جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
تصمیم تغییر جلد است

فیزیک مکانیک

فنی و حرفه‌ای (رشتهٔ مکانیک موتورهای دریایی)

۳۵۸/۵۰

دورهٔ آموزش متوسطه فنی و حرفه‌ای

بسم الله الرحمن الرحیم

۲۱۰۶۹

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
کتابخانه
نمایشگاه دایمی کتابهای درسی
وزارت آموزش و پرورش

نشر کتاب

فیزیک مکانیک

رشتهٔ مکانیک موتورهای دریایی

زمینهٔ صنعت

شاخهٔ آموزش فنی و حرفه‌ای

شمارهٔ درس ۲۹۹۷

۵۳۰ فیزیک مکانیک/ مؤلفان: محمود بهار... [و دیگران]. ــ تهران: شرکت چاپ و نشر
۹۶۳ ف/ کتابهای درسی ایران، ۱۳۸۷.
۱۳۸۷ ۱۴۰ ص. :مصور. ــ(آموزش فنی و حرفه‌ای؛ شمارهٔ درس ۲۹۹۷)
متون درسی رشتهٔ مکانیک موتورهای دریایی، زمینهٔ صنعت.
برنامه‌ریزی و نظارت، بررسی و تصویب محتوا: کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتابهای درسی رشتهٔ مکانیک موتورهای دریایی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف آموزشهای فنی وحرفه‌ای و کاردانش وزارت آموزش و پرورش.
۱. فیزیک. ۲. مکانیک. الف. بهار، محمود. ب. ایران. وزارت آموزش و پرورش. کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتابهای درسی رشتهٔ مکانیک موتورهای دریایی. ج. عنوان. د. فروست.

همکاران محترم و دانش‌آموزان عزیز:

پیشنهادات و نظرات خود را دربارهٔ محتوای این کتاب به نشانی تهران ـ صندوق پستی شمارهٔ ۴۸۷۴/۱۵۵ دفتر برنامه‌ریزی و تألیف آموزشهای فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ارسال فرمایند.

پیام نگار (ایمیل) info@tvoccd.sch.ir

وب‌گاه (وب سایت) www.tvoccd.sch.ir

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف: دفتر برنامه‌ریزی و تألیف آموزشهای فنی و حرفه‌ای و کاردانش

نام کتاب: فیزیک مکانیک ـ ۳۵۸/۵۰

مؤلفان: محمود بهار، نعمت‌الله گلستانیان، اصغر لطفی و اسفندیار معتمدی

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع: ادارهٔ کل چاپ و توزیع کتابهای درسی

صفحه‌آرا: علی نجمی

طراح جلد: مریم کیوان

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران: تهران ـ کیلومتر ۱۷ جادهٔ مخصوص کرج ـ خیابان ۶۱ (داروپخش)

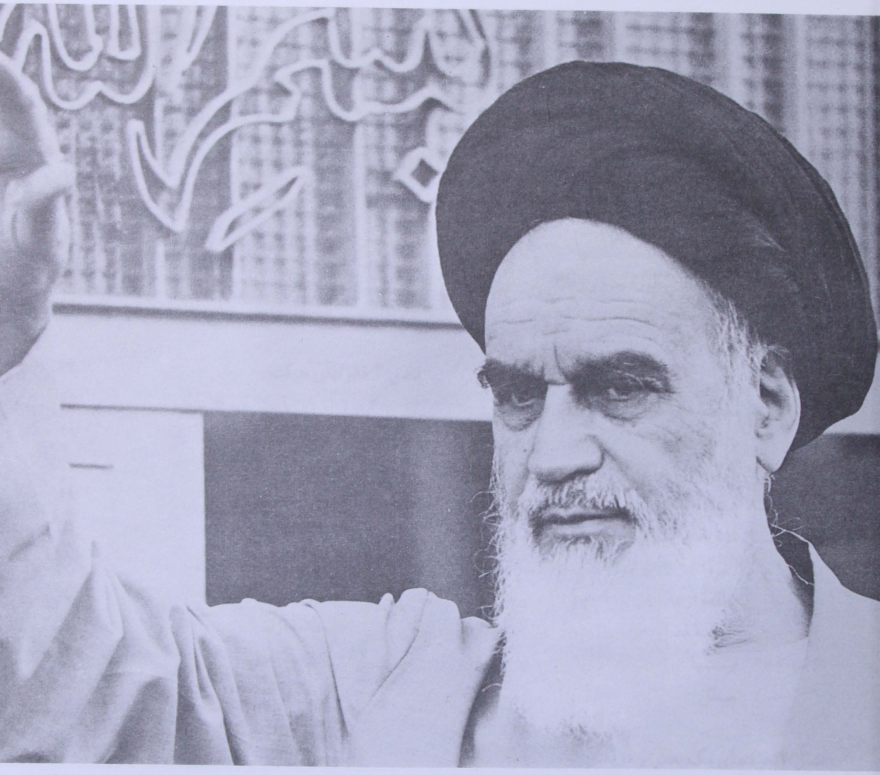
تلفن: ۵ ـ ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۴۴۵/۶۸۴

چاپخانه: سهند

سال انتشار: ۱۳۸۷

حقّ چاپ محفوظ است.

شابک ۳-۰۶۹۲-۰۵-۹۶۴ ISBN 964-05-0692-3



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آیید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتّکای به اجانب بپرهیزید.

امام خمینی «قدّس سرّه‌الشّریف»

فهرست

عنوان	صفحه
پیشگفتار	(هفت)
فصل ۱ اندازه‌گیری ــ بردار	۱
۱ ــ ۱ مقدمه	۳
۱ ــ ۲ استانداردهای طول، جرم و زمان	۳
۱ ــ ۳ تحلیل ابعادی	۶
۱ ــ ۴ رقمهای با معنی	۸
۱ ــ ۵ تبدیل یکاها	۹
۱ ــ ۶ محاسبه‌های تقریبی مربوط به بزرگی عددها	۹
۱ ــ ۷ بردارها و نرده‌ایها	۱۰
۱ ــ ۸ بعضی خواص بردارها	۱۱
۱ ــ ۹ مؤلفه‌های یک بردار	۱۳
۱ ــ ۱۰ نیرو	۱۵
مطالعهٔ آزاد	۱۶
خلاصهٔ فصل	۱۷
پرسشها	۱۸
مسائل	۱۹
فصل ۲ حرکتهای یک بعدی و دوبعدی	۲۱
۲ ــ ۱ مقدمه	۲۳
۲ ــ ۲ سرعت متوسط	۲۳
۲ ــ ۳ سرعت لحظه‌ای	۲۵
۲ ــ ۴ شتاب	۲۷
۲ ــ ۵ حرکت یک بعدی با شتاب ثابت	۲۹
۲ ــ ۶ سقوط آزاد اجسام	۳۱
۲ ــ ۷ حرکت پرتابی	۳۳
۲ ــ ۸ حرکت دایره‌ای یکنواخت	۳۵
مطالعهٔ آزاد	۳۶
خلاصهٔ فصل	۳۹
پرسشها	۴۰
مسائل	۴۱
فصل ۳ قانونهای حرکت	۴۳
۳ ــ ۱ آشنایی با مکانیک کلاسیک	۴۵
۳ ــ ۲ مفهوم نیرو	۴۵
۳ ــ ۳ قانون اول نیوتون	۴۷
۳ ــ ۴ قانون دوم نیوتون	۴۹
۳ ــ ۵ قانون سوم نیوتون	۵۱
۳ ــ ۶ کاربرد قانونهای نیوتون	۵۲
۳ ــ ۷ نیروی اصطکاک	۵۵
مطالعهٔ آزاد	۵۹
خلاصهٔ فصل	۶۱
پرسشها	۶۲
مسائل	۶۳
فصل ۴ تعادل اجسام	۶۶
۴ ــ ۱ مقدمه	۶۸
۴ ــ ۲ شرط اول تعادل	۶۸
۴ ــ ۳ روش حل مسأله‌های تعادل	۶۸
۴ ــ ۴ گشتاور نیرو	۷۰
۴ ــ ۵ شرط دوم تعادل	۷۴

عنوان	صفحه
۴ ـ ۶ گرانیگاه	۷۵
۴ ـ ۷ مثالهایی دربارهٔ تعادل اجسام	۷۶
مطالعهٔ آزاد	۷۹
خلاصهٔ فصل	۸۲
پرسشها	۸۳
مسائل	۸۳
فصل ۵ کار و انرژی	۸۷
۵ ـ ۱ مقدمه	۸۹
۵ ـ ۲ کار	۸۹
۵ ـ ۳ کار نیروی متغیر ـ حالت یک بعدی	۹۲
۵ ـ ۴ کار و انرژی جنبشی	۹۴
۵ ـ ۵ انرژی پتانسیل گرانشی	۹۵
۵ ـ ۶ نیروهای پایستار و نیروهای ناپایستار	۹۷
۵ ـ ۷ پایستگی انرژی مکانیکی	۹۸
۵ ـ ۸ انرژی پتانسیل کشسانی	۱۰۰
۵ ـ ۹ توان	۱۰۱
۵ ـ ۱۰ پایستگی انرژی	۱۰۲
مطالعهٔ آزاد	۱۰۳
خلاصهٔ فصل	۱۰۴
پرسشها	۱۰۵
مسائل	۱۰۶

عنوان	صفحه
فصل ۶ اندازه حرکت‌خطی و برخورد	۱۰۹
۶ ـ ۱ مقدمه	۱۱۱
۶ ـ ۲ اندازه حرکت خطی و ضربه	۱۱۱
۶ ـ ۳ پایستگی اندازه حرکت خطی	۱۱۴
۶ ـ ۴ برخورد	۱۱۶
۶ ـ ۵ برخورد ناکشسان کامل	۱۱۶
۶ ـ ۶ برخورد کشسان	۱۱۸
۶ ـ ۷ مرکز جرم	۱۱۹
مطالعهٔ آزاد	۱۲۱
خلاصهٔ فصل	۱۲۲
پرسشها	۱۲۳
مسائل	۱۲۴
پیوستها	۱۲۶
پیوست ۱ یکاهای اصلی SI	۱۲۶
پیوست ۲ بعضی یکاهای فرعی SI	۱۲۶
پیوست ۳ فرمولهای ریاضی	۱۲۶
پیوست ۴ معادله‌ها و رابطه‌های اساسی متن کتاب	۱۲۷
واژه‌نامهٔ انگلیسی ـ فارسی	۱۳۱
واژه‌نامهٔ فارسی ـ انگلیسی	۱۳۴
مراجع	۱۳۷
فهرست راهنما	۱۳۸

پیشگفتار

قلمرو علم فیزیک بسیار گسترده است؛ در بخشهایی از آن، مواد متراکم و در بخشهایی دیگر مواد پراکنده قرار دارند. این مواد به صورت توده‌های بزرگ یا ذره‌های کوچک، همواره در حال حرکت‌اند، و سبب بروز انواع پدیده‌ها و رویدادها می‌شوند. بنابراین، اگر بخواهیم بسیاری از پدیده‌ها و رویدادهای جهان را بشناسیم، لازم است حرکت را بشناسیم و از قانونهای حاکم بر جابه‌جایی ماده آگاه شویم.

مکانیک، علمی است که در آن انواع حرکتها و عاملهای مؤثر بر آنها مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. موضوع این شاخه از علم فیزیک از گذشته‌های دور مورد توجه بوده و دامنهٔ آن بسیار گسترده است. حرکت الکترون به دور هسته، حرکت اتم در مولکول، حرکت مولکول در یک سیال، و حرکت زمین، خورشید و کهکشانها از جملهٔ موضوعهای مورد مطالعه در علم مکانیک هستند. در مکانیک، مفاهیم اساسی از قبیل طول، جرم، زمان، نیرو و انرژی تعریف و توصیف می‌شوند و به کمک این مفاهیم، بسیاری از رویدادها و واقعیتها مورد تحقیق و مطالعه قرار می‌گیرند.

کتابی که در دست دارید شما را با مفاهیم اولیهٔ مکانیک آشنا می‌کند. این کتاب شامل شش فصل و چند پیوست است. فصل اول به معرفی کمیتهای اصلی فیزیک، مانند جرم، طول، زمان و یکاهای آنها و نیز بردارها و محاسبه‌های برداری اختصاص دارد. در فصل دوم حرکتهای یک بعدی و دو بعدی مورد بحث قرار می‌گیرند. در فصل سوم قانونهای نیوتون در حرکت اجسام و مفهوم نیرو بررسی می‌شود. در فصل چهارم تعادل اجسام و در فصل پنجم کار و انرژی مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ اندازه حرکت خط و برخورد، فصل پایانی کتاب را تشکیل می‌دهد.

در اینجا یادآوری چند نکته به دبیران گرامی ضروری به نظر می‌رسد:

۱. چون همراه این درس برنامهٔ مستقلی برای آزمایشگاه پیش‌بینی نشده است، توصیه می‌شود همزمان با تدریس مفاهیم اساسی کتاب، تا حد امکان، به آزمایشهای ساده‌ای که جنبهٔ کیفی دارند نیز پرداخته شود. در صورت موجود بودن آزمایشگاه فیزیک ترتیبی داده شود که دانش‌آموز برخی آزمایشها را شخصاً انجام دهد.

۲. مطالبی که تحت عنوان «مطالعهٔ آزاد» در پایان هر فصل آمده برای کسب معلومات تکمیلی دانش‌آموز است و نیازی به تدریس و ارزشیابی این قسمت نیست.

۳. پرسشها و مسائل پایان هر فصل وسیله‌ای برای خودآزمایی دانش‌آموز هستند. بنابراین، نیازی به مطرح کردن همهٔ آنها در کلاس درس نیست. در عوض، بهتر است پرسشها و مسائل مشکل با دقت و توجه بیشتری مورد تحلیل قرار بگیرند.

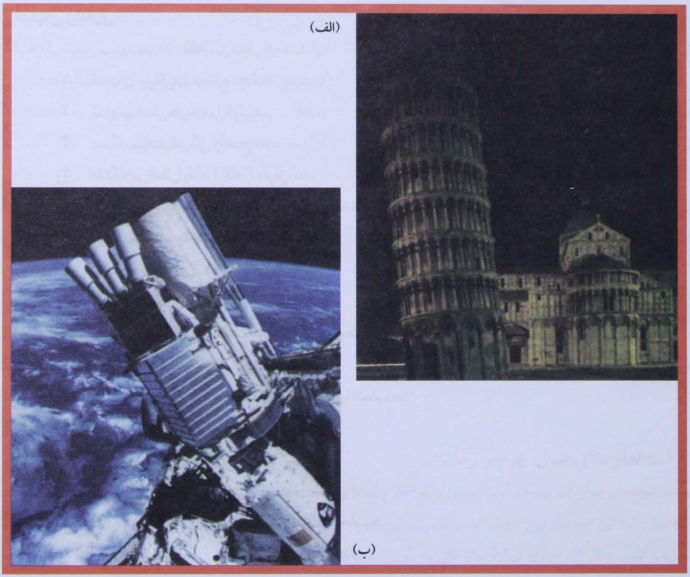
امید است دبیران محترم و دانش‌آموزان کوشا با اعلام و ارسال نظرها و پیشنهادهای سازندهٔ خود، مؤلفان را یاری دهند تا این کتاب پس از تجدید نظر لازم بتواند با محتوای پربارتری آموزش فیزیک را آسانتر و کاملتر کند.

هدف کلی

آشنا کردن فراگیران با مفاهیم کلی حرکت، جرم، نیرو، کار، انرژی، اندازهٔ حرکت و کاربردهای مکانیک.

۱

اندازه گیری ــ بُردار



دو تصویر از آزمایشگاههای پژوهشی فیزیک. (الف) تصویر برج کج شده در شهر پیزا (ایتالیا). در تاریخ علم فیزیک می‌خوانیم که گالیله با رها کردن گلوله‌های کوچک و بزرگ از بالای این برج، حرکت اجسام در حال سقوط آزاد را مطالعه کرد، و بدین ترتیب، با استفاده از بلندی برج قوانین سقوط آزاد اجسام را کشف کرد. (ب) تصویر رصدخانهٔ مربوط به سفینهٔ فضایی کلمبیا. اسبابهای دقیق این آزمایشگاه با اندازه‌گیری پرتوهای x و فرابنفش گسیل شده از اجرام سماوی می‌توانند نشانه‌های مربوط به سیاه چاله‌های موجود در مرکز کهکشانهای دور را آشکار کنند.

هدفهای کلی فصل

در این فصل، نخست کمیتهای اصلی فیزیک و دستگاه بین‌المللی یکاها (SI) را معرفی می‌کنیم، تحلیل ابعادی کمیتها و تبدیل یکاها را شرح می‌دهیم، و آنگاه، به تعریف کمیتهای برداری و نرده‌ای (اسکالر) و توضیح دربارهٔ بعضی خواص بردارها می‌پردازیم.

هدفهای رفتاری

از فراگیر انتظار می‌رود پس از مطالعهٔ این فصل بتواند:

۱. کمیتهای فیزیکی را توضیح دهد،
۲. کمیتهای اصلی فیزیک را نام ببرد،
۳. دستگاه یکاهای فیزیکی را شرح دهد،
۴. دستگاه بین‌المللی یکاها (SI) را معرفی کند،
۵. مرتبه‌های بزرگی کمیتهای طول، جرم و زمان را مشخص کند،
۶. چگالی یک ماده را تعریف کند،
۷. معادلهٔ ابعادی را شرح دهد،
۸. معادله‌های ابعادی بعضی کمیتها را تحلیل کند،
۹. رقمهای با معنی را شرح دهد و تعداد رقمهای با معنی را در محاسبه‌ها مشخص کند،
۱۰. عمل تبدیل یکاها را با مهارت انجام دهد،
۱۱. محاسبه‌های تقریبی مربوط به مرتبهٔ بزرگی عددها را انجام دهد،
۱۲. کمیتهای برداری را تعریف کند،
۱۳. کمیتهای نرده‌ای (اسکالر) را تعریف کند،
۱۴. نمونه‌هایی از کمیتهای برداری و نرده‌ای را معرفی کند،
۱۵. عمل جمع دو یا چند بردار را به روش ترسیمی انجام دهد،
۱۶. عمل تفریق دو بردار را به روش ترسیمی انجام دهد،
۱۷. روش تحلیلی جمع و تفریق بردارها را شرح دهد،
۱۸. مؤلفه‌های یک بردار را تعریف کند،
۱۹. عمل ضرب یک بردار در یک اسکالر و تقسیم یک بردار بر یک اسکالر را شرح دهد،
۲۰. طرز به دست آوردن مؤلفه‌های یک بردار را شرح دهد.

۱ ــ ۱ مقدمه

هدف فیزیک درک کمّی برخی پدیده‌هایی است که در جهان روی می‌دهند. فیزیک علمی مبتنی بر مشاهده‌های تجربی و تحلیلهای ریاضی است. نتیجهٔ این مشاهده‌ها و تحلیلها تکامل یافتن نظریه‌هایی است که پدیده‌های مورد مطالعه را توجیه می‌کنند. خوشبختانه، رفتار دستگاههای گوناگون فیزیکی را با استفاده از چند قانون بنیادی می‌توان توصیف کرد. برای انجام روشهای تحلیلی باید این قانونها را به زبان ریاضی، یعنی ابزاری که رابط میان نظریه و آزمایش است، بیان کرد. در این فصل، دربارهٔ چند مفهوم ریاضی و روشهای کاربرد آنها بحث خواهیم کرد.

چون در فصلهای بعد با قانونهای فیزیک سر و کار خواهیم داشت، لازم است که پیش از آن کمیتهای اصلی به کار رفته در این قانونها را تعریف کنیم و کمیتهای فیزیکی فرعی، نظیر نیرو، سرعت، حجم و شتاب را بر حسب کمیتهای اصلی بیان کنیم. چنانکه خواهیم دید، دستگاه بین‌المللی یکاها شامل هفت کمیت اصلی است، اما چون در مکانیک طول، جرم و زمان کمیتهای اصلی را تشکیل می‌دهند، به توضیح استانداردهای مربوط به این سه کمیت می‌پردازیم.

۱ ــ ۲ استانداردهای طول، جرم و زمان

اگر بخواهیم نتیجه‌های اندازه‌گیری یک کمیت خاص را به اطلاع کسی برسانیم که میل دارد این اندازه‌گیری را درک کند، باید برای این کمیت یکایی تعریف کنیم. مثلاً، اگر فردی دربارهٔ یک قالی به طول ۴ ذرع صحبت کند، این بیان تا زمانی که ما معنای ذرع را نمی‌دانیم، نامفهوم خواهد بود.

از طرف دیگر، شخصی که با دستگاه اندازه‌گیری ما آشنا است و مثلاً، می‌داند یکای کمیت طول «متر» است، اگر اظهار کند که ارتفاع دیواری ۲٫۰ متر است، موضوع برای ما قابل درک است و می‌دانیم ارتفاع دیوار دو برابر یکای طول ما است. به همین ترتیب، اگر بگوییم که جرم شخصی ۷۵ کیلوگرم است و یکای جرم به صورت «کیلوگرم» تعریف شود، منظورمان این است که جرم آن شخص ۷۵ برابر یکای جرم تعریف شدهٔ ما است.

در سال ۱۹۷۱/۱۳۵۰*، در چهاردهمین مجمع عمومی اوزان و مقیاسها، که بر مبنای کار مجمعها و کمیته‌های بین‌المللی قبلی تشکیل شده بود، تعریفها و استانداردهای کمیتهای اصلی فیزیک مورد موافقت قرار گرفتند و هفت کمیت مندرج در جدول ۱ ــ ۱ به عنوان ***کمیتهای اصلی*** انتخاب شدند. این کمیتها اساس ***دستگاه بین‌المللی یکاها***[1] را تشکیل می‌دهند. این دستگاه با توجه به اصطلاح فرانسوی آن با علامت اختصاری SI نوشته می‌شود.

استاندارد طول: در سال ۱۱۲۰/۴۹۹ شاه انگلیس استاندارد طول را «یارد» اعلام کرد، که برابر با فاصلهٔ میان نوک بینی او تا نوک انگشتان دست (در حالت بازوی باز) بود. استاندارد طول اولیه‌ای که فرانسویها به کار بردند «پا» (فوت) نام داشت. این استاندارد تا سال ۱۷۹۰/۱۱۶۹ به کار می‌رفت، تا آنکه استاندارد طول قانونی در فرانسه به «متر» تغییر یافت و یک متر برابر با یک ده میلیونیم فاصلهٔ استوا تا قطب شمال در امتداد نصف‌النهار پاریس، (به عبارت دیگر،

جدول ۱ ــ ۱ یکاهای اصلی SI

کمیت	نام	نماد
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
جریان الکتریکی	آمپر	A
دمای ترمودینامیکی	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
شدت روشنایی	شمع	cd

* عدد سمت راست ممیز نمایندهٔ سال هجری شمسی و عدد سمت چپ نمایندهٔ سال میلادی است.

1 Le Systeme International d'Unitès (SI)

برابر با یک چهل میلیونیم طول دایرهٔ نصف‌النهار) تعریف شد.

علاوه بر استانداردهای ذکر شده استانداردهای دیگری نیز معرفی شدند، اما محاسن استاندارد فرانسوی سبب شد که این استاندارد در اغلب کشورها و در کاربردهای عملی مورد پذیرش قرار گیرد. تا سال ۱۹۶۰/۱۳۳۹، طول یک متر برابر با فاصلهٔ میان دو خط در روی میلهٔ خاصی از آلیاژ پلاتین ــ ایریدیوم بود که تحت شرایط خاصی نگهداری می‌شد. این استاندارد به دلیلهای متعدد، از جمله کافی نبودن دقت محدودفاصلهٔ میان دوخط برای نیازهای علمی و صنعتی، کنارگذاشته شد.

تا این اواخر، متر به صورت ۱۶۵۰۷۶۳/۷۳ برابر طول موج نور نارنجی ــ قرمز گسیل شده از اتم کریپتون ــ ۸۶ تعریف می‌شد. اما در سال ۱۹۸۳/۱۳۶۲، متر دوباره چنین تعریف شد:

متر برابر با فاصله‌ای است که نور در مدت $\frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}$ ثانیه در خلأ می‌پیماید.

این تعریف جدید مشخص کرد که سرعت نور در خلأ ۲۹۹۷۹۲۴۵۸ متر بر ثانیه است.

استاندارد جرم: یکای جرم در دستگاه یکاهای SI کیلوگرم است، که چنین تعریف می‌شود:

کیلوگرم جرم استوانه‌ای از آلیاژ پلاتین ــ ایریدیوم است که در ادارهٔ بین‌المللی اوزان و مقیاسها در سور[1]، واقع در نزدیکی پاریس، نگهداری می‌شود.

کمیتهای جرم و وزن اغلب با هم اشتباه می‌شوند. اما باید دانست که اینها از نظر فیزیکی دو کمیت متفاوت‌اند و ما در فصلهای بعد این موضوع را نشان خواهیم داد. شکل ۱ ــ ۱ تصویر استاندارد جرم، یعنی کیلوگرم شمارهٔ ۲۰ را که کپی ***دقیقی از استاندارد بین‌المللی*** کیلوگرم موجود در سور پاریس است، نشان می‌دهد.

شکل ۱ ــ ۱ استاندارد ملی کیلوگرم شمارهٔ ۲۰، کپی دقیقی از استاندارد بین‌المللی کیلوگرم موجود در سور پاریس است، که در یک محفظهٔ شیشه‌ای مضاعف نگهداری می‌شود.

استاندارد زمان: تا پیش از سال ۱۹۶۰/۱۳۳۹، استاندارد زمان بر مبنای طول متوسط روز خورشیدی* در سال ۱۹۰۰ میلادی، تعریف می‌شد. بدین ترتیب، یکای اصلی زمان، یعنی *ثانیه*، برابر با $\left(\frac{۱}{۸۶۴۰۰}\right)=\left(\frac{۱}{۲۴}\right)\left(\frac{۱}{۶۰}\right)\left(\frac{۱}{۶۰}\right)$ روز خورشیدی متوسط تعریف شده بود.

در سال ۱۹۶۷/۱۳۴۶، ثانیه دوباره با دقت زیاد و به کمک یک ***ساعت اتمی*** تعریف شد. در ساعت اتمی از بسامد مشخصهٔ اتم سزیوم ــ ۱۳۳ به عنوان «ساعت مرجع» استفاده می‌شود. تعریف ثانیه چنین است:

یک ثانیه زمانی مساوی با ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ برابر دورهٔ تناوب‌گذار خاصی از اتم سزیوم ــ ۱۳۳ است.

حدود بزرگی طول، جرم و زمان: در جدولهای ۱ ــ ۲، ۱ ــ ۳ و ۱ ــ ۴، به ترتیب، مرتبه‌های بزرگی (مقادیر تقریبی) طولها،

---

1. Sèvres

* یک روز خورشیدی بازهٔ زمانی میان ظهور متوالی خورشید در حالتی است که به بالاترین نقطه در آسمان می‌رسد.

جدول ۱ ــ ۲ مقادیر تقریبی بعضی طولهای اندازه‌گیری شده

شرح	طول (m)
فاصلهٔ زمین تا دورترین اختروش شناخته شده	$۱/۴\times۱۰^{۲۶}$
فاصلهٔ زمین تا دورترین کهکشانهای عادی شناخته شده	۴×۱۰^{۲۵}
فاصلهٔ زمین تا نزدیکترین کهکشان بزرگ (M ۳۱ در امرأة المسلسلة[1])	۲×۱۰^{۲۲}
فاصلهٔ زمین تا نزدیکترین ستاره (آلفا قنطورس[2])	۴×۱۰^{۱۶}
یک سال نوری	$۹/۴۶\times۱۰^{۱۵}$
شعاع متوسط مدار گردش زمین به دور خورشید	$۱/۵\times۱۰^{۱۱}$
فاصلهٔ متوسط زمین تا ماه	$۳/۸\times۱۰^{۸}$
شعاع متوسط زمین	$۶/۴\times۱۰^{۶}$
ارتفاع ماهواره‌ای که به دور زمین می‌چرخد	۲×۱۰^{۵}
فاصلهٔ کرج تا تهران	$۳/۹\times۱۰^{۴}$
طول زمین فوتبال	$۹/۱\times۱۰^{۱}$
قد انسان نوعی	$۱/۷\times۱۰^{۰}$
طول یک مگس	۵×۱۰^{-۳}
اندازهٔ کوچکترین ذرهٔ غبار	۱×۱۰^{-۴}
اندازهٔ سلول موجودات زنده	۱×۱۰^{-۵}
قطر اتم هیدروژن	۱×۱۰^{-۱۰}
قطر هستهٔ اتم	۱×۱۰^{-۱۴}
قطر پروتون	۱×۱۰^{-۱۵}

جدول ۱ ــ ۳ مقادیر تقریبی بعضی جرمهای اندازه‌گیری شده

شرح	جرم (kg)
کهکشان راه شیری	۷×۱۰^{۴۱}
خورشید	۲×۱۰^{۳۰}
زمین	۶×۱۰^{۲۴}
ماه	۷×۱۰^{۲۲}
کشتی اقیانوس‌پیما	$۷/۲\times۱۰^{۷}$
فیل	$۴/۵\times۱۰^{۳}$
انسان معمولی	$۶/۵\times۱۰^{۱}$
مرغ خانگی	$۱/۸\times۱۰^{۰}$
قورباغه	۱×۱۰^{-۱}
پشه	۱×۱۰^{-۵}
باکتری	۱×۱۰^{-۱۵}
اتم هیدروژن	$۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷}$
الکترون	$۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱}$

جرمها و بازه‌های زمانی اندازه‌گیری شده درج شده‌اند. به گسترهٔ وسیع مقادیر این کمیتها توجه کنید. این جدولها را به دقت ببینید تا ایده‌ای دربارهٔ مفهوم یک کیلوگرم یا بازهٔ زمانی $۱۰^{۱۰}$ ثانیه در ذهن خود داشته باشید.

دستگاههای یکاها: دستگاهی که در زمینه‌های علمی و صنعتی تقریباً در سرتاسر دنیا پذیرفته شده **دستگاه یکاهای SI** است. در این دستگاه یکای طول **متر** (m)، یکای جرم **کیلوگرم** (kg) و یکای زمان **ثانیه** (s) است. به همین جهت، این بخش از یکاهای SI را **دستگاه mks** می نامند. دستگاههای دیگر عبارت‌اند از: **دستگاه cgs** یا **گاوسی**، که در آن یکای طول **سانتی متر**(cm)، یکای جرم **گرم** (g) و یکای زمان **ثانیه** (s) است، و **دستگاه مهندسی بریتانیایی**، که در آن یکای طول **فوت** (ft)، یکای جرم **اسلاگ** (slug) و یکای زمان **ثانیه** (s) است. در این کتاب اغلب از دستگاه یکاهای SI استفاده می کنیم و دو دستگاه دیگر را بجز در موارد مناسب به کار نخواهیم برد.

پیشوندهای SI : هرگاه بعضی مقادیر فیزیکی، مانند بازهٔ زمانی میان دو رویداد در یک آزمایش فیزیک هسته‌ای، یا توان خروجی یک نیروگاه برق را با یکاهای مناسب SI بیان کنیم به اعدادی بسیار کوچک یا بسیار بزرگ برمی‌خوریم. برای آسانی کار، چهارده‌مین مجمع عمومی اوزان و مقیاسها، پیشوندهای مندرج در جدول ۱ ــ ۵ را توصیه کرد. در نتیجه، ما می‌توانیم، مثلاً بازهٔ زمانی $۲/۳۵\times۱۰^{-۹}$ ثانیه را به صورت ۲/۳۵ نانو ثانیه (۲/۳۵ns) و توان الکتریکی $۱/۲\times۱۰^{۹}$وات را به صورت ۱/۲ جیگا وات (۱/۲GW) بنویسیم.

1. Andromeda
2. Alpha Centauri

جدول ۱ ــ ۴ مقادیر تقریبی بعضی بازه‌های زمانی اندازه‌گیری شده

شرح	بازهٔ زمانی (s)
عمر جهان	۵×۱۰^{۱۷}
عمر زمین	$۱/۴\times۱۰^{۱۷}$
سن متوسط یک دانشجو	$۶/۳\times۱۰^{۸}$
یک سال	$۳/۲\times۱۰^{۷}$
یک روز (زمان چرخش زمین به دور محور خود)	$۸/۶\times۱۰^{۴}$
زمان میان ضربانهای عادی قلب	۸×۱۰^{-۱}
دورهٔ تناوب امواج صوتی شنیدنی	۱×۱۰^{-۳}
دورهٔ تناوب امواج رادیویی	۱×۱۰^{-۶}
دورهٔ تناوب ارتعاشهای یک اتم در جسم جامد	۱×۱۰^{-۱۳}
دورهٔ تناوب امواج نوری مرئی	۲×۱۰^{-۱۵}
مدت زمان یک برخورد هسته‌ای	۱×۱۰^{-۲۲}
زمان لازم برای عبور نور از یک پروتون	$۳/۳\times۱۰^{-۲۴}$

جدول ۱ ــ ۵ بعضی پیشوندهای مربوط به توانهای ۱۰

توان	پیشوند	نماد	توان	پیشوند	نماد
$۱۰^{-۱۸}$	آتو	a	$۱۰^{۱}$	دکا	da
$۱۰^{-۱۵}$	فمتو	f	$۱۰^{۲}$	هکتو	h
$۱۰^{-۱۲}$	پیکو	p	$۱۰^{۳}$	کیلو	k
$۱۰^{-۹}$	نانو	n	$۱۰^{۶}$	مگا	M
$۱۰^{-۶}$	میکرو	μ	$۱۰^{۹}$	جیگا	G
$۱۰^{-۳}$	میلی	m	$۱۰^{۱۲}$	ترا	T
$۱۰^{-۲}$	سانتی	c	$۱۰^{۱۵}$	پتا	P
$۱۰^{-۱}$	دسی	d	$۱۰^{۱۸}$	اگزا	E

چگالی: یکی از خواص بنیادی هر ماده **چگالی** آن ماده است. ***چگالی یک ماده برابر با جرم یکای حجم آن ماده است*** و با حرف یونانی ρ نمایش داده می‌شود. بنابراین

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (۱ ــ ۱)$$

که در آن m جرم ماده و V حجم آن است. مثلاً وقتی می‌گوییم چگالی آلومینیوم $۲/۷۰\,g/cm^۳$ است، منظور آن است که هر سانتی‌متر مکعب آلومینیوم ۲/۷۰ گرم جرم دارد. یکای چگالی در دستگاه یکاهای SI **کیلوگرم بر متر مکعب** ($kg/m^۳$) است، اما معمولاً از یکای **گرم بر سانتی‌متر مکعب** ($g/cm^۳$) نیز استفاده می‌شود. در جدول ۱ ــ ۶ چگالی بعضی مواد ذکر شده است.

جدول ۱ ــ ۶ چگالی بعضی مواد

ماده	چگالی $\rho(kg/m^۳)$
طلا	$۱۹/۳\times۱۰^{۳}$
اورانیوم	$۱۸/۷\times۱۰^{۳}$
سرب	$۱۱/۳\times۱۰^{۳}$
مس	$۸/۹۳\times۱۰^{۳}$
آهن	$۷/۸۶\times۱۰^{۳}$
آلومینیوم	$۲/۷۰\times۱۰^{۳}$
آب	$۱/۰۰\times۱۰^{۳}$
روغن پارافین	$۸/۰۰\times۱۰^{۲}$
چوب پنبه	$۲/۴۰\times۱۰^{۲}$
هوا	$۰/۰۱۳\times۱۰^{۲}$

۱ ــ ۳ تحلیل ابعادی

واژهٔ بُعد در فیزیک معنای خاصی دارد و طبیعت کیفی یک کمیت فیزیکی را بیان می‌کند. فاصلهٔ میان دو نقطه را با متر، فوت، یا هر یکای دیگری اندازه‌گیری کنیم، کمیت اندازه‌گیری شده یک فاصله است در این صورت می‌گوییم که بعد فاصله، ***طول*** است. نمادهایی که برای مشخص کردن طول، جرم و زمان به کار می‌روند، به ترتیب عبارت‌اند از: L ، M و T.

برای نشان دادن ابعاد یک کمیت فیزیکی معمولاً نماد کمیت را در داخل کروشه قرار می‌دهیم. به عنوان مثال، ابعاد سرعت را به صورت $v = [L]/[T]$ و ابعاد مساحت را به صورت $A = [L^۲]$ نمایش می‌دهیم. در جدول ۱ ــ ۷، ابعاد و یکاهای مساحت، حجم، سرعت و شتاب در سه دستگاه یکاهای متداول درج شده است. ابعاد کمیتهای دیگر، مانند نیرو و انرژی در متن درس و در جای مناسب معرفی خواهند شد.

جدول ۱ ــ ۷ ابعاد و یکاهای مساحت، حجم، سرعت و شتاب

دستگاه	مساحت $[L^2]$	حجم $[L^3]$	سرعت $[L/T]$	شتاب $[L/T^2]$
SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
cgs	cm^2	cm^3	cm/s	cm/s^2
مهندسی بریتانیایی	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

در مواردی که با فرمول خاصی مواجه می‌شویم یا می‌خواهیم فرمولی را اثبات کنیم، اگر بعضی اجزای فرمول را ندانیم یا روش دقیق اثبات فرمولی را فراموش کرده باشیم می‌توانیم از روش ***تحلیل ابعادی*** برای اثبات یا آزمون معادلهٔ نهایی استفاده کنیم. ***در تحلیل ابعادی می‌توان ابعاد را مانند کمیتهای جبری در نظر گرفت.*** یعنی، کمیتها را هنگامی می‌توان با هم جمع یا از هم کم کرد که ابعاد مشابه داشته باشند. علاوه بر این، کمیتهای دو طرف یک معادله نیز باید دارای ابعاد مشابه باشند. با استفاده از این قاعده‌های ساده می‌توان درست بودن یک معادله را آزمود.

برای معرفی روش تحلیل ابعادی فرض کنید در یک آزمایش می‌خواهیم برای مسافت پیموده شده، x، توسط اتومبیلی که از حال سکون به راه افتاده و در مدت t ثانیه با شتاب ثابت a حرکت کرده است، رابطه‌ای به دست آوریم. در فصل بعد خواهیم دید که معادلهٔ درست در این مورد $x = \frac{1}{2}at^2$ است. حال می‌خواهیم درستی این معادله را با تحلیل ابعادی بیازماییم.

می‌دانیم که کمیت x در طرف چپ معادله دارای بعد طول است. برای درست بودن این معادله از نظر ابعادی، کمیت طرف راست نیز باید دارای بعد طول باشد. بنابراین، ابعاد شتاب، $[L/T^2]$ و زمان، $[T]$، را در معادله قرار می‌دهیم، یعنی، معادلهٔ $x = \frac{1}{2}at^2$ را از نظر ابعادی به صورت زیر می‌نویسیم

$$[L] = \frac{[L]}{[T^2]} \cdot [T^2] = [L]$$

پس از ساده کردن خواهیم دید که ابعاد دو طرف معادله یکسان است. توجه کنید که در این آزمون از ضریب $\frac{1}{2}$ به خاطر نداشتن بعد چشمپوشی شده است.

مثال۱

نشان دهید که رابطهٔ $v = v_0 + at$ از نظر ابعادی درست است. در این رابطه v سرعت در لحظهٔ t، v_0 سرعت اولیه و a شتاب است.

حل

معادلهٔ ابعادی این رابطه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{[L]}{[T]} = \frac{[L]}{[T]} + \frac{[L]}{[T^2]} \cdot [T]$$
$$= \frac{[L]}{[T]} + \frac{[L]}{[T]} = \frac{[L]}{[T]}$$

گرچه طرف راست معادله شامل دو جمله است اما چون این دو جمله ابعاد یکسان دارند بس از جمع کردن همان جملهٔ $[L]/[T]$ به دست می‌آید. اگر این رابطه به صورت $v = v_0 + at^2$ داده می‌شد به راحتی می‌توانستیم نشان دهیم که رابطه از نظر ابعادی نادرست است. شما هم می‌توانید این موضوع را امتحان کنید.

مثال۲

دانش‌آموزی در امتحان برای دستیابی به یک معادله، رابطهٔ $v^2 = ax$ را پیدا می‌کند. با استفاده از تحلیل ابعادی معین کنید که این رابطه درست است یا نه.

حل

ابعاد جملهٔ طرف چپ رابطه $[L^2]/[T^2]$ است، پس ابعاد جملهٔ طرف راست نیز باید چنین باشد و اکنون موضوع را امتحان می‌کنیم:

$$\frac{[L^2]}{[T^2]} = \frac{[L]}{[T^2]} \cdot [L] = \frac{[L^2]}{[T^2]}$$

چنانکه می‌بینیم، رابطه از نظر ابعادی درست است، اما، بعداً خواهیم دید که این رابطه نادرست و شکل درست آن به صورت $v^2 = 2ax$ است. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که تحلیل ابعادی هیچ اطلاعی دربارهٔ ضریبهای عددی رابطه‌ها به ما نمی‌دهد. پس، باید بدانیم که تحلیل ابعادی اگر چه برای آزمون درستی معادلات ابزاری قوی و خوب است اما محدودیتهایی هم دارد.

۱ ــ ۴ رقمهای با معنی

وقتی می‌خواهیم کمیت خاصی را اندازه بگیریم مقدار اندازه‌گیری شده فقط تا حد عدم قطعیت آزمایش اعتبار دارد. مقدار عدم قطعیت به عاملهای متعددی بستگی دارد که از جملهٔ آنها می‌توان ***کیفیت دستگاه اندازه‌گیری، مهارت شخص اندازه‌گیرنده و تعداد دفعه‌های اندازه‌گیری***، را نام برد.

فرض کنید در یک آزمایش می‌خواهیم مساحت یک ورقهٔ مستطیل شکل را با استفاده از یک متر چوبی اندازه‌گیری کنیم. فرض می‌کنیم دقت اندازه‌گیری ابعاد ورقه $\pm ۰/۱\text{cm}$ باشد. اگر درازای ورقه $۱۶/۳\text{cm}$ اندازه‌گیری شود، می‌توان ادعا کرد که درازای ورقه بین $۱۶/۲\text{cm}$ و $۱۶/۴\text{cm}$ قرار دارد. به همین ترتیب، اگر پهنای ورقه $۴/۵\text{cm}$ اندازه‌گیری شود، مقدار واقعی پهنای آن بین $۴/۴\text{cm}$ و $۴/۶\text{cm}$ خواهد بود. بنابراین، درازا و پهنای اندازه‌گیری شده به ترتیب $۱۶/۳ \pm ۰/۱\text{cm}$ و $۴/۵ \pm ۰/۱\text{cm}$ است.

اگر اعلام می‌کردیم که مساحت ورقه $(۱۶/۳)(۴/۵) = ۷۳/۳۵\text{cm}^۲$ است، ادعای درستی نبود، زیرا پاسخ ما دارای چهار ***رقم بامعنی*** بود، در حالی که درازا و پهنای اندازه‌گیری شدهٔ ورقه به ترتیب سه رقم و دو رقم با معنی داشتند. بنابراین، پاسخ ما برای مقدار مساحت می‌تواند فقط دو رقم با معنی داشته باشد که برابر با $۷۳\text{cm}^۲$ است. می‌توان گفت که مساحت ورقه بین

$$(۱۶/۲\text{cm})(۴/۴\text{cm}) = ۷۱/۲۸\text{cm}^۲$$

و

$$(۱۶/۴\text{cm})(۴/۶\text{cm}) = ۷۵/۴۴\text{cm}^۲$$

قراردارد. قاعدهٔ مفیدی که می‌تواند برای تعیین تعداد رقمهای با معنای یک کمیت اندازه‌گیری شده مورد استفاده قرار گیرد چنین بیان می‌شود:

وقتی چند کمیت را درهم ضرب می‌کنیم، تعداد رقمهای بامعنی در حاصل ضرب برابر با رقمهای با معنی کمیتی است که کمترین دقت را دارد. این قاعده برای تقسیم نیز قابل استفاده است.

وجود صفرها در یک عدد ممکن است باعث اشتباه شود. مثلاً، فرض کنید که جرم یک جسم ۱۵۰۰ گرم است. این مقدار مبهم است زیرا معلوم نیست که دو صفر سمت راست به جای رقمهایی به کار رفته‌اند یا جزو رقمهای با معنی در اندازه‌گیری هستند. به طور کلی، رقم با معنی رقمی است که دارای اعتبار معلوم و مشخص باشد. به منظور رفع ابهام در شناخت تعداد رقمهای با معنی از یک نمادگذاری علمی استفاده می‌کنیم. در ارتباط با جرم جسم، اگر در مقدار اندازه‌گیری شده دو رقم با معنی وجود داشته باشد جرم جسم را به صورت $۱/۵ \times ۱۰^۳$ گرم و اگر سه رقم با معنی وجود داشته باشد، جرم را به صورت $۱/۵۰ \times ۱۰^۳$ گرم می‌نویسیم. به همین ترتیب، عددی مانند ۰/۰۰۰۱۵ را در نمادگذاری علمی با دو رقم بامعنی به صورت $۱/۵ \times ۱۰^{-۴}$ و با سه رقم بامعنی به صورت $۱/۵۰ \times ۱۰^{-۴}$ می‌نویسیم. در مورد جمع یا تفریق باید تعداد رقمها را درنظر گرفت:

وقتی عددها را با هم جمع یا از هم کم می‌کنیم، تعداد رقمهای اعشاری بعد از ممیز در نتیجهٔ محاسبه باید برابر با کمترین تعداد رقمهای اعشاری در میان عاملهای جمع یا تفریق باشد.

مثلاً، حاصل جمع $۱۲۳ + ۵/۳۵$ برابر با ۱۲۸ است و نه ۱۲۸/۳۵، زیرا در اینجا کمترین تعداد رقمهای اعشاری بعد از ممیز صفر است که مربوط به عدد ۱۲۳ است. در اینجا تعداد رقمهای با معنی سه است. همچنین، در حاصل جمع $۱/۰۰۰۴ + ۰/۰۰۰۳ + ۱$ تعداد رقمهای با معنی پنج است، اگر چه جملهٔ ۰/۰۰۰۳ فقط دارای یک رقم با معنی است.

به عنوان مثالی دیگر، در حاصل تفریق $۱/۰۰۲ - ۰/۹۹۸ = ۰/۰۰۴$، نتیجهٔ نهایی محاسبه عددی با سه رقم اعشاری است و این موضوع با قاعدهٔ بیان شده سازگار است، زیرا کمترین تعداد رقمهای اعشاری سه است که مربوط به هر دو عامل تفریق است. با وجود این، حاصل تفریق دارای یک رقم با معنی است، اگر چه تعداد رقمهای با معنی هر کدام از عاملهای تفریق بیش از یک است.

در این کتاب، به طور کلی فرض خواهیم کرد که داده‌ها به قدر کافی دقیق‌اند و نتیجهٔ محاسبه‌ها دارای سه رقم، یا گاهی، دو رقم بامعنی است. بنابراین، اگر بگوییم شخصی مسافت ۵ متر را پیموده

است، منظور این است که مسافت پیموده‌شده ۵/۰۰ متر است. به همین ترتیب سرعت ۲۳ m/s تا سه رقم با معنی به صورت ۲۳/۰ m/s نوشته می‌شود.

مثال ۳

درازای سالنی ۱۲/۷۱ (چهار رقم با معنی) و پهنای آن ۸/۴۶ متر (سه رقم با معنی) است. مساحت سالن را حساب کنید.

حل

اگر ۱۲/۷۱ متر را در ۸/۴۶ متر ضرب کنیم حاصل ضرب ۱۰۷/۵۲۶۶ متر مربع می‌شود. واضح است که تمام رقمهای به دست آمده را نمی‌توان در حاصل ضرب قابل قبول دانست. طبق قاعده‌ای که در مورد ضرب اعداد بیان شد تعداد رقمهای با معنای حاصل ضرب برابر با تعداد رقمهای با معنی عامل با کمترین دقت است، که در این مثال سه است. بنابراین، مساحت سالن ۱۰۷ متر مربع خواهد بود.

۱ــ۵ تبدیل یکاها

گاهی لازم است که بعضی یکاهای یک دستگاه را به یکاهایی از دستگاه دیگر تبدیل کنیم. برای این کار باید رابطهٔ میان یکاهای یک کمیت در دستگاههای مورد نظر را بدانیم، به عبارت دیگر باید ضریبهای تبدیل یکاها را بشناسیم. مثلاً، رابطهٔ میان یکاهای طول در دو دستگاه مهندسی بریتانیایی و SI چنین است:

$$1\text{ft} = 0/304\text{8m} = 30/48\text{cm}$$

$$1\text{mile} = 1609\text{m} = 1/609\text{km}$$

$$1\text{in} = 0/0254\text{m} = 2/54\text{cm}$$

$$1\text{m} = 39/37\text{in} = 3/281\text{ft}$$

یکاها را می‌توان مانند کمیتهای جبری در نظر گرفت و برای تبدیل آنها از محاسبه‌های جبری استفاده کرد. فرض کنید می‌خواهیم یک طول ۱۵/۰ اینچ را بر حسب سانتی‌متر به دست آوریم. می‌دانیم که $1\text{in} = 2/54\text{cm}$. برای تغییر یکاها از روشی به نام ***تبدیلهای با ارتباط زنجیری*** استفاده می کنیم. در این روش ضریب تبدیل به صورت نسبتی نوشته می‌شود که مساوی با واحد است. بدین معنی که به جای $1\text{in} = 2/54\text{cm}$ می‌نویسیم

$$\left(\frac{2/54\text{cm}}{1\text{in}}\right) = 1 \qquad \text{یا} \qquad \left(\frac{1\text{in}}{2/54\text{cm}}\right) = 1$$

چون مقدار یک کمیت با ضرب کردن آن در واحد تغییر نمی‌کند، این شکل ضریب تبدیل نه تنها مناسب است، بلکه احتمال خطاها را هم کم می‌کند. از این ضریب طوری باید استفاده شود که یکاهای غیر لازم حذف شوند. بنابراین، در مورد مثال ذکر شده، داریم

$$15/0\text{in} = (15/0\text{in})\left(\frac{2/54\text{cm}}{1\text{in}}\right)$$
$$= 15/0 \times 2/54\text{cm} = 38/1\text{cm}$$

مثال ۴

حجم مکعبی ۵/۰۰ اینچ است. حجم آن بر حسب متر مکعب چقدر است؟

حل

طول یک ضلع مکعب بر حسب متر چنین به دست می‌آید:

$$L = (5/0\text{in})\left(\frac{2/54 \times 10^{-2}\text{m}}{1\text{in}}\right) = 0/127\text{m}$$

حجم مکعب برابر است با:

$$V = L^3 = (0/127\text{m})^3 = 2/05 \times 10^{-3}\text{m}^3$$

۱ــ۶ محاسبه‌های تقریبی مربوط به بزرگی عددها

براورد و پیش‌بینی پاسخ تقریبی برای مسئله‌ای که دربارهٔ آن اطلاعات کافی نداریم از اموری است که در زندگی روزانه اغلب به آن نیاز داریم. از این پاسخهای تقریبی می‌توان نتیجه گرفت که برای یک مسئلهٔ معین تا چه حد لازم است محاسبه‌ها دقیقتر انجام شوند. محاسبه‌های تقریبی معمولاً بر مبنای فرضهای خاصی انجام می‌شوند و در صورت نیاز به دقت بیشتر، این فرضها باید اصلاح شوند و مورد تجدید نظر قرار گیرند.

برای نشان دادن ***مرتبهٔ بزرگی*** و مقدار تقریبی یک کمیت از توانهای ۱۰ استفاده می‌کنیم. معمولاً وقتی که مرتبهٔ بزرگی یک کمیت را حساب می‌کنیم عدد حاصل در گسترهٔ یک ضریب ۱۰ برابر، قابل اعتماد است.

مثال ۵

تعداد اتمهای آلومینیوم موجود در یک سانتی‌متر مکعب فلز آلومینیوم را، (الف) به طور تقریبی و (ب) با محاسبهٔ دقیق، برآورد کنید. جگالی آلومینیوم $\rho = ۲٫۷۰ \text{g/cm}^۳$، جرم اتمی آلومینیوم $M = ۲۷٫۰ \text{g/mol}$ و عدد آووگادرو $N_A = ۶٫۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{atom/mol}$ است.

حل

(الف) می‌دانیم که قطر اتم در حدود $۱۰^{-۱۰}$ متر است. چون حجم کره یا مکعب قطر کره متناسب است [به طور دقیقتر $V = \frac{۴}{۳}\pi\left(\frac{d}{۲}\right)^۳$، که در آن d قطر کره است]، پس حجم هر اتم در حدود $۱۰^{-۳۰} \text{m}^۳ = (۱۰^{-۱۰} \text{m})^۳$ خواهد بود. بنابراین، تعداد اتمهای موجود در یک سانتی مترمکعب چنین به دست می‌آید:

$$n = \frac{\text{حجم کل}}{\text{حجم یک اتم}}$$

$$= \frac{۱\text{cm}^۳}{(۱۰^{-۳۰} \text{m}^۳ / \text{atom})(\text{cm}^۳ / ۱۰^{-۶} \text{m}^۳)} \Rightarrow$$

$$n = ۱۰^{۲۴} \text{atom}$$

(ب) واضح است که پاسخ قسمت (الف) بسیار کلی و تقریبی است زیرا در این محاسبه فاصلهٔ میان اتمها و آرایش اتمهای فلز آلومینیوم در نظر گرفته نشده است. با توجه به جگالی و جرم اتمی آلومینیوم نتیجهٔ دقیقتری به دست می‌آید. جرم یک اتم آلومینیوم برابر است با :

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{۲۷٫۰ \text{g/mol}}{۶٫۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{atom/mol}} \Rightarrow$$

$$m = ۴٫۴۸ \times ۱۰^{-۲۳} \text{ g/atom}$$

بنابراین، تعداد اتمهای آلومینیوم موجود در یک سانتی مکعب برابر است با:

$$n = \frac{\rho}{m} = \frac{۲٫۷۰ \text{g/cm}^۳}{۴٫۴۸ \times ۱۰^{-۲۳} \text{ g/atom}} \Rightarrow$$

$$n = ۶٫۰۲ \times ۱۰^{۲۲} \text{ atom/cm}^۳$$

مثال ۶

مصرف بنزین سالانهٔ اتومبیلهای موجود در ایران را برآورد کنید.

حل

اگر تعداد اتومبیلها را در حدود ۳ میلیون و مصرف متوسط روزانهٔ هر اتومبیل را ۱۰ لیتر بگیریم، مصرف بنزین اتومبیلها در سال برابر است با:

(سال / روز ۳۶۰۰) (روز / لیتر ۱۰) ^{۶} ۳ × ۱۰

سال /جیگا لیتر ۱۰۸ = سال / لیتر ^{۱۱} ۱٫۰۸ × ۱۰ =

۱ ــ ۷ بردارها و نرده‌ایها

کمیتهای فیزیکی مورد بحث در سطح این کتاب را می‌توان به دو نوع تقسیم کرد. این دو نوع عبارت‌اند از ***کمیتهای نرده‌ای*** (اسکالر) و ***کمیتهای برداری***. کمیت نرده‌ای کمیتی است که با یک عدد و یکای مناسب به طور کامل مشخص می‌شود، اما برای معرفی یک کمیت برداری این مشخصات کافی نیست. به عبارت دیگر، باید گفت که:

کمیت نرده‌ای فقط بزرگی دارد و از قاعدهٔ جمع اعداد پیروی می‌کند، در حالی که کمیت برداری کمیتی است که شامل هر دو مشخصات بزرگی و جهت است و از قاعدهٔ جمع برداری پیروی می‌کند.

دما نمونه‌ای از کمیتهای نرده‌ای است. مثلاً، هنگامی که می‌گوییم دمای جسمی ۵°C است تمام اطلاعات مربوط به دمای جسم را مشخص کرده‌ایم. نمونه‌های دیگر کمیتهای نرده‌ای عبارت‌اند از حجم، جرم، بازهٔ زمانی و تعداد صفحه‌های این کتاب. برای محاسبه‌های مربوط به کمیتهای نرده‌ای می‌توان از قاعده‌های حساب معمولی استفاده کرد. به عنوان مثال، اگر ظرفی دارای ۲ لیتر آب باشد و شما ۳ لیتر آب دیگر در ظرف بریزید در مجموع، ظرف دارای ۵ لیتر (۵=۳ + ۲) آب خواهد شد.

نیرو نمونه‌ای از یک کمیت برداری است. وقتی می‌گوییم

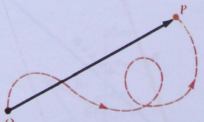
شخصی به جسمی ۱۰ نیوتون نیرو وارد می‌کند، این اطلاعات برای معرفی نیرو کافی نیست. اثر یک نیروی ۱۰ نیوتونی افقی با اثر یک نیروی ۱۰ نیوتونی قایم بر روی یک جسم متفاوت است و برای درک اثر نیرو به طور کامل علاوه بر بزرگی باید جهت نیرو را هم بدانیم.

نمونهٔ دیگر از کمیتهای برداری **جابه‌جایی** یک جسم است. فرض کنید یک بازیکن فوتبال در زمین، مطابق شکل ۱ ــ ۲ ، از نقطهٔ O تا نقطهٔ P می‌رود. جابه‌جایی بازیکن با ترسیم یک پیکان از نقطهٔ O به نقطهٔ P نشان داده شده است. جهت این پیکان همان جهت جابه‌جایی و طول پیکان بزرگی جابه‌جایی را نشان می‌دهد. اگر بازیکن هر مسیر دیگری را، بجز آنچه در شکل نشان داده شده است، میان نقطه‌های O و P بپیماید باز هم جابه‌جایی همان پیکان رسم شده است. به عبارت دیگر، بردار جابه‌جایی بازیکن از O آغاز و به P ختم می‌شود.

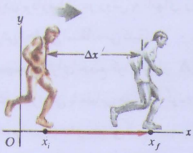
برای نمایش یک کمیت برداری معمولاً در بالای نماد آن کمیت یک علامت پیکان می‌گذارند یا نماد را با حروف سیاه می‌نویسند، مانند $\vec{A}$ یا $\mathbf{A}$. ما در این کتاب برای بردار از حروف سیاه (مانند $\mathbf{A}$) و برای بزرگی بردار از حروف نازک (مانند A) استفاده می‌کنیم.

اگر دونده‌ای، مطابق شکل ۱ ــ ۳ ، در جهت مثبت محور x از مکان x_i (موضع x_i) تا مکان x_f بدود، جابه‌جایی او $x_f - x_i$ است*. با استفاده از حرف یونانی Δ برای مشخص کردن تغییر یک کمیت، می‌توانیم **تغییر مکان (تغییر موضع) یا جابه‌جایی** دونده را با رابطهٔ زیر نشان دهیم:

$$\boxed{\Delta x = x_f - x_i} \qquad (۱ ــ ۲)$$



شکل ۱ ــ ۲ بازیکن فوتبال از نقطهٔ O تا نقطهٔ P یک مسیر خمیده می‌پیماید، اما جابه‌جایی او برداری از O تا P است.



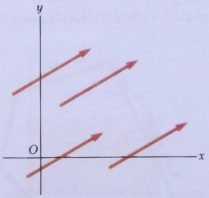
شکل ۱ ــ ۳ دونده‌ای در راستای محور x از x_i تا x_f می‌دود و جابه‌جایی او $\Delta x = x_f - x_i$ است.

اگر x_f بزرگتر از x_i باشد، Δx مثبت و اگر x_f کوچکتر از x_i باشد، Δx منفی است.

۱ ــ ۸ بعضی خواص بردارها

تساوی دو بردار: دو بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ وقتی مساوی‌اند که دارای بزرگی و جهت یکسان باشند. یعنی وقتی رابطهٔ $\mathbf{B}=\mathbf{A}$ درست است که رابطهٔ $A = B$ برقرار باشد، و علاوه بر آن دو بردار هم‌جهت باشند. مثلاً،درشکل ۱ ــ ۴ با آنکه نقطهٔ آغاز بردارها متفاوت است اما همهٔ بردارها با هم برابرند. این خاصیت به ما اجازه می‌دهد که در روی یک نمودار، برداری را بدون تغییر اثر آن در راستای خود یا به موازات خود انتقال دهیم.

جمع کردن بردارها: دو یا چند بردار را وقتی می‌توان با هم جمع کرد که نمایشگر کمیت فیزیکی یکسان باشند. مثلاً، بردارهای سرعت و جابه‌جایی را نمی‌توان با هم جمع کرد. کمیتهای نرده‌ای نیز از همین قاعده پیروی می‌کنند و مثلاً دما را نمی‌توان با مساحت یک سطح جمع کرد.



شکل ۱ ــ ۴ نمودار چهار بردار یکسان.

* منظور از مکان x_i و مکان x_f ، به ترتیب مختصات اولیه و نهایی دونده در دستگاه مختصات یک بعدی ox است.

برای جمع کردن بردارها از دو روش به نامهای **روش ترسیمی** (روش هندسی) و **روش تحلیلی** استفاده می‌کنیم.

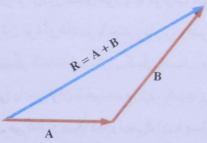
روش ترسیمی: برای جمع کردن بردار **A** با بردار **B**، ابتدا **A** را روی کاغذ شطرنجی با مقیاس معین (به گونه‌ای که مثلاً هر سانتی‌متر نمایندهٔ یک واحد باشد) رسم می‌کنیم. سپس بردار **B** را با همان مقیاس از انتهای **A**، مطابق شکل ۱ ـ۵ رسم می‌کنیم، به طوری که زاویهٔ بردار **B** نسبت به بردار **A** همان زاویهٔ واقعی آنها نسبت به هم باشد. برداری که از ابتدای **A** تا انتهای **B** رسم می‌شود **بردار مجموع** یا **بردار برایند** خواهد بود و می‌توانیم بنویسیم

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \qquad (۱ـ۳)$$

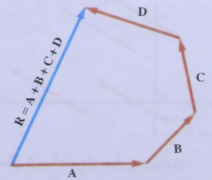
این گونه روش ترسیم بردار برایند را **روش مثلثی** می‌نامند. از این روش می‌توان برای ترسیم برایند چند بردار به طور مستقیم، مطابق شکل ۱ ـ۶، استفاده کرد. در این شکل با روش ترسیمی ذکر شده، **R** بردار برایند چهار بردار **A**، **B**، **C** و **D** رسم شده است. در این صورت، داریم

$$\boxed{\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} + \mathbf{D}} \qquad (۱ـ۴)$$

چنانکه در شکل ۱ ـ۶ می‌بینیم با ترسیم **R**، بردار برایند چهار بردار، شکل یک کثیرالاضلاع به دست می‌آید. بدین جهت، این روش ترسیمی را روش **کثیرالاضلاعی** (چند ضلعی) نیز می‌نامند.



شکل ۱ ـ ۵ وقتی دو بردار **A** و **B** با هم جمع می‌شوند، بردار مجموع **R**، از ترسیم یک بردار از ابتدای **A** تا انتهای **B** به دست می‌آید.



شکل ۱ ـ ۶ نمایش روش ترسیمی برایند چهار بردار. با ترسیم بردار برایند، **R**، شکل یک چند ضلعی به دست می‌آید.

روش ترسیمی دیگر برای جمع کردن دو بردار روش **متوازی ـ الاضلاعی** است، که در شکل ۱ ـ۷ نشان داده شده است. در این روش ابتدای بردارهای **A** و **B** در یک نقطه است و بردار **R** قطر متوازی‌الاضلاعی است که با ضلعهای **A** و **B** ساخته می‌شود. در ترسیم برایند دو یا چند بردار ترتیب جمع کردن بردارها اهمیتی ندارد و می‌توان نوشت:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \qquad (۱ـ۵)$$

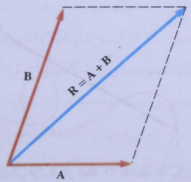
منفی یک بردار: منفی بردار **A**، که **بردار متقابل** **A** نیز نامیده می‌شود، برداری است که اگر با **A** جمع شود برایند آنها برابر با صفر شود. منظور این است که بردارهای **A** و **−A** دارای بزرگی یکسان و جهتهای مخالف‌اند.

تفریق بردارها: برای تفریق بردار **B** از بردار **A** از تعریف بردار منفی استفاده می‌کنیم. منظور از عمل **A − B** این است که بردار **A** را با بردار **−B** جمع کنیم. یعنی

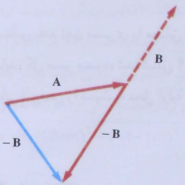
$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) \qquad (۱ـ۶)$$

در شکل ۱ ـ۸ چگونگی ترسیم تفاضل دو بردار **A** و **B** نشان داده شده است.

ضرب (تقسیم) یک بردار در (بر) یک کمیت نرده‌ای: ***حاصل ضرب یک کمیت برداری در یک عدد یا یک کمیت نرده‌ای، یا خارج قسمت یک کمیت برداری بر یک عدد یا کمیت نرده‌ای، کمیتی برداری است.*** مثلاً اگر کمیت برداری **A** را در عدد



شکل ۱ ـ ۷ نمودار روش ترسیمی برایند دو بردار، که نشان می‌دهد **A + B = B + A**. توجه کنید که بردار برایند **R** قطر یک متوازی‌الاضلاع با ضلعهای **A** و **B** است.



شکل ۱ ــ ۸ نمایش روش ترسیمی تفاضل دو بردار A و B. بردار B– مساوی و در جهت مخالف بردار B است.

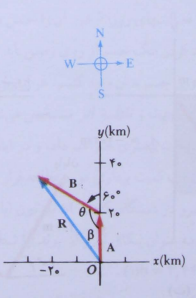
۳ + ضرب کنیم حاصل ضرب کمیتی برداری خواهد بود که بزرگیش ۳ برابر بزرگی بردار **A** و جهتش همان جهت بردار **A** است. به طور کلی، می‌توان نوشت

$$\mathbf{R} = m\mathbf{A} \qquad (۱ــ۷)$$

که در آن m عدد یا کمیتی نرده‌ای است و ممکن است مثبت یا منفی باشد. همچنین، اگر بخواهیم کمیت برداری **A** را بر عدد ۳+ تقسیم کنیم، خارج قسمت $\mathbf{A}/3$ خواهد بود، که بزرگیش برابر با $\frac{1}{3}$ بزرگی بردار **A** و جهتش همان جهت بردار **A** است.

مثال ۷

اتومبیلی به اندازهٔ ۲۰/۰ کیلومتر به سمت شمال، و سپس مسافت ۳۵/۰ کیلومتر در راستای ۶۰ درجهٔ غرب محور شمالی حرکت می‌کند (شکل ۱ ــ ۹). بزرگی و جهت برایند جابه‌جایی این اتومبیل را پیدا کنید.



شکل ۱ ــ ۹ نمایش روش ترسیمی مربوط به تعیین بردار جابه‌جایی برایند R = A + B.

حل

می‌دانیم که $\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$. چون **A** و **B** با مقیاس رسم شده‌اند. با توجه به شکل ۱ ــ ۹ می‌بینیم که بزرگی بردار **R** برابر با ۴۸/۲ کیلومتر است. همچنین، با اندازه‌گیری زاویهٔ β ملاحظه می‌کنیم که زاویهٔ راستای بردار جابه‌جایی برایند نسبت به محور شمالی تقریباً ۳۹ درجه است.

۱ ــ ۹ مؤلفه‌های یک بردار

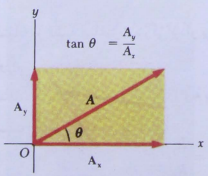
روش ترسیمی، چنانکه دیدیم، برای تعیین بزرگی و جهت بردار برایند چند بردار یا تفاضل دو بردار روشی تقریبی است. روش دقیقتر برای به دست آوردن مشخصات بردار برایند ***روش تحلیلی*** است، که در آن از تصویر بردار در راستای محورهای یک دستگاه مختصات عمود بر هم استفاده می‌شود. این تصویرها را ***مؤلفه‌های بردار*** می‌نامند و هر بردار را می‌توان به طور کامل با مؤلفه‌های آن معرفی کرد.

بردار **A** را در دستگاه مختصات عمود بر هم $x - y$ شکل ۱ــ۱۰ در نظر بگیرید. تصویر **A** بر روی محور x، یعنی $\mathbf{A}_x$ را ***مؤلفهٔ*** x بردار **A**، و تصویر **A** بر روی محور y، یعنی $\mathbf{A}_y$ را ***مؤلفهٔ*** y بردار **A** ، می‌نامند. ***بزرگیهای این مؤلفه‌ها ممکن است مثبت یا منفی باشند.*** با توجه به شکل ۱ــ ۱۰، می‌توان نوشت

$$A_x = A\cos\theta \qquad (۱ــ۸)$$

$$A_y = A\sin\theta \qquad (۱ــ۹)$$

این مؤلفه‌ها ضلعهای مثلث قایم‌الزاویه‌ای هستند که بزرگی وتر آن A



شکل ۱ ــ ۱۰ بردار **A** را که در صفحهٔ $x - y$ قرار دارد، می‌توان با مؤلفه‌های A_x و A_y نمایش داد.

است. بنابراین، با توجه به شکل ۱ ـ ۱۰، می‌توانیم بنویسیم

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad (۱ـ۱۰)$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad (۱ـ۱۱)$$

یا معلوم بودن مؤلفه‌های یک بردار در یک دستگاه مختصات عمود برهم می‌توان از معادله‌های (۱ ـ ۱۰) و (۱ ـ ۱۱) استفاده کرد و بزرگی و جهت آن بردار را به طریق محاسبه به دست آورد. باید توجه داشت که انتخاب راستای محورهای مختصات موضوعی اختیاری است. بهتر است این راستاها طوری انتخاب شوند که حل مسئله به ساده‌ترین نحو امکان پذیر باشد. مثلاً، هنگامی که می‌خواهیم چند بردار را با استفاده از مؤلفه‌ها جمع کنیم بهتر است محورها را تا حد امکان در راستای بردارها انتخاب کنیم.

روش تحلیلی ترکیب بردارها: برای جمع کردن دو یا چند بردار (یا تفریق دو بردار) به ترتیب مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱. دستگاه مختصات عمود بر هم مناسب را انتخاب می‌کنیم.

۲. بردارهایی را که باید با هم جمع کنیم (یا از هم کم کنیم) رسم می‌کنیم.

۳. مؤلفه‌های x و y همهٔ بردارها را معین می‌کنیم.

۴. برای به دست آوردن مؤلفه‌های R_x و R_y بردار برایند بر روی هر یک از محورها، مؤلفه‌های x و y بردارها را به طور جبری با هم جمع می‌کنیم.

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \quad , \quad R_y = \sum_{i=1}^{n} y_i \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, n) \qquad (۱ـ۱۲)$$

۵. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورث بزرگی بردار برایند را به دست می‌آوریم.

۶. با استفاده از یک تابع مثلثاتی مناسب زاویهٔ بردار برایند، θ، را نسبت به محور x معین می‌کنیم.

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad (۱ـ۱۳)$$

اکنون با حل کردن مثال زیر مرحله‌های ذکر شده را یکی پس از دیگری انجام می‌دهیم.

مثال ۸

شخصی به منظور قدم زدن مسیری را مطابق شکل ۱ ـ ۱۱ (الف) می‌پیماید. کل مسیر پیموده شده شامل ۴ مسیر مستقیم است. جابه‌جایی شخص را نسبت به محل اولیهٔ حرکتش معین کنید.

حل

با توجه به شکل ۱ ـ ۱۱ (الف)، داریم

$$x_1 = 100\,\text{m} \quad , \quad y_1 = 0$$

$$x_2 = 0 \quad , \quad y_2 = -300\,\text{m}$$

$$x_3 = (150\,\text{m})\cos 210^\circ = -(150\,\text{m})\cos 30^\circ = -75\sqrt{3}\,\text{m} = -130\,\text{m}$$

$$y_3 = (150\,\text{m})\sin 210^\circ = -(150\,\text{m})\sin 30^\circ = -75\,\text{m}$$

$$x_4 = (200\,\text{m})\cos 120^\circ = -(200\,\text{m})\cos 60^\circ = -100\,\text{m}$$

$$y_4 = (200\,\text{m})\sin 120^\circ = (200\,\text{m})\sin 60^\circ = 100\sqrt{3}\,\text{m} = 173\,\text{m}$$

بنابراین، مؤلفه‌های بردار برایند (جابه‌جایی) عبارت‌اند از

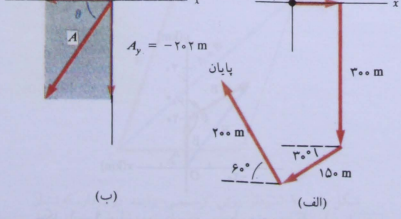
$$R_x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = (100 + 0 - 130 - 100)\,\text{m} \Rightarrow$$

$$R_x = -130\,\text{m}$$

$$R_y = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = (0 - 300 - 75 + 173)\,\text{m} \Rightarrow$$

$$R_y = -202\,\text{m}$$

بردار جابه‌جایی و مؤلفه‌های آن در شکل ۱ ـ ۱۱ (ب) نشان



شکل ۱ ـ ۱۱ مربوط به مثال ۸.

داده شده‌اند. اکنون بزرگی و جهت بردار جابه‌جایی را با استفاده از معادله‌های (۱ ــ ۱۲) و (۱ ــ ۱۳) به دست می‌آوریم. منظور از تعیین جهت بردار جابه‌جایی تعیین زاویهٔ راستای بردار نسبت به یکی از محورها (معمولاً محور x) است.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-۱۳۰\text{m})^2 + (-۲۰۲\text{m})^2} \Rightarrow$$

$$R = ۲۴۰\text{m}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-۲۰۲\text{m}}{-۱۳۰\text{m}} = ۱/۵۵$$

$$\theta = \tan^{-1}(۱/۵۵) = ۵۷^\circ$$

با توجه به شکل ۱ ــ ۱۱ (ب) زاویهٔ بردار جابه‌جایی نسبت به محور x برابر است با:

$$۱۸۰^\circ + ۵۷^\circ = ۲۳۷^\circ$$

باید توجه کنید که بزرگی بردار جابه‌جایی (۲۴۰ متر) با طول مسیر پیموده شده که در این مثال

$$(۱۰۰ + ۳۰۰ + ۱۵۰ + ۲۰۰)\ \text{m} = ۷۵۰\text{m}$$

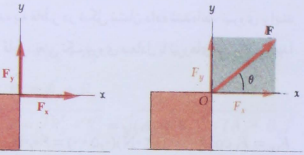
است، دو چیز متفاوت‌اند و هرگز نباید آنها را با هم اشتباه بگیرید.

۱ ــ ۱۰ نیرو

نیرو یکی از مفاهیم مهم در فیزیک است. اگر جسمی را هُل بدهید یا بکشید، به آن نیرو وارد کرده‌اید. نیروی گرانشی که به تمام اجسام واقع در روی زمین وارد می‌شود (نیروی وزن اجسام)، معروفترین نیرویی است که ما در فعالیتهای روزانهٔ خود آن را حس می‌کنیم. به عنوان مثال، برای بلند کردن یک جسم از روی زمین باید نیرویی رو به بالا و حداقل برابر با وزن جسم به آن وارد کنیم. هر نیرویی که به جسمی وارد شود، با **بزرگی، جهت و نقطهٔ اثر** مشخص می‌شود. در فصل ۳، دربارهٔ نیرو توضیحات بیشتری خواهیم داد، و در اینجا فقط می‌خواهیم نیرو را به عنوان یک کمیت برداری مورد مطالعه قرار دهیم.

یکای نیرو در دستگاه یکاهای SI **نیوتون** (با نماد N) است. در بعضی مسائل به عنوان یکای نیرو از **پوند** (با نماد lb) هم استفاده می‌شود ($۱\text{lb} = ۴/۴۴۸\text{N}$).

فرض کنید به جسمی مطابق شکل ۱ ــ ۱۲ (الف)، نیروی $\mathbf{F}$ تحت زاویهٔ θ نسبت به راستای افقی در نقطهٔ O وارد می‌شود.



(الف) (ب)

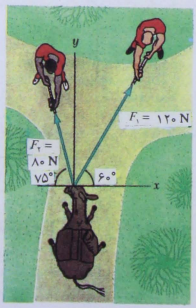
شکل ۱ ــ ۱۲ (الف) نمودار مؤلفه‌های F_x و F_y نیروی $\mathbf{F}$ که به جسمی وارد می‌شود. (ب) برایند بردارهای $\mathbf{F}_x$ و $\mathbf{F}_y$ معادل با بردار $\mathbf{F}$ در شکل (الف) است.

مؤلفه‌های عمود بر هم این بردار در راستای محورهای x و y عبارت‌اند از $F_x = F\cos\theta$ و $F_y = F\sin\theta$.

بردارهای $\mathbf{F}_x$ و $\mathbf{F}_y$ در شکل ۱ ــ ۱۲ (الف) نیروهای مؤثر در راستای محورهای x و y را نشان می‌دهند و برایند بردارهای $\mathbf{F}_x$ و $\mathbf{F}_y$ در شکل ۱ ــ ۱۲ (ب) معادل با بردار $\mathbf{F}$ است. نتیجه آنکه با وارد کردن همزمان دو نیروی $\mathbf{F}_x$ و $\mathbf{F}_y$ به یک جسم ملاحظه می‌کنیم که جسم در جهتی حرکت می‌کند که تحت اثر نیروی تنهای $\mathbf{F}$ هم در همان جهت حرکت می‌کند. این نتیجه خاصیت بردار بودن نیرو را نشان می‌دهد.

مثال ۹

فرض کنید دو مرد می‌خواهند قاطری را که از راه رفتن امتناع می‌کند، با دو طناب، مطابق شکل ۱ ــ ۱۳، بکشند. نیروهای



شکل ۱ ــ ۱۳ مربوط به مثال ۹.

وارد شده به قاطر در شکل نشان داده شده‌اند. نیروی برایند وارد بر قاطر، یعنی تک نیروی معادل با نیروهای دو مرد، را پیدا کنید.

حل

$$F_{1x} = F_1 \cos 60^\circ = (120\,\text{N})(0.500) = 60.0\,\text{N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 60^\circ = (120\,\text{N})(\sqrt{3}/2) = 104\,\text{N}$$

$$F_{2x} = F \cos 105^\circ = -F_2 \cos 75^\circ$$
$$= -(80\,\text{N})(0.259) = -20.7\,\text{N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 105^\circ = F_2 \sin 75^\circ$$
$$= (80\,\text{N})(0.966) = 77.3\,\text{N}$$

اگر نیروی برایند را $\mathbf{R}$ فرض کنیم، داریم $\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$، و از آنجا

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = 60.0\,\text{N} - 20.7\,\text{N} \Rightarrow$$

$$R_x = 39.3\,\text{N}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = 104\,\text{N} + 77.3\,\text{N} \Rightarrow$$

$$R_y = 181\,\text{N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(39.3\,\text{N})^2 + (181\,\text{N})^2} \Rightarrow$$

$$R = 185\,\text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{181\,\text{N}}{39.3\,\text{N}}\right) \Rightarrow \theta = 77.7^\circ$$

مطالعهٔ آزاد

بردارهای یکه

راه دیگر استفاده از روش تحلیلی برای محاسبه‌های برداری نشان دادن یک بردار بر حسب بردارهای یکه است. ***بردار یکه برداری بدون بعد و به طول واحد است که برای مشخص کردن جهت معینی به کار می‌رود***. این بردارها با نمادهای $\mathbf{i}$، $\mathbf{j}$ و $\mathbf{k}$ نمایش داده می‌شوند که به ترتیب در جهت مثبت محورهای x، y و z رسم می‌شوند. بنابراین، بردارهای یکه، مطابق شکل ۱ ـ ۱۴ (الف) دو به دو بر هم عمودند. چنانکه گفته شد، بُردارهای یکه برابر با واحد است، یعنی $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$.

فرض کنید بردار $\mathbf{A}$، مطابق شکل ۱ ـ ۱۴ (ب) در صفحهٔ $x-y$ قرار دارد. حاصل ضرب مؤلفهٔ A_x در بردار یکهٔ $\mathbf{i}$ برداری است که در راستای محور x واقع و بزرگیش برابر با A_x است. به همین ترتیب، حاصل ضرب مؤلفهٔ A_y در بردار یکهٔ $\mathbf{j}$ برداری واقع در راستای محور y با بزرگی A_y است. بنابراین، با استفاده از نمادگذاری بردارهای یکه، می‌توان نوشت

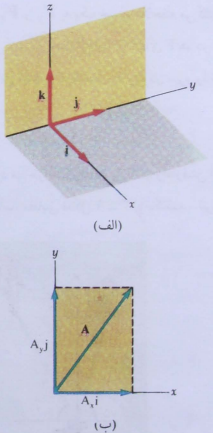
$$\boxed{\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}} \qquad (۱۴ - ۱)$$

چنانکه می‌بینیم بردارهای $A_x\mathbf{i}$ و $A_y\mathbf{j}$ مؤلفه‌های بردار $\mathbf{A}$ در راستای محورهای x و y هستند.

اکنون اگر بخواهیم بردار $\mathbf{A}$، با مؤلفه‌های A_x و A_y را با بردار $\mathbf{B}$، با مؤلفه‌های B_x و B_y، جمع کنیم، می‌توانیم بنویسیم

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} \qquad (۱۵ - ۱)$$

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} \qquad (۱۶ - ۱)$$



شکل ۱ ـ ۱۴ (الف) بردارهای یکهٔ i، j و k به ترتیب در جهت مثبت محورهای x، y و z رسم می‌شوند. (ب) بردار $\mathbf{A}$ در صفحهٔ $x-y$ دارای مؤلفه‌های $A_x\mathbf{i}$ و $A_y\mathbf{j}$ است، که A_x و A_y بزرگیهای مؤلفه‌های عمود بر هم بردار $\mathbf{A}$ هستند.

و از آنجا

$$R_x = A_x + B_x \qquad (۱۷ - ۱)$$

$$R_y = A_y + B_y \qquad (۱۸ - ۱)$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \qquad (۱۹ - ۱)$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \qquad (۲۰ - ۱)$$

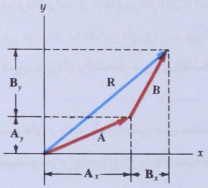
شکل ۱ ــ ۱۵، چگونگی ترسیم برایند دو بردار **A** و **B** را همراه با مؤلفه‌های این بردارها نشان می‌دهد.

اگر بردارهای **A** و **B** در فضای سه بعدی واقع شده باشند، در این صورت برایند آنها **R** ، با استفاده از نمادگذاری بردارهای یکه چنین به دست می‌آید

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \qquad , \qquad \mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k} \qquad (۲۱ - ۱)$$

با نوشتن معادله‌های ۱ ــ ۱۹ و ۱ ــ ۲۰ در مختصات سه بعدی می‌توان با استفاده از معادلهٔ ۱ ــ ۲۱ بزرگی و جهت‌بردار **R** را به دست آورد.



شکل ۱ ــ ۱۵ نمایش روش ترسیمی برایند دو بردار **A** و **B** و مؤلفه‌های x و y این دو بردار.

خلاصهٔ فصل

کمیتهای اصلی

کمیتهای فیزیکی که مورد پذیرش مجمع عمومی اوزان و مقیاسها قرار گرفته‌اند هفت کمیت هستند، که به عنوان کمیتهای اصلی انتخاب شده‌اند. این کمیتها اساس دستگاه بین‌المللی یکاها (SI) را تشکیل می‌دهند. اما کمیتهای فیزیکی را در مکانیک می‌توان بر حسب سه کمیت طول، جرم و زمان بیان کرد. یکاهای این کمیتها در دستگاه یکاهای SI به ترتیب، متر (m)، کیلوگرم (kg) و ثانیه (s) است.

تعریف چگالی

چگالی یک ماده برابر با جرم یکای حجم آن ماده است. برای آزمودن درستی معادله‌ها و به دست آوردن آنها از تحلیل ابعادی یا سازگاری ابعاد استفاده می‌شود. هنگامی که

سازگاری ابعاد

ضریبهای عددی را در معادله‌ها وارد می‌کنیم، باید مطمئن شویم که ابعاد این ضریبها در معادله‌ها سازگارند.

رقمهای با معنی

هنگامی که کمیتی را اندازه می‌گیریم باید مقدار کمیت اندازه‌گیری شده را با تعداد معینی رقم بنویسیم. تعداد این رقمها، که رقمهای با معنی نامیده می‌شوند، به شرایط اندازه‌گیری بستگی دارند.

تبدیل یکاها

گاهی لازم است که بعضی یکاهای یک دستگاه را به یکایی از دستگاه دیگر تبدیل

کنیم. برای این کار باید از رابطهٔ میان یکاهای یک کمیت در دستگاههای مورد نظر استفاده کنیم.

برآورد پاسخ تقریبی یک مسأله اغلب مفید است. این برآورد را محاسبهٔ مرتبهٔ بزرگی می‌نامند.

مرتبه بزرگی

کمیتهای برداری

بردارها کمیتهایی هستند که بزرگی و جهت دارند و جمع کردن آنها بیرو قاعدهٔ جمع برداری است، اما کمیتهای نرده‌ای فقط بزرگی دارند و جمع کردن آنها بیرو قاعدهٔ جمع اعداد است. دو بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ را می‌توان به طور ترسیمی و با استفاده از روش مثلثی یا روش متوازی‌الاضلاعی با هم جمع کرد. در روش مثلثی دو بردار را با مقیاس طوری رسم می‌کنند که ابتدای بردار دوم بر انتهای بردار اول قرار گیرد. بردار برایند از ابتدای بردار اول تا انتهای بردار دوم رسم می‌شود. در روش متوازی‌الاضلاعی دو بردار با مقیاس طوری رسم می‌شوند که ابتدای هر دو بردار در یک نقطه باشد. در این صورت، بردار برایند قطر متوازی الاضلاعی است که با دو بردار ساخته می‌شود.

روش ترسیمی ترکیب بردارها

روش تحلیلی ترکیب بردارها

با استفاده از مؤلفه‌های یک بردار، که تصویرهای بردار بر روی محورهای مختصات x و y هستند، می‌توان با روش تحلیلی بزرگی و جهت بردار برایند دو بردار را به دست آورد. نیرو از نمونه‌های معروف کمیتهای برداری است.

پرسشها

۱. آیا می‌توان طول یک خط خمیده را اندازه گرفت؟ چگونه؟

۲. اگر کسی به شما بگوید که ابعاد همهٔ اجسام ناگهان به نصف مقدار قبلی خود کاهش یافته‌اند، چگونه می‌توانید گفتهٔ او را رد کنید؟

۳. گاهی برای بیان طول یک جسم از یکای «وجب» استفاده می‌کنند. مثلاً، می‌گویند پهنای پارچه ۴ وجب است. استفاده از این یکای طول چه اشکالی دارد؟

۴. قد خود را بر حسب سانتی‌متر و فوت اندازه بگیرید.

۵. آیا تحلیل ابعادی یک معادله هیچ اطلاعاتی دربارهٔ ثابت تناسبی که احتمالاً در معادله وجود دارد، به دست می‌دهد؟

۶. دو کمیت با ابعاد متفاوت A و B را در نظر می گیریم. معین کنید کدام یک از عملیات حسابی زیر می‌توانند مفهوم فیزیکی داشته باشند: (الف) $A+B$؛ (ب) A/B، (ج) $B-A$؛ و (د) AB.

۷. کتابی را بر روی محیط میزی به ابعاد $1\text{m} \times 2\text{m}$ حرکت می‌دهیم و به نقطهٔ شروع حرکت برمی‌گردیم. جابه‌جایی کتاب چیست؟

۸. هنگام جمع کردن بردار $\mathbf{B}$ با بردار $\mathbf{A}$ ، در چه شرایطی بزرگی بردار برایند $A+B$ می‌شود؟ بزرگی بردار برایند در چه شرایطی صفر است؟

۹. آیا نیرویی که به طور قایم به جسمی وارد می‌شود می‌تواند یک نیروی افقی وارد به آن جسم را خنثی کند؟

۱۰. دانش‌آموزی با استفاده از روش ترکیب بردارها بزرگی برایند دو بردار با بزرگیهای ۵۰ و ۲۵ نیوتون را به دقت معین می‌کند. پاسخی که او به دست آورده است، می‌تواند ۸۰N ، ۲۰N یا ۵۵N باشد. بدون محاسبه بگویید پاسخ درست کدام است؟ چرا؟

۱۱. بردار $\mathbf{A}$ در صفحهٔ $x-y$ قرار دارد. در چه حالتی هر دو مؤلفهٔ این بردار منفی است؟ در چه حالتی مؤلفه‌های این بردار دارای علامتهای مخالف‌اند؟

۱۲. آیا مؤلفهٔ یک بردار می‌تواند از بزرگی آن بردار بزرگتر باشد؟

۱۳. در چه شرایطی مؤلفه‌های یک بردار از نظر بزرگی با هم برابرند؟

۱۴. در شرایطی که داشته باشیم $\mathbf{A}+\mathbf{B}=0$ ، مؤلفه‌های دو بردار چه وضعی دارند؟

۱۵. کدام یک از کمیتهای زیر بردار و کدام یک نرده‌ای‌اند؟ دمای

اتاق؛ حجم آب یک مخزن؛ ارتفاع یک ساختمان؛ سرعت اتومبیل مسابقه؛ عمر جهان.

۱۶. اگر تصویر بردار **A** بر روی راستای بردار **B** صفر باشد، دو بردار نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱۷. آیا بزرگی یک بردار می‌تواند منفی باشد؟

۱۸. آیا می‌توان یک کمیت برداری را با یک کمیت نرده‌ای جمع کرد؟ توضیح بدهید.

مسائل

۱. نشان دهید که معادلهٔ $v^2 = v_0^2 + 2ax$ از نظر ابعادی درست است. v سرعت در زمان t، v_0 سرعت اولیه، a شتاب و x مسافت پیموده شده است.

۲. فرض کنید که جابه‌جایی یک جسم از معادلهٔ $x = ct^3$ به دست می‌آید. ابعاد ثابت c چیست؟

۳. (الف) بنا به قانون دوم نیوتون دربارهٔ حرکت، شتاب یک جسم با برایند نیروی وارد شده به جسم نسبت مستقیم و با جرم جسم نسبت معکوس دارد. با توجه به این قانون ابعاد نیرو را پیدا کنید. (ب) یکای نیرو در دستگاه یکاهای SI نیوتون (N) است. با توجه به نتیجهٔ قسمت (الف) یکای نیرو، نیوتون، را بر حسب یکاهای طول، جرم و زمان به دست آورید.

۴. سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال در خلأ می‌پیماید. سال نوری را بر حسب کیلومتر و مایل حساب کنید. سرعت نور $3 \times 10^8\ m/s$ است.

۵. جرم یک پوستهٔ کروی مسی به شعاعهای داخلی ۵٫۷۰ سانتی‌متر و خارجی ۷٫۵۵ سانتی‌متر چقدر است؟ جگالی مس $8{,}93 \times 10^3\ kg/m^3$ است.

۶. استوانهٔ توپری از مس به شعاع قاعدهٔ ۲٫۵۰ سانتی‌متر، ۶٫۲۵ کیلوگرم جرم دارد. طول استوانه را حساب کنید.

۷. ذرهٔ کوچکی از آهن که مکعب‌شکل است در زیر میکروسکوب دیده می‌شود. هر ضلع مکعب $5{,}0 \times 10^{-6}$ متر است. مطلوب است تعیین، (الف) جرم ذره و (ب) تعداد اتمهای آهن موجود در ذره. جرم اتمی آهن 56 g/mol و جگالی آهن $7{,}8\ g/cm^3$ است.

۸. عملیات حسابی زیر را با توجه به قاعدهٔ ذکر شده در متن درس در مورد تعداد رقمهای با معنی انجام دهید: (الف) عددهای ۷۵۶، ۳۷٫۲ ، ۰٫۸۳ و ۲٫۵ را با هم جمع کنید؛ (ب) عددهای ۳٫۲ و ۳٫۵۶۳ را در هم ضرب کنید. (ج) عدد $\pi = 3{,}14$ را در عدد ۵٫۶۷ ضرب کنید.

۹. دراندازه‌گیری درازا و پهنای یک ورقه به ترتیب، مقادیر ۱۵٫۳۰ ± ۰٫۰۵ سانتی‌متر و ۱۲٫۸۰ ± ۰٫۰۵ سانتی‌متر به دست آمده است. مساحت ورقه را معین کنید.

۱۰. شعاع متوسط زمین $6{,}37 \times 10^6$ متر و شعاع متوسط ماه $1{,}74 \times 10^6$ متر است. مطلوب است محاسبهٔ (الف) نسبت مساحت سطح زمین به مساحت سطح ماه، و (ب) نسبت حجم زمین به حجم ماه.

۱۱. ابعاد سالنی $50\text{ft} \times 25\text{ft} \times 8{,}0\text{ft}$ است. حجم سالن را برحسب متر مکعب حساب کنید.

۱۲. با توجه به جدول ۱ ــ ۴ معین کنید تعداد ضربانهای قلب شما در هر ثانیه به طور تقریبی چند است؟

۱۳. ماکزیمم سرعت مجاز در بزرگراهها ۵۵ مایل بر ساعت است. این سرعت را بر حسب کیلومتر بر ساعت، متر بر ثانیه و فوت بر ثانیه، به دست آورید.

۱۴. مختصات دو نقطهٔ A و B در دستگاه مختصات $x-y$ به ترتیب (۴٫۰ ، ۸٫۰) و (۲٫۰ ، ۳٫۰) بر حسب سانتی‌متر است. فاصلهٔ میان این دو نقطه را معین کنید.

۱۵. ذره‌ای سه جابه‌جایی طوری انجام می‌دهد که ***جابه‌جایی برایند*** صفر باشد. جابه‌جایی اول به طول ۸٫۰ متر به طرف مغرب و جابه‌جایی دوم به طول ۱۳ متر به طرف شمال انجام می‌شود. بزرگی و جهت جابه‌جایی سوم را به روش ترکیبی به دست آورید.

۱۶. نشان دهید که با توجه به روش متوازی‌الاضلاعی ترسیم برایند دو بردار **A** و **B**، بزرگی بردار برایند، R ، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

که در آن θ زاویهٔ میان دو بردار است.

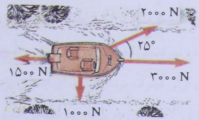
۱۷. هواپیمایی از شهر A به طرف مشرق پرواز می‌کند و پس از پیمودن

مسافت ۸۰۰ کیلومتر به شهر B می‌رسد. هواپیما در پرواز بعدی به مقصد شهر C مسافت ۶۰۰ کیلومتر را در راستای ۴۰ درجهٔ شمال محور شرقی می‌پیماید. جابه جایی برآیند هواپیما را در پرواز از شهر A به شهر C حساب کنید.

۱۸. شخصی صندوقی را با طنابی که با افق زاویهٔ ۴۵ درجه می‌سازد می‌کشد. اگر مؤلفهٔ نیروی وارد شده به صندوق ۱۲۵ نیوتون باشد، مقدار این نیرو چقدر است؟

۱۹. شخصی نیمه‌ای از دور یک فلکه به شعاع ۲۵ متر را می‌پیماید. (الف) بزرگی بردار جابه‌جایی شخص چقدر است؟ (ب) شخص چه مسافتی را پیموده است؟ (ج) اگر شخص به حرکت خود ادامه دهد و نیمهٔ دیگر فلکه را هم دور بزند مقدار جابه‌جایی او چقدر است؟

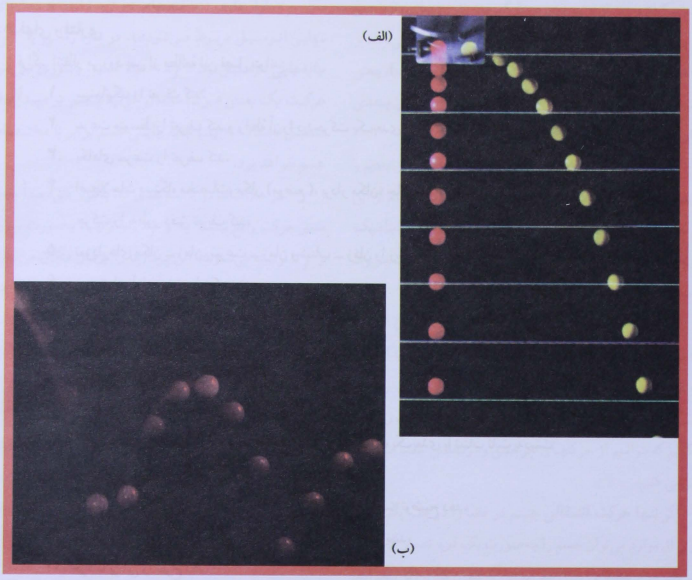
۲۰. چهار نیرو، مطابق شکل ۱ ــ ۱۶، به قایقی وارد می‌شوند. بزرگی و جهت نیروی برایند وارد بر قایق را پیدا کنید.



شکل ۱ ــ ۱۶ مربوط به مسئلهٔ ۲۰.

۲

حرکتهای یك بُعدی و دو بُعدی



(الف) تصویر حرکت دو گلوله، که یکی از حال سکون رها شده و دیگری با سرعت اولیهٔ افقی پرتاب شده است. این دو گلوله، با آنکه در راستای افقی مکان (x) و سرعت (v_x) متفاوت دارند، اما به خاطر داشتن شتاب قایم یکسان g، در هر لحظه، در راستای قایم، مکان (y) و سرعت (v_y) یکسان دارند. (ب) تصویری از حرکت در لحظه‌های مختلف یک گلوله به هنگام بالا جستن از یک سطح سخت، که مسیر سهمی شکل گلوله را نشان می‌دهد. تصویرها در لحظه‌های متوالی با بازه‌های زمانی یکسان گرفته شده‌اند. توجه کنید که نقطه‌های اوج هر مسیر سهمی شکل به خاطر افت انرژی در حین برخورد با سطح، بتدریج پایینتر آمده‌اند.

هدفهای کلی فصل

در این فصل، نخست سرعت و شتاب یک جسم در حرکت یک‌بعدی (حرکت راستخط) را مطالعه می‌کنیم و حرکت یک بعدی با شتاب ثابت را شرح می‌دهیم، و آنگاه، به توضیح دربارهٔ حرکت پرتابی و حرکت دایره‌ای یکنواخت، به‌عنوان نمونه‌هایی از حرکت دو بعدی (حرکت در صفحه)، می‌پردازیم.

هدفهای رفتاری

از فراگیر انتظار می‌رود پس از مطالعهٔ این فصل بتواند:

۱. سینماتیک را تعریف کند،
۲. سرعت متوسط را تعریف کند و رابطهٔ آن‌را در حرکت یک‌بعدی به‌دست آورد،
۳. یکاهای سرعت را تعریف کند،
۴. اصطلاحات دستگاه مختصات، مکان (موضع)، بردار مکان، جابه‌جایی، مسافت، مسیر و معادلهٔ حرکت را به‌طور دقیق تعریف کند،
۵. نمودارهای مکان ــ زمان، سرعت ــ زمان و شتاب ــ زمان را رسم و آنها را تحلیل کند،
۶. سرعت لحظه‌ای را تعریف کند،
۷. شتاب متوسط را تعریف کند و رابطهٔ آن‌را به‌دست آورد،
۸. شتاب لحظه‌ای را تعریف کند،
۹. حرکت یک بعدی با شتاب ثابت را شرح دهد،
۱۰. معادله‌های حرکت با شتاب ثابت را بنویسد،
۱۱. رابطه های‌میان جابه‌جایی،سرعت، شتاب و زمان رادرحرکت یک‌بعدی با شتاب ثابت به‌دست آورد.
۱۲. سقوط آزاد اجسام را به‌عنوان نمونه‌ای از حرکت با شتاب ثابت توضیح دهد،
۱۳. معادله های حرکت در راستای قایم با شتاب گرانشی g را بنویسد،
۱۴. حرکت پرتابی را شرح دهد،
۱۵. رابطهٔ مؤلفه های سرعت (بر روی محورهای مختصات عمود بر هم) را برحسب زمان بنویسد،
۱۶. معادله های مکان ــ زمان مربوط به حرکت پرتابی را در راستای عمود بر هم بنویسد،
۱۷. معادلهٔ مسیر پرتابه را درحرکت پرتابی به دست آورد،
۱۸. معادله‌های حرکت در راستای قایم باشتاب g را با معادله‌های حرکت پرتابی مقایسه کند،
۱۹. برد پرتابه را حساب کند،
۲۰. سرعت پرتابه را در هر نقطه از مسیر برحسب مؤلفه‌های سرعت حساب کند.

۲ــ۱ مقدمه

دینامیک کـه بخشی از مکانیک را تشکیل مـی‌دهد، بـه مطالعهٔ حـرکت اجسام و رابطهٔ حـرکت بـا مـفاهیمی از فیزیک مـانند نیـرو و جـرم مـی‌بـردازد. در ایـن فصل حـرکت اجسام را بـا استفاده از مفـاهیم مـکان و زمـان و بـدون درنظرگـرفتن نیروهـای وارد بـر اجسام بررسی می‌کنیم. این بخش از مکانیک را **سینماتیک** می‌نامند و ما در اینجا به مطالعهٔ حرکت راستخط (حرکت در خط راست)، یعنی **حرکت یک‌بعدی** و حرکت در صـفحه، یعنی **حرکت دو بـعدی** می‌پردازیم.

در فصل پیش مفهوم جابه‌جایی را مورد بحث قرار دادیم و اکنون سرعت و شتاب یک جسم را شرح می‌دهیم و با استفاده از این مفاهیم حرکت با شتاب ثابت را بررسی می‌کنیم. بحث دربارهٔ **دینامیک** را که بـه رابطهٔ میان نیرو و حرکت و خواص اجسام متـحرک مربوط می‌شود، به فصل بعد موکول می‌کنیم.

در زندگی روزانه حرکت را با تغییـر پیوستهٔ مکان اجسام می‌شناسیم. حرکت یک جسم در فضا ممکن است با چرخش یا ارتعاش همراه باشد. در این صورت، با شکل پیـچیده‌ای از حرکـت روبه رو خواهیم بود. بـا وجود این، گاهی ممکن است موضـوع حرکت را آنقدر ساده کنیم که بتوانیم از حرکتهـای چرخشی و ارتـعاشی جسم متحرک چشمپوشی کنیم.

اگر تنـها **حرکت انتـقالی** جسم در فضا را در نظر بگیـریم در بسیـاری از موارد می‌توان جسم را بـه‌صورت یک **ذره** تصور کرد. ذرهٔ ایده‌آل یک **جرم نقطه‌ای** بدون بعد است. به‌عنوان مثال، اگر بـخواهیم حرکت زمـین به دور خورشیـد را توصیف کنیم می‌توانیم زمـین را یک ذره در نظر بگیریم و وضعیت مدار زمین را بـا **دقت قابل قبولی** پیشگویی کنیم. این تقریب بجااست زیـرا شعاع مدار گردش زمین به دور خورشید در مقـایسه با ابـعاد زمین و خـورشید بزرگ است. البته، مـا فرض ذره بـودن زمـین را در تـوصیف ساختار درونی زمـین و پـدیـده‌هـایی نـظیر جزر و مد، زمین لرزه و فـعالیتهای آتشفشانی کوههـا به‌کار نمی‌بریم. در مقیاس بسیار کوچکتر، فشار وارد شده از طرف یک گـاز بر دیوارهای محـفظهٔ گـاز را نیـز مـی‌تـوان با فـرض ذره انگاشتن مولـکولهـای گاز توضیح داد.

۲ــ۲ سرعت متوسط

اتومبیلی را درنظر می‌گیریم که، مطابق شکل ۲ــ۱، در راستـای یک جاده (محور x) حرکت می‌کند. این راستا را **مسیرحرکت** می‌نامند. فرض می کنیم اتومبیل در لحظهٔ t_i **در مکان** x_i و در لحظهٔ t_f در مکان x_f قرار دارد. (شاخـصهای i و f به ترتیب به محلهـای اولیه و نهـایی اتـومبیل مربوط مـی‌شوند). در بـازهٔ زمانی $\Delta t = t_f - t_i$، **جابه‌جایی** اتومبیل $\Delta x = x_f - x_i$ است. یادآوری مـی‌شود که ***در حرکـت یک بعدی هـرگاه مـکـان اولیهٔ جسم بر مبـدأ مختـصات منطبـق باشد*** ($x_i = 0$) ***جابه جایـی جسم برابر با مختـصات مکان جسم خواهد بود.***

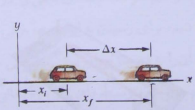
در مختصات دو یا سـه بعدی که، به‌طور کلی، مبدأ مـختصات بر مسیر حرکت واقع نیست x_i و x_f، به ترتیب، به‌صورت بردارهای $\mathbf{r}_i$ و $\mathbf{r}_f$ نوشته می‌شوند. این بـردارها را **بردار مکان** می‌نامند. بـدین ترتیب، ***بردار مکان برداری است که ابتـدای آن در مبدأ مختـصات و انتـهای آن در محل جسم متـحرک قرار دارد.*** مختصات انتهای بردار مکان (مختصات محل جسم) را **مکان** می نامند. با توجه به تعریف بردار مکان، ***بردار جابه‌جایی (تغییر مکان) برابر با تفاضل دو بردار مکان است،*** یعنی

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i \qquad (۲ــ۱)$$

سرعت متوسط: سرعت متوسط در حرکت یک بُعدی که با $\overline{v}$ نمایش داده می‌شود، ازتقسیم جابه‌جایی Δx، به بازهٔ زمانی مربوط به این جابه‌جایی، یعنی Δt، به دست می‌آید:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \qquad (۲ــ۲)$$

یـادآوری می‌شود کـه چـون جابـه جـایی و سرعت مـتوسط، هـر دو،



شکل ۲ــ۱ اتومبیلی در راستای محور x حرکت می‌کند. این اتومبیل در لحظهٔ t_i در مکان x_i و در لحظهٔ t_f در مکان x_f قرار دارد و در مدت Δt به اندازهٔ Δx جابه‌جا می‌شود.

کمیتهایی برداری‌اند، معادلهٔ (۲ـ۲) در حالت کلی باید به‌صورت زیر نوشته شود

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i}{t_f - t_i} \qquad (۲ـ۳)$$

اما در موقعی که حرکت یک بعدی است، نیازی به نوشتن رابطهٔ برداری برای سرعت متوسط نیست.

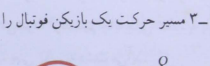
فرض کنید اتومبیل شکل ۲ـ۱ مسافت ۱۰۰ متر را در ۲٫۰ ثانیه می‌پیماید. سرعت متوسط اتومبیل در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰۰\,\text{m}}{۲٫۰\,\text{s}} = ۵۰\,\text{m/s}$$

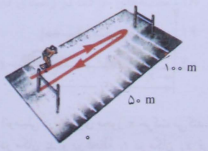
یکای سرعت در دستگاه یکاهای SI **متر بر ثانیه** (m/s) است. یکاهای دیگر سرعت طبق جدول ۱ـ۷، عبارت‌اند از ***سانتی‌متر بر ثانیه*** (cm/s) و ***فوت بر ثانیه*** (ft/s).

اکنون فرض کنید دو اتومبیل مسابقه، مطابق شکل ۲ـ۲، فاصلهٔ میان دو نقطهٔ P و Q را می‌پیمایند. یکی از اتومبیلها در مدت Δt مسیر راستخط P تا Q و اتومبیل دیگر در همین مدت مسیر خمیدهٔ P تا Q را می‌پیماید. با توجه به تعریف سرعت متوسط نتیجه می‌گیریم که سرعت متوسط دو اتومبیل با هم برابر است، زیرا هردو اتومبیل در بازهٔ زمانی Δt به اندازهٔ $\Delta x = x_f - x_i$ جابه‌جا می‌شوند.

شکل ۲ـ۳ مسیر حرکت یک بازیکن فوتبال را نشان می‌دهد.



شکل ۲ـ۲ نمودار مسیر حرکت دو اتومبیل. یکی از اتومبیلها مسیر راستخط P تا Q و اتومبیل دیگر مسیر خمیدهٔ میان همین دو نقطه را می‌پیماید.



شکل ۲ـ۳ مسیر حرکت بازیکن فوتبال.

فرض کنیم بازیکن توپ را از نزدیکی دروازهٔ خود تا نزدیکی دروازهٔ حریف می‌برد و سپس آن‌را به مکان اولیه برمی‌گرداند. سرعت متوسط بازیکن فوتبال در این رفت و برگشت چقدر است؟ با توجّه به تعریف سرعت متوسط نتیجه می‌گیریم که سرعت متوسط او ***صفر*** است، زیرا جابه‌جایی او ***صفر*** است. به عبارت دیگر، چون $x_f = x_i$، پس $\Delta x = ۰$ و از آنجا $\bar{v} = \Delta x/\Delta t = ۰$.

با این مثال، متوجه می‌شویم که ***جابه‌جایی و مسافت پیموده*** شده دو کمیت متفاوت‌اند. در اینجا بازیکن فوتبال با آنکه مسافتی تقریباً دو برابر طول زمین فوتبال را پیموده است اما نسبت به مبدأ حرکتش جابه جا نشده است.

سرعت متوسط یک جسم ممکن است مثبت یا منفی باشد. این موضوع به مبدأ مختصات و علامت جابه جایی بستگی دارد. مثلاً، اگر مبدأ مختصات را طوری انتخاب کنیم که یک اتومبیل از مکان ۱۰۰ متری نسبت به مبدأ تا نقطهٔ ۵۰ متری مبدأ حرکت کند و این جابه‌جایی را در مدت ۲٫۰ ثانیه انجام دهد، داریم $x_i = ۱۰۰\,\text{m}$ و $x_f = ۵۰\,\text{m}$ و از آنجا

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{۵۰\,\text{m} - ۱۰۰\,\text{m}}{۲٫۰\,\text{s} - ۰} \Rightarrow$$

$$\bar{v} = -۲۵\,\text{m/s}$$

همچنین، اگر اتومبیلی در همین مدت از مکان $x_i = -۵۰\,\text{m}$ تا مکان $x_f = -۱۰۰\,\text{m}$ حرکت کند، سرعت متوسطش $\bar{v} = \frac{-۱۰۰\,\text{m} - (-۵۰\,\text{m})}{۲٫۰\,\text{s}} = -۲۵\,\text{m/s}$ خواهد بود.

توجه داشته باشید، همان‌طور که جابه‌جایی کمیتی برداری است، سرعت متوسط هم که از تقسیم جابه‌جایی بر زمان (کمیت نرده‌ای) به دست می‌آید، کمیتی برداری است. برای توضیح بیشتر در این مورد حالت زیر را در نظر بگیرید.

فرض کنید شخصی به شما می‌گوید با اتومبیلش به مدت یک ساعت با سرعت ۶۰ km/h در یک مسیر راستخط حرکت کرده است. اگر او از خانهٔ خود شروع به حرکت کرده باشد، پس از مدت یک ساعت در کجا خواهد بود؟ واضح است که شما نمی توانید به این پرسش پاسخ بدهید، زیرا در مورد جهت حرکت شخص چیزی نمی‌دانید. تنها چیزی

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
نمایشگاه دایمی کتب بهای دنیا
وزارت آموزش و پرورش

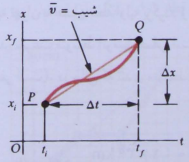
که می‌دانید این است که او در پایان سفر در فاصلهٔ ۶۰ کیلومتری مبدأ حرکت قرار دارد. اما اگر شخص به شما بگوید که با سرعت ۶۰km/h به طرف شمال خانهٔ خود رفته است، مکان نهایی او دقیقاً معلوم خواهد شد. بنابراین، ***سرعت یک جسم وقتی معلوم است که بزرگی سرعت و جهت حرکت جسم معلوم باشد.*** بزرگی و جهت از مشخصات اصلی هر کمیت برداری است.

تعریف سرعت به کمک نمودار: شکل ۲ـ۴ نمودار حرکت جسمی را نشان می‌دهد که در یک مسیر راستخط از مکان x_i در زمان t_i به مکان x_f در زمان t_f می‌رود. (توجه کنید با آنکه حرکت راستخط است اما نمودار مکان ــ زمان می‌تواند به‌صورت یک خط راست نباشد. چگونه؟) خط راستی که نقطهٔ P را به نقطهٔ Q وصل می‌کند وسیله‌ای برای تعبیر هندسی سرعت متوسط است. چنانکه در نمودار می‌بینیم، شیب این خط از تقسیم $\Delta x = x_f - x_i$ به $\Delta t = t_f - t_i$ به دست می‌آید. بنابراین، می‌توان گفت که:

سرعت متوسط یک جسم در بازهٔ زمانی t_i تا t_f برابر است با شیب خط راستی که نقطه‌های اولیه و نهایی واقع بر روی نمودار مکان ــ زمان را به‌هم وصل می‌کند.

۲ــ۳ سرعت لحظه‌ای

فرض کنید اتومبیلی در جادهٔ مستقیمی حرکت می‌کند. می‌خواهیم پس از رسیدن اتومبیل به مقصد سرعت متوسط آن‌را حساب کنیم. مسافت پیموده شده را به‌وسیلهٔ دستگاه کیلومترشمار اتومبیل و زمان سیری شده را با ساعت خود اندازه می‌گیریم. فرض می‌کنیم سرعت متوسطی



شکل ۲ــ۴ نمودار مکان ــ زمان یک جسم که در راستای محور x حرکت می‌کند. سرعت متوسط $\bar{v}$ در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_f - t_i$ برابر با شیب خط واصل نقطه‌های P و Q است.

را که به‌دست آورده‌ایم ۶۰km/h باشد. این مقدار به‌دست‌آمده به معنای آن نیست که سرعت در هر لحظه ۶۰km/h بوده است. در هنگام سفر اتفاقهایی رخ داده است که اتومبیل مجبور به توقف (مثلاً، توقف در محل پاسگاه پلیس راه یا توقف برای استراحت کوتاه و صرف غذا)، یا کم کردن سرعت (مثلاً، در موقع عبور از تقاطعها، پیچها یا آبادیهای کوچک و بزرگ) بوده است.

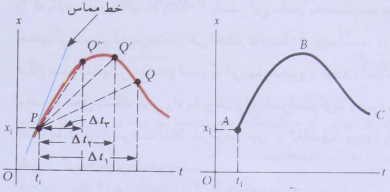
بنابراین، اگر در طول سفر در بازه‌های زمانی کوتاه (خیلی کوتاهتر از مدت مسافرت) سرعت متوسط را به دست آوریم، خواهیم دید که این سرعتها مقادیر متفاوتی خواهند داشت که برخی از آنها ازسرعت متوسط کل کوچکتر و برخی دیگر بزرگتر هستند. برای آنکه بدانیم اتومبیل در هر نقطه از مسیر چه سرعتی دارد باید مفهوم ***سرعت لحظه‌ای***،(با نماد v در حرکت یک بعدی) را در نظر بگیریم که تعریف آن چنین است:

سرعت یک جسم در هر لحظه را سرعت لحظه‌ای آن جسم می‌نامند.

شکل ۲ــ۵ (الف) نمودار حرکت یک ماهی را به حال شناکردن در یک مسیر راستخط نشان می‌دهد. توجه کنید که در نقطه‌های واقع درمیان Aو B ماهی در جهت مثبت محور x شنا می‌کند زیرا با افزایش زمان، محل ماهی ازمبدأ حرکت ***دورتر*** می‌شود.

در نقطهٔ B ماهی می‌ایستد (سرعتش صفر می‌شود) و جهت حرکت خود را عوض می‌کند و به‌طرف مکان اولیهٔ خود با سرعت منفی شنا می‌کند. در میان نقطه های B و C با افزایش زمان محل ماهی به مبدأ حرکت ***نزدیکتر*** می‌شود.

اکنون می‌خواهیم سرعت لحظه‌ای ماهی را درنقطهٔ P در شکل ۲ــ۵ (ب) معین کنیم. برای رسیدن به این هدف خطی از P تا Q رسم می‌کنیم و شیب آن‌را به دست می‌آوریم. شیب این خط، چنانکه در بخش ۲ــ۲ دیدیم، سرعت متوسط ماهی در بازهٔ زمانی Δt_1 است. اگر نقطهٔ P را به جای Q به Q' وصل کنیم، به‌عبارت دیگر، بازهٔ زمانی را کوتاهتر و به اندازهٔ Δt_2 انتخاب کنیم، به سرعت لحظه‌ای در نقطهٔ P نزدیکتر می‌شویم.



شکل ۲ـ۵ (الف) نمودار مکان ـ زمان مربوط به حرکت یک ماهی درراستای محور x. (ب) با کوتاهتر شدن بازهٔ زمانی که از t_1 آغاز شده است سرعت متوسط آن بازه به سمت شیب خط مماس بر منحنی در نقطهٔ P میل می‌کند. سرعت لحظه‌ای در نقطهٔ P با شیب خط مماس بر منحنی در لحظهٔ t_1 برابر است.

به این ترتیب، معلوم می‌شود که هرچه بازهٔ زمانی را کوتاهتر بگیریم باسخی که برای سرعت لحظه‌ای به دست می‌آوریم نسبت به حالت پیش دقیقتر است. سرانجام، فرض می‌کنیم بازهٔ زمانی آنقدر کوتاه شود که به سمت صفر میل کند. در این حالت، نقطه‌های Q و P تقریباً روی هم قرار می‌گیرند و خط واصل این دو نقطه به صورت خط مماس بر منحنی در نقطهٔ P درمی‌آید. درنتیجه می‌توان گفت که:

سرعت لحظه‌ای یک جسم برابر است با حد سرعت متوسط جسم وقتی که بازهٔ زمانی Δt به سمت صفر میل کند.

بیان دیگر این تعریف با توجه به شکل ۲ـ۵ (ب) چنین است:

سرعت لحظه‌ای یک جسم در لحظهٔ t_1 و در نقطهٔ P از نمودار مکان ـ زمان، برابر است با شیب خط مماس بر نمودار در نقطهٔ P.

توجه کنید درحالتی که سرعت ثابت است، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برابر است، یعنی $v = \bar{v} = \Delta x/\Delta t$.

سرعت و تندی: اصطلاحهای سرعت[1] و تندی[2] در گفتگوهای روزانه ممکن است دارای مفهوم مترادف باشند وبه جای هم مورد استفاده قرار گیرند اما در فیزیک می‌توان آنها را با دو تعریف متفاوت به کار برد. در اینجا، اصطلاح **سرعت** به مفهوم ***سرعت لحظه‌ای*** (با نماد v) که دارای خاصیت ***برداری*** است به کار برده می‌شود. اما ***تندی لحظه‌ای*** یک جسم (با نماد s) ***برابر با بزرگی سرعت لحظه‌ای*** است. تندی یک جسم همیشه مثبت است و هنگامی به کار می‌رود که جهت و راستای سرعت مورد نظر نباشد. در جسم متحرکی مانند اتومبیل، تندی همان مقداری است که در هر لحظه تندی‌سنج اتومبیل نشان می‌دهد.

توجه داشته باشید که تندی متوسط معرف بزرگی سرعت متوسط نیست. این دو کمیت به‌طور کلی با هم تفاوت دارند.

سرعت متوسط برداری است که متوسط آهنگ زمانی بردار جابه جایی را در هر بازهٔ زمانی نشان می‌دهد، درصورتی که تندی متوسط کمیتی نرده‌ای است و نشان‌دهندهٔ متوسط آهنگ زمانی مسافت کل پیموده شده در زمان سیری شده است.

بنابراین، تندی متوسط، $\bar{s}$، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\bar{s} = \frac{d}{t} \qquad (۴ـ۲)$$

که در آن d مسافت کل پیموده شده و t زمان سیری شده است.

به عنوان‌مثال، اگر اتومبیلی مسافت ۳۹ کیلومتری تهران تاکرج‌را بپیماید و سپس به تهران به همان نقطهٔ اولیه برگردد و این مسافرت ۱٫۵ ساعت طول بکشد، سرعت متوسط اتومبیل ***صفر*** است (زیرا جابه جایی برایند اتومبیل صفر است)، درحالی که تندی متوسط اتومبیل، $\bar{s}$، برابر است با:

$$\bar{s} = \frac{۲ \times ۳۹\,\text{km}}{۱٫۵\,\text{h}} = ۵۲\,\text{km/h}$$

1. Velocity 2. Speed

از این به‌بعد هرجا که واژهٔ سرعت به‌کار برده می‌شود، منظور سرعت لحظه‌ای است.

مثال ۱

یک قطار اسباب بازی در روی مسیر راستخطی که نمودار مکان ـ زمان آن مطابق شکل ۲ـ۶ است، به‌آرامی حرکت می‌کند. مطلوب است تعیین، (الف) سرعت متوسط قطار در کل مسیر حرکت، (ب) سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، (ج) سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت، (د) سرعت لحظه‌ای قطار در لحظهٔ $t = ۲/۰\,s$ و (هـ) سرعت لحظه‌ای قطار در لحظهٔ $t = ۵/۰\,s$.

حل

(الف) سرعت متوسط درکل مسیر از شیب خط واصل نقطه‌های اولیه و نهایی در روی نمودار (خط‌چین) به دست می‌آید. با توجه به نمودار، داریم

$$\bar{v}_۱ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰\,cm}{۱۲\,s} = ۰/۸۳\,m/s$$

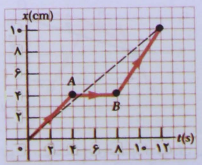
(ب) سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ اول از شیب خط واصل مبدأ به نقطهٔ مربوط به $t = ۴/۰\,s$ به دست می‌آید.

$$\bar{v}_۲ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴/۰\,cm}{۴/۰\,s} = ۱/۰\,m/s$$

(ج) در این قسمت، داریم

$$\bar{v}_۳ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰}{۸/۰\,s - ۴/۰\,s} = ۰$$

با توجه به نمودار می‌بینیم که صفربودن سرعت متوسط ناشی از ساکن بودن قطار دراین بازهٔ زمانی است.



شکل ۲ـ۶ مربوط به مثال ۱.

(د) در لحظهٔ $t = ۲/۰\,s$ سرعت لحظه‌ای با شیب خط OA برابر است. این شیب همان شیب مربوط به قسمت (ب) است که برابر با $v = ۱/۰\,m/s$ است. چنانکه می‌بینیم، در طول خط OA سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برابر است. این شرط هنگامی برقرار است که حرکت **یکنواخت** باشد، به‌عبارت دیگر، سرعت **ثابت** باشد.

(هـ) با توجه به نمودار، در لحظهٔ $t = ۵/۰\,s$ شیب خط AB صفر و درنتیجه در این لحظه سرعت لحظه‌ای صفر است. این موضوع ناشی از ساکن بودن قطار است.

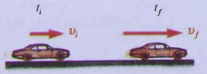
۲ـ۴ شتاب

وقتی با اتومبیل مسافرت می‌کنیم، معمولاً مسافتهای دراز را با سرعت ثابت طی نمی‌کنیم. به هنگام فشردن پدال گاز سرعت اتومبیل افزایش می‌یابد و هنگامی که ترمز می‌کنیم سرعت کاهش می‌یابد. علاوه‌بر آن، هنگام دور زدن و حرکت کردن برروی یک مسیر خمیده، سرعت اتومبیل دراثر تغییر جهت حرکت، تغییر می‌کند. در تمام این حالتها، سرعت اتومبیل درحال تغییر است و گفته می‌شود که اتومبیل **شتاب** دارد. شتاب را باید دقیقتر از آنچه بیان کردیم تعریف کنیم.

شتاب متوسط: اتومبیلی را که در یک جادهٔ راست، مطابق شکل ۲ـ۷، حرکت می‌کند، در نظر می‌گیریم. در لحظهٔ t_i سرعت اتومبیل v_i و در لحظهٔ t_f سرعت آن v_f است. **شتاب متوسط** که با $\bar{a}$ نمایش داده می‌شود، از تقسیم تغییر سرعت، Δv، به بازهٔ زمانی مربوط به این تغییر، $\Delta t = t_f - t_i$، به دست می‌آید:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \qquad (۲ـ۵)$$

به عنوان مثال، فرض کنید اتومبیل شکل ۲ـ۷در مدت ۲/۰



شکل ۲ـ۷ اتومبیلی در حال حرکت به طرف راست، در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_f - t_i$ از سرعت v_i تا سرعت v_f شتاب پیدا می‌کند.

ثانیه از سرعت اولیهٔ $v_i = ۱۰ \text{ m/s}$ به سرعت $v_f = ۳۰ \text{ m/s}$ می‌رسد. با جانشانی این مقادیر در معادلهٔ (۲ــ۵)، داریم

$$\bar{a} = \frac{۳۰ \text{ m/s} - ۱۰ \text{ m/s}}{۲/۰ \text{ s}} = ۱۰ \text{ m/s}^۲$$

چنانکه می‌بینیم، یکای شتاب در دستگاه یکاهای SI **متر بر مجذور ثانیه** ($\text{m/s}^۲$) است. یکاهای دیگر شتاب، طبق جدول ۱ــ۷، عبارت‌اند از **سانتی‌متر بر مجذور ثانیه** ($\text{cm/s}^۲$) و **فوت بر مجذور ثانیه** ($\text{ft/s}^۲$). در مثال ذکر شده، مقدار $۱۰ \text{ m/s}^۲$ نشان می‌دهد که اتومبیل طوری حرکت می‌کند که سرعت آن به‌طور متوسط در هر ثانیه با آهنگ ۱۰ m/s تغییر می‌کند.

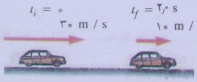
به‌عنوان مثالی دیگر، فرض کنید که سرعت اتومبیل شکل ۲ــ۸ در مدت ۲/۰ ثانیه از ۳۰ m/s به ۱۰ m/s کاهش پیدا کند. شتاب اتومبیل در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$\bar{a} = \frac{۱۰ \text{ m/s} - ۳۰ \text{ m/s}}{۲/۰ \text{ s}} = -۱۰ \text{ m/s}^۲$$

چون شتاب کمیتی برداری است، علامت منفی نشان می‌دهد که بردار شتاب در جهت منفی محور مختصات x است. در حرکت راستخط یک جسم ارتباط جهتهای سرعت و شتاب چنین است:

هرگاه سرعت و شتاب هم‌جهت باشند حرکت جسم در جهت سرعت در حال تند شدن (حرکت تند شونده) و هرگاه سرعت و شتاب در خلاف جهت هم باشند حرکت جسم در حال کند شدن (حرکت کند شونده) است.

در دو مثال ذکر شده، مثال اول به حرکت تند شونده و مثال دوم به حرکت کند شونده مربوط می‌شود.



شکل ۲ــ۸ سرعت اتومبیل در مدت ۲/۰ ثانیه از ۳۰ m/s به ۱۰ m/s کاهش می‌یابد.

برای توضیح بیشتر مثال زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید سرعت اتومبیلی در مدت ۲/۰ ثانیه از ۱۰ m/s به -۳۰ m/s تغییر کند. علامتهای منفی مربوط به سرعتها نشان می‌دهند که اتومبیل در جهت منفی محور مختصات x حرکت می‌کند. شتاب متوسط اتومبیل در این بازهٔ زمانی برابر است با:

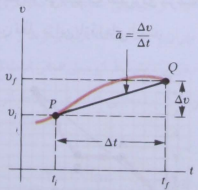
$$\bar{a} = \frac{-۳۰ \text{ m/s} - (-۱۰ \text{ m/s})}{۲/۰ \text{ s}} = -۱۰ \text{ m/s}^۲$$

علامت منفی نشان می‌دهد که شتاب اتومبیل نیز در جهت منفی محور x است. چون سرعت و شتاب هم‌جهت‌اند اتومبیل با ***حرکت تند شونده به*** طرف چپ (جهت منفی محور مختصات x) حرکت می‌کند. توجه کنیدکه منفی بودن شتاب همیشه به‌معنای کند شدن حرکت نیست و چنانکه گفته شد، باید علامت سرعت را هم درنظر گرفت.

شتاب لحظه‌ای: مقدار شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف ممکن است متفاوت باشد. در این صورت، بهتر است شتاب لحظه‌ای را تعریف کنیم:

شتاب یک جسم در هر لحظهٔ خاص را شتاب لحظه‌ای آن جسم می‌نامند.

این تعریف شبیه تعریف سرعت لحظه‌ای است. شکل ۲ــ۹ نمودار سرعت ــ زمان یک جسم را نشان می‌دهد که می‌توانند برای درک مفهوم شتاب لحظه‌ای مفید باشد. این نمودار، مثلاً، ممکن است نشان دهندهٔ تغییرات سرعت یک اتومبیل در یک خیابان پر رفت و آمد باشد.



شکل ۲ــ۹ نمودار سرعت ــ زمان جسمی که در یک مسیر راستخط حرکت می‌کند. شیب خط واصل نقطه‌های P و Q شتاب متوسط جسم را در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_f - t_i$ به‌دست می‌دهند.

شتاب متوسط اتومبیل در بازهٔ زمانی t_i تا t_f را می‌توان از شیب خط واصل نقطه‌های P و Q در شکل ۲ــ۹ به دست آورد. هرگاه نقطهٔ Q به نقطهٔ P به تدریج نزدیکتر شود، مقدار شتاب متوسط در میان این نقطه‌ها به سمت مقدار شتاب اتومبیل در نقطهٔ P میل می‌کند. شتاب لحظه‌ای در نقطهٔ P از شیب خط مماس بر منحنی نمایش سرعت ــ زمان در این نقطه به دست می‌آید، زیرا

شتاب لحظه‌ای یک جسم در یک لحظهٔ خاص برابر است با شیب خط مماس بر نمودار سرعت ــ زمان در آن لحظه.

توجه کنید در حالتی که شتاب ثابت است، شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط برابر است، یعنی $a = \bar{a} = \Delta\upsilon/\Delta t$

از این به‌بعد هرجا که واژهٔ شتاب به‌کاربرده می‌شود، منظور شتاب لحظه‌ای است.

مثال ۲

یک بازیکن بیسبال در مسیری به خط راست می‌دود تا یک توپ در حال حرکت را بگیرد. منحنی تغییرات سرعت بازیکن بر حسب زمان در شکل ۲ــ۱۰ نشان داده شده است. شتاب لحظه‌ای بازیکن را در نقطه های A، B و C پیدا کنید.

حل

شیب منحنی (خط) در نقطهٔ A برابر است با:

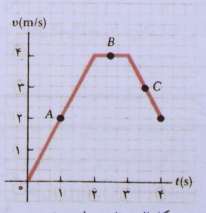
$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{۴/۰\,\mathrm{m/s}}{۲/۰\,\mathrm{s}} = ۲/۰\,\mathrm{m/s^۲}$$

در نقطهٔ B شیب منحنی صفر است و از این‌رو شتاب لحظه‌ای دراین نقطه صفر است. توجه کنید با آنکه شتاب لحظه‌ای صفر است، سرعت بازیکن در این لحظه صفر نیست.

در نقطهٔ C با توجه به نمودار، داریم

$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{-۲/۰\,\mathrm{m/s}}{۱/۰\,\mathrm{s}} = -۲/۰\,\mathrm{m/s^۲}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که هرچه بازیکن به محل گرفتن توپ نزدیکتر می‌شود سرعتش کمتر می‌شود.



شکل ۲ــ۱۰ مربوط به مثال ۲.

۲ــ۵ حرکت یک بُعدی با شتاب ثابت

اگر شتاب یک جسم بر حسب زمان تغییر کند تحلیل حرکت جسم مشکل خواهد بود. نوع ساده‌ای از حرکت که ممکن است انجام شود ***حرکت یک‌بُعدی با شتاب ثابت*** یا ***حرکت با شتاب یکنواخت*** است. در این نوع حرکت، چنانکه گفته شد، ***شتاب متوسط با شتاب لحظه‌ای*** برابر است، یعنی $\bar{a} = a$. درنتیجه، سرعت جسم با آهنگ یکسان افزایش یا کاهش پیدا می‌کند.

فرض کنید $t_i = ۰$ و $t_f = t$. همچنین، فرض کنید $\upsilon_i = \upsilon_۰$ (که $\upsilon_۰$ سرعت اولیه در لحظهٔ $t = ۰$ است) و $\upsilon_f = \upsilon$ (که υ سرعت در لحظهٔ اختیاری t است). با این نمادگذاری معادلهٔ (۲ــ۵) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_۰}{t}$$

و از آنجا، داریم

$$\boxed{\upsilon = \upsilon_۰ + at} \qquad (۲ــ۶)$$

یکی از ویژگیهای حرکت یک بعدی با شتاب ثابت این است که سرعتهای اولیه و نهایی جسم به هم مربوط اند. چون سرعت برحسب زمان ***به‌طور یکنواخت*** افزایش یا کاهش پیدا می‌کند، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی را می‌توان به‌صورت مقدار میانگین حسابی (واسطهٔ عددی) سرعت اولیهٔ $\upsilon_۰$ و سرعت نهایی υ، بیان کرد:

$$\boxed{\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_۰ + \upsilon}{۲}} \qquad (۲ــ۷)$$

اکنون از معادلهٔ (۲ــ۷) برای تعیین رابطهٔ مربوط به جابه‌جایی جسم استفاده می‌کنیم. اگر مبدأ دستگاه مختصات را طوری انتخاب کنیم که جسم در مبدأ زمان در مکان اولیهٔ $x_۰$ ($x_i = x_۰$) و در زمان t در مکان x، ($x_f = x$) باشد، در این صورت جابه‌جایی جسم برابر است با:

$$\Delta x = x - x_۰ = \bar{\upsilon}t = \frac{\upsilon_۰ + \upsilon}{۲}t$$

یا

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \qquad (۲_۸)$$

معادلهٔ $\Delta x = \overline{v}t$ نشان می‌دهد که **جابه‌جایی یک جسم در بازهٔ زمانی $t_f = t$ ، $t_i = 0$) برابر با مساحت سطح محصور بین منحنی نمودار سرعت ــ زمان حرکت جسم و محور زمان، در بازهٔ زمانی t است.**

با جانشانی مقدار v از معادلهٔ (۲ــ۶) در معادلهٔ (۲ــ۸)، داریم

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (۲_۹)$$

سرانجام، اگر معادلهٔ (۲ــ۶) را نسبت به t حل کنیم و این مقدار t را در معادلهٔ (۲ــ۸) قرار دهیم رابطهٔ زیر را به‌دست می‌آوریم، که شامل زمان t نیست.

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (۲_۱۰)$$

معادله های (۲ــ۶) و (۲ــ۸) تا (۲ــ۱۰) برای حل مسأله‌های مربوط به حرکت یک‌بعدی با شتاب ثابت به کار می‌روند و به‌طور خلاصه در جدول ۲ــ۱ درج شده‌اند.

هرکدام از معادله‌های جدول ۲ــ۱ رابطهٔ میان سه کمیت از چهار کمیت زمان (t)، شتاب (a)، سرعت (v) و جابه‌جایی ($x - x_0$) را در حرکت راستخط بیان می‌کنند. یادآوری می‌کنیم که اولاً، این معادله‌ها با شرط $v_i = v_0$ ، $v_f = v$ ، $x_i = x_0$ و $x_f = x$ به ازای $t_i = 0$ به‌دست آمده‌اند، و ثانیاً، **در حرکت راستخط به ازای $x_i = 0$ ، جابه‌جایی جسم برابر با مختصات مکان جسم خواهد بود.**

جدول ۲ــ۱ معادله‌های حرکت راستخط با شتاب ثابت

شمارهٔ معادله	معادله	نوع رابطهٔ میان کمیتها
(۲ــ۶)	$v = v_0 + at$	رابطهٔ سرعت با شتاب و زمان
(۲ــ۸)	$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	رابطهٔ جابه جایی با سرعت و زمان
(۲ــ۹)	$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	رابطهٔ جابه‌جایی با شتاب و زمان
(۲ــ۱۰)	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	رابطهٔ سرعت با شتاب و جابه‌جایی

مثال ۳

یک اتومبیل مسابقه از حال سکون با شتاب $5/0\ \mathrm{m/s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. سرعت اتومبیل پس از پیمودن مسافت ۱۰۰ فوت چقدر است؟

حل

این مثال اگرچه ساده است اما با مطرح کردن آن، با روش حل تمام مسأله‌های مربوط به این بخش آشنا می‌شویم.

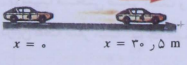
اول، باید ببینیم که یکاهای کمیتهای داده شده با هم سازگارند یا نه. همان‌طور که می‌بینیم شتاب بر حسب متر بر مجذور ثانیه و جابه جایی ($x_i = 0$) برحسب فوت داده شده است. بنابراین، باید جابه جایی را هم برحسب متر به‌دست آوریم. در این صورت، داریم

$$x = 100\ \mathrm{ft} = 100\ \mathrm{ft}\left(\frac{0/305\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{ft}}\right) = 30/5\ \mathrm{m}$$

دوم، باید یک دستگاه مختصات مناسب با شرایط مثال داده شده انتخاب کنیم. این دستگاه مختصات در شکل ۲ــ۱۱ نشان داده شده است. در این شکل، مبدأ مختصات بر مبدأ حرکت منطبق و جهت مثبت محور x به سمت راست است. با این ترتیب، در این مثال، سرعت، شتاب و جابه جایی هر سه مثبت‌اند.

سوم، کمیتهای معلوم و مجهول مسأله را در جدولی، مطابق جدول زیر گردآوری می‌کنیم.

سرانجام، معادلهٔ مناسب برای حل مسأله را از جدول ۲ــ۱ انتخاب می‌کنیم. در این مثال می توانیم از معادلهٔ (۲ــ۱۰)



شکل ۲ــ۱۱ مربوط به مثال ۳.

کمیتهای داده شده	کمیتهای مجهول
$v_0 = 0$	v
$a = 5/0\ \mathrm{m/s^2}$	
$x = 30/5\ \mathrm{m}$	

استفاده کنیم. بنابراین، داریم

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$
$$v^2 = (0)^2 + 2(5/0\,\mathrm{m/s^2})(30/5\,\mathrm{m})$$
$$= 305\,\mathrm{m^2/s^2} \Rightarrow$$
$$v = \sqrt{305\,\mathrm{m^2/s^2}} = +17/5\,\mathrm{m/s}$$

البته، برای حل این مسأله می توان ابتدا با استفاده از معادلهٔ (۲ـ۹) زمان t را پیدا کرد و سپس با استفاده از معادلهٔ (۲ـ۶) سرعت v را به‌دست آورد. اما واضح است که این راه حل درازتر از راه حل اول است.

مثال ۴

یکی از کارخانه‌های سازندهٔ اتومبیلهای مسابقه ادعا می کند اتومبیلی ساخته است که از حال سکون در مدت ۸/۰۰ ثانیه سرعتش به $39/0\,\mathrm{m/s}$ می‌رسد. (الف) شتاب اتومبیل را پیدا کنید. (ب) اتومبیل در این مدت چه مسافتی می پیماید؟

حل

$$v = v_0 + at \Rightarrow 39/0\,\mathrm{m/s} = 0 + (8/00\,\mathrm{s})a \Rightarrow \quad \text{(الف)}$$
$$a = 4/88\,\mathrm{m/s^2}$$
$$x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t = \frac{1}{2}(0 + 39/0\,\mathrm{m/s})(8/00\,\mathrm{s}) \Rightarrow \quad \text{(ب)}$$
$$x = 156\,\mathrm{m}$$

۲ـ۶ سقوط آزاد اجسام

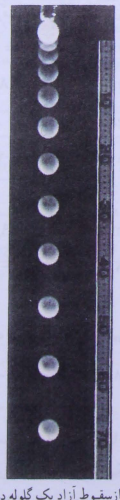
اگر یک سکه و یک تکهٔ کاغذ را از ارتفاع یکسان رها کنیم به‌طور همزمان به زمین نمی‌رسند. اما اگر همین آزمایش را در خلأ انجام دهیم سکه و تکهٔ کاغذ درست همزمان به زمین می‌آیند. بنابراین، اگر از مقاومت هوا چشمپوشی کنیم تمام اجسام در نزدیکی زمین تقریباً با شتاب ثابت سقوط می کنند. این شتاب همان ***شتاب گرانشی*** زمین است که با حرف g نمایش داده می‌شود.

حرکت با شتاب g را ***سقوط آزاد*** می‌نامند و نمونه‌ای از حرکت یک بعدی با شتاب ثابت است. جهت این شتاب همیشه به‌طرف پایین (به طرف زمین) است. بزرگی شتاب g بر حسب عرض جغرافیایی اندکی تغییر می کند و با افزایش ارتفاع از سطح زمین کاهش می‌یابد. بزرگی این شتاب در سطح زمین تقریباً $9/8\,\mathrm{m/s^2}$ (برابر با $980\,\mathrm{cm/s^2}$ یا $32\,\mathrm{ft/s^2}$) است. شکل ۲ـ۱۲عکسی از سقوط آزاد یک گلوله را در لحظه‌های مختلف نشان می‌دهد. آیا با استفاده از این عکس می توانید مقدار g را به‌دست آورید؟

هر جسمی که به‌طرف بالا یا به‌طرف پایین پرتاب شود، برائر گرانش زمین، بدون توجه به سرعت اولیه، تحت اثر شتاب گرانشی g که جهت و بزرگی آن ثابت است، قرار می‌گیرد.

بنابراین، برای حل مسأله‌های مربوط به حرکت با شتاب g می‌توانیم ازمعادله‌های حرکت مربوط به بخش ۲ـ۵ استفاده کنیم. اگر جهت مثبت محور قایم y را به‌طرف بالا بگیریم با قراردادن y به‌جای x و $-g$ به جای a در معادله‌های (۲ـ۶) و (۲ـ۸) تا (۲ـ۱۰) معادله‌های زیر به‌دست می‌آیند:

$$\boxed{v = v_0 - gt} \qquad (۲ـ۱۱)$$



شکل ۲ـ۱۲ عکسی ازسقوط آزاد یک گلوله در لحظه‌های مختلف. بازه‌های زمانی میان لحظه‌های مختلف $\frac{1}{30}$ ثانیه است و خط کش برحسب سانتی‌متر مدرج شده است.

$$y - y_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \qquad (۱۲_۲)$$

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (۱۳_۲)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (۱۴_۲)$$

از این معادله ها تا آنجا که مقاومت هوا قابل چشمپوشی و بزرگی g ثابت باشد می‌توان برای حل مسئله‌های مربوط به سقوط آزاد اجسام استفاده کرد.

مثال ۵

گلوله‌ای را از بالای ساختمان بسیار بلندی از حال سکون رها می‌کنیم. با چشمپوشی از مقاومت هوا سرعت و مکان گلوله را در زمانهای ۰٫۱، ۰٫۲، ۰٫۳ ثانیه پس از رها شدن پیدا کنید.

حل

مبدأ مختصات را نقطهٔ رها شدن گلوله ($y_0 = 0$) و جهت مثبت محور y را به‌طرف بالا می گیریم. چون $v_0 = 0$ ، داریم

$$t_1 = 0.1\,s \ , \quad v = v_0 - gt \Rightarrow v = -gt \Rightarrow$$

$$v_1 = -(9.8\,m/s^2)(0.1\,s) = -0.98\,m/s$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

$$y_1 = -\frac{1}{2}(9.8\,m/s^2)(0.1\,s)^2 = -0.049\,m$$

$$t_2 = 0.2\,s \Rightarrow$$

$$v_2 = -(9.8\,m/s^2)(0.2\,s) = -1.96\,m/s$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}(9.8\,m/s^2)(0.2\,s)^2 = -0.196\,m$$

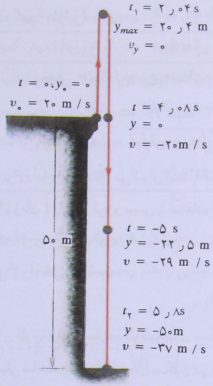
$$t_3 = 0.3\,s \Rightarrow$$

$$v_3 = -(9.8\,m/s^2)(0.3\,s) = -2.94\,m/s$$

$$y_3 = -\frac{1}{2}(9.8\,m/s^2)(0.3\,s)^2 = -0.441\,m$$

مثال ۶

سنگی از لبهٔ ساختمانی به ارتفاع ۵۰٫۰ متر با سرعت ۲۰٫۰ m/s در راستای قایم، مطابق شکل ۲ ـ ۱۳، به‌طرف بالا پرتاب می‌شود. (الف) پس از چه مدت سنگ به نقطهٔ اوج (بالاترین نقطهٔ مسیر) می‌رسد؟ (ب) ماکزیمم ارتفاعی که سنگ به آن می رسد، چقدر است؟ (ج) پس از چه مدت سنگ به محل اولیهٔ پرتاب برمی‌گردد؟ (د) سرعت سنگ در این لحظه چیست؟ (هـ) در لحظهٔ $t = 5.0\,s$ سرعت و مکان سنگ را پیدا کنید؟



شکل ۲ــ۱۳ مربوط به مثال ۶. نمودار مکان و سرعت سنگ پرتاب شده به‌طرف بالا با سرعت اولیهٔ $v_0 = 20\,m/s$ در زمانهای مختلف.

حل

(الف) مبدأ مختصات را محل پرتاب سنگ ($y_0 = 0$) و جهت مثبت محور y را به‌طرف بالا می‌گیریم. در بالاترین نقطهٔ مسیر سرعت سنگ صفر است. بنابراین، داریم

$$v = v_0 - gt \ , \quad v = 0 \Rightarrow$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{20.0\,m/s}{9.80\,m/s^2} \Rightarrow t = 2.04\,s$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \ , \quad t = 2.04\,s \Rightarrow \qquad (ب)$$

$$y_{max} = (20.0\,m/s)(2.04\,s) - \frac{1}{2}(9.80\,m/s^2)(2.04\,s)^2 \Rightarrow$$

$$y_{max} = 20.4\,m$$

$$y = 0 \Rightarrow (20.0\,m/s)t - (4.9\,m/s^2)t^2 = 0 \Rightarrow \qquad (ج)$$

$$t^2 - \frac{20.0}{4.90}t = 0$$

از این معادله برای t دو جواب به دست می‌آید که جواب

$t = ۰$ مربوط به مبدأ زمان و لحظهٔ پرتاب سنگ است. در این لحظه $y = ۰$ است. جواب دیگر عبارت است از $t = \frac{۲ ۰/۰ \text{m/s}}{۴/۹ \text{m/s}^۲} = ۴/۰۸\text{s}$. این زمان دو برابر زمان رسیدن سنگ به نقطهٔ اوج است.

(د) $$v = ۲۰/۰\text{m/s} - (۹/۸۰\text{m/s}^۲)(۴/۰۸\text{s}) \Rightarrow$$
$$v = -۲۰/۰\text{m/s}$$

این سرعت از نظر بزرگی با سرعت اولیه برابر اما جهتش به‌طرف پایین است.

(هـ) $$t = ۵/۰۰\text{s} \Rightarrow$$
$$v = ۲۰/۰\text{m/s} - (۹/۸۰\text{m/s}^۲)(۵/۰۰\text{s})$$
$$v = -۲۹/۰\text{m/s}$$
$$y = (۲۰/۰\text{m/s})(۵/۰۰\text{s}) - \frac{۱}{۲}(۹/۸۰\text{m/s}^۲)(۵/۰۰\text{s})^۲ \Rightarrow$$
$$y = -۲۲/۵\text{m}$$

۲ــ۷ حرکت پرتابی

تا اینجا حالتهایی از حرکت جسم را مطالعه کردیم که مسیر حرکت یک خط راست، مانند محور x یا محور y، بود. اکنون حالتهایی را در نظر می‌گیریم که جسم در یک صفحه حرکت می‌کند. منظور این است که حرکت یک جسم ممکن است دو بُعدی باشد و جسم به‌طور همزمان در دو راستای x و y حرکت کند.

حرکت پرتابی نمونه‌ای از حرکت دوبعدی است. برای تحلیل این حرکت دوبعدی سه فرض زیر را درنظر می‌گیریم:

۱. شتاب گرانشی g در محدودهٔ حرکت جسم ثابت و جهتش به‌طرف پایین است.

۲. اثر مقاومت هوا ناچیز است.

۳. چرخش زمین بر روی این حرکت اثری ندارد.

با توجه به این فرضها مسیر حرکت یک جسم پرتاب‌شده (پرتابه) مانند شکل ۲ــ۱۴ است. این مسیر به شکل یک **سهمی** است. برای مطالعهٔ این حرکت دستگاه مختصاتی، مطابق شکل ۲ــ۱۴، انتخاب می‌کنیم که مبدأ آن محل اولیهٔ پرتاب، محور x آن در راستای افقی و محور y آن در راستای قایم و به‌طرف بالا باشد. با این انتخاب محورها ***شتاب در راستای محور y برابر با $-g$ و در راستای محور x صفر است.***

پرتابه در مبدأ زمان ($t = ۰$) از مبدأ مختصات با سرعت اولیهٔ $v_۰$ تحت زاویهٔ $\theta_۰$ نسبت به افق پرتاب می‌شود. در این صورت، مؤلفه‌های x و y سرعت اولیه عبارت‌اند از

$$v_{x_۰} = v_۰\cos\theta_۰ \qquad \text{و} \qquad v_{y_۰} = v_۰\sin\theta_۰$$

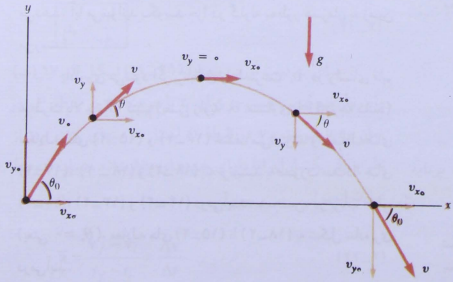
برای تحلیل حرکت پرتابی، جابه‌جایی پرتابه را می‌توان به دو جابه‌جایی افقی x و جابه‌جایی قایم y تقسیم کرد. این دو جابه جایی بر هم اثری ندارند. بنابراین، چون شتاب در راستای محور x صفر است ($a_x = ۰$)، داریم

$$\boxed{v_x = v_{x_۰} = v_۰\cos\theta_۰ = \text{مقدار ثابت}} \qquad (۲ــ۱۵)$$

$$\boxed{x = v_x t = v_۰ t\cos\theta_۰} \qquad (۲ــ۱۶)$$

چون شتاب درراستای محور y برابر با $-g$ است، می‌توانیم بنویسیم

$$\boxed{v_y = v_{y_۰} - gt = v_۰\sin\theta_۰ - gt} \qquad (۲ــ۱۷)$$



شکل ۲ــ۱۴ نمودار مسیر سهمی شکل پرتابه‌ای که با سرعت اولیهٔ $v_۰$ از مبدأ مختصات پرتاب شده است. سرعت v برحسب زمان تغییر می‌کند، اما مؤلفهٔ افقی سرعت، v_x، ثابت می‌ماند. در نقطهٔ اوج $v_y = ۰$ است.

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 t\sin\theta_0 - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (۲_۱۸)$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gy \qquad (۲_۱۹)$$

بزرگی و جهت سرعت پرتابه در هر نقطه از مسیر از معادله‌های زیر به‌دست می‌آیند:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{و} \quad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

تعیین معادلهٔ مسیر حرکت پرتابی: برای تعیین معادلهٔ مسیر حرکت پرتابی باید معادلهٔ y برحسب x را به‌دست آوریم. با استفاده از معادلهٔ (۲ـ۱۶)، داریم

$$t = \frac{x}{v_0\cos\theta_0}$$

با جانشانی این مقدار t در معادلهٔ (۲ـ۱۸)، داریم

$$y = (v_0\sin\theta_0)\left(\frac{x}{v_0\cos\theta_0}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\theta_0}\right)^2$$

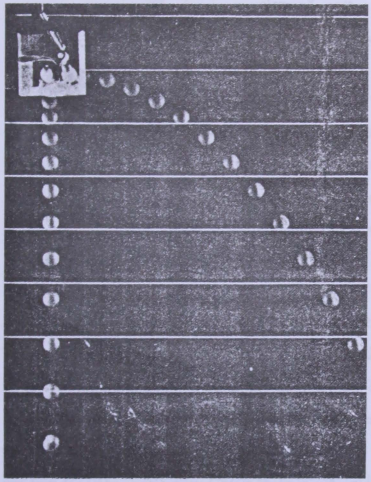
$$y = x\tan\theta - \left(\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right) \qquad (۲_۲۰)$$

چنانکه می‌بینیم، منحنی نمایش این معادله، که تابع درجه دومی از x است، به‌صورت یک **سهمی** است. شکل ۲ ـ۱۵ عکسی از حرکت لحظه‌های مختلف دو گلوله را که همزمان، یکی به‌طور آزاد سقوط می‌کند، و دیگری با سرعت ۲ m/s به‌طور افقی پرتاب شده است، نشان می‌دهد. آیا می‌توانید بگویید چرا دو گلوله به‌طور همزمان به زمین می‌رسند؟

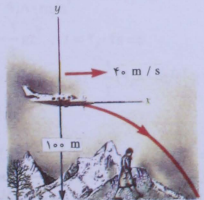
یادآوری می‌شود اگر پرتابه‌ای را با سرعت v_0 در راستای قایم به طرف بالا پرتاب کنیم (یعنی زاویهٔ θ_0 مساوی با ۹۰ درجه باشد) معادله‌های (۲ـ۱۵) و (۲ـ۱۶) حذف می‌شوند و معادله‌های (۲ـ۱۷)، (۲ ـ ۱۸) و (۲ـ۱۹) به ترتیب، به‌صورت معادله های (۲ـ۱۱)، (۲ـ۱۳) و (۲ـ ۱۴) درمی‌آیند. همچنین، در پرتاب افقی (یعنی $\theta_0 = 0$)، معادله های (۲ـ۱۵) تا (۲ـ۱۸) به شکل ساده‌تری درمی‌آیند.

مثال ۷

هواپیمایی در حال پرواز بر فراز زمین بستهٔ غذایی را، مطابق شکل ۲ـ۱۶، برای یک گروه عملیات اکتشافی رها می‌کند. اگر هواپیما به‌طور افقی و با سرعت ۴۰ m/s در ارتفاع ۱۰۰ متری زمین پرواز کند، (الف) بسته در چه فاصلهٔ افقی از محل



شکل ۲ـ۱۵ عکسی از حرکت درلحظه‌های مختلف دوگلوله که همزمان، یکی به‌طور آزاد سقوط می کند و دیگری (گلولهٔ سمت راست) با سرعت ۲m/s به‌طور افقی پرتاب شده است. بازهٔ زمانی میان لحظه‌های مختلف $\frac{1}{30}$ ثانیه و فاصلهٔ میان خطهای سفید موازی ۱۵ سانتی‌متر است.



شکل ۲ـ۱۶ مربوط به مثال ۷. از نظر شخصی که روی زمین است بستهٔ رهاشده از هواپیما مسیری را می‌پیماید که در شکل نشان داده شده است.

اولیهٔ پرتاب به زمین می‌رسد؟ (ب) مؤلفه‌های افقی و قایم سرعت بسته را درست پیش از برخورد به زمین پیدا کنید.

حل

(الف) با توجه به شکل ۲ـ۱۶، داریم

$$\theta_0 = 0^\circ \ , \ v_{x0} = v_0 = 40\,m/s,$$

$$v_{y0} = 0 \ , \ y = -100\,m \ , \ y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

$$-100\,m = -\frac{1}{2}(9/8\,m/s^2)t^2 \Rightarrow$$

$$t = 4/51\,s$$

$$x = v_0 t = (40\,m/s)(4/51\,s) \Rightarrow$$

$$x = 180\,m$$

(ب)

$$v_x = v_0 = 40\,m/s$$

$$v_y = -gt = -(9/8\,m/s^2)(4/51\,s) \Rightarrow$$

$$v_y = -44/1\,m/s$$

مثال ۸

یک پرندهٔ پرش طول با سرعت $11\,m/s$ تحت زاویهٔ 20° درجه نسبت به راستای افقی از زمین بلند می‌شود. اگر حرکت پرنده را مانند یک پرتابه در نظر بگیریم، (الف) رکورد برش طول پرنده چقدر است؟ (ب) پرنده حداکثر تا چه ارتفاعی از زمین بلند می‌شود؟

حل

(الف) زمان پرواز پرنده چنین به‌دست می‌آید:

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt \ , \ v_y = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$$

این مقدار زمان رسیدن به نقطهٔ اوج (ماکزیمم ارتفاع) و نصف زمان پرواز است. پس

$$t = \frac{(11\,m/s)\sin 20^\circ}{9/8\,m/s^2} = 0/38\,s$$

واز آنجا

$$T = 2t = 2(0/38\,s) = 0/76\,s$$

اکنون می‌توانیم طول برش در سطح افقی را که **برد پرتابه** نامیده می‌شود، به‌دست آوریم

$$x = v_0 t\cos\theta_0 = (11\,m/s)(0/76\,s)\cos 20^\circ \Rightarrow$$

$$x = 79\,m$$

$$y_{max} = v_0 t\sin\theta_0 - \frac{1}{2}gt^2 \ , \ t = 0/38\,s \quad (ب)$$

$$y_{max} = (11\,m/s)(0/38\,s)\sin 20^\circ$$

$$-\frac{1}{2}(9/8\,m/s^2)(0/38\,s)^2 \Rightarrow$$

$$y_{max} = 0/72\,m$$

۲ـ۸ حرکت دایره‌ای یکنواخت

حرکت دایره ای یکنواخت نمونهٔ دیگری از حرکت دوبُعدی است. شکل ۲ـ۱۷ (الف) اتومبیلی را نشان می‌دهد که در روی یک مسیر دایره‌ای ***با سرعتی به بزرگی ثابت v حرکت می‌کند. در این حرکت با آنکه بزرگی سرعت جسم (تندی جسم) ثابت است، باز هم حرکت جسم شتابدار است.***

چنانکه گفته شد، ***شتاب یک جسم به تغییر سرعت بستگی دارد.*** چون سرعت یک بردار است، تغییر سرعت که شتاب را به وجود می‌آورد، می تواند ناشی از تغییر ***بزرگی*** سرعت یا ناشی از تغییر ***جهت*** سرعت و یا ناشی از تغییر ***هر دو*** باشد.

در ***حرکت دایره‌ای یکنواخت*** بزرگی سرعت ثابت است، اما جون جهت سرعت تغییر می کند شتاب به وجود می آید. ***بردار سرعت، v، همیشه بر بردارهٔ مسیر مماس است*** و در نتیجه، بر شعاع دایره، r ***عمود*** است. در حرکت دایره‌ای، بزرگی سرعت (v) را ***سرعت خطی*** می نامند.

اینک نشان می‌دهیم که در حرکت دایره‌ای یکنواخت بردار شتاب عمود بر مسیر حرکت و جهتش به‌طرف مرکز دایره است. به‌همین ***جهت***، این شتاب را ***شتاب مرکزگرا*** (***شتاب جانب مرکز***)، یا ***شتاب شعاعی*** می‌نامند. بزرگی این شتاب از معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r}} \qquad (۲ـ۲۱)$$

برای به دست آوردن معادلهٔ (۲ـ۲۱) شکل ۲ـ۱۷ (ب) را درنظر می‌گیریم. جسم در زمان t_i با سرعت $\mathbf{v}_i$ در نقطهٔ P و در زمان t_f با سرعت $\mathbf{v}_f$ در نقطهٔ Q است. سرعتهای $\mathbf{v}_i$ و $\mathbf{v}_f$ از نظر بزرگی یکسان‌اند اما دارای جهتهای متفاوت‌اند. شتاب متوسط عبارت است از

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} \qquad (۲ـ۲۲)$$

$\Delta \mathbf{v}$ با استفاده از قاعدهٔ تفریق دو بردار در شکل ۲ـ۷ (ج) به دست آمده است.

اگر Δt بسیار کوچک باشد، Δs و $\Delta\theta$ هم بسیار کوچک خواهند بود. در این حالت $\mathbf{v}_f$ تقریباً موازی با $\mathbf{v}_i$ است و بردار $\Delta \mathbf{v}$ بر این دو بردار تقریباً عمود و جهتش به طرف مرکز دایره است.

اکنون مثلث متساوی‌الساقین شکل ۲ـ ۱۷ (ب) را که ضلعهای آن Δs و r هستند، در نظر می گیریم. این مثلث با مثلث شکل ۲ـ۱۷(ج) با ضلعهای با بزرگی Δv و v ، متشابه است. بنابراین، می توانیم بنویسیم

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{r} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r}\Delta s$$

و از آنجا

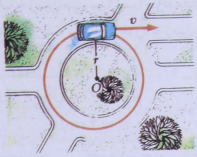
$$\bar{a} = \frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (۲ـ۲۳)$$

حال اگر نقطهٔ Qدر شکل ۲ـ ۱۷ (ب) به نقطهٔ P به‌تدریج نزدیکتر شود، بنا به آنچه در تعریف سرعت لحظه‌ای می‌دانیم، $\Delta s/\Delta t$ به‌سمت سرعت لحظه‌ای v میل می کند. درنتیجه، با استفاده از رابطهٔ $v = \Delta s/\Delta t$ و جانشانی مقدار v در معادلهٔ (۲ـ۲۳)، معادلهٔ (۲ـ۲۱) به‌دست می‌آید.

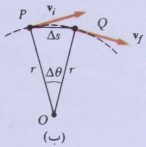
بنابراین، نتیجه می‌گیریم که در حرکت دایره‌ای یکنواخت جهت شتاب به طرف مرکز دایره و بزرگی شتاب برابر با v^2/r است.

مثال ۹

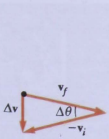
(الف) شتاب جسمی که در روی دایره‌ای به شعاع ۲٫۰ متر و با سرعتی به بزرگی ثابت ۸٫۰m/s حرکت می کند، چقدر است؟



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲ـ۱۷ (الف) حرکت دایره‌ای اتومبیلی که با سرعتی به بزرگی ثابت v (تندی ثابت) حرکت می کند. (ب) با حرکت کردن اتومبیل از نقطهٔ P تا نقطهٔ Q بردار سرعت از v_i به v_f تغییر می‌کند. (ج) نمودار مربوط به تعیین تغییر سرعت، Δv . بردار تغییر سرعت به‌طرف مرکز دایره است.

(ب) چند ثانیه طول می کشد تا جسم یک دور بچرخد؟

حل

(الف)
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(۸٫۰\,\mathrm{m/s})^2}{۲٫۰\,\mathrm{m}} \Rightarrow a_r = ۳۲\,\mathrm{m/s^2}$$

(ب)
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{۲ \times ۳٫۱۴(۲٫۰\,\mathrm{m})}{(۸٫۰\,\mathrm{m/s})} \Rightarrow T = ۱٫۵۷\mathrm{s}$$

مطالعهٔ آزاد

سرعت نسبی

در اینجا می‌خواهیم نشان دهیم که نتیجهٔ مشاهدات ناظرانی که در چارچوبهای مرجع* (دستگاههای مرجع) مختلف قرار دارند، متفاوت است و دو ناظر در حال حرکت نسبت به یکدیگر، در حالت کلی، در اندازه‌گیری و ارزیابی یک رویداد معین نظر یکسانی ندارند.

* دربارهٔ چارچوب مرجع در فصل ۳ توضیح داده خواهد شد .

فرض کنید در کنار جادهٔ مستقیمی ایستاده‌اید و مشاهده می‌کنید که اتومبیل C_1 با سرعت ۸۰km/h در جلو و اتومبیل C_2 با سرعت ۶۰km/h در عقب در روی جاده و در یک جهت در حال حرکت است. اگر از مسافر واقع در اتومبیل C_1 (ناظر C_1) سرعت اتومبیل C_2 پرسیده شود، او خواهد گفت که اتومبیل C_2 با سرعت ۲۰km/h ***به طرف عقب*** می‌رود. اما اگر از مسافر واقع در اتومبیل C_2 (ناظر C_2) سرعت اتومبیل C_1 پرسیده شود، او خواهد گفت که اتومبیل C_1 با سرعت ۲۰km/h ***به‌طرف جلو*** می‌رود. این مشاهدات در حالی صورت می‌گیرد که سرعت اتومبیلهای C_1 و C_2 از نظر شما که در کنار جاده ایستاده اید به ترتیب ۸۰ و ۶۰ کیلومتر بر ساعت است. این مثال نشان می‌دهد که اندازه‌گیری سرعت موضوعی **نسبی** است و سرعت یک متحرک از نظر ناظرهای مختلف متفاوت است.

اکنون می خواهیم رابطهٔ سرعت نسبی دو متحرک را که سرعت آنها نسبت به یک ناظر (یا نسبت به یک چارچوب مرجع) معلوم است، به دست آوریم. اگر سرعت متحرکی نسبت به ناظر ساکن O(ساکن نسبت به زمین)، $\mathbf{V}_{1O}$، سرعت متحرک دوم نسبت به ناظر O، $\mathbf{V}_{2O}$ و سرعت متحرک اول نسبت به متحرک دوم $\mathbf{V}_{12}$ باشد، از نظر برداری، داریم

$$\boxed{\mathbf{V}_{12} = \mathbf{V}_{1O} + \mathbf{V}_{O2}} \qquad (۲-۲۴)$$

از طرفی، داریم

$$\mathbf{V}_{O2} = -\mathbf{V}_{2O}$$

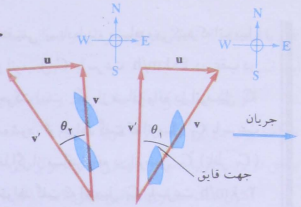
پس، می‌توانیم بنویسیم

$$\boxed{\mathbf{V}_{12} = \mathbf{V}_{1O} - \mathbf{V}_{2O}} \qquad (۲-۲۵)$$

بنابراین، ترکیب دوسرعت را می‌توان با استفاده از معادلهٔ (۲ـ۲۴) به دست آورد. همچنین، سرعت نسبی دو متحرک را که با سرعتهایی خیلی کوچکتر از سرعت نور حرکت می‌کنند، می توان با استفاده از معادلهٔ (۲ـ۲۵) و با به‌کار بردن قاعدهٔ تفریق دو بردار معین کرد. توجه کنید که چون معادله‌های (۲ـ۲۴) و (۲ـ۲۵) به‌صورت برداری هستند، می‌توان آنها را نه تنها در مختصات یک بعدی، بلکه در مختصات دو یا سه بعدی هم به کار برد.

مثال ۱۰

قایقی بهنای رودخانهٔ عریضی را با سرعت ۱۰km/h نسبت به آب رودخانه درجهت شمال طی می‌کند. سرعت آب رودخانه نسبت به زمین ۵٫۰km/h به‌طرف مشرق است. معین کنید قایق با چه سرعتی نسبت به یک ناظر ساکن واقع در کنار رودخانه حرکت می‌کند.



شکل ۲ــ۱۸ مربوط به مثالهای ۱۰ و ۱۱. (الف) اگر قایق به طرف شمال و آب رودخانه به طرف مشرق حرکت کند، سرانجام قایق با سرعت $\mathbf{v}$ نسبت به زمین در راستایی تحت زاویهٔ θ_1 به طرف شرق محور شمالی حرکت می‌کند. (ب) اگر قایق بخواهد با سرعت $\mathbf{v}$ نسبت به زمین به‌طرف شمال برود باید در راستایی تحت زاویهٔ θ_2 با سرعت $\mathbf{v}'$ نسبت به آب به طرف غرب محور شمالی حرکت کند. در هر دو حالت، داریم $\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u}$.

حل

اگر سرعت قایق نسبت به آب را $\mathbf{v}'$، سرعت آب نسبت به زمین را $\mathbf{u}$ و سرعت قایق نسبت به زمین را $\mathbf{v}$ بگیریم، با توجه به نمودار برداری سرعتها در شکل ۲ــ۱۸ (الف) و با استفاده از معادلهٔ (۲ ــ ۲۴)، داریم $\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u}$. درنتیجه، بزرگی بردار برایند، v، برابر است با:

$$v = \sqrt{v'^2 + u^2} = \sqrt{(10\ \text{km/h})^2 + (5\ \text{km/h})^2} \Rightarrow v = 11.2\ \text{km/h}$$

همچنین، زاویهٔ θ_1 که معرف جهت $\mathbf{v}$ نسبت به محور شمالی است، چنین به‌دست می‌آید:

$$\tan\theta_1 = \frac{u}{v'} = \frac{5\ \text{km/h}}{10\ \text{km/h}} = 0.5 \Rightarrow \theta_1 = 26.6^\circ$$

مثال ۱۱

در مثال ۱۰، اگر بخواهیم سرعت برایند قایق نسبت به زمین، $\mathbf{v}$، در جهت شمال باشد، بزرگی سرعت برایند قایق و جهت سرعت حرکت قایق نسبت به آب را پیدا کنید.

حل

با توجه به نمودار برداری سرعتها در شکل ۲ــ۱۸ (ب)، داریم

$$v'^2 = v^2 + u^2 \Rightarrow$$

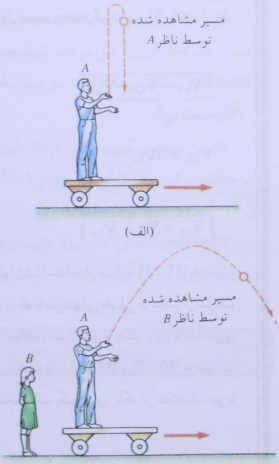
$$v = \sqrt{v'^2 - u^2} = \sqrt{(10\ \text{km/h})^2 - (5\ \text{km/h})^2} \Rightarrow$$

$$v = 8.66\ \text{km/h}$$

همچنین، زاویهٔ θ_2، که معرف جهت $\mathbf{v}'$ نسبت به محور شمالی است، چنین به‌دست می‌آید:

$$\tan\theta_2 = \frac{u}{v} = \frac{5\ \text{km/h}}{8.66\ \text{km/h}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

در مثالی دیگر دربارهٔ نسبی بودن حرکت، فرض کنید شخصی (ناظر A)، مطابق شکل ۲ــ۱۹ (الف)، بر روی یک ارابهٔ در حال حرکت با سرعت ثابت ایستاده است و توپی را از نظر خودش به‌طور قایم به طرف بالا پرتاب می‌کند. از نظر ناظر A توپ پس از بیمودن یک مسیر راستخط قایم به دست او برمی‌گردد. از طرف دیگر، ناظر ساکن B (که در کنار جاده ایستاده است)، مطابق شکل ۲ــ۱۹ (ب)، مسیر توپ را به شکل یک سهمی مشاهده می‌کند، زیرا توپ در موقع پرتاب شدن به طرف بالا علاوه بر سرعت اولیهٔ قایم یک سرعت افقی برابر با سرعت حرکت ارابه هم دارد. درنتیجه، از نظر ناظر ساکن B حرکت توپ مانند حرکت یک پرتابه است که تحت زاویهٔ θ (کوچکتر از ۹۰ درجه) پرتاب شده است.



شکل ۲ــ۱۹ (الف) ناظر A در حال حرکت یکنواخت توپی را به‌طرف بالا پرتاب می‌کند. توپ از نظر او پس از بیمودن یک مسیر راستخط قایم به دستش برمی‌گردد. (ب) ناظر ساکن B مسیر حرکت توپ را به شکل یک سهمی می‌بیند.

دلیل اینکه ناظر A حرکت توپ را در راستای قایم می بیند این است که چون مؤلفهٔ افقی سرعت توپ با سرعت افقی ارّابه برابر است، به عبارت دیگر، توپ و ناظر A در راستای افقی با یک سرعت به‌پیش می‌روند، مؤلفهٔ افقی سرعت توپ نسبت به ناظر A صفر است.

نمونهٔ دیگر از این حالت موضوع رها شدن بستهٔ غذا از هواپیما درمثال ۷ است. در این مثال، درحالی که شخص واقع در روی زمین مسیر بستهٔ غذا را به شکل سهمی می‌بیند، خلبان هواپیما مشاهده می کند که بسته در راستای قایم در زیر هواپیما در حال سقوط است.

خلاصهٔ فصل

سرعت متوسط

سرعت متوسط یک جسم در حرکت یک‌بعدی از تقسیم جابه‌جایی Δx به بازهٔ زمانی Δt به دست می آید:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

اگر نمودار مکان جسم را برحسب زمان رسم کنیم، شیب خط راست واصل دو نقطهٔ اولیه و نهایی حرکت برابر با سرعت متوسط جسم در میان این‌دو نقطه است.

سرعت لحظه‌ای

سرعت یک جسم در هر لحظه را سرعت لحظه‌ای می نامند. اگر نمودار مکان جسم را برحسب زمان رسم کنیم، شیب خط مماس بر این منحنی در هر نقطه برابر با سرعت لحظه‌ای جسم در آن نقطه است.

شتاب متوسط

شتاب متوسط یک جسم در حرکت یک بعدی از تقسیم تغییر سرعت Δv ، به بازهٔ زمانی Δt به دست می‌آید:

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

شتاب لحظه‌ای

شتاب یک جسم در هر لحظه را شتاب لحظه‌ای می نامند. اگر نمودار سرعت جسم را برحسب زمان رسم کنیم، شیب خط مماس بر این منحنی در هر نقطه برابر با شتاب لحظه‌ای در آن نقطه است.

معادلهٔ حرکت

معادله های حرکت یک جسم با شتاب ثابت a عبارت‌اند از

$$v = v_0 + at$$
$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

شتاب گرانشی

جسمی که درائر گرانش زمین سقوط می کند دارای یک شتاب گرانشی به‌طرف زمین است. اگر ازمقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم و ارتفاع سقوط جسم در مقایسه با شعاع زمین کوچک باشد، می‌توان فرض کرد که شتاب گرانشی در طول حرکت جسم ثابت است. حرکت

یک جسم تحت اثر شتاب گرانشی نمونه‌ای از حرکت یک‌بعدی با شتاب ثابت است.

حرکت پرتابی

اگر جسمی با سرعت اولیهٔ v_0 تحت زاویهٔ θ_0 نسبت به راستای افقی (سطح زمین) پرتاب شود، حرکت جسم پرتابی نامیده می‌شود. مسیر حرکت پرتابی به شکل یک سهمی است. حرکت پرتابی نمونه‌ای از حرکت دوبعدی است. معادله‌های مربوط به حرکت پرتابی عبارت اند از

$$x = v_0 t \cos\theta_0 \qquad v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$$

$$y = v_0 t \sin\theta_0 - \frac{1}{2} g t^2 \qquad v_y^2 = (v_0 \sin\theta_0)^2 - 2gy$$

حرکت دایره‌ای یکنواخت

حرکت دایره‌ای یکنواخت نمونهٔ دیگری از حرکت دوبُعدی است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت با آنکه بزرگی سرعت ثابت است، اما به‌خاطر تغییر جهت سرعت شتاب وجود دارد. این شتاب، که شتاب مرکزگرا نامیده می‌شود، در راستای شعاع دایره و به‌طرف مرکز دایره است. شتاب مرکزگرا از معادلهٔ زیر به‌دست می آید:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

پرسشها

۱. سرعتهای متوسط و لحظه‌ای کمیتهایی متفاوت‌اند. آیا ممکن است در شرایط خاصی این دو کمیت یکسان باشند؟

۲. اگر در یک بازهٔ زمانی معین سرعت متوسط جسمی صفر نباشد، آیا این بدان معنا است که سرعت لحظه‌ای جسم در این بازهٔ زمانی هرگز صفر نیست؟

۳. آیا بزرگی سرعت لحظه‌ای یک جسم می تواند از بزرگی سرعت متوسط بزرگتر باشد؟ کوچکتر چطور؟

۴. اگر سرعت یک ذره صفر نباشد، آیا شتاب ذره می تواند صفر باشد؟

۵. گلوله‌ای با سرعت اولیهٔ v_0 به‌طور قایم اززمین به‌طرف بالا پرتاب شده است. سرعت و شتاب آن در نقطهٔ اوج (بالاترین نقطهٔ مسیر) چیست؟ سرعت و شتاب گلوله درست پیش از برخورد به زمین چیست؟

۶. گلولهٔ مربوط به پرسش ۵ را در نظر بگیرید. (الف) نمودار مکان ـ زمان حرکت گلوله را از لحظهٔ $t = 0$ تا لحظهٔ برگشت به زمین ($t = T$) با مقیاس مناسب رسم کنید. (ب) نمودارهای سرعت ـ زمان و شتاب ـ زمان حرکت گلوله را در همان بازهٔ زمانی رسم کنید. (ج) نشان دهید که جابه‌جایی گلوله تا هر لحظه ای مانند t برابر با مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان گلوله و محور زمان، تا لحظهٔ t است.

۷. سرعت گلولهٔ یک آونگ در بالاترین نقطهٔ مسیرش صفر است. آیا شتاب گلوله نیز در این نقطه صفر است؟

۸. سنگی را از بالای ساختمان بلندی در راستای قایم به بالا پرتاب می‌کنیم. آیا جابه‌جایی سنگ به محل مبدأ مختصات بستگی دارد؟ آیا سرعت سنگ در هر لحظه به مبدأ مختصات بستگی دارد؟

۹. دو پسر بچه در لبهٔ ساختمان بلندی ایستاده اند. یکی از آن دو سنگی را رها می‌کند و همزمان با آن دیگری سنگی را با سرعت اولیهٔ ۱۰ m/s در راستای قایم به پایین می‌اندازد. شتاب دو سنگ را در حین پایین آمدن با هم مقایسه کنید.

۱۰. اگر سرعت متوسط جسمی در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، جا به جایی جسم در این بازهٔ زمانی چگونه است؟

۱۱. اگر جسمی در حال سکون باشد، آیا شتاب آن الزاماً صفر است؟

۱۲. یک بار توپی را از دست خود، که از پنجرهٔ یک اتومبیل در حال حرکت بیرون آمده است، رها می‌کنیم. بار دیگر همان توپ را از پنجرهٔ همان اتومبیل ،که ساکن است، رها می کنیم. در کدام حالت، (الف) زمان رسیدن توپ به زمین، (ب) سرعت برخورد توپ به زمین و (ج) شتاب حرکت توپ، بیشتر است؟

۱۳. از بالای ساختمانی به ارتفاع h، یک بار گلوله‌ای را با سرعت اولیهٔ v_0 در راستای قایم به طرف بالا و بار دیگر گلوله ای را با همان سرعت اولیه در راستای قایم به طرف پایین می‌اندازیم.

سرعتهای دو گلوله را در هنگام رسیدن به زمین مقایسه کنید.

۱۴. حالتهایی را مثال بزنید که در آن بردار سرعت یک متحرک بر بردار شتاب آن عمود باشد.

۱۵. متحرکی را در دستگاه مختصاتی در نظر بگیرید که در آن بردار سرعت متحرک همواره بر خط واصل از مکان ذره به مبدأ دستگاه، عمود باشد.

۱۶. اگر تندی یک ذره ثابت باشد، شتاب ذره می‌تواند ثابت باشد؟ اگر سرعت ذره‌ای ثابت باشد، حرکت ذره می‌تواند شتابدار باشد؟ توضیح دهید.

۱۷. توضیح دهید آیا ذره‌های نامبرده در زیر شتاب دارند یا ندارند: (الف) ذره‌ای که به خط راست با تندی ثابت حرکت می‌کند و (ب) ذره ای که در یک مسیر خمیده با تندی ثابت حرکت می‌کند.

۱۸. گزارهٔ زیر را اصلاح کنید: «یک اتومبیل مسابقه پیچ جاده‌ای را با سرعت ثابت ۹۰km/h دور می‌زند.»

مسائل

۱. دونده‌ای ابتدا به مدت ۴ دقیقه با سرعت متوسط ۵m/s و سپس به مدت ۳ دقیقه با سرعت متوسط ۴m/s می‌دود. (الف) جابه جایی کل دونده چیست؟ (ب) سرعت متوسط او در این مدت چیست؟

۲. ماهواره‌ای در مدت ۱٫۵ ساعت زمین را دور می‌زند. اگر محیط مدار ماهواره ۲۵۰۰۰ مایل باشد، مطلوب است تعیین (الف) تندی متوسط ماهواره، (ب) جابه جایی ماهواره پس از پیمودن یک دور کامل.

۳. شناگری طول ۵۰متر یک استخر را در مدت ۲۰ ثانیه می‌پیماید و در برگشت به نقطهٔ شروع حرکت همین طول را در مدت ۲۲ ثانیه می‌پیماید. مطلوب است سرعت متوسط شناگر در، (الف) شناکردن طول استخر هنگام رفت، (ب) شناکردن طول استخر هنگام برگشت و (ج) شناکردن در رفت و برگشت.

۴. یک زیر دریایی با سرعت ۵m/s تحت زاویهٔ ۳۰درجه نسبت به راستای افقی در آب دریا شیرجه می‌رود. (الف) مؤلفهٔ سرعت زیردریایی را بر روی سطح آب پیدا کنید. (ب) مؤلفهٔ سرعت زیردریایی را بر راستای قایم به‌دست آورید.

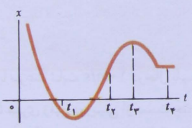
۵. نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل ۲ ـ ۲۰ است. آیا سرعت متحرک در لحظه‌های (الف) t_1، (ب) t_2، (ج) t_3 و (د) t_4، مثبت است؟ منفی است؟ یا صفر است؟

۶. اتومبیلی به خط راست حرکت می‌کند. سرعت اتومبیل در یک لحظه ۳۰m/s و پس از ۳ ثانیه ۲۰m/s است. شتاب متوسط اتومبیل در این بازهٔ زمانی چیست؟

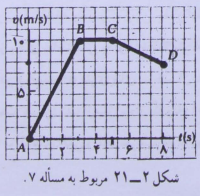
۷. نمودار تغییرات سرعت یک اتومبیل که در خط راست حرکت می‌کند، برحسب زمان به‌صورت شکل ۲ ـ ۲۱ است. شتاب متوسط اتومبیل را در بازه‌های AB، BC و CD پیدا کنید.

۸. نمودار تغییرات سرعت جسمی که به خط راست حرکت می‌کند، برحسب زمان به صورت شکل ۲ ـ ۲۲ است. (الف) شتاب متوسط جسم را در بازه‌های زمانی صفر تا ۵ ثانیه، ۵ ثانیه تا ۱۵ ثانیه و صفر تا ۲۰ ثانیه پیدا کنید. (ب) شتاب لحظه ای جسم را در لحظه‌های ۲، ۱۰ و ۱۸ ثانیه به دست آورید.

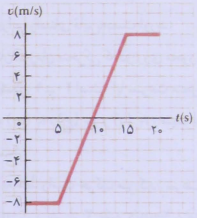
۹. موتور یک موشک مدل در مدت ۲ ثانیه به ترتیب زیر در راستای قایم به طرف بالا شتاب پیدا می‌کند. در لحظهٔ $t = 0$، سرعت آن صفر؛ در لحظهٔ $t = 1s$، سرعت آن 5m/s و در لحظهٔ $t = 2s$، سرعت آن 16m/s است. نمودار سرعت ـ زمان حرکت موشک را رسم کنید و شتاب متوسط آن‌را در بازهٔ زمانی ۲ ثانیه پیدا کنید.



شکل ۲ـ۲۰ مربوط به مسأله ۵.



شکل ۲ـ۲۱ مربوط به مسأله ۷.



شکل ۲ــ۲۲ مربوط به مسأله ۸.

۱۰. قایق سریعی در طی مسافت ۲۰۰ متر سرعتش را با شتاب ثابت از ۵m/s به ۸۰m/s می‌رساند. (الف) بزرگی شتاب قایق و (ب) زمان پیمودن این مسافت، را حساب کنید.

۱۱. یک اتومبیل مسابقه با سرعت ۵۰m/s در حال حرکت است. در این لحظه راننده به کمک ترمز و یک چتر متصل به عقب اتومبیل حرکت اتومبیل را به‌طور یکنواخت کُند می‌کند و اتومبیل پس از مدت ۵٫۰ ثانیه می‌ایستد. (الف) شتاب اتومبیل چقدر است؟ (ب) اتومبیل پس از ترمز کردن چه مسافتی می‌پیماید؟

۱۲. اتومبیلی که با سرعت ۲۰m/s در حال حرکت است با شتاب کُند کنندهٔ ۳٫۰m/s^۲ مسافتی برابر با ۵۰ متر می‌پیماید. پیمودن این مسافت چه مدت طول می‌کشد؟

۱۳. گلوله‌ای در راستای قایم با سرعت اولیهٔ ۲۵m/s به طرف بالا پرتاب می‌شود. (الف) گلوله تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ (ب) چه مدت طول می‌کشد تا گلوله به نقطهٔ اوج برسد؟ (ج) چه مدت طول می‌کشد تا گلوله به محل اولیهٔ پرتاب برگردد؟

۱۴. جربازی با سرعت ثابت ۱۰m/s درحال پایین آمدن است. در ارتفاع ۵۰ متری زمین دوربینی از دست جربازرها می‌شود. (الف) چه مدت طول می‌کشد تا دوربین به زمین برسد؟ (ب) سرعت دوربین در لحظهٔ رسیدن به زمین چقدر است؟

۱۵. گلوله ای از بالای ساختمانی به ارتفاع ۳۵ متر به‌طور افقی پرتاب می‌شود و در فاصلهٔ ۸۰ متری پای ساختمان به زمین می‌رسد. مطلوب است تعیین(الف)زمان پرواز گلوله، (ب) سرعت اولیهٔ آن، و (ج) مؤلفه‌های افقی و قایم سرعت گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین.

۱۶. موشکی با سرعت اولیهٔ ۱۰۰m/s تحت زاویهٔ ۵۳ درجه نسبت به راستای افقی پرتاب می‌شود. موشک به مدت ۳٫۰ ثانیه با شتاب ثابت ۳۰m/s^۲ به خط راست حرکت می‌کند و سپس موتورهایش خاموش می‌شوند. از این لحظه به بعد موشک مانند یک جسم در حال سقوط آزاد حرکت می‌کند. (الف) بیشترین ارتفاعی که موشک به آن می‌رسد، چقدر است؟ (ب) مدت زمان پرواز آن چقدر است؟ (ج) برد افقی موشک (بیشترین مسافت پیموده شده در راستای افقی) چقدر است؟ از تغییرات g برحسب ارتفاع چشمپوشی کنید.

۱۷. پرتابه‌ای با سرعت اولیهٔ $v_۰$ تحت زاویهٔ $\theta_۰$ نسبت به راستای افقی پرتاب می‌شود. پرتابه در نقطه‌ای به مختصات $x = R/۲$ و $y = h$ به بالاترین نقطهٔ مسیر (نقطهٔ اوج) خود می‌رسد. مختصات محل رسیدن پرتابه به زمین $x = R$ (R برد افقی پرتابه است) و $y = ۰$ است. نشان دهید که، (الف) ارتفاع نقطهٔ اوج برابر است با:

$$h = \frac{v_۰^۲ \sin^۲ \theta_۰}{۲g}$$

و (ب) برد افقی پرتابه برابر است با:

$$R = \frac{v_۰^۲ \sin ۲\theta_۰}{g}$$

۱۸. شخصی سنگی را به نخی به طول ۸۰ سانتی متر بسته است و آن‌را در یک صفحهٔ افقی در بالای سر خود با آهنگ ۳ دور بر ثانیه می‌چرخاند. شتاب مرکزگرای سنگ چقدر است؟

۱۹. مدار حرکت ماه به دور زمین تقریباً دایره‌ای به شعاع $۳٫۸۴\times۱۰^۸$ متر است. ماه در هر ۲۷٫۳ روز یک دور به دور زمین می‌چرخد. (الف) سرعت خطی حرکت ماه به دور زمین چقدر است؟ (ب) شتاب مرکزگرای حرکت ماه چقدر است؟

۲۰. ذره‌ای در روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع ۰٫۴ متر با تندی ثابت می چرخد. ذره در هر ثانیه ۵ دور می‌زند. مطلوب است تعیین (الف) تندی حرکت ذره و (ب) شتاب ذره.

۲۱. لاستیک اتومبیلی که شعاعش ۰٫۵ متر است با آهنگ ثابت ۲۰۰ دور بر دقیقه می‌چرخد. تندی و شتاب سنگ کوچکی را که در شیارهای لاستیک فرو رفته است حساب کنید.

۳

قانونهای حرکت

تصویری از یک قایق بادی ، که به کمک بادبانهای خود در روی آب دریا حرکت می‌کند. در این وسیله قایقران با جهت‌گیری مناسبی که به بادبانها می‌دهد، می‌تواند مسیر مورد نظر را بپیماید. فکر می‌کنید با تغییر جهت‌گیری بادبانها نیروی لازم برای به جلو راندن قایق چگونه به وجود می‌آید؟ آیا آب هم به قایق نیرو وارد می‌کند؟

هدفهای کلی فصل

در این فصل، نخست مفهوم نیرو و انواع نیروها را توضیح می‌دهیم و آنگاه به مطالعهٔ قانونهای نیوتون دربارهٔ حرکت می‌پردازیم، مفاهیم جرم و لختی (اینرسی) را بیان می‌کنیم، و در پایان نیروی اصطکاک را شرح خواهیم‌داد.

هدفهای رفتاری

از فراگیر انتظار می‌رود پس از مطالعهٔ این فصل بتواند:

۱. مکانیک کلاسیک و قلمرو آن را توضیح دهد،
۲. مفهوم نیرو را شرح دهد،
۳. چند نوع نیرو را نام ببرد و آنها را شرح دهد،
۴. نیروهای کنش از دور را تعریف کند،
۵. قانون اول نیوتون را توضیح دهد،
۶. چارچوب مرجع لخت را تعریف کند،
۷. مفاهیم جرم و لختی (اینرسی) را بیان کند،
۸. رابطهٔ جرم و لختی (اینرسی) را بیان کند،
۹. قانون دوم نیوتون را توضیح دهد،
۱۰. رابطهٔ نیرو و شتاب را بنویسد و آن را تحلیل کند،
۱۱. یکاهای نیرو و جرم را در سه دستگاه یکای متداول تعریف کند،
۱۲. وزن یک جسم را تعریف کند،
۱۳. قانون سوم نیوتون را توضیح دهد،
۱۴. نیروهای کنش ـ واکنش را تعریف کند،
۱۵. نمودار نیروهای وارد بر یک جسم را رسم کند،
۱۶. قانونهای نیوتون را در حل مسائل با مهارت به کار برد،
۱۷. نیروی اصطکاک را تعریف کند،
۱۸. ضریبهای اصطکاک ایستایی و جنبشی را تعریف کند،
۱۹. عاملهای مؤثر بر اصطکاک را بیان کند،
۲۰. حدود ضریبهای اصطکاک میان دو سطح از مواد مختلف را بیان کند.

۳ ــ ۱ آشنایی با مکانیک کلاسیک

در فصل پیش حرکت اجسام را با تعریف مکان، جابه‌جایی، سرعت و شتاب، مورد بحث قرار دادیم. اما در آنجا دربارهٔ ایجاد ارتباط میان حرکت یک جسم و نیروهای خارجی وارد بر آن سخنی نگفتیم. در این فصل، برای توصیف تغییر حرکت اجسام از مفاهیم نیرو و جرم استفاده می‌کنیم و خواهیم دید که چگونه می‌توان شتاب یک جسم را برحسب جرم و نیروی برایند وارد بر آن بیان کرد. **جرم** یک جسم معیاری از ***لختی (اینرسی)***، یعنی تمایل جسم به ابراز مقاومت در مقابل تغییر حرکت، به هنگام وارد کردن نیرو به جسم است.

در این فصل، به معرفی بعضی ***قانونهای نیرو*** (که چگونگی محاسبهٔ کمّی و فرمولبندی نیروهای وارد بر یک جسم از طرف محیط را بیان می‌کنند)نیز می‌پردازیم. چنانکه خواهیم دید، این قانونها اگر چه شکل نسبتاً ساده‌ای دارند اما می‌توانند به نحو گسترده‌ای پدیده‌های گوناگون، مشاهدات تجربی و منشأ اثر نیروها را به خوبی توضیح دهند. این قانونهای نیرو همراه با قانونهای حرکت (که شتاب یک جسم تحت اثر نیروهای وارد شده از طرف محیط بر جسم را مشخص می‌کنند) مبانی ***مکانیک کلاسیک*** را تشکیل می‌دهند.

هدف مکانیک کلاسیک ایجاد ارتباط میان حرکت یک جسم و نیروهای خارجی وارد بر آن است. مکانیک کلاسیک دربارهٔ اجسامی به کار می‌رود که (الف) در مقایسه با ابعاد اتمها (حدود 10^{-10} متر) بزرگ باشند، و (ب) با سرعتهایی بسیار کمتر از سرعت نور ($3\times10^{8}\,m/s$) حرکت کنند. هرکدام از این دو شرط فراهم نباشند نمی‌توان معادله‌ها و نتیجه‌های مربوط به این فصل را به کار برد. مطالعهٔ حرکت ذرات در مقیاس اتمی و زیر اتمی به ***مکانیک کوانتومی و*** مطالعهٔ حرکت اجسام با سرعتهای نزدیک به سرعت نور به ***مکانیک نسبیتی*** مربوط می‌شود، که بحث دربارهٔ آنها ازبرنامهٔ این کتاب خارج است.

۳ ــ ۲ مفهوم نیرو

مفهوم نیرو را هر کسی به کمک تجربه‌های روزانهٔ خود درک کرده است. هنگامی که جسمی را می‌کشیم یا هُل می‌دهیم به آن نیرو وارد می‌کنیم. همچنین، وقتی توپی را پرتاب می‌کنیم یا به آن ضربه می‌زنیم به توپ نیرویی وارد می‌شود. در هر کدام از این حالتها نیرو به فعالیت عضلانی و شکلی از حرکت بستگی دارد.

اگرچه نیرو می‌تواند باعث حرکت شود، اما لزومی ندارد که نیروهای وارد شده به یک جسم در همه حال جسم را به حرکت درآورند. به طور مثال، هم اکنون که نشسته‌اید و مشغول خواندن این کتاب هستید نیروی گرانشی زمین به شما وارد می‌شود، اما شما ساکن هستید. به عنوان مثال دیگر، اگر دیوار را هُل بدهید دیوار حرکت نمی‌کند.

چه نیرویی سبب می‌شود تا یک ستارهٔ دور به طور آزاد در فضا حرکت کند؟ نیوتون با بیان این موضوع که شتاب یک جسم از نیرو ناشی می‌شود به این گونه پرسشها پاسخ داده است. اگر جسمی با سرعت ثابت (بدون شتاب) حرکت کند، هیچ نیرویی برای ادامهٔ حرکت آن لازم نیست.

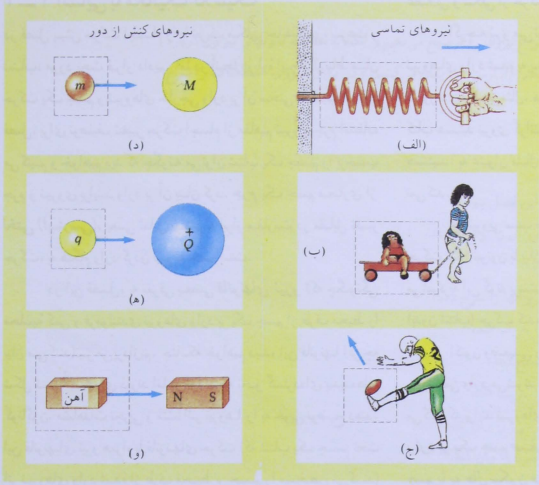
اکنون وضعیتی را در نظر می‌گیریم که چند نیرو به طور همزمان به جسمی وارد می‌شوند. در این وضعیت، جسم به شرطی شتاب پیدا می‌کند که برایند نیروهای وارد بر آن صفر نباشد. ***اگر نیروی برایند وارد بر یک جسم صفر باشد، شتاب جسم صفر است. در نتیجه، جسم یا به حال سکون می‌ماند و یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند.***

انواع نیروها : هرگاه به جسمی نیرویی وارد شود، مکان، سرعت یا شتاب جسم می‌تواند تغییر کند. علاوه بر این، نیرو می‌تواند شکل و اندازهٔ جسم را نیز تغییر دهد. دراین فصل، به بررسی رابطهٔ میان نیرو و تغییر حرکت جسم می‌پردازیم.

هرگاه فنری را، مطابق شکل ۳ ــ ۱ (الف) بکشیم، فنر باز می‌شود. اگر فنر مدرّج باشد با استفاده از مقدار کشیده شدن فنر می‌توان بزرگی نیرو را معین کرد.

اگر ارابه‌ای را، مطابق شکل ۳ ــ ۱ (ب) بکشیم، ارابه حرکت می‌کند. سرانجام، با ضربه زدن به توپ [شکل ۳ ــ ۱ (ج)] ملاحظه می‌کنیم که توپ تغییر شکل می‌دهد و به حرکت درمی‌آید. آنچه بیان کردیم نمونه‌هایی از ***نیروهای تماسی*** بودند که براثر تماس فیزیکی میان دو جسم به وجود می‌آیند.

نیروهایی که یک گاز به دیوارهای ظرف خود وارد می‌کند (نیروهای ناشی از برخورد مولکولهای گاز به دیوار ظرف) و نیرویی که پای ما در موقع راه رفتن به زمین وارد می‌کند، از نمونه‌های دیگر نیروهای تماسی هستند.



شکل ۳ ــ ۱ چند مثال دربارهٔ نیروهای وارد شده به اجسام مختلف. در هر حالت، نیرویی به ذره یا جسم داخل کادر خط چین وارد می‌شود. محیط خارج از کادر این نیرو را به جسم وارد می‌کند.

نوع دیگری از نیروها ***نیروهای کنش از دور*** هستند. این نیروها به تماس فیزیکی میان جسم و محیط اطرافش مربوط نمی‌شوند، بلکه از طریق فضای خالی اثر می‌کنند. نیروی جاذبهٔ گرانشی میان دو جسم از این نوع است. دانشمندان قدیمی، حتی نیوتون، دربارهٔ درک نیروهای کنش از دور مشکل داشتند. برای رفع این مشکل مایکل فارادی[1] (۱۷۹۱ ــ ۱۸۶۷)، شیمیدان و فیزیکدان انگلیسی، مفهوم ***میدان*** را معرفی کرد.

بر پایهٔ این رهیافت، هرگاه جرم m_1 در نقطهٔ P واقع در نزدیکی جرم m_2 قرار گیرد، گفته می‌شود که m_1 از طریق میدان گرانشی موجود در نقطهٔ P، با m_2 برهم‌کنش دارد. مفهوم میدان در توصیف برهم‌کنشهای الکتریکی میان ذره‌های باردار نیز می‌تواند مفید واقع شود.

باید توجه داشت که تشخیص نیروهای تماسی از نیروهای کنش از دور چندان آسان نیست. در مقیاس اتمی، نیروهای تماسی، در واقع، از نیروهای دافعهٔ میان بارهای الکتریکی ناشی می‌شوند که این نیروها نیز به نوبه خود نیروهای کنش از دور هستند.

اکنون نیروی جاذبهٔ گرانشی میان دو جسم را در نظر می‌گیریم [شکل ۳ ــ ۱ (د)]. این نیرو اجسام را در قید زمین نگه می‌دارد و همان چیزی است که ما آن را ***وزن جسم*** می‌نامیم. سیاره‌های منظومهٔ شمسی بر اثر نیروهای گرانشی وارد شده به آنها از طرف خورشید، در روی مدارهای بیضی‌وار حرکت می‌کنند.

نمونهٔ دیگر نیروهای کنش از دور، نیروی الکتریکی است، که دوبار الکتریکی، مطابق شکل ۳ ــ ۱ (ه)، به هم وارد می‌کنند. این بارهای الکتریکی ممکن است یک زوج الکترون ــ پروتون باشند، که اتم هیدروژن را تشکیل می‌دهند. نمونهٔ سوم از نیروهای کنش از دور، نیرویی است که یک آهنربا به یک قطعه آهن وارد می‌کند. شکل ۳ ــ ۱ (و) را ببینید.

---

1 . Micheal Faraday

۳ ــ ۳ قانون اول نیوتون

پیش از پرداختن به قانون اول نیوتون آزمایش سادهٔ زیر را در نظر می‌گیریم. کتابی را روی میزی قرار می‌دهیم. در این حالت کتاب به حال سکون روی میز می‌ماند. اکنون با یک نیروی افقی نسبتاً کافی کتاب را روی میز هُل می‌دهیم. اگر بزرگی نیروی وارد شده با نیروی اصطکاک میان کتاب و میز برابر باشد کتاب با سرعت ثابت بر روی میز حرکت می‌کند. اکنون اگر کتاب را رها کنیم، تا مسافت کوتاهی بر روی میز می‌لغزد و در اثر وجود نیروی اصطکاک متوقف می‌شود.

حال فرض می‌کنیم که سطح میز صیقلی است و کتاب را هُل می‌دهیم. می‌توان نتیجه گرفت که در این حالت باز هم کتاب پس از رها شدن و لغزیدن بر روی میز متوقف می‌شود، اما این بار دیرتر. بالاخره، سطح میزی را در نظر می‌گیریم که کاملاً صیقلی و بدون اصطکاک باشد. در این صورت، اگر کتاب را روی میز بلغزانیم تا رسیدن به یک مانع به حرکت خود ادامه می‌دهد.

تا حدود ۱۶۰۰ سال پیش دانشمندان احساس می‌کردند که حالت طبیعی ماده حالت سکون آن است. گالیله نخستین کسی بود که در مورد حرکت و حالت طبیعی ماده نظر متفاوتی ابراز کرد. او، با طرح یک آزمایش تصوری حرکت جسم بر روی یک سطح بدون اصطکاک را مورد نظر قرار داد ونتیجه گرفت که طبیعت ماده باعث توقف یک جسم در حال حرکت نمی‌شود، بلکه طبیعت ماده با کند شدن یا تند شدن حرکت مقابله می‌کند. این نظر جدید دربارهٔ حرکت اجسام بعداً توسط آیزاک نیوتون[1] (۱۶۴۲ ــ ۱۷۲۷) دانشمند انگلیسی، تحت عنوان ***قانون اول نیوتون دربارهٔ حرکت***، به شرح زیر بیان شد:

هرگاه جسمی تحت اثر هیچ نیروی برایند خارجی قرار نگیرد، اگر ساکن باشد به حال سکون باقی می‌ماند، و اگر در حال حرکت باشد با سرعت ثابت (حرکت راستخط با تندی ثابت) به حرکتش ادامه می‌دهد.

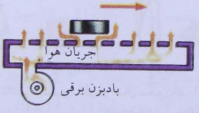
به عبارت ساده‌تر، می‌توان گفت که ***هرگاه برایند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد، شتاب جسم صفر است.*** یعنی، به ازای $\sum \mathbf{F} = 0$، داریم $\mathbf{a} = 0$. از قانون اول نیوتون می‌توان چنین نتیجه گرفت که یک جسم متزوی (جسمی که با محیط اطرافش برهم کنش ندارد) یا ساکن است و یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

نمونه‌ای از حرکت یکنواخت بر روی سطحی تقریباً بدون اصطکاک، حرکت یک قرص سبک روی ستون هوا، مطابق شکل ۳ ــ ۲، است. در این آزمایش اگر به قرص سرعت اولیه‌ای بدهیم قرص تا پیش از توقف مسافت زیادی را می‌پیماید.

سفینه‌ای فضایی را که دور از هر سیاره یا مادهٔ دیگری حرکت می‌کند در نظر بگیرید. برای تغییر سرعت سفینه یک سیستم پیشران لازم است. اما اگر پس از رسیدن سفینه به سرعت $\mathbf{v}$، سیستم پیشران از کار مفید بیفتد، سفینه با همان سرعت $\mathbf{v}$ در فضا آزادانه به حرکت خود ادامه می‌دهد و برای ثابت ماندن سرعت هیچ نیازی به سیستم پیشران ندارد.

چارچوب مرجع لخت: قانون اول نیوتون را گاهی ***قانون لختی (اینرسی)*** نیز می‌نامند، زیرا این قانون در مورد اجسامی به کار می‌رود که در یک چارچوب مرجع لخت قرار دارند. تعریف چارچوب مرجع لخت چنین است:

چارچوب مرجع لخت دستگاه مختصاتی است که در آن هیچ نیروی خالصی به جسم وارد نمی‌شود. در نتیجه، اگر نیروی خالصی به جسم وارد نشود، طبق قانون اول نیوتون جسم نسبت به هر چارچوب مرجع لخت باید دارای سرعت ثابت باشد.



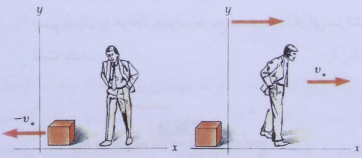
شکل ۳ ــ ۲ حرکت قرص بر روی ستون هوا نمونه‌ای از حرکت یکنواخت (حرکت با شتاب صفر) است.

1 . Isaac Newton

یک چارچوب مرجع ثابت یا چارچوبی که با سرعت ثابت نسبت به ستاره‌های دور حرکت می‌کند، تقریباً بهترین چارچوب مرجع لخت است. زمین یک چارچوب مرجع لخت واقعی نیست زیرا هم به دور خورشید و هم به دور خود می‌چرخد. اما در بیشتر شرایط عملی می‌توان زمین را با خطای اندکی مانند یک چارچوب مرجع لخت در نظر گرفت.

اگر جسمی در روی زمین ساکن باشد، یک ناظر واقع در چارچوب مرجع لخت که نسبت به جسم ساکن است، خواهد گفت که شتاب و نیروی برایند وارد بر جسم، مطابق شکل ۳ ــ ۳ (الف)، صفر است. اکنون شخصی را مطابق شکل ۳ ــ ۳ (ب) در نظر بگیرید که در یک چارچوب مرجع لخت با سرعت ثابت v، نسبت به جسم (یا نسبت به زمین) حرکت می‌کند. شخص از نظر خودش می‌تواند بگوید که جسم با سرعت $-v$، مطابق شکل ۳ ــ ۳ (ج)، از او دور می‌شود. چون سرعت جسم نسبت به شخص ثابت است، نیروی برایند و شتاب وارد بر جسم صفر است. برای هر شخص واقع در چارچوب مرجع لخت دیگر هم، داریم $a = 0$ و $F = 0$. بنابراین، ناظر واقع در چارچوب مرجع لخت درمی‌یابد که قانون اول نیوتون معتبر است.

(الف)



(ج) (ب)

شکل ۳ ــ ۳ (الف) جسم و ناظر در حال سکون‌اند. (ب) ناظر با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کند، اما جسم ساکن است. (ج) وقتی ناظر با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کند، مثل این است که ناظر ساکن است و جسم با سرعت ثابت $-v$ به طرف چپ حرکت می‌کند. بنابراین، ناظر چه ایستاده باشد و چه با سرعت ثابت حرکت کند، درمی‌یابد که شتاب جسم صفر و درنتیجه نیروی وارد بر آن نیز صفر است.

به طور کلی، می‌توان گفت که ***چارچوب مرجع لخت چارچوبی است که در آن قانونهای نیوتون دربارهٔ حرکت معتبرند.*** بجز در مواردی که ذکر می‌شود، ما به طور معمول قانونهای حرکت را نسبت به ناظر واقع در چارچوب مرجع لخت خواهیم نوشت.

جرم: وقتی می‌خواهیم حالت حرکتی جسمی را تغییر دهیم جسم در مقابل این تغییر مقاومت می‌کند. لختی (اینرسی) خاصیتی از ماده است که مرتبط با تمایل جسم برای سکون یا حرکت یکنواخت است. به عبارت دیگر:

مقاومت جسم در مقابل تغییر حرکت لختی نامیده می‌شود.

مثلاً دو استوانهٔ تویر هم حجم را که یکی از چوب و دیگری از فولاد است، در نظر بگیرید. اگر بخواهید این دو استوانه را در روی یک سطح افقی ناصاف به حرکت درآورید، مسلماً استوانهٔ فولادی به تلاش بیشتری نیاز خواهد داشت. همین طور، وقتی که این دو استوانه به حرکت درآمدند برای ساکن کردن استوانهٔ فولادی به تلاش بیشتری نیاز است. بنابراین، می‌توان گفت که لختی استوانهٔ فولادی از لختی استوانهٔ چوبی بیشتر است.

در حرکت انتقالی جسم، جرم معیاری از لختی است و یکای آن در دستگاه یکاهای SI کیلوگرم است. هرچه جرم جسمی زیادتر باشد شتاب آن بر اثر نیروی وارد شده کمتر است. مثلاً اگر نیروی معینی به یک جرم ۳ کیلوگرمی شتابی برابر با $4\,m/s^2$ بدهد، همان نیرو به یک جرم ۶ کیلوگرمی شتاب $2\,m/s^2$ می‌دهد. با این نظر می‌توان یک توصیف کمی از جرم ارائه داد.

موضوع بسیار مهم این است که هیچگاه نباید جرم و وزن را با هم اشتباه کرد. جرم و وزن دو کمیت متفاوت‌اند.

وزن یک جسم برابر با نیروی گرانشی وارد بر جسم است و در نقاط مختلف تغییر می‌کند.

مثلاً، شخصی که در روی زمین ۹۰۰ نیوتون وزن دارد وزنش

در روی ماه تقریباً ۱۵۰ نیوتون است، در حالی که جرم این شخص در همه جا یکسان است (شکل ۳ ــ ۴ را ببینید).

اندازه‌گیری کمّی جرم را می‌توان با مقایسهٔ شتابهای حاصل از یک نیروی معین که به اجسام مختلف وارد می‌شود، انجام داد. فرض کنید با وارد کردن یک نیرو به جرم m_1 شتاب a_1 و با وارد کردن همان نیرو به جرم m_2 شتاب a_2 به دست می‌آید. نسبت این دو جرم با عکس نسبت شتابها متناسب است، یعنی

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} \qquad (۳ ــ ۱)$$

اگر یکی از این جرمها، مثلاً، یک کیلوگرم باشد جرم نامعلوم را می‌توان با اندازه‌گیری شتابها به دست آورد.

جرم خاصیت ذاتی یک جسم است و به محیط اطراف و روش اندازه‌گیری جرم بستگی ندارد. جرم کمیتی نرده‌ای است، زیرا مقدار آن از جهت حرکت و دستگاه مختصات به کار رفته در مطالعهٔ حرکت مستقل است. همچنین، جرم از قاعده‌های حساب معمولی پیروی می‌کند و چند جرم را می‌توان مانند چند عدد با هم جمع کرد.

۳ ــ ۴ قانون دوم نیوتون

بنابه قانون اول نیوتون هرگاه برایند نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد جسم ساکن است، یا با سرعت ثابت به خط راست حرکت می‌کند. حال

شکل ۳ ــ ۴ عکسی از قدم زدن ادگار میچل در روی ماه پس از فرود آمدن آپولو ۱۴. وزن این فضانورد در روی ماه کمتر از وزنش در روی زمین است، اما جرم او در روی هر دو کره یکسان است.

اگر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد چه اتفاقی می‌افتد؟ قانون دوم نیوتون به این پرسش پاسخ می‌دهد.

برای آنکه بدانیم وارد کردن نیرو به یک جسم چه اثری دارد قطعه یخی را بر روی یک سطح افقی صیقلی و یا اصطکاک ناچیز هُل می‌دهیم. فرض کنیم با وارد کردن یک نیروی معین قطعه یخ با شتاب $2\,\mathrm{m/s^2}$ حرکت کند. اگر نیرو را دو یا سه برابر کنیم شتاب دو یا سه برابر می‌شود. از این مشاهدات می‌توان نتیجه گرفت که:

شتاب یک جسم با نیروی برایند وارد بر آن جسم نسبت مستقیم دارد.

تجربه‌های روزانه نشان می‌دهد که جرم جسم نیز بر روی شتاب مؤثر است. این موضوع را می‌توان با تغییر جرم قطعه یخ و وارد کردن نیروهای یکسان به آن تحقیق کرد و نتیجه گرفت که:

شتاب یک جسم با جرم آن نسبت معکوس دارد.

بنابراین، ***قانون دوم نیوتون*** را می‌توان به شرح زیر بیان کرد:

شتاب یک جسم با نیروی برایند وارد بر آن نسبت مستقیم و با جرم آن نسبت معکوس دارد. جهت شتاب با جهت نیروی برایند یکی است.

این گزاره از نظر فرمولی می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\boxed{\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}} \qquad (۳ ــ ۲)$$

که در آن $\mathbf{a}$ شتاب جسم، m جرم جسم و $\sum \mathbf{F}$ برایند تمام نیروهای خارجی وارد بر جسم است. معادلهٔ (۳ ــ ۲) چون یک معادلهٔ برداری است، می‌توان آن را برحسب مؤلفه‌ها به صورت سه معادلهٔ زیر نوشت:

$$\sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y, \quad \sum F_z = ma_z \qquad (۳ ــ ۳)$$

توجه کنید که در معادلهٔ (۳ ــ ۲) به ازای $\sum \mathbf{F} = 0$، داریم $\mathbf{a} = 0$. این نتیجه متناظر با حالت تعادل جسم است که در آن سرعت صفر یا مقداری ثابت است. از این رو، ***قانون اول نیوتون حالت خاصی از قانون دوم است.***

یکاهای نیرو و جرم : یکای نیرو در دستگاه یکاهای SI نیوتون (با نماد N) است.

یک نیوتون نیرویی است که هرگاه به جسمی به جرم یک کیلوگرم وارد شود به آن شتاب $1\,m/s^2$ می‌دهد.

با توجه به این تعریف و با توجه به قانون دوم نیوتون، داریم

$$1N = 1kg.m/s^2 \qquad (۳ - ۴)$$

در جدول ۳ ــ ۱ یکاهای جرم، شتاب و نیرو در سه دستگاه متداول SI ، cgs و مهندسی بریتانیایی درج شده است. با توجه به این جدول می‌توانید نشان دهید که

$$1kg = 10^{-3}g = 6/85\times10^{-2}slug$$
$$1m/s^2 = 10^2\,cm/s^2 = 3/28\,ft/s^2$$
$$1N = 10^5\,dyne = 0/225lb$$

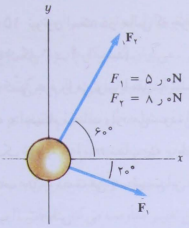
مثال ۱

یک قرص هاکی به جرم ۰٫۳۰ کیلوگرم بر روی یک سطح افقی یخزده و بدون اصطکاک می‌لغزد. به این قرص دو نیرو، مطابق شکل ۳ ــ۵، وارد می‌شود. بزرگی نیروی F_1 برابر با ۵٫۰ نیوتون و بزرگی نیروی F_2 برابر با ۸٫۰ نیوتون است. شتاب قرص را پیدا کنید.

حل

مؤلفهٔ نیروی برایند در راستای محور x برابر است با

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1\cos 20^\circ + F_2\cos 60^\circ$$
$$= (5/0\,N)(0/94) + (8/0\,N)(0/50) = 8/7N$$



شکل ۳ ــ ۵ مربوط به مثال ۱. قرص هاکی که در روی یک سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند، در جهت نیروی برایند $F_1 + F_2$ شتاب پیدا می‌کند.

مؤلفه نیروی برایند در راستای محور y برابر است با

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1\sin 20^\circ + F_2\sin 60^\circ$$
$$= (5/0\,N)(0/342) + (8/0\,N)(0/866) = 5/2N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{8/7N}{0/30\,kg} = 29\,m/s^2$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{5/2N}{0/30\,kg} = 17\,m/s^2$$

بزرگی شتاب برابر است با

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(29)^2 + (17)^2}\ m/s^2 = 34\,m/s^2$$

زاویهٔ بردار شتاب نسبت به محور x چنین به دست می‌آید:

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{17}{29} \Rightarrow \theta = 31^\circ$$

وزن: این واقعیت را به خوبی می‌دانیم که اجسام توسط زمین جذب می‌شوند. نیرویی را که زمین به یک جسم وارد می‌کند، **وزن**

جدول ۳ ــ ۱ یکاهای جرم، شتاب و نیرو

دستگاه	جرم	شتاب	نیرو
SI	kg (کیلوگرم)	m/s^2 (متر بر مجذور ثانیه)	$N = kgm/s^2$ (نیوتون)
cgs	g (گرم)	cm/s^2 (سانتی متر بر مجذور ثانیه)	$dyne = g.cm/s^2$ (دین)
مهندسی بریتانیایی	slug (اسلاگ)	ft/s^2 (فوت بر مجذور ثانیه)	$lb = slug.ft/s^2$ (پوند)

جسم (با نماد $\mathbf{W}$) می‌نامند. جهت این نیرو به طرف مرکز زمین است. چنانکه دیده‌ایم، به هر جسم در حال سقوط آزاد شتاب $\mathbf{g}$ به طرف مرکز زمین وارد می‌شود. بنابراین، به ازای $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ و $\mathbf{F} = \mathbf{W}$ و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم

$$\mathbf{W} = m\mathbf{g} \qquad (۳ - ۵)$$

چون وزن به بزرگی شتاب گرانشی، g، بستگی دارد، پس وزن یک جسم در عرضهای جغرافیایی مختلف، به خاطر چرخش زمین به دور خود، و در ارتفاعهای مختلف از سطح زمین، به خاطر تغییر فاصله از مرکز زمین، متفاوت است. در روی سطح زمین g در ***استوا کمترین*** و در ***قطب بیشترین*** مقدار را دارد. همچنین، هر چه از سطح زمین ***بالاتر*** می‌رویم مقدار g ***کمتر*** می‌شود و هرچه به عمق زمین ***بیشتر*** می‌رویم نیز مقدار g ***کمتر*** می‌شود، به طوری که در ***فاصله‌های بسیار دور*** از زمین g به سمت ***صفر*** میل می کند و در ***مرکز زمین*** نیز g، به خاطر اثر گرانشی متقارن جرم زمین، ***به صفر*** می‌رسد. بنابر آنچه گفته شد، وزن، برخلاف جرم، یک خاصیت ذاتی جسم نیست.

شکل ۳ ــ ۶ نمودار قانون سوم نیوتون. (الف) نیروی وارد شده از طرف جسم ۱ به جسم ۲ مساوی و مخالف با نیروی وارد شده از طرف جسم ۲ به جسم ۱ است. (ب) نیروی وارد شده از طرف چکش به میخ مساوی و مخالف با نیروی وارد شده از طرف میخ به چکش است.

۳ ــ ۵ قانون سوم نیوتون

بیان قانون سوم نیوتون چنین است:

هرگاه دو جسم برهم‌کنش داشته باشند نیروهایی به هم وارد می‌کنند که این نیروها مساوی و در خلاف جهت یکدیگرند.

بنابراین، اگر نیروی وارد شده از طرف جسم اول روی جسم دوم را $\mathbf{F}_{۱۲}$ و نیروی وارد شده از طرف جسم دوم روی جسم اول را $\mathbf{F}_{۲۱}$ فرض کنیم، داریم

$$\mathbf{F}_{۱۲} = -\mathbf{F}_{۲۱} \qquad (۳ - ۶)$$

بنابه این قانون، همان طور که در شکل ۳ ــ ۶ (الف) نمایش داده شده است، نیروهای وارد شده از طرف دو جسم همیشه به صورت زوج وجود دارند. هرگاه یکی از دو نیرو حذف شود طبق معادلهٔ (۳ ــ ۶) نیروی دیگر نیز حذف خواهد شد. اگر $\mathbf{F}_{۱۲}$ را نیروی ***کنش*** بنامیم، $\mathbf{F}_{۲۱}$ نیروی ***واکنش*** نامیده می‌شود، یا برعکس. نیروهای کنش ــ واکنش از نظر بزرگی یکسان و از نظر جهت مخالف‌اند و ***همیشه به دو جسم وارد می‌شوند.***

به عنوان مثال، نیروی وارد شده از طرف زمین به یک جسم در حال سقوط آزاد همان وزن جسم، $\mathbf{W} = m\mathbf{g}$، است. واکنش این نیرو، نیروی وارد شده از طرف جسم در حال سقوط آزاد به زمین، $\mathbf{W}'$، است، که $\mathbf{W}' = -\mathbf{W}$. نیروی کنش $\mathbf{W}$ جسم را به طرف زمین می‌کشد و نیروی واکنش $\mathbf{W}'$ زمین را به طرف جسم می‌کشد. اما چون جرم زمین خیلی زیاد است، شتاب زمین که از نیروی $\mathbf{W}'$ ناشی می‌شود، بسیار ناچیز و قابل چشمپوشی است.

در شکل ۳ ــ ۶ (ب) نمونهٔ دیگری از نیروهای کنش ــ واکنش نشان داده شده است. نیرویی که چکش به میخ وارد می‌کند (کنش) مساوی و مخالف با نیرویی است که میخ به چکش وارد می‌کند (واکنش). اگر بخواهید می‌توانید خودتان قانون سوم نیوتون را تجربه کنید. به دیواری مشت بزنید، یا به توپ فوتبال ضربه‌ای بزنید و آنگاه نیروهای کنش و واکنش را شناسایی کنید.

مثالی از زوج نیروهای کنش ــ واکنش: جسمی را، که مطابق شکل ۳ ــ ۷ (الف) در روی میزی به حال سکون قرار دارد، در

نظر می‌گیریم. در این شکل، $\mathbf{W}$ نیروی کنش وارد شده از طرف زمین به جسم (وزن جسم) و $\mathbf{W}'$ نیروی واکنش وارد شده از طرف جسم به زمین است. چون جسم روی میز به حال تعادل است، پس میز نیروی کنش رو به بالای $\mathbf{N}$ ، به نام ***نیروی عمودی*** را به جسم وارد می‌کند. ***نیروی $\mathbf{N}$ همیشه عمود بر سطح اتکای جسم و جهتش به طرف بالا است.*** اگر جسم در سطح افقی قرار داشته باشد، این نیرو از نظر بزرگی برابر با وزن جسم است. واکنش نیروی $\mathbf{N}$ نیروی $\mathbf{N}'$ است که جسم به سطح اتکای خود (سطح میز) وارد می‌کند. بنابراین، داریم

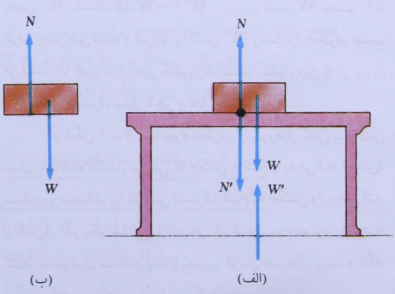
$$\mathbf{W} = -\mathbf{W}' \qquad \text{و} \qquad \mathbf{N} = -\mathbf{N}'$$

توجه کنید که $\mathbf{W}$ و $\mathbf{N}$، مطابق شکل ۳ ــ ۷ (ب) نیروهای خارجی وارد بر جسم هستند. هنگام مطالعهٔ حرکت جسم فقط این دو نیروی خارجی را باید در نظر گرفت. بنا به قانون اول نیوتون، چون جسم به حال تعادل است ($\mathbf{a} = 0$)، پس نتیجه می‌گیریم که:

$$W = N = mg$$

۳ ــ ۶ کاربرد قانونهای نیوتون

در این بخش بعضی کاربردهای سادهٔ قانونهای نیوتون را در مورد اجسامی که تحت اثر نیروهای خارجی ثابت حرکت می‌کنند، شرح می‌دهیم. برای آنکه موضوع حرکت دورانی را در نظر نگیریم، اجسام را به صورت ذره فرض می‌کنیم. همچنین، در حل مسائل فعلاً از نیروی اصطکاک چشمپوشی می‌کنیم و جرم نخها را ناچیز می‌گیریم. با این فرض، نیروی کشش نخ در سرتاسر طول نخ ثابت است.



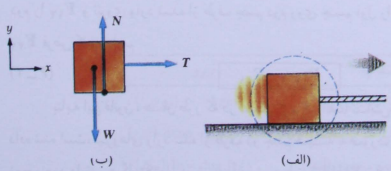
شکل ۳ ــ ۷ (الف) وقتی جسمی بر روی میزی قرار می‌گیرد نیروهای عمودی $\mathbf{N}$ و وزن $\mathbf{W}$ ، مطابق شکل (ب)، به جسم وارد می‌شوند. واکنش $\mathbf{N}$ نیروی $\mathbf{N}'$ ، واکنش $\mathbf{W}$ نیروی $\mathbf{W}'$ است.

در موقع کاربرد قانونهای نیوتون در مورد یک جسم فقط نیروهای خارجی وارد بر جسم را در نظر می‌گیریم. مثلاً، در شکل ۳ ــ ۷ نیروهای خارجی وارد بر جسم $\mathbf{N}$ و $\mathbf{W}$ هستند. نیروهای واکنش این دو نیرو، $\mathbf{N}'$ و $\mathbf{W}'$ ، به میز و به زمین وارد می‌شوند و در تعادل جسم دخالتی ندارند.

جسمی را، مطابق شکل ۳ ــ ۸ (الف)، در نظر می‌گیریم، که بر روی سطح افقی و بدون اصطکاک میزی کشیده می‌شود. می‌خواهیم شتاب این جسم و نیروی عمودی وارد بر جسم از طرف میز را به دست آوریم. ابتدا، توجه کنید که نیروی افقی وارد بر جسم از طریق نخ اثر می‌کند. نیروی وارد شده از طرف نخ به جسم را با $\mathbf{T}$ نمایش می‌دهیم. این نیرو را نیروی ***کشش*** نخ می‌نامند.

دایرهٔ خط چین در شکل ۳ ــ ۸ (الف) جسم را از محیط اطرافش جدا می‌کند. چون فقط حرکت جسم مورد نظر است، پس باید تمام نیروهای خارجی وارد بر جسم را بشناسیم. این نیروها در شکل ۳ ــ ۸ (ب) نشان داده شده‌اند. در این نمودار، علاوه بر نیروی $\mathbf{T}$ ، نیروهای $\mathbf{W}$ و $\mathbf{N}$ نیز وجود دارند. این نمودار نیروها را ***نمودار جسم ــ آزاد*** می‌نامند.

شناختن نیروهای خارجی وارد بر جسم و ترسیم نمودار جسم ــ آزاد از مهمترین مراحل در حل مسائل مربوط به دینامیک و کاربرد قانونهای نیوتون است.



شکل ۳ ــ ۸ (الف) جسمی در روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به سمت راست کشیده می‌شود. (ب) نمودار جسم ــ آزاد نمایشگر نیروهای خارجی وارد بر جسم.

البته، در موقع کشیدن یک جسم بر روی میز توسط نخ نیروهای دیگری نیز، مانند نیروی وارد شده از طرف نخ بر دست کشندهٔ نخ، نیروی وارد شده از طرف جسم به زمین و نیروی وارد شده از طرف جسم به میز، وجود دارند. اما چون این نیروها به جسم وارد نمی‌شوند در ترسیم نمودار جسم ـ آزاد ظاهر نمی‌شوند.

در نظر گرفتن یک دستگاه مختصات مناسب از مراحل دیگر حل مسائل مربوط به قانونهای نیوتون است. با این عمل، به راحتی می‌توان مؤلفه‌های شتاب جسم را با استفاده از مؤلفه‌های نیروهای خارجی وارد بر جسم به دست آورد.

اکنون قانون دوم نیوتون را در مورد جسم مربوط به شکل ۳ ـ ۸ به کار می‌بریم. در راستای محور x، داریم

$$\sum F_x = T = ma_x \Rightarrow a_x = T/m$$

چون جسم در راستای محور y حرکت نمی‌کند، داریم $a_y = 0$، و از آنجا

$$\sum ma_y = 0 \Rightarrow N - W = 0 \Rightarrow N = W$$

بنابراین، اگر T ثابت و معلوم باشد، شتاب جسم از رابطهٔ $a_x = T/m$ به دست می‌آید.

مطالب گفته شده دربارهٔ حل مسائل مربوط به قانونهای نیوتون را با ذکر مراحل زیر خلاصه می‌کنیم:

۱. ترسیم شکل فیزیکی سادهٔ مسأله

۲. مشخص کردن جسم مورد نظر و جدا کردن آن از قسمتهای دیگر سیستم برای مطالعهٔ حرکت.

۳. شناسایی اجسامی که در محیط اطراف جسم وجود دارند و به جسم نیرو وارد می‌کنند.

۴. ترسیم نمودار جسم ـ آزاد، شامل تمام نیروهای خارجی وارد بر جسم. اگر سیستم شامل چند جسم باشد باید برای هر جسم نمودار جداگانه‌ای رسم شود.

۵. انتخاب دستگاه مختصات مناسب و تعیین مؤلفه‌های نیروهای مربوط به هر محور.

۶. کاربرد قانون دوم نیوتون، $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$، ضمن استفادهٔ مقتضی از قانون نیرو (یا نیروها)یی که $\sum \mathbf{F}$ را به وجود می‌آورد. از جملهٔ نیروهای فرمول بندی شده در قانونهای نیرو می‌توان نیروی جاذبهٔ گرانشی، نیروی الکتروستاتیکی، نیروی کشش فنر، نیروی اصطکاک و نیروی مرکزگرا (جانب مرکز) را نام برد، که هر کدام تابع کمیتهای خاصی هستند.

۷. تشکیل معادله‌های مستقل و حل معادله‌هایی که شامل کمیتهای مجهول‌اند.

مثال ۲

شخصی با یک نیروی ۲۰ نیوتونی ارابه‌ای به وزن ۳۰۰ نیوتون را روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، مطابق شکل ۳ ـ ۹، می‌کشد. اگر ارابه از حال سکون به راه بیفتد، در مدت ۲/۰ ثانیه چه مسافتی را طی می‌کند؟

حل

$$W = mg \Rightarrow m = W/g$$

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{F_x g}{W} = \frac{(20\,\mathrm{N})(9/8\,\mathrm{m/s^2})}{300\,\mathrm{N}} \Rightarrow$$

$$a_x = 0/65\,\mathrm{m/s^2}$$

چون شتاب ثابت و سرعت اولیه صفر است ($v_0 = 0$) مسافت پیموده شده در مدت ۲/۰ ثانیه چنین به دست می‌آید:

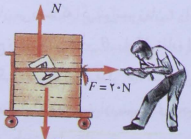
$$x = \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{2}(0/65\,\mathrm{m/s^2})(2/0)^2 \Rightarrow x = 1/3\,\mathrm{m}$$

مثال ۳

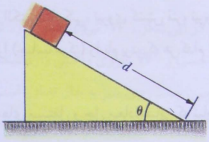
جسمی به جرم m، مطابق شکل ۳ ـ ۱۰ (الف)، بر روی یک سطح شیبدار بدون اصطکاک از حال سکون رها می‌شود. (الف) شتاب جسم چیست؟ (ب) چه مدت طول می‌کشد تا جسم به پایین سطح برسد؟ در این لحظه سرعت جسم چیست؟

حل

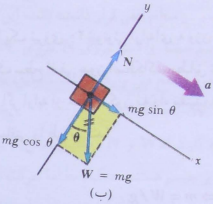
(الف) نمودار جسم ـ آزاد نیروهای وارد بر جسم در شکل ۳ ـ ۱۰ (ب) رسم شده است. نیروهای خارجی وارد بر جسم



شکل ۳ ـ ۹ مربوط به مثال ۲.



(الف)



(ب)

شکل ۳ ــ ۱۰ مربوط به مثال ۳. (الف) جسمی بر روی یک سطح شیبدار بدون اصطکاک از حال سکون رها می‌شود. (ب) نمودار جسم ــ آزاد نیروهای وارد بر جسم. شتاب جسم بر روی سطح شیبدار $g\sin\theta$ است. در سطح شیبدار نیروی عمودی N از وزن جسم کمتر است.

N و W هستند. دستگاه مختصات طوری انتخاب شده است که x در راستای سطح شیبدار و y در راستای عمود بر سطح باشد. با توجه به شکل ۳ ــ ۱۰(ب)، داریم

$$\sum F_x = ma_x = mg\sin\theta \Rightarrow a_x = a = g\sin\theta$$

$$\sum F_y = ma_y = N - mg\cos\theta = 0 \Rightarrow N = mg\cos\theta$$

به ازای $\theta = 0$، داریم $a = 0$. در نتیجه، جسم حرکت نمی‌کند و $N = mg$. به ازای $\theta = 90^\circ$، داریم $a = g$. در نتیجه، جسم به صورت آزاد سقوط می‌کند و $N = 0$.

(ب) چون a_x ثابت و سرعت اولیه صفر است، داریم

$$d = \frac{1}{2}a_x t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g\sin\theta}}$$

این نتیجه نشان می‌دهد که اگر بتوانیم زمان t را با استفاده از یک زمان‌سنج و همچنین d و θ را با استفاده از خط‌کش و نقاله اندازه بگیریم می‌توانیم مقدار g، شتاب گرانشی، را با استفاده از معادلهٔ بالا به دست آوریم. برای محاسبهٔ سرعت جسم در پایین سطح شیبدار، داریم

$$v_x^2 = 2a_x d = 2gd\sin\theta \Rightarrow v_x = \sqrt{2gd\sin\theta}$$

مثال ۴

دو جسم ۱۰ و ۵ کیلوگرمی، مطابق شکل ۳ ــ ۱۱ (الف) به وسیلهٔ نخ سبکی که از روی یک قرقرهٔ بدون اصطکاک گذشته است، به هم وصل شده‌اند. جسم ۵ کیلوگرمی در روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی با زاویهٔ شیب $\theta = 45^\circ$ قرار دارد. شتاب دستگاه را پس از رها شدن از حال سکون و همچنین کشش نخ را پیدا کنید.

حل

چون نخ افزایش طول پیدا نمی‌کند، شتاب هر دو جسم یکسان است. نمودارهای جسم ــ آزاد برای دو جسم در شکلهای ۳ ــ ۱۱ (ب) و (ج) رسم شده‌اند. با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم

جسم ۱۰ کیلوگرمی:

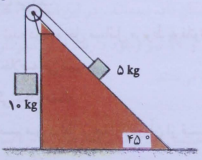
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = T - 10g = 10a \qquad (1)$$

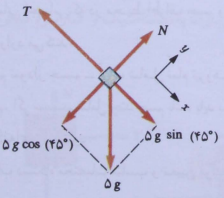
جسم ۵ کیلوگرمی:

$$\sum F_x = 5g\sin 45^\circ - T = 5a \qquad (2)$$

$$\sum F_y = N - 5g\cos 45^\circ = 0$$



(الف)



(ج)

(ب)

شکل ۳ ــ ۱۱ مربوط به مثال ۴. (الف) دو جسم به وسیلهٔ نخ سبکی که از روی قرقرهٔ بدون اصطکاکی گذشته است، به هم وصل شده‌اند. (ب) نمودار جسم ــ آزاد برای جسم ۱۰ کیلوگرمی. (ج) نمودار جسم ــ آزاد برای جسم ۵ کیلوگرمی.

با حل معادله‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت

$$a = \frac{۵g\sin ۴۵^\circ - ۱\circ g}{۱۵}$$

$$= \frac{(۵\text{kg})(۹/۸\circ \text{m/s}^۲)(\circ/۷\circ ۷) - ۱\circ(۹/۸\circ \text{m/s}^۲)}{۱۵\text{kg}} \Rightarrow$$

$$a = -۴/۲۲\,\text{m/s}^۲$$

معنای منفی این است که جسم ۱۰ کیلوگرمی به طرف پایین و جسم ۵ کیلوگرمی به طرف بالای سطح شیبدار حرکت می‌کند. از طرفی، برای تعیین کشش نخ، T، با استفاده از معادلهٔ (۱)، داریم

$$T = ۱\circ(g + a) = (۱\circ\text{kg})(۹/۸\circ - ۴/۲۲)\,\text{m/s}^۲ \Rightarrow$$

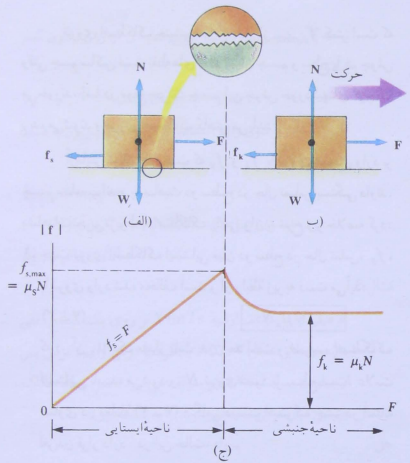
$$T = ۵۵/۸\text{N}$$

۳ ــ ۷ نیروی اصطکاک

هرگاه جسمی بر روی یک سطح ناصاف یا در درون یک محیط چسبنده، مانند هوا یا آب، حرکت کند به خاطر برهم‌کنش میان جسم و محیط آن در مقابل حرکت مقاومتی ابراز می‌شود. این مقاومت **نیروی اصطکاک** نام دارد. نیروی اصطکاک در زندگی ما اهمیت بسیار دارد. مثلاً، این نیرو به ما کمک می‌کند تا راه برویم، بدویم، یا وسایل جرخدار را حرکت دهیم.

جسمی را که مطابق شکل ۳ ــ ۱۲ (الف)، بر روی میزی قرار دارد، در نظر می‌گیریم. نیروی خارجی و افقی $\mathbf{F}$ به طرف راست به جسم وارد می‌شود. اگر $\mathbf{F}$ زیاد نباشد جسم به حال سکون باقی می‌ماند، زیرا نیروی اصطکاک $\mathbf{f}$، که به طرف چپ وارد می‌شود، مانع حرکت جسم می‌شود. مادام که جسم حرکت نمی‌کند، داریم $f = F$. چون جسم ساکن است، این نیرو در این حالت **نیروی اصطکاک ایستایی** نام دارد و با $\mathbf{f}_s$ نمایش داده می‌شود.

آزمایش نشان می‌دهد که نیروی اصطکاک به ماهیت دو سطح در حال تماس بستگی دارد. اگر سطحها ناصاف باشند نقطه‌های تماس آنها کم خواهد بود. قسمت بزرگ شدهٔ درون دایره در شکل ۳ ــ ۱۲ (الف) این موضوع را نشان می‌دهد. موضوع نیروی اصطکاک پیچیده‌تر از آن است که در اینجا بیان شده است، زیرا نیروی اصطکاک در نهایت به نیروهای میان اتمها و مولکولهای دو سطحی که با هم تماس دارند، بستگی دارد.



شکل ۳ ــ ۱۲ نیروی اصطکاک $\mathbf{f}$ میان جسم و سطح ناصاف با نیروی وارد شدهٔ $\mathbf{F}$، مخالف است. (الف) نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی وارد شده برابر است. (ب) هنگامی که بزرگی نیروی وارد شده از $f_{s,max}$ بیشتر می‌شود، جسم به طرف راست حرکت می‌کند. (ج) نمودار نیروی وارد شده برحسب بزرگی نیروی اصطکاک. توجه کنید که $f_{s,max} > f_k$.

اگر بزرگی $\mathbf{F}$ را به تدریج افزایش دهیم جسم، مطابق شکل ۳ ــ ۱۲ (ب)، شروع به لغزیدن می‌کند. در لحظهٔ شروع حرکت جسم $\mathbf{f}_s$ ماکزیمم است. اگر F از $f_{s,max}$ بیشتر شود، جسم به طرف راست حرکت می‌کند و شتابدار می‌شود. پس از آنکه جسم به حرکت درآمد نیروی اصطکاک، مطابق شکل ۳ ــ ۱۲ (ج)، از $f_{s,max}$ کمتر می‌شود. نیروی اصطکاک در این حالت **نیروی اصطکاک جنبشی** نام دارد و با $\mathbf{f}_k$ نمایش داده می‌شود. بزرگی برایند دو نیروی $\mathbf{F}$ و $\mathbf{f}_k$، یعنی $F - f_k$، به طرف راست به جسم شتاب می‌دهد.

به ازای $F = f_k$، جسم با سرعت ثابت به طرف راست حرکت می‌کند. اگر نیروی $\mathbf{F}$ حذف شود نیروی اصطکاک باقی می‌ماند که به طرف چپ وارد می‌شود. در این حال جسم دارای شتاب منفی و حرکت کند شونده می‌شود و سرانجام، جسم می‌ایستد.

نیروی اصطکاک جنبشی به این دلیل از $f_{s,max}$ کمتر است که وقتی جسم ساکن است نقطه‌های تماس میان جسم و سطح با هم جوش می‌خورند، اما در موقع حرکت جسم این جوش خوردگیهای کوچک بریده می‌شوند و نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد.

آزمایش نشان داده است که f_s و f_k با نیروی عمودی وارد بر جسم متناسب‌اند و به ماهیت دو سطح در حال تماس بستگی دارند. مشاهدات تجربی مربوط به اصطکاک را می‌توان به شرح زیر خلاصه کرد:

۱. جهت نیروی اصطکاک ایستایی میان دو سطح در حال تماس، f_s، با نیروی وارد شده مخالف است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f_s \leqslant \mu_s N \qquad (۳ _ ۷)$$

که در آن μ_s یک مقدار ثابت بدون بعد است و **ضریب اصطکاک ایستایی** نامیده می‌شود و N نیروی عمود بر سطح است. علامت تساوی در معادلهٔ (۳ ــ ۷) هنگامی درست است که جسم در آستانهٔ لغزیدن قرار دارد. در این حالت، داریم

$$f_s = f_{s,max} = \mu_s N \qquad (۳ _ ۸)$$

علامت نامساوی مربوط به حالتی است که جسم هنوز حرکت نکرده است.

۲. جهت نیروی اصطکاک جنبشی میان دو سطح در حال تماس، f_k، با جهت حرکت مخالف است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

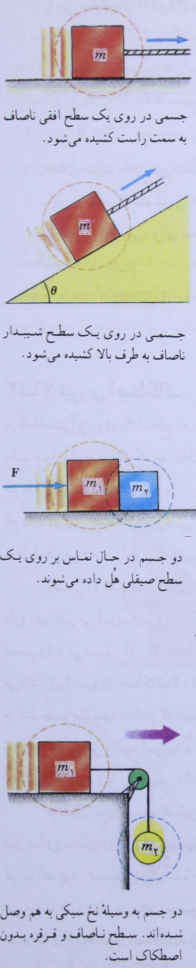
$$F_k = \mu_k N \qquad (۳ _ ۹)$$

که در آن μ_k **ضریب اصطکاک جنبشی** نام دارد.

۳. مقادیر μ_s و μ_k به ماهیت سطحهای در حال تماس بستگی دارند و معمولاً μ_k کوچکتر از μ_s است. مقادیر نوعی ضریبهای اصطکاک از ۰٫۱ برای سطحهای صیقلی تا ۱٫۰ برای سطحهای ناصاف متغیرند. در جدول ۳ ــ ۲ مقادیر ضریبهای اصطکاک مربوط به بعضی سطحها درج شده‌اند.

۴. ضریب اصطکاک تقریباً از مساحت سطح مستقل است. اگرچه ضریب اصطکاک جنبشی برحسب سرعت جسم تغییر می‌کند، اما این تغییر را می‌توان نادیده گرفت.

در شکل ۳ ــ ۱۳ آرایشهای مختلف مکانیکی (درسمت چپ) و نمودارهای جسم ــ آزاد متناظر با آنها (در سمت راست) نشان داده شده‌اند.



شکل ۳ ــ ۱۳ آرایشهای مختلف مکانیکی (سمت چپ) و نمودارهای جسم ــ آزاد متناظر با آنها (سمت راست).

جدول ۳ ــ ۲ مقادیر ضریبهای اصطکاک (تقریبی) بعضی سطحها

جنس سطحها	μ_s	μ_k
فولاد روی فولاد	۰/۷۴	۰/۵۷
آلومینیوم روی فولاد	۰/۶۱	۰/۴۷
مس روی فولاد	۰/۵۳	۰/۳۶
لاستیک روی بتون	۱/۰	۰/۸
چوب روی چوب	۰/۲۵	۰/۲
شیشه روی شیشه	۰/۹۴	۰/۴
چوب صاف روی برف نمدار	۰/۱۴	۰/۱
چوب صاف روی برف خشک	ــ	۰/۰۴
فلز روی فلز (روغنکاری شده)	۰/۱۵	۰/۰۶
یخ روی یخ	۰/۱	۰/۰۳
تفلون روی تفلون	۰/۰۴	۰/۰۴
مفصلهای سینوویال در انسان	۰/۰۱	۰/۰۰۳

مثال ۵

یک نیروی ۱۰۰ نیوتونی تحت زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به افق، مطابق شکل ۳ ــ ۱۴، به واگونی وارد می‌شود. چرخهای واگون کاملاً نرمز شده‌اند و به جای غلتیدن سُر می‌خورند. جرم واگون ۲۰ کیلوگرم و ضریب اصطکاک میان چرخها و زمین ۰/۵۰ است. شتاب واگون چقدر است؟

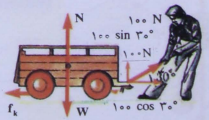
حل

چون واگون در راستای قایم به حال تعادل است، داریم

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow$$

$$N + (100\,N)(\sin 30^\circ) - (20\,kg)(9/80\,m/s^2) = 0 \Rightarrow$$

$$N = 146\,N$$



شکل ۳ ــ ۱۴ مربوط به مثال ۵. واگونی تحت زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به افق به سمت راست کشیده می‌شود. توجه کنید که در این حالت نیروی عمودی کمتر از وزن واگون است.

توجه کنید که در این حالت نیروی عمودی از وزن واگون کمتر است.

$$f_k = \mu_k N = 0/50(146\,N) = 73\,N$$

اکنون شتاب واگون را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم.

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow$$

$$(100\,N)(\cos 30^\circ) - (73\,N) = (20\,kg)a_x \Rightarrow$$

$$a_x = 0/68\,m/s^2$$

مثال ۶

قرصی را با سرعت اولیهٔ $20\,m/s$ بر روی یک سطح افقی یخزده، مطابق شکل ۳ ــ ۱۵، به حرکت درمی‌آوریم. قرص پس از پیمودن مسافت ۱۲۰ متر متوقف می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی میان قرص و سطح یخزده را به دست آورید.

حل

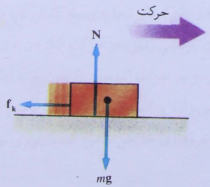
نیروهای مؤثر بر قرص پس از به حرکت درآمدن، در شکل ۳ ــ ۱۵ نشان داده شده‌اند. با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم

$$\sum F_x = -f_k = ma \Rightarrow a = -f_k/m$$

$$\sum F_y = N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg \Rightarrow a = -\mu_k g$$

علامت منفی نشان می‌دهد که قرص پس از رها شدن بر روی سطح دارای حرکت کُند شونده است و سرانجام می‌ایستد. در



شکل ۳ ــ ۱۵ مربوط به مثال ۶. قرصی را با سرعت اولیه بر روی یک سطح افقی یخزده به سمت راست به حرکت درمی‌آوریم. نیروهای مؤثر بر قرص mg (وزن جسم)، N (نیروی عمودی) و f_k (نیروی اصطکاک جنبشی) هستند.

لحظهٔ توقف قرص، داریم $v = 0$. پس

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \Rightarrow v_0^2 + 2(-\mu_k g)x = 0 \Rightarrow$$

$$\mu_k = \frac{v_0^2}{2gx} = \frac{(20\,m/s^2)}{2(9/8\,m/s^2)(12\,m)} \Rightarrow \mu_k = 0/17$$

مثال ۷

دو جسم، مطابق شکل ۳ ـ ۱۶ (الف)، به وسیلهٔ ریسمان سبکی که از روی قرقرهٔ بدون اصطکاکی گذشته است، به هم وصل شده‌اند. ضریب اصطکاک لغزشی میان جسم ۴ کیلوگرمی و سطح 0/30 است. شتاب اجسام و نیروی کشش ریسمان را حساب کنید.

حل

با توجه به نمودارهای جسم ـ آزاد دو جسم در شکل ۳ ـ ۱۶ (ب)، داریم

جسم ۴ کیلوگرمی : $\sum F_x = T - f = (4\,kg)a$

$$\sum F_y = N - (4\,kg)g = 0 \Rightarrow N = (4\,kg)g$$

$$f = \mu_k N = \mu_k (4\,kg)g = 0/30(4\,kg)(9/80\,m/s^2) \Rightarrow$$

$$f = 11/8\,N$$

$$T = f + (4\,kg)a \qquad (1)$$

جسم ۷ کیلوگرمی: $\sum F_y = T - (7\,kg)g = -(7\,kg)a$

$$T = (7\,kg)g - (7\,kg)a \qquad (2)$$

از مساوی هم قرار دادن سمت راست معادله‌های (۱) و (۲)، داریم

$$f + (4\,kg)a = (7\,kg)g - (7\,kg)a \Rightarrow$$

$$a = \frac{(7\,kg)g - f}{11\,kg} = \frac{(7\,kg)(9/80\,m/s^2) - (11/8\,N)}{11\,kg} \Rightarrow$$

$$a = 5/16\,m/s^2$$

یادآوری: مقدار شتاب a را با به کار بردن قانون دوم نیوتون در مورد کل دستگاه شامل دو جسم هم می‌توانیم به دست آوریم:

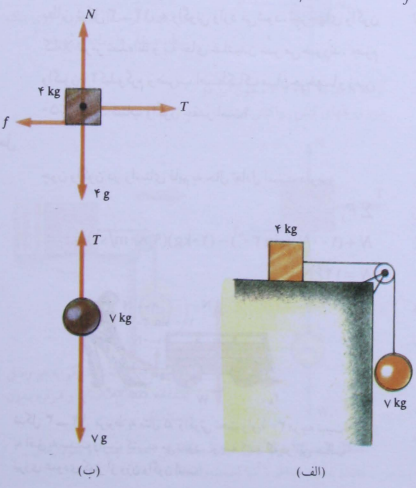
$$(7\,kg)g - f = (7\,kg + 4\,kg)a \Rightarrow a = \frac{(7\,kg)g - f}{11\,kg}$$

$$a = \frac{(7\,kg)(9/80\,m/s^2) - (11/8\,N)}{11\,kg} \Rightarrow$$

$$a = 5/16\,m/s^2$$

با جانشانی مقدار a در معادلهٔ (۱)، داریم

$$T = (11/8\,N) + (4\,kg)(5/16\,m/s^2) \Rightarrow T = 32/5\,N$$



شکل ۳ ـ ۱۶ مربوط به مثال ۷. (الف) دو جسم به وسیلهٔ ریسمان سبکی که از روی قرقرهٔ بدون اصطکاکی گذشته است، به هم وصل شده‌اند. سطح ناصاف است. (ب) نمودارهای جسم ـ آزاد دو جسم.

مطالعهٔ آزاد

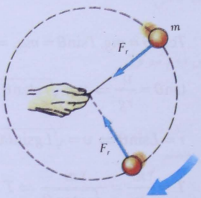
کاربرد قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت

درفصل پیش دیدیم که اگر جسمی بر روی دایره‌ای به شعاع r با تندی ثابت v حرکت کند به خاطر تغییر جهت سرعت دارای شتابی به نام شتاب مرکزگرا می‌شود، که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

این شتاب همیشه برسرعت $\mathbf{v}$ عمود و جهتش به طرف مرکز دایره است.

گلوله‌ای به جرم m را، مطابق شکل ۳ ــ ۱۷، به انتهای نخی به طول r می‌بندیم و آن را در روی یک میز افقی به دور محور گذرنده از انتهای ثابت نخ می‌چرخانیم. فرض کنیم گلوله با تندی ثابت حرکت کند. لختی گلوله میل دارد گلوله را در روی یک مسیر راستخط نگه دارد؛ اما نخ با وارد کردن نیرو به گلوله مانع باقی ماندن آن در روی مسیر راستخط می‌شود و در نتیجه، گلوله بر روی مسیری دایره‌ای می‌چرخد.



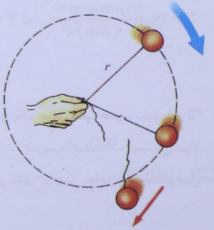
شکل ۳ ــ ۱۷ گلوله‌ای بر روی مسیری دایره‌ای حرکت می‌کند. به این گلوله نیروی F_r در جهت مرکز دایره وارد می‌شود و بدین وسیله گلوله بر روی مسیر دایره‌ای باقی می‌ماند.

نیروی وارد شده به گلوله از طرف نخ، مطابق شکل ۳ ــ ۱۷، به طرف مرکز دایره است و به همین جهت ***نیروی مرکزگرا (نیروی جانب مرکز)*** نام دارد. اگر این نیرو را با F_r نمایش دهیم، با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم

$$F_r = m\frac{v^2}{r} \qquad (۳ ــ ۱۰)$$

نیروی مرکزگرا نیز مانند شتاب مرکزگرا بر سرعت $\mathbf{v}$ عمود است و موجب تغییر جهت $\mathbf{v}$ می‌شود.

منشأ نیروی مرکزگرا در مورد اجسام مختلفی که حرکت دایره‌ای دارند، متفاوت است. این نیرو، در مثال گلوله و نخ (که ذکر شد) به وسیلهٔ کشش نخ، در حرکت ماهواره‌ها به دور زمین، به وسیلهٔ نیروی گرانشی زمین، در حرکت الکترون به دور هسته، به وسیلهٔ نیروی جاذبهٔ الکتروستاتیکی، و در حرکت اتومبیل در سر پیچ جادهٔ افقی، به وسیلهٔ نیروی اصطکاک ایستایی جانبی وارد بر لاستیکهای اتومبیل، ***تأمین می‌شود.*** در هر حالت، ما باید بتوانیم نیرو (یا نیروها)ی خارجی تأمین کنندهٔ نیروی مرکزگرا را شناسایی کنیم.



شکل ۳ ــ ۱۸ اگر نخ پاره شود گلوله در راستای مماس بر مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند.

اگر نیروی مرکزگرا حذف شود گلوله دیگر حرکت دایره‌ای نخواهد داشت. پس از حذف این نیرو (با پاره شدن نخ) گلوله، مطابق شکل ۳ ــ ۱۸، به خط راست و با سرعت اولیهٔ v به طور مماس بر دایرهٔ مسیر دور خواهد شد.

مثال ۸

گلولهٔ کوچکی به جرم m از نخی به طول L آویخته شده است. این گلوله، مطابق شکل ۳ ــ ۱۹، با تندی v بر روی یک دایرهٔ افقی به شعاع r حرکت می‌کند. چون نخ در حین حرکت یک سطح مخروطی را جارو می‌کند، این سیستم ***آونگ مخروطی*** نامیده می‌شود. تندی گلوله، v ، و دورهٔ تناوب دوران گلوله، T ، را به دست آورید.

حل

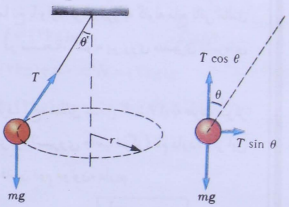
در شکل ۳ ــ ۱۹ نمودار جسم ــ آزاد جرم m رسم شده است. در این شکل T به مؤلفه‌های $T\sin\theta$ و $T\cos\theta$ تجزیه شده است. همان طور که در شکل می‌بینیم، در این سیستم نیروی مرکزگرا به وسیلهٔ مؤلفهٔ افقی T ، یعنی $T\sin\theta$ تأمین می‌شود. همچنین، مؤلفهٔ قایم T به وسیلهٔ نیروی وزن mg خنثی می‌شود. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$T\cos\theta = mg,\ T\sin\theta = ma_r = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

$$r = L\sin\theta \Rightarrow v = \sqrt{Lg\sin\theta\tan\theta}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{rg\tan\theta}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$$



شکل ۳ ــ ۱۹ مربوط به مثال ۸. آونگ مخروطی و نمودار جسم ــ آزاد آن.

اگر فرض کنیم $\theta = 20^\circ$ و $L = 1.0\,\text{m}$ ، داریم

$$v = \sqrt{(1.0\,\text{m})(9.8\,\text{m/s}^2)\sin 20^\circ \tan 20^\circ} \Rightarrow v = 1.1\,\text{m/s}$$

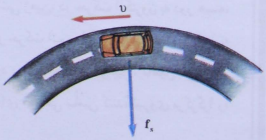
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(1.0\,\text{m})\cos 20^\circ}{9.8\,\text{m/s}^2}} \Rightarrow T = 1.9\,\text{s}$$

مثال ۹

اتومبیلی به جرم ۱۵۰۰ کیلوگرم بر روی یک جادهٔ افقی خمیده به شعاع ۳۵ متر، مطابق شکل ۳ ــ ۲۰، دور می‌زند. ضریب اصطکاک ایستایی میان لاستیکها و جاده ۰/۵۰ است. ماکزیمم تندی اتومبیل چقدر باشد تا اتومبیل بتواند جاده را دور بزند؟

حل

در این حالت نیروی مرکزگرا را نیروی اصطکاک ایستایی جانبی وارد بر



شکل ۳ ــ ۲۰ مربوط به مثال ۹. نیروی اصطکاک ایستایی، f_s ، وارد بر لاستیکهای اتومبیل که به طرف مرکز دوران است، اتومبیلی را بر روی مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد.

لاستیکهای اتومبیل تأمین می‌کند. بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$f_{s,max} = m\frac{v^2_{max}}{r},\ f_{s,max} = \mu_s N = \mu_s mg \Rightarrow$$

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s rg} = \sqrt{(0.50)(35\text{m})(9.8\text{m/s}^2)} \Rightarrow v_{max} = 13\text{m/s}$$

خلاصهٔ فصل

قانون اول نیوتون

بنابه قانون اول نیوتون، اگر به جسمی هیچ نیروی برایند خارجی وارد نشود، جسم ساکن همچنان ساکن می‌ماند و جسم متحرک با سرعت ثابت در خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد.

تعریف لختی

مقاومت یک جسم در مقابل تغییر حالت حرکت را لختی (اینرسی) می‌نامند. جرم معیاری از لختی است.

قانون دوم نیوتون

بنابه قانون دوم نیوتون، نیروی برایند وارد بر یک جسم برابر با حاصل ضرب جرم جسم در شتاب آن است، یعنی

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

وزن جسم

وزن یک جسم نیرویی است که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{W} = m\mathbf{g}$$

قانون سوم نیوتون

طبق قانون سوم نیوتون، هرگاه دو جسم به هم نیرو وارد کنند، نیروی وارد شده از طرف جسم اول به جسم دوم مساوی و مخالف نیروی وارد شده از طرف جسم دوم به جسم اول است. نیروی منزوی نمی‌تواند در طبیعت وجود داشته باشد.

اصطکاک ایستایی

نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم میان یک جسم و یک سطح ناصاف، $f_{s,max}$، با نیروی عمودی وارد بر جسم از طرف سطح متناسب است. این نیرو هنگامی بروز می‌کند که جسم در آستانهٔ لغزیدن قرار گیرد. به طور کلی، رابطهٔ میان نیروی اصطکاک ایستایی، f_s، و نیروی عمودی N چنین است:

$$f_s \leq \mu_s N$$

μ_s ضریب اصطکاک ایستایی نام دارد.

اصطکاک جنبشی

وقتی که جسمی بر روی یک سطح ناصاف می‌لغزد، نیروی اصطکاک جنبشی، f_k، مخالف جهت حرکت اثر می‌کند. این نیرو با نیروی عمودی متناسب است.

$$f_k = \mu_k N$$

μ_k ضریب اصطکاک جنبشی (یا لغزشی) نام دارد.

پرسشها

۱. اگر جسمی به حال سکون باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که هیچ نیروی خارجی به آن وارد نمی‌شود؟

۲. وزن یک فضانورد در فاصلهٔ دور از هر سیاره‌ای چقدر است؟

۳. به توپ فوتبالی که در هوا حرکت می‌کند چه نیروهایی وارد می‌شود؟ زوج نیروهای کنش ــ واکنش در هنگام ضربه زدن به توپ و هنگام حرکت کردن توپ در هوا کدام‌اند؟

۴. اسبی ارابه‌ای را می‌کشد. در این عمل زوج نیروهای کنش ــ واکنش کدام‌اند؟ نیروهای مرتبط با زمین را هم در نظر بگیرید.

۵. اتومبیلی با تندی ثابت $20\,m/s$ به طرف مغرب در حال حرکت است. نیروی برایند وارد بر اتومبیل چیست؟

۶. صندوق بزرگی در کف یک کامیون قرار دارد، بدون آنکه به کف کامیون بسته شده باشد. (الف) هنگامی که کامیون به طرف جلو شتاب می‌گیرد، صندوق نسبت به کامیون ساکن است. چه نیرویی به صندوق شتاب می‌دهد؟ (ب) اگر رانندهٔ کامیون ناگهان ترمز کند، برای صندوق چه اتفاقی می‌افتد؟

۷. آیا هیچ رابطه‌ای میان نیروی برایند وارد بر یک جسم و جهت حرکت جسم وجود دارد؟ توضیح دهید.

۸. چرا نیروی اصطکاک در حرکت غلتشی کمتر از نیروی اصطکاک در حالت لغزشی است؟

۹. شخصی واگونی را با نیرویی می‌کشد و به آن شتاب می‌دهد. بنا به قانون سوم نیوتون، واگون نیز نیروی واکنشی مساوی و مخالف به شخص وارد می‌کند. پس چرا واگون حرکت می‌کند؟

۱۰. فرض کنید در بزرگراهی با سرعت زیاد مشغول رانندگی هستید. اگر بخواهید پس از پیمودن مسافت کوتاهی اتومبیل خود را متوقف کنید چرا نباید به طور ناگهانی ترمز کنید؟

۱۱. توپی را از بالا رها می‌کنید تا به زمین بخورد. چه نیرویی سبب بالا جستن توپ می‌شود؟

۱۲. سنگی را به درون آب رها می‌کنیم. حرکت سنگ را از نظر سرعت و شتاب به هنگام سقوط در آب تحلیل کنید. فرض کنید نیروی مقاومت آب در مقابل حرکت سنگ برحسب سرعت افزایش پیدا می‌کند.

۱۳. شخصی گلوله‌ای در دست دارد. (الف) تمام نیروهای خارجی وارد برگلوله و واکنش این نیروها را مشخص کنید. (ب) اگر گلوله رها شود، در هنگام سقوط چه نیرویی به آن وارد می‌شود؟ در این حالت نیروی واکنش کدام است؟

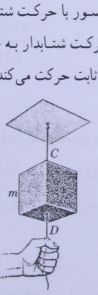
۱۴. در گزارهٔ «چون جسم در حال سکون است، هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌شود» چه چیزی نادرست است؟ شکل درست گزاره را بنویسید.

۱۵. در یک مسابقهٔ طناب کشی دو نفری هر نفر یک نیروی ۲۰۰ نیوتونی به طناب وارد می‌کند. نیروی کشش طناب چقدر است؟ هر نفر چه نیرویی به زمین وارد می‌کند؟

۱۶. نیروی گرانشی وارد بر سنگ ۲۰ نیوتونی دو برابر نیروی گرانشی وارد بر سنگ ۱۰ نیوتونی است. چرا در سقوط آزاد شتاب سنگ ۲۰ نیوتونی دو برابر سنگ ۱۰ نیوتونی نیست؟

۱۷. جسمی به جرم m به وسیلهٔ ریسمان C از سقف آویخته شده و ریسمان D هم به قسمت پایین آن وصل شده است (شکل۳ ــ ۲۱). اگر به ریسمان D تکان شدیدی بدهید پاره می‌شود، اما اگر آن را به آرامی بکشید ریسمان C پاره می‌شود. علت را توضیح دهید.

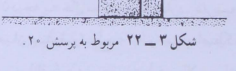
۱۸. شخصی روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هریک از حالتهای زیر، ترازو چه مقداری را (نسبت به وزن حقیقی شخص) نشان می‌دهد؟ (الف) آسانسور ساکن است، (ب) کابل آسانسور پاره شده است و آسانسور به طور آزاد سقوط می‌کند، (ج) آسانسور با حرکت شتابدار به طرف بالا می‌رود، (د) آسانسور با حرکت شتابدار به طرف پایین می‌رود، و (هـ) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند.



شکل ۳ ــ ۲۱ مربوط به پرسش ۱۷.

۱۹. عرض جغرافیایی شهرهای فردوس، مسجد سلیمان و یزد، به ترتیب، حدود ۳۴، ۳۲ و ۳۲ درجهٔ شمالی و ارتفاع این شهرها از سطح دریا، به ترتیب، حدود ۱۲۳۰، ۳۶۰ و ۱۲۳۰ متر است. (الف) اگر بخواهیم مقداری طلا به وزن ۹٫۸ نیوتون بخریم، خرید از کدام شهر با صرفه‌تر است؟ (ب) اگر بخواهیم مقداری طلا به جرم یک کیلوگرم بخریم، خرید از کدام شهر با صرفه‌تر است؟ [**راهنمایی**: در قسمت (الف) باید از ترازویی که وزن را اندازه می‌گیرد و در قسمت (ب) باید از ترازوی شاهین‌دار، استفاده شود].

۲۰. دو جسم به جرمهای m_1 و m_2 ($m_1 > m_2$)، مطابق شکل ۳ ــ ۲۲، روی میز بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی $\mathbf{F}$ به آنها وارد می‌شود. نیروهای تماس میان دو جسم را در حالتی که (الف) جرم m_2 در جلو باشد، و (ب) جرم m_1 در جلو باشد، با هم مقایسه کنید.



شکل ۳ ــ ۲۲ مربوط به پرسش ۲۰.

مسائل

۱. نیروی $\mathbf{F}$ به جسمی به جرم m_1 وارد می‌شود و به آن شتاب $2{,}0\,m/s^2$ می‌دهد. همین نیرو به جرم m_2 شتاب $6{,}0\,m/s^2$ می‌دهد. (الف) نسبت m_1/m_2 چقدر است؟ (ب) اگر نیروی $\mathbf{F}$ به دو جرم m_1 و m_2 در حالی که به هم وصل شده‌اند، وارد شود، چه شتابی به این ترکیب می‌دهد؟

۲. شتاب گرانشی در ماه $\frac{1}{6}$ شتاب گرانشی در زمین است. وزن یک چمدان ۱۸ کیلوگرمی در ماه چقدر است؟

۳. وزن شخصی ۱۲۰ پوند است. مطلوب است محاسبهٔ (الف) وزن شخص برحسب نیوتون، (ب) جرم شخص برحسب کیلوگرم.

۴. جرم یک هواپیمای مدل ۰٫۲۰ کیلوگرم است. به این هواپیما از طرف موتور یک نیروی ۱۰ نیوتونی و از طرف هوا یک نیروی مقاومت ۷٫۵ نیوتونی در راستای حرکت وارد می‌شود. شتاب هواپیما چقدر است؟

۵. به جسمی به جرم ۵۰ کیلوگرم یک نیروی ۲۰۰ نیوتونی به طرف شمال و یک نیروی ۳۰۰ نیوتونی به طرف مشرق وارد می‌شود. با چشمپوشی از اصطکاک، (الف) نیروی برایند وارد بر جسم از نظر بزرگی و جهت چیست؟ (ب) بزرگی و جهت شتاب جسم چیست؟ (ج) اگر نیروی ۳۰۰ نیوتونی در راستای ۳۰ درجهٔ شمال محور شرقی وارد شود، نیروی برایند و شتاب وارد بر جسم از نظر بزرگی و جهت چیست؟

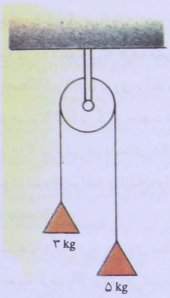
۶. قطعه یخی با سرعت $5{,}0\,m/s$ در روی سطح شیبداری با زاویهٔ شیب ۳۷ درجه به طرف بالا پرتاب می‌شود. با چشمپوشی از اصطکاک، قطعه یخ تا چه مسافتی در روی سطح بالا می‌رود؟

۷. وزن یک اتومبیل مسابقه ۸۸۲۰ نیوتون است. در مراحل پایانی مسابقه که اتومبیل با سرعت $55\,m/s$ حرکت می‌کند چتر عقب اتومبیل باز و اتومبیل پس از پیمودن مسافت ۱۰۰۰ متر متوقف می‌شود. چتر چه نیروی کُند کننده‌ای به اتومبیل وارد می‌کند؟

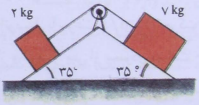
۸. مکعبی به جرم ۱٫۶ کیلوگرم در روی میز بدون اصطکاکی گذاشته شده است و در لبهٔ میز قرقرهٔ بدون اصطکاکی قرار دارد. یک ریسمان سبک متصل به جرم ۱٫۶ کیلوگرمی پس از عبور از روی قرقره به یک گلولهٔ فولادی به جرم ۰٫۸۰ کیلوگرم وصل و دستگاه از حال سکون رها می‌شود. (الف) نمودار جسم ــ آزاد مربوط به قرقره و هرکدام از جرمها را رسم کنید. (ب) شتاب هر جرم را پیدا کنید. (ج) کشش ریسمان را به دست آورید.

۹. دو جرم ۳ و ۵ کیلوگرمی، مطابق شکل ۳ ــ ۲۳، به وسیلهٔ ریسمان سبکی، که از روی قرقرهٔ بدون اصطکاکی گذشته است، به هم وصل شده‌اند. دستگاه از حالت سکون رها می‌شود. (الف) نمودار جسم ــ آزاد هرکدام از اجزای دستگاه را رسم کنید. (ب) کشش ریسمان و (ج) شتاب هر جرم را پیدا کنید. (د) هر کدام از جرمها در ثانیهٔ اول حرکت چه مسافتی را می‌پیمایند؟

۱۰. دو جرم ۲ و ۷ کیلوگرمی، مطابق شکل ۳ ــ ۲۴، به وسیلهٔ ریسمان سبکی، که از روی قرقرهٔ بدون اصطکاکی گذشته است، به هم وصل شده‌اند. سطح شیبدار بدون اصطکاک است. مطلوب است تعیین (الف) شتاب هر جرم و (ب) کشش ریسمان.

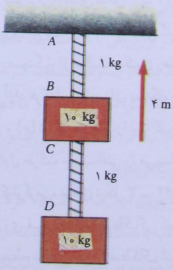


شکل ۳ ــ ۲۳ مربوط به مسأله ۹.



شکل ۳ ــ ۲۴ مربوط به مسأله ۱۰.

۱۱. دو جسم مکعب مستطیل شکل، مطابق شکل ۳ ــ ۲۵، به وسیلهٔ طناب از سقف آسانسوری آویخته شده‌اند. جرم هر طناب ۱٫۰ کیلوگرم است. آسانسور با شتاب $۴٫۰\,m/s^۲$ به طرف بالا حرکت می‌کند. نمودار جسم ــ آزاد جرمها و طنابها را رسم کنید و نیروی کشش طنابها را در نقطه‌های A، B، C و D به دست آورید.



شکل ۳ ــ ۲۵ مربوط به مسأله ۱۱.

۱۲. ضریب اصطکاک ایستایی میان یک بستهٔ مقوایی ۴٫۰ کیلوگرمی و یک سطح افقی ۰٫۳۰ است. حداکثر چه نیروی افقی می‌توان به بسته وارد کرد تا بسته در آستانهٔ لغزیدن قرار گیرد؟

۱۳. قرصی را که با سرعت اولیهٔ $۵٫۰\,m/s$ بر روی یک سطح افقی می‌لغزانیم پس از پیمودن ۸٫۰ متر متوقف می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی میان قرص و سطح چقدر است؟

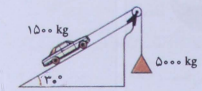
۱۴. جعبه‌ای با شتاب $۱٫۲\,m/s^۲$ در روی یک سطح شیبدار با زاویهٔ شیب ۳۰ درجه به پایین می‌لغزد. ضریب اصطکاک جنبشی میان جعبه و سطح چقدر است؟

۱۵. می‌خواهیم جعبه‌ای به وزن ۵۴۰۰ نیوتون را با سرعت ثابت در روی سطح شیبداری به بالا بکشیم. به ازای هر ۸٫۰ متر از طول سطح، ارتفاع سطح به اندازهٔ ۱٫۲ متر افزایش می‌یابد. اگر ضریب اصطکاک جنبشی ۰٫۶۰ باشد، برای بالا کشیدن جعبه چه نیرویی لازم است؟

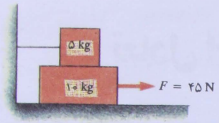
۱۶. صندوقی به جرم ۶۰ کیلوگرم در بالای سطح شیبداری با زاویهٔ شیب ۵۰ درجه به حال سکون قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی میان صندوق و سطح ۰٫۳۰ و ضریب اصطکاک جنبشی ۰٫۲۵ است. (الف) چه نیرویی به طرف بالا و موازی با سطح شیبدار باید به صندوق وارد شود تا صندوق در حال سکون باقی بماند؟ (ب) اگر صندوق رها شود با چه شتابی از سطح شیبدار پایین می‌آید؟

۱۷. دانش آموزی برای تعیین ضریبهای اصطکاک میان لاستیک و سطحهای مختلف از یک مداد پاک‌کن لاستیکی و یک تختهٔ شیبدار استفاده می‌کند. در یک آزمایش، مداد پاک کن در زاویهٔ شیب ۳۷ درجه شروع به لغزیدن به پایین می‌کند و سپس در زاویهٔ شیب ۳۰ درجه با سرعت ثابت پایین می‌آید. با استفاده از این داده‌ها ضریبهای اصطکاک ایستایی و جنبشی میان لاستیک و تخته را به دست آورید.

۱۸. برای بالا کشیدن یک اتومبیل ۱۵۰۰ کیلوگرمی بر روی یک سطح شیبدار بدون اصطکاک با زاویهٔ شیب ۳۰ درجه، از یک وزنهٔ ۵۰۰۰ کیلوگرمی، مطابق شکل ۳ ــ ۲۶، استفاده شده است. (الف) کشش کابل چقدر است؟ (ب) شتاب دستگاه چقدر است؟



شکل ۳ ــ ۲۶ مربوط به مسأله ۱۸.

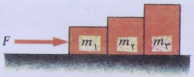


شکل ۳ ــ ۲۷ مربوط به مسأله ۲۰.

(ج) جرم وزنه چقدر باید باشد تا اتومبیل در روی سطح شیبدار با شتاب $۲/۰ m/s^2$ پایین برود؟

۱۹. چند سطح شیبدار بدون اصطکاک دارای ارتفاع یکسان و طول متفاوت‌اند. نشان دهید که زمان لازم برای لغزیدن یک جسم از بالا تا پایین سطح شیبدار با طول سطح نسبت مستقیم دارد.

۲۰. یک جسم ۵/۰ کیلوگرمی، مطابق شکل ۳ ــ ۲۷، بر روی یک جسم ۱۰ کیلوگرمی قرار گرفته است. جسم ۵/۰ کیلوگرمی با ریسمانی به دیوار بسته شده است و به جسم ۱۰ کیلوگرمی یک نیروی ۴۵ نیوتونی وارد می‌شود. ضریب اصطکاک میان سطحها ۰/۲۰ است. (الف) نمودار جسم ــ آزاد هر جسم را رسم کنید. (ب) کشش ریسمان و شتاب جسم ۱۰ کیلوگرمی را پیدا کنید.

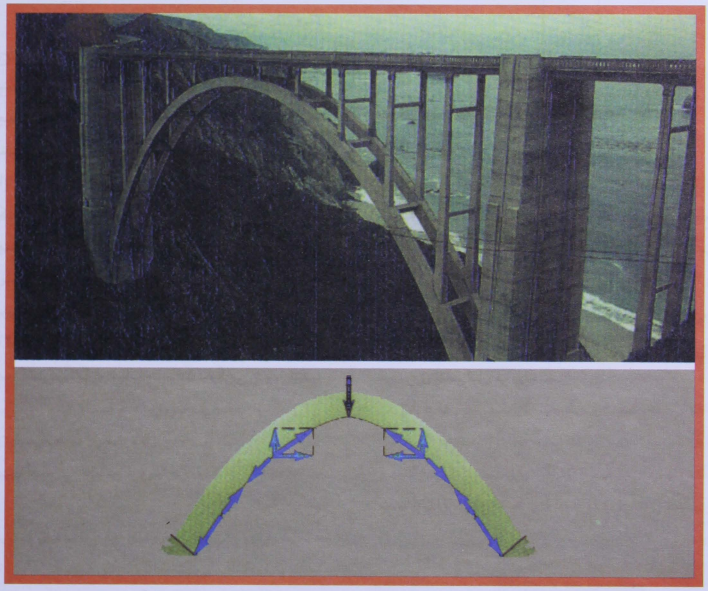


شکل ۳ ــ ۲۸ مربوط به مسأله ۲۱.

۲۱. سه جسم، مطابق شکل ۳ ــ ۲۸، بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک با هم تماس دارند. نیروی $\mathbf{F}$ به جرم m_1 وارد می‌شود. به ازای $m_1 = ۱/۰ kg$، $m_2 = ۲/۰ kg$، $m_3 = ۳/۰ kg$ و $F = ۱۸ N$، مطلوب است تعیین، (الف) شتاب هر جسم، (ب) نیروی برایند وارد بر هم جسم و (ج) بزرگی نیروی تماس میان هر دو جسم.

۴

تعادل اجسام



تصویری از یک پل قوسی با دهانهٔ بزرگ. در اینجا، چنانکه می‌بینید، بارهای وارد شده به پل به طریق تراکمی اثر می‌کنند. ساختارهای تراکمی برای تحمّل بارهای زیاد، یا برای انتقال تنش در فاصله‌های کم، از کارآیی بالایی برخوردارند. در یک پل قوسی تنشهای تراکمی از طریق پایه‌های پل مستقیماً به زمین وارد می‌شوند.

هدفهای کلی فصل

در این فصل، نخست تعادل و شرطهای تعادل اجسام را شرح می‌دهیم، گرانیگاه (مرکز ثقل) یک جسم را تعریف می‌کنیم، و آنگاه به ذکر چند مثال دربارهٔ تعادل اجسام می‌پردازیم.

هدفهای رفتاری

از فراگیر انتظارمی‌رود پس از مطالعهٔ این فصل بتواند:

۱. تعادل یک جسم را تعریف کند،
۲. شرط اول تعادل را بیان کند،
۳. معادلهٔ شرط اول تعادل را بنویسد،
۴. شرط اول تعادل را با توجه به مؤلفه‌های نیرو بیان کند،
۵. روش حل مسأله‌های تعادل را بیان کند،
۶. معادله‌های لازم برای حل مسأله‌های تعادل را بنویسد،
۷. نیروهای همرس را تعریف کند،
۸. گشتاور نیرو را تعریف کند،
۹. ضرب برداری دو بردار را تعریف کند،
۱۰. طرز تعیین جهت گشتاور یک نیرو را با استفاده از قاعدهٔ دست راست شرح دهد،
۱۱. رابطهٔ گشتاور نیرورا بنویسد،
۱۲. شرط دوم تعادل را بیان کند،
۱۳. معادلهٔ شرط دوم تعادل را بنویسد،
۱۴. نیروها و گشتاورهای مؤثر بر یک جسم در حال تعادل را مشخص کند،
۱۵. حالت تعادل یک جسم را با توجه به دو شرط تعادل بیان کند،
۱۶. مسأله‌های مربوط به تعادل را حل کند،
۱۷. گرانیگاه (مرکز ثقل) یک جسم را تعریف کند،
۱۸. رابطه‌های مربوط به مختصات محل گرانیگاه جسم رابنویسد،
۱۹. محل گرانیگاه یک جسم را معین کند،
۲۰. وضعیت تعادل نردبان را توضیح دهد.

۴ ــ ۱ مقدمه

در این فصل، اجسامی را مطالعه می‌کنیم که در حال سکون اند یا با سرعت ثابت و بدون چرخش حرکت می‌کنند. چنین اجسامی را ***اجسام در حال تعادل*** می‌نامند. بررسی و شناخت شرایط تعادل اجسام در بیشتر شاخه‌های علوم و تکنولوژی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مثلاً، دانشجویان معماری و مهندسی از موضوع شناخت نیروهای مؤثر بر ساختمانها یا ماشینهای بزرگ، به خوبی استفاده می‌کنند و دانشجویان زیست‌شناسی باید با نیروهای مؤثر بر عضله‌ها و استخوانها در بدن آشنا باشند.

قانون اول نیوتون که در فصل ۳ مورد بحث قرار گرفت در این فصل مبنای اصلی مطالعهٔ ما را تشکیل می‌دهد. اما برای شناخت کامل اجسام در حال تعادل باید مفهومهای گشتاور نیرو و گرانیگاه (مرکز ثقل) را نیز بدانیم.

۴ ــ ۲ شرط اول تعادل

چنانکه گفتیم، واژهٔ ***تعادل*** در مورد اجسامی به کار می‌رود که در حال سکون‌اند، یا با سرعت ثابت و بدون چرخش حرکت می‌کنند.

قانون اول نیوتون بیانی از یک شرط دربارهٔ جسم در حال تعادل است. ***هرگاه برایند نیروهای خارجی مؤثر بر جسمی صفر باشد، آن جسم ساکن می‌ماند، یا در طول یک خط راست با سرعت ثابت حرکت می‌کند.*** این گفته را می‌توان با شکل ریاضی زیرنمایش داد.

$$\boxed{\sum \mathbf{F} = 0} \qquad (۴ _ ۱)$$

این معادله نشان می‌دهد که برایند تمام نیروهای وارد بر جسم صفر است. معمولاً، در حل مسأله‌های تعادل بهتر آن است که در معادلهٔ (۴ ــ ۱) از مؤلفه‌های نیروها استفاده کنیم. بنابراین، در مسأله‌های دوبعدی صفربودن برایند نیروهای خارجی به این نتیجه منجر می‌شود که مؤلفه های برایند نیروهای خارجی در راستای محورهای x و y هرکدام به طور جداگانه صفر باشند، یعنی

$$\boxed{\begin{aligned}\sum F_x &= 0\\ \sum F_y &= 0\end{aligned}} \qquad (۴ _ ۲)$$

معادله‌های(۴ ــ ۲)بیان کنندهٔ ***شرط اول تعادل*** هستند. اگرچه در این فصل به حل مسأله های سه‌بعدی نمی‌پردازیم، اما در حالت سه‌بعدی می‌توان معادلهٔ $\sum F_z = 0$ را هم به‌مجموعهٔ معادله های (۴ ــ ۲) افزود.

۴ ــ ۳ روش حل مسأله‌های تعادل

در تحلیل اجسام در حال تعادل مهمترین گام شناخت تمام نیروهای خارجی مؤثر بر جسم مورد نظر است. حذف حتی یک نیرو می‌تواند به یک تحلیل نادرست منجر شود.

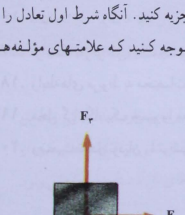
نیروهای همرس: نیروهایی که خط اثرشان با همدیگر در یک نقطه تلاقی می‌کنند نیروهای همرس نامیده می‌شوند. شکل ۴ــ۱ سه نیروی همرس را نشان می‌دهد که به نقاط مختلفی از یک جسم وارد شده‌اند، اما خطهای اثر این سه نیرو در نقطهٔ O به هم می‌رسند.

برای تحلیل یک جسم در حال تعادل تحت اثر چند نیروی همرس به روشهای زیر عمل کنید:

۱. شکل طرح واری از جسم مورد نظر رسم کنید.

۲. نمودار جسم ــ آزاد را رسم کنید و تمام نیروهای وارد بر جسم را مشخص و نامگذاری کنید. کوشش کنید در نمودار جهت درست نیروها را نشان دهید، وگرنه در محاسبات نهایی برای نیرویی که جهتش نادرست انتخاب شده است، پاسخی با علامت منفی به دست خواهید آورد

۳. با انتخاب یک دستگاه مختصات مناسب تمام نیروها را به مؤلفه‌ها عمود برهم تجزیه کنید. آنگاه شرط اول تعادل را در مورد نیروها به کار ببرید. توجه کنید که علامتهای مؤلفه‌های نیروها درست باشند.



شکل ۴ ــ ۱ سه نیروی مؤثر بر یک جسم وقتی همرس‌اند که خط اثرشان باهم در نقطهٔ O تلاقی کنند.

۴ . با استفاده از شرط اول تعادل تعدادی معادله به‌دست می‌آید که به کمک آنها می توان کمیتهای نامعلوم را معین کرد.

موفقیت در حل مسأله‌های تعادل با تمرین و ممارست امکان‌پذیر است. برای آنکه روشهای حل مسأله های تعادل را نشان دهیم در زیر به ذکر چند مثال می‌پردازیم. در این مثالها به اجسام در حال تعادل دو یا چند نیروی خارجی اثر می‌کند. برای آسانی کار، اجسام را به صورت نقطه هایی در نظر می‌گیریم که نیروها به آنها وارد می‌شوند. در اینجا می‌توانیم با استفاده از شرط اول تعادل مسأله‌ها را حل کنیم زیرا تمام نیروهای خارجی مؤثر بر اجسام در یک نقطه تلاقی می‌کنند و به عبارت دیگر، نیروها همرس هستند.

مثال ۱

در سر چهار راهی یک چراغ راهنمایی به وزن ۱۰۰ نیوتون، مطابق شکل ۴ ــ ۲ (الف)، به وسیلهٔ سه کابل آویخته شده است. دو کابل بالایی با راستای افقی زاویه‌های ۳۷ و ۵۳ درجه می‌سازند. نیروی کشش هرکدام از کابلها را حساب کنید.

حل

ابتدا، نمودار جسم ــ آزاد چراغ را مطابق شکل ۴ ــ ۲ (ب) رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، داریم $T_۳ = W = ۱۰۰\,\mathrm{N}$. اکنون نمودار جسم ــ آزاد محل اتصال سه کابل را همراه با دستگاه مختصات $x - y$ ، مطابق شکل ۴ ــ ۲ (ج) رسم می‌کنیم. مؤلفه‌های x و y نیروهای مؤثر بر محل اتصال سه کابل در جدول زیر درج شده اند.

با استفاده از شرط اول تعادل، داریم

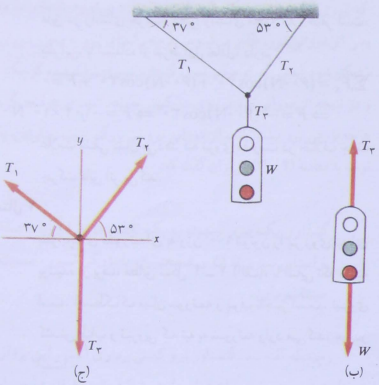
$$\sum F_x = T_۲\cos ۵۳^\circ - T_۱\cos ۳۷^\circ = ۰ \qquad (۱)$$

$$\sum F_y = T_۱\sin ۳۷^\circ + T_۲\sin ۵۳^\circ - ۱۰۰\,\mathrm{N} = ۰ \qquad (۲)$$

با استفاده از معادلهٔ (۱)، داریم

$$T_۱ = T_۲\left(\frac{\cos ۵۳^\circ}{\cos ۳۷^\circ}\right) = T_۲\left(\frac{۰/۶}{۰/۸}\right) = ۰/۷۵T_۲$$

نیرو	مؤلفهٔ x	مؤلفهٔ y
$T_۱$	$-T_۱\cos ۳۷^\circ$	$T_۱\sin ۳۷^\circ$
$T_۲$	$T_۲\cos ۵۳^\circ$	$T_۲\sin ۵۳^\circ$
$T_۳$	۰	$-۱۰۰\,\mathrm{N}$



شکل ۴ ــ ۲ مربوط به مثال ۱. (الف) چراغ راهنمایی به وسیلهٔ سه کابل آویخته شده است. (ب) نمودار جسم ــ آزاد چراغ. (ج) نمودار جسم‌ــ آزاد برای محل اتصال سه کابل.

با استفاده از معادلهٔ (۲)، داریم

$$۰/۷۵T_۲(۰/۶۰) + T_۲(۰/۸۰) - ۱۰۰\,\mathrm{N} = ۰ \Rightarrow$$

$$T_۲ = ۸۰\,\mathrm{N}$$

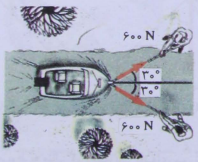
$$T_۱ = ۰/۷۵(۸۰\,\mathrm{N}) \Rightarrow T_۱ = ۶۰\,\mathrm{N}$$

مثال ۲

دو ماهیگیر قایقی را، مطابق شکل ۴ ــ ۳، در روی آب می‌کشند. هر ماهیگیر یک نیروی ۶۰۰ نیوتونی تحت زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به راستای حرکت، به قایق وارد می‌کند. اگر قایق با سرعت ثابت حرکت کند، نیروی مقاومت آب، F ، چقدر است؟

حل

چون قایق با سرعت ثابت حرکت می‌کند برایند نیروهای وارد بر



شکل ۴ ــ ۳ مربوط به مثال ۲. دو ماهیگیر قایقی را می‌کشند.

قایق در راستای حرکت، یعنی راستای محور x، صفر است. بنابراین، با استفاده از شرط اول تعادل، داریم

$$\sum F_x = (۶۰۰\text{N})\cos ۳۰^\circ + (۶۰۰\text{N})\cos ۳۰^\circ + F = ۰$$
$$\Rightarrow F = -۲(۶۰۰\text{N})\cos ۳۰^\circ \Rightarrow F = -۱/۰۴\times ۱۰^۳\text{N}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که نیروی مقاومت در خلاف جهت حرکت قایق اثر می‌کند.

مثال ۳

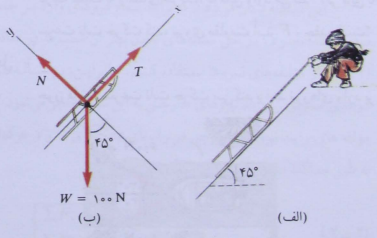
پسر بچه‌ای سورتمه‌ای به وزن ۱۰۰ نیوتون را بر روی تپه ای پوشیده از برف، مطابق شکل ۴ ــ ۴ (الف)، با طنابی نگه داشته است. اصطکاک میان سورتمه و برف ناچیز است. نیروی کشش طناب و نیرویی که تپه به سورتمه وارد می‌کند، چقدر است؟

حل

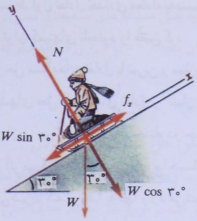
شکل ۴ ــ ۴ (ب) نمودار نیروهای وارد بر سورتمه و دستگاه مختصات $x-y$ مناسب را نشان می‌دهد. T کشش طناب، W وزن سورتمه و N نیروی عمود بر سطح مؤثر بر سورتمه از طرف تپه است. با استفاده از شرط اول تعادل، داریم

$$\sum F_x = T - (۱۰۰\text{N})\sin ۴۵^\circ = ۰ \Rightarrow T = ۷۰/۷\text{N}$$
$$\sum F_y = N - (۱۰۰\text{N})\cos ۴۵^\circ = ۰ \Rightarrow N = ۷۰/۷\text{N}$$

توجه کنید که نیروی عمودی N کمتر از وزن سورتمه است زیرا سورتمه در روی سطح شیبدار قرار دارد.



شکل ۴ ــ ۴ مربوط به مثال ۳. (الف) پسر بچه‌ای سورتمه‌ای را در بالای تپه‌ای نگه داشته است. (ب) نمودار جسم ــ آزاد سورتمه.



شکل ۴ ــ ۵ مربوط به مثال ۴. سورتمه‌ای در آستانهٔ لغزیدن ازتپه قرار دارد.

مثال ۴

سورتمهٔ شکل ۴ ــ ۵ درست در آستانهٔ لغزیدن به پایین قرار دارد. اگر وزن کل سورتمه و پسر بچه را W فرض کنیم، ضریب اصطکاک ایستایی میان سورتمه و تپه چقدر است؟

حل

این مثال شبیه مثال ۳ است، جز آنکه در اینجا نیروی اصطکاک ایستایی f_s به جای نیروی کشش طناب، T، قرار گرفته است. بنابراین، داریم

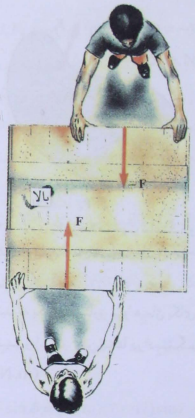
$$\sum F_x = f_s - W\sin\theta = ۰ \Rightarrow f_s = W\sin\theta$$
$$\sum F_y = N - W\cos\theta = ۰ \Rightarrow N = W\cos\theta$$

چون سورتمه در آستانهٔ لغزیدن قرار دارد، می‌توانیم بنویسیم

$$f_s = \mu_s N \Rightarrow \mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{W\sin\theta}{W\cos\theta} \Rightarrow$$
$$\mu_s = \tan\theta$$

۴ ــ ۴ گشتاور نیرو

شرط اول تعادل نمی‌تواند وضع تعادل یک جسم را به طور کامل مشخص کند. برای روشن شدن این موضوع وضعیت نشان داده شده در شکل ۴ــ ۶ را در نظر می‌گیریم. در این شکل دو نفر را می‌بینیم که با دو نیروی مساوی و مخالف صندوق بزرگی را هُل می‌دهند. در این حالت شرط اول تعادل برقرار است زیرا برایند دو نیرو برابر با صفر است. با وجود این، چون دو نیرو به یک نقطه وارد نشده اند صندوق حرکت می‌کند، یعنی در جهت ساعتگرد می‌چرخد.



شکل ۴ ــ ۶ دو نفر صندوق بزرگی را با نیروهای مساوی و مخالف هُل می‌دهند.

مثال بالا نشان می دهد که اگر بخواهیم اثر یک یا چند نیرو را برروی یک جسم بدانیم، تنها دانستن بزرگی و جهت نیروها کافی نیست، بلکه باید نقطهٔ اثر آنها را نیز در نظر بگیریم. پیش از آنکه شرطهای تعادل را به طور کامل بیان کنیم **گشتاور نیرو** را تعریف می کنیم:

گشتاور نیرو عامل چرخاندن یک جسم به دور یک محور است.

گشتاور نیرو کمیتی برداری است و با τ نمایش داده می‌شود. بزرگی گشتاور نیروی $\mathbf{F}$ از معادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\tau = dF \qquad (۴ ــ ۳)$$

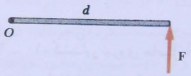
در این معادله τ (حرف یونانی تاو) گشتاور و d فاصله یا **بازوی گشتاور** نیروی $\mathbf{F}$ است.

بازوی گشتاور فاصلهٔ محور دوران تا خط اثر نیرو است.

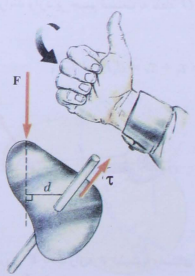
شکل ۴ ــ ۷ با دید از بالا دری را نشان می‌دهد که به دور محور گذرنده از لولای O می چرخد. این محور بر صفحهٔ کتاب عمود است. وقتی که نیروی $\mathbf{F}$، مطابق شکل ۴ ــ ۷، به در وارد می‌شود گشتاور نیرو، یعنی اثر دورانی نیرو، ظاهر می‌شود. هرچه راستای نیرو به محور دوران نزدیکتر شود (یعنی d کوچکتر شود) گشتاور نیروی تولید شده کوچکتر و در نتیجه اثر دورانی نیرو بر روی در کمتر خواهد شد. از طرف دیگر، هرچه بزرگی نیرو بیشتر باشد اثر دورانی نیرو نیز بزرگتر است. بنابراین، با توجه به معادلهٔ (۴ ــ ۳) می‌توان گفت که:

گشتاور یک نیرو نسبت به یک نقطه، مانند O، با فاصلهٔ راستای نیرو تا O و همچنین، با بزرگی نیرو، نسبت مستقیم دارد.

چنانکه گفته شد، گشتاور نیرو کمیتی برداری است. ***این بردار در راستای محور دوران قرار دارد.*** شکل ۴ ــ ۸ قاعدهٔ دست راست را برای تعیین جهت گشتاور τ نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل می‌بینیم، هرگاه چهار انگشت دست راست خود را درجهت دوران جسم بپیچیم انگشت نشست جهت بردار گشتاور نیرو را نشان خواهد داد.



شکل ۴ ــ ۷ تصویر یک در با دید از بالا. در نقطهٔ O در به لولا وصل شده و به آن نیرویی به طور عمود وارد شده است.



شکل ۴ ــ ۸ نمایش کاربرد قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت گشتاور نیروی ناشی از وارد کردن نیروی $\mathbf{F}$.

اکنون آجاری را در نظر می‌گیریم که، مطابق شکل ۴ــ۹، به دور محور گذرنده از O می‌چرخد. دراین حالت، نیروی $\mathbf{F}$ تحت زاویهٔ ϕ نسبت به راستای افقی وارد می‌شود. با توجه به تعریف گشتاور نیرو، در شکل ۴ ــ ۹ بازوی گشتاور فاصلهٔ d است، که رابطهٔ آن با L، فاصلهٔ نقطهٔ اثر نیروی $\mathbf{F}$ تا O به صورت $d = L\sin\phi$ است. بنابراین، معادلهٔ (۴ ــ ۳) چنین نوشته می‌شود:

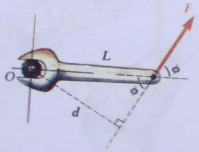
$$\tau = LF\sin\phi \qquad (۴ - ۳)$$

هرگاه، مطابق شکل ۴ ــ ۱۰، دو یا چند نیرو به جسمی وارد شوند هر نیرو به سهم خود می‌خواهد جسم را به دور محور گذرنده از O بچرخاند. دراین شکل، نیروی $\mathbf{F}_۱$ بر خلاف جهت ساعتگرد و نیروی $\mathbf{F}_۲$ در جهت ساعتگرد جسم را به دور محور گذرنده از O می‌چرخاند. در اینجا قرارداد می‌کنیم که:

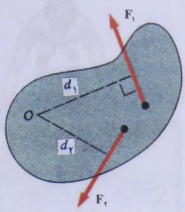
اگر نیرو در جهتی باشد که جسم را برخلاف جهت ساعتگرد بچرخاند علامت گشتاور نیرو را مثبت و اگر نیرو در جهتی باشد که جسم را در جهت ساعتگرد بچرخاند علامت گشتاور نیرو را منفی می‌گیریم.

در شکل ۴ ــ ۱۰، گشتاور نیروی حاصل از $\mathbf{F}_۱$ با بازوی گشتاور $d_۱$ **مثبت** و برابر با $\tau_۱ = d_۱F_۱$ و گشتاور نیروی حاصل از $\mathbf{F}_۲$ با بازوی گشتاور $d_۲$ **منفی** و برابر با $\tau_۲ = -d_۲F_۲$ است. بنابراین، گشتاور برایند وارد بر جسم نسبت به نقطهٔ O چنین به دست می‌آید:

$$\sum \tau = \tau_۱ + \tau_۲ = d_۱F_۱ - d_۲F_۲$$



شکل ۴ ــ ۹ نیروی $\mathbf{F}$ تحت زاویهٔ ϕ نسبت به راستای افقی به یک آجار وارد می‌شود و گشتاور نیروی $\tau = dF = LF\sin f$ را نسبت به نقطهٔ O تولید می‌کند. با استفاده از قاعدهٔ دست راست می‌توان جهت گشتاور نیرو را معین کرد.



شکل ۴ ــ ۱۰ نیروی $\mathbf{F}_۱$ برخلاف جهت ساعتگرد و نیروی $\mathbf{F}_۲$ در جهت ساعتگرد جسم را به دور محور گذرنده از O می‌چرخاند.

توجه کنید که یکای گشتاور نیرو همان یکای ناشی از حاصل ضرب طول در نیرو است. این یکا در دستگاه یکاهای SI ***متر ــ نیوتون*** (m.N) است.

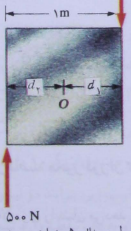
مثال ۵

شکل ۴ ــ ۱۱ صندوقی را نشان می‌دهد که به آن دو نیروی مساوی و مخالف وارد شده است. پهنای صندوق یک متر است. گشتاور برایند وارد بر صندوق را پیدا کنید. فرض کنید محور دوران از مرکز صندوق می‌گذرد و توزیع جرم در سرتاسر حجم صندوق یکنواخت است.

حل

گشتاورهای حاصل از نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ و همچنین گشتاور برایند چنین به دست می‌آیند:

$$\tau_۱ = d_۱F_۱ = -(۰/۵۰\,\text{m})(۵۰۰\,\text{N}) = -۲۵۰\,\text{m.N}$$



شکل ۴ ــ ۱۱ مربوط به مثال ۵. نمایش دو نیروی مساوی و مخالف وارد بر صندوق.

$$\tau_2 = d_2 F_2 = -(0/50\,\text{m})(500\,\text{N}) = -250\,\text{m.N}$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = -250\,\text{m.N} - 250\,\text{m.N} \Rightarrow$$

$$\tau = -500\,\text{m.N}$$

منفی بودن علامت گشتاورها به خاطر این است که چرخش صندوق تحت اثر نیروها در جهت ساعتگرد است.

مثال ۶

در شکل ۴ ــ ۱۲ (الف) یک نیروی ۳۰۰ نیوتونی تحت زاویهٔ ۶۰ درجه به دری وارد می‌شود. این نیرو نسبت به محل تلاقی صفحهٔ شکل با محور دوران در چه گشتاوری تولید می‌کند؟

حل

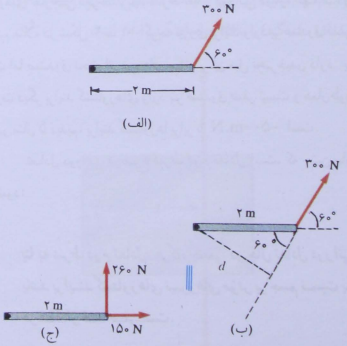
با توجه به شکل ۴ ــ ۱۲ (ب) و با استفاده از معادلهٔ (۴ ــ۴)، داریم

$$\tau = dF = LF\sin\phi = (2/0\,\text{m})(300\,\text{N})\sin 60^\circ \Rightarrow$$

$$\tau = 520\,\text{m.N}$$

این مثال را به طریق زیر نیز می‌توان حل کرد:

در شکل ۴ ــ ۱۲ (ج) می‌بینیم که نیروی ۳۰۰ نیوتونی به دو نیروی ۱۵۰ نیوتونی (در راستای در) و ۲۶۰ نیوتونی (در راستای عمود بر در) تجزیه شده است. گشتاور نیروی ۱۵۰



شکل ۴ ــ ۱۲ مربوط به مثال ۶. (الف) در با نیروی ۳۰۰ نیوتون باز می‌شود. (ب) بازوی گشتاور d است. (ج) نمودار مؤلفه‌های نیروی ۳۰۰ نیوتونی.

نیوتونی به خاطر همراستا بودن با مقطع در، به عبارت دیگر، به خاطر صفر بودن بازوی گشتاور، **صفر** است. در نتیجه، گشتاور نیروی مؤثر بر در فقط از نیروی عمودی ۲۶۰ نیوتونی ناشی می‌شود، که برابر است با:

$$\tau = (2/0\,\text{m})(260\,\text{N}) = 520\,\text{m.N}$$

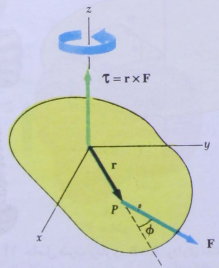
حاصل ضرب برداری دو بردار: همان‌طور که دیدیم، گشتاور نیرو کمیتی برداری است. بزرگی گشتاور نیرو بنا به معادلهٔ (۴ ــ ۴) از حاصل ضرب بزرگی نیرو در تصویر فاصلهٔ نقطهٔ اثر نیرو تا محور دوران بر روی راستای عمود بر نیرو، به دست می‌آید.

فرض می‌کنیم نیروی $\mathbf{F}$، مطابق شکل ۴ ــ ۱۳، در نقطهٔ P با بردار مکان $\mathbf{r}$، به جسم صلبی وارد می‌شود. بزرگی گشتاور حاصل از این نیرو نسبت به مبدأ مختصات با توجه به معادلهٔ (۴ ــ ۴) برابر است با:

$$\tau = rF\sin\phi \qquad (۴ ــ ۵)$$

که در آن ϕ زاویهٔ میان $\mathbf{r}$ و $\mathbf{F}$ است. محوری که جسم به دور آن می‌چرخد بر صفحهٔ شامل $\mathbf{r}$ و $\mathbf{F}$ عمود است و از مبدأ مختصات می‌گذرد.

چون نیروی $\mathbf{F}$ در شکل ۴ ــ ۱۳ در صفحهٔ $x-y$ قرار دارد و جسم را برخلاف جهت ساعتگرد می چرخاند، گشتاور $\boldsymbol{\tau}$ برداری در راستای محور z و در جهت مثبت این محور خواهد بود. بدیهی است چنانچه جهت نیروی $\mathbf{F}$ عوض شود، جهت بردار گشتاور $\boldsymbol{\tau}$ نیز عوض خواهد شد.



شکل ۴ ــ ۱۳ بردار گشتاور $\boldsymbol{\tau}$ بر صفحهٔ شامل بردار مکان $\mathbf{r}$ و نیروی $\mathbf{F}$ عمود است.

با توجه به آنچه گفته شد می‌بینیم که گشتاور τ با تعریف ***حاصل ضرب برداری*** دو بردار $\mathbf{r}$ و $\mathbf{F}$ مطابقت دارد و شکل برداری معادلهٔ (۴ ـ ۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\boxed{\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}} \qquad (۴ ـ ۶)$$

در حالت کلی، تعریف ضرب برداری دو بردار با توجه به شکل ۴ ـ ۱۴ چنین است:

حاصل ضرب برداری دو بردار A و B برداری مانند C است که بزرگیش، $AB\sin\theta$، برابر با مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل از دو ضلع A و B است. بردار C بر صفحهٔ شامل A و B عمود است و جهتش با قاعدهٔ دست راست معین می‌شود.

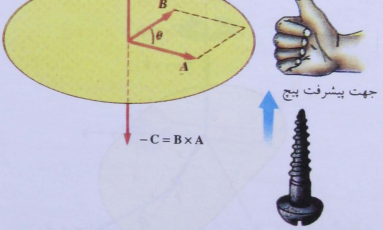
بنابراین، رابطهٔ مربوط به ضرب برداری دوبردار عبارت است از:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} \qquad (۴ ـ ۷)$$

بزرگی بردار $\mathbf{C}$ برابر است با:

$$C = |\mathbf{C}| = AB\sin\theta \qquad (۴ ـ ۸)$$

که در آن A و B بزرگیهای بردارهای $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ و θ، مطابق شکل ۴ ـ ۱۴ زاویهٔ میان دو بردار است.



شکل ۴ ـ ۱۴ حاصل ضرب برداری $\mathbf{A}\times\mathbf{B}$ برداری مانند $\mathbf{C}$ است که بزرگیش، $AB\sin\theta$، برابر با مساحت متوازی‌الاضلاع نشان داده شده است. بردار $\mathbf{C}$ بر صفحهٔ شامل $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ عمود است و جهتش با قاعدهٔ دست راست معین می‌شود.

یادآوری می‌شود که در ضرب برداری دو بردار علامت حاصل ضرب بستگی به ترتیب عاملهای ضرب دارد. اگر جای عاملهای ضرب عوض شود علامت حاصل ضرب عوض خواهد شد. بنابراین، می توان نوشت

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = -(\mathbf{B}\times\mathbf{A}) \qquad (۴ ـ ۹)$$

همچنین، با توجه به معادلهٔ (۴ ـ ۸) به ازای $\theta = 0$ (موازی بودن دو بردار)، داریم $C = 0$ و به ازای $\theta = 90°$ (عمود بر هم بودن دو بردار)، داریم $C = AB$.

۴ ـ ۵ شرط دوم تعادل

در بخش ۴ ـ ۳ دیدیم که اگر در مورد جسمی شرط اول تعادل برقرار باشد آن جسم یا در حال سکون است یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند. به عبارت دیگر، اگر نیروی برایند وارد بر جسمی صفر باشد شتاب خطی آن جسم صفر است. برای ***تعادل انتقالی*** (خطی) یک جسم شرط صفر بودن برایند نیروها لازم است اما این شرط برای ***تعادل دورانی*** جسم کافی نیست.

اجسام واقعی، شکل، اندازه و توزیع جرم معینی دارند و تمایل دارند تحت اثر نیروهای خارجی بچرخند. برای آنکه اجسام تحت اثر نیروهای خارجی نچرخند باید شرط تعادل دورانی دربارهٔ آنها صادق باشد. مثلاً، در شکل ۴ ـ ۱۱ اگرچه نیروی برایند وارد بر صندوق صفر است اما صندوق تحت اثر نیروهای مؤثر بر آن میل بچرخیدن دارد. به عبارت دیگر برایند گشتاورهای وارد بر صندوق صفر نیست و همان‌طور که در مثال ۵ دیدیم، برایند گشتاورها برابر با $-۵۰\,\mathrm{m.N}$ است.

تعادل دورانی موضوع ***شرط دوم تعادل*** است، که چنین بیان می‌شود:

بنا به شرط دوم تعادل، هرگاه جسمی در حال تعادل دورانی باشد برایند گشتاورهای نیروهای مؤثر بر جسم نسبت به هرنقطه از فضا صفر است.

شکل ریاضی شرط دوم تعادل به صورت زیر است:

$$\boxed{\Sigma\tau = 0} \qquad (۴ ـ ۱۰)$$

به طور خلاصه، برای آنکه جسمی در حال تعادل باشد باید دو شرط زیر در مورد آن برقرار باشد:

۱. صفر بودن برایند نیروهای خارجی وارد بر جسم:

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

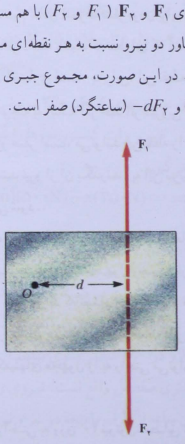
۲. صفر بودن برایند گشتاورهای نیروهای خارجی وارد بر جسم:

$$\sum \tau = 0$$

چنانکه گفته شد، شرط اول شرط لازم برای تعادل انتقالی و شرط دوم شرط لازم برای تعادل دورانی است.

محل محور دوران: در مثالهایی که بیان شد لازم بود برای محاسبهٔ گشتاورها یک نقطه و محور دوران گذرنده از آن نقطه را انتخاب کنیم. معمولاً شرایط مسأله جای مناسب محور را مشخص می‌کند، اما گاهی اوقات ممکن است چنین نباشد. ***اگر جسم در حال تعادل دورانی باشد، برای محاسبهٔ گشتاور نیروها محل محور دوران اهمیتی ندارد و کاملاً اختیاری است.***

برای درک موضوع اختیاری بودن محل محور دوران شکل ۴ـ ۱۵را در نظر می‌گیریم. چون جسم در حال تعادل است باید بزرگیهای دو نیروی $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ (F_1 و F_2) با هم مساوی باشند. علاوه بر آن بازوی گشتاور دو نیرو نسبت به هر نقطه‌ای مانند O ، یکسان و برابر با d است. در این صورت، مجموع جبری گشتاورهای dF_1 (خلاف ساعتگرد) و $-dF_2$ (ساعتگرد) صفر است.



شکل ۴ ــ ۱۵ برای آنکه جسم در حال تعادل باشد، باید دو نیروی $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ همرس و بزرگیهایشان مساوی باشند.

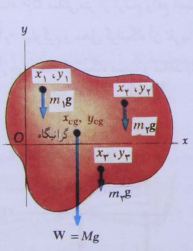
۴ ــ ۶ گرانیگاه

تقریباً در تمام مسائل مربوط به تعادل یکی از نیروهایی که باید در نظر گرفته شود، نیروی وزن جسم، یعنی نیروی گرانشی مؤثر بر جسم از طرف زمین است. برای محاسبهٔ گشتاور نیروی حاصل از وزن می‌توان تمام وزن جسم را در نقطه ای به نام **گرانیگاه** (**مرکز ثقل**) متمرکز دانست.

وقتی می‌گوییم یک میلهٔ آلومینیومی ۱۰ نیوتون وزن دارد منظور این است که ۱۰ نیوتون نیرو در جهت مرکز زمین به میله وارد می‌شود. در واقع، این نیروی جاذبه برایند نیروهای مؤثر بر تک‌تک اجزای میله است که برابر با ۱۰ نیوتون و جهتش به طرف پایین است.

در شکل ۴ ــ ۱۶ جسمی را در نظر گرفته ایم که به ذره‌های کوچک تقسیم شده است. جرمهای این ذره‌ها را m_1 ، m_2 ، m_3 و ... و مختصات محل آنها را (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) ، (x_3, y_3) و ... می‌گیریم. در این شکل بردارهای نمایشگر وزن هر ذره و همچنین وزن کل $\mathbf{W}$ رسم شده‌اند. وزن هر ذره نسبت به مبدأ O گشتاوری ایجاد می‌کند که بزرگیش برابر با حاصل ضرب بازوی گشتاور در وزن ذره است. گشتاور وزن $m_1 g$ برابر با $x_1 m_1 g$ ، گشتاور وزن $m_2 g$ برابر با $x_2 m_2 g$ و گشتاورهای دیگر نیز به همین ترتیب در نظر گرفته می‌شوند.

چون اثر دورانی تک‌نیروی $\mathbf{W} = M\mathbf{g}$ (وزن جسم) به دور محور گذرنده از O با مجموع اثر دورانی وزن تمام ذره‌ها به دور این



شکل ۴ ــ ۱۶ نمایش گرانیگاه یک جسم. وزن کل W که به گرانیگاه اثر می‌کند، از جهت دوران همان اثری را دارد که وزن تک‌تک ذره‌های تشکیل دهندهٔ جسم دارند.

محور برابر است، می‌توانیم بنویسیم.

$$Mgx_c = \sum \tau_o$$

$$Mgx_c = m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + m_3 g x_3 + \ldots \qquad (۴ _ ۱۱)$$

که در آن

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots = \sum m_i \qquad (۴ _ ۱۲)$$

با توجه به معادله‌های (۴ ــ ۱۱) و (۴ ــ ۱۲)، مختصهٔ x گرانیگاه جسم، یعنی x_c، برابر است با :

$$\boxed{x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}} \qquad (۴ _ ۱۳)$$

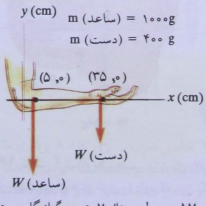
که در آن نماد $\sum$ به معنای مجموع است و $i = 1, 2, 3, \ldots$. به همین ترتیب، مختصهٔ y گرانیگاه جسم نیز از معادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}} \qquad (۴ _ ۱۴)$$

برای اجسام یکنواخت و متقارن پیدا کردن محل گرانیگاه مشکل نیست. مثلاً گرانیگاه یک کره یا یک استوانه در مرکز هندسی آن قرار دارد. در بعضی اجسام، مانند رخت آویز، داس، عصا، گرانیگاه در خارج جسم واقع است.

مثال ۷

جرم ساعد انسان بالغ در حدود یک کیلوگرم است و گرانیگاه ساعد به فاصلهٔ ۰٫۵ سانتی‌متر از آرنج واقع است. جرم دست در حدود ۰٫۴۰ کیلوگرم و محل گرانیگاه آن تقریباً در فاصلهٔ ۳۵ سانتی‌متری آرنج است. گرانیگاه دست و ساعد (شکل ۴ــ۱۷) را معین کنید.



شکل ۴ ــ ۱۷ مربوط به مثال ۷. تعیین گرانیگاه دست و ساعد.

حل

با استفاده از معادلهٔ (۴ ــ ۱۳)، داریم

$$x_c = \frac{(1/0\,\text{kg})(0/0\,5\,\text{m}) + (0/4\,0\,\text{kg})(0/3\,5\,\text{m})}{1/0\,\text{kg} + 0/4\,0\,\text{kg}} \Rightarrow$$

$$x_c = 0/1\,3\,5\,\text{m} = 13/5\,\text{cm}$$

چون دستگاه مختصات طوری انتخاب شده است که گرانیگاههای ساعد و دست درروی محور x قرار دارند، مختصهٔ y گرانیگاه، یعنی y_c، برابر با صفر است.

۴ ــ ۷ مثالهایی دربارهٔ تعادل اجسام

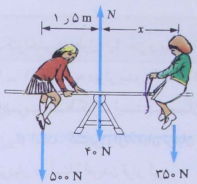
در بخش ۴ ــ ۳ دربارهٔ روشهایی که به حل مسأله‌های تعادل کمک می‌کنند، توضیح دادیم. اکنون که شرط دوم تعادل را هم به عنوان یک شرط مهم به شرط اول تعادل افزوده‌ایم، برای حل مسأله‌های تعادل لازم است نکات زیر را هم به آنچه پیشتر بیان شده است، بیفزاییم.

هرگاه نیروهای مؤثر بر جسم همرس نباشند برای تحلیل وضعیت تعادل باید از شرط دوم تعادل (شرط صفر بودن برایند گشتاور نیروها) استفاده کنید. به خاطر داشته باشید که نقطه‌ای که گشتاورها را نسبت به آن حساب می‌کنید اختیاری است. بنابراین، این نقطه را به‌طور مناسب انتخاب کنید. با توجه به اینکه اگر خط اثر نیرویی از نقطهٔ موردنظر بگذرد گشتاور نیرو صفر است، می‌توانید این نقطه را در محلی انتخاب کنید که یک یا چند نیرو از آن بگذرند. به این ترتیب، کار محاسبهٔ گشتاورها آسانتر می شود.

با استفاده از شرطهای اول و دوم تعادل معادله‌هایی به دست می‌آورید که در آنها چند کمیت مجهول وجود دارد. این کمیتهای مجهول وقتی قابل محاسبه اند که تعداد آنها از تعداد معادله‌های مستقلی که می‌نویسید بیشتر نباشد. در این برنامه با مسأله‌هایی سر و کار خواهیم داشت که در آنها کمیتهای مجهول را به راحتی می‌توان به دست آورد.

مثال ۸

تختهٔ یکنواختی به وزن ۴۰ نیوتون، مطابق شکل ۴ ــ۱۸، بر روی تکیه‌گاهی قرار گرفته است و دو کودک با وزنهای ۵۰۰ و ۳۵۰ نیوتون روی آن نشسته‌اند. تکیه‌گاه در زیر گرانیگاه تخته



شکل ۴ ــ ۱۸ مربوط به مثال ۸. دو کودک در حال تعادل بر روی الاکلنگ.

قرار دارد و کودک ۵۰۰ نیوتونی به فاصلهٔ ۱٫۵ متر از گرانیگاه نشسته است. (الف) نیروی عمودی رو به بالای N را که به تکیه‌گاه تخته وارد می‌شود، حساب کنید. (ب) معین کنید کودک ۳۵۰ نیوتونی در چه فاصله ای از تکیه‌گاه نشسته است.

حل

(الف) علاوه بر N ، نیروهای خارجی وارد بر تخته، وزن تخته و وزن دو کودک هستند، که جهت هرسه رو به پایین است. چون توزیع جرم در تخته یکنواخت است، گرانیگاه تخته در مرکز هندسی آن قرار دارد. بنابراین، با توجه به شکل، داریم

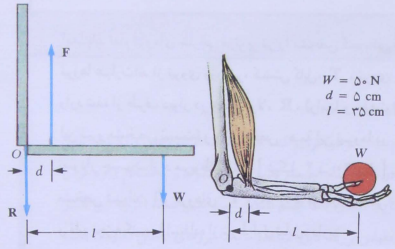
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - 500\,\text{N} - 350\,\text{N} - 40\,\text{N} \Rightarrow$$
$$N = 890\,\text{N}$$

(ب) برای تعیین جای کودک ۳۵۰ نیوتونی از شرط دوم تعادل استفاده می‌کنیم و برایند گشتاور نیروها را نسبت به گرانیگاه برابر با صفر می‌گیریم.

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow (1{,}5\,\text{m})(500\,\text{N}) - x(350\,\text{N}) = 0 \Rightarrow$$
$$x = 2{,}14\,\text{m}$$

مثال ۹

وزنه ای ۵۰ نیوتونی در دست شخصی که ساعدش، مطابق شکل ۴ ــ ۱۹ (الف)، به صورت افقی است، قرار دارد. ماهیچهٔ دو سر بازو در ۵٫۰ سانتی‌متری مفصل آرنج و وزنه در ۳۵ سانتی‌متری مفصل واقع است. نیروی رو به بالای مؤثر بر استخوان ساعد از طرف ماهیچهٔ دو سر و نیروی رو به پایین مؤثر بر مفصل از طرف استخوان بازو را به دست آورید. از وزن ساعد چشمپوشی کنید.



شکل ۴ ــ ۱۹ مربوط به مثال ۹. (الف) وزنه ای در دست شخصی که ساعدش به صورت افقی است، قرار دارد. (ب) مدل مکانیکی سیستم شکل.

حل

نیروهای مؤثر بر ساعد را می‌توان مانند نیروهای مؤثر بر میله‌ای به طول ۳۵ سانتی‌متر، مطابق شکل ۴ ــ ۱۹ (ب)، در نظر گرفت. نیروی رو به بالای وارد شده از طرف ماهیچهٔ دو سر را با $\mathbf{F}$ و نیروی رو به پایین وارد شده از طرف استخوان بازو را با $\mathbf{R}$ نمایش می دهیم. در این صورت، با توجه به شرط اول تعادل، داریم

$$\sum F_y = F - R - 50\,\text{N} = 0 \Rightarrow F - R = 50\,\text{N} \quad (1)$$

از طرفی، با توجه به شرط دوم تعادل، برایند گشتاورهای نیروها نسبت به نقطهٔ O صفر است. پس

$$\sum \tau_O = (0{,}05\,\text{m})F - (0{,}35\,\text{m})(50\,\text{N}) = 0 \Rightarrow$$
$$F = 350\,\text{N}$$

برای محاسبهٔ R با استفاده از معادلهٔ (۱)، داریم

$$350\,\text{N} - R = 50\,\text{N} \Rightarrow R = 300\,\text{N}$$

مثال ۱۰

یک سر تیری به طول ۸٫۰ متر و وزن ۲۰۰ نیوتون به یک لولای متصل به دیوار بسته شده است. سر دیگر تیر، مطابق شکل ۴ــ ۲۰ (الف) به کابلی که با راستای افقی زاویهٔ ۵۳ درجه می‌سازد، وصل است. شخصی به وزن ۸۰۰ نیوتون در روی تیر در فاصلهٔ ۲٫۰ متری ایستاده است. کشش کابل و نیروی وارد شده به تیر از طرف دیوار را حساب کنید.

حل

ابتدا باید تمام نیروهای خارجی مؤثر بر تیر را مشخص کنیم. این نیروها عبارت‌اند از نیروی وزن تیر، کشش کابل، $\mathbf{T}$ ، نیروی وارد شده از طرف دیوار در محل لولا، $\mathbf{R}$ ، (راستا و جهت این نیرو مشخص نیست) و وزن شخص. همهٔ این نیروها در نمودار جسم ـ آزاد مربوط به تیر [شکل ۴ ـ ۲۰(ب)] مشخص شده‌اند. اگر نیروهای $\mathbf{T}$ و $\mathbf{R}$ را به مؤلفه‌های افقی و قایم تجزیه کنیم، با استفاده از شرط اول تعادل، داریم

$$\sum F_x = R\cos\theta - T\cos 53^\circ = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = R\sin\theta + T\sin 53^\circ - 800\,\text{N} - 200\,\text{N} = 0 \qquad (2)$$

از طرفی، با توجه به شرط دوم تعادل، برایند گشتاورهای نیروها نسبت به نقطهٔ O صفر است. پس

$$\sum \tau_O = (8/0\,\text{m})(T\sin 53^\circ) - (2/0\,\text{m})(800\,\text{N}) - (4/0\,\text{m})(200\,\text{N}) = 0 \Rightarrow T = 375\,\text{N}$$

اکنون معادله های (۱) و (۲) به صورت زیر درمی‌آیند:

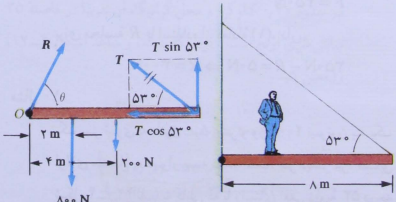
$$R\cos\theta = (375\,\text{N})(0/60) = 225\,\text{N}$$

$$R\sin\theta = 1000\,\text{N} - (375\,\text{N})(0/80) = 700\,\text{N} \Rightarrow$$

$$\tan\theta = \frac{700}{225} = 3/11 \Rightarrow \theta = 72/2^\circ$$

$$R = \frac{225\,\text{N}}{\cos 72/2^\circ} \Rightarrow R = 735\,\text{N}$$

اگر گشتاورها را نسبت به هر نقطهٔ دیگری بجز O هم حساب می کردیم همین نتیجه به دست می‌آمد.



شکل ۴ ـ ۲۰ مربوط به مثال ۱۰. (الف) تیر یکنواختی از یک طرف به کمک لولا و از طرف دیگربه کمک کابل نگه داشته شده است. (ب) نمودار جسم ـ آزاد مربوط به تیر.

مثال ۱۱

نردبان یکنواختی به طول ۴/۰ متر و وزن ۵۰ نیوتون، مطابق شکل ۴ ـ ۲۱(الف) به دیوار بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی میان نردبان و زمین $\mu_s = 0/40$ است. کمترین زاویهٔ میان نردبان و زمین چقدر باید باشد تا نردبان در آستانهٔ لغزیدن قرار گیرد.

حل

شکل ۴ ـ ۲۱ (ب) نمودار جسم ـ آزاد تمام نیروهای مؤثر بر نردبان را نشان می‌دهد. نیروهای مؤثر بر نردبان عبارت‌اند از $\mathbf{R}$ واکنش زمین روی نردبان، $\mathbf{P}$ واکنش دیوار روی نردبان و $\mathbf{W}$ نیروی وزن نردبان. چون نردبان به حال تعادل است، داریم

$$\mathbf{R} + \mathbf{P} + \mathbf{W} = 0 \quad , \quad \mathbf{R} = \mathbf{f} + \mathbf{N}$$

بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$\sum F_x = f_{s,max} - P = 0 \Rightarrow P = f_{s,max}$$

$$\sum F_y = N - 50\,\text{N} = 0 \Rightarrow N = 50\,\text{N}$$

از طرفی، $f_{s,max} = \mu_s N = 0/40(50\,\text{N}) = 20\,\text{N}$

و از آنجا

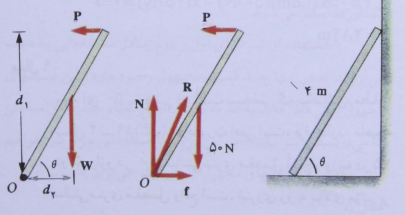
$$P = f_{s,max} = 20\,\text{N}$$

با استفاده از شرط دوم تعادل و با توجه به شکل ۴ ـ ۲۱ (ج)، داریم

$$\sum \tau_O = d_1 P - d_2 W = 0$$

$$(4/0\,\text{m}\sin\theta)(20\,\text{N}) - \left(\frac{4/0}{2}\,\text{m}\cos\theta\right)(50\,\text{N}) = 0$$

$$\tan\theta_{min} = 1/25 \Rightarrow \theta_{min} = 51/3^\circ$$



شکل ۴ ـ ۲۱ مربوط به مثال ۱۱. (الف) نردبانی به دیوار بدون اصطکاک تکیه داده شده است. (ب) نمودار جسم ـ آزاد نردبان. (ج) نمودار بازوهای گشتاور نیروهای $\mathbf{W}$ و $\mathbf{P}$.

مطالعهٔ آزاد

خواص کشسانی جامدها

در مطالعهٔ تعادل اجسام صلب فرض کردیم که اجسام تحت اثر نیروهای وارد شده تغییر شکل نمی‌دهند. اما در واقع، تمام اجسام تغییر شکل پذیرند و به هنگام وارد کردن نیروهای خارجی، شکل یا اندازهٔ یک جسم ممکن است تغییر کند. اگرچه این تغییر شکلها به راحتی و در مقیاس بزرگ قابل مشاهده‌اند، اما نیروهای داخلی مقاومت کننده در برابر این تغییر شکلها از نیروهای کوتاه ــ برد میان اتمها ناشی می‌شوند.

خواص کشسانی اجسام جامد بر پایهٔ تنش و کرنش مورد بحث قرار می‌گیرند. **تنش** کمیتی است که با نیروی به وجود آورندهٔ تغییر شکل متناسب است. به بیان دیگر،

تنش عبارت است از نیروی خارجی که به یکای مساحت مقطع یک جسم وارد می‌شود.

کرنش معیاری از درجهٔ تغییرشکل یک جسم است. به طور تجربی معلوم شده است که در تنشهای نسبتاً کم، تنش با کرنش متناسب است و ثابت تناسب به مادهٔ تغییر شکل پذیر و نوع تغییر شکل بستگی دارد. این ثابت تناسب را ***مدول کشسانی*** می‌نامند. بنابراین، مدول کشسانی را می‌توان با رابطهٔ زیر تعریف کرد:

$$\text{مدول کشسانی} = \frac{\text{تنش}}{\text{کرنش}} \qquad (۴ - ۱۵)$$

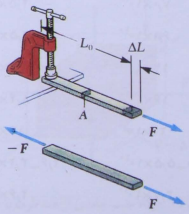
اکنون سه نوع تغییر شکل را در نظر می‌گیریم و مدول کشسانی مربوط به هرکدام را به شرح زیر معرفی می‌کنیم:

۱. مدول یانگ، که معیاری از مقاومت جسم جامد در برابر تغییر طول جسم است.

۲. مدول برشی، که معیاری از مقاومت در برابر صفحات جسم جامد در موقع لغزیدن بر روی یکدیگر است.

۳. مدول حجمی، که معیاری از ابراز مقاومت جامدات یا مایعات در برابر تغییر حجم است.

مدول یانگ (خاصیت کشسانی طولی): میلهٔ درازی به طول L_0 و مساحت مقطع A را که، مطابق شکل ۴ــ ۲۲، از یک سر در نقطه‌ای محکم شده است، در نظر می‌گیریم. هرگاه نیروی خارجی $\mathbf{F}$ به سر دیگر میله و به طور عمود بر سطح مقطع آن وارد شود، نیروهای داخلی میله با وابیچش (***کشیدگی***) میله مقابله می‌کنند. اما با افزایش طول میله و موازنهٔ کامل نیروی خارجی با نیروهای داخلی، سرانجام، میله به



شکل ۴ ــ ۲۲ میلهٔ درازی از یک سر در نقطه ای محکم شده و از سر دیگر تحت اثر نیروی $\mathbf{F}$ به اندازهٔ ΔL افزایش طول پیدا کرده است.

حالت تعادل می‌رسد. در این حالت، گفته می‌شود که به میله تنش وارد شده است.

تنش کششی برابر با نسبت بزرگی نیروی خارج F به مساحت مقطع میله، A، است. در این حالت، **کرنش کششی** به صورت نسبت تغییر طول میله، ΔL، به طول اولیهٔ میله، L_0، تعریف می‌شود. بنابراین، کرنش کمیتی بدون ابعاد است. اکنون می‌توانیم **مدول یانگ**، Y را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$Y = \frac{\text{تنش کششی}}{\text{کرنش کششی}} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} \qquad (۴ _ ۱۶)$$

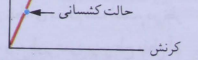
این معادله، به طور کلی، تنش وارد شده به یک میله، یا یک سیم، را تحت اثر کشش یا فشار مشخص می‌کند. توجه کنید که چون کرنش بدون ابعاد است، ابعاد مدول یانگ، Y، همان ابعاد تنش، یعنی نیرو به ازای یکای سطح است. در نتیجه، یکای مدول یانگ در دستگاه یکاهای SI **نیوتون بر متر مربع** (N/m^2) خواهد بود. در جدول ۴ ــ ۱ مدول یانگ مربوط به چند ماده درج شده است.

آزمایش نشان می‌دهد که، (الف) تغییر طول یک میله به ازای یک نیروی معین با طول اولیهٔ میله متناسب است، و (ب) نیروی لازم برای ایجاد یک کرنش معین با مساحت مقطع میله متناسب است. این نتیجه‌ها، هر دو، با معادلهٔ (۴ ــ ۱۶) سازگارند.

با وارد کردن یک تنش نسبتاً بزرگ به یک جسم ممکن است جسم از حد **کشسانی** خارج شود (شکل ۴ ــ ۲۳). هرگاه تنش از حد کشسانی تجاوز کند جسم جنان وا می‌پیچد که پس از حذف تنش، دیگر به شکل اولیه برنمی‌گردد. فراسوی حد کشسانی، منحنی تغییرات تنش برحسب کرنش یک جسم جامد کشسان (شکل ۴ ــ ۲۳) از حالت راستخط خارج می‌شود. از این‌رو، جسم پس از هربار کشیدن و رها کردن

جدول ۴ ــ ۱ مقادیر نوعی مدول‌های کشسانی چند ماده

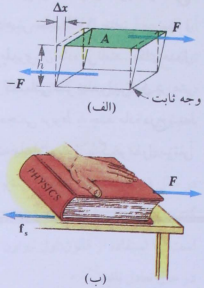
ماده	مدول یانگ (N/m^2)	مدول برشی (N/m^2)	مدول حجمی (N/m^2)
آلومینیوم	$7/0 \times 10^{10}$	$2/5 \times 10^{10}$	$7/0 \times 10^{10}$
برنج	$9/1 \times 10^{10}$	$3/5 \times 10^{10}$	$6/1 \times 10^{10}$
مس	11×10^{10}	$4/2 \times 10^{10}$	14×10^{10}
فولاد	20×10^{10}	$8/4 \times 10^{10}$	16×10^{10}
تنگستن	35×10^{10}	14×10^{10}	20×10^{10}
شیشه	$6/5 _ 7/8 \times 10^{10}$	$2/6 _ 3/2 \times 10^{10}$	$0 _ 5/5 \times 10^{10}$
کوارتز	$5/6 \times 10^{10}$	$2/6 \times 10^{10}$	$2/7 \times 10^{10}$
آب	—	—	$0/21 \times 10^{10}$
جیوه	—	—	$2/8 \times 10^{10}$



شکل ۴ ــ ۲۳ منحنی تغییرات تنش برحسب کرنش یک جسم جامد کشسان.

تغییر شکل دایمی پیدا می‌کند. چنانچه افزایش تنش ادامه یابد جسم سرانجام از هم گسیخته می‌شود.

مدول برشی (خاصیت کشسانی شکلی): نوع دیگر تغییر شکل اجسام هنگامی روی می‌دهد که جسم، مطابق شکل ۴ ــ ۲۴ (الف)، تحت اثر نیروی $\mathbf{F}$ به طورمماس بر یک وجه، در حالی که وجه دیگر در اثر نیروی اصطکاک $\mathbf{f}_s$ ثابت است، قرار گیرد. اگرجسم ابتدا به شکل مکعب مستطیل باشد،تنش آن را به‌شکل متوازی‌ـ السطوح در می‌آورد . در این حالت تنش را **تنش برشی** می‌نامند. کتابی که، مطابق شکل ۴ ــ ۲۴ (ب) به طور جانبی هُل داده می شود، مثالی از یک جسم تحت اثر تنش برشی است. در این تغییر شکل حجم تغییر نمی‌کند.



شکل ۴ ــ ۲۴ (الف) تغییر شکل برشی یک جسم مکعب مستطیل شکل به وسیلهٔ دو نیروی مساوی و مخالف که به دو وجه موازی جسم وارد می‌شوند. (ب) کتابی که تحت اثر تنش برشی قرار دارد.

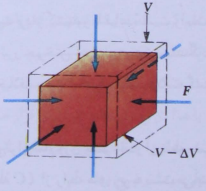
تنش برشی برابر با F/A ، یعنی نسبت نیروی مماسی F به مساحت وجه برش یافته، A ، است. کرنش برشی به صورت $\Delta x/h$ ، یعنی نسبت جابه‌جایی افقی وجه برش یافته به ارتفاع جسم، h ، تعریف می‌شود. با این تعریفها رابطهٔ مربوط به مدول برشی S ، چنین نوشته می شود:

$$S = \frac{\text{تنش برشی}}{\text{کرنش برشی}} \qquad (۴ ــ ۱۷)$$

یکای مدول برشی در دستگاه یکاهای SI **نیوتون بر متر مربع** $(\mathrm{N/m^2})$ است. در جدول ۴ ــ ۱ مدول برشی مربوط به چند ماده درج شده است.

مدول حجمی (خاصیت کشسانی حجمی): اکنون به تعریف مدول حجمی یک جسم که پاسخ جسم را در برابر فشار یکنواخت مشخص می‌کند، می‌پردازیم. فرض کنید به همهٔ وجه‌های یک جسم، مطابق شکل ۴ ــ ۲۵، نیروهای خارجی به طور یکنواخت و عمود بر وجه‌ها وارد شوند. (مثلاً در مورد یک جسم غوطه‌ور در مایع چنین وضعی پیش می‌آید). این جسم حجمش تغییر می‌کند اما شکل کلی آن تغییر نمی‌کند. در این حالت گفته می‌شود که به جسم یک تنش حجمی وارد شده است. **تنش حجمی** ΔP ، برابر با نسبت نیروی عمودی F به مساحت سطح، A، است، یعنی

$$\Delta P = \frac{F}{A} \qquad (۴ ــ ۱۸)$$



شکل ۴ ــ ۲۵ هرگاه جسم جامدی از همه طرف به طور یکنواخت تحت فشار قرار گیرد حجم جسم تغییر می‌کند اما شکل کلی آن تغییر نمی‌کند. این مکعب با وارد شدن نیرو به‌طورعمود بر همهٔ وجه‌های آن فشرده شده است.

کمیت ΔP را **فشار** می‌نامند. **کرنش حجمی** به صورت نسبت تغییر حجم ΔV به حجم اولیهٔ جسم، V ، تعریف می‌شود. بنابراین، با توجه به معادلهٔ (۴ ــ ۱۵) رابطهٔ مربوط به مدول حجمی، B، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$B = \frac{\text{تنش حجمی}}{\text{کرنش حجمی}} = -\frac{F/A}{\Delta V/V} \qquad (۴ ــ ۱۹)$$

دلیل وجود علامت منفی در معادلهٔ (۴ ـ ۱۹) مخالف بودن علامتهای صورت و مخرج است، زیرا افزایش فشار (ΔP مثبت) موجب کاهش حجم (ΔV منفی) می‌شود و برعکس. عکس مدول حجمی یک ماده را ***تراکم‌پذیری*** آن ماده می‌نامند. یکای مدول حجمی در دستگاه یکاهای SI، مانند دو مدول کشسانی ذکر شده، ***نیوتون بر متر مربع*** (N/m^2) است. در جدول۴ ـ ۱ مدول حجمی مربوط به چند ماده درج شده است. با توجه به این جدول، ملاحظه می‌کنیم که مایعات مدول یانگ و مدول برشی ندارند، زیرا یک مایع نمی تواند تنشهای کششی و برشی را تحمل کند.

خلاصهٔ فصل

شرطهای تعادل

یک جسم هنگامی در حال تعادل است که در آن شرطهای زیر برقرار باشند: (۱) برایند نیروهای خارجی مؤثر بر جسم صفر باشد، و (۲) برایند گشتاورهای نیروهای خارجی مؤثر بر جسم نسبت به هر نقطهٔ اختیاری صفر باشد، یعنی

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

$$\sum \tau = 0$$

تعادل انتقالی

معادلهٔ اول را شرط اول تعادل می‌نامند. هرگاه این شرط برقرار باشد، جسم یا در حال سکون است یا با سرعت ثابت حرکت می کند و جسم در حال تعادل انتقالی است. معادلهٔ دوم را شرط

تعادل دورانی

دوم تعادل می‌نامند. اگر این شرط برقرار باشد، جسم در حال تعادل دورانی است.

توانایی نیروی F برای چرخاندن جسم به دور یک محور را با کمیت گشتاور نیرو، τ، اندازه‌گیری می کنند. بزرگی گشتاور نیرو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\tau = dF$$

بازوی گشتاور

که در آن d بازوی گشتاور است. بازوی گشتاور برابر با فاصلهٔ خط اثر نیرو تا محور دوران است. گشتاور نیرو کمیتی برداری است. جهت بردار گشتاور با قاعدهٔ دست راست معین

جهت بردار گشتاور

می‌شود. بنابه قرارداد، اگر تحت اثر گشتاور نیرو چرخش جسم در جهت ساعتگرد باشد علامت گشتاور را منفی و اگر چرخش جسم برخلاف جهت ساعتگرد باشد علامت گشتاور را مثبت می گیریم.

گرانیگاه جسم

گرانیگاه یک جسم نقطه‌ای است که می‌توان تمام وزن جسم را در آن نقطه متمرکز در نظر گرفت. مختصات x و y گرانیگاه جسم (نقطهٔ C) از رابطه های زیر به دست می‌آیند:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \quad , \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

پرسشها

۱. آیا یک جسم تحت اثر فقط یک نیرو می تواند به حال تعادل باشد؟ توضیح دهید.

۲. در چه شرایطی نیروهای کشش دو کابل متصل به چراغ در مثال ۱ باهم برابرند؟

۳. آیا از نظر فیزیکی ممکن است زاویهٔ میان دو کابل متصل به چراغ در مثال ۱ صفر باشد؟

۴. گفته می‌شود که ماه به هنگام گردش به دور زمین در حال تعادل است. با استفاده از قانون اول نیوتون نشان دهید که ماه نمی‌تواند در حال تعادل باشد.

۵. در چه شرایطی جسمی که در یک مایع چسبنده در حال سقوط است به حال تعادل درمی‌آید؟

۶. مثالی ذکر کنید که در آن برایند نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد، اما برایند گشتاورهای وارد بر جسم صفر نباشد.

۷. مثالی ذکر کنید که در آن برایند گشتاورهای وارد بر یک جسم صفر باشد، اما برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد.

۸. اگر فقط گشتاورهای مؤثر بر یک جسم آن را در جهت ساعتگرد بچرخانند، آیا جسم می‌تواند در حال تعادل باشد؟

۹. آیا یک جسم در حال حرکت می تواند به حال تعادل باشد؟ توضیح دهید.

۱۰. محل گرانیگاه اجسام یکنواخت زیر را معین کنید: (الف) کره، (ب) مکعب و (ج) استوانه.

۱۱. چرا توصیه می‌شود که هنگام بلند کردن یک جسم سنگین به جای خم کردن کمر و بلند شدن از کمر تا می‌توانید کمر خود را راست نگه دارید و روی زانوها بلند شوید؟

۱۲. دو صندوق بلند و کوتاه با جرم یکسان را در کنار هم (بدون تماس با هم) در روی سطح شیبداری قرار می‌دهیم. سپس زاویهٔ سطح شیبدار را به تدریج زیاد می‌کنیم. کدام صندوق زودتر واژگون می‌شود؟ توضیح دهید.

۱۳. مثالی ذکر کنید که در آن گرانیگاه یک جسم در خارج جسم باشد.

۱۴. یک تخته سه‌لا با شکل نامنظم در اختیار دارید. توضیح دهید چگونه گرانیگاه آن را معین می کنید.

۱۵. برای آنکه یک صندلی در روی یکی از پایه هایش به حال تعادل بماند گرانیگاه صندلی باید در چه محلی باشد؟

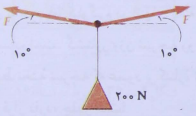
۱۶. آیا می‌توان انتظار داشت که مرکز جرم و گرانیگاه یک ساختمان بلند به ارتفاع ۴۰۰ متر برهم منطبق باشند؟ توضیح دهید.

۱۷. اگر برایند نیروها و برایند گشتاورهای مؤثر بر یک سیستم صفر باشند، آیا ممکن است باز هم سیستم، (الف) نسبت به شما در حال چرخش باشد؟ (ب) نسبت به شما در حال حرکت انتقالی باشد؟

۱۸. نردبانی به دیواری تکیه داده شده است. در کدام یک از حالتهای زیر بالا رفتن از نردبان امن‌تر است؟ (الف) بدون اصطکاک بودن زمین و اصطکاک داشتن دیوار، (ب) بدون اصطکاک بودن دیوار و اصطکاک داشتن زمین. پاسخ خود را توضیح دهید.

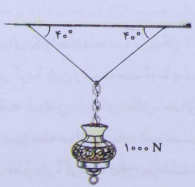
مسائل

۱. یک وزنهٔ ۲۰۰ نیوتونی به طناب محکمی بسته شده است و دو نفر از دو طرف هر کدام با نیروی F ، مطابق شکل ۴ ـ ۲۶، طناب را می‌کشند تا وزنه بلند شود. (الف) هر نفر چه نیرویی به طناب وارد می‌کند؟ آیا این دو نفر می توانند طناب را آنقدر بکشند تا به حالت افقی درآید؟ توضیح دهید.



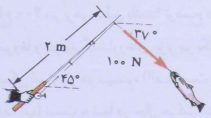
شکل ۴ ـ ۲۶ مربوط به مسألهٔ ۱.

۲. در شکل ۴ ـ ۲۷، نیروی کشش هر یک از دو سیم نگهدارندهٔ چراغ به وزن ۱۰۰۰ نیوتون را به دست آورید.



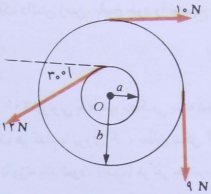
شکل ۴ ـ ۲۷ مربوط به مسألهٔ ۲.

۳. در شکل ۴ ــ ۲۸، چوب ماهیگیری با راستای افقی زاویهٔ ۴۵ درجه می‌سازد. گشتاور وزن ماهی را نسبت به محور عمود بر صفحهٔ کتاب که از محل دست ماهیگیر می‌گذرد، به دست آورید.



شکل ۴ ــ ۲۸ مربوط به مسألهٔ ۳.

۴. برایند گشتاورهای نیروهای مؤثر بر چرخ شکل ۴ ــ ۲۹ را نسبت به نقطه O پیدا کنید. $a = ۵٫۰\text{cm}$ و $b = ۲۰\text{cm}$.



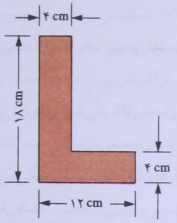
شکل ۴ ــ ۲۹ مربوط به مسألهٔ ۴.

۵. شیرجه روی به جرم ۴۸ کیلوگرم در انتهای تختهٔ شیرجه به طول ۳٫۰ متر ایستاده است. گشتاور وزن شیرجه رو نسبت به محور واقع در وسط تختهٔ شیرجه که عمود بر کنارهٔ تخته است و در صفحهٔ تخته قرار دارد، چقدر است؟

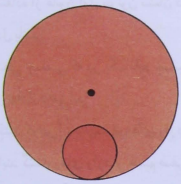
۶. در روی محور x یک جرم ۳٫۰ کیلوگرمی در فاصلهٔ $x = ۲٫۰\text{m}$ و یک جرم ۵٫۰ کیلوگرمی در فاصلهٔ $x = ۶٫۰\text{m}$ از مبدأ قرار دارد. فاصلهٔ گرانیگاه این دو جسم از مبدأ چقدر است؟

۷. گرانیگاه گونیای یکنواخت داده شده در شکل ۴ ــ ۳۰ را نسبت به نقطهٔ واقع در گوشهٔ پایین و سمت چپ گونیا به دست آورید.

۸. به پایین تخته سه‌لایی دایره‌ای شکل، مطابق شکل ۴ ــ ۳۱، دایره‌ای از همان تخته سه‌لا چسبانده شده است. قطر دایرهٔ بزرگ ۰٫۶۰ متر و قطر دایرهٔ کوچک ۰٫۲۰ متر است. فاصلهٔ گرانیگاه این ترکیب را از مرکز دایرهٔ بزرگ پیدا کنید.



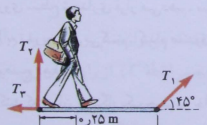
شکل ۴ ــ ۳۰ مربوط به مسألهٔ ۷.



شکل ۴ ــ ۳۱ مربوط به مسألهٔ ۸.

۹. یک متر چوبی در نشانهٔ ۵۰cm روی تکیه‌گاهی قرار داده شده است. در روی متر چوبی و در نشانهٔ ۱۰cm یک جرم ۳۰۰ گرمی و در نشانهٔ ۶۰cm یک جرم ۲۰۰ گرمی آویخته شده است. معین کنید در چه نشانه‌ای باید یک جرم ۴۰۰ گرمی آویخته شود تا متر چوبی به حال تعادل قرار گیرد.

۱۰. در روی تخته‌ای افقی به طول ۶٫۰ متر و جرم ۳۰ کیلوگرم، شخصی به وزن ۷۰۰ نیوتون، مطابق شکل ۴ ــ ۳۲، در فاصلهٔ ۰٫۲۵ متری یک سرتخته ایستاده است. دو سر این تخته با سه طناب نگه داشته شده است. نیروی کشش هرکدام از طنابها را به دست آورید.



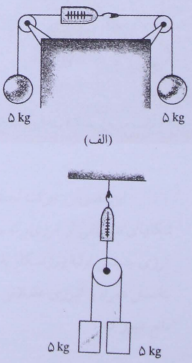
شکل ۴ ــ ۳۲ مربوط به مسألهٔ ۱۰.

۱۱. نردبان یکنواختی به طول ۸٫۰ متر و وزن ۲۰۰ نیوتون به دیوار بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی میان نردبان و زمین ۰٫۶۰ است و نردبان با زمین زاویهٔ ۵۳ درجه می‌سازد. شخصی به وزن ۸۰۰ نیوتون شروع به بالا رفتن از نردبان می‌کند. معین کنید تا پیش از لغزیدن نردبان شخص چه طولی از نردبان را طی می‌کند؟

۱۲. در اتومبیلی به جرم ۱۶۰۰ کیلوگرم فاصلهٔ میان محورهای چرخها ۳٫۰ متر است. گرانیگاه اتومبیل در فاصلهٔ ۲٫۰ متری محور عقب قرار دارد. نیروی عمودی وارد بر هریک از لاستیکهای اتومبیل چقدر است؟

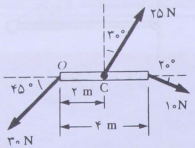
۱۳. پسربچه‌ای به وزن ۲۰۰ نیوتون مشغول تاب خوردن با طناب است. (الف) در حالتی که زاویهٔ طناب با راستای قایم ۳۷ درجه است چه نیرویی در راستای افقی به پسربچه وارد می‌شود؟ (ب) در این حالت کشش طناب چقدر است؟

۱۴. دستگاههای نشان داده شده در شکل ۴ ــ ۳۳ به حال تعادل‌اند. نیروسنج برحسب نیوتون مدرج شده است. معین کنید در هر کدام از حالتهای (الف) و (ب) نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟ (از وزن قرقره‌ها و نیروسنج چشمپوشی کنید).



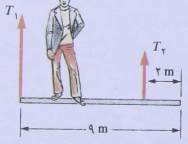
شکل ۴ ــ ۳۳ مربوط به مسألهٔ ۱۴.

۱۵. سه نفر تخته‌ای را، مطابق شکل ۴ ــ ۳۴، بر روی یک سطح افقی یخ بسته می‌کشند. برایند گشتاورهای نیروهای مؤثر بر تخته را (الف) نسبت به نقطهٔ O و (ب) نسبت به نقطهٔ C پیدا کنید.



شکل ۴ ــ ۳۴ مربوط به مسألهٔ ۱۵.

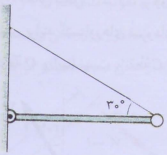
۱۶. شخصی به وزن ۸۰۰ نیوتون روی تیری به طول ۹٫۰ متر و وزن ۲۴۰ نیوتون ایستاده است. این تیر، مطابق شکل ۴ ــ ۳۵، به وسیلهٔ دو طناب نگه داشته شده است. معین کنید شخص در چه فاصله‌ای از انتهای سمت چپ تیر باید بایستد تا شرط $T_1 = 2T_2$ برقرار شود.



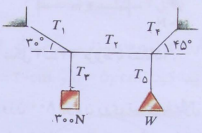
شکل ۴ ــ ۳۵ مربوط به مسألهٔ ۱۶.

۱۷. میلهٔ یکنواختی به وزن ۵۰۰ نیوتون، مطابق شکل ۴ ــ ۳۶، در یک طرف از طریق لولایی به دیوار تکیه دارد و از طرف دیگر به وسیلهٔ کابلی نگه داشته شده است. میله به حالت افقی است. (الف) نمودار جسم ــ آزاد نیروهای وارد بر میله را رسم کنید. (ب) نیروی کشش کابل و نیروهای افقی و قایم مؤثر بر میله از طرف لولا را به دست آورید.

۱۸. در دستگاه نشان داده شده در شکل ۴ ــ ۳۷ (الف)، نمودار جسم ــ آزاد مربوط به هرکدام از محلهای اتصال ریسمانها را رسم کنید، و (ب) نیروهای کشش T_1 ، T_2 ، T_3 ، T_4 و T_5 ، و همچنین وزن جسم مثلث شکل (W) را به دست آورید.



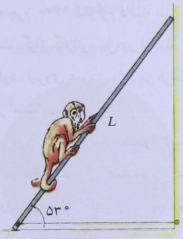
شکل ۴ ــ ۳۶ مربوط به مسألهٔ ۱۷.



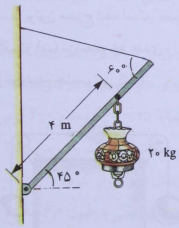
شکل ۴ ــ ۳۷ مربوط به مسألهٔ ۱۸.

۱۹. میمونی به وزن ۱۰۰ نیوتون از نردبان یکنواختی به وزن ۱۲۵ نیوتون و به طول L ، مطابق شکل ۴ ــ ۳۸، بالا می رود. سرهای بالا و پایین نردبان روی سطحهای بدون اصطکاکی قرار دارند. سرپایینی نردبان با طنابی افقی به دیوار بسته شده است. ماکزیمم کششی که طناب می‌تواند تحمل کند ۱۱۰ نیوتون است. (الف) نمودار جسم ــ آزاد مربوط به نردبان را رسم کنید. (ب) کشش طناب را در حالتی که میمون تا $\frac{1}{3}$ طول نردبان بالا رفته است، حساب کنید. (ج) بیشترین طولی از نردبان را که میمون پیش از پاره شدن طناب می‌تواند بالا برود به دست آورید. باسخ خود را به صورت کسری از L بیان کنید.

۲۰. تیر یکنواختی به طول ۴٫۰ متر و جرم ۱۰ کیلوگرم، مطابق شکل ۴ ــ ۳۹، در یک طرف از طریق لولایی به دیوار تکیه دارد و از طرف دیگر به وسیلهٔ سیمی نگه داشته شده است. به این تیر چراغی به جرم ۲۰ کیلوگرم آویخته شده است. (الف) نمودار جسم ــ آزاد مربوط به تیر را رسم کنید. (ب) نیروی کشش سیم و نیروهای افقی و قایم مؤثر بر تیر از طرف لولا را به دست آورید.



شکل ۴ ــ ۳۸ مربوط به مسألهٔ ۱۹.



شکل ۴ ــ ۳۹ مربوط به مسألهٔ ۲۰.

۵

کار و انرژی

این تصویر، حرکت لحظه به لحظهٔ یک قهرمان را در هنگام پرش با نیزه نشان می‌دهد. در این عمل شکلهای مختلفی از انرژی، که برخی از آنها را در این فصل مطالعه خواهید کرد، دخالت دارند. بخشی از انرژی جنبشی اولیهٔ ورزشکار به صورت انرژی پتانسیل کشسانی در نیزهٔ خم شده ذخیره می‌شود. این انرژی پتانسیل همراه با انرژی عضلانی ورزشکار صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی می‌شود تا او بتواند از روی مانع عبور کند.

هدفهای کلی فصل

در این فصل، نخست مفهوم انرژی، انواع انرژی و تبدیل آنها، تعریف کار و محاسبهٔ آن، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی، را شرح می‌دهیم و آنگاه به مطالعهٔ نیروهای پایستار و ناپایستار، انرژی پتانسیل کشسانی، پایستگی انرژی و توان می‌پردازیم.

هدفهای رفتاری

از فراگیر انتظار می‌رود پس از مطالعهٔ این فصل بتواند:

۱. مفهوم انرژی را بیان کند،
۲. انواع انرژیها را معرفی کند،
۳. نمونه‌هایی از تبدیل انواع انرژیها را بیان کند،
۴. کار و یکاهای آن را تعریف کند،
۵. ضرب نرده‌ای دو بردار را تعریف کند،
۶. کار نیروی ثابت و نیروی متغیر را حساب کند،
۷. دستگاه جرم ــ فنر را تحلیل و کار نیروی فنر را حساب کند،
۸. انرژی جنبشی را تعریف کند،
۹. رابطهٔ میان کار و انرژی جنبشی را به دست آورد،
۱۰. قضیهٔ کار ــ انرژی را بیان کند،
۱۱. انرژی پتانسیل را تعریف کند،
۱۲. انرژی پتانسیل گرانشی دستگاه جرم و زمین را شرح دهد،
۱۳. سطح مرجع انرژی پتانسیل را تعریف کند،
۱۴. نیروهای پایستار و نیروهای ناپایستار را تعریف کند،
۱۵. قانون پایستگی انرژی مکانیکی را بیان کند،
۱۶. رابطهٔ قضیهٔ کار ــ انرژی با کار نیروهای پایستار را شرح دهد،
۱۷. انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر را شرح دهد،
۱۸. قانون پایستگی انرژی را در حالت کلی بیان کند،
۱۹. توان یک دستگاه را تعریف و آن را حساب کند،
۲۰. یکاهای توان را تعریف کند.

۵ ــ ۱ مقدمه

انرژی از جملهٔ مهمترین مفاهیم در جهان دانش است. در زندگی عادی هنگامی که سخن از انرژی به میان می‌آید، معمولاً به مصرف مواد سوختی در ترابری و گرم کردن محیط زندگی، مصرف برق برای روشنایی و کار و وسایل برقی و مصرف مواد غذایی، می‌اندیشیم. اما این مفاهیم نمی‌توانند تعریف کنندهٔ واقعی انرژی باشند. ازاین مفاهیم تنها چنین درک می‌کنیم که ما برای انجام کارهای خود، مثلاً، به مواد سوختی نیاز داریم و این مواد برای ما چیزی را فراهم می‌کنند که **انرژی** نام دارد.

انرژی به شکلهای گوناگون، از قبیل انرژی مکانیکی، انرژی شیمیایی، انرژی الکترومغناطیسی، انرژی گرمایی و انرژی هسته‌ای وجود دارد و این شکلهای انرژی باهم ارتباط دارند و به هم تبدیل می‌شوند. به هنگام تبدیل انرژیها از شکلی به شکل دیگر مقدار کل انرژی ثابت می‌ماند و مفید بودن مفهوم انرژی نیز به همین خاطر است. هرگاه در یک دستگاه منزوی شکلی از انرژی از میان برود، بر پایهٔ **قانون پایستگی انرژی**، دستگاه به همان میزان شکل دیگری از انرژی را کسب می‌کند. مثلاً، هنگامی که یک موتور الکتریکی را به دو سر یک باتری وصل می‌کنیم، در باتری انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی و آنگاه در موتور انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی تبدیل می شود. تبدیل انواع انرژی از شکلی به شکل دیگر از مهمترین موضوعهای مورد مطالعه در فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، زمین‌شناسی و نجوم است.

در این فصل، تنها به بررسی شکلهای مکانیکی انرژی می‌پردازیم و مفهوم **انرژی جنبشی** را به عنوان انرژی وابسته به حرکت یک جسم و مفهوم **انرژی پتانسیل** را به عنوان انرژی وابسته به مکان یک جسم، معرفی می‌کنیم. چنانکه خواهید دید، برخی مسائل را به جای استفاده از قانونهای نیوتون می‌توانیم با استفاده از مفاهیم کار و انرژی حل کنیم. اما باید توجه داشت که مفاهیم کار و انرژی بر قانونهای نیوتون مبتنی هستند و بنابراین، به اصول فیزیکی جدیدی مربوط نمی‌شوند. در مسائل پیچیده، روشهای مبتنی بر انرژی اغلب می‌توانند راه حلهای ساده‌تری نسبت به کاربرد مستقیم قانون دوم نیوتون به دست بدهند.

۵ ــ ۲ کار

با تعریف کار می توان به مفهومی دست یافت که ارتباط میان نیرو و انرژی را نشان می‌دهد. براین اساس، ما می‌توانیم قانون پایستگی انرژی را مورد بحث قرار دهیم و این قانون را دربارهٔ مسائل گوناگون به کار ببریم.

در فیزیک واژه‌ها و اصطلاحات مربوط به کمیتهای فیزیکی به دقت تعریف می‌شوند و ممکن است با معنی این واژه‌ها در گفتگوهای روزانه تفاوت داشته باشند. از جملهٔ این واژه ها که معنای فیزیکی آن متمایز با مفهومی است که در ذهن خود در زندگی عادی از آن داریم، **کار** است و ما بعداً به توضیح این مطلب خواهیم پرداخت. اکنون به بررسی کار انجام شده توسط نیروی ثابت می‌پردازیم.

کار نیروی ثابت: کار را می‌توان با توجه به شکل ۵ ــ ۱ تعریف کرد. این شکل نشان می‌دهد که جسمی تحت اثر نیروی ثابت $\mathbf{F}$ در راستای یک خط مستقیم به اندازهٔ s جابه‌جا می‌شود. زاویهٔ نیروی $\mathbf{F}$ نسبت به راستای جابه‌جایی θ است. کار انجام شده در این جابه‌جایی چنین تعریف می‌شود:

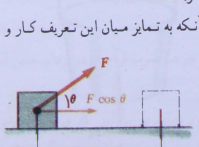
کار انجام شده توسط نیروی ثابت با حاصل ضرب جابه‌جایی در تصویر نیرو بر راستای جابه‌جایی برابر است.

بنابراین، اگر کار را با W نشان دهیم، بنا به تعریف کار و با توجه به شکل ۵ ــ ۱، داریم

$$W = (F\cos\theta)s \qquad (۵ ــ ۱)$$

با توجه به معادلهٔ (۵ ــ ۱) و تعریف کار نتیجه می‌گیریم که کار کمیتی **نرده ای** (اسکالر) است.

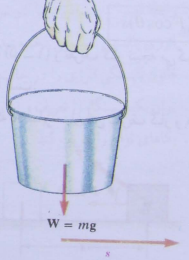
برای آنکه به تمایز میان این تعریف کار و معنای واژهٔ کار در



شکل ۵ ــ ۱ جسمی تحت اثر نیروی $\mathbf{F}$ به اندازهٔ s جابه‌جا شده است. کار انجام شده توسط نیروی $\mathbf{F}$ برابر با $(F\cos\theta)\,s$ است.

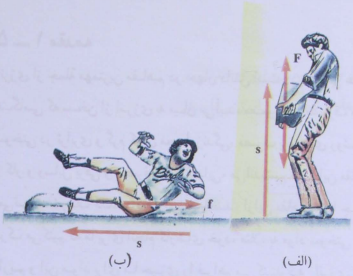
گفتگوهای عادی پی ببریم، فرض می‌کنیم که صندلی نسبتاً سنگینی را به مدت ۱۰ دقیقه بلند کرده‌ایم و آن را در دست خود نگه داشته‌ایم. پس از این مدت به سبب خستگی بازوان خود به فکرمان می‌رسد که کار سنگینی انجام داده‌ایم و خستگی ما ناشی از انجام کار است. اما با تعریفی که بیان شد، با نگهداشتن صندلی هیچ کاری روی آن انجام نداده‌ایم. نیرویی که به صندلی وارد کرده‌ایم فقط صرف نگهداشتن آن شده و صندلی حرکت نکرده است.

اگر به جسمی نیرویی وارد شود اما جسم حرکت نکند نیرو هیچ کاری انجام نداده است. این موضوع را با توجه به معادلهٔ (۵ ــ ۱) به سادگی می‌توان دریافت، زیرا به ازای $s = 0$، داریم $W = 0$. همچنین، از معادلهٔ (۵ ــ ۱) نتیجه می‌گیریم که اگر نیرویی بر راستای جابه‌جایی عمود باشد کار انجام شده توسط نیرو **صفر** است، زیرا به ازای $\theta = 90°$، داریم $\cos 90° = 0$ و از آنجا $W = 0$. مثلاً، اگر یک سطل آب را، مطابق شکل ۵ ــ ۲، در دست خود نگه داریم و با سرعت ثابت به طور افقی حرکت کنیم، چون نیروی وارد شده، $\mathbf{F}$، بر راستای جابه‌جایی عمود است، این نیرو کاری انجام نمی‌دهد. به همین دلیل کار انجام شده توسط نیروی گرانشی زمین (وزن سطل آب) نیز **صفر** است.



شکل ۵ ــ ۲ با حرکت دادن سطل آب به طور افقی نیروی $\mathbf{F}$ بر راستای جابه‌جایی عمود است و هیچ کاری انجام نمی‌دهد.

علامت کار انجام شده به جهت $\mathbf{F}$ نسبت به $\mathbf{s}$ بستگی دارد. اگر $F\cos\theta$ با جابه‌جایی همسو باشد کار نیروی اعمال شده **مثبت** است. مثلاً هنگامی که، مطابق شکل ۵ ــ ۳ (الف)، شخصی جعبه‌ای را بلند می‌کند، کار انجام شده روی جعبه توسط شخص مثبت است زیرا نیروی وارد شده از طرف شخص به طرف بالا و جابه جایی نیز به طرف بالا، یعنی همسوی بانیرو، است. کار **هنگامی منفی** است که تصویر نیرو بر راستای جابه‌جایی با جابه‌جایی ناهمسو باشد.



شکل ۵ ــ ۳ (الف) کار انجام شده توسط شخص در حین بلند کردن جعبه مثبت است زیرا نیروی $\mathbf{F}$ با جابه‌جایی همسو است. (ب) کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک $\mathbf{f}$ منفی است، زیرا نیرو با جابه‌جایی ناهمسو است.

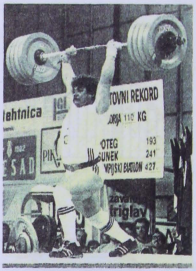
نمونهٔ متداول از کار منفی، کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک در حین لغزیدن یک جسم بر روی یک سطح ناصاف است. در شکل ۵ ــ ۳ (ب) کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک بر روی شخصی که در حال سُر خوردن روی زمین است، منفی است، زیرا جهت نیرو با جهت جابه‌جایی مخالف است. منفی بودن کار بدان سبب است که در این حالت، داریم $\theta = 180°$ و از آنجا $\cos 180° = -1$.

سرانجام، اگر نیروی وارد شده با جابه‌جایی همسو باشد، داریم $\theta = 0°$ و از آنجا $\cos 0° = 1$. در این حالت معادلهٔ (۵ــ۱) به صورت زیر نوشته می‌شود

$$W = Fs \qquad (۵ ــ ۲)$$

با در نظر گرفتن شکل ۵ ــ ۴، در مورد صفر، مثبت یا منفی بودن کار فکر کنید و به پرسشهای مطرح شده پاسخ بدهید.

یکاهای کار: یکاهای کار از حاصل ضرب یکاهای نیرو در طول به دست می‌آیند. بنابراین، در دستگاه بین المللی یکاها (SI) یکاهای کار **نیوتون ــ متر** (با علامت اختصاری N.m) است. نام دیگر، نیوتون ــ متر، **ژول** (با علامت اختصاری J) است. یکای کار



شکل ۵ ــ ۴ (۱) آیا وزنه بردار به هنگام نگهداشتن وزنه‌ها در بالای سر کار انجام می‌دهد؟ (۲) آیا وزنه بردار در حین بلند کردن وزنه‌ها کار انجام می‌دهد؟ (۳) در حین بلند شدن وزنه‌ها توسط وزنه بردار نیروی گرانشی زمین (وزن وزنه‌ها) چه کاری انجام می‌دهد؟

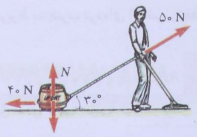
در دستگاه cgs، **دین ــ سانتی‌متر** (با علامت اختصاری dyne – cm) است، که **ارگ** (erg) هم نامیده می‌شود. هر ژول برابر با 10^7 ارگ است. در دستگاه مهندسی بریتانیایی یکای کار **فوت ــ پوند** (با علامت اختصاری ft.lb) است. در جدول ۵ــ۱ نام یکاهای کار در سه دستگاه متداول اندازه‌گیری درج شده است.

مثال ۱

شخصی برای نظافت اتاق خود یک جارو برقی را با نیروی ۵۰ نیوتون تحت زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به افق، مطابق شکل ۵ ــ ۵، می‌کشد. نیروی اصطکاک در مقابل حرکت ۴۰ نیوتون است و جارویرقی به اندازهٔ ۳٫۰ متر کشیده می‌شود. (الف) کار انجام شده توسط شخص را حساب کنید. (ب) کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک را حساب کنید. (ج) کار خالص انجام شده توسط نیروهای وارد شده به جارویرقی را پیدا کنید. (د) اگر جارویرقی تحت اثر همان نیروها به طور افقی به اندازهٔ ۳٫۰ متر کشیده شود کار خالص انجام شده چقدر است؟

جدول ۵ ــ ۱ یکاهای کار در سه دستگاه متداول اندازه‌گیری

نام دستگاه	یکای کار	نام یکای ترکیبی
SI	نیوتون ــ متر (N.m)	ژول (J)
cgs	دین ــ سانتی‌متر (dyne – cm)	ارگ (erg)
مهندسی بریتانیایی	فوت ــ پوند (ft.lb)	فوت ــ پوند



شکل ۵ ــ ۵ مربوط به مثال ۱.

حل

$$W_{1F} = (F\cos\theta_1)s \qquad \text{(الف)}$$
$$= (۵۰\text{N})(\cos ۳۰^\circ)(۳٫۰\text{m}) \Rightarrow$$
$$W_{1F} = ۱۳۰\text{J}$$
$$W_f = (f\cos\theta_2)s \qquad \text{(ب)}$$
$$= (۴۰\text{N})(\cos ۱۸۰^\circ)(۳٫۰\text{m}) \Rightarrow$$
$$W_f = -۱۲۰\text{J}$$
$$W_1 = W_{1F} + W_f \qquad \text{(ج)}$$
$$= ۱۳۰\text{J} - ۱۲۰\text{J} \Rightarrow W_1 = ۱۰\text{J}$$

(د) دراین حالت $\theta = ۰$ و از آنجا $\cos ۰^\circ = ۱$. پس

$$W_{2F} = Fs = (۵۰\text{N})(۳٫۰\text{m}) \Rightarrow W_{2F} = ۱۵۰\text{J}$$
$$W_2 = W_{2F} + W_f = ۱۵۰ - ۱۲۰ \Rightarrow W_2 = ۳۰\text{J}$$

حاصل ضرب نرده‌ای دو بردار: همان‌طور که دیدیم، کار کمیتی **نرده‌ای** است که از حاصل ضرب بزرگی جابه‌جایی در تصویر نیرو بر روی جابه‌جایی به دست می آید. معادلهٔ (۵ــ۱) را می‌توان به صورت **ضرب‌نرده‌ای** دو بردار **F** و **s** نیز نمایش داد. این حاصل ضرب به شکل **F.s** نوشته می‌شود و بدین جهت ضرب نرده‌ای را **ضرب نقطه‌ای** نیز می‌نامند. بنابراین، معادلهٔ (۵ ــ ۱) را بنا به تعریف ضرب نرده ای می‌توان چنین نوشت

$$W = \mathbf{F}.\mathbf{s} = Fs\cos\theta \qquad (۵ ــ ۳)$$

در حالت کلی، تعریف ضرب نرده‌ای دو بردار چنین است:

ضرب نرده‌ای دو بردار A و B کمیتی نرده‌ای است و برابر است با حاصل ضرب بزرگی دو بردار در کسینوس زاویهٔ میان آنها. این حاصل ضرب به ترتیب عاملهای ضرب بستگی ندارد.

بنابراین، رابطهٔ مربوط به ضرب نرده‌ای (یا ضرب نقطه‌ای) دو بردار عبارت است از

$$\mathbf{A}.\mathbf{B} = AB\cos\theta \qquad (۴ _ ۵)$$

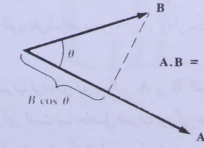
که در آن θ، مطابق شکل ۵ ــ ۶، زاویهٔ میان دو بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$؛ و A و B بزرگی‌های این دو بردار هستند.

۵ ــ ۳ کار نیروی متغیر ــ حالت یک بعدی

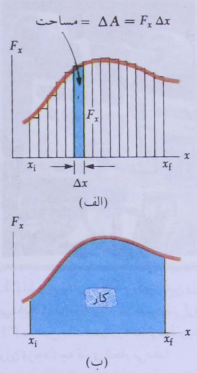
جسمی را درنظر بگیرید که تحت اثر یک نیروی متغیر، مطابق شکل ۵ ــ ۷ (الف)، در طول محور x حرکت می‌کند. این حالت هنگامی پیش می‌آید که، مثلاً شخصی بخواهد جسمی را با سرعت ثابت روی یک سطح ناصاف با ضریب اصطکاک متغیر بکشد. در این صورت بزرگی نیروی لازم برای کشیدن جسم برحسب میزان ناهمواری سطح زیاد یا کم می‌شود. در چنین شرایطی برای محاسبهٔ کار انجام شده توسط نیرو نمی‌توان از معادلهٔ (۵ ــ ۱) استفاده کرد، زیرا ***این معادله تنها در حالتی به کار می‌رود که نیروی وارد شده از نظر بزرگی و جهت ثابت باشد.*** با وجود این، در شرایطی که جابه‌جایی جسم، مطابق شکل ۵ ــ ۷ (الف)، کوچک و برابر با Δx باشد کار انجام شده را می‌توان حساب کرد. در طول این جابه‌جایی کوچک نیرو تقریباً ثابت است و در نتیجه، کار انجام شده توسط نیرو را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\Delta W = F_x \Delta x \qquad (۵ _ ۵)$$

توجه کنید که این مقدار کار در شکل ۵ ــ ۷ (الف) برابر با مساحت سطح نوار مستطیل شکل سایه خورده است. اکنون اگر سطح زیر منحنی نمایش نیرو ــ جابه‌جایی شکل ۵ ــ۷ (الف) را به تعداد زیادی نوارهای کوچک به پهنای Δx تقسیم کنیم کار کل انجام شده در جابه‌جایی جسم از x_i تا x_f تقریباً برابر با مجموع تعداد زیادی



شکل ۵ ــ ۶ حاصل ضرب نرده ای $\mathbf{A}.\mathbf{B}$ برابر است با بزرگی بردار $\mathbf{A}$ ضربدر تصویر بردار $\mathbf{B}$ بر روی بردار $\mathbf{A}$.



شکل ۵ ــ ۷ (الف) کار انجام شده توسط نیروی F_x در جابه‌جایی جسم به اندازهٔ Δx برابر با $F_x\,\Delta x$ است، که نمایشگر مساحت سطح نوار مستطیل شکل سایه خورده است. (ب) کار انجام شده توسط نیروی متغیر F_x در جابه‌جایی جسم از x_i تا x_f دقیقاً برابر با مساحت سطح زیر منحنی است.

کارهای ΔW، طبق معادلهٔ (۵ ــ ۵) خواهد بود، یعنی

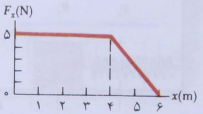
$$W \approx \Sigma F_x \Delta x \qquad (۶ _ ۵)$$

عبارت سمت راست این معادله برابر با مجموع مساحتهای مربع مستطیلهای نشان داده شده در شکل ۵ ــ ۷ (الف) است. اگر Δx کوچکتر و نوارها باریکتر شوند عبارت سمت راست معادله به مساحت کل زیر منحنی نمایش نیرو ـ جابه جایی نزدیکتر می‌شود و سطح سایه‌خوردهٔ شکل ۵ ــ ۷ (ب) به‌دست می‌آید. بنابراین، می‌توان گفت که:

کار کل انجام شده توسط یک نیروی متغیر برابر با مساحت سطح میان منحنی نمایش نیرو ــ جابه‌جایی و محور جابه‌جایی است.

مثال ۲

به جسمی نیروی متغیری اثر می‌کند که منحنی تغییرات آن در شکل ۵ ــ ۸ نشان داده شده است. کار انجام شده توسط نیرو را در حین حرکت از $x = ۰$ تا $x = ۶/۰\,\mathrm{m}$ حساب کنید.



شکل ۵ ــ ۸ مربوط به مثال ۲.

حل

مساحت زیر منحنی نیرو ــ جابه‌جایی برابر با مجموع مساحت بخش مستطیل از $x = ۰$ تا $x = ۴/۰\,m$ و مساحت بخش مثلث از $x = ۴/۰\,m$ تا $x = ۶/۰\,m$ است. بنابراین، داریم

$$W_۱ = (۵/۰N)(۴/۰m - ۰) = ۲۰N.m = ۲۰J$$

$$W_۲ = \frac{۱}{۲}(۵/۰N)(۶/۰m - ۴/۰m)$$

$$= ۵/۰N.m = ۵/۰J$$

$$W = W_۱ + W_۲ = ۲۰J + ۵/۰J \Rightarrow W = ۲۵J$$

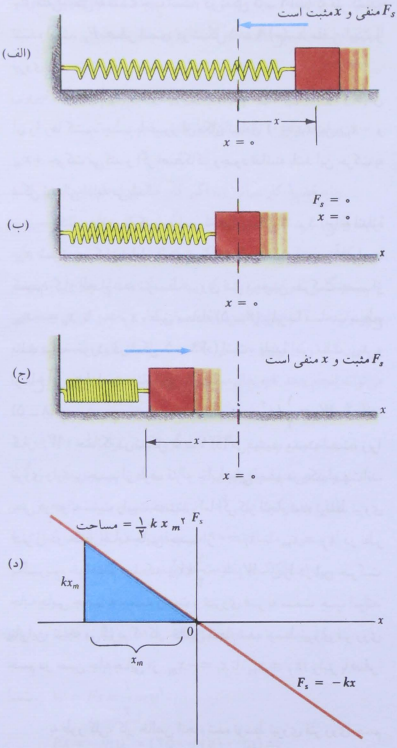
کار انجام شده توسط نیروی فنر: یکی از دستگاههای متداول در فیزیک که در آن نیروی وارد شده برحسب مکان تغییر می‌کند دستگاه جرم ــ فنر است. در این دستگاه که در شکل ۵ ــ ۹ نشان داده شده جسمی واقع بر روی یک سطح افقی و بدون اصطکاک به انتهای فنری مارپیچی بسته شده است. هرگاه فنر را نسبت به وضعیت ***کشیده نشده*** یا ***وضعیت تعادل***، اندکی بکشیم یا متراکم کنیم فنر نیرویی به جسم وارد می‌کند که با جابه‌جایی جسم مخالف و متناسب با آن است. بنابراین، اگر این نیرو را با F_s و جابه‌جایی را با x نشان دهیم، می‌توانیم بنویسیم

$$\boxed{F_s = -kx} \qquad (۵ ــ ۷)$$

که در آن k ***ثابت نیروی فنر*** نام دارد و یکای آن ***نیوتون برمتر*** (N/m) است. در وضعیت تعادل، که فنر نه کشیده شده و نه متراکم شده است، داریم $x = ۰$ و از آنجا $F_s = ۰$.

قانون نیروی فنر را که با معادلهٔ (۵ ــ ۷) بیان می‌شود ***قانون هوک*** می‌نامند. توجه کنید که قانون هوک تا جایی صادق است که جابه‌جایی x کوچک باشد و فنر از حد کشسانی خود تجاوز نکند. مقدار k در قانون هوک معیاری از سختی فنر است و هرچه فنر سخت‌تر باشد مقدار k بیشتر است.

علامت منفی در معادلهٔ (۵ ــ ۷) به معنای مخالف بودن نیروی فنر، F_s، با جابه‌جایی جسم، x، است. به عبارت دیگر، نیروی F_s در



شکل ۵ ــ ۹ دستگاه جرم ــ فنر، که در آن نیروی وارد از طرف فنر به جسم بر حسب جابه‌جایی جسم نسبت به مکان تعادل ($x = ۰$) تغییر می‌کند. (الف) هنگامی که x مثبت است (فنر کشیده است) نیروی فنر به سمت چپ است. (ب) به ازای $x = ۰$ نیروی فنر صفر است (فنر طول عادی خود را دارد). (ج) هنگامی که x منفی است (فنر متراکم است) نیروی فنر به سمت راست است. (د) منحنی نمایش تغییرات نیروی فنر بر حسب x.

قانون هوک یک ***نیروی بازگرداننده*** است و همیشه میل دارد فنر را به حال تعادل بازگرداند. در شکل ۵ ــ ۹ (الف)، x مثبت است و نیروی

F_s منفی، یعنی به سمت چپ است. در شکل ۵ ــ ۹ (ب) که فنر کشیده نشده است، F_s **صفر** است. در شکل ۵ ــ ۹ (ج)، x منفی است و نیروی F_s مثبت، یعنی به سمت راست است.

اگر جسم را به اندازهٔ x_m نسبت به مکان تعادل جابه‌جا و سپس آن را رها کنیم، جسم با عبور از مکان تعادل ($x = 0$) بین $-x_m$ و $+x_m$ حرکت می‌کند و اگر اصطکاک وجود نداشته باشد این حرکت به شکل نوسانی ادامه می‌یابد.

اکنون فرض می‌کنیم جسم را مطابق شکل ۵ ــ ۹ (ج) به اندازهٔ x_m نسبت به مکان تعادل به سمت چپ فشار بدهیم و سپس آن را رها کنیم. کار انجام شده توسط نیروی فنر درحین حرکت جسم از $x_i = -x_m$ تا $x_f = 0$، طبق معادلهٔ (۵ ــ ۶) برابر با مساحت سطح مثلث سایه خورده در شکل ۵ ــ ۹ (د) است. قاعدهٔ این مثلث x_m و ارتفاع آن kx_m است. بنابراین، داریم

$$W_s = \frac{1}{2}kx_m^2 \qquad (۵ ــ ۸)$$

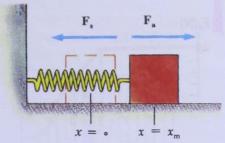
کار W_s، چنانکه در شکل ۵ ــ ۹ (د) می‌بینیم، مثبت است، زیرا نیروی وارد بر جسم از طرف فنر و جابه‌جایی جسم در یک جهت‌اند، یعنی هر دو به سمت راست هستند. اما اگر کار انجام شده توسط نیروی فنر را در حین جابه‌جایی جسم از $x_i = 0$ تا $x_f = x_m$ در نظر بگیریم، خواهیم دید که $W_s = -\frac{1}{2}kx_m^2$، زیرا در این حرکت جابه‌جایی جسم به سمت راست و نیروی فنر به سمت چپ است. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که کار خالص انجام شده توسط نیروی فنر روی جسم در حین جابه‌جایی از $x_i = -x_m$ تا $x_f = x_m$ برابر با **صفر** است.

به طور کلی، کار خالص انجام شده توسط نیروی فنر روی جسم را در حین جابه‌جایی از x_i تا x_f می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \qquad (۵ ــ ۹)$$

با توجه به این معادله نتیجه می‌گیریم ***که کار انجام شده توسط نیروی فنر در یک مسیر رفت و برگشت (یعنی $x_f = x_i$) برابر با صفر است.***

اکنون کار انجام شده توسط **عامل خارجی** را درحین کشیدن فنر به نحو بسیار آهسته درجابه‌جایی جسم از $x_i = 0$ تا $x_f = x_m$، مطابق شکل ۵ ــ ۱۰، در نظر می‌گیریم. این کار را با توجه به اینکه



شکل ۵ ــ ۱۰ جسمی در روی یک سطح بدون اصطکاک تحت اثر نیروی عامل خارجی $\mathbf{F}_a$، از $x = 0$ تا $x = x_m$ به سمت راست جابه‌جا می‌شود.

$\mathbf{F}_a$، نیروی وارد شده از طرف عامل خارجی، همواره مساوی و مخالف بانیروی فنر، $\mathbf{F}_s$، به ازای هر مقدار جابه‌جایی است، می‌توان به آسانی به دست آورد. بنابراین، چون داریم

$$F_a = -F_s = -(-kx) = kx \qquad (۵ ــ ۱۰)$$

پس، می‌توانیم بنویسیم

$$W_a = \frac{1}{2}kx_m^2$$

به سادگی می توان نشان داد که این کار برابر با کار انجام شده توسط نیروی فنر در طی همان جابه‌جایی (از $x_i = 0$ تا $x_f = x_m$) باعلامت منفی است.

مثال ۳

جسمی واقع بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به انتهای فنری با ثابت نیروی ۸۰N/m بسته شده است. فنر، مطابق شکل ۵ ــ ۹ (ج) به اندازهٔ ۳/۰ سانتی‌متر نسبت به مکان تعادل متراکم می‌شود. کار انجام شده توسط نیروی فنر را در جابه‌جایی جسم از $x_m = -3/0\text{cm}$ تا $x_f = 0$ حساب کنید.

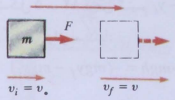
حل

$$W_s = \frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}(80\text{N/m})(-3/0\times10^{-2}\text{m})^2$$
$$W_s = 3/6\times10^{-2}\text{J}$$

۵ ــ ۴ کار و انرژی جنبشی

شکل ۵ ــ ۱۱ جسمی به جرم m را نشان می‌دهد که تحت اثر نیروی ثابت F به سمت راست حرکت می‌کند. چون نیرو ثابت است، بنا به قانون دوم نیوتون، جسم با شتاب ثابت a حرکت خواهد کرد. اگر جسم به اندازهٔ s جابه‌جا شود کار انجام شده توسط نیروی F برابر است با

$$W = Fs = mas \qquad (۵ ــ ۱۱)$$



شکل ۵ ــ ۱۱ جسمی تحت اثر نیروی ثابت F حرکت می‌کند و سرعتش تغییر می‌کند.

اما چنانکه می‌دانیم، اگر جسمی با شتاب ثابت a حرکت کند، می‌توانیم بنویسیم

$$v^2 = v_0^2 + 2as \Rightarrow as = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$$

که در آن v_0 سرعت اولیه و v سرعت نهایی جسم است.

بنابراین، با استفاده از معادلهٔ (۵ ــ ۱۱)، داریم

$$W = m(\frac{v^2 - v_0^2}{2})$$

و از آنجا

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad (۵ ــ ۱۲)$$

انرژی جنبشی: *حاصل ضرب نصف جرم در مجذور سرعت یک جسم را انرژی جنبشی آن جسم می‌نامند.* انرژی جنبشی را با K نمایش می‌دهند. بنابراین، انرژی جنبشی جسمی به جرم m و سرعت v برابر است با

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2} \qquad (۵ ــ ۱۳)$$

انرژی جنبشی کمیتی ***نرده‌ای*** است و یکاهای آن همان یکاهای کار است. مثلاً، جسمی به جرم یک کیلوگرم که با سرعت ۴/۰ m/s حرکت می‌کند دارای انرژی جنبشی ۸/۰ ژول است. به طور کلی، می‌توان گفت که ***انرژی جنبشی یک جسم انرژی وابسته به حرکت جسم است.***

قضیهٔ کار ــ انرژی: معادلهٔ (۵ ــ ۱۲) را می‌توان چنین نوشت

$$\boxed{W = K_f - K_i = \Delta K} \qquad (۵ ــ ۱۴)$$

که در آن K_i انرژی جنبشی اولیه، K_f انرژی جنبشی نهایی و ΔK تغییر انرژی جنبشی جسم است.

معادلهٔ (۵ ــ ۱۴) بیان کنندهٔ این مطلب است که هرگاه روی جسمی کار انجام شود، اثر کار انجام شده توسط یک نیروی برایند به صورت تغییر انرژی جنبشی جسم از مقدار اولیهٔ K_i تا مقدار نهایی K_f ظاهر می‌شود. این معادله نتیجهٔ مهمی را به دست می‌دهد که به **قضیهٔ *کار ــ انرژی*** معروف است. بیان قضیهٔ کار ــ انرژی چنین است:

کار خالص انجام شده روی یک جسم در اثر یک نیروی برایند برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم است.

بنابه قضیهٔ کار ــ انرژی، اگر کار خالص انجام شده روی جسم **مثبت** باشد سرعت جسم ***افزایش*** و اگر این کار **منفی** باشد سرعت جسم ***کاهش*** پیدا می‌کند. توجه کنید که انرژی جنبشی و سرعت یک جسم هنگامی افزایش می‌یابد که از طرف یک عامل خارجی به جسم نیرو وارد شود. به دلیل این رابطهٔ میان کار و تغییر انرژی جنبشی می‌توان گفت که انرژی جنبشی یک جسم همان کاری است که جسم می‌تواند انجام بدهد تا به حال سکون درآید.

مثال ۴

به اتومبیلی به جرم ۱۴۴۰ کیلوگرم نیرویی برابر با ۴۵۰۰ نیوتون وارد می‌شود. اتومبیل از حالت سکون در روی یک بزرگراه افقی به حرکت درمی‌آید. انرژی جنبشی و سرعت اتومبیل پس از پیمودن مسافت ۱۰۰ متر چقدر است. از اتلاف انرژی به سبب اصطکاک و مقاومت هوا چشمپوشی کنید.

حل

با توجه به معادله های (۵ ــ ۱۱) و (۵ ــ ۱۲)، به ازای $v_0 = 0$ ، داریم

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2$$

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 = (۴۵۰۰\,\mathrm{N})(۱۰۰\,\mathrm{m}) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = ۴/۵ \times ۱۰^5\,\mathrm{J} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2Fs}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times ۴/۵ \times ۱۰^5\,\mathrm{J}}{۱۴۴۰\,\mathrm{kg}}} \Rightarrow$$

$$v = ۲۵/۴\,\mathrm{m/s}$$

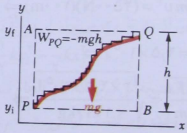
۵ ــ ۵ انرژی پتانسیل گرانشی

هنگامی که جسمی در میدان گرانشی زمین حرکت می‌کند نیروی گرانشی

می‌تواند روی جسم کار انجام بدهد. در حالت سقوط آزاد یک جسم، کار انجام شده توسط نیروی گرانشی به مسافتی که جسم در راستای قایم می‌پیماید بستگی دارد. این نتیجه در جابه‌جاییهای افقی و قایم، نظیر حرکت یک پرتابه، نیز صادق است.

جسمی را درنظر بگیرید که تحت اثر نیروی گرانشی ثابت زمین در مسیرهای گوناگون، مطابق شکل ۵ ــ ۱۲، از نقطهٔ P تا نقطهٔ Q حرکت می‌کند. ***نیروی گرانشی را به شرطی می‌توان ثابت در نظر گرفت که جسم در نزدیکی زمین حرکت کند و مسافت پیموده شده در مقایسه با شعاع زمین بسیار کوچک باشد.*** کار انجام شده در مسیر PAQ توسط نیروی گرانشی را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد. کار انجام شده در راستای PA برابر با $-mgh$ است (به خاطر ناهمسو بودن mg و جابه‌جایی)، و کار انجام شده توسط نیروی گرانشی در راستای AQ صفر است (به خاطر عمود بودن mg بر راستای جابه‌جایی). در نتیجه، $W_{PAQ} = -mgh$.

به همین ترتیب، کار انجام شده در مسیر خط‌چین PBQ نیز $-mgh$ است، زیرا $W_{PB} = 0$ و $W_{BQ} = -mgh$. در هر مسیر اختیاری دیگر، از جمله در مسیر خمیده و پررنگ میان نقطه‌های P و Q، نیز کار انجام شده $-mgh$ است. برای نشان دادن موضوع، این مسیر خمیده را به صورت یک رشته پله های افقی و قایم تصور می‌کنیم. کار انجام شده توسط نیروی گرانشی در راستای پله های افقی به خاطر عمود بودن mg بر راستای جابه‌جایی صفر است و این نیرو تنها در راستای جابه‌جاییهای قایم کار انجام می‌دهد. در نتیجه، کار خالص انجام شده در تمام جابه‌جاییها همان $-mgh$ است.



شکل ۵ ــ ۱۲ مسیر حرکت یک جسم تحت اثر نیروی گرانشی زمین از نقطهٔ P تا Q می‌تواند به صورت یک رشته پله های افقی و قایم تصور شود. کار انجام شده توسط نیروی گرانشی در جابه‌جاییهای افقی صفر و در جابه‌جاییهای قایم برابر با مجموع کارهای انجام شده در هر پله است.

اگر در شکل ۵ ــ ۱۲ فرض کنیم $h = y_f - y_i$، در آن صورت، کار نیروی گرانشی برابر است با:

$$W_g = -mgh = -(mgy_f - mgy_i)$$

یا

$$W_g = mgy_i - mgy_f \qquad (۵ ــ ۱۵)$$

اکنون ***انرژی پتانسیل گرانشی*** را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$U = mgy \qquad (۵ ــ ۱۶)$$

با استفاده از این تعریف معادلهٔ (۵ ــ ۱۵) چنین نوشته می‌شود:

$$\boxed{U_f - U_i = \Delta U = -W_g} \qquad (۵ ــ ۱۷)$$

با توجه به این معادله نتیجه می‌گیریم که:

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر با کار انجام شده توسط نیروی گرانشی باعلامت مخالف است.

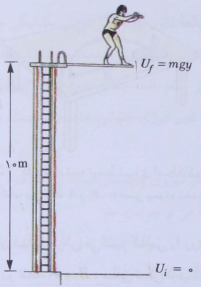
به بیان دیگر، هرگاه جسمی **به طرف بالا** حرکت کند ($y_f > y_i$)، **جهت** جابه‌جایی **مخالف** با جهت نیروی گرانشی است. در نتیجه، کار نیروی گرانشی **منفی** است و انرژی پتانسیل **افزایش** پیدا می‌کند. همچنین، هرگاه جسمی **به طرف پایین** حرکت کند ($y_f < y_i$)، جابه‌جایی با نیروی گرانشی **هم‌جهت** است. در نتیجه، کار نیروی گرانشی **مثبت** و انرژی پتانسیل **کاهش** پیدا می کند.

معادلهٔ (۵ ــ ۱۵) نشان می‌دهد که یکاهای انرژی پتانسیل همان یکاهای کار، یعنی ژول، ارگ و فوت ــ پوند هستند، و نیز انرژی پتانسیل مانند کار و انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است.

اصطلاح ***انرژی پتانسیل*** به این معنی است که یک جسم به هنگام رها شدن و قرار گرفتن تحت اثر نیروی گرانشی، این استعداد و شایستگی را دارد که انرژی جنبشی کسب کند. همچنین می‌توانیم بگوییم که انرژی پتانسیل شکلی از انرژی است که یک جسم به سبب مکان خود در فضا نسبت به یک سطح مرجع معین دارد.

مثال ۵

شخصی به وزن ۷۵۰ نیوتون روی یک تختهٔ شیرجه به ارتفاع ۱۰ متر، مطابق شکل ۵ ــ ۱۳، ایستاده است. (الف) انرژی پتانسیل شخص نسبت به سطح آب چقدر است؟ (ب) در موقع



شکل ۵ ــ ۱۳ مربوط به مثال ۵.

بالا رفتن شخص از پله‌های تختهٔ شیرجه نیروی گرانشی زمین از سطح آب تا محل تخته چه کاری انجام می‌دهد؟

حل

$$U_f - U_i = mg(y_f - y_i),\ y_i = ۰, U_i = ۰ \Rightarrow \text{(الف)}$$

$$U_f = mgy_f = (۷۵۰\text{N})(۱۰\text{m}) \Rightarrow$$

$$U_f = ۷۵۰۰\text{J}$$

$$W_g = -U_f \Rightarrow W_g = -۷۵۰۰\text{J} \qquad \text{(ب)}$$

سطح مرجع انرژی پتانسیل: انتخاب مبدأ مختصات برای اندازه‌گیری انرژی پتانسیل گرانشی موضوعی کاملاً اختیاری است. این مطلب درست است زیرا آنچه اهمیت دارد اختلاف انرژی پتانسیل است ***و اختلاف انرژی پتانسیل میان دو نقطه به محل مرجع انرژی پتانسیل بستگی ندارد.***

گاهی مناسب است که سطح زمین را به عنوان سطح مرجع انرژی پتانسیل ($y_i = ۰$) انتخاب کنیم، اما این موضوع کلی نیست. اغلب درمسأله‌ها سعی می‌شود که سطح مرجع به طور مناسب اختیار شود و این سطح هر سطحی می‌تواند باشد. مثلاً، در شکل ۵ ــ ۱۴ کتابی در نقطه‌های مختلف A، B و C واقع است. هنگامی که کتاب در نقطهٔ A واقع در بالای میز قرار دارد منطقی‌تر آن است که سطح میز را به عنوان مرجع انرژی پتانسیل اختیار کنیم. اما وقتی که کتاب در نقطهٔ B واقع است بهتر است کف اتاق را سطح مرجع بگیریم. سرانجام، هنگامی که کتاب را در نقطهٔ C از پنجره به بیرون پرتاب می‌کنیم مناسبتر آن است که سطح زمین را به عنوان مرجع درنظر بگیریم. به هر حال، انتخاب مرجع هیچ تغییری در نتیجهٔ اندازه‌گیری به وجود نمی‌آورد. صرفنظر از محل کتاب هر کدام از سطحهای نامبرده شده در شکل ۵ ــ ۱۴ را می‌توان به عنوان مرجع انرژی پتانسیل اختیار کرد.

مثال ۶

در مثال ۵ سطح آب را به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی درنظر گرفتیم. در این مثال کار انجام شده توسط نیروی گرانشی در موقع بالا رفتن شخص از سطح آب تا محل تخته را، با فرض آنکه تختهٔ شیرجه سطح مرجع انرژی پتانسیل است، به دست آورید.

حل

$$y_i = -۱۰\text{m} \quad , \quad y_f = ۰$$

$$U_i = mgy_i \quad , \quad U_f = ۰$$

$$W_g = -(۰ - mgy_i) = mgy_i$$

$$= (۷۵۰\text{N})(-۱۰\text{m}) \Rightarrow$$

$$W_g = -۷۵۰۰\text{J}$$

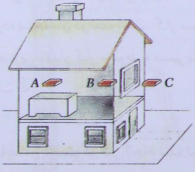
این همان نتیجه‌ای است که در قسمت (ب) مثال ۵ به دست آمده است.

۵ ــ ۶ نیروهای پایستار و نیروهای ناپایستار

نیروهای پایستار: در بخش ۵ ــ ۵ دیدیم که کار انجام شده توسط نیروی گرانشی از معادلهٔ (۵ ــ ۱۵)، یعنی

$$W_g = mgy_i - mgy_f$$

به دست می‌آید. این معادله نشان می‌دهد که ***کار انجام شده توسط***



شکل ۵ ــ ۱۴ هر سطحی را می‌توان به عنوان مرجع برای اندازه‌گیری انرژی پتانسیل انتخاب کرد.

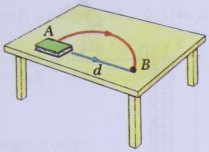
نیروی گرانشی تنها به نقطه‌های اولیه و نهایی مسیر بستگی دارد و مقدار کار انجام شده از شکل مسیر پیچیدهٔ پیموده شده میان این دو نقطه مستقل است. نیرویی که چنین خاصیتی دارد **نیروی پایستار** نامیده می‌شود. علاوه بر نیروی گرانشی، نیروهای دیگری نظیر **نیروی الکتروستاتیکی و نیروی بازگردانندهٔ فنر** نیز وجود دارند که پایستارند. به طور کلی، می‌توان گفت که:

نیرویی پایستار است که کار انجام شده توسط آن روی یک جسم درحین حرکت میان دو نقطه از شکل مسیر پیموده شده در میان آن دو نقطه مستقل باشد. یعنی، کار انجام شده روی یک جسم توسط نیروی پایستار تنها به نقطه‌های اولیه و نهایی مسیر بستگی دارد.

با این تعریف، هرتابع انرژی پتانسیل به یک نیروی پایستار وابسته است. تابع انرژی پتانسیل به گونه‌ای تعریف می‌شود که کار انجام شده توسط نیروی پایستار برابر با تغییر انرژی پتانسیل وابسته به نیرو با علامت مخالف باشد. [معادلهٔ (۵ ــ ۱۷) را ببینید.] در مورد نیروی گرانشی، تابع انرژی پتانسیل به صورت معادلهٔ (۵ ــ ۱۶) تعریف شد. بنابراین، تابعهای انرژی پتانسیل را فقط برای نیروهای پایستار می‌توان تعریف کرد.

نیروهای ناپایستار: نیروی اصطکاک لغزشی نمونه‌ای از یک نیروی ناپایستار است. هرگاه جسمی در روی یک سطح افقی ناصاف بین دو نقطه در مسیرهای مختلف حرکت کند، کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک مسلماً به مسیر پیموده شده بستگی خواهد داشت. کار نیروی اصطکاک منفی است و از نظربزرگی برابر با حاصل ضرب نیرو در طول مسیر پیموده شده میان دو نقطه است. کار مسیرهای مختلف متفاوت است و کمترین مقدار کار مربوط به مسیر مستقیم است. بنابراین، می‌توان گفت که:

نیرویی ناپایستار است که کار انجام شده توسط آن روی یک جسم در حین حرکت میان دو نقطه به شکل مسیر پیموده شده در میان آن دو نقطه بستگی داشته باشد.



شکل ۵ ــ ۱۵ کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک روی کتاب در حین حرکت کتاب بین نقاط A و B، به مسیر پیموده شده بستگی دارد.

به عنوان مثال، فرض می‌کنیم کتابی را روی یک میز افقی ناصاف در میان دو نقطهٔ A و B، مطابق شکل ۵ ــ ۱۵، جابه‌جا کنیم. اگر کتاب میان دو نقطهٔ A و B در خط راست حرکت کند کار نیروی اصطکاک $-fd$ خواهد بود، که d فاصلهٔ میان دو نقطه است. اما اگر کتاب در هر مسیر دیگری بجز مسیر راستخط حرکت کند کار نیروی اصطکاک در میان دو نقطهٔ A و B از نظر بزرگی بیشتر از fd است. مثلاً، اگر کتاب در شکل ۵ ــ ۱۵ در روی یک مسیر نیمدایره‌ای حرکت کند کار نیروی اصطکاک در میان دو نقطهٔ A و B برابر با $-f(\pi d/2)$ خواهد بود، که در آن d قطر نیمدایره است. برای نیروهای ناپایستار هیچ تابع انرژی پتانسیلی نمی‌توان تعریف کرد.

۵ ــ ۷ پایستگی انرژی مکانیکی

قانونهای پایستگی در فیزیک از اهمیت زیادی برخوردارند و شما درمبحثهای مختلف فیزیک با برخی از آنها آشنا شده‌اید، یا خواهید شد. یکی از مهمترین این قانونها، **قانون پایستگی انرژی** است. پیش از آنکه از نظر ریاضی به توصیف جزئیات مربوط به پایستگی انرژی بپردازیم، باید به اختصار بگوییم که معنای پایسته بودن یک کمیت چیست. هنگامی که می‌گوییم یک کمیت فیزیکی وابسته به یک دستگاه منزوی **پایسته** است، منظور آن است که مقدار این کمیت در حین تحول دستگاه تغییر نمی‌کند.

اگرچه شکل یک کمیت ممکن است به نوعی تغییر کند، اما این کمیت درنهایت همان مقدار اولیه را خواهد داشت. مثلاً، انرژی یک دستگاه ممکن است از شکل انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی یا نوعی دیگر از انرژی تغییر کند، اما انرژی کل دستگاه هرگز از میان نمی‌رود.

برای مطالعهٔ قانون پایستگی انرژی مکانیکی جسمی را درنظر می‌گیریم که تحت اثر یک نیروی پایستار حرکت می‌کند. اگر این نیرو، تنها نیروی مؤثر بر جسم باشد، بنا به قضیهٔ کار ـ انرژی، کار انجام شده توسط این نیرو با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر است، یعنی

$$W_c = K_f - K_i \qquad (۵ ـ ۱۸)$$

که در آن W_c کار نیروی پایستار است. از طرف دیگر، با توجه به معادلهٔ (۵ ـ ۱۷)، می توانیم بنویسیم

$$W_c = -(U_f - U_i) = U_i - U_f \qquad (۵ ـ ۱۹)$$

بنابراین نتیجه می گیریم که

$$\boxed{K_i + U_i = K_f + U_f} \qquad (۵ ـ ۲۰)$$

این معادله بیان کنندهٔ قانون **پایستگی انرژی مکانیکی**، E، است.

انرژی مکانیکی یک دستگاه برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن دستگاه است.

$$\boxed{E = K + U} \qquad (۵ ـ ۲۱)$$

بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$E_i = K_i + U_i \ , \ E_f = K_f + U_f$$

در نتیجه، قانون پایستگی انرژی مکانیکی به صورت معادلهٔ زیربیان می‌شود

$$\boxed{E_i = E_f} \qquad (۵ ـ ۲۲)$$

بنابه این معادله، ***انرژی مکانیکی دستگاهی که فقط نیروی پایستار روی آن کار می‌کند، همیشه ثابت است.***

چون انرژی مکانیکی پایسته است، با استفاده از معادلهٔ (۵ ـ ۲۱) می‌توان نوشت

$$\Delta K + \Delta U = \Delta E = ۰ \qquad (۵ ـ ۲۳)$$

این معادله نشان می‌دهد که در یک دستگاه پایستار، مقدار افزایش انرژی جنبشی دستگاه برابر با مقدار کاهش انرژی پتانسیل دستگاه و مقدار کاهش انرژی جنبشی دستگاه برابر با مقدار افزایش انرژی پتانسیل دستگاه است، به طوری که، ***تغییر انرژی مکانیکی دستگاه همیشه صفر است.***

اگر نیروی پایستار وارد بر یک جسم نیروی گرانشی زمین باشد، در این حالت قانون پایستگی انرژی مکانیکی [معادلهٔ (۵ ـ ۲۰)] به صورت زیر بیان می‌شود

$$\frac{۱}{۲}mv_i^۲ + mgy_i = \frac{۱}{۲}mv_f^۲ + mgy_f \qquad (۵ ـ ۲۴)$$

مثال ۷

شخصی به وزن ۷۵۰ نیوتون (به جرم ۷۷ کیلوگرم) از یک تختهٔ شیرجه، که در ارتفاع ۱۰ متری سطح آب قرار دارد، از حالت سکون به پایین شیرجه می‌رود. شکل ۵ ـ ۱۶ را ببینید. (الف) با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی سرعت شخص را در ارتفاع ۵٫۰ متری سطح آب معین کنید. (ب) سرعت شخص شیرجه رو درست پیش از برخورد به سطح آب چقدر است؟

حل

(الف)

$$\frac{۱}{۲}mv_i^۲ + mgy_i = \frac{۱}{۲}mv_f^۲ + mgy_f$$

$$۰ + (۷۵۰\text{N})(۱۰\text{m}) =$$

$$\frac{۱}{۲}(۷۷\text{kg})v_f^۲ + (۷۵۰\text{N})(۵٫۰\text{m}) \Rightarrow$$

$$v_f = ۹٫۸۶\ \text{m/s}$$

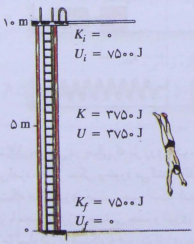
(ب)

$$۰ + (۷۵۰\text{N})(۱۰\text{m}) = \frac{۱}{۲}(۷۷\text{kg})v_f'^۲ + ۰ \Rightarrow$$

$$v_f' = ۱۳٫۹\ \text{m/s}$$

مثال ۸

شخصی بر سورتمه ای سوار است و از یک سطح شیبدار بدون اصطکاک به ارتفاع ۱۰ متر پایین می‌آید. اگر سرعت اولیهٔ شخص ۵٫۰ m/s باشد، سرعت او در پایین سطح شیبدار چقدر است؟



شکل ۵ ـ ۱۶ مربوط به مثال ۷.

حل

با استفاده از معادلهٔ (۵ ــ ۲۴)، داریم

$$\frac{1}{2}v_i^2 + gy_i = \frac{1}{2}v_f^2 + gy_f$$

$$\frac{1}{2}(5/0\,\mathrm{m/s})^2 + (9/8\,\mathrm{m/s}^2)(10) =$$

$$\frac{1}{2}v_f^2 + (9/8\,\mathrm{m/s}^2)(0) \Rightarrow v_f = 14/9\,\mathrm{m/s}$$

۵ ــ ۸ انرژی پتانسیل کشسانی

اکنون دستگاه جرم ــ فنر مورد بحث در بخش ۵ ــ ۳ را در نظر می‌گیریم. این دستگاه، مطابق شکل ۵ ــ ۱۷، شامل جسمی به جرم m است که بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک با سرعت ثابت v_i می‌لغزد و به فنر مارپیچی سبکی برخورد می‌کند. اگر از جرم فنر چشمپوشی کنیم می‌توانیم انرژی جنبشی آن را نادیده بگیریم. بدین ترتیب، تحلیل دستگاه جرم ــ فنر ساده‌تر می‌شود.

پس از برخورد جسم به فنر، فنر متراکم می‌شود و نیرویی به سمت چپ به جسم وارد می‌کند تا سرانجام جسم به طور لحظه‌ای ساکن می‌شود [شکل ۵ ــ ۱۷ (ج)]. انرژی اولیهٔ دستگاه (جرم + فنر) همان انرژی جنبشی اولیهٔ جسم است.

هنگامی که جسم پس از برخورد به فنر به حال سکون درمی‌آید انرژی جنبشی آن صفر می شود. چون نیروی فنر پایسته است و از خارج هم هیچ نیرویی (از جمله نیروی گرانشی) روی دستگاه کار انجام نمی‌دهد، انرژی مکانیکی دستگاه ثابت می‌ماند. در نتیجه، انرژی از شکل انرژی جنبشی جسم به شکل انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر تبدیل می‌شود. سرانجام، جسم در خلاف جهت اولیه حرکت می‌کند و تمام انرژی جنبشی اولیهٔ خود را دوباره به دست می‌آورد. شکل ۵ ــ ۱۷ (د) را ببینید.

برای توصیف انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر، چنانکه در بخش ۵ ــ ۳، دیدیم، کار انجام شده توسط فنر روی جسم در حرکت از $x = x_i$ تا $x = x_f$ با توجه به معادلهٔ (۵ ــ ۸) چنین به دست می‌آید

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

کمیت $\frac{1}{2}kx^2$ ***انرژی پتانسیل کشسانی*** ذخیره شده در فنر نامیده می شود. اگر این کمیت را با U_s نشان دهیم، داریم

$$\boxed{U_s = \frac{1}{2}kx^2} \qquad (۵ ــ ۲۵)$$

انرژی پتانسیل کشسانی فنر در موقعی که فنر کشیده نشده ($x = 0$) **صفر** است و در موقعی که فنر کاملاً متراکم شده [شکل ۵ــ۱۷ (ج)] **ماکزیمم** است. در هر حال، انرژی پتانسیل کشسانی همیشه مثبت است زیرا با x^2 متناسب است.

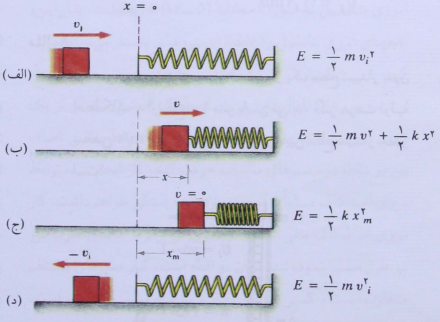
انرژی مکانیکی دستگاه جرم ــ فنر از معادلهٔ زیر به دست می‌آید

$$E = \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}kx_f^2 \qquad (۵ ــ ۲۶)$$

با توجه به شکل ۵ ــ ۱۷ و اینکه $x_i = 0$، معادلهٔ (۵ــ۲۶) چنین نوشته می‌شود

$$E = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}kx_f^2 \qquad (۵ ــ ۲۷)$$

این معادله نشان می‌دهد که به ازای هر جابه‌جایی x_f و سرعت v_f مجموع انرژیهای جنبشی و پتانسیل دستگاه همیشه **ثابت** و برابر با انرژی مکانیکی دستگاه، E، است. این انرژی ثابت همان انرژی جنبشی اولیهٔ جسم است.



شکل ۵ ــ ۱۷ جسمی در حالی که بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک می‌لغزد، به فنر سبکی برخورد می‌کند. (الف) در ابتدا انرژی مکانیکی دستگاه همان انرژی جنبشی جسم است. (ب) انرژی مکانیکی دستگاه برابر با مجموع انرژی جنبشی جسم و انرژی پتانسیل کشسانی فنر است. (ج) تمام انرژی دستگاه به صورت انرژی پتانسیل است. (د) انرژی دستگاه دوباره به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود.

مثال ۹

ساز و کار پرتاب گلوله توسط یک تفنگ اسباب‌بازی شامل فنری با ثابت نیروی فنر نامعلوم، مطابق شکل ۵ ــ ۱۸ (الف)، است. با متراکم کردن فنر به اندازهٔ ۰٫۱۲ متر، تفنگ می‌تواند یک گلولهٔ ۲۰ گرمی را از حالت سکون تا ارتفاع ۲۰ متر پرتاب کند. با چشمپوشی از نیروهای مقاوم، (الف) مقدار ثابت نیروی فنر را پیدا کنید، و (ب) سرعت گلوله را در هنگام عبور از مکان تعادل فنر ($x = 0$)، مطابق شکل ۵ ــ ۱۸ (ب)، معین کنید.

حل

(الف) انرژی پتانسیل کشسانی فنر کاملاً به انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در بالاترین نقطهٔ مسیر گلوله تبدیل می‌شود. یعنی، داریم

$$\frac{1}{2}kx^2 = mg(y_f - y_i)$$

که در آن $y_i = 0$. پس

$$\frac{1}{2}k(0.12\,\text{m})^2 = (0.02\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(20\,\text{m})$$

$$\Rightarrow k = 544\,\text{N/m}$$

(ب) در این حالت، داریم

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgx \Rightarrow$$

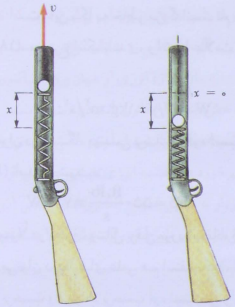
$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx}$$

$$v = \sqrt{\frac{(544\,\text{N/m})(0.12\,\text{m})^2}{(0.02\,\text{kg})} - 2(9.8\,\text{m/s}^2)(0.12\,\text{m})}$$

$$\Rightarrow v = 19.7\,\text{m/s}$$

۵ ــ ۹ توان

جالب است که بدانیم از نظر عملی نه‌تنها کار انجام شده روی یک دستگاه اهمیت دارد، بلکه آهنگ زمانی کاری که روی یک دستگاه انجام می‌شود نیز حایز اهمیت است. ***توان یک دستگاه عبارت است از آهنگ زمانی کار انجام شده توسط آن دستگاه. توان متوسط*** یک دستگاه برابر با کار انجام شده توسط دستگاه در یکای زمان است،



شکل ۵ ــ ۱۸ مربوط به مثال ۹.

یعنی

$$\boxed{\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}} \qquad (۵ ــ ۲۸)$$

که در آن $\overline{P}$ توان متوسط و ΔW کار انجام شده در بازهٔ زمانی Δt است.

اغلب بهتر است که در معادلهٔ (۵ ــ ۲۸) ΔW را با مساویش $F\Delta s$ جانشین کنیم. چون سرعت متوسط برابر است با $\overline{v} = \Delta s/\Delta t$، بنابراین، می توان نوشت

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\Delta s}{\Delta t}$$

و از آنجا

$$\boxed{\overline{P} = F\overline{v}} \qquad (۵ ــ ۲۹)$$

طبق این معادله، توان متوسط داده شده به یک جسم برابر با حاصل ضرب نیروی وارد بر جسم در یک بازهٔ زمانی معین در سرعت متوسط جسم در این بازهٔ زمانی، است.

معادلهٔ (۵ ــ ۲۹) در مورد مقادیر لحظه‌ای هم صادق است. به عبارت دیگر، توان لحظه‌ای داده شده به یک جسم با حاصل ضرب نیروی وارد بر جسم در آن لحظه در سرعت لحظه‌ای جسم برابر است، یعنی

$$\boxed{P = Fv} \qquad (۵ ــ ۳۰)$$

یکاهای توان: یکای توان در دستگاه بین‌المللی یکاها (SI)

ژول بر ثانیه است. این یکا به خاطر بزرگداشت نام جیمز وات[1] (۱۷۳۶ ـ ۱۸۱۹)، مخترع اسکاتلندی، **وات** (با علامت اختصاری W) نام دارد.

$$1W = 1J/s = 1kg.m^2/s^2$$

یکای توان در دستگاه مهندسی بریتانیایی **قوه اسب** (با علامت اختصاری hp) نامیده می‌شود.

$$1hp = 550\frac{ft.lb}{s} = 746W$$

وات معمولاً در مصرف وسایل برقی مورد استفاده قرار می‌گیرد اما از این یکا می‌توان در کارهای علمی هم استفاده کرد. توان موتور اتومبیل را هم برحسب وات و هم برحسب قوه اسب می‌توان بیان کرد. به همین ترتیب، توان یک وسیلهٔ برقی برحسب قوه اسب هم می‌تواند بیان شود.

وقتی می‌گوییم توان یک موتورالکتریکی 100hp است، منظور این است که موتور می‌تواند در هر ثانیه 55000ft.lb انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل کند. به همین ترتیب، یک لامپ روشنایی 100 واتی می‌تواند در هر ثانیه 100 ژول انرژی الکتریکی را به انرژیهای دیگر (عمدتاً گرما و نور) تبدیل کند.

مثال ۱۰

آسانسوری به جرم 1000 کیلوگرم می‌تواند حداکثر یک بار 800 کیلوگرمی را حمل کند. هنگامی که آسانسور بالا می‌رود یک نیروی اصطکاک ثابت 4000 نیوتونی به طرف پایین به آن وارد می‌شود. مینیمم توان موتور (برحسب قوه اسب) چقدر باید باشد، تا آسانسور با سرعت ثابت 3/0 m/s بالا برود؟

حل

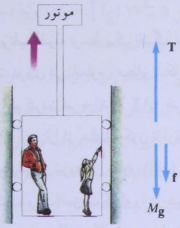
چون سرعت آسانسور ثابت و شتاب آن صفر است، باتوجه به نمودار نیروهای وارد بر آسانسور، مطابق شکل ۵ ـ ۱۹، داریم

$$T - f - Mg = 0 \Rightarrow T = f + Mg$$

$$T = 4000N + (1000kg + 800kg)(9/8\,m/s^2)$$

$$T = 2/16 \times 10^4 N$$

$$P = Fv = Tv = (2/16 \times 10^4 N)(3/0 m/s)$$



شکل ۵ ـ ۱۹ مربوط به مثال ۱۰. نیروی **T** از طرف موتور به طرف بالا به آسانسور وارد می‌شود. نیروهای اصطکاک **f**، و وزن Mg، به طرف پایین به آسانسور وارد می‌شوند.

$$P = 6/48 \times 10^4 W = 64/8 kW$$

$$P = (6/48 \times 10^4 W)(\frac{1hp}{746W}) \Rightarrow P = 86/9hp$$

۵ ـ ۱۰ پایستگی انرژی

همان طور که دیدیم، هرگاه نیروهای وارد بر یک دستگاه پایستار باشند، انرژی مکانیکی دستگاه پایسته است. علاوه برآن، به هر نیروی پایستار می‌توان یک تابع انرژی پتانسیل وابسته کرد. اگر نیروهای وارد بر دستگاه، نظیر نیروی اصطکاک، ناپایستار باشند، انرژی مکانیکی کاهش پیدا می‌کند.

قانون پایستگی انرژی را با در نظر گرفتن تمام نیروهای پایستار و ناپایستار وارد بر یک دستگاه می‌توان تعمیم داد. در مطالعهٔ ترمودینامیک در می‌یابیم که انرژی مکانیکی می‌تواند به انرژی گرمایی تبدیل شود، مثلاً، هنگامی که جسمی روی یک سطح ناصاف می‌لغزد انرژی مکانیکی تلف شده به صورت انرژی گرمایی در جسم ذخیره می‌شود و افزایش دمای جسم گواهی بر این مطلب است.

در مقیاس میکروسکوپیک در می‌یابیم که این انرژی گرمایی داخلی به ارتعاش اتمها در اطراف مکان تعادلشان وابسته است. چون این حرکت اتمی داخلی دارای انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، می‌توان گفت که نیروهای اصطکاک اساساً از نیروهای اتمی پایستار

1 . James Watt

سرچشمه می‌گیرند. بنابراین، اگر این افزایش انرژی داخلی دستگاه رادر قضیهٔ کار ــ انرژی به حساب آوریم، خواهیم دید که انرژی کل پایسته است.

این مثال نمونه‌ای است از اینکه هرگاه دستگاهی را به طور منزوی مورد تحلیل قرار دهیم درمی‌یابیم که با به حساب آوردن تمام انواع انرژیهای درگیر در تبدیلها انرژی کل تغییر نمی‌کند. یعنی، انرژی هرگز نمی‌تواند آفریده شود یا نابود شود، بلکه می‌تواند از شکلی به شکل دیگر تبدیل شود. **در یک دستگاه منزوی انرژی کل همواره ثابت می‌ماند.** در مقیاس جهانی نیز باور بر این است که انرژی کل ثابت است. بنابراین، اگر در بخشی از جهان انرژی به دست آید باید در بخش دیگر جهان به همان اندازه انرژی از میان برود. تاکنون در هیچ مورد نمونه‌ای که نقض کنندهٔ این قانون باشد دیده نشده است.

از نمونه‌های دیگر تبدیل انرژی، می‌توان انرژی امواج صوتی حاصل از برخورد دو جسم، انرژی تابشی حاصل از حرکت شتابدار یک ذرهٔ باردار به شکل امواج الکترومغناطیسی (در آنتن رادیو) و مراحل تبدیل انرژیهای مربوط به واکنشهای گرما هسته‌ای را نام برد.

مطالعهٔ آزاد

نیروهای ناپایستار و قضیهٔ کار ــ انرژی

در مسائل واقعی معمولاً نیروهای ناپایستار، از قبیل نیروی اصطکاک، وجود دارند. بنابراین، انرژی مکانیکی یک دستگاه در شرایط واقعی ثابت نیست. با وجود، این، با در نظر گرفتن اثر نیروهای ناپایستار می‌توان از قضیهٔ کار ــ انرژی استفاده کرد. اگر کار نیروهای ناپایستار را با W_{nc} و کار نیروهای پایستار را با W_c نشان دهیم، با استفاده از قضیهٔ کار ــ انرژی می توانیم بنویسیم

$$W_{nc} + W_c = K_f - K_i$$

اگر نیروی پایستار را نیروی گرانشی زمین در نظر بگیریم، داریم

$$W_c = -(mgy_f - mgy_i) = -(U_f - U_i)$$

و از آنجا، داریم

$$\boxed{W_{nc} = (K_f - K_i) + (U_f - U_i)} \qquad (۵ - ۳۱)$$

یا

$$\boxed{W_{nc} = \Delta K + \Delta U} \qquad (۵ - ۳۲)$$

این معادله نشان می‌دهد که:

کار انجام شده توسط نیروهای ناپایستار روی یک دستگاه برابر با مجموع تغییر انرژی جنبشی و تغییر انرژی پتانسیل آن دستگاه است.

اگر معادلهٔ (۵ ــ ۳۱) را به صورت زیر بنویسیم:

$$W_{nc} = (K_f + U_f) - (K_i + U_i) \qquad (۵ - ۳۳)$$

با استفاده از معادلهٔ (۵ ــ ۲۱)، خواهیم داشت

$$\boxed{W_{nc} = E_f - E_i = \Delta E} \qquad (۵ - ۳۴)$$

با توجه به این معادله نتیجه می‌گیریم که در حالت وجود نیروهای ناپایستار انرژی مکانیکی دستگاه ثابت نیست و می‌توان گفت که:

کار انجام شده توسط نیروهای ناپایستار روی یک دستگاه برابر با تغییر انرژی مکانیکی آن دستگاه است.

اکنون فرض می‌کنیم که در دستگاه جرم ـ فنر شکل ۵ ـ ۱۷، سطح دارای اصطکاک باشد و به دستگاه نیروی ناپایستار اصطکاک وارد شود. در این حالت، با استفاده از معادلهٔ (۵ ـ ۳۳)، داریم

$$W_{nc} = (\frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}kx_f^2) - (\frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}kx_i^2) \qquad (۵ - ۳۵)$$

این معادله نشان می‌دهد که اگر کار W_{nc} ناشی از نیروی اصطکاک باشد، W_{nc} **منفی** است و انرژی مکانیکی نهایی دستگاه **کوچکتر** از انرژی مکانیکی اولیه است. کار نیروهای ناپایستار، مانند اصطکاک یا مقاومت هوا، همیشه منفی نیست. نیروهای ناپایستاری وجود دارند که کارشان مثبت است. در نتیجه انرژی مکانیکی نهایی دستگاه از انرژی مکانیکی اولیهٔ دستگاه **بزرگتر** است. از جملهٔ این نیروها، نیروی موتور اتومبیل و نیروی پیشران هواپیما را می‌توان نام برد.

خلاصهٔ فصل

کار نیروی ثابت

کار نیروی ثابت $\mathbf{F}$ که به جسمی وارد می‌شود برابر با حاصل ضرب جابه‌جایی در تصویر نیرو بر راستای جابه‌جایی است. اگر زاویهٔ میان نیرو و جابه‌جایی $\mathbf{s}$ برابر با θ باشد، کار انجام شده توسط نیروی $\mathbf{F}$ برابر است با

$$W = (F\cos\theta)s$$

ضرب نرده‌ای دو بردار

ضرب نرده ای دو بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{A}.\mathbf{B} = AB\cos\theta$$

کار نیروی متغیر

کار نیروی متغیر از روی مساحت محصور شده میان منحنی تابع نیرو برحسب جابه‌جایی و محور جابه‌جایی در میان دو حد مورد نظر حساب می‌شود. کار نیروی بازگردانندهٔ فنر، F_s، در جابه‌جایی از $x_i = -x_m$ تا $x_f = 0$ از معادلهٔ زیر به دست می‌آید

$$W_s = \frac{1}{2}kx_m^2$$

انرژی جنبشی جسم

انرژی جنبشی جسمی به جرم m که با سرعت v در حال حرکت است، با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

قضیهٔ کار ـ انرژی

بنابه قضیهٔ کار ـ انرژی، کار خالص انجام شده روی یک جسم در اثر نیروی برایند برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم است، یعنی

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

انرژی پتانسیل گرانشی

هرگاه جسمی به جرم m را به اندازهٔ y از سطح زمین بالا ببریم جسم دارای انرژی پتانسیل گرانشی می‌شود. این انرژی از معادلهٔ زیر به دست می‌آید

$$U = mgy$$

نیروی پایستار

نیرویی را پایستار می‌نامند که کار انجام شده توسط آن فقط به نقطه‌های اولیه و نهایی مسیر بستگی داشته باشد و از شکل مسیر بیموده شده مستقل باشد. نیرویی که پیرو این ضابطه نباشد نیروی ناپایستار نامیده می‌شود.

پایستگی انرژی مکانیکی

هرگاه نیروی وارد بر یک دستگاه پایستار باشد، انرژی مکانیکی دستگاه پایسته است. قانون پایستگی انرژی مکانیکی به صورت رابطهٔ زیر بیان می‌شود

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

در حالتی که نیروی وارد بر یک دستگاه فقط نیروی گرانشی زمین باشد معادلهٔ مربوط به پایستگی انرژی مکانیکی چنین است

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

انرژی پتانسیل کشسانی

هرگاه فنری با ثابت نیروی k را به اندازهٔ x بکشیم یا متراکم کنیم فنر دارای انرژی پتانسیل کشسانی می‌شود. این انرژی پتانسیل از معادلهٔ زیر به دست می‌آید

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$

توان

توان متوسط یک دستگاه را نسبت کار انجام شده توسط دستگاه به بازهٔ زمانی سپری شده برای انجام کار تعریف می شود.

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

توان متوسط

توان متوسط داده شده به یک جسم با حاصل ضرب نیروی وارد بر جسم در یک بازهٔ زمانی معین در سرعت متوسط جسم در این بازهٔ زمانی نیز تعریف می‌شود.

$$\overline{P} = F\overline{v}$$

پرسشها

۱. توضیح دهید چرا کار نیروی اصطکاک لغزشی به هنگام جابه‌جایی یک جسم بر روی سطح ناصاف منفی است.

۲. یک گلولهٔ برفی را با سرعت کافی به دیوار می‌کوبیم، گلوله در اثر برخورد با دیوار آب می‌شود. چگونگی تبدیل انرژی را در این برخورد توضیح دهید.

۳. آیا انرژی جنبشی یک جسم می‌تواند منفی باشد؟

۴. جرم گلوله‌ای دو برابر جرم گلولهٔ دیگر است. اگر این دو گلوله با سرعت یکسان پرتاب شوند، انرژی جنبشی کدام یک بیشتر است؟ نسبت انرژیهای جنبشی دو گلوله چیست؟

۵. اگر کار خالص انجام شده روی یک جسم صفر باشد، دربارهٔ سرعت جسم چه می‌توان گفت؟

۶. اگر دست خود را با قوت تمام به دیوار فشار دهید چه کاری روی دیوار انجام داده‌اید؟ توضیح دهید.

۷. یک بازیکن فوتبال توپی را با پا می‌زند. آیا بازیکن در هنگامی که پایش با توپ در تماس است، هیچ‌کاری روی توپ انجام می‌دهد؟ آیا بازیکن پس از آنکه توپ از پایش جدا و به هوا پرتاب شد هیچ کاری روی توپ انجام می‌دهد؟ پس از آنکه توپ زده شد، آیا نیروهایی وجود دارند که روی توپ کار انجام دهند؟

۸. توپی به طور قایم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چه مکانی انرژی جنبشی توپ ماکزیمم است؟ در چه مکانی انرژی پتانسیل گرانشی توپ ماکزیمم است؟

۹. آیا انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم می‌تواند منفی باشد؟ توضیح دهید.

۱۰. با استفاده از قضیهٔ کار ــ انرژی چگونه می‌توان توضیح داد که نیروی اصطکاک لغزشی همیشه انرژی جنبشی یک جسم را کاهش می‌دهد.

۱۱. انرژی پتانسیل گرانشی آسانسوری که از بالا تا طبقهٔ همکف پایین می‌آید و می‌ایستد، چه می‌شود؟

۱۲. شخصی از بالای ساختمانی گلوله‌ای را رها می‌کند و شخص دیگری پایین آمدن گلوله را مشاهده می‌کند. آیا این دو شخص در همه حال بر سر مقدار انرژی پتانسیل گلوله، تغییر انرژی پتانسیل گلوله، و انرژی جنبشی گلوله، باهم توافق دارند؟

۱۳. دو جسم مشابه با سرعتهای $5/0\ m/s$ و $20\ m/s$ در حال حرکت‌اند. نسبت انرژیهای جنبشی دو جسم چیست؟

۱۴. کار انجام شده توسط پرتاب کنندهٔ وزنه در مسابقات پرتاب وزنه و پرتاب کنندهٔ توپ در بازی هندبال، را مورد بحث قرار دهید و جابه‌جایی هرکدام از دو پرتابه را در حین وارد کردن نیرو توسط پرتاب کننده برآورد کنید.

۱۵. چگونگی تبدیل انرژی را در حین عمل پرش با نیزه توضیح دهید.

۱۶. با اندازه گیری زمانی که از یک بلکان با ارتفاع معین بالا می روید توان متوسطی را که در این کار مصرف کرده‌اید، برحسب وات و قوه اسب، برآورد کنید.

۱۷. یک آونگ ساده در حال نوسان است. نیروهای وارد بر گلولهٔ آونگ عبارت اند از نیروی گرانشی زمین، نیروی کشش نخ و نیروی مقاومت هوا. (الف) کدام نیرو هیچ کاری روی گلوله انجام نمی‌دهد؟ (ب) کدام نیرو در همه حال کارش منفی است؟ (ج) کار انجام شده توسط نیروی گرانشی روی گلوله را در حین نوسان گلوله شرح دهید.

مسائل

۱. چه مقدار کار باید شخصی انجام دهد تا یک سطل آب ۲۰ کیلوگرمی را از چاهی به عمق ۳۰ متر بالا بکشد؟ سرعت سطل آب را در موقع بالا آمدن ثابت فرض کنید.

۲. شخصی یک ماشین چمن‌زنی را با نیرویی برابر با ۴۰ نیوتون تحت زاویهٔ ۲۰ درجه زیر راستای افقی هُل می‌دهد. کار انجام شده توسط شخص در حین زدن نواری از سطح چمن به طول ۲۰ متر چقدر است؟

۳. یک صندوق ۴۰ کیلوگرمی با نیرویی برابر ۱۵۰ نیوتون بر روی یک سطح افقی ناصاف به اندازهٔ $0/6$ متر هُل داده می‌شود. اگر صندوق با سرعت ثابت حرکت کند، مطلوب است تعیین (الف) کار انجام شده توسط نیروی ۱۵۰ نیوتونی، (ب) کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک، و (ج) ضریب اصطکاک جنبشی میان صندوق و سطح افقی.

۴. انرژی جنبشی اتومبیلی به جرم ۳۰۰۰ کیلوگرم، که با سرعت $55\ mi/h$ حرکت می‌کند، چقدر است؟ اگر رانندهٔ اتومبیل با همین سرعت ترمز کند و اتومبیل بایستد چه مقدار گرما، بر حسب ژول، در لنت‌های ترمز ایجاد می‌شود؟

۵. جسمی به جرم $0/60$ کیلوگرم، در نقطهٔ A دارای سرعت $3/0\ m/s$ و در نقطهٔ B دارای سرعت $5/0\ m/s$ است. انرژی جنبشی جسم (الف) در نقطهٔ A، (ب) در نقطهٔ B، چقدر است؟ (ج) کار انجام شده روی جسم در جابه‌جایی از A تا B چقدر است؟

۶. انرژی پتانسیل گرانشی یک توپ بیسبال $0/30$ کیلوگرمی در بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۰۰ متر نسبت به زمین چقدر است؟

۷. گلوله ای به جرم $0/20$ کیلوگرم که به انتهای نخی یک متری بسته شده از سقف اتاقی آویزان است. ارتفاع اتاق $3/0$ متر است. انرژی پتانسیل گرانشی گلوله، (الف) نسبت به سقف اتاق، (ب)

نسبت به کف اتاق، و (ج) نسبت به محل گلوله، چقدر است؟

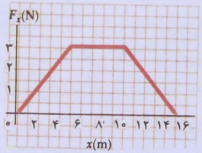
۸. گلوله‌ای به جرم ۰٫۴۰ کیلوگرم با سرعت اولیهٔ ۱۵ m/s به طور قایم به طرف بالا پرتاب می شود. انرژی پتانسیل گرانشی گلوله را در نقطهٔ پرتاب صفر می‌گیریم. با استفاده از قانون پایستگی انرژی، مطلوب است تعیین انرژی جنبشی و انرژی مکانیکی گلوله، (الف) در محل اولیهٔ پرتاب، (ب) در ارتفاع ۳٫۰ متری محل پرتاب، و (ج) در بالاترین نقطهٔ مسیر. (د) ارتفاع نقطهٔ اوج گلوله را پیدا کنید.

۹. برندهٔ پرش ارتفاع المپیک با قد ۲٫۰ متر دارای رکورد ۲٫۳ متر است. سرعت این قهرمان را در موقع بلند شدن از زمین برآورد کنید. (**راهنمایی:** محل گرانیگاه قهرمان را پیش از انجام پرش تخمین بزنید و فرض کنید که این برنده در حالی که به طور افقی خوابیده است از روی میلهٔ مانع عبور کند).

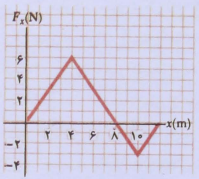
۱۰. جرم نیزه، دیسک و وزنه در ورزش دو و میدانی به ترتیب ۰٫۸۰ کیلوگرم، ۲٫۰ کیلوگرم و ۷٫۲ کیلوگرم و رکورد جهانی پرتاب این اشیا به ترتیب، در حدود ۸۹ متر، ۶۹ متر و ۲۱ متر است. با چشمپوشی از مقاومت هوا، (الف) مینیمم انرژی جنبشی لازم برای این پرتابها را حساب کنید، و (ب) نیروی متوسط وارد شده به هر کدام از این اشیا را در حین عمل پرتاب برآورد کنید. فرض کنید نیرو در طی مسافتی به اندازهٔ ۲٫۰ متر وارد می‌شود. (ج) آیا نتیجه‌های به دست آمده اهمیت عامل مقاومت هوا را نشان می‌دهند؟

۱۱. جسمی تحت اثر نیروی F_x که، مطابق شکل ۵ ــ ۲۰، برحسب مکان x تغییر می کند، قرار می‌گیرد. مطلوب است تعیین کار انجام شده توسط این نیرو روی جسم، (الف) از $x = 0$ تا $x = 5.0\,m$، (ب) از $x = 5.0\,m$ تا $x = 10\,m$، و (ج) از $x = 10\,m$ تا $x = 15\,m$. (د) کار کل انجام شده توسط نیرو در جابه جایی از $x = 0$ تا $x = 15\,m$ چقدر است؟

۱۲. نیروی وارد بر یک جسم، مطابق شکل ۵ ــ ۲۱، برحسب مکان تغییر می‌کند. کار انجام شده توسط این نیرو را در موقع حرکت جسم (الف) از $x = 0$ تا $x = 8.0\,m$، (ب) از $x = 8.0\,m$ تا $x = 10\,m$، و (ج) از $x = 0$ تا $x = 10\,m$، حساب کنید.



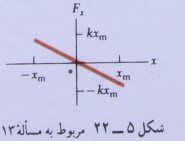
شکل ۵ ــ ۲۰ مربوط به مسألهٔ ۱۱.



شکل ۵ ــ ۲۱ مربوط به مسألهٔ ۱۲.

۱۳. جسمی را در نظر بگیرید که در روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به انتهای فنر سبکی وصل شده است. ابتدا با فشار دادن جسم فنر را تا مسافت $-x_m$ متراکم و سپس جسم را رها می‌کنیم. شکل ۵ ــ ۲۲ نمودار نیروی وارد بر جسم توسط فنر را به هنگام حرکت فنر به سوی مکان تعادل نشان می‌دهد. کار خالص انجام شده توسط نیروی فنر را درموقع حرکت، (الف) از $x = 0$ تا $x = -x_m$، و (ب) از $x = -x_m$ تا $x = x_m$ حساب کنید.

۱۴. ثابت نیروی فنری $5000\,N/m$ است. مطلوب است تعیین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر، درموقعی که فنر نسبت به مکان تعادل، (الف) به اندازهٔ ۴٫۰ سانتی‌متر کشیده شده است، و (ب) به اندازهٔ ۳٫۰ سانتی‌متر متراکم شده است.



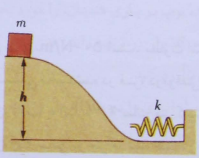
شکل ۵ ــ ۲۲ مربوط به مسألهٔ ۱۳.

۱۵. جسمی به جرم m از حالت سکون از بالای مسیر بدون اصطکاکی به ارتفاع h رها می‌شود و به پایین می‌لغزد (شکل ۵ ــ ۲۳). در پایین مسیر که سطح افقی است، جسم به فنر سبکی برخورد می‌کند و به آن وصل می‌شود. (الف) ماکزیمم مسافتی که فنر متراکم می‌شود، چقدر است؟ (ب) مقدار این مسافت را به ازای $m = ۱٫۰\text{kg}$ ، $h = ۲٫۰\text{m}$ و $k = ۴۰۰\text{N/m}$ ، حساب کنید.

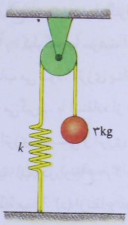
۱۶. جسمی به جرم ۳٫۰ کیلوگرم، مطابق شکل ۵ ــ ۲۴، از طریق نخی که از روی قرقرهٔ بدون اصطکاکی گذشته به فنری با ثابت نیروی k وصل شده است. در حالی که فنر کشیده نشده است جسم را از حالت سکون رها می‌کنیم. جسم تا پیش از سکون لحظه‌ای به اندازهٔ ۱۰ سانتی‌متر پایین می‌آید. (الف) ثابت نیروی فنر چقدر است؟ (ب) سرعت جسم در فاصلهٔ ۵٫۰ سانتی‌متر پایینتر از نقطهٔ رها شدن جسم چقدر است؟

۱۷. جسمی به جرم ۲٫۰ کیلوگرم در روی یک سطح افقی ناصاف به یک فنر افقی سبک با ثابت نیروی $k = ۱۰۰\text{N/m}$ وصل است و فنر به اندازهٔ ۱۰ سانتی‌متر متراکم شده است. اگر جسم را رها کنیم پس از پیمودن مسافتی به اندازهٔ ۲۵ سانتی‌متر می‌ایستد. ضریب اصطکاک جنبشی میان جسم و سطح افقی چقدر است؟

۱۸. اتومبیلی به جرم ۱۵۰۰ کیلوگرم از حالت سکون با شتاب ثابت حرکت می‌کند و پس از ۳٫۰ ثانیه به سرعت ۱۰ m/s می‌رسد. در این مدت، (الف) کار انجام شده روی اتومبیل چقدر است؟ (ب)



شکل ۵ ــ ۲۳ مربوط به مسألهٔ ۱۵.



شکل ۵ ــ ۲۴ مربوط به مسألهٔ ۱۶.

توان متوسط داده شده توسط موتور اتومبیل چقدر است؟

۱۹. هواپیمایی با سرعت ۱۷۵ m/s در یک سطح افقی پرواز می‌کند. اگر توان موتور هواپیما ۲۰۰۰ hp باشد، برایند همهٔ نیروهای مقاوم در مقابل حرکت هواپیما چقدر است؟

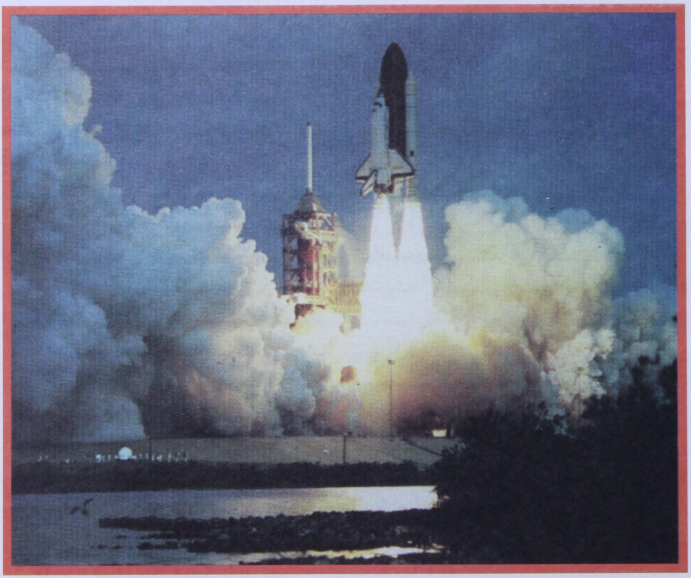
۲۰. (الف) کار لازم برای هُل دادن و بالا بردن صندوقی به وزن ۵۰ نیوتون از یک سطح شیبدار بدون اصطکاک با سرعت ثابت چقدر است؟ زاویهٔ شیب سطح ۳۰ درجه و جابه‌جایی صندوق در روی سطح ۲۰ متر است. (ب) توان یک موتور چند قوه اسب باید باشد تا بتواند این کار را در مدت ۱۵ ثانیه انجام دهد؟

۲۱. اتومبیلی در حال حرکت با سرعت ۲۵ m/s توانی برابر با $۲٫۰\times۱۰^{۴}$ وات از موتور دریافت می‌کند. نیروی مقاومت کل مؤثر بر اتومبیل در این سرعت چقدر است؟

۲۲. شخصی با وارد کردن یک نیروی افقی ثابت اتومبیلی به جرم ۲۰۰۰ کیلوگرم را از حالت سکون به حرکت درمی‌آورد و سرعت آن را به ۳٫۰ m/s می‌رساند. در این مدت اتومبیل مسافتی برابر با ۳۰ متر می‌پیماید. با چشمپوشی از اصطکاک میان اتومبیل و جاده، (الف) کار انجام شده توسط شخص را معین کنید. (ب) نیروی افقی وارد شده به اتومبیل چقدر است؟

۶

اندازه حرکت خطی و برخورد



تصویری از بلند شدن موشک حامل سفینهٔ فضایی کلمبیا. نیروی بیشتران بسیار عظیمی که از موتورهای با سوخت مایع موشک ناشی می‌شود، سفینه را بالا می‌برد. هنگام حرکت موشک در فضای تهی (خلأ و فاقد اثر گرانشی) مرکز جرم دستگاه (موشک به علاوهٔ گازهای پس زده شده) با سرعت ثابت حرکت می‌کند، زیرا برایند نیروهای وارد بر دستگاه صفر است.

هدفهای کلی فصل

در این فصل، نخست اندازه حرکت خطی، ضربه و پایستگی اندازه حرکت خطی را شرح می دهیم و آنگاه به بررسی برخورد و انواع برخوردها می‌پردازیم. در پایان، مرکز جرم را تعریف و چگونگی تعیین مرکز جرم یک دستگاه را مطالعه می کنیم.

هدفهای رفتاری

از فراگیر انتظار می رود پس از مطالعهٔ این فصل بتواند:

۱. اندازه حرکت خطی را تعریف کند،
۲. ابعاد و یکای اندازه حرکت خطی را بیان کند،
۳. رابطهٔ نیرو و اندازه حرکت خطی را بنویسد،
۴. ضربه را تعریف کند،
۵. موضوع پایستگی اندازه حرکت خطی را تحلیل کند،
۶. قانون پایستگی اندازه حرکت خطی را بیان کند،
۷. فرمولبندی قضیهٔ ضربه ـ اندازه حرکت را بشناسد،
۸. ضربهٔ نیروی وارد بر یک جسم را تعریف کند،
۹. نیروی متوسط را در ضربه تعریف کند،
۱۰. معادلهٔ مربوط به پایستگی اندازه حرکت خطی را بنویسد،
۱۱. برخورد کشسان کامل را تعریف کند،
۱۲. برخورد ناکشسان را تعریف کند،
۱۳. برخورد کشسان را تعریف کند،
۱۴. برخورد رو در رو را تعریف کند،
۱۵. مثالهایی از انواع برخوردها را بیان کند،
۱۶. مورد استفادهٔ آونگ بالیستیک را بیان کند،
۱۷. سرعتهای نهایی اجسام برخورد کننده را با استفاده از قانونهای پایستگی به دست آورد،
۱۸. مرکز جرم یک جسم، یا یک دستگاه، را تعریف کند،
۱۹. تفاوت میان مرکز جرم و گرانیگاه یک جسم را بیان کند،
۲۰. مختصات مرکز جرم یک دستگاه متشکل از چند جسم را پیدا کند.

۶ــ۱ مقدمه

شاید شما برخورد توپ تنیس به راکت را دیده‌اید. تصور می‌کنید که هنگام برخورد توپ به راکت چه چیزی روی می‌دهد؟ توپ دراثر برخورد، سرعت اولیهٔ زیادی کسب می کند و درنتیجه می‌تواند مسافتی به اندازهٔ چندین متر در هوا بپیماید. در حین برخورد تغییر سرعت زیاد و متناظر با آن شتاب توپ زیاد است. علاوه بر آن، به‌خاطر شتاب زیادی که در مدت کوتاهی به توپ داده می‌شود، در حین برخورد نیروی متوسط وارد شده از طرف راکت به توپ زیاد است. بنا به قانون سوم نیوتون، به راکت نیروی واکنشی وارد می‌شود که مساوی و مخالف نیروی وارد شده به توپ است. این نیروی واکنش در راکت تغییر سرعت به‌وجود می‌آورد. اما چون جرم راکت بیشتر از جرم توپ است، تغییر سرعت راکت از تغییر سرعت توپ کمتر است.

یکی از **هدفهای اصلی** در این فصل بررسی و تحلیل رویدادهایی نظیر برخورد توپ با راکت تنیس است. برای مطالعهٔ چنین رویدادهایی نخستین گام ارائهٔ مفهوم اندازه حرکت خطی است، یعنی **مفهومی** که غالباً برای توصیف اجسام در حال حرکت به کار می رود. مثلاً، گفته می‌شود که یک بازیکن فوتبال تنومند هنگام دویدن در زمین فوتبال اندازه حرکت زیادی دارد. اما یک بازیکن لاغر اگر با سرعت بیشتری بدود اندازه حرکتش نسبت به بازیکن تنومند می تواند مساوی یا حتی بیشتر شود. این نتیجه نشان می‌دهد که اندازه حرکت خطی یک جسم با جرم و سرعت جسم نسبت مستقیم دارد و با حاصل ضرب جرم در سرعت جسم تعریف می‌شود.

علاوه بر آنچه گفته شد، خواهیم دید که مفهوم اندازه حرکت خطی به قانون بایستگی دیگری منجر می‌شود که **بایستگی اندازه حرکت خطی** نام دارد. این قانون به‌ویژه در مطالعهٔ مسائل مربوط به برخورد میان اجسام، می تواند مفید واقع شود.

۶ــ۲ اندازه حرکت خطی و ضربه

اندازه حرکت خطی جسمی به جرم m که با سرعت υ حرکت می‌کند برابر با حاصل ضرب جرم در سرعت است، یعنی

$$p = m\upsilon \qquad (۶ــ۱)$$

که در آن p اندازه حرکت خطی است. با توجه به این تعریف نتیجه می‌گیریم که اندازه حرکت خطی کمیتی برداری است و جهتش همان جهت سرعت است. ابعاد اندازه حرکت خطی به صورت $[M][L]/[T]$ و یکای آن در دستگاه بین‌المللی یکاها (SI) ***کیلوگرم متر بر ثانیه*** (با نماد $\mathrm{kg.m/s}$) است.

تعریف اندازه حرکت خطی به‌صورت معادلهٔ (۶ــ۱)، با کاربرد این اصطلاح در زندگی عادی سازگار است. هنگامی که یک جسم سنگین را در حال حرکت با سرعت زیاد می‌بینیم غالباً می گوییم که جسم دارای اندازه حرکت زیادی است. به همین ترتیب، در مورد جسم در حال حرکت با سرعت کم نیز گفته می‌شود که اندازه حرکت جسم کم است. از سوی دیگر، جسم کوچک در حال حرکت با سرعت زیاد می‌تواند اندازه حرکت زیادی داشته باشد.

هنگامی که نیوتون برای نخستین بار شکل ریاضی قانون دوم خود را معرفی کرد، فرمول این قانون را به‌صورت $F = ma$ ننوشت، بلکه این فرمول را به‌صورت زیر ارائه کرد:

$$F = \frac{\text{تغییر اندازه حرکت خطی}}{\text{بازهٔ زمانی}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \qquad (۶ــ۲)$$

که در آن Δt بازهٔ زمانیی است که در طی آن اندازه حرکت خطی به اندازهٔ Δp تغییر می‌کند. بنابه معادلهٔ (۶ــ۲) آهنگ تغییر اندازه حرکت خطی یک جسم برابر با برایند نیروهای وارد بر جسم است. این معادله برای یک جسم با جرم ثابت هم‌ارز با معادلهٔ $F = ma$ است. معادلهٔ (۶ــ۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\upsilon_f - m\upsilon_i}{\Delta t} = \frac{m(\upsilon_f - \upsilon_i)}{\Delta t} \qquad (۶ــ۳)$$

سرعت جسمی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند برحسب زمان ازمعادلهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\upsilon_f = \upsilon_i + at \qquad (۶ــ۴)$$

با جانشانی υ_f درمعادلهٔ (۶ــ۳) و به ازای $\Delta t = t$ ، داریم

$$F = ma$$

که همان معادلهٔ آشنای مربوط به قانون دوم نیوتون است.

با توجه به معادلهٔ (۶ــ۲) نتیجه می‌گیریم که هرگاه نیروی برایند

$\mathbf{F}$، صفر باشد، اندازه حرکت و همچنین سرعت جسم، تغییر نخواهد کرد. این خاصیت اندازه حرکت در تحلیل موضوع برخورد اهمیت بسیار دارد.

اگر معادلهٔ (۶ـ۲) را به‌صورت $F\Delta t = \Delta p$ بنویسیم، خواهیم داشت

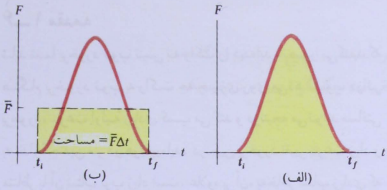
$$\boxed{F\Delta t = \Delta p = mv_f - mv_i} \qquad (۶ـ۵)$$

نتیجهٔ مربوط به این معادله را غالباً ***قضیهٔ ضربه ــ اندازه حرکت*** می‌نامند. جملهٔ سمت چپ معادلهٔ (۶ـ۵)، یعنی $F\Delta t$، ضربهٔ نیروی F در بازهٔ زمانی Δt نامیده می‌شود. بنابه این نتیجه می‌توان گفت که:

ضربهٔ نیروی وارد بر یک جسم با تغییر اندازه حرکت خطی آن جسم برابر است.

به عبارت دیگر، با توجه به معادلهٔ (۶ ـ۵) نتیجه می‌گیریم که هرگاه به جسمی نیرویی در بازهٔ زمانی Δt وارد شود، اثر این نیرو اندازه حرکت خطی جسم را از مقدار اولیهٔ mv_i به مقدار نهایی mv_f تغییر می‌دهد. به عنوان مثال، فرض کنید در بازی تنیس توپ با سرعت v_i به سمت تنیس باز بیاید و او با ضربهٔ راکت جهت حرکت توپ را وارون کند. در این حالت، راکت با وارد کردن نیروی F می‌تواند هم‌جهت و هم بزرگی سرعت اولیهٔ توپ را تغییر دهد و سرعت توپ را به مقدار بالاتر v_f برساند.

در اینجا لازم است که در مورد استفاده از نیروی F مطالبی یادآوری شود. اگر بخواهید با استفاده از قانون دوم نیوتون مسألهٔ مربوط به اندازه حرکت توپ تنیس را حل کنید باید توجه داشته باشید که در حین برخورد توپ به راکت نیروی F ثابت نیست، بلکه این نیرو، مطابق شکل ۶ ـ ۱ (الف)، برحسب زمان تغییر می‌کند. وارد کردن نیرو از لحظهٔ برخورد توپ به راکت آغاز می‌شود و در موقعی که توپ کاملاً با راکت تماس پیدا می‌کند نیرو به یک مقدار ماکزیمم می‌رسد و سپس در حین جدا شدن توپ از راکت مقدار نیرو به صفر میل می‌کند. در چنین موردی لازم است که یک ***نیروی متوسط*** $\overline{F}$ تعریف و از آن استفاده کنیم. این نیرو به صورت خط‌چین در شکل ۶ـ۱(ب) نشان داده شده



شکل ۶ ــ ۱ (الف) منحنی تغییرات نیروی وارد بر یک جسم برحسب زمان. ضربهٔ نیرو برابر با مساحت زیر منحنی نمایش نیرو ــ زمان است. (ب) نیروی متوسط (خط چین افقی) نیز همان مقدار ضربهٔ مربوط به شکل (الف) را در بازهٔ زمانی Δt به جسم وارد می‌کند.

است. نیروی متوسط که ثابت است، می‌تواند همان ضربه‌ای را در بازهٔ زمانی Δt به جسم وارد کند که نیروی متغیر با زمان شکل ۶ ــ ۱ (الف) در همین بازهٔ زمانی وارد کرده است. ضربهٔ وارد شده از طرف نیرو به یک جسم چنین تعریف می‌شود:

ضربهٔ وارد شده توسط یک نیرو در بازهٔ زمانی Δt برابر با مساحت سطح میان منحنی تغییرات زمانی نیرو و محور زمان از آغاز تا پایان بازهٔ زمانی است.

مثال ۱

یک توپ گلف به جرم ۵۰ گرم، مطابق شکل ۶ـ۲، با چوب گلف زده می‌شود. نیروی وارد بر توپ از صفر (در لحظهٔ تماس توپ با چوب) آغاز می‌شود و به یک مقدار ماکزیمم (در لحظهٔ تماس کامل توپ با چوب) می رسد و سپس باز هم به صفر (در لحظهٔ جدا شدن توپ از چوب) برمی‌گردد. بنابراین، شکل منحنی تغییرات نیرو بر حسب زمان مانند شکل ۶ـ۱ (الف) است. با فرض آنکه سرعت توپ درموقع ترک کردن چوب $44\,m/s$ باشد، (الف) ضربهٔ حاصل از برخورد توپ و (ب) مدت زمان برخورد و نیروی متوسط وارد بر توپ را براورد کنید.

حل

(الف) پیش از برخورد چوب به توپ سرعت و همچنین اندازه

شکل ۶ــ ۲ مربوط به مثال ۱. برخورد چوب به توپ گلف.

حرکت توپ صفر بوده است. بنابراین، داریم

$$p_f = m v_f = (۵ \circ \times ۱ \circ^{-۳}\,\text{kg})(۴۴\,\text{m/s}) \Rightarrow$$

$$p_f = ۲/۲\,\text{kg.m/s}$$

$$\Delta p = m v_f - m v_i = p_f = ۲/۲\,\text{kg.m/s}$$

(ب) با توجه به شکل ۶ــ۲، ملاحظه می‌شود مسافتی که طی آن دراثر ضربهٔ چوب توپ فرو رفتگی پیدا می‌کند در حدود شعاع توپ، یعنی در حدود ۲/۰ سانتی متر است. زمان پیموده شدن این مسافت (زمان تماس چوب با توپ) برابر است با

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_f} = \frac{۲/ \circ \times ۱ \circ^{-۲}\,\text{m}}{۴۴\,\text{m/s}} \Rightarrow$$

$$\Delta t = ۴/۵ \times ۱ \circ^{-۴}\,\text{s}$$

بزرگی نیروی متوسط چنین به‌دست می‌آید

$$\overline{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۲/۲\,\text{kg.m/s}}{۴/۵ \times ۱ \circ^{-۴}\,\text{s}} \Rightarrow \overline{F} = ۴/۹ \times ۱ \circ^{۳}\,\text{N}$$

مثال ۲

گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم از ارتفاع $h = ۲/ \circ \text{m}$ بالای سطح زمین می‌افتد (شکل ۶ــ۳). این گلوله پس از برخورد با زمین به‌طور قایم وا می‌جهد و تا ارتفاع $h' = ۱/۵\text{m}$ بالا می‌رود. (الف) اندازه حرکت خطی گلوله را درست پیش و پس از برخورد با زمین معین کنید. (ب) نیروی متوسط وارد شده از طرف زمین بر گلوله را پیدا کنید. بازهٔ زمانی برخورد گلوله با زمین را $۱ \circ^{-۲}$ ثانیه درنظر بگیرید.

حل

(الف) با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توانیم سرعت گلوله را درست پیش از برخورد با زمین به دست آوریم. در این صورت، داریم

$$mgh = \frac{۱}{۲} m v_i^{۲} \Rightarrow$$

$$v_i = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲(۹/۸\,\text{m/s}^{۲})(۲/ \circ \text{m})} \Rightarrow$$

$$v_i = ۶/۲\,\text{m/s}$$

چون جهت v_i به طرف پایین است، داریم

$$p_i = m v_i = (۰/۱ \circ \text{kg})(-۶/۲\,\text{m/s}) \Rightarrow$$

$$p_i = - \circ/۶۲\,\text{kg.m/s}$$

به همین ترتیب، برای تعیین سرعت گلوله درست پس از برخورد با زمین، داریم

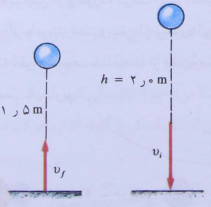
$$\frac{۱}{۲} m v_f^{۲} = mgh' \Rightarrow$$

$$v_f = \sqrt{۲gh'} = \sqrt{۲(۹/۸\,\text{m/s}^{۲})(۱/۵\text{m})} \Rightarrow$$

$$v_f = ۵/۴\,\text{m/s}$$

$$p_f = m v_f = (۰/۱ \circ \text{kg})(۵/۴\,\text{m/s}) \Rightarrow$$

$$p_f = \circ/۵۴\,\text{kg.m/s}$$



شکل ۶ــ ۳ مربوط به مثال ۲. (الف) گلوله‌ای از ارتفاع h می‌افتد و با سرعت v_i به زمین می‌خورد. (ب) گلوله از سطح زمین وا می‌جهد و تا ارتفاع h' بالا می‌رود.

(ب) با استفاده از قضیهٔ ضربه ــ اندازه حرکت خطی، داریم

$$\overline{F}\Delta t = m\upsilon_f - m\upsilon_i \Rightarrow$$

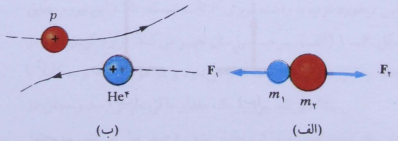
$$\overline{F} = \frac{m\upsilon_f - m\upsilon_i}{\Delta t} = \frac{\left[\circ/\Delta\mathfrak{F} - (-\circ/\mathfrak{F}\mathfrak{V})\right]\text{kg.m/s}}{\mathfrak{1}\circ^{-\mathfrak{F}}\text{s}} \Rightarrow$$

$$\overline{F} = \mathfrak{1}/\mathfrak{F}\times\mathfrak{1}\circ^{\mathfrak{F}}\text{N}$$

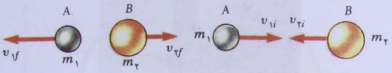
۶ــ۳ پایستگی اندازه حرکت خطی

در این بخش توضیح خواهیم داد که به هنگام برخورد دو جسم با یکدیگر چه چیزی روی می‌دهد. چنانکه در شکل ۶ــ۴ (الف) می بینیم، برخورد، حاصل تماس فیزیکی میان دو جسم است. این مشاهدهٔ مربوط به برخورد دو جسم با ابعاد معمولی، مانند برخورد دو گوی فلزی یا برخورد چوب گلف به توپ است. ما باید نظر خود دربارهٔ برخورد را تعمیم دهیم زیرا تماس ذره‌ها در مقیاس اتمی با تصوری که ما در زندگی عادی خود در مورد تماس اجسام داریم متفاوت است. به عنوان مثال، شکل ۶ــ۴ (ب) «برخورد» میان پروتون و ذرهٔ آلفا (هستهٔ اتم هلیوم) را نشان می‌دهد. چون دو ذره بار الکتریکی مثبت دارند به‌خاطر نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی یکدیگر را دفع می کنند. اگرچه دو ذره هیچگاه با هم تماس پیدا نمی‌کنند اما نتیجه‌های تحلیلی مربوط به برخورد را دربارهٔ این دو ذره نیز می‌توان به کار برد.

شکل ۶ــ۵ وضعیت دو جسم برخورد کننده را پیش و پس از برخورد نشان می‌دهد. پیش از برخورد، سرعت جسم A برابر با $\upsilon_{\mathfrak{1}i}$ و سرعت جسم B برابر با $\upsilon_{\mathfrak{2}i}$ است و پس از برخورد این سرعتها به ترتیب $\upsilon_{\mathfrak{1}f}$ و $\upsilon_{\mathfrak{2}f}$ خواهند بود. با استفاده از قضیهٔ ضربه ــ اندازه حرکت در مورد جسم A، داریم



شکل ۶ــ۴ (الف) برخورد میان دو جسم با تماس مستقیم. (ب) برخورد میان دو ذرهٔ باردار.



شکل ۶ــ۵ نمایش برخورد رودر رو میان دو جسم پیش و پس از برخورد. دراثر برخورد اندازه حرکت خطی هر جسم تغییر می کند.

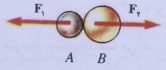
$$\overline{F}_{\mathfrak{1}}\Delta t = m_{\mathfrak{1}}\upsilon_{\mathfrak{1}f} - m_{\mathfrak{1}}\upsilon_{\mathfrak{1}i} \qquad (۶\text{ــ}۶)$$

و در مورد جسم B، داریم

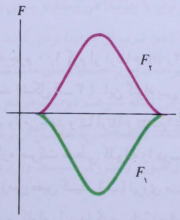
$$\overline{F}_{\mathfrak{2}}\Delta t = m_{\mathfrak{2}}\upsilon_{\mathfrak{2}f} - m_{\mathfrak{2}}\upsilon_{\mathfrak{2}i} \qquad (۶\text{ــ}۷)$$

که در آن $\overline{F}_{\mathfrak{1}}$ نیروی متوسط وارد بر جسم A از طرف جسم B درحین برخورد و $\overline{F}_{\mathfrak{2}}$ نیروی متوسط وارد بر جسم B از طرف جسم A است (شکل ۶ــ۶).

از نیروهای متوسط $\overline{F}_{\mathfrak{1}}$ و $\overline{F}_{\mathfrak{2}}$، حتی در موقعی که نیروها نظیر شکل ۶ــ۷، به نحو پیچیده ای برحسب زمان تغییر می کنند نیز می‌توان استفاده کرد. اما بدون توجه به چگونگی تغییرات نیروهای میان دو جسم برخورد کننده، بنا به قانون سوم نیوتون، این دو نیرو، مطابق شکل ۶ــ۷، همیشه از نظر بزرگی مساوی و از نظر جهت مخالف‌اند، یعنی $\mathbf{F}_{\mathfrak{1}} = -\mathbf{F}_{\mathfrak{2}}$. علاوه‌بر این، دو نیرو در بازهٔ زمانی



شکل ۶ــ۶ هنگام برخورد دو جسم نیروی وارد بر جسم A، $\mathbf{F}_{\mathfrak{1}}$، مساوی و مخالف نیروی وارد بر جسم B، $\mathbf{F}_{\mathfrak{2}}$، است.



شکل ۶ــ۷ منحنیهای تغییرات نیروهای میان دو جسم برخوردکنندهٔ شکل ۶ــ۶ برحسب زمان. توجه کنید که $F_{\mathfrak{1}} = -F_{\mathfrak{2}}$

یکسانی اثر می‌کنند. بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$\overline{F}_1 \Delta t = -\overline{F}_2 \Delta t \qquad (۶ـ۸)$$

یا

$$m_1 v_{1f} - m_1 v_{1i} = -(m_2 v_{2f} - m_2 v_{2i})$$

و از آنجا

$$\boxed{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}} \qquad (۶ـ۹)$$

این معادله بیان کنندهٔ قانون ***پایستگی اندازه حرکت خطی*** است و نشان می دهد که:

هرگاه به یک دستگاه متشکل از دو جسم برخورد کننده هیچ نیروی خارجی وارد نشود اندازه حرکت کل دستگاه پیش از برخورد با اندازه حرکت کل دستگاه پس از برخورد برابر است.

قانون پایستگی اندازه حرکت خطی یکی از مهمترین قانونهای فیزیک است. اندازه حرکت خطی یک دستگاه منزوی (فاقد اثر نیروهای خارجی) بدون توجه به ماهیت نیروهای داخلی، **پایسته** است.

اگرچه نتیجه‌های به‌دست آمده در برخورد تنها به برهم‌کنش دو جسم مربوط می‌شوند اما این نتیجه‌ها دربارهٔ برخورد هر تعدادی از اجسام صدق می‌کنند. در حالت کلی، قانون پایستگی اندازه حرکت خطی را می‌توان چنین بیان کرد:

اندازه حرکت خطی کل یک دستگاه منزوی صرفنظر از نیروهای میان اجسام تشکیل‌دهندهٔ دستگاه، پایسته است.

برای آنکه مفهوم گفتهٔ بالا را درک کنید، فرض می‌کنیم درحالی که روی زمین به‌حال سکون ایستاده‌اید به هوا بپرید و با سرعت v زمین را ترک کنید. واضح است که در چنین شرایطی اندازه حرکت پایسته نیست زیرا اندازه حرکت شما پیش از پریدن صفر و در لحظهٔ بلند شدن از زمین mv است. با وجود این، اندازه حرکت کل دستگاه پایسته است، در صورتی که دستگاه را متشکل از همهٔ اجسامی بدانید که به یکدیگر نیرو وارد کرده‌اند. در مثال مورد نظر باید زمین را هم جزئی ازدستگاه به حساب بیاورید، زیرا برای آنکه به هوا بپرید باید نیرویی به طرف پایین به زمین وارد کنید. زمین نیز به نوبهٔ خود، طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی با همان بزرگی به طرف بالا به شما وارد می‌کند.

بنابراین، اندازه حرکت خطی برای دستگاه متشکل از شما و زمین پایسته است. درنتیجه، همان‌طور که شما با اندازه حرکتی برابر با mv به طرف بالا حرکت می‌کنید زمین هم با اندازه حرکتی مساوی و مخالف با اندازه حرکت شما به طرف پایین حرکت می‌کند. زمین جرمش آنقدر زیاد است که با وجود داشتن این اندازه حرکت، سرعت پس‌زنی آن در این رویداد محسوس نیست.

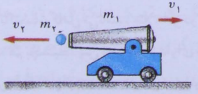
مثال ۳

توپی به جرم ۱۵۰۰ کیلوگرم در روی یک دریاچهٔ یخ‌بسته، مطابق شکل ۶ـ۸، به حال سکون قرار دارد. این توپ یک گلولهٔ ۱۵ کیلوگرمی را به‌طور افقی شلیک می‌کند. اگر توپ با سرعت ۱/۸ m/s به سمت راست پس زده شود، سرعت پرتاب گلوله چقدر است؟

حل

در این مثال، دستگاه شامل توپ و گلوله است. این دستگاه به خاطر وجود نیروی گرانشی زمین واقعاً منزوی نیست. اما نیروی گرانشی به‌طور قایم اثر می‌کند، درحالی که حرکت دستگاه در راستای افقی صورت می‌گیرد. بنابراین، چون در راستای افقی هیچ نیروی خارجی به دستگاه وارد نمی‌شود (با چشمپوشی از اصطکاک سطح یخ بستهٔ دریاچه) پس، در این راستا می‌توانیم از پایستگی اندازه حرکت خطی استفاده کنیم.

پیش از شلیک کردن گلوله اندازه حرکت صفر است. بنابراین،



شکل ۶ـ۸ مربوط به مثال ۳. در موقع شلیک گلوله، توپ به سمت راست پس زده می‌شود.

پس از شلیک کردن نیز باید اندازه حرکت کل دستگاه صفر باشد، یعنی

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$
$$v_2 = -(\frac{150\,\text{kg}}{15\,\text{kg}})(1/8\,\text{m/s}) \Rightarrow$$
$$v_2 = -18\,\text{m/s}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که گلوله پس از شلیک شدن به سمت چپ حرکت می‌کند.

۶ــ۴ برخورد

چنانکه دیدیم، در هر برخوردی اندازه حرکت کل یک دستگاه پیش و پس از برخورد با هم برابر است. به‌طورکلی، می‌توان گفت که اندازه حرکت کل در هر نوع برخوردی پایسته است. اما در حالت کلی در هر برخورد انرژی جنبشی کل دستگاه پایسته نمی‌ماند زیرا بخشی از این انرژی به خاطر تغییر شکل جسم درحین برخورد به گرما یا انرژیهای دیگر تبدیل می‌شود.

برخورد ناکشسان برخوردی است که در آن درحین برخورد اندازه حرکت دستگاه پایسته است، اما انرژی جنبشی دستگاه پایسته نیست.

در حالت کلی برخورد ناکشسان، می‌توان قانون پایستگی اندازه حرکت را به‌کار برد و از معادلهٔ (۶ــ۹) استفاده کرد. از نمونه های برخورد ناکشسان می‌توان برخورد یک گلولهٔ لاستیکی با یک سطح سخت را نام برد. در این برخورد گلوله درحین تماس با سطح تغییر شکل پیدا می کند و بدین وسیله بخشی از انرژی جنبشی تلف می‌شود.

هرگاه دو جسم طوری برخورد کنند که پس از برخورد به هم بچسبند برخورد را ***ناکشسان کامل*** می‌نامند. مثلاً، اگر دو قطعه خمیر به هم برخورد کنند و به هم بچسبند، پس از برخورد دارای سرعت یکسان خواهند بود. برخورد یک شهاب سنگ به زمین نیز نمونه‌ای از یک برخورد ناکشسان کامل است. توجه کنید که در برخورد ناکشسان کامل الزاماً تمام انرژی جنبشی دستگاه از میان نمی‌رود.

برخورد کشسان دو جسم چنین تعریف می‌شود:

برخورد کشسان برخوردی است که در آن هم اندازه حرکت و هم انرژی جنبشی دستگاه پایسته است.

برخورد گویهای فلزی و برخورد مولکولهای یک گاز با دیوارهای مخزن گاز نمونه‌هایی از برخورد کشسان هستند. درواقع برخوردهای اجسام درمقیاس ماکروسکوپیک، مانند برخورد گویهای فلزی، تقریباً کشسان هستند زیرا در این برخوردها همیشه اجسام تا حدی تغییر شکل پیدا می‌کنند و درنتیجه مقداری انرژی جنبشی تلف می‌شود. برخوردهای کشسان واقعی آنهایی هستند که میان ذره‌های اتمی و زیراتمی روی می‌دهند.

تعریف انواع برخوردها را می‌توان به شرح زیر خلاصه کرد:

۱. برخورد ناکشسان کامل میان دو جسم برخوردی است که در آن دو جسم پس از برخورد به هم می‌چسبند و درنتیجه سرعت نهایی آنها یکسان می‌شود.

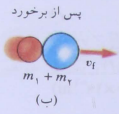
۲. برخورد ناکشسان میان دو جسم برخوردی است که در آن اندازه حرکت پایسته است، اما انرژی جنبشی پایسته نیست.

۳. برخورد کشسان میان دو جسم برخوردی است که در آن اندازه حرکت و انرژی جنبشی، هر دو، پایسته‌اند.

۶ــ۵ برخورد ناکشسان کامل

در این بخش می خواهیم برخورد ناکشسان کامل دو جسم را در حرکت یک بعدی مورد مطالعه قرار دهیم. دو جسم به جرمهای m_1 و m_2 را که با سرعتهای اولیهٔ v_{1i} و v_{2i}، مطابق شکل ۶ــ۹، به‌طرف هم حرکت می‌کنند، درنظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که این دو جسم به‌طور رو در رو به هم برخورد کنند. تعریف برخورد رو در رو چنین است:

برخورد رو در رو برخوردی است که در آن راستای حرکت اجسام برخورد کننده پس از برخورد همان راستای حرکت پیش از برخورد باشد.



شکل ۶ـ۹ برخورد ناکشسان کامل رو در رو میان دو جسم، (الف) پیش از برخورد، (ب) پس از برخورد.

هرگاه دو جسم پس از برخورد به هم بچسبند و با سرعت مشترک v_f حرکت کنند، تنها اندازه حرکت خطی دو جسم پایسته می‌ماند. بنابراین، با استفاده از معادلهٔ (۶ـ۹) می‌توانیم بنویسیم

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \qquad (۶ـ۱۰)$$

باید توجه داشت که v_{1i} ، v_{2i} و v_f سرعتهای اولیه و نهایی دو جسم در راستای محور x(خط واصل دو جسم) با علامتهای مربوط هستند و در محاسبه باید علامت آنها را در نظر گرفت. مثلاً در شکل ۶ـ۹، v_{1i} مثبت، v_{2i} منفی و v_f مثبت است.

در مسائل مربوط به برخوردهای ناکشسان کامل دو جسم با جرمها و سرعتهای اولیهٔ معلوم تنها یک پارامتر مجهول که همان v_f باشد، وجود دارد و معادلهٔ (۶ـ۱۰) برای حل مسأله کافی است.

مثال ۴

اتومبیل A به جرم ۱۸۰۰ کیلوگرم در پشت چراغ قرمز چهارراهی ایستاده است. در این حال اتومبیل B به جرم ۹۰۰ کیلوگرم با سرعت ۲۰ m/s به چهارراه می رسد و از عقب به اتومبیل A می‌زند و درحالی که به اتومبیل A چسبیده است آن را جلو می‌برد. سرعت مشترک دو اتومبیل را پس از برخورد حساب کنید.

حل

اندازه حرکت دستگاه دو اتومبیل پیش از برخورد همان اندازه حرکت اتومبیل B است، یعنی

$$p_i = m_1 v_i = (۹۰۰\,\text{kg})(۲۰\,\text{m/s}) \Rightarrow$$
$$p_i = ۱/۸ \times ۱۰^۴\ \text{kg.m/s}$$

پس از برخورد، داریم

$$p_f = (m_1 + m_2) v_f = p_i \Rightarrow$$
$$v_f = \frac{p_i}{m_1 + m_2} = \frac{۱/۸ \times ۱۰^۴\ \text{kg.m/s}}{(۱۸۰۰ + ۹۰۰)\text{kg}} \Rightarrow$$
$$v_f = ۶/۷\ \text{m/s}$$

مثال ۵

دو گلولهٔ گلی، مطابق شکل ۶ـ۹، به‌طور رو در رو و ناکشسان کامل به هم برخورد می‌کنند. فرض کنید $m_1 = ۰/۵۰\,\text{kg}$ ، $m_2 = ۰/۲۵\,\text{kg}$ ، $v_{1i} = ۴/۰\,\text{m/s}$ و $v_{2i} = -۳/۰\,\text{m/s}$ (الف) سرعت دو گلوله را پس از برخورد حساب کنید. (ب) در این برخورد چه مقدار انرژی جنبشی تلف می‌شود؟

حل

(الف) با استفاده از معادلهٔ (۶ـ۱۰)، داریم

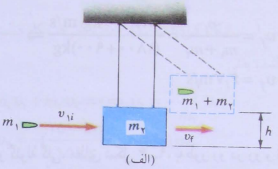
$$(۰/۵۰\,\text{kg})(۴/۰\,\text{m/s}) + (۰/۲۵\,\text{kg})(-۳/۰\,\text{m/s}) =$$
$$(۰/۵۰\,\text{kg} + ۰/۲۵\,\text{kg})\, v_f \Rightarrow$$
$$v_f = ۱/۷\,\text{m/s}$$

(ب)
$$K_i = K_1 + K_2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$
$$K_i = \frac{1}{2}(۰/۵۰\,\text{kg})(۴/۰\,\text{m/s})^2 +$$
$$\frac{1}{2}(۰/۲۵\,\text{kg})(-۳/۰\,\text{m/s})^2$$
$$K_i = ۵/۱\,\text{J}$$
$$K_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 =$$
$$\frac{1}{2}(۰/۵۰\,\text{kg} + ۰/۲۵\,\text{kg})(۱/۷\,\text{m/s})^2$$
$$K_f = ۱/۰\,\text{J} \Rightarrow K_i - K_f = ۵/۱\,\text{J} - ۱/۰\,\text{J} \Rightarrow$$
$$K_i - K_f = ۴/۱\,\text{J}$$

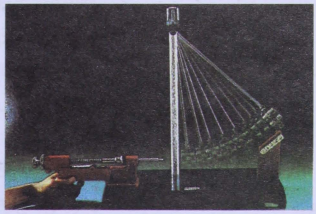
از این افت انرژی بخش بزرگی در حین برخورد دو گلوله به گرما و بخش کمی هم به انرژی صوتی تبدیل می‌شود.

مثال ۶

آونگ بالیستیک (شکل۶ـ۱۰) وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری سرعت پرتابه های سریع، نظیر گلولهٔ تفنگ، به کار می‌رود. در این وسیله گلوله را به طرف قطعه چوبی که از دو سیم سبک آویخته شده است، شلیک می کنند. گلوله پس از برخورد به قطعه چوب، درآن متوقف می‌شود و تمامی دستگاه تا



(الف)



(ب)

شکل ۶ــ۱۰ مربوط به مثال ۶. (الف) آونگ بالیستیک. توجه کنید که v_f سرعت دستگاه درست پس از برخورد ناکشسان کامل گلولهٔ تفنگ به قطعه چوب است. (ب) عکسی از حرکت در لحظه‌های مختلف آونگ بالیستیک مورد استفاده در آزمایشگاه.

ارتفاع h بالا می‌رود. با اندازه‌گیری h و جرمهای گلوله و قطعه چوب می‌توان سرعت اولیهٔ گلوله را معین کرد. فرض کنید جرم گلوله، m_1، برابر با ۵/۰ گرم، جرم قطعه چوب، m_2، برابر با یک کیلوگرم و ارتفاع h برابر با ۵/۰ سانتی‌متر باشد. سرعت اولیهٔ گلوله، v_{1i}، را پیدا کنید.

حل

در اینجا برخورد از نوع ناکشسان کامل است. با استفاده از معادلهٔ (۶ــ۱۰)، داریم

$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f \Rightarrow v_{1i} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_f$$

$$v_{1i} = \frac{(۱/۰ + ۵/۰ \times ۱۰^{-۳})\text{kg}}{۵/۰ \times ۱۰^{-۳}\text{kg}} v_f = ۲۰۱ v_f$$

در این حالت، انرژی جنبشی دستگاه پایسته نیست، اما انرژی مکانیکی دستگاه پایسته است. درنتیجه انرژی جنبشی دستگاه در پایین به انرژی پتانسیل دستگاه در ارتفاع h تبدیل می‌شود، یعنی

$$\frac{۱}{۲}(m_1 + m_2) v_f^۲ = (m_1 + m_2) g h \Rightarrow$$

$$v_f = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲(۹/۸\,\text{m/s}^۲)(۵/۰ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m})}$$

$$\Rightarrow v_f = ۰/۹۹\,\text{m/s}$$

بنابراین، نتیجه می‌گیریم که

$$v_{1i} = ۲۰۱(۰/۹۹\,\text{m/s}) \Rightarrow v_{1i} = ۲۰۰\,\text{m/s}$$

۶ــ۶ برخورد کشسان

اکنون دو جسم را که به‌طور رو در رو و کشسان به هم برخورد می‌کنند، درنظر می‌گیریم (شکل ۶ــ۱۱). در این حالت، ***اندازه حرکت خطی و انرژی جنبشی دستگاه، هر دو، پایسته‌اند.*** بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \qquad (۶ــ۱۱)$$

$$\frac{۱}{۲} m_1 v_{1i}^۲ + \frac{۱}{۲} m_2 v_{2i}^۲ = \frac{۱}{۲} m_1 v_{1f}^۲ + \frac{۱}{۲} m_2 v_{2f}^۲ \qquad (۶ــ۱۲)$$

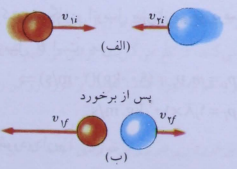
در مسائل مربوط به برخوردهای کشسان دو مجهول (v_{1f} و v_{2f}) وجود دارد و با استفاده از دو معادلهٔ (۶ــ ۱۱) و (۶ــ۱۲) می‌توان این دو مجهول را به‌دست آورد. معادلهٔ (۶ــ۱۲) را می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم

$$m_1(v_{1i}^۲ - v_{1f}^۲) = m_2(v_{2f}^۲ - v_{2i}^۲) \qquad (۶ــ۱۳)$$

این معادله را به‌صورت زیر بسط می‌دهیم

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = \qquad (۶ــ۱۴)$$

$$m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$



شکل ۶ــ۱۱ برخورد رو در رو و کشسان میان دو گوی فلزی، (الف) پیش ازبرخورد و (ب) پس از برخورد.

با توجه به معادلهٔ (۶ـ ۱۱) می‌توانیم بنویسیم

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \qquad (۶ـ۱۵)$$

از تقسیم دو طرف معادله های (۶ـ۱۴) و (۶ـ۱۵) بر یکدیگر، خواهیم داشت

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

و از آنجا

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \qquad (۶ـ۱۶)$$

از معادلهٔ (۶ـ۱۶) همراه با معادلهٔ (۶ـ۱۱) می‌توان برای حل مسائل مربوط به برخوردهای کاملاً کشسان استفاده کرد. توجه کنید که طبق معادلهٔ (۶ـ ۱۶) سرعت نسبی دو جسم پیش از برخورد، یعنی $v_{1i} - v_{2i}$ ، برابر با سرعت نسبی دو جسم پس از برخورد با علامت مخالف، یعنی $-(v_{1f} - v_{2f})$ است.

مثال ۷

دو گوی فلزی، مطابق شکل ۶ـ۱۱، به سوی هم حرکت می‌کنند. گویها جرم یکسان دارند و برخورد میان آنها کاملاً کشسان است. اگر سرعت اولیهٔ آنها ۳۰cm/s و ۲۰cm/s − باشد، سرعت نهایی هر گوی چقدر است؟

حل

با استفاده از معادلهٔ (۶ـ ۱۱) و با توجه به مساوی بودن جرم گویها، داریم

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \Rightarrow$$

$$v_{1i} + v_{2i} = v_{1f} + v_{2f} \Rightarrow$$

$$(۰/۳۰ - ۰/۲۰)\,\text{m/s} = v_{1f} + v_{2f} \Rightarrow$$

$$v_{1f} + v_{2f} = ۰/۱۰\,\text{m/s}$$

از طرف دیگر، با استفاده ازمعادلهٔ (۶ـ۱۶)، داریم

$$۰/۳۰\,\text{m/s} - (-۰/۲۰\,\text{m/s}) = v_{2f} - v_{1f} \Rightarrow$$

$$v_{2f} - v_{1f} = ۰/۵۰\,\text{m/s}$$

درنتیجه، خواهیم داشت

$$v_{1f} = -۰/۲۰\,\text{m/s} \;,\; v_{2f} = ۰/۳۰\,\text{m/s}$$

چنانکه می‌بینیم، سرعتهای دو گوی با هم **مبادله** می‌شوند و این موضوع همیشه در برخورد کشسان دو جسم با جرم یکسان صادق است.

۶ـ۷ مرکز جرم

در بخش ۴ـ۶ دیدیم که در هر جسم نقطهٔ ویژه‌ای به نام **گرانیگاه (مرکز ثقل)** وجود دارد که همان نقطهٔ اثر نیروی وزن جسم است. نقطهٔ مشخص دیگری که به هر جسم، یا دستگاه، مربوط می‌شود **مرکز جرم جسم**، یا **دستگاه**، است. در حالت کلی، این دو نقطه با هم تفاوت دارند، اما اگر توزیع جرم دستگاه به گونه‌ای باشد که اثر شتاب گرانشی بر تمام اجزای تشکیل دهندهٔ دستگاه یکسان باشد گرانیگاه بر مرکز جرم دستگاه منطبق خواهد بود، و این، وضعیتی است که ما معمولاً با آن سر و کار داریم. ***مرکز جرم یک دستگاه نقطه‌ای از دستگاه است که در قبال نیروهای خارجی وارد بر دستگاه می‌توان تمام جرم دستگاه را در آن نقطه متمرکز دانست.*** با توجه به تعریف مرکز جرم، مختصات مرکز جرم را می‌توان از معادله های زیر به دست آورد.

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \;,\; y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \;,\; z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} \qquad (۶ـ۱۷)$$

در این معادله x_c ، y_c و z_c مختصات نقطهٔ C، مرکز جرم دستگاه در دستگاه مختصات سه بعدی، هستند، m_i جرم جزء شماره i، $\sum m_i$ جرم کل دستگاه و x_i ، y_i و z_i به‌ترتیب مختصات x، y و z جزء شماره i دستگاه هستند. مثلاً، اگر دستگاهی از ۳ جزء جداگانه تشکیل شده باشد، معادله‌های (۶ـ۱۷) به‌صورت زیر نوشته می‌شوند

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$z_c = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

با توجه به تعریف مرکز جرم و معادله‌های (۶ـ۱۷) می‌توان گفت که:

برایند نیروهای خارجی وارد بر یک دستگاه برابر با حاصل ضرب جرم کل دستگاه در شتاب مرکز جرم دستگاه است.

یعنی

$$\mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_c \qquad (۶_۱۸)$$

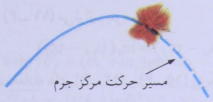
که در آن $\mathbf{F}_{ext}$ برایند نیروهای خارجی، $M = \sum m_i$ جرم کل و $\mathbf{a}_c$ شتاب مرکز جرم دستگاه است.

با این نتیجه، مرکز جرم یک دستگاه تحت اثر برایند نیروهای خارجی وارد بر دستگاه مانند ذره‌ای به جرم M عمل می‌کند.

بنا به معادلهٔ (۶ــ۱۸)، ***اگر برایند نیروهای خارجی وارد بر یک دستگاه متشکل از چند جسم صفر باشد، شتاب $\mathbf{a}_c$ نیز صفر است.*** درنتیجه، سرعت مرکز جرم تغییر نمی کند و اندازه حرکت مرکز جرم ثابت می‌ماند (شکل ۶ــ ۱۲).

فرض کنید یک دستگاه منزوی شامل دو یا چند جزء در حال سکون باشد. ***مرکز جرم این دستگاه به حال سکون باقی می‌ماند، مگر آنکه تحت اثر نیروهای خارجی قرار گیرد.***

به عنوان مثال، دستگاهی را در نظر بگیرید که شامل یک قایق و یک شناگر است و ابتدا به حال سکون قرار دارد. وقتی که شناگر در آب شیرجه می رود و قایق را ترک می کند مرکز جرم دستگاه ساکن می ماند (با چشمپوشی از اصطکاک میان قایق و آب)، اما در عین حال اندازه حرکت شناگر مساوی و مخالف اندازه حرکت قایق است. بنابراین، هنگامی که شناگر در آب شیرجه می‌رود قایق به عقب حرکت می کند تا مرکز جرم دستگاه ثابت بماند.



شکل ۶ــ۱۳ مربوط به مثال ۸. هرگاه پرتابه‌ای در هوا منفجر و به چند پاره تقسیم شود مرکز جرم پاره‌ها همان مسیر سهمی شکلی را که پرتابه پیش از انفجار داشته است، دنبال می‌کند.

مثال ۸

پرتابه‌ای در حین حرکت در هوا ناگهان منفجر و به چند پاره تقسیم می‌شود (شکل ۶ــ ۱۳). وضعیت حرکت این پاره‌ها را پس از انفجار معین کنید.

حل

تنها نیروی خارجی وارد بر پرتابه نیروی گرانشی زمین است. بنابراین، پرتابه تحت اثر این نیرو مسیری سهمی شکل می‌پیماید که در شکل ۶ــ ۱۳ نشان داده شده است. اگر پرتابه منفجر نشود همان مسیری را که با خط‌چین نشان داده شده است می‌پیماید. چون نیروهای ناشی از انفجار درونی هستند نمی‌توانند بر حرکت مرکز جرم اثری داشته باشند. بنابراین، پس از انفجار پرتابه پاره‌های حاصل از هم دور می‌شوند، اما به گونه‌ای حرکت می کنند که مرکز جرم این پاره‌ها همچنان بر روی مسیر سهمی شکلی که قبلاً داشته است باقی بماند.

شکل ۶ــ۱۲ در حین چرخش این آچار به دور مرکز جرم، تنها مرکز جرم آچار است که به خط راست حرکت می‌کند.

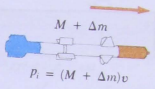
مطالعهٔ آزاد

پیشرانش موشک

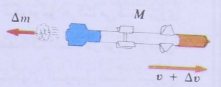
هنگامی که وسایل نقلیهٔ عادی، نظیر اتومبیل، قایق و لکوموتیو حرکت می‌کنند نیروی راه انداز برای حرکت دادن این وسایل همان نیروی اصطکاک است. در مورد اتومبیل، نیروی راه‌انداز نیروی اصطکاک میان جاده و لاستیکهای اتومبیل است. نیروی راه انداز لکوموتیو هم اصطکاک میان ریلها و چرخهای لکوموتیو است. حرکت قایق در آب ناشی از فشار پارو به آب یا چرخش ملخ موتور قایق است. اما حرکت موشک در فضا به گونه‌ای متفاوت است زیرا در این حرکت هیچگونه محیطی که بر اثر واکنش، موشک را به‌پیش براند، وجود ندارد. ***حرکت موشک در فضا بر پایهٔ قانون پایستگی اندازه حرکت خطی صورت می‌گیرد که در مورد دستگاه متشکل از موشک و سوخت خارج شونده از آن، به کار می‌رود*** (شکل ۶ـ۱۴).

موضوع پیشرانش موشک را با در نظرگرفتن دستگاهی که شامل یک مسلسل سوار بر ارابه است، می‌توان توضیح داد. هنگام شلیک کردن مسلسل هر گلوله با اندازه حرکت mv ازمسلسل خارج می‌شود و به‌ازای شلیک هر گلوله مسلسل و ارابه اندازه حرکتی مساوی و مخالف، نظیر آنچه در مثال ۳ گفته شد، به دست می‌آورند. به‌عبارت دیگر، نیروی واکنش گلوله‌ها به مسلسل و ارابه شتاب می‌دهد. اگر در هر ثانیه n گلوله

شکل ۶ـ۱۴ عکسی از بلند شدن موشک حامل سفینهٔ فضایی کلمبیا. نیروی پیشران بسیار عظیمی که از موتورهای با سوخت مایع موشک ناشی می‌شود، سفینه را بالا می‌برد.



(الف)



(ب)

شکل ۶ــ۱۵ پیشرانش موشک. (الف) در زمان t جرم موشک $M + \Delta m$ و سرعت آن v است. (ب) در زمان $t + \Delta t$ جرم موشک به M کاهش یافته و مقداری سوخت به جرم Δm از آن خارج شده است. در این حالت، سرعت موشک به اندازهٔ Δv افزایش یافته است.

شلیک شود، تغییر اندازه حرکت هر گلوله $\Delta p = mv$ و نیروی متوسط وارد شده به مسلسل با توجه به معادلهٔ (۶ــ۲) برابر با $n\,m\,v$ خواهد بود.

موشک نیز در فضای تهی (خلأ و فاقد اثر گرانشی) به همان نحوی که در مورد مسلسل گفته شد، حرکت می‌کند، هرگاه از موشک جرمی به صورت گازهای پس زده شده، مطابق شکل ۶ــ۱۵، جدا شود، اندازه حرکت موشک افزایش پیدا می کند، زیرا گازهای خارج شده دارای اندازه حرکت هستند و به موشک اندازه حرکتی مساوی و مخالف می‌دهند. بنابراین، ***موشک در اثر اندازه حرکتی که به دست آورده است شتاب پیدا می‌کند و به پیش می‌رود.***

هنگام حرکت موشک در فضای تهی مرکز جرم دستگاه (موشک به علاوهٔ گازهای پس زده شده) با سرعت ثابت حرکت می‌کند زیرا برایند نیروهای وارد بر دستگاه صفر است.

خلاصهٔ فصل

اندازه حرکت خطی

اندازه حرکت خطی جسمی به جرم m که با سرعت v حرکت می‌کند از معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$p = mv$$

ضربهٔ نیرو

ضربهٔ نیروی $\mathbf{F}$ که به جسمی وارد می‌شود، برابر با حاصل ضرب نیرو در بازهٔ زمانی مربوط به تأثیر نیرو است.

$$\text{ضربه} = F\Delta t$$

قضیهٔ ضربه ــ اندازه حرکت

بنا به قضیهٔ ضربه ــ اندازه حرکت، ضربهٔ یک نیرو که به جسمی وارد می‌شود، با تغییر اندازه حرکت جسم برابر است.

$$F\Delta t = \Delta p = mv_f - mv_i$$

پایستگی اندازه حرکت خطی

بنا به قانون پایستگی اندازه حرکت خطی در مورد دو جسم برهم‌کنش کننده، اگر دو جسم یک دستگاه منزوی تشکیل دهند اندازه حرکت کل آنها، صرفنظر از ماهیت نیروهای وارد شده در میان آنها، پایسته است.

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

برخورد ناکشسان
برخورد ناکشسان کامل
برخورد کشسان

برخورد ناکشسان برخوردی است که در آن اندازه حرکت دستگاه پایسته است، اما انرژی جنبشی دستگاه پایسته نیست. در برخورد ناکشسان کامل اجسام برخوردکننده پس از برخورد به هم می‌چسبند و سرعت یکسان پیدا می‌کنند. برخورد کشسان برخوردی است که در آن اندازه حرکت و انرژی جنبشی، هر دو، پایسته‌اند.

مرکز جرم

مختصات مرکز جرم یک دستگاه ازمعادله‌های زیر به‌دست می‌آید

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \quad , \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \quad , \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

قانون نیوتون دربارهٔ دستگاه ذرات

قانون نیوتون در مورد دستگاهی متشکل از چند جسم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_c$$

که در آن $\mathbf{F}_{ext}$ برایند نیروهای خارجی وارد بر دستگاه، $M = \sum m_i$ جرم کل دستگاه و $\mathbf{a}_c$ شتاب مرکز جرم دستگاه است. طبق این معادله، حرکت مرکز جرم یک دستگاه مانند حرکت ذره‌ای تصوری با جرم M است که تحت اثر برایند نیروهای خارجی وارد بر دستگاه حرکت می‌کند.

پرسشها

۱. اگر انرژی جنبشی ذره‌ای صفر باشد، اندازه حرکت خطی ذره چیست؟ اگر انرژی کل ذره صفر باشد، آیا اندازه حرکت خطی ذره الزاماً صفر است؟ توضیح دهید.

۲. اگر اندازه حرکت رو به جلو یک گلوله با اندازه حرکت رو به عقب تفنگ برابر است، پس چرا خوردن تفنگ به شما به اندازهٔ خوردن گلوله به شما خطرناک نیست؟

۳. اگر سرعت جسمی دو برابر شود، اندازه حرکت آن به چه نسبت تغییر می‌کند؟

۴. جعبه‌ای بر روی یخهای بدون اصطکاک سطح آب یک دریاچه می‌لغزد. اگر باران شروع به باریدن کند، دراثر جمع شدن آب باران در جعبه، سرعت جعبه چه تغییری می‌کند؟ توضیح دهید.

۵. قطعه‌ای گِل به سمت یک دیوار آجری پرتاب می‌شود و به آن می‌چسبد. اندازه حرکت قطعهٔ گِل چه می‌شود؟ آیا اندازه حرکت آن پایسته است؟ توضیح دهید.

۶. آیا یک نیروی بزرگ نسبت به یک نیروی کوچکتر همیشه ضربهٔ بزرگتری روی یک جسم وارد می‌کند؟

۷. اگر دو جسمی که یکی از آنها ابتدا در حال سکون است، به هم برخورد کنند، ممکن است پس از برخورد، هر دو به حال سکون درآیند. آیا ممکن است پس از برخورد، یکی از آنها به حال سکون درآید؟

۸. آیا در برخورد ممکن است تمام انرژی جنبشی تلف شود؟ اگر ممکن است مثالی ذکر کنید.

۹. در برخورد کشسان کامل میان دو جسم آیا پس از برخورد هر دو جسم دارای انرژی جنبشی یکسان می‌شوند؟ توضیح دهید.

۱۰. فضانوردی در حالی که به وسیلهٔ طنابی به سفینهٔ خود وصل شده است در اطراف سفینه مشغول قدم زدن است. در این حال ناگهان طناب پاره می‌شود. اگر فضانورد یک قوطی اسپری خوشبوکننده همراه داشته باشد چگونه می‌تواند با استفاده از آن خود را به سفینه برساند؟

۱۱. یک قهرمان پرش با نیزه پس از عبور ازمانع از ارتفاع ۵٫۰ متری روی یک تشک اسفنجی می‌افتد. آیا می‌توانید سرعت قهرمان را درست پیش از برخورد به تشک حساب کنید؟ آیا قادر به محاسبهٔ نیروی ناشی از برخورد، که به قهرمان وارد می‌شود، هستید؟

۱۲. گلوله‌ای که در حال افتادن به زمین است، اندازه حرکتش افزایش پیدا می‌کند. این موضوع را با قانون پایستگی اندازه حرکت چگونه ارتباط می‌دهید؟

۱۳. در آونگ بالیستیک، توضیح دهید چرا مساوی قراردادن انرژی جنبشی اولیهٔ گلوله با انرژی پتانسیل گرانشی ترکیب قطعه چوب ـ گلوله، نادرست است؟

۱۴. شخصی در یک سر قایق واقع بر روی دریاچه‌ای به حال سکون نشسته است. اگر این شخص در جهت مشرق به سر دیگر قایق برود چرا قایق به سمت مغرب حرکت می‌کند؟ دربارهٔ مرکز جرم دستگاه قایق ـ شخص، چه می‌توانید بگویید؟

مسائل

۱. گلوله‌ای به جرم ۰٫۵۰ کیلوگرم از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۰۰ متر می‌افتد. (الف) اندازه حرکت گلوله ۱٫۵ ثانیه پس از رها شدن آن چقدر است؟ (ب) اندازه حرکت گلوله درست پیش از برخورد به زمین چیست؟

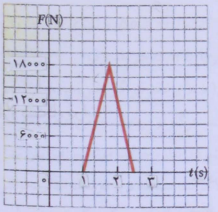
۲. اندازه حرکت اتومبیلی به جرم ۱۵۰۰ کیلوگرم برابربا اندازه حرکت کامیونی به جرم ۵۰۰۰ کیلوگرم است، که با سرعت ۱۵ m/s حرکت می‌کند. سرعت اتومبیل چقدر است؟

۳. در هریک از حالتهای زیر بزرگی اندازه حرکت خطی را حساب کنید: (الف) یک پروتون به جرم $۱٫۶۷\times۱۰^{-۲۷}$ کیلوگرم، که با سرعت $۵٫۰\times۱۰^{۶}$ m/s حرکت می‌کند، (ب) گلوله‌ای به جرم ۱۵ گرم، که با سرعت ۵۰۰ m/s حرکت می‌کند، (ج) یک دوندهٔ سرعت به جرم ۷۵ کیلوگرم، که با سرعت ۱۰ m/s می‌دود، و (د) زمین به جرم $۵٫۹۸\times۱۰^{۲۴}$ کیلوگرم، که با سرعت $۲٫۹۸\times۱۰^{۴}$ m/s به‌دور خورشید می‌گردد.

۴. اتومبیلی به جرم ۱۵۰۰ کیلوگرم با سرعت ۸٫۰ m/s به طرف مشرق در حرکت است. راننده حرکت اتومبیل را کُند می‌کند و در مدت ۳٫۰ ثانیه سرعتش را به ۳٫۰ m/s می‌رساند. مطلوب است تعیین (الف) ضربهٔ وارد شده به اتومبیل، و (ب) نیروی متوسط وارد شده به اتومبیل در این بازهٔ زمانی.

۵. مردی به جرم ۷۰ کیلوگرم در اتومبیل خود در پشت چراغ قرمز چهارراه به حال سکون نشسته است. در این حالت اتومبیل دیگری از عقب به اتومبیل شخص برخورد می‌کند و درنتیجه شخص (و همچنین اتومبیلش) شتاب پیدا می‌کند و سرعتش به ۳٫۰ m/s می‌رسد. (الف) ضربهٔ وارد شده بر شخص از طرف پشتی صندلیش را پیدا کنید. (ب) با فرض آنکه مدت شتاب پیدا کردن شخص ۰٫۲۰ ثانیه طول بکشد، نیروی متوسط وارد بر شخص را پیدا کنید.

۶. منحنی نمایش نیرو ـ زمان در برخورد یک توپ بیسبال به چوب مطابق شکل ۶ ـ ۱۶ است. با استفاده از این منحنی، (الف) ضربهٔ داده شده به توپ را معین کنید، (ب) نیروی متوسط وارد شده به توپ را پیدا کنید، و (ج) ماکزیمم نیروی وارد شده به توپ چقدر است؟



شکل ۶ ـ ۱۶ مربوط به مسألهٔ ۶.

۷. پسر بچه‌ای در حالی که روی یک سطح یخ بستهٔ بدون اصطکاک ایستاده است، سنگی به جرم ۲٫۰ کیلوگرم را با سرعت ۵٫۰ m/s به طرف مشرق پرتاب می‌کند. سرعت پس‌زنی پسربچه را معین کنید.

۸. دانش‌آموزی به وزن ۶۳۰ نیوتون در وسط سطح یخ بستهٔ آب استخری دایره شکل به شعاع ۵٫۰ متر ایستاده است. چون میان سطح یخ بسته و کفشهای دانش‌آموز اصطکاک وجود ندارد، او نمی‌تواند با راه رفتن، خود را به کنار استخر برساند. برای رفع این مشکل، دانش‌آموز کتاب فیزیک خود را که یک کیلوگرم جرم دارد، روی سطح یخ بسته و به طرف شمال با سرعت ۱۰ m/s پرتاب می‌کند. چه مدت طول می‌کشد تا دانش‌آموز به کنارهٔ جنوبی استخر برسد؟

۹. اتومبیلی با سرعت ۵٫۰ m/s به اتومبیل مشابهی که در پشت چراغ قرمز چهارراه ایستاده است برخورد می‌کند و به آن می‌چسبد. سرعت دو اتومبیل پس از این برخورد چقدر است؟

۱۰. شهاب سنگی به جرم ۲۰۰۰ کیلوگرم با سرعت ۸۰ m/s به طور رو در رو با زمین برخورد می‌کند. سرعت پس‌زنی زمین چقدر است؟ (جرم زمین را $۵٫۹۸\times۱۰^{۲۴}$ کیلوگرم بگیرید).

۱۱. کره‌ای ۳٫۰ کیلوگرمی به کرهٔ دیگری که در حال سکون است، به‌طور ناکشسان کامل برخورد می‌کند. دستگاه ترکیب این دو کره با سرعتی برابر با یک سوم سرعت اولیهٔ کرهٔ ۳٫۰ کیلوگرمی حرکت می‌کند. جرم کرهٔ دوم چقدر است؟

۱۲. اتومبیلی به جرم ۲۰۰۰ کیلوگرم با سرعت ۲۰ m/s در حرکت

است. این اتومبیل به اتومبیل دیگری به جرم ۳۰۰۰ کیلوگرم، که با سرعت ۱۰m/s در همان راستا حرکت می کند، می‌رسد و پس از برخورد به آن می‌چسبد. (الف) سرعت دو اتومبیل پس از برخورد چقدر است؟ (ب) در این برخورد چه مقدار انرژی جنبشی تلف می‌شود؟

۱۳. جسمی به جرم ۵٫۰ گرم که با سرعت ۲۰cm/s به طرف راست در حرکت است به جسم ساکنی به جرم ۱۰ گرم به‌طور رو در رو و کشسان برخورد می‌کند. (الف) سرعت هر جسم را پس از برخورد معین کنید. (ب) چه کسری از انرژی کل به جسم ۱۰ گرمی منتقل می‌شود؟

۱۴. گلوله‌ای به جرم $m_1 = 3{,}0\,\text{kg}$، با سرعت $3{,}0\,\text{m/s}$ به طرف راست حرکت می کند. این گلوله با گلولهٔ دیگری به جرم $m_2 = 2{,}0\,\text{kg}$، که با سرعت $4{,}0\,\text{m/s}$ به طرف چپ در حرکت است، به طور کشسان برخورد می‌کند. (الف) سرعت نهایی هر گلوله را پیدا کنید. (ب) انرژی جنبشی هر گلوله را پیش و پس از برخورد به دست آورید.

۱۵. جرم ماه در حدود $0{,}123$ جرم زمین و فاصلهٔ مرکز ماه تا مرکز زمین در حدود $3{,}84\times10^8$ متر است. فاصلهٔ مرکز جرم دستگاه زمین ـ ماه، را تا مرکز زمین حساب کنید.

۱۶. جرم و مختصات محل سه جسم A، B و C در صفحهٔ $x-y$ چنین است:

$m_A = 2{,}0\,\text{kg}$ و $A(3,-2)\text{m}$ ؛ $m_B = 3{,}0\,\text{kg}$ و $B(-2,4)\text{m}$ و $m_C = 1{,}0\,\text{kg}$ و $C(2,2)\text{m}$. مختصات محل مرکز جرم دستگاه را پیدا کنید.

۱۷. (الف) اگر بزرگی اندازه حرکت جسمی دو برابر شود، انرژی جنبشی آن چه می‌شود؟ (ب) اگر انرژی جنبشی جسمی سه برابر شود، اندازه حرکت آن چه می‌شود؟

۱۸. دو گوی فلزی مشابه پیش از برخورد کشسان رو در رو دارای سرعتهای $1{,}5\,\text{m/s}$ و $-0{,}40\,\text{m/s}$ هستند. سرعت نهایی آنها چقدر است؟

پیوستها

پیوست ۱ یکاهای اصلی SI

کمیت	نام یکا	نماد	تعریف
طول	متر	m	«... طول مسیری است که نور آن را در خلأ در $\frac{۱}{۲۹۹,۷۹۲,۴۵۸}$ ثانیه می‌پیماید.» (۱۹۸۳)
جرم	کیلوگرم	kg	«... این نمونه (استوانهٔ معینی از جنس پلاتین ـ ایریدیوم) از این پس به عنوان یکای جرم در نظر گرفته می‌شود.» (۱۸۸۹)
زمان	ثانیه	s	«... مدت زمانی برابر با ۹,۱۹۲,۶۳۱,۷۷۰ دورهٔ تناوب تابش متناظر با گذار میان دو تراز فوق ریز حالت پایهٔ اتم سزیوم ۱۳۳.» (۱۹۶۷)
جریان الکتریکی	آمپر	A	«... جریان ثابتی که اگر از دو سیم راست موازی با طول نامحدود و سطح مقطع دایره‌ای ناچیز، و به‌فاصلهٔ یک متر در خلأ بگذرد، نیرویی برابر با ۲×۱۰^{-۷} نیوتون به ازای هر متر از طول سیمها میان آنها ایجاد کند.» (۱۹۴۶)
دمای ترمودینامیکی	کلوین	K	«... $\frac{۱}{۲۷۳,۱۶}$ دمای ترمودینامیکی نقطهٔ سه‌گانهٔ آب.» (۱۹۶۷)
مقدار ماده	مول	mol	«... مقدار مادهٔ یک دستگاه، که تعداد اجزای بنیادی آن برابر با تعداد اتمهای موجود در ۰٫۰۱۲ کیلوگرم کربن ۱۲ باشد.» (۱۹۷۱)
شدت روشنایی	شمع	cd	«... شدت روشنایی ناشی از تابش عمودی سطحی به‌مساحت $\frac{۱}{۶۰۰,۰۰۰}$ مترمربع از یک جسم سیاه در دمای ذوب پلاتین و فشار ۱۰۱,۳۲۵ نیوتون برمتر مربع.» (۱۹۶۷)

پیوست ۲ بعضی یکاهای فرعی SI

کمیت	نام یکا	نماد
مساحت	مترمربع	$m^۲$
حجم	مترمکعب	$m^۳$
بسامد	هرتز	Hz، $s^{-۱}$
چگالی	کیلوگرم برمتر مکعب	$kg/m^۳$
سرعت	متر بر ثانیه	m/s
سرعت زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه	rad/s
شتاب	متر بر مجذور ثانیه	$m/s^۲$
شتاب زاویه‌ای	رادیان بر مجذور ثانیه	$rad/s^۲$
نیرو	نیوتون	N، $kg.m/s^۲$
فشار	پاسکال	Pa، $N/m^۲$
کار، انرژی	ژول	J، N.m
توان	وات	W، J/s

پیوست ۳ فرمولهای ریاضی

نمادگذاریهای علمی (نماهای ۱۰)

$$۱۰^n \times ۱۰^m = ۱۰^{n+m}$$

$$\frac{۱۰^n}{۱۰^m} = ۱۰^n \times ۱۰^{-m} = ۱۰^{n-m}$$

جبر (نماها)

$$x^n x^m = x^{n+m}$$

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

$$x^{۱/n} = \sqrt[n]{x}$$

$$(x^n)^m = x^{nm}$$

معادلهٔ درجه دوم

$$ax^۲ + bx + c = ۰ \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a}$$

پیوست ۴ معادله‌ها و رابطه‌های اساسی متن کتاب

فصل ۱

چگالی یک ماده

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ چگالی، m جرم، V حجم ماده است.

برایند دو بردار A و B

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

تفاضل دو بردار A و B

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

مؤلفه‌های یک بردار

$$A_x = A\cos\theta \ , \ A_y = A\sin\theta$$

A بزرگی بردار $\mathbf{A}$، θ زاویهٔ بردار $\mathbf{A}$ نسبت به‌محور x، A_x مؤلفهٔ x و A_y مؤلفه y بردار $\mathbf{A}$ است.

بزرگی بردار A و تانژانت زاویهٔ θ برحسب مؤلفه‌ها

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \ , \ \tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

فصل ۲

بردار جابه‌جایی (تغییرمکان)

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i$$

$\Delta\mathbf{r}$ بردار جابه‌جایی، $\mathbf{r}_i$ بردار مکان اولیه و $\mathbf{r}_f$ بردار مکان نهایی است.

جابه‌جایی در حرکت یک بعدی

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Δx جابه‌جایی، x_i مکان اولیه و x_f مکان نهایی است.

سرعت متوسط

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

$\overline{v}$ سرعت متوسط، t_i زمان مربوط به x_i، t_f زمان مربوط به x_f و Δt بازهٔ زمانی است.

شتاب متوسط

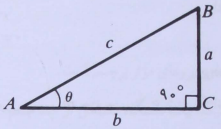
$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

مثلثات

a ضلع مقابل به‌زاویهٔ θ

b ضلع مجاور به‌زاویهٔ θ

c وتر



سه تابع مثلثاتی اصلی با توجه به‌مثلث راستگوشهٔ ABC عبارت‌اند از:

$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{a}{b}$$

قضیهٔ فیثاغورث

در مثلث راستگوشهٔ ABC رابطهٔ زیر برقرار است:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

اتحادها و رابطه‌های مثلثاتی

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sin\theta = \cos(90^\circ - \theta)$$

$$\cos\theta = \sin(90^\circ - \theta)$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\sin(\theta \pm \phi) = \sin\theta\cos\phi \mp \cos\theta\sin\phi$$

$$\cos(\theta \pm \phi) = \cos\theta\cos\phi \pm \sin\theta\sin\phi$$

$\bar{a}$ شتاب متوسط، Δv تغییر سرعت، v_i سرعت در زمان t_i و v_f سرعت در زمان t_f است.

معادله‌های مربوط به‌حرکت یک بعدی با شتاب ثابت

$$v = v_0 + at \ , \quad x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$
$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \ ,$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

v سرعت در زمان t، v_0 سرعت اولیه $(t = 0)$، a شتاب و $x - x_0$ جابه‌جایی است.

معادله‌های مربوط به‌حرکت در سقوط آزاد اجسام

$$v = v_0 - gt \ , \quad y - y_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$
$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$v^2 = v_0 - 2g(y - y_0)$$

v سرعت در زمان t، v_0 سرعت اولیه، g شتاب گرانشی و $y - y_0$ جابه‌جایی در راستای قایم است.

معادله‌های مربوط به‌حرکت پرتابی

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 \ , \quad x = v_0 t \cos\theta_0$$
$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$$
$$y = v_0 t \sin\theta_0 - \frac{1}{2}gt^2$$
$$v_y^2 = v_{y_0}^2 - 2gy$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \ , \quad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$
$$y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0}$$

v_x مؤلفهٔ افقی سرعت پرتابه، v_0 سرعت اولیه، θ_0 زاویهٔ پرتاب نسبت به‌محور افقی، v_y مؤلفهٔ قایم سرعت در زمان t، x مؤلفهٔ افقی جابه‌جایی، y مؤلفهٔ قایم جابه‌جایی و g شتاب گرانشی است.

شتاب مرکزگرا (جانب مرکز) در حرکت دایره‌ای یکنواخت

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

a_r شتاب مرکزگرا، v تندی حرکت و r شعاع دایرهٔ حرکت است.

فصل ۳

قانون دوم نیوتون

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$\sum \mathbf{F}$ برایند نیروهای مؤثر بر جسم، m جرم و $\mathbf{a}$ شتاب جسم است.

وزن جسم

$$W = mg$$

W وزن جسم، m جرم جسم و g شتاب گرانشی است.

قانون سوم نیوتون

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

$\mathbf{F}_{12}$ نیروی وارد شده از طرف جسم اول به جسم دوم و $\mathbf{F}_{21}$ نیروی وارد شده از طرف جسم دوم به جسم اول است.

نیروی اصطکاک ایستایی

$$f_s \leq \mu_s N$$

f_s نیروی اصطکاک ایستایی، μ_s ضریب اصطکاک ایستایی و N نیروی عمودی وارد شده از طرف سطح انکا به جسم است.

نیروی اصطکاک جنبشی

$$f_k = \mu_k N$$

f_k نیروی اصطکاک جنبشی و μ_k ضریب اصطکاک جنبشی است.

فصل ۴

شرط اول تعادل

$$\sum \mathbf{F} = 0 \ , \quad \sum F_x = 0 \ , \quad \sum F_y = 0$$

$\sum \mathbf{F}$ برایند نیروهای مؤثر برجسم، $\sum F_x$ برایند مؤلفه‌های افقی و $\sum F_y$ برایند مؤلفه‌های قایم نیروها است.

معادله‌های مربوط به‌گشتاور نیرو

$$\tau = dF \ , \quad \tau = LF\sin\phi \ , \quad \boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$\boldsymbol{\tau}$ گشتاور نیرو، $\mathbf{r}$ بردار مکان نقطهٔ اثر نیرو، $\mathbf{F}$ نیرو، L فاصلهٔ نقطهٔ اثر نیرو تا محور دوران و d بازوی گشتاور است.

حاصل ضرب برداری دو بردار A و B

$$\mathbf{C}=\mathbf{A}\times\mathbf{B}\ ,\ C=AB\sin\theta$$

C بزرگی بردار حاصل‌ضرب $\mathbf{C}$، A بزرگی بردار $\mathbf{A}$، B بزرگی بردار $\mathbf{B}$ و θ زاویهٔ میان دو بردار است.

شرط دوم تعادل

$$\Sigma\tau=0$$

$\Sigma\tau$ برایند گشتاور نیروهای مؤثر برجسم است.

مختصات گرانیگاه یک دستگاه متشکل از چند جسم

$$x_c=\frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}\ ,\ y_c=\frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

x_c مختصهٔ x گرانیگاه، m_i جرم جسم شماره i، x_i مختصهٔ x جسم شماره i و y_i مختصهٔ y جسم شماره i و $\sum m_i$ جرم کل دستگاه است.

فصل ۵

کار انجام شده توسط نیروی ثابت

$$W=(F\cos\theta)s\ ,\ W=\mathbf{F}.\mathbf{s}$$

W کار انجام شده، $\mathbf{F}$ نیرو، $\mathbf{s}$ بردار جابه‌جایی و θ زاویهٔ میان $\mathbf{F}$ و $\mathbf{s}$ است.

حاصل ضرب نرده‌ای دو بردار A و B

$$\mathbf{A}.\mathbf{B}=AB\cos\theta$$

θ زاویهٔ میان دو بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ است.

قانون هوک در فنر

$$F_s=-kx$$

F نیروی بازگردانندهٔ فنر، k ثابت نیروی فنر و x جابه‌جایی است.

کار نیروی فنر

$$W_s=\frac{1}{2}k(x_i^2-x_f^2)$$

W_s کار نیروی فنر، x_i مکان اولیه و x_f مکان نهایی جسم است.

انرژی جنبشی جسم

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

K انرژی جنبشی، m جرم و v سرعت جسم است.

قضیهٔ کار ــ انرژی

$$W=K_f-K_i=\Delta K$$

W کار نیروی برایند، K_i انرژی جنبشی اولیه، K_f انرژی جنبشی نهایی و ΔK تغییر انرژی جنبشی است.

انرژی پتانسیل گرانشی

$$U=mgy$$

U انرژی پتانسیل، m جرم جسم، y ارتفاع جسم از سطح زمین و g شتاب گرانشی است.

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

$$U_f-U_i=\Delta U=-W_g$$

U_i انرژی پتانسیل اولیه، U_f انرژی پتانسیل نهایی، ΔU تغییر انرژی پتانسیل و W_g کار نیروی گرانشی است.

انرژی مکانیکی دستگاه

$$E=K+U$$

E انرژی مکانیکی، K انرژی جنبشی و U انرژی پتانسیل دستگاه است.

انرژی پتانسیل کشسانی فنر

$$U_s=\frac{1}{2}kx^2$$

U_s انرژی پتانسیل فنر، k ثابت فنر و x جابه‌جایی است.

توان متوسط

$$\overline{P}=\frac{\Delta W}{\Delta t}\ ,\ \overline{P}=F\overline{v}$$

$\overline{P}$ توان متوسط، ΔW کار انجام شده در بازهٔ زمانی Δt، F نیرو و $\overline{v}$ سرعت متوسط است.

فصل ۶

اندازه حرکت خطی

$$p=mv$$

p اندازه حرکت خطی، m جرم و v سرعت جسم است.

ضربهٔ نیروی F

$$F\Delta t = \Delta p = m(\upsilon_f - \upsilon_i)$$

Δp تغییر اندازه حرکت خطی، m جرم، υ_i سرعت اولیه و υ_f سرعت نهایی است.

قانون پایستگی اندازه حرکت خطی در برخورد دو جسم

$$m_1\upsilon_{1i} + m_2\upsilon_{2i} = m_1\upsilon_{1f} + m_2\upsilon_{2f}$$

m_1 جرم جسم اول، υ_{1i} سرعت اولیهٔ جسم اول، m_2 جرم جسم دوم، υ_{2i} سرعت اولیهٔ جسم دوم، υ_{1f} سرعت نهایی جسم اول و υ_{2f} سرعت نهایی جسم دوم است.

قانون پایستگی اندازه حرکت خطی در برخورد ناکشسان کامل

$$m_1\upsilon_{1i} + m_2\upsilon_{2i} = (m_1 + m_2)\upsilon_f$$

υ_f سرعت نهایی دو جسم است.

مختصات مرکز جرم یک دستگاه متشکل از چند جسم

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}\ ,\quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}\ ,\quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

قانون دوم نیوتون در یک دستگاه متشکل از چند جسم

$$\mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_c$$

$\mathbf{F}_{ext}$ برایند نیروهای خارجی، M جرم و $\mathbf{a}_c$ شتاب مرکز جرم دستگاه است.

واژه‌نامهٔ انگلیسی ــ فارسی

accuracy	دقت
action	کنش / اثر / عمل
action at a distance	کنش از دور
analytic method	روش تحلیلی
anticlockwise	پاد ساعتگرد
average velocity	سرعت متوسط
balistic pendulum	آونگ بالیستیک
base units	یکاهای اصلی
British engineering system	دستگاه مهندسی بریتانیایی
bulk modulus	مدول حجمی / مدول کُپه‌ای
center of gravity	گرانیگاه / مرکز ثقل
center of mass	مرکز جرم
centripetal force	نیروی مرکزگرا / نیروی جانب مرکز
clockwise	ساعتگرد
coefficient of friction	ضریب اصطکاک
component	مؤلفه
compressibility	تراکم پذیری
concurrent forces	نیروهای همرس
condition of equilibrium	شرط تعادل
conical pendulum	آونگ مخروطی
conservation of energy	پایستگی انرژی / بقای انرژی
conservative force	نیروی پایستار
conversion factors	ضریبهای تبدیل
conversion of units	تبدیل یکاها
counterclokwise	خلاف ساعتگرد / پاد ساعتگرد
cross section area	مساحت مقطع

deformation	تغییر شکل
density	چگالی
derived units	یکاهای فرعی
dimension	ابعاد / دیمانسیون
dimensional analysis	تحلیل ابعادی
dimensional equation	معادلهٔ ابعادی
direction 1	جهت / سو
direction 2	راستا / امتداد
displacement	جابه جایی / تغییر مکان
distance	مسافت
effect	اثر / پدیده
elastic collision	برخورد کشسان
elastic limit	حد کشسانی
element	عنصر / جزء
force law	قانون نیرو
free - body diagram	نمودار جسم ــ آزاد
free fall	سقوط آزاد
fundamental units	یکاهای اصلی
graphical method	روش ترسیمی
gravitation	گرانش
gravitational acceleration	شتاب گرانشی
gravitational attraction	جاذبهٔ گرانشی
head - on collision	برخورد رو در رو

impulse	ضربه / تکان
inelastic	ناکشسان
inertia	لختی / اینرسی
inertial reference frame	چارچوب مرجع لخت
instantaneous acceleration	شتاب لحظه‌ای
instantaneous velocity	سرعت لحظه‌ای
interval	بازه / فاصله
isolated	منزوی
kinematics	سینماتیک
kinetic energy	انرژی جنبشی
kinetic friction	اصطکاک جنبشی
latitude	عرض جغرافیایی
law of motion	قانون حرکت
length	طول
magnitude	بزرگی
mass	جرم
measurement	اندازه‌گیری
mechanical energy	انرژی مکانیکی
milkyway galaxy	کهکشان راه شیری
modulus of elasticity	مدول کشسانی
moment	گشتاور
moment arm	بازوی گشتاور
momentum	اندازه حرکت
motion in one dimension	حرکت یک بعدی
Newton's second law	قانون دوم نیوتون
nonconservative force	نیروی ناپایستار
normal 1	عادی / بهنجار
normal 2	عمود
object	شیء / جسم
observer	ناظر
order of magnitude	مرتبهٔ بزرگی
origin	مبدأ
paraboloid	سهمی شکل / سهمی‌وار
parallelogram	متوازی الاضلاع
particle	ذره
period	دورهٔ تناوب / زمان تناوب
point of action	نقطهٔ اثر
position	مکان / موضع
position - time diagram	نمودار مکان ــ زمان
position vector	بردار مکان
potential energy	انرژی پتانسیل
power	توان
projectile	پرتابه
projectile motion	حرکت پرتابی
propulsion	پیشرانش
quality	کیفیت
quantity	کمیت
range	برد / گستره
rate	آهنگ
reaction	واکنش
rectilinear motion	حرکت راستخط / حرکت در خط راست
reference level	سطح مرجع
relative velocity	سرعت نسبی
resolution of forces	تجزیهٔ نیروها
restoring force	نیروی بازگرداننده
resultant	برایند
right - hand rule	قاعدهٔ دست راست
rigid body	جسم صلب / جسم سخت
rolling friction	اصطکاک غلتشی
rotation	چرخش / دوران
rotational motion	حرکت چرخشی / حرکت دورانی

scalar product	ضرب نرده‌ای / ضرب اسکالر	tension	کشش
scalar quantity	کمیت نرده‌ای	time	زمان
shearing force	نیروی برشی	time interval	بازهٔ زمانی
shear modulus	مدول برشی	torque	گشتاور نیرو
significant figures	رقمهای بامعنی	trajectory	مسیر
speed	تندی	translational motion	حرکت انتقالی
speedometer	تندی سنج		
spring balance	ترازوی فنری / نیروسنج	uniform circular motion	حرکت دایره‌ای یکنواخت
spring constant	ثابت فنر	unit	یکا / واحد
static friction	اصطکاک ایستایی	unit vector	بردار یکه
strain	کرنش		
stress	تنش	vector product	ضرب برداری
string	ریسمان / تار / نخ	vector quantity	کمیت برداری
symbol	نماد	vertical	قایم
system of units	دستگاه یکاها	vibrational motion	حرکت ارتعاشی
tensile stress	تنش کششی	work - energy theorem	قضیهٔ کار ـ انرژی

واژه‌نامهٔ فارسی ــ انگلیسی

آونگ بالیستیک	ballistic pendulum
آونگ مخروطی	conical pendulum
آهنگ	rate
ابعاد	dimension
اثر	effect / action
اصطکاک ایستایی	static friction
اصطکاک جنبشی	kinetic friction
اصطکاک غلتشی	rolling friction
امتداد	direction
انرژی پتانسیل	potential energy
انرژی جنبشی	kinetic energy
انرژی مکانیکی	mechanical energy
اندازه حرکت	momentum
اندازه‌گیری	measurement
اینرسی	inertia
بازوی گشتاور	moment arm
بازه	interval
بازهٔ زمانی	time interval
برایند	resultant
برخورد رو در رو	head - on collision
برخورد کشسان	elastic collision
برد	range
بردار یکه	unit vector
بردار مکان	position vector
بزرگی	magnitude
بقای انرژی	conservation of energy
باد ساعتگرد	anticlockwise / counterclockwise
بایستگی انرژی	conservation of energy
برتابه	projectile
پیشرانش	propulsion

تار	string
تبدیل یکاها	conversion of units
تحلیل ابعادی	dimensional analysis
تجزیهٔ نیروها	resolution of forces
ترازوی فنری	spring balance
تراکم پذیری	compressibility
تغییر شکل	deformation
تغییر مکان	displacement
تکان	impulse
توان	power
تندی	speed
تندی سنج	speedometer
تنش	stress
تنش کششی	tensile stress
ثابت فنر	spring constant
جابه‌جایی	displacement
جاذبه گرانشی	gravitational attraction
جرم	mass
جزء	element
جسم	body / object
جسم سخت	rigid body
جسم صلب	rigid body
جهت	direction
چارچوب مرجع لخت	inertial reference frame
چرخش	rotation
چگالی	density
حرکت ارتعاشی	vibrational motion
حرکت انتقالی	translational motion
حرکت پرتابی	projectile motion

paraboloid	سهمی وار	حرکت چرخشی rotational motion
kinematics	سینماتیک	حرکت دایره‌ای یکنواخت uniform circular motion
		حرکت در خط راست rectilinear motion
gravitational acceleration	شتاب گرانشی	حرکت دورانی rotational motion
instantaneous acceleration	شتاب لحظه‌ای	حرکت راستخط rectilinear motion
condition of equilibaium	شرط تعادل	حرکت یک بعدی motion in one dimension
object	شیء	حد کشسانی elastic limit
scalar product	ضرب اسکالر	خلاف ساعتگرد counterclokwise
vector product	ضرب برداری	
scalar product	ضرب نرده‌ای	دستگاه مهندسی بریتانیایی British engineering system
impulse	ضربه	دستگاه یکاها system of units
coefficient of friction	ضریب اصطکاک	دقت accuracy
conversion factors	ضریبهای تبدیل	دوران rotation
		دورهٔ تناوب period
length	طول	دیمانسیون dimension
normal	عادی	ذره particle
latitude	عرض جغرافیایی	
normal	عمود	راستا direction
element	عنصر	رقمهای بامعنی significant figures
		روش تحلیلی analytic method
right - hand rule	قاعدهٔ دست راست	روش ترسیمی graphical method
law of motion	قانون حرکت	ریسمان string
Newton's second law	قانون دوم نیوتون	
force law	قانون نیرو	زمان time
vertical	قایم	زمان تناوب period
work - energy theorem	قضیهٔ کار ـ انرژی	
		ساعتگرد clockwise
strain	کرنش	سرعت لحظه‌ای instantaneous velocity
tension	کشش	سرعت متوسط average velocity
quantity	کمیت	سرعت نسبی retative velocity
vector quantity	کمیت برداری	سطح مرجع reference level
scalar quantity	کمیت نرده‌ای	سقوط آزاد free fall
action	کنش	سهمی شکل paraboloid

کنش از دور	action at a distance
کهکشان راه شیری	milkyway galaxy
کیفیت	quality
گرانش	gravitation
گرانیگاه	center of gravity
گستره	range
گشتاور	moment
گشتاور نیرو	torque
لختی	inertia
مبدأ	origin
متوازی الاضلاع	parallelogram
مدول برشی	shear modulus
مدول حجمی	bulk modulus
مدول کپه‌ای	bulk modulus
مدول کشسانی	modulus of elasticity
مرتبهٔ بزرگی	order of magnitude
مرکز ثقل	center of gravity
مرکز جرم	center of mass
مساحت مقطع	cross section area
مسافت	distance
مسیر	trajectory
معادلهٔ ابعادی	dimensional equation
مکان	position

منزوی	isolated
موضع	position
مؤلفه	component
ناظر	observer
ناکشسان	inelastic
نخ	string
نقطهٔ اثر	point of action
نماد	symbol
نمودار جسم ـ آزاد	free - body diagram
نمودار مکان ـ زمان	position - time diagram
نیروسنج	spring balance
نیروهای همرس	concurrent forces
نیروی بازگرداننده	restoring force
نیروی برشی	shearing force
نیروی پایستار	conservative force
نیروی جانب مرکز	centripetal force
نیروی مرکزگرا	centripetal force
نیروی ناپایستار	nonconservative force
واحد	unit
واکنش	reaction
یکا	unit
یکاهای اصلی	fundamental units / base units
یکاهای فرعی	derived units

مراجع

الف ــ فارسی

۱. پایل، استفن (۱۳۷۱)، **فیزیک تشریحی**، انتشارات علوی، ترجمهٔ محمود بهارــ اصغر لطفی.

۲. هالیدیــ رزنیک (۱۳۶۹)، **مبانی فیزیک**، جلد اول، انتشارات مبتکران، ترجمهٔ نعمت‌الله گلستانیانــ محمود بهار.

۳. هالیدیــ رزنیک (۱۳۶۶)، **فیزیک**، جلد اول، مرکز نشر دانشگاهی، ترجمهٔ نعمت‌الله گلستانیان ــ محمود بهار.

ب ــ انگلیسی

4. Serway, Raymond A. and Faughn, Jerry S. (1989), **College Physics**, 2 nd Ed., Saunders college Publishing.

5. Serway, Raymond A. (1990), **Physics**, 3 rd Ed. Saunders College Publishing.

6. Young, Hugh D. (1992), **University Physics** , 8 th Ed. Addison Wesley.

فهرست راهنما

آونگ بالیستیک ۱۱۷
آونگ مخروطی ۶۰
ابعاد کمیتها ۷
استاندارد
~ جرم ۴
~ زمان ۴
~ طول ۳
کیلوگرم ~ ۴
اصطکاک ۵۵
ضریب ~ ایستایی ۵۶
ضریب ~ جنبشی ۵۶
نیروی ~ ایستایی ۵۵
نیروی ~ جنبشی ۵۵
اندازه حرکت خطی ۱۱۱
پایستگی ~ ۱۱۴
قضیهٔ ضربه ـ ~ ۱۱۲
یکای ~ ۱۱۱
انرژی ۸۹
پایستگی ~ ۸۹، ۹۸
~ پتانسیل ۸۹
~ پتانسیل گرانشی ۹۵
~ جنبشی ۸۹، ۹۴
قضیهٔ کار ـ ~ ۹۵، ۱۰۳
~ مکانیکی ۹۹
یکاهای ~ ۹۵
انرژی پتانسیل ۸۹
سطح مرجع ~ ۹۷
~ کشسانی ۱۰۰
~ گرانشی ۹۵
انرژی جنبشی ۸۹، ۹۴
انرژی مکانیکی ۹۹
پایستگی ~ ۹۹
انواع نیروها ۴۵
اینرسی ۴۷، ۴۸
بازوی گشتاور ۷۱
برخورد ۱۱۶
~ رو در رو ۱۱۶
~ کشسان ۱۱۶، ۱۱۸
~ ناکشسان ۱۱۶
بردار(ها) ۱۰
برایند دو ~ ۱۲، ۱۶
ترکیب ~ ۱۲، ۱۴
تساوی دو ~ ۱۱
تفریق دو ~ ۱۲
~ جابه‌جایی ۲۳
ضرب برداری دو ~ ۷۳
ضرب نرده‌ای دو ~ ۹۱
~ متقابل ۱۲
~ مکان ۲۳
~ یکه ۱۶
برد پرتابه ۳۵
بزرگی عددها ۹
پیشرانش موشک ۱۲۱
پیشوندهای SI ۵
تبدیلهای با ارتباط زنجیری ۹
تبدیل یکاها ۹
تحلیل ابعادی ۶، ۷
تراکم‌پذیری ۸۲
تعادل ۶۸
~ انتقالی ۷۴
~ دورانی ۷۴
شرط اول ~ ۶۸
شرط دوم ~ ۷۴
تعریف
~ ثانیه ۴
~ کیلوگرم ۴
~ متر ۴
تغییر مکان ۱۱
تفریق دو بردار ۱۲
تندی ۲۶
~ متوسط ۲۶
تنش ۷۹
~ برشی ۸۱
~ حجمی ۸۱
~ کشسی ۸۰
توان ۱۰۱
~ لحظه‌ای ۱۰۱
~ متوسط ۱۰۱

یکاهای ~ ۱۰۱
ثابت نیروی فنر ۹۳
جابه‌جایی ۱۱
جرم ۴، ۴۸
~ نقطه‌ای ۲۳
یکاهای ~ ۴، ۴۸
چهارچوب مرجع لخت ۴۷
چگالی ۶
حد کشسانی ۸۰
حرکت ۲۳
~ پرتابی ۳۳
~ تند شونده ۲۸
~ دایره‌ای یکنواخت ۳۵
~ دوبعدی ۳۳
~ راستخط ۲۳
قانونهای ~ ۴۵
~ کند شونده ۲۸
مسیر ~ ۲۳
~ یک بعدی ۲۳
~ یکنواخت ۲۹
حرکت پرتابی ۳۳
مسیر ~ ۳۴
حرکت یک بعدی ۲۳
~ با شتاب ثابت ۲۹
خواص کشسانی جامدها ۷۹
دستگاه بین‌المللی یکاها (SI) ۳
دستگاه mks ۵
دستگاههای یکاها ۵
دینامیک ۲۳
رقمهای با معنی ۸
روز خورشیدی ۴
سرعت ۲۵، ۲۶
~ خطی ۳۵
~ لحظه‌ای ۲۵
~ متوسط ۲۳
~ نسبی ۳۶
یکاهای ~ ۲۴
سقوط آزاد اجسام ۳۱
شتاب ۲۷
~ جانب مرکز ۳۵
~ شعاعی ۳۵
~ گرانشی ۳۱
~ لحظه‌ای ۲۸
~ متوسط ۲۷
~ مرکز گرا ۳۵
یکاهای ~ ۲۸، ۵۰
شرط اول تعادل ۶۸
شرط دوم تعادل ۷۴
ضرب برداری دو بردار ۷۳
ضرب نرده‌ای دو بردار ۹۱
ضرب نقطه‌ای ۹۱
ضربه ۱۱۲
ضریب اصطکاک ایستایی ۵۶
ضریب اصطکاک جنبشی ۵۶
قانون
~ اول نیوتون ۴۷
~ اینرسی ۴۷
~ پایستگی انرژی ۸۹ ، ۹۸
~ دوم نیوتون ۴۹
~ سوم نیوتون ۵۱
~ لختی ۴۷
~ هوک ۹۳
~ نیرو ۴۵
قضیهٔ کار ــ انرژی ۹۵، ۱۰۳
کار ۸۹
یکاهای ~ ۹۱
کاربرد قانونهای نیوتون ۵۲
کار نیرو (ی)
~ پایستار ۹۸
~ ثابت ۸۹
~ فنر ۹۳
~ گرانشی ۹۶
~ متغیر ۹۲
~ ناپایستار ۱۰۳
کرنش ۷۹
~ برشی ۸۱
~ حجمی ۸۱
~ کششی ۸۰
گرانیگاه ۷۵، ۱۱۹
گشتاور نیرو ۷۰
لختی ۴۷، ۴۸
مدول
~ برشی ۸۱
~ حجمی ۸۱
~ کشسانی ۷۹
~ یانگ ۷۹
مرتبهٔ بزرگی عددها ۹
مرکز جرم ۱۱۹
مسیر حرکت ۲۳
~ پرتابی ۳۴
معادلهٔ ابعادی ۷
مکان ۱۱
مکانیک کلاسیک ۴۵
منفی یک بردار ۱۲
مؤلفه‌های یک بردار ۱۳
نمودار جسم ــ آزاد ۵۲

نیرو (ی) ۱۵
~ اصطکاک ۵۵
~ بازگرداننده ۹۳
~ پایستار ۹۷
~ جانب مرکز ۵۹
~ عمودی ۵۲
~ کشش نخ ۵۲
~ کنش ۵۲
~ گرانشی ۴۶
گشتاور ~ ۷۰
~ مرکز گرا ۵۹
~ ناپایستار ۹۸
~ واکنش ۵۲
یکاهای ~ ۵۰
نیروها (ی)
انواع ~ ۴۵
~ تماسی ۴۵
~ کنش از دور ۴۶
~ کنش ـ واکنش ۵۱
وزن ۴۶، ۴۸
یکا (ی)
~ اندازه حرکت خطی ۱۱۱
~ جرم ۴
~ زمان ۴
~ طول ۴
یکاها (ی)
~ اصلی SI ۳
~ انرژی ۹۵
تبدیل ~ ۹
~ توان ۱۰۱
~ جرم ۴، ۵۰
دستگاههای ~ ۵
دستگاه بین‌المللی ~ ۳
~ سرعت ۲۴
~ شتاب ۲۸، ۵۰
~ کار ۹۱
~ نیرو ۵۰

تصویر پشت جلد سیبی را نشان می‌دهد که یک گلولهٔ کالیبر ـ ۳۰ با سرعت ابر صوتی ۹۰۰ m/s آن را سوراخ و از آن عبور کرده است. این برخورد، با استفاده از یک سیستم استروبوسکوپی ریز درخش (میکروفلاش) با زمان نوردهی کسری از میکرو ثانیه عکس برداری شده است. لحظه‌ای پس از عکس‌برداری، سیب کاملاً متلاشی شده است. توجّه کنید که دهانه‌های ورودی و خروجی گلوله به حالت انفجار دیده می‌شوند.

شابک ۳ - ۰۶۹۲ - ۰۵ - ۹۶۴
ISBN 964-05-0692-3

قیمت در تمام کشور ۱۰۰۰۰ ریال

۱۳۸۷