسب کیلوکالری به دست آورید.</p> <p>حل:</p>

	$798 \times (\text{kJ}) =$ $798 \times \left(\frac{1}{4/19} \text{ kcal}\right)$ $\frac{798}{4/19} = 190/45 \text{ kcal}$
<p>تمرین: ۲۱۵/۳ بی تی یو را بر حسب کیلوژول حساب کنید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۱۲/۹ بی تی یو را بر حسب کیلوژول به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $112/9 \text{ B.T.U} = ? \text{ kJ}$ $112/9 \times (1 \text{ B.T.U}) =$ $112/9 \times (1/0.5 \text{ kJ})$ $112/9 \times 1/0.5 = 118/545 \text{ kJ}$
<p>تمرین: ۲۵۲/۱۲۵ کیلوژول را بر حسب بی تی یو به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۷۶/۲۵ کیلوژول را بر حسب بی تی یو به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $76/25 \text{ kJ} = ? \text{ B.T.U}$ $76/25 \times (1 \text{ kJ}) =$ $76/25 \times \left(\frac{1}{1/0.5} \text{ B.T.U}\right)$ $\frac{76/25}{1/0.5} = 76/62 \text{ B.T.U}$
<p>۹-۹- تعریف ظرفیت حرارتی:</p> <p>مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک جسم به اندازه یک درجه سلسیوس را ظرفیت حرارتی جسم می نامند و با A نشان می دهند. در این صورت اگر Q مقدار گرمایی باشد که دمای جسم را از θ_1 به θ_2 برساند، در آن صورت ظرفیت حرارتی برابر خواهد بود با:</p> $\left. \begin{aligned} A &= \frac{Q}{\theta_2 - \theta_1} \\ \Delta\theta &= \theta_2 - \theta_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{Q}{\Delta\theta} \Rightarrow Q = A \cdot \Delta\theta$	

تمرین: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه مسی از 25°C به 51°C ، $18/6$ کیلوکالری است. ظرفیت حرارتی آن را بر حسب کالری بر درجه سانتی‌گراد و همچنین ژول بر درجه کلوین حساب کنید.

حل:

مثال: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه مسی از 25°C به 51°C ، $18/6$ کیلوکالری است. ظرفیت حرارتی آن را بر حسب کالری بر درجه سانتی‌گراد و همچنین ژول بر درجه کلوین حساب کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$A = ? \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$	$Q = 18/6 \text{ kcal}$
$A = ? \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{kg}}$	$\theta_1 = 25^{\circ}\text{C}$
	$\theta_2 = 51^{\circ}\text{C}$

- کیلوکالری را به کالری تبدیل می‌کنیم.

$$Q = 18/6 \text{ kcal}$$

$$Q = 18/6 (1000 \text{ cal})$$

$$Q = 18600 \text{ cal}$$

$$A = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

$$A = \frac{Q}{\theta_2 - \theta_1}$$

$$A = \frac{18600}{51 - 25}$$

$$A = \frac{18600}{48}$$

$$A = 387/5 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$$

چون اختلاف درجه حرارت کلوین و سانتی‌گراد با

هم برابر است ($\Delta T = \Delta \theta$) لذا خواهیم داشت:

$$(1 \text{ cal} = 4/19 \text{ J})$$

$$A = \frac{18600 \times 4/19}{51 - 25}$$

$$A = \frac{77934 \text{ J}}{485 \text{ K}}$$

$$A = 160/69 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

تمرین: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه فولادی از 53°C به 585°C ، در صورتی که ظرفیت حرارتی آن برابر $105/25$ کالری بر درجه سانتی گراد باشد، حساب کنید.

حل:

مثال: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه فولادی از 75°C به 865°C ، در صورتی که ظرفیت حرارتی آن برابر $125/65$ کالری بر درجه سانتی گراد باشد، حساب کنید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$Q = ?$	$\theta_1 = 75^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = 865^{\circ}\text{C}$ $A = 125/65 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$

$$A = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

$$Q = A \times (\theta_p - \theta_1)$$

$$Q = 125/65 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}} \times (865 - 75)^{\circ}\text{C}$$

$$Q = 125/65 \times 790$$

$$Q = 99263/5 \text{ cal}$$

تمرین: جسمی به میزان 1200 کالری حرارت داده می‌شود تا به دمای 105°C برسد. در صورتی که ظرفیت گرمایی جسم $20 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$ باشد. دمای اولیه جسم را حساب کنید.

حل:

مثال: جسمی به میزان 500 کالری حرارت داده می‌شود. در صورتی که دمای اولیه جسم 25°C باشد. دمای نهایی آن چقدر خواهد شد؟ ظرفیت حرارتی جسم $10 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$

حل:

	<table border="1" data-bbox="770 143 1378 531"> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> <tr> <td>$Q = ?$</td><td> $Q = 500 \text{ cal}$ $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $A = 10 \frac{\text{cal}}{^\circ \text{C}}$ $A = \frac{Q}{\Delta\theta}$ </td></tr> </table> <p>نوشتن رابطه: جای گذاری در رابطه</p> $Q = A \times \Delta\theta$ $500 = 10 \Delta\theta$ $\Delta\theta = \frac{500}{10} = 50$ $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $50 = \theta_p - 25$ $50 + 25 = \theta_p$ $\theta_p = 75^\circ \text{C}$	خواسته	داده‌ها	$Q = ?$	$Q = 500 \text{ cal}$ $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $A = 10 \frac{\text{cal}}{^\circ \text{C}}$ $A = \frac{Q}{\Delta\theta}$
خواسته	داده‌ها				
$Q = ?$	$Q = 500 \text{ cal}$ $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $A = 10 \frac{\text{cal}}{^\circ \text{C}}$ $A = \frac{Q}{\Delta\theta}$				
<p>تمرین: گرمای لازم برای افزایش درجه حرارت یک قطعه فلزی از 10°C به 85°C ، 150000 J است. ظرفیت حرارتی را بر حسب کالری بر درجه سانتی‌گراد را به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: گرمای لازم برای افزایش درجه حرارت یک قطعه فلزی از 20°C به 100°C برابر 40000 cal است. ظرفیت حرارتی را بر حسب کیلوکالری بر درجه سانتی‌گراد و همچنین ژول بر درجه کلونین تعیین کنید.</p> <p>حل:</p> <table border="1" data-bbox="770 1451 1378 1716"> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> <tr> <td> $A = ? \frac{\text{kcal}}{^\circ \text{C}}$ $A = ? \frac{\text{J}}{^\circ \text{K}}$ </td><td> $\theta_1 = 20^\circ \text{C}$ $\theta_p = 100^\circ \text{C}$ $Q = 40000 \text{ cal}$ </td></tr> </table> <p>نوشتن رابطه:</p> $A = \frac{Q}{\Delta\theta}$	خواسته‌ها	داده‌ها	$A = ? \frac{\text{kcal}}{^\circ \text{C}}$ $A = ? \frac{\text{J}}{^\circ \text{K}}$	$\theta_1 = 20^\circ \text{C}$ $\theta_p = 100^\circ \text{C}$ $Q = 40000 \text{ cal}$
خواسته‌ها	داده‌ها				
$A = ? \frac{\text{kcal}}{^\circ \text{C}}$ $A = ? \frac{\text{J}}{^\circ \text{K}}$	$\theta_1 = 20^\circ \text{C}$ $\theta_p = 100^\circ \text{C}$ $Q = 40000 \text{ cal}$				

$$A = \frac{Q}{\theta_p - \theta_1}$$

جایگذاری در رابطه

$$A = \frac{40000}{1000 - 20} = \frac{40000}{980} = 4/08 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$$

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal} \Rightarrow 1 \text{ cal} = \frac{1}{1000} \text{ kcal}$$

$$4/08 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}} = 4/08 \frac{1 \text{ kcal}}{1000} = 4/08 \frac{1}{1000} \text{ kcal}$$

$$\frac{4/08 \text{ kcal}}{1000} = 0/00408 \frac{\text{kcal}}{^{\circ}\text{C}}$$

$$1 \text{ cal} = 4/19 \text{ J}$$

$$\Delta \theta^{\circ}\text{C} = \Delta \theta^{\circ}\text{K}$$

$$4/08 \frac{\text{kcal}}{^{\circ}\text{C}} = 4/08 \frac{1 \text{ cal}}{1^{\circ}\text{C}} \quad \text{تبدیل به ژول بر درجه}$$

$$= 4/08 \frac{4/19 \text{ J}}{1^{\circ}\text{K}}$$

$$= 4/08 \times 4/19 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{K}}$$

$$= 17/09 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{K}}$$

۹-۱۰- تعریف گرمای ویژه:

مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای واحد جرم جسم (گرم یا کیلوگرم) به اندازه یک درجه سلسیوس را گرمای ویژه می‌نامند و آن را با C نمایش می‌دهند. گرمای ویژه در درجه حرارت‌های مختلف برابر نیست. بنابراین برای محاسبات متوسط یا میانگین آنها را در نظر می‌گیرند.

۹-۱۰-۱- واحد گرمای ویژه: در صورتی که Q مقدار گرمایی باشد که دمای جسم به جرم m را از θ_1 به

θ_p برساند. در آن صورت گرمای ویژه آن برابر خواهد بود با:

$$\left. \begin{array}{l} c = \frac{Q}{m(\theta_p - \theta_1)} \\ \Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{c = \frac{Q}{m\Delta\theta}} \Rightarrow Q = mc\Delta\theta$$

با استفاده از رابطه گرمای ویژه اگر Q بر حسب cal ، m بر حسب gr و $(9-484)$ بر حسب $^{\circ}\text{C}$ باشد بنابراین واحد گرمای ویژه برابر خواهد بود با :

$$\text{واحد گرمای ویژه} = \frac{\text{واحد گرما}}{\text{واحد درجه حرارت} \times \text{واحد جرم}} = \frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

بنابراین واحد گرمای ویژه عبارت خواهد بود با:

$$\boxed{\frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot ^{\circ}\text{C}}}$$

- در صورتی که واحد گرما kcal ، واحد جرم kg و واحد دما $^{\circ}\text{C}$ باشد. واحد گرمای ویژه عبارت است از:

$$\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

- در صورتی که واحد گرما J ، واحد جرم kg و واحد دما k باشد. واحد گرمای ویژه عبارت است از:

$$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{k}}$$

- در صورتی که واحد گرما J ، واحد جرم kg و واحد دما $^{\circ}\text{C}$ باشد. واحد گرمای ویژه عبارت است از:

$$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

- تبدیل واحدهای گرمای ویژه:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \\ 1 \text{kcal} = 1000 \text{cal} \\ 1 \text{kg} = 1000 \text{g} \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 1 \frac{\cancel{1000} \text{cal}}{\cancel{1000} \text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\Rightarrow \boxed{1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}}$$

$$1^\circ\text{C} = 1^\text{K} \Rightarrow \boxed{1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \\ 1 \text{cal} = 4.1868 \text{J} \\ 1 \text{g} = \frac{1}{1000} \text{kg} \\ 1^\circ\text{C} = 1 \text{K} \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = \frac{4.1868 \text{J}}{\frac{1}{1000} \text{kg} \cdot \text{K}} = 1000 \times 4.1868 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\Rightarrow \boxed{1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 4186.8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}$$

واحد گرمای ویژه در سیستم انگلیسی بر حسب بی تی یو بر پوند درجه فارنهایت است:

$$\frac{\text{B.T.U}}{\text{Lb} \cdot ^\circ\text{F}}$$

جدول ۹-۱- گرمای ویژه پاره‌ای از مواد

فلز	گرمای ویژه cal/g.°c	گرمای ویژه kJ / K.kg	آلیاژ ^۱	گرمای ویژه cal/g.°c	گرمای ویژه kJ / K.kg
آلومینیم	۰/۲۱۷	۰/۹۰۸	چدن	۰/۱۱۶	۰/۴۸۵
آهن	۰/۱۱۳	۰/۴۷۳	فولاد	۰/۱۱۵	۰/۴۸۱
مس	۰/۰۹۳	۰/۳۹۰	برنج	۰/۰۹۴	۰/۳۹۳
منیزیم	۰/۲۳۴	۰/۹۸۰	برنز	۰/۰۸۲	۰/۳۴۳
سرب	۰/۰۳۱	۰/۱۳۰	سرب خشک	۰/۰۳۵	۰/۱۴۶
روی	۰/۰۹۱	۰/۳۸۱	دور آلومین	۰/۲۱۱	۰/۸۸۳
قلع	۰/۰۵۴	۰/۲۲۶	آب	۱	۴/۱۸۶

۱- در مورد آلیاژها ترکیب آنها حائز اهمیت است و در هر مورد با نسبت‌های ترکیبی، گرمای ویژه تغییر می‌کند.

تمرین: قطعه‌ای آلومینیمی به جرم ۵۰۰ گرم به میزان ۲۰۰۰ کالری حرارت داده می‌شود تا دمای آن به 400°C برسد. مطلوبست دمای اولیه قطعه در صورتی که گرمای ویژه آلومینیم 0.22 کالری بر گرم درجه سلسیوس باشد؟

حل:

مثال: مطلوب است میزان حرارت لازم جهت افزایش درجه حرارت قطعه آهنی به جرم ۱۰۰ گرم از 20°C تا 400°C در صورتی که گرمای ویژه آهن 0.12 کالری بر گرم درجه سلسیوس است.

حل:

خواسته	داده‌ها
$Q = ?$	$\theta_1 = 20^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = 400^{\circ}\text{C}$ $c = 0.12 \frac{\text{cal}}{\text{gr.}^{\circ}\text{C}}$ $m = 100 \text{ gr}$

نوشتن رابطه

$$Q = mc(\theta_p - \theta_1)$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

	<p>جایگذاری در رابطه</p> $Q = 1000 \times 0.12(400 - 20)$ $Q = 12 \times 380 = \boxed{4560 \text{ cal}}$
<p>تمرین: ۱۱/۲ کالری بر گرم سانتی‌گراد را بر حسب ژول بر کیلوگرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۷/۵ کالری بر گرم درجه سانتی‌گراد را بر حسب ژول بر کیلوگرم کلین به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $7/5 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} = ? \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$ $7/5 \times (1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}})$ $7/5 \times 4186/8 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} = 3140.1 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$
<p>تمرین: ۱۵۷۹۴۶/۴ ژول بر کیلوگرم کلین را بر حسب کالری بر گرم سانتی‌گراد به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۵۶۴۹۸۰/۵ ژول بر کیلوگرم کلین را بر حسب کالری بر گرم سانتی‌گراد به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $564980/5 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} = ? \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ $564980/5 \times (1 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}})$ $564980/5 \times 1 \frac{\text{J}}{4186/8 \text{ g}^\circ\text{C}}$ $\frac{564980/5}{4186/8} = 134/9 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$
<p>تمرین: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای فلزی ۰/۳ کیلوکالری بر کیلوگرم درجه سلسیوس باشد. میزای گرمای ویژه بر حسب کالری بر گرم درجه سلسیوس چقدر خواهد بود؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای فلزی ۰/۲۳۴ کالری بر گرم درجه سلسیوس باشد. میزان گرمای ویژه بر حسب کیلوکالری بر کیلوگرم درجه سلسیوس چقدر خواهد بود؟</p> <p>حل:</p>

	$1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ $0.234 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 0.234 \times (1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}})$ $= 0.234 \times (1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}})$ $= 0.234 \times \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$
<p>تمرین: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای ۴۵۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلوین باشد. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه سانتی‌گراد چقدر خواهد بود؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای فلزی ۹۰۰ ژول بر کیلوگرم درجه سانتی‌گراد باشد. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر خواهد بود؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ $900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 900 \times (1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}})$ $= 900 \times (1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$ $= 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
<p>تمرین: گرمای ویژه فلزی ۰/۰۹ کالری بر گرم درجه سلسیوس است. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: گرمای ویژه فلزی ۰/۳۳ کالری بر گرم درجه سلسیوس است. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 4186 / 1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} :$ $0.33 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 0.33 (1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}})$

	$= 0.33(4186/8 \frac{j}{kg.k})$ $= 1381/64 \frac{j}{kg.k}$
<p>تمرین: گرمای ویژه فلزی ۳۸۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلون است. میزان آن بر حسب کالری بر گرم سلسیوس چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: گرمای ویژه فلزی ۱۳۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلون است. میزان آن بر حسب کالری بر گرم درجه سلسیوس چقدر است؟ حل:</p> $1 \frac{j}{kg.k} = \frac{1}{4186/8} \frac{cal}{g.^{\circ}c}$ $130 \frac{j}{kg.k} = 130 \times (1 \frac{j}{kg.k})$ $= 130 \times (\frac{1}{4186/8} \frac{cal}{g.^{\circ}c})$ $= \frac{130}{4186/8} \frac{cal}{g.^{\circ}c}$ $= 0.031 \frac{cal}{g.^{\circ}c}$
<p>تمرین: گرمای ویژه فلزی ۱ کیلوژول بر کیلوگرم درجه کلون است. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلون چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: گرمای ویژه فلزی ۲۰۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلون است. میزان آن بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم درجه کلون چقدر است؟ حل:</p> $1 \frac{j}{kg.k} = \frac{1}{1000} \frac{kJ}{kg.k}$ $200 \frac{j}{kg.k} = 200 \times (1 \frac{j}{kg.k})$ $= 200 \times (\frac{1}{1000} \frac{kJ}{kg.k})$ $= \frac{200}{1000} \frac{kJ}{kg.k}$ $= 0.2 \frac{kJ}{kg.k}$

تمرین: قطعه‌ای به جرم ۹۰۰ گرم به میزان ۵۰۰۰ کالری حرارت داده می‌شود تا دمای آن از ۱۰°C به ۲۵°C برسد. میزان گرمای ویژه آن را بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین به دست آورید.

حل:

مثال: قطعه‌ای به جرم ۵۰۰ گرم به میزان ۱۰۰۰۰ ژول حرارت داده می‌شود تا دمای آن از ۲۵°C به ۲۰۰°C برسد. میزان گرمای ویژه آن را بر حسب کالری بر گرم درجه سانتی‌گراد به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$c = ?$	$m = 500 \text{ gr}$ $Q = 10000 \text{ J}$ $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $\theta_2 = 200^\circ \text{C}$

تبدیل واحد:

$$1 \text{ J} \approx \frac{1}{4.19} \text{ cal}$$

$$10000 \text{ J} = 10000 \times (1 \text{ J})$$

$$= 10000 \times \left(\frac{1}{4.19} \text{ cal} \right)$$

$$= \frac{10000}{4.19} \text{ cal}$$

$$= 2386 / 63 \text{ cal}$$

نوشتن رابطه

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

جایگذاری در رابطه

$$2386 / 63 = 500 \times c(200 - 25)$$

$$2386 / 63 = 500 \times 175 \times c$$

$$2386 / 63 = 87500 \times c$$

$$\frac{2386 / 63}{87500} = \frac{\cancel{87500} \times c}{\cancel{87500}}$$

$$c = 0.027 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}$$

۹-۱۱- تعریف نقطه ذوب:

نقطه ذوب دمایی است که در فشار یک اتمسفر جسم از حالت جامد به مایع تبدیل می‌شود. نقطه ذوب و انجماد با یکدیگر برابرند. نقطه انجماد دمایی است که در فشار یک اتمسفر جسم از حالت مایع به جامد تبدیل می‌شود. دمای اجسام خالص در حین انجماد یا ذوب ثابت می‌ماند.

۹-۱۲- تعریف گرمای نهان گداز:

مقدار گرمایی است که در نقطه ذوب و در فشار یک اتمسفر به واحد جرم جسم داده می‌شود تا از حالت جامد به مایع تبدیل شود. گرمای نهان گداز را با λ نشان می‌دهند.

۹-۱۲-۱- واحدهای گرمای نهان گداز: در صورتی که جرم جسم برابر m و گرمای نهان گداز آن برابر λ باشد. گرمای مورد نیاز جهت ذوب جسم (Q_λ) در نقطه ذوب برابر خواهد بود با:

$$Q_\lambda = m\lambda$$

بنابراین گرمای نهان ذوب برابر خواهد بود با:

$$\lambda = \frac{Q_\lambda}{m}$$

$$\lambda_{\text{واحد}} = \frac{Q_{\lambda \text{ واحد}}}{m_{\text{واحد}}}$$

در صورتی که واحد Q_λ ، cal و واحد جرم گرم باشد. واحد گرمای نهان گداز به این صورت می‌باشد:

$$\text{واحد گرمای نهان گداز } (\lambda) = \frac{\text{cal}}{g}$$

واحدهای دیگر گرمای نهان گداز عبارتند از:

$$\frac{\text{B.T.U}}{\text{Lb}}, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \frac{\text{J}}{\text{kg}}, \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}, \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

- تبدیل واحد $\frac{\text{cal}}{g}$ به واحد $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$ در سیستم SI :

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ cal} &= 4.1868 \text{ J} \\ 1 \text{ g} &= \frac{1}{1000} \text{ kg} \end{aligned} \right\} 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = \frac{4.1868 \text{ J}}{\frac{1}{1000} \text{ kg}}$$

$$= 4/1868 \times 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\boxed{1 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 4/1868 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}$$

$$\boxed{1 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 4/1868 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \Leftrightarrow 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{1}{4/1868 \times 10^3} \frac{\text{cal}}{\text{kg}}}$$

$$1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J} = 10^3 \text{ J} \Rightarrow 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 4/1868 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 4/1868 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\boxed{1 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 4/186 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Leftrightarrow 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \frac{1}{4/186} \frac{\text{cal}}{\text{g}}}$$

جدول ۲-۹- گرمای نهان گداز و نقطه ذوب پاره‌ای از مواد

گرمای نهان گداز $\lambda [\text{J/kg}]$	نقطه ذوب $T_m [\text{K}]$	جسم	گرمای نهان گداز $\lambda [\text{J/kg}]$	نقطه ذوب $T_m [\text{K}]$	جسم
$8/8 \times 10^4$	۱۲۳۳	نقره	$3/8 \times 10^5$	۹۳۲	آلومینیم
$2/1 \times 10^5$	۱۶۷۳	فولاد	$1/8 \times 10^5$	۱۳۵۶	مس
$5/5 \times 10^4$	۳۵۸/۸	گوگرد	$6/6 \times 10^4$	۱۳۳۷	طلا
$5/8 \times 10^4$	۵۰۵	قلع	$2/7 \times 10^5$	۱۸۰۳	آهن
$2/6 \times 10^4$	۳۶۸۳	تنگستن	$1/3 \times 10^5$	۱۴۷۳	چدن سفید
$3/35 \times 10^5$	۲۷۳	یخ	$9/7 \times 10^4$	۱۴۲۳	چدن خاکستری
$1/18 \times 10^5$	۶۹۲	روی	$2/5 \times 10^4$	۶۰۰	سرب
			$1/25 \times 10^4$	۲۳۴	جیوه

<p>تمرین: حرارتی معادل 3000 kJ چند کیلوگرم مس را در نقطه ذوب ، ذوب خواهد کرد. در صورتی که گرمای نهان ذوب مس برابر $5 \times 10^5 \text{ J/kg}$ ژول بر کیلوگرم باشد.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: مطلوبست میزان حرارت لازم برای ذوب شدن ۵ کیلوگرم آلومینیم در نقطه ذوب خود در صورتی که گرمای نهان ذوب آن $5 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ باشد.</p> <p>حل:</p> <table border="1" data-bbox="782 414 1375 635"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$Q_\lambda = ?$</td><td> $m = 5 \text{ kg}$ $\lambda = 5 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ </td></tr> </tbody> </table> <p>نوشتن رابطه</p> $Q_\lambda = m\lambda$ $Q_\lambda = 5 \times 5 \times 10^5$ $= 19 \times 10^5 \text{ J}$	خواسته	داده‌ها	$Q_\lambda = ?$	$m = 5 \text{ kg}$ $\lambda = 5 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
خواسته	داده‌ها				
$Q_\lambda = ?$	$m = 5 \text{ kg}$ $\lambda = 5 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$				
<p>تمرین: $3/497$ کالری بر گرم را بر حسب ژول بر کیلوگرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: $0/0012$ کیلوکالری بر g را بر حسب ژول بر کیلوگرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $0/0012 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = ? \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ $0/0012 \times \left(\frac{\text{cal}}{\text{g}} \right)$ $0/0012 \times 4/1868 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ $0/0012 \times 4186/8 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 5/02416 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$				
<p>تمرین: 17456 ژول بر کیلوگرم را بر حسب کالری بر گرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: $456/8$ ژول بر کیلوگرم را بر حسب کالری بر گرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $456/8 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = ? \frac{\text{cal}}{\text{g}}$				

	$456/8 \times (1 \frac{\text{J}}{\text{kg}})$ $456/8 \times \frac{1}{4/1868 \times 10^3} \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ $\frac{456/8}{4186/8} \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 0/109 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$
<p>تمرین: ۴۵۶/۷ کالری بر گرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۱۶۸۵۰ کالری بر گرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $16850 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = ? \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ $16850 \times (1 \frac{\text{cal}}{\text{g}}) =$ $16850 \times 4/1868 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ $16850 \times 4/1868 = 70547/58 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
<p>تمرین: در صورتی که گرمای نهان ذوب جسمی $200 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ باشد. میزان آن بر حسب کالری بر گرم چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: در صورتی که گرمای نهان ذوب جسمی $80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ باشد. میزان آن بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم چقدر است؟</p> <p>حل:</p> $1 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 4/19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ $80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 80 (1 \frac{\text{cal}}{\text{g}})$ $= 80 \times (4/19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$ $= 335/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

۹-۱۳- تعریف گرمای نهان تبخیر:

مقدار گرمایی است که در نقطه جوش جسم و در فشار یک اتمسفر به واحد جرم جسم داده می‌شود تا از حالت مایع به حالت بخار تبدیل شود. گرمای نهان تبخیر را با حرف L نشان می‌دهند.

۹-۱۳-۱- واحدهای گرمای نهان تبخیر: در صورتی که جرم جسم برابر m و گرمای نهان تبخیر آن L باشد، گرمای مورد نیاز جهت تبخیر آن برابر خواهد بود با:

$$Q_L = m.L$$

در این صورت گرمای نهان تبخیر آن به صورت زیر است:

$$L = \frac{Q_L}{m}$$

که واحدهای گرمای نهان تبخیر با واحدهای گرمای نهان گداز برابرند.

تمرین: در صورتی که برای تبخیر مایعی به جرم ۸۰۰ گرم، 4000 گرمای نهان تبخیر آن چقدر خواهد بود؟
حل:

مثال: در صورتی که برای تبخیر مایعی به جرم ۵۰۰ گرم 537 cal در نقطه تبخیر حرارت مورد نیاز باشد. گرمای نهان تبخیر آن چقدر خواهد بود؟
حل:

خواسته	داده‌ها
$L = ?$	$m = 500 \text{ g}$ $Q_L = 537$

نوشتن رابطه:

$$L = \frac{Q_L}{m}$$

$$L = \frac{537}{500} = 1.074 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

۹-۱۴- رابطه مقدار گرما:

هنگامی که فلز حرارت داده می‌شود برای ذوب شدن ابتدا گرما سبب بالا رفتن دما تا نقطه ذوب می‌شود سپس در نقطه ذوب سبب ذوب شدن آن و پس از ذوب شدن سبب بالا رفتن دمای آن تا دمای فوق ذوب می‌شود.

بنابراین مقدار حرارت لازم برای حرارت دادن فلز تا دمای فوق ذوب برابر Q است.

$$Q = Q_1 + Q_p + Q_s$$

که در آن:

Q_1 گرمای لازم برای بالا رفتن دمای جسم تا نقطه ذوب

Q_p گرمای لازم برای ذوب شدن قطعه در نقطه ذوب (گرمای نهان گداز)

Q_s گرمای لازم برای بالا رفتن دمای جسم از نقطه ذوب تا دمای فوق ذوب

در صورتی که جرم جسم m باشد، مقدار گرمای لازم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= m\bar{c}(\theta_m - \theta_i) \\ Q_p &= m\lambda \\ Q_s &= m\bar{c}'(\theta_p - \theta_m) \end{aligned} \right\} Q = Q_1 + Q_p + Q_s$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = m\bar{c}(\theta_m - \theta_i) + m\lambda + m\bar{c}'(\theta_p - \theta_m)}$$

که در آن:

\bar{c} : گرمای ویژه متوسط جسم جامد

\bar{c}' : گرمای ویژه متوسط جسم مذاب

λ : گرمای نهان گداز

θ_m : نقطه ذوب

θ_i : دمای محیط (معمول 25°C انتخاب می‌شود)

θ_p : دمای فوق گداز (دمای مناسب ریختن)

تمرین: برای ذوب ۸۵ کیلوگرم مس و رسانیدن درجه حرارت مذاب به 145°C فوق ذوب، چند ژول و کیلوژول و کیلوکالری حرارت مورد نیاز است.

مثال: برای ذوب ۹۵ کیلوگرم مس و رسانیدن درجه حرارت مذاب به 150°C فوق ذوب، چند ژول و کیلوژول و کیلوکالری حرارت مورد نیاز است. دمای

دمای محیط ۲۵°C ، گرمای ویژه متوسط مس جامد $۴۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$ گرمای ویژه $۴۶۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$ و گرمای نهان گداز مس $۱/۸ \times ۱۰^۵ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ و نقطه ذوب مس ۱۰۸۳°C است.

حل:

محیط ۳۰°C ، گرمای ویژه متوسط مس جامد $۴۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$ گرمای ویژه متوسط مذاب $۴۶۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$ و گرمای نهان گداز مس $۱/۸ \times ۱۰^۵ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ و نقطه ذوب مس ۱۰۸۳°C است.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ J}$	$m = ۹۵ \text{ kg}$
$Q = ? \text{ kJ}$	$(\theta_p - \theta_m) = ۱۵^{\circ}\text{C}$
$Q = ? \text{ kcal}$	$\theta_i = ۳۰^{\circ}\text{C}$
	$\theta_m = ۱۰۸۳^{\circ}\text{C}$
	$\bar{c}' = ۴۶۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$
	$\bar{c} = ۴۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$
	$\lambda = ۱/۸ \times ۱۰^۵ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

$$Q = Q_i + Q_p + Q_m$$

$$Q = m\bar{c}(\theta_m + \theta_i) + m\lambda + m\bar{c}'(\theta_p - \theta_m)$$

$$Q = ۹۵ \times ۴۰۰ (۱۰۸۳ - ۳۰) + ۹۵ \times ۱/۸ \times ۱۰^۵ + ۹۵ \times ۴۶۰ \times ۱۵$$

$$Q = ۹۵ \times ۴۰۰ \times ۱۰۵۳ + ۹۵ \times ۱/۸ \times ۱۰^۵ + ۹۵ \times ۴۶۰ \times ۱۵$$

$$Q = ۴۰۰۱۴۰۰۰ + ۱۷۱۰۰۰۰ + ۶۵۵۵۰۰$$

$$Q = ۶۳۶۶۹۰۰ \text{ J}$$

ژول را به کیلوژول تبدیل می‌کنیم

$$Q = ۶۳۶۶۹۰۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰} \text{ kJ}\right)$$

$$Q = ۶۳۶۶۹ \text{ kJ}$$

کیلوژول را به کیلوکالری تبدیل می‌کنیم

$$Q = ۶۳۶۶۹ \times \left(\frac{1}{۴/۱۸۶۸} \text{ kcal}\right)$$

$$Q = \frac{63669}{4/1868} \text{ kcal}$$

$$Q = 15207/0.79 \text{ kcal}$$

تمرین: می‌خواهیم ۸۲ کیلوگرم چدن را در کوره ذوب به نقطه فوق ذوب 1380°C برسانیم، حساب کنید: مقدار حرارت لازم را بر حسب کیلوژول و کیلوکالری ، در صورتی که گرمای ویژه چدن جامد $0.72 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ ، گرمای ویژه چدن مذاب $0.93 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ ، گرمای نهان ذوب $\lambda = 145 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ و نقطه ذوب آن 1180°C باشد. حل:

مثال: می‌خواهیم ۷۵ کیلوگرم چدن را در کوره ذوب به نقطه فوق ذوب 1450°C برسانیم، حساب کنید: مقدار حرارت لازم را بر حسب کیلوژول و کیلوکالری ، در صورتی که گرمای ویژه چدن جامد $0.68 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ ، گرمای ویژه چدن مذاب $0.82 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ ، گرمای نهان ذوب $\lambda = 135 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ و نقطه ذوب آن 1250°C باشد. حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ kJ}$ $Q = ? \text{ kcal}$	$m = 75 \text{ kg}$ $\theta_i = 30^{\circ}\text{C}$ $(\theta_p - \theta_m) = 200^{\circ}\text{C}$ $c = 0.68 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ $c' = 0.82 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ $\lambda = 135 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$ $\theta_m = 1250^{\circ}\text{C}$

$$Q = Q_1 + Q_p + Q_p$$

$$Q = m\bar{c}(\theta_m - \theta_i) + m\lambda + mc'(\theta_p - \theta_m)$$

$$Q = 75 \times 0.68(1250 - 30) + 75 \times 135 + 75 \times 0.82(1450 - 1250)$$

$$Q = 75 \times 0.68 \times 1220 + 75 \times 135 + 75 \times 0.82 \times 200$$

$$Q = 62475 + 10125 + 12300$$

$$Q = 84900 \text{ kJ}$$

کیلوژول را به کیلوکالری تبدیل می‌کنیم

$$Q = 84900 \times (1 \text{ kJ})$$

$$Q = 84900 \times \left(\frac{1}{4/1868} \text{ kcal} \right)$$

$$Q = \frac{84900}{4/1868} \text{ kcal}$$

$$Q = 20278/02 \text{ kcal}$$

تمرین: برای ذوب ۱۰ کیلوگرم آهن از درجه حرارت 20°C تا نقطه ذوب آن چقدر حرارت بر حسب کالری لازم است. در صورتی که گرمای ویژه و گرمای نهان ذوب آهن به ترتیب $0/113 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ و $2/7 \times 10^5 \frac{\text{cal}}{\text{kg}}$ باشد. $T_{M(AL)} = 660^\circ\text{C}$
حل:

مثال: برای ذوب ۵۰ کیلوگرم آلومینیم از درجه حرارت 25°C تا پایان ذوب آن چقدر حرارت بر حسب ژول لازم است. در صورتی که گرمای نهان ذوب آلومینیم و گرمای ویژه آن به ترتیب $3/8 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ و $908 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ باشد. $T_{M(AL)} = 660^\circ\text{C}$
حل:

خواسته	داده‌ها
$Q = ?$	$m = 50 \text{ kg}$ $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ $\theta_p = 660^\circ\text{C}$ $c = 908 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ $\lambda = 3/8 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

در این حالت که مقداری از حرارت صرف افزایش دمای آلومینیم از 25°C تا 660°C می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_1 = mc(\theta_p - \theta_1)$$

مقدار دیگر حرارت صرف ذوب کردن آلومینیم در نقطه ذوب آلومینیم می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

	$Q_p = m\lambda$ <p style="text-align: right;">محاسبه Q_1</p> $Q_1 = mc(\theta_p - \theta_1)$ $Q_1 = 50 \times 908(660 - 25)$ $Q_1 = 28829000$ <p style="text-align: right;">محاسبه Q_p</p> $Q_p = m\lambda$ $Q_p = 80 \times 3 / 8 \times 10^5$ $= 3 / 04 \times 10^5 \text{ j}$ <p style="text-align: right;">حرارت مورد نیاز:</p> $Q = Q_1 + Q_p$ $Q = 2 / 8829 \times 10^5 + 3 / 04 \times 10^5$ $Q = 5 / 9229 \times 10^5 \text{ j}$
<p>تمرین: مطلوب است محاسبه حرارت مورد نیاز بر حسب کیلوژول جهت ذوب ۸۰ کیلوگرم فولاد از دمای ۳۰°C و رساندن آن به ۲۰۰ K فوق ذوب در صورتی که نقطه ذوب فولاد ۱۶۷۳ K ، گرمای ویژه فولاد جامد $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} 0/115$ ، گرمای ویژه فولاد مذاب $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} 0/15$ و گرمای نهان ذوب فولاد $\frac{\text{j}}{\text{kg}} 2 / 1 \times 10^5$ باشد.</p> <p style="text-align: right;">حل:</p>	<p>تمرین: مطلوب است محاسبه حرارت مورد نیاز بر حسب کالری جهت ذوب ۱۰۰ کیلوگرم چدن خاکستری در دمای ۲۵°C و رساندن آن تا دمای ۱۳۰°C در صورتی که نقطه ذوب چدن ۱۱۵۰°C ، گرمای ویژه چدن جامد به طور متوسط $\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} 0/485$ ، گرمای ویژه چدن مذاب به طور متوسط $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} 0/16$ و گرمای نهان ذوب چدن $\frac{\text{cal}}{\text{g}} 23$ باشد.</p> <p style="text-align: right;">حل:</p>

<p>تمرین: برای ذوب ۸۰ کیلوگرم چدن از درجه حرارت آن به 150°C تا پایان ذوب آن چقدر حرارت لازم است؟ منحنی تغییرات درجه حرارت نسبت به گرمای داده شده را نیز رسم کنید.</p> <p>گرمای ویژه چدن جامد و مذاب به طور متوسط $0.132 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ و $0.17 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ ، گرمای نهان گداز چدن $23 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ و نقطه انجماد چدن 1150°C است.</p>	<p>مثال: برای ذوب ۱۰۰ کیلوگرم آلومینیم و رسانیدن درجه حرارت آن به 700°C چند کیلوکالری گرما لازم است؟ منحنی تغییرات درجه حرارت نسبت به گرمای داده شده را نیز رسم کنید.</p> <p>گرمای ویژه آلومینیم جامد و مذاب به طور متوسط $0.24 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ و $0.26 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ ، گرمای نهان گداز آلومینیم $91 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ و نقطه ذوب آلومینیم 660°C است. دمای</p>

حل:

محیط ۲۰°C

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?$ منحنی تغییرات درجه حرارت نسبت به گرما	$m = ۱۰۰\text{kg}$ $\theta_1 = ۲۰^{\circ}\text{C}$ $\theta_m = ۶۶۰^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = ۷۰۰^{\circ}\text{C}$ $c = ۰/۲۴ \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ $c' = ۰/۲۶ \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ $\lambda = ۹۱ \frac{\text{cal}}{\text{g}}$

در این حالت که مقداری از گرما صرف افزایش درجه حرارت آلومینیم از ۲۰°C به ۶۶۰°C می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_1 = mc(\theta_m - \theta_1)$$

مقدار دیگر حرارت صرف ذوب کردن آلومینیم در نقطه ذوب می‌شود بدون افزایش درجه حرارت

$$Q_p = m\lambda$$

مقدار دیگر حرارت صرف افزایش درجه حرارت مذاب آلومینیم از ۶۶۰°C به ۷۰۰°C می‌شود.

$$Q_p = mc'(\theta_p - \theta_m)$$

تبدیل: جرم از کیلوگرم به گرم تبدیل می‌شود.

$$m = ۱۰۰\text{kg} = ۱۰۰ \times (\text{kg})$$

$$= ۱۰۰ \times ۱۰۰۰\text{g}$$

$$= ۱۰۰۰۰۰\text{g}$$

محاسبه Q_1

$$Q_1 = mc(\theta_m - \theta_1)$$

$$Q_1 = 100000 \times 0.24(660 - 20)$$

$$Q_1 = 1536000 \text{ cal}$$

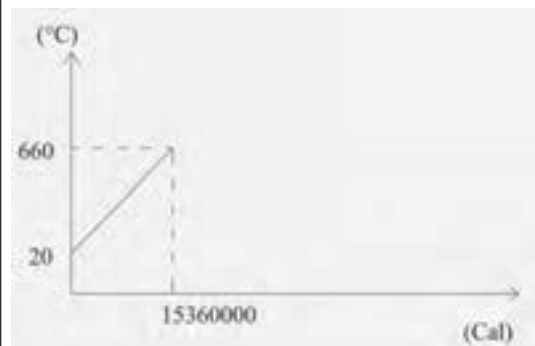
رسم نمودار

$$\theta_1 = 20^\circ \text{C} \Rightarrow Q = 0$$

$$\theta_m = 660^\circ \text{C} \Rightarrow Q_1 = 1536000 \text{ cal}$$

این نقاط را به نمودار منتقل می‌کنیم و به هم وصل

می‌کنیم. دما °C



محاسبه Q_p

$$Q_p = m\lambda$$

$$Q_p = 100000 \times 91$$

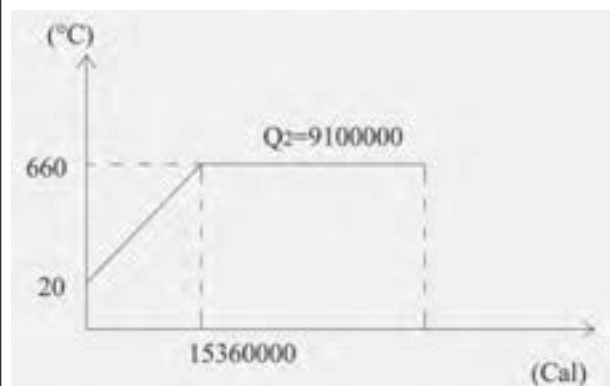
$$Q_p = 9100000 \text{ cal}$$

ادامه رسم نمودار

با توجه به اینکه در هنگام ذوب، نقطه ذوب ثابت

است از نقطه دوم به میزان $Q_p = 9100000 \text{ cal}$ موازی

محور حرارت رسم می‌شود تا نقطه سوم به دست آید.



محاسبه Q_3

$$Q_p = mc'(\theta_p - \theta_m)$$

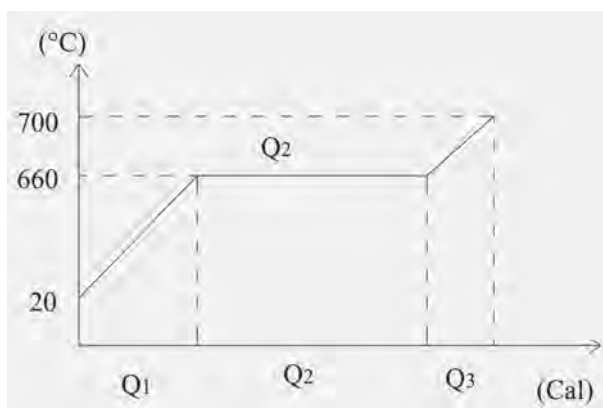
$$Q_p = 100000 \times 0.26(700 - 660)$$

$$Q_p = 100000 \times 0.26 \times 40$$

$$Q_p = 1040000 \text{ cal}$$

ادامه رسم منحنی

از نقطه سوم به اندازه 1040000 cal موازی محور حرارت جلو می‌رویم و از آن نقطه موازی محور دما رسم می‌کنیم تا به دمای 700°C برسیم تا نقطه چهارم به دست آید. نقطه سوم را به چهارم وصل می‌کنیم.



حرارت کل

$$Q = Q_1 + Q_p + Q_3$$

$$Q = 15360000 + 9100000 + 1040000$$

$$Q = 25500000 \text{ cal}$$

۱۵-۹- قدرت حرارتی (ارزش گرمایی)

قدرت حرارتی یا ارزش گرمایی یک سوخت عبارت است از مقدار حرارتی که واحد جرم یا واحد حجم یک سوخت هنگام احتراق کامل ایجاد می‌کند.

واحد ارزش گرمایی برای سوخت‌های جامد و مایع بر حسب واحد جرم عبارتند از: $\frac{\text{cal}}{\text{g}}$ یا $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$

واحد ارزش گرمایی برای سوخت گاز بر حسب واحد حجم عبارتند از: $\frac{\text{cal}}{\text{lit}}$ یا $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$
- برای تبدیل واحد $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ به واحد $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \\ 1 \text{kcal} = 4186.8 \text{kJ} \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 4186.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 4186.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Leftrightarrow 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \frac{1}{4186.8} \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

$$1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \approx 0.24 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

در صورتی که جرم سوخت جامد یا مایع بر حسب کیلوگرم M باشد و مقدار Q' کیلوکالری گرما آزاد و ارزش گرمایی برابر q_m باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$Q' = M q_m$$

در صورتی که حجم سوخت گاز بر حسب m^3 ، V باشد و مقدار Q' کیلوکالری گرما آزاد کند و ارزش گرمایی برابر q_v باشد در این صورت داریم:

$$Q' = V \cdot q_v$$

واحد q_v در سیستم SI برابر $\frac{\text{J}}{\text{m}^3}$ است که برای تبدیل آن به $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3} \\ 1 \text{kcal} = 4186.8 \text{kJ} \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3} = 4186.8 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3} = 4/1868 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \Leftrightarrow 1 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = \frac{1}{4/1868} \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$$

$$1 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \approx 0/24 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$$

<p>تمرین: ۶۸/۹ کیلوکالری بر کیلوگرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم حساب کنید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۷۵/۸ کیلوکالری بر کیلوگرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $75/8 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = ? \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ $75/8 \times (1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}})$ $75/8 \times 4/1868 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ $75/8 \times 4/1868 = 317/34 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
<p>تمرین: ۳۱۲۰/۸ کیلوژول بر کیلوگرم را بر حسب کیلوکالری بر کیلوگرم حساب کنید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۴۱۵/۹ کیلوژول بر کیلوگرم را بر حسب کیلوکالری بر کیلوگرم حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $415/9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = ? \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ $415/9 \times (1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$ $415/9 \times \frac{1}{4/1868} \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ $\frac{415/9}{4/1868} = 99/34 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$

<p>تمرین: ۹۵/۵ کیلوکالری بر مترمکعب را بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب حساب کنید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۸۴ کیلوکالری بر مترمکعب را بر حسب کیلوژول بر مترمکعب حساب کنید.</p> <p>حل:</p> $۸۴ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3} = ? \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ $۸۴ \times \left(۱ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3} \right)$ $۸۴ \times \left(۴ / ۱۸۶۸ \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)$ $۸۴ \times ۴ / ۱۸۶۸ = ۳۵۱ / ۶۹ \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$
<p>تمرین: ۳۶۵ کیلوژول بر مترمکعب را بر حسب کیلوکالری بر مترمکعب به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ۲۴۵ کیلوژول بر مترمکعب را بر حسب کیلوکالری بر مترمکعب به دست آورید.</p> <p>حل:</p> $۲۴۵ \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = ? \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$ $۲۴۵ \times \left(۱ \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)$ $۲۴۵ \times \left(\frac{۱}{۴ / ۱۸۶۸} \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3} \right)$ $\frac{۲۴۵}{۴ / ۱۸۶۸} = ۵۸ / ۵۲ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$
<p>تمرین: گرمای حاصل از سوختن ۱۰۰ مترمکعب سوخت گازی kcal ۲۶۰۰۰۰ است. ارزش گرمایی سوخت چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: گرمای حاصل از سوختن ۵ کیلوگرم سوخت جامد kcal ۷۰۰۰ است ارزش گرمایی سوخت چقدر است؟</p> <p>حل:</p> <p>نوشتن رابطه:</p> $Q' = m.q_m$ <p>جاگذاری در رابطه:</p>

	$700 = 5 \cdot q_m$ $\frac{7000}{5} = \frac{50 q_m}{5}$ $q_m = 1400 \text{ kcal}$
<p>تمرین: ارزش حرارتی سوخت گازی $16800 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$ است مقدار آن بر حسب $\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ چقدر است؟</p> <p>حل:</p>	<p>مثال: ارزش حرارتی سوخت جامد $7000 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ است میزان آن بر حسب $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ چقدر است؟</p> $1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 4.19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ $7000 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 7000 \times (1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}})$ $= 7000 \times (4.19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$ $= 29330 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
<p>۱۶-۹- راندمان کوره حرارتی:</p> <p>راندمان حرارتی کوره عبارت است از نسبت گرمای گرفته شده از کوره یا گرمای مفید به گرمای داده شده به کوره توسط سوخت که با درصد بیان می‌شود.</p> <p>گرمای گرفته شده از کوره (گرمای مفید)</p> $R = \frac{\text{گرمای گرفته شده از کوره (گرمای مفید)}}{\text{گرمای داده شده به کوره توسط سوخت}} \times 100$ <p>در صورتی که گرمای گرفته شده از کوره برابر Q و گرمای داده شده به کوره از جانب سوخت Q' (سوخت جامد یا مایع $M \cdot q_m$ و برای سوخت گازی $V \cdot q_v$) باشد خواهیم داشت:</p> $R = \frac{Q}{M \cdot q_m} \times 100$ <p>راندمان حرارتی کوره با سوخت جامد یا مایع</p> $R = \frac{Q}{V \cdot q_v} \times 100$ <p>راندمان حرارتی کوره با سوخت گاز</p> <p>- واحد ارزش گرمایی در سیستم انگلیسی برابر است با بی تی یو بر پوند (BTU /lb) که معادل آن برابر واحدهای</p>	

$\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ و $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ چنین است:

$$1 \frac{\text{BTU}}{\text{Lb}} = 0.556 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \Leftrightarrow 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = \frac{1}{0.556} \frac{\text{BTU}}{\text{Lb}}$$

$$1 \frac{\text{BTU}}{\text{Lb}} = 2.326 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Rightarrow 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \frac{1}{2.326} \frac{\text{BTU}}{\text{Lb}}$$

تمرین: در صورتی که برای ذوب فلزی kcal
۱۵۰۰۰۰ حرارت مورد نیاز باشد و این حرارت از
احتراق ۲۰ مترمکعب سوخت گازی با ارزش حرارتی
 $8500 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$ در کوره حاصل شود. راندمان حرارتی
کوره چقدر است؟

حل:

مثال: در صورتی که برای ذوب فلزی kcal
۲۰۰۰۰۰ حرارت مورد نیاز باشد و این حرارت از
احتراق ۳۰ کیلوگرم سوخت با انرژی حرارتی
 $q_m = 8000 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ در کوره حاصل شود. راندمان
حرارتی کوره چقدر است؟

حل:

خواسته	داده‌ها
R = ?	$Q = 200000 \text{ kcal}$ $M = 30 \text{ kg}$ $q_m = 8000$

گرمای گرفته شده (مفید) = حرارت ذوب فلز
 $Q = 200000 \text{ kcal} =$

گرمای داده شده = میزان حرارت ایجاد شده از
احتراق سوخت

$$R = \frac{Q}{q_m \times M} \times 100$$

$$R = \frac{200000 \times 100}{8000 \times 30}$$

$$R = 83.33\%$$

تمرین: مطلوب است محاسبه مقدار حرارت لازم بر حسب kJ جهت ذوب ۲۰ کیلوگرم مس از ۲۰°C تا نقطه ذوب مس در صورتی که گرمای ویژه مس $0.093 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ ، گرمای نهان ذوب مس $1/8 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ و نقطه ذوب مس ۱۰۸۳°C باشد. در صورتی که برای حرارت دادن ۲۵۰۰ لیتر از سوختن گازی با قدرت حرارتی $۲۶۰۰ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$ استفاده شود راندمان حرارتی کوره را محاسبه کنید؟

حل:

مثال: مطلوب است محاسبه مقدار حرارت لازم بر حسب kcal جهت افزایش درجه حرارت ۱۰ کیلوگرم آهن از ۲۵°C تا ۸۰۰°C در صورتی که گرمای ویژه آهن $0.113 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ باشد. در صورتی که برای حرارت دادن این آهن از ۲ کیلوگرم سوخت با قدرت حرارتی $۱۶۰۰ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ استفاده شود. راندمان حرارتی کوره چقدر است؟

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q' = ?$	$m = 10 \text{ kg}$
$Q = ?$	$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$
$R = ?$	$\theta_p = 800^\circ\text{C}$
	$c = 0.113 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$
	$M = 2 \text{ kg}$
	$q_m = 1600 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$

تبدیل واحد: جرم آهن از kg به g

$$m = 10 \text{ kg} = 10 \times (1 \text{ kg})$$

$$= 10 \times 1000 \text{ g}$$

$$= 10000 \text{ g}$$

- محاسبه مقدار حرارت لازم جهت افزایش دمای آهن

نوشتن رابطه:

$$Q_1 = mc(\theta_p - \theta_1)$$

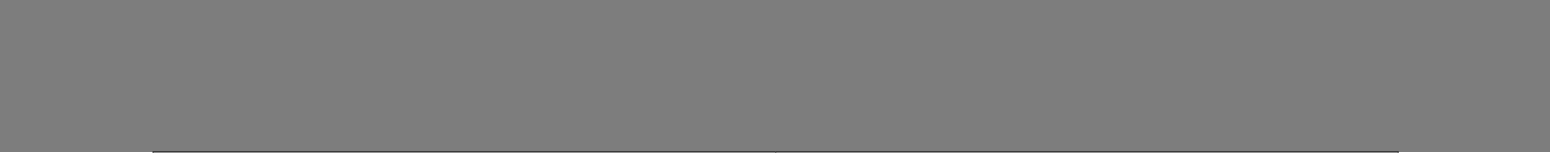
$$Q = 10000 \times 0.113 \times (800 - 25)$$

$$Q = 875750 \text{ cal}$$

حرارت بر حسب کیلوکالری

$$Q = 875750 \times (1 \text{ cal})$$

	$Q = 875750 \times \left(\frac{1}{1000}\right) \text{ kcal}$ $Q = 875 / 750 \text{ kcal}$ <p>- محاسبه حرارتی حاصله از سوخت نوشتن رابطه</p> $R = \frac{Q}{q_m \times M} \times 100$ $R = \frac{875 / 750 \times 100}{1600 \times 2} = 27 / 37\%$
<p>تمرین: برای ذوب ۱۲۰ کیلوگرم آلومینیم و رساندن آن به ۵۵ درجه سانتی‌گراد فوق ذوب، اگر نقطه ذوب آلومینیم ۶۵۸°C و گرمای ویژه متوسط آلومینیم جامد $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} / 28$ و گرمای ویژه متوسط آلومینیم مذاب $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} / 32$، گرمای نهان گداز آلومینیم $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} 98$ و درجه حرارت ۲۰°C باشد، چه مقدار حرارت مورد نیاز است. چنانچه برای این مقدار آلومینیم از یک نوع سوخت با قدرت حرارتی $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} 12000$ استفاده شود و راندمان حرارتی کوره ۳۲ درصد منظور شود. چه مقدار سوخت لازم است؟</p> <p>حل:</p>	<p>تمرین: برای ذوب ۱۲۵ کیلوگرم مس و رسانیدن درجه حرارت مذاب به ۱۸۰°C فوق ذوب، اگر درجه حرارت محیط ۲۰°C، گرمای ویژه متوسط مس جامد $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} 480$، گرمای ویژه نقطه ذوب مس $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} 480$، گرمای نهان گداز مس $\frac{\text{J}}{\text{kg}} 10830$ و نقطه ذوب مس ۱۰۸۳°C باشد، چند کیلوژول و کیلوکالری حرارت مورد نیاز است. چنانچه برای این مقدار مس از یک نوع سوخت با قدرت حرارتی $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} 8000$ استفاده شود و راندمان حرارتی کوره ۲۵ درصد منظور شود. چه مقدار سوخت لازم است؟</p> <p>حل:</p>



--	--

<p>تمرین: مطلوب است تعیین ظرفیت حرارتی یک قطعه فولاد به طوری که برای افزایش درجه حرارت از 35°C به 75°C ، 1350 kcal انرژی حرارتی مصرف شده باشد جواب را بر حسب واحدهای $\frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$ و $\frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$ به دست آورید.</p> <p>حل:</p>	<p>تمرین: در صورتی که درجه حرارت اولیه و ثانویه جسمی بر حسب درجه سانتی گراد به ترتیب 35°C و 68°C باشد مطلوب است :</p> <p>الف - اختلاف این دو درجه حرارت بر حسب تقسیم بندی سانتی گراد</p> <p>ب - اختلاف آن دو بر حسب تقسیم بندی کلوین</p> <p>ج - اختلاف آن دو بر حسب تقسیم بندی فارنهایت</p> <p>حل:</p>
--	--

تمرین: در یک کوره عملیات حرارتی، لازم است دمای یک میله فولادی به قطر ۲۵ میلی‌متر و به طول ۲۸ سانتی‌متر از 420°C به 960°C برسد. در صورتی که چگالی این فولاد $\frac{7}{6}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و گرمای ویژه متوسط آن در این فاصله دمایی $\frac{0.15}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}\text{cal}$ باشد، چه مقدار انرژی حرارتی بر حسب کیلوکالری و کیلوژول توسط میله جذب خواهد شد. همچنین ظرفیت حرارتی آن را بر حسب $\frac{\text{kJ}}{^{\circ}\text{C}}$ تعیین کنید.

حل:

تمرین: یک کوره بوت‌های می‌تواند ۹۵ کیلوگرم از یک نوع چدن خاکستری را از درجه حرارت محیط (25°C) به درجه حرارت فوق ذوب (1450°C) برساند. سوخت مصرفی برای این عمل ۸/۵ لیتر است. احتراق هر لیتر از این سوخت ۸۹۵۰ کیلوکالری گرما تولید می‌کند. گرمای ویژه چدن جامد $\frac{0.18}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}\text{cal}$ ، گرمای ویژه چدن مذاب $\frac{0.24}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}\text{cal}$ ، گرمای نهان گداز چدن $\frac{32}{\text{g}}\text{cal}$ و نقطه ذوب آن 1120°C است مطلوب است:

الف - میزان مصرف سوخت برای هر کیلوگرم چدن مذکور بر حسب سانتی‌متر مکعب

ب - راندمان حرارتی کوره

حل:

<p>تمرین: یک قطعه آلومینیم به حجم $۶/۵ \text{ dm}^3$ را از ۶۵۹°C تا ۲۵°C سرد کرده‌ایم. چه مقدار گرما بر حسب کیلوکالری از دست داده است (از انقباض آلومینیم صرف نظر شود).</p> <p>حل:</p> $\bar{c}_{\text{Al}} = ۰/۲۶ \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}} \text{ و } \rho_{\text{Al}} = ۲/۷ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	<p>تمرین: جرم یک قطعه برنزی $۷۲/۵ \text{ kg}$ و گرمای ویژه متوسط آن در فاصله دمایی ۶۰۰ تا ۸۵۰ درجه سانتی‌گراد، $۰/۹۹ \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف - ظرفیت حرارتی بر حسب $\frac{\text{kcal}}{^\circ \text{C}}$</p> <p>ب - گرمای لازم بر حسب kJ در این فاصله دمایی</p> <p>حل:</p>

<p>تمرین: گرمای نهان گداز (یا گرمای نهان ذوب) یخ و چدن خاکستری به ترتیب برابرند با (۳۱۹-۹) و (۳۲۰-۹) مطلوب است: تعیین انرژی حرارتی لازم بر حسب kJ برای ذوب کامل ۱۲۰ kg یخ و ۱۲۰ kg چدن.</p> <p>حل:</p>	<p>تمرین: برای ذوب کامل ۳۲ kg سرب (در نقطه انجماد)، ۶۲۰ کیلوژول انرژی گرمایی لازم است. گرمای نهان گداز سرب را بر حسب $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ حساب کنید.</p> <p>حل:</p>
--	--

۱- محاسبات فنی عمومی، شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی، ۱۳۸۹.



