

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اَللّٰهُمَّ صَلِّ عَلٰى مُحَمَّدٍ وَّآلِ مُحَمَّدٍ وَّعَجِّلْ فَرَجَهُمْ



ریاضی (۱)

کلیه رشته‌ها

شاخه فنی و حرفه‌ای و کاردانش

پایه دهم دوره دوم متوسطه



بیدید آورنده:

مدیریت برنامه ریزی درسی و تألیف:

شناسه افزوده بر نامه ریزی و تألیف:

مدیریت آماده سازی هنری:

شناسه افزوده آماده سازی:

نشانی سازمان:

ناشر :

چاپخانه:

سال انتشار و نوبت چاپ:

چاپ پنجم ۱۳۹۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



ملت شریف ما اگر در این انقلاب بخواهد پیروز شود باید دست از آستین
برآرد و به کار بپردازد. از متن دانشگاه‌ها تا بازارها و کارخانه‌ها و مزارع و
باغستان‌ها تا آنجا که خودکفا شود و روی پای خود بایستد.
امام خمینی «قُدَس سِرُّهُ»

پودمان اول - نسبت و تناسب

- ۱-۱- نسبت‌های مستقیم ۸
- ۲-۱- نسبت‌های معکوس ۲۴
- ۳-۱- واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی: طول ۳۲
- ۴-۱- واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی: جرم ۴۲

پودمان دوم - درصد و کاربردهای آن

- ۱-۲- محاسبه ذهنی درصد ۴۸
- ۲-۲- درصد‌های بیشتر از ۱۰۰ و کمتر از ۱ ۵۴
- ۳-۲- درصد تغییر ۶۰

پودمان سوم - معادله‌های درجه دوم

- ۱-۳- مفهوم معادله‌های درجه دوم ۶۶
- ۲-۳- رابطه‌های غیر خطی ۷۰
- ۳-۳- روش‌های حل معادله‌های درجه دوم ۷۸

پودمان چهارم - توان‌رسانی به توان عددهای گویا

- ۱-۴- مفهوم توان‌رسانی به توان عددهای گویا ۹۰
- ۲-۴- ریشه‌گیری عددهای حقیقی ۹۸

پودمان پنجم - نسبت های مثلثاتی

- ۱۱۶ ۱-۵ تشابه
- ۱۲۲ ۲-۵ تانژانت یک زاویه
- ۱۳۰ ۳-۵ سینوس یک زاویه
- ۱۳۶ ۴-۵ کسینوس یک زاویه



به گفته بسیاری از دانشمندان، ریاضی علمی شیرین و کاربردی است و تاریخ ریاضی نشان داده که حل مسائل عملی محیط پیرامونی موجب توسعه ریاضیات شده است. هدف اصلی ریاضی، حل مسائلی است که انسان در زندگی روزمره و عملی با آنها روبه‌رو است. شما با دیدن شنای شناگران، نمی‌توانید شنا یاد بگیرید بلکه برای شناگر شدن باید وارد آب شوید و خودتان مستقیماً عمل کنید.

یادگیری ریاضی صرفاً خواندن و شنیدن مفاهیم ریاضی نیست؛ بلکه ریاضیات علمی معنادار است و تا زمانی که خود شما درگیر حل مسائل نشوید نمی‌توانید ریاضی را یاد گرفته و از آن استفاده کنید. طراحی این کتاب به گونه‌ای است که در یک متن داستان‌گونه، مسئله‌ای مطرح می‌شود و شما با انجام فعالیت‌هایی که در ادامه مسئله آمده است به مفهوم ریاضی مورد نظر می‌رسید.

سعی کنید تمامی این عملیات را انجام دهید و مطمئن باشید خواهید توانست مفاهیم را به خوبی یاد گرفته و نهایتاً مسئله‌های کتاب را حل کنید.

مفاهیم ریاضی در این کتاب در ارتباط با هم بوده و به هم وابسته‌اند. سعی شده است مثال‌ها و تمرین‌هایی که در کتاب آمده است کاربردی بوده و با محیط پیرامونی زندگی ما مرتبط باشند. آنچه که مسلم است ریاضیات زبان علم است و در تمام متن زندگی ما حضور دارد. یادگیری ریاضی شما را قادر می‌سازد تا توانایی تجزیه و تحلیل مسئله‌هایی را که با آنها برخورد می‌کنید، داشته باشید و خواهید دید که چگونه می‌توانید آموخته‌های خود را به کار برده و مسئله‌های مهمی را حل کنید.

در این کتاب علاوه بر تأکید بر این جنبه ریاضی، به تأثیر فناوری در یادگیری ریاضی نیز توجه شده است. محیط و ابزار فناوری از جمله استفاده از ماشین حساب و نرم‌افزارهای پویا مانند جئوجبرا، این امکان را فراهم می‌سازد تا هنرجو فرصت درک شهودی، رشد مهارت‌های تفکر مانند حدسیه و فرضیه‌سازی، الگویابی و غیره را پیدا کند. بنابراین به کارگیری فناوری از اصولی است که در تألیف این کتاب به آن توجه شده است.

در خاتمه برای آنکه کتاب برای شما بهتر قابل استفاده باشد، از نظر برخی از هنرآموزان محترم استفاده شده است که بدین وسیله از ایشان تشکر و قدردانی می‌گردد.

پودمان اول

نسبت و تناسب



باستان‌شناسان چگونه از ریاضی استفاده می‌کنند؟

در سال ۲۰۰۱ میلادی، باستان‌شناسان مجموعه‌ای یک تمساح ماقبل تاریخ به طول یک متر و هشتاد سانتی‌متر را کشف کردند. با استفاده از نسبت و تناسب، آنها توانستند طول این تمساح را ۱۲ متر برآورد کنند.

منبع: National Geography Mag

سال تحصیلی جدید، مسئله‌های جدید، راه‌حل‌های جدید

دبیر ریاضی وارد کلاس شد و پس از معرفی خود گفت: «سال جدید تحصیلی بر همه شما مبارک باد! امیدوارم امسال، سالی پر از موفقیت برای شما باشد.» سپس از لزوم درس خواندن و یادگیری ریاضی برایمان گفت و در آخر، اضافه کرد: «امسال روش یادگیری متفاوتی داریم. شما خودتان باید مفاهیم ریاضی را در ذهنتان بسازید؛ این کار را هم به کمک یکدیگر و با اجرا کردن فعالیت‌هایی که برایتان در نظر گرفته‌ایم، انجام خواهید داد.» پس از اینکه او قوانین کلاس را برایمان توضیح داد و هنرجویان خودشان را معرفی کردند و دلیل انتخاب شاخه فنی و حرفه‌ای یا کاردانش را برای ادامه تحصیل توضیح دادند، گفت: «اجازه بدهید کارمان را شروع کنیم.»

شما در سال‌های گذشته با اندازه‌گیری آشنا شده‌اید. در ادامه، دو گیره کاغذ در اندازه‌های مختلف را به ما نشان داد و گفت: «طول گیره بزرگ $\frac{1}{5}$ برابر طول گیره کوچک است.» سپس به هر یک از هنرجویان به طور تصادفی یک گیره داد و گفت: «برای جلسه آینده طول و عرض کتاب ریاضی، طول و عرض یک کاغذ A4، و طول چند شیء دیگر را در منزل با گیره‌ای که دارید اندازه بگیرید.» ظاهراً کاری ساده بود که در دوره ابتدایی هم آن را انجام داده بودیم. با خودم گفتم: اگر همه تکالیف ریاضی امسال به همین سادگی باشند، نمره ریاضی ام ۲۰ خواهد شد! اما در خانه وقتی خواستم اندازه‌گیری‌ها را انجام دهم، متوجه شدم که گیره‌ام را در مدرسه جا گذاشته‌ام. به علی زنگ زدم تا ببینم او می‌تواند کمکی کند، ولی متوجه شدم اندازه گیره او با اندازه گیره من متفاوت است. البته علی راه‌حلی برای مشکل من پیشنهاد کرد.





فعالیت زیر به شما کمک می‌کند تا متوجه شوید راه حل علی چه بوده است.

(۱) در جدول زیر، ستون سمت چپ اندازه‌ای را بر حسب گیره کوچک و ستون سمت راست همان اندازه را بر حسب گیره بزرگ نشان می‌دهد. این جدول را کامل کنید.

| x (طول بر حسب گیره کوچک) | y (طول بر حسب گیره بزرگ) | $\frac{x}{y}$ |
|----------------------------|----------------------------|---------------|
| ۳ | | |
| ۶ | | |
| ۹ | | |

(۲) با توجه به جدول، جاهای خالی زیر را پر کنید.

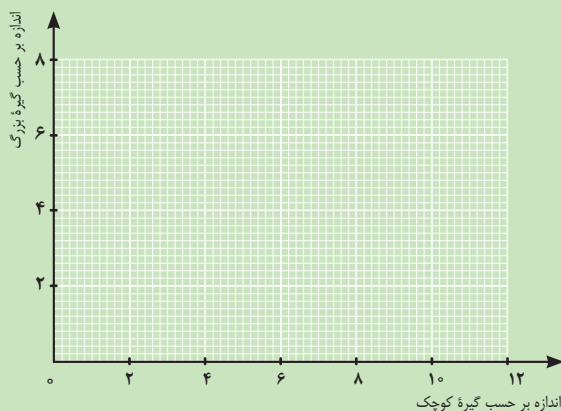
$$y = \dots \times x$$

مقدار طول شیء بر حسب گیره بزرگ برابر است با

$$x = \dots \times y$$

مقدار طول شیء بر حسب گیره کوچک برابر است با

(۳) در زیر، نموداری رسم کنید که رابطه بین اندازه بر حسب گیره بزرگ و اندازه بر حسب گیره کوچک را نشان دهد.



(۴) اگر طول کتاب $5\frac{1}{2}$ و عرض آن $3\frac{2}{3}$ گیره بزرگ باشد، به کمک نمودار بالا و رابطه‌های به دست آمده در (۲) طول و عرض کتاب را بر حسب گیره کوچک پیدا کنید.

.....

فعالیت صفحه قبل نشان می‌دهد که هرگاه دو مقدار با ضریب ثابتی با یکدیگر متناسب باشند، با استفاده از نمودار رابطه بین آنها می‌توان با داشتن مقدار یکی، مقدار دیگری را بدون ضرب یا تقسیم به دست آورد. نسبت‌های $\frac{1}{5}$ به 1 یا 3 به 2 را می‌توان با عدد کسری $\frac{3}{2}$ نشان داد. با توجه به جدول صفحه قبل می‌توانیم بفهمیم که در مقابل هر 2 گیره بزرگ، 3 گیره کوچک و در مقابل هر 4 گیره بزرگ، 6 گیره کوچک داریم. این ارتباط را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} = K$$

$$\text{یا } 3 = 2K \text{ و } 6 = 4K$$

K نسبت طول گیره بزرگ به طول گیره کوچک را نشان می‌دهد که آن را ضریب تبدیل واحد یا در این فعالیت ضریب تبدیل طول با واحد گیره بزرگ به طول با واحد گیره کوچک می‌نامند.

نتیجه



در حالت کلی، دو نسبت a به b و c به d مساوی‌اند، هرگاه برای یک عدد مانند K ، داشته باشیم:

$$c = Kd \quad \text{و} \quad a = Kb \quad \text{یا} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K$$

مثال ۱

الف) 250 سانتی‌متر چند متر است؟

ب) 34 سانتی‌متر چند متر است؟

پ) $0/01$ سانتی‌متر چند متر است؟

اگر طول شیئی برابر A متر باشد، همین طول برابر $100A$ سانتی‌متر است. نسبت $\frac{A}{100A} = \frac{1}{100}$ ضریب تبدیل سانتی‌متر به متر است. برای داشتن درک بهتر به تساوی ظاهری زیر دقت کنید.

$$\text{متر} = \text{سانتی‌متر} \times \frac{\text{متر}}{\text{سانتی‌متر}}$$

این تساوی به معنای آن است که اگر نسبت طول بر حسب متر به طول بر حسب سانتی متر را تشکیل دهیم، ضربی به دست می آید که با ضرب آن در طول بر حسب سانتی متر، همان طول بر حسب متر به دست می آید. پس داریم:

$$\frac{1}{100} \times 250 = 2/5$$

الف) ۲۵۰ سانتی متر برابر با ۲/۵ متر است زیرا:

$$\frac{1}{100} \times 34 = 0/34$$

ب) ۳۴ سانتی متر برابر است با ۰/۳۴ متر است زیرا:

$$\frac{1}{100} \times 0/01 = 0/0001$$

پ) ۰/۰۱ سانتی متر برابر با ۰/۰۰۰۱ متر است زیرا:

مثال ۲



الف) ۲۵۰ متر چند سانتی متر است؟

ب) ۰/۴ متر چند سانتی متر است؟

پ) $\frac{4}{7}$ متر چند سانتی متر است؟

در این حالت، باید معکوس نسبت در مثال (۱) را حساب کنیم. اگر طول جسمی برابر A متر باشد، همین طول برابر $100A$ سانتی متر است. نسبت $\frac{100A}{A} = 100$ ضریب تبدیل متر به سانتی متر است.

(برای درک بهتر به تساوی ظاهری **سانتی متر** = **متر** $\times \frac{\text{سانتی متر}}{\text{متر}}$ توجه کنید.) پس داریم:

الف) $100 \times 250 = 25,000$

ب) $100 \times 0/4 = 40$

پ) $100 \times \frac{4}{7} = \frac{400}{7}$

مثال‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهند که در محاسبه ضریب تبدیل دو واحد به یکدیگر، اینکه کدام واحد را به کدام واحد می‌خواهیم تبدیل کنیم، مهم است و اگر جای واحدها را با هم عوض کنیم، ضریب تبدیل معکوس می‌شود. مثلاً، ضریب تبدیل متر به سانتی‌متر، ۱۰۰ است ولی ضریب تبدیل سانتی‌متر به متر، $\frac{1}{100}$ است.

مثال ۳

برای تهیه ۷ لیوان شربت، ۵ لیوان آب را به ۲ لیوان شربت غلیظ اضافه می‌کنیم. اگر بخواهیم با ۶ لیوان شربت غلیظ، شربتی با همان مقدار شیرینی درست کنیم، چند لیوان آب باید به آن اضافه کنیم؟ این مسئله را می‌توانیم به سه روش حل کنیم.

روش رسم شکل: اگر در برابر ۲ لیوان (واحد) شربت غلیظ، ۵ لیوان (واحد) آب نیاز داشته باشیم، به معنای آن است که در برابر هر ۲ واحد شربت غلیظ، به ۵ واحد آب نیاز داریم.

| | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|
| شربت غلیظ | ۱ | ۱ | | | |
| آب | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |

بنابراین، در برابر ۶ لیوان شربت غلیظ (که ۲ واحد ۳ تایی است)، به ۱۵ لیوان آب (که ۵ واحد ۳ تایی است) نیاز داریم؛ یعنی:

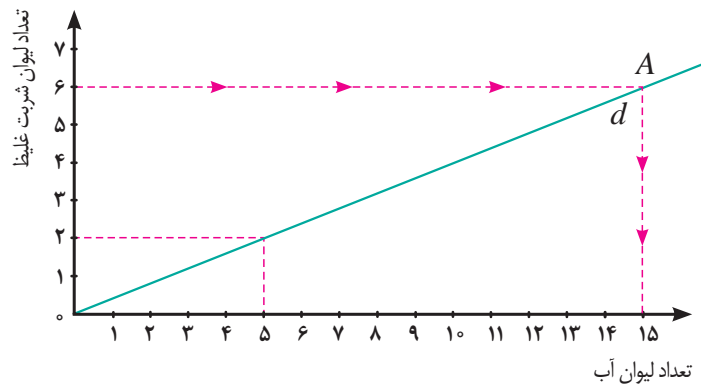
| | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|
| شربت غلیظ | ۳ | ۳ | | | |
| آب | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ |

روش رسم نمودار: رابطه این دو کمیت^۱ را می‌توان با نمودار نشان داد.

برای رسم نمودار ابتدا دو نقطه $\left[\begin{smallmatrix} \% \\ \end{smallmatrix} \right]$ (مبدأ) و $\left[\begin{smallmatrix} 5 \\ 2 \end{smallmatrix} \right]$ را به هم وصل می‌کنیم. خط d نموداری است که رابطه بین این دو کمیت را نشان می‌دهد.

سپس از نقطه‌ای به عرض ۶ روی محور عمودی، خطی موازی با محور افقی رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه A قطع کند. از نقطه A خطی موازی با محور عمودی رسم می‌کنیم. طول محل برخورد این خط با محور افقی، تعداد لیوان‌های آب مورد نیاز را نشان می‌دهد.

۱- مفاهیمی مانند وزن و جرم و بار الکتریکی و فشار هوا و نظایر آنها را کمیت‌های فیزیکی و مفاهیمی مانند طول و مساحت و حجم و نظایر آنها را کمیت‌های هندسی می‌نامند.



روش عملیات جبری: با توجه به اینکه تعداد لیوان های شربت غلیظ و آب، کمیت های متناسب اند، این تبدیل را می توان به شکل زیر نیز در نظر گرفت:

$$\frac{5}{2} = \frac{x}{6} = K$$

$$x = 6K = 6 \times \frac{5}{2} = 15$$

پس :

یا

$$\text{تعداد لیوان آب} = \text{تعداد لیوان شربت غلیظ} \times \frac{\text{تعداد لیوان آب}}{\text{تعداد لیوان شربت غلیظ}}$$

کاردکلاس ۱



(۱) آیا دو نسبت ۴۲ به ۸۸ و ۶ به ۱۱ دو نسبت مساوی اند؟

☐ بله؛ K برابر است با

☐ خیر؛ نسبت ۶ به ۱۱ برابر است با نسبت ۴۲ به و K برابر است با

(۲) آیا دو نسبت ۲ به ۵ و ۱۰ به ۲۵ دو نسبت مساوی اند؟

☐ بله؛ K برابر است با

☐ خیر؛ نسبت ۲ به ۵ برابر است با نسبت به



(۳) در یک روزنامه عکس ها با ابعاد 5×6 چاپ می شوند. در مرحله آرایه ای تصمیم گرفته شد عکس ها با طول ۱۲ چاپ شوند. عرض عکس ها چقدر باید باشد؟

.....

.....

کمیت‌های متناسبی که تا اینجا بررسی کردیم، همگی از یک جنس و یک واحد بودند. برای مثال، نسبت طول به عرض یک پنجره، نسبت بین دو طول است و هر دو با واحد یکسان متر یا سانتی‌متر قابل اندازه‌گیری هستند یا نسبت مخلوط کردن شربت غلیظ و آب، نسبت بین دو حجم است و هر دو برحسب حجم یک لیوان قابل اندازه‌گیری هستند. ولی در زندگی روزمره با کمیت‌های متناسبی سر و کار داریم که از یک جنس نیستند یا واحدهای اندازه‌گیری آنها یکی نیست. مثلاً برای ماشینی که با سرعت ثابت در حال حرکت است، مسافت پیموده شده با زمان سپری شده متناسب است. در محاسبه نسبت بین مسافت طی شده و زمان سپری شده، **مسافت** از جنس طول است و با واحدهایی مانند **متر** اندازه‌گیری می‌شود؛ در حالی که **زمان** از جنس دیگری است و با واحدهایی مانند **ثانیه** اندازه‌گیری می‌شود. مثالی دیگر، قیمت میوه‌هاست که متناسب با وزن آنهاست. در محاسبه نسبت بین قیمت میوه‌ها به وزن آنها، قیمت از جنس **پول** است و با واحدهایی مانند **تومان** اندازه‌گیری می‌شود؛ در حالی که **وزن** از جنس **نیرو** است و با واحدهایی مانند **کیلوگرم**^۱ اندازه‌گیری می‌شود. در این حالت‌ها، مقدار نسبت، به واحدهای اندازه‌گیری برای هر کدام از کمیت‌های انتخاب شده، بستگی دارد.

در میدان تره‌بار، هر ۳ کیلوگرم سیب‌زمینی ۳۰۰۰ تومان است.

فعالیت ۲



۱- گرچه کیلوگرم واحد اندازه‌گیری جرم است، از آن به عنوان واحد رایج اندازه‌گیری وزن در زندگی روزمره استفاده می‌کنیم.

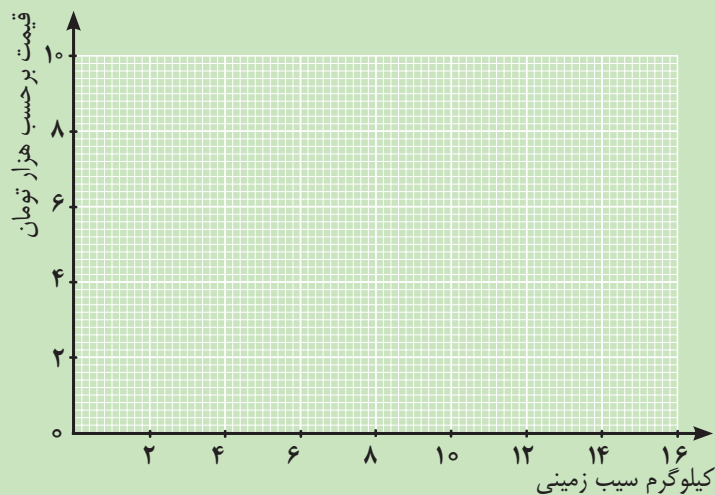
۱) نسبت **قیمت سیب زمینی به وزن آن**، برابر است با: تومان به کیلوگرم سیب زمینی.
 نسبت **قیمت سیب زمینی به وزن آن** برابر است با تومان به ۱ کیلوگرم سیب زمینی.
 این نسبت نشان می دهد که با تومان می توان ۱ کیلوگرم سیب زمینی خرید.

۲) نسبت **وزن سیب زمینی به قیمت آن**، برابر است با: کیلوگرم سیب زمینی به تومان.
 نسبت **وزن سیب زمینی به قیمت آن** برابر است با کیلوگرم سیب زمینی به ۱ تومان.
 این نسبت نشان می دهد که با ۱ تومان می توان کیلوگرم سیب زمینی خرید.

۳) برای پیدا کردن قیمت ۵ کیلوگرم سیب زمینی، رابطه زیر را کامل کنید.

$$\begin{array}{ccc} ۵ \text{ کیلوگرم سیب زمینی} & & ۳ \text{ کیلوگرم سیب زمینی} \\ & = & \\ & & \text{..... تومان} \end{array}$$

۴) نمودار رابطه بین مقدار سیب زمینی و قیمت آنها را رسم کنید.



۵) شیب این خط چه چیزی را نشان می دهد؟

فعالیت ۲ نشان می‌دهد که نسبت قیمت سیبزمینی به وزن آن مقداری ثابت است و این نسبت نشان دهنده آن است که قیمت ۱ کیلوگرم سیبزمینی چند تومان است. برعکس، نسبت هر مقدار سیبزمینی به قیمت آن مقداری ثابت است و این نسبت نشان دهنده آن است که با ۱ تومان، چه مقدار سیبزمینی می‌توان خرید.

نسبت دو کمیت متناسب با واحدهای مختلف را نرخ می‌نامند.

تعریف



مثال ۴

قیمت پنیر متناسب با وزن آن است. فرض کنید قیمت ۳ کیلوگرم پنیر ۳۰ هزار تومان باشد.

الف) نرخ قیمت پنیر به وزن آن چقدر است و چه چیزی را نشان می‌دهد؟

ب) نرخ وزن پنیر به قیمت آن چقدر است و چه چیزی را نشان می‌دهد؟

واحد اندازه‌گیری وزن پنیر را کیلوگرم انتخاب می‌کنیم و واحد قیمت را هزار تومان در نظر می‌گیریم. نرخ قیمت پنیر (بر حسب هزار تومان) به وزن آن برابر $10 = \frac{30}{3}$ است که نشان می‌دهد قیمت هر کیلوگرم پنیر ۱۰ هزار تومان است.

بر عکس، نرخ وزن پنیر به قیمت آن $\frac{3}{30}$ است که همان $\frac{1}{10}$ است. این نرخ نشان می‌دهد که با هزار تومان، $\frac{1}{10}$ کیلوگرم (۱۰۰ گرم) پنیر می‌توان خرید.

مثال ۵

بنزین مصرفی یک ماشین و مسافت طی شده، دو کمیت متناسب‌اند. برخی ماشین‌ها مسافت ۴۵ کیلومتر را با مصرف ۳ لیتر بنزین طی می‌کنند.

الف) نرخ مسافت طی شده به مصرف بنزین چقدر است و چه چیزی را نشان می‌دهد؟

ب) نرخ مصرف بنزین به مسافت طی شده چقدر است و چه چیزی را نشان می‌دهد؟

نرخ مسافت طی شده به مصرف بنزین (با واحدهای انتخاب شده) $\frac{45}{3}$ است که برابر است با ۱۵. این نرخ نشان می‌دهد که این ماشین با مصرف هر لیتر بنزین ۱۵ کیلومتر را طی می‌کند.

برعکس، نرخ مصرف بنزین به مسافت طی شده برابر است با $\frac{3}{45}$ یا $\frac{1}{15}$ که نشان می‌دهد برای طی کردن ۱ کیلومتر، $\frac{1}{15}$ لیتر بنزین مصرف می‌شود.

مثال ۶

جدول زیر قیمت یک کالا را، که در بسته‌بندی‌های مختلف عرضه می‌شود، نشان می‌دهد.

| وزن | قیمت (تومان) |
|---------------|--------------|
| ۵۰۰ (گرم) | ۱۵,۰۰۰ |
| ۱/۵ (کیلوگرم) | ۴۲,۰۰۰ |
| ۲ (کیلوگرم) | ۵۰,۰۰۰ |

برای خرید ۶ کیلوگرم از این کالا کدام یک باصرفه‌تر است؟

برای اینکه این قیمت‌ها به درستی مقایسه شوند، ابتدا باید هر کدام از این کمیت‌ها را با واحدهای یکسان اندازه‌گیری کنیم و سپس، نرخ هر کدام را حساب کنیم. مثلاً، وزن را با کیلوگرم و قیمت را با تومان اندازه می‌گیریم. نرخ بسته اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{15,000}{0.5} = 30,000$$

یعنی، بسته اول کیلویی ۳۰,۰۰۰ تومان است.

و بسته دوم: $42,000 \div 1.5 = 28,000$ ؛ یعنی بسته دوم کیلویی ۲۸,۰۰۰ تومان است.

و بسته سوم: $50,000 \div 2 = 25,000$ ؛ یعنی بسته سوم کیلویی ۲۵,۰۰۰ تومان است.

بنابراین بسته سوم باصرفه‌تر است.

مثال ۷

نسبت ارزش هر پوند به دلار تقریباً برابر ۳ به ۴ است. ۳,۰۰۰ پوند چند دلار است؟

| نوع ارز | خرید | فروش |
|---------------|--------|--------|
| دلار | ۰.۳۴۴۵ | ۰.۳۴۶۵ |
| یورو | ۰.۳۹۰۰ | ۰.۳۹۲۵ |
| پوند انگلیس | ۰.۴۹۱۰ | ۰.۴۹۷۰ |
| دلار کانادا | ۰.۴۶۹۰ | ۰.۴۷۲۵ |
| دلار استرالیا | ۰.۲۵۲ | ۰.۲۵۷۰ |
| کرون دانمارک | ۰.۵۱۵ | ۰.۵۲۵ |
| کرون نروژ | ۰.۴۰۸ | ۰.۴۱۶ |
| کرون سوئد | ۰.۴۰۹ | ۰.۴۱۷ |
| فرانک سوئیس | ۰.۳۵۶۰ | ۰.۳۶۱۰ |

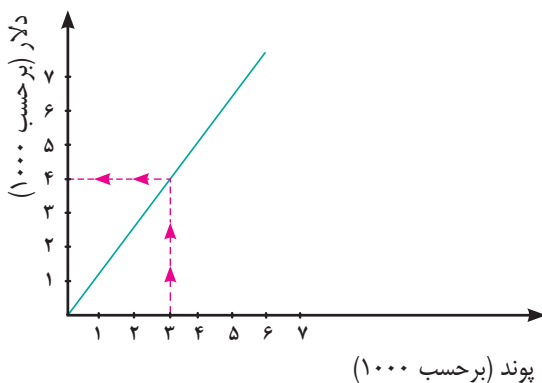
روش رسم شکل: اگر در برابر هر ۳ واحد پوند، ۴ واحد دلار داشته باشیم:

| | | | | |
|------|---|---|---|---|
| پوند | ۱ | ۱ | ۱ | |
| دلار | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |

آنگاه در برابر ۳ واحد ۱,۰۰۰ پوندی، ۴ واحد ۱,۰۰۰ دلاری داریم؛ یعنی:

| | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| پوند | ۱,۰۰۰ | ۱,۰۰۰ | ۱,۰۰۰ | |
| دلار | ۱,۰۰۰ | ۱,۰۰۰ | ۱,۰۰۰ | ۱,۰۰۰ |

روش رسم نمودار: رابطه بین این دو کمیت را می‌توان با نمودار زیر نشان داد.



روش جبری: با توجه به اینکه ارزش دلار و ارزش پوند کمیت‌هایی متناسب‌اند، نرخ دلار به پوند به شکل زیر است.

$$\frac{4}{3} = k$$

نرخ بالا ضریب تبدیل پوند به دلار است. برای بررسی درستی این مطلب، می‌توانید به تساوی ظاهری زیر توجه کنید.

$$\text{دلار} = \text{پوند} \times \frac{\text{دلار}}{\text{پوند}}$$

تساوی بالا به معنای آن است که اگر نسبت دلار به پوند را در مقداری پول بر حسب پوند ضرب کنیم، حاصل، همان مقدار پول بر حسب دلار است. بنابراین: $4,000 = 3,000 \times \frac{4}{3}$.

برعکس، نرخ تبدیل دلار به پوند با ضریب $\frac{3}{4}$ به دست می‌آید (پوند = دلار $\times \frac{\text{پوند}}{\text{دلار}}$) و نشان می‌دهد هر ۱ دلار برابر $\frac{3}{4}$ پوند است.

نمودار مثال ۳، مثالی از نسبت است زیرا واحدهای دو محور افقی و عمودی (لیوان به عنوان واحد اندازه‌گیری حجم) یکی هستند. ولی مثال ۷ مثالی از نرخ بود زیرا واحد محور افقی (پوند) با واحد محور عمودی (دلار) تفاوت دارد.

۱) نرخ مصرف بنزین به مسافت طی شده در دو ماشین مختلف به ترتیب $\frac{30 \text{ لیتر}}{320 \text{ کیلومتر}}$ و $\frac{27 \text{ لیتر}}{300 \text{ کیلومتر}}$ است. کدام ماشین باصرفه‌تر است؟

.....

.....



۲) بلیت‌های یک سینما در یک ساعت مانده به شروع فیلم، در هر دقیقه به میزان ثابتی به فروش می‌رسد. اگر این سینما ۲۴۰ بلیت را در ۱۶ دقیقه بفروشد، مقدار $\frac{۲۴۰}{۱۶}$ چه چیزی را نشان می‌دهد؟ سپس به کمک آن، تعداد بلیت‌های فروخته شده در هر ساعت را به دست آورید.

.....

رابطه بین کمیت‌ها همیشه به گونه‌ای نیست که یکی مضربی از دیگری باشد. در فعالیت زیر، رابطه بین دو کمیت را بررسی می‌کنیم که نمی‌توان یکی را به شکل مضربی از دیگری نوشت.

علی و احمد با سرعت برابر در یک مسیر دایره‌ای دوچرخه‌سواری می‌کردند. علی زودتر از احمد دوچرخه‌سواری را شروع کرده بود؛ به طوری که وقتی او ۹ دور زده بود، احمد ۳ دور زده بود.

فعالیت ۳



(۱) جدول زیر را کامل کنید.

| تعداد دورهای احمد | تعداد دورهای علی |
|-------------------|------------------|
| ۰ | ... |
| ۳ | ۹ |
| ... | ۱۲ |
| ... | ۱۵ |

(۲) عددهای ستون دوم را چگونه می‌توانیم بر اساس عددهای ستون اول محاسبه کنیم؟

.....

(۳) اگر علی و احمد به طور هم‌زمان دوچرخه‌سواری را شروع کرده باشند و پس از مدتی علی ۹ دور و احمد ۳ دور زده باشند، دربارهٔ سرعت آنها چه می‌توانستیم بگوییم؟

.....

(۴) با در نظر گرفتن این حالت، جدول زیر را کامل کنید.

| تعداد دورهای احمد | تعداد دورهای علی |
|-------------------|------------------|
| ۰ | ۰ |
| ۳ | ۹ |
| ... | ۱۲ |
| ... | ۱۵ |

(۵) عددهای ستون دوم را چگونه می‌توانیم بر اساس عددهای ستون اول محاسبه کنیم؟

.....

در حالت اول، مشاهده می‌شود که رابطه بین تعداد دورهایی که علی زده با تعداد دورهایی که احمد زده است، به صورت $A = k + B$ است. در این وضعیت $k = 6$ و به ازای هر یک واحد افزایش در ستون اول، یک واحد افزایش در ستون دوم داریم. چنین رابطه‌ای بین دو کمیت را یک **رابطه جمعی** می‌نامند.

در حالت دوم، این رابطه به صورت $A = kB$ است. در این وضعیت، $k = 3$ و به ازای هر یک واحد افزایش در ستون اول، ۳ واحد افزایش در ستون دوم داریم. حالت اول یک **رابطه جمعی** و حالت دوم را که رابطه بین دو کمیت متناسب است، **رابطه ضربی** می‌نامند.

مثال ۸

رابطه بین سن دو نفر، یک رابطه جمعی است. چرا؟

فرض کنید مردی در سال ۱۳۶۸ در سن ۳۲ سالگی دارای فرزندی می‌شود. جدول زیر سن این پدر و فرزند در سال‌های بعد را نشان می‌دهد.

| سن فرزند | سن پدر | سال |
|----------|--------|------|
| ۱ | ۳۳ | ۱۳۶۹ |
| ۲ | ۳۴ | ۱۳۷۰ |
| . | . | . |
| . | . | . |
| ۲۶ | ۵۸ | ۱۳۹۴ |

مشاهده می‌شود به ازای هر یک سال که سن پدر افزایش می‌یابد، به سن فرزند نیز یک سال اضافه می‌شود. اگر سن فرزند x و سن پدر y باشد داریم: $y = x + 32$. پس رابطه بین سن پدر و فرزند یک رابطه جمعی است.

می‌توان مشاهده کرد که $\frac{33}{1} \neq \frac{34}{2} \neq \frac{58}{26}$ است، پس رابطه بین سن پدر و سن فرزند رابطه ضربی نیست.



۱) در نقشه زیر، هر ۲ سانتی‌متر نشان‌دهنده ۵ کیلومتر است. دو نقطه را در روی نقشه انتخاب کنید. فاصله آنها روی نقشه چقدر است؟ فاصله واقعی آنها از هم چقدر است؟



۲) مینا برای تهیه نوعی سس سالاد، به کتاب آشپزی مراجعه کرد. نسبت روغن به سرکه در آن سس، ۳ به ۴ بود. مینا گفت: یعنی $\frac{3}{4}$ سس روغن است. آیا مینا درست متوجه شده بود؟ توضیح دهید.

۳) عکاسی می‌خواهد عکسی را در ابعاد 25×35 بزرگ کند و سپس آن را روی مقوایی به طول ۵۵ سانتی‌متر چاپ کند. عرض عکس بزرگ شده چقدر خواهد بود؟

۴) علی هر ماه مقداری ثابت پول را پس‌انداز می‌کند. جدول زیر مقدار پس‌انداز او را در چند ماه نشان می‌دهد.

| شماره ماه | مقدار پس‌انداز (هزار تومان) |
|-----------|-----------------------------|
| ۲ | ۳۵۰ |
| ۴ | ۷۰۰ |
| ۶ | ۱,۰۵۰ |
| ۸ | ... |
| ۱۰ | ... |

این جدول را به کمک رسم نمودار و از طریق جبری کامل کنید.

۱-۲- نسبت های معکوس

آن روز وقتی از مدرسه به خانه رفتم، متوجه شدم که پدر و مادرم مشغول برنامه ریزی برای نقاشی خانه هستند.

پدر گفت: با نقاش صحبت کردم. گفت که ۲ نفر را برای نقاشی خانه ما می فرستد. او قول داده است که ۶ روزه کار را تمام کند.

مادر پرسید: ۶ روز؟ چقدر زیاد؟ نمی توانیم تعداد کارگرها را بیشتر کنیم تا زمان کمتری طول بکشد؟ مثلاً ۳ کارگر بیايند؟

پدر جواب داد: چندان تفاوت نمی کند. اگر ۳ نفر بیايند، چند روز کمتر می شود؟

من که درس نسبت و تناسب را خوانده بودم، به سرعت وارد بحث شدم و گفتم: «من حساب می کنم.»

و بعد، این تناسب را نوشتم:

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{x}$$



پس از محاسبه به این نتیجه رسیدم که ۳ کارگر نقاش، کارشان را ۹ روزه تمام می کنند! چطور شد؟ یعنی کارشان خیلی بیشتر هم طول می کشد!

مادرم که کمی کم حوصله شده بود، گفت: مثلاً تو ریاضی یاد گرفته ای؟ تعداد نقاش ها بیشتر می شود؟ آن وقت به جای اینکه کار زودتر تمام شود، دیرتر هم تمام می شود!

من که خودم هم تعجب کرده بودم و نمی دانستم چه اتفاقی افتاده است، گفتم: لابد زیاد با هم حرف می زنند و کمتر کار می کنند!

فردای آن روز با سؤالی که در ذهنم ایجاد شده بود، به کلاس ریاضی رفتم و از دبیرمان سؤال کردم:

آیا تعداد نقاش‌هایی که یک ساختمان را رنگ می‌کنند با زمان اتمام کار، کمیت‌هایی متناسب هستند؟

دبیرمان جواب داد: بله.

با خود گفتم، پس چرا جوابی که من دیروز به پدر و مادرم دادم، منطقی به نظر نمی‌آمد؟ بعد هم ماجرا را برای دبیرمان تعریف کردم. طبق معمول، او با طرح یک فعالیت، جواب من را داد.

فعالیت ۴



برای پر کردن مخزن آبی، ۱۰ شیر آب یکسان بر سر لوله‌ها کار گذاشته شده است. دو شیر آب وقتی به طور کامل باز هستند، این مخزن در ۸ ساعت پر می‌شود.

(۱) اگر ۴ شیر آب، هم‌زمان، به طور کامل باز شوند، مخزن در چند ساعت پر می‌شود؟ دبیر/بخند زنان به من گفت: حواست باشد که شیرهای آب با هم حرف نمی‌زنند!

(۲) اگر ۸ شیر آب هم‌زمان به طور کامل باز شوند، مخزن در چند ساعت پر می‌شود؟

(۳) رابطه بین تعداد شیرهای باز آب و زمان پر شدن مخزن را توصیف کنید.

فعالیت ۴ رابطه بین دو کمیت متناسب را نشان می‌دهد که بر خلاف کمیت‌هایی که قبلاً با آنها آشنا شده‌ایم، با افزایش مقدار یکی از آنها، مقدار دیگری کاهش می‌یابد.



در دو کمیت متناسب، اگر با افزایش (یا کاهش) یک کمیت، کمیت دیگر نیز افزایش (یا کاهش) یابد، می‌گویند این دو کمیت متناسب، با هم رابطه مستقیم دارند؛ اما اگر با افزایش (یا کاهش) یک کمیت، کمیت دیگر کاهش (یا افزایش) یابد، می‌گویند این دو کمیت متناسب، با هم رابطه معکوس دارند.

پس از انجام دادن این فعالیت گفتم: پس رابطه تعداد نقاش‌ها با تعداد روزهای کار یک رابطه معکوس است؟

دبیرمان گفت: بله. جواب را پیدا کردی!

گفتم: حالا چطور باید تعداد روزهای کار را بر حسب تعداد نقاش‌ها پیدا کنم؟

دبیرمان گفت: فرض کن نقاشی، ساختمانی را در ۱۲ روز رنگ می‌کند. این نقاش در هر روز چه کسری از ساختمان را رنگ می‌کند؟

گفتم: جواب دادن به این سؤال آسان است. این نقاش هر روز $\frac{1}{12}$ کل خانه را رنگ می‌کند که در ۱۲ روز همه خانه رنگ می‌شود.

دبیرمان پرسید: حالا اگر تعداد نقاش‌ها ۲ نفر باشد، چند روز طول می‌کشد تا کل ساختمان رنگ شود؟

جواب دادم: هر کدام روزانه $\frac{1}{12}$ خانه را رنگ می‌کند؛ پس با هم روزی $\frac{1}{6} = \frac{1}{12} \times 2$ خانه را رنگ می‌کنند. بنابراین، دو نفر با هم در ۶ روز خانه را رنگ خواهند کرد.

دبیرمان گفت: حالا اگر تعداد نقاش‌ها ۳ نفر باشد، چند روز طول می‌کشد تا کل ساختمان رنگ شود؟

جواب دادم: هر کدام روزانه $\frac{1}{12}$ خانه را رنگ می‌کند؛ پس ۳ نفر با هم، روزی $\frac{1}{4} = \frac{1}{12} \times 3$ خانه را رنگ می‌کنند. بنابراین، ۳ نفر با هم در ۴ روز خانه را رنگ خواهند کرد.

دبیرمان گفت: می‌بینی که حاصل ضرب تعداد نقاش‌ها در تعداد روزهای لازم برای تمام کردن نقاشی خانه شما، مقدار ثابت ۱۲ است. زیرا کل این کار، نیازمند ۱۲ روز کار یک نقاش است و تعداد نقاش‌ها را به هر نسبت افزایش دهیم، تعداد روزهای مورد نیاز به همان نسبت کاهش می‌یابد؛ به گونه‌ای که حاصل ضرب تعداد نقاش‌ها در تعداد روزهای مورد نیاز، عدد ثابت ۱۲ شود.

وقتی دو کمیت با هم رابطه معکوس دارند، به جای اینکه نسبت بین آنها عدد ثابتی باشد، حاصل ضربشان عددی ثابت است. در مسئله تعداد نقاش‌ها و روزهای کاری،

$$1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 12$$

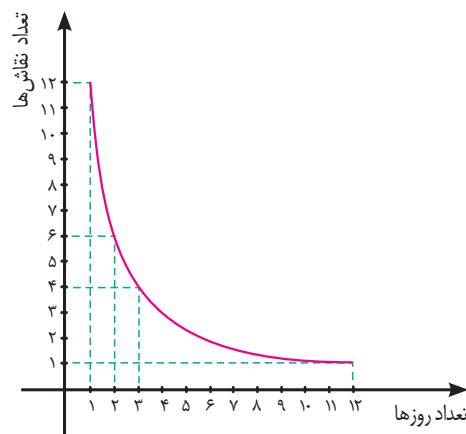


اگر a و b مقادیر متناظر دو کمیت متناسب باشند که با هم رابطه معکوس دارند، مقدار $K = a \times b$ ثابت است و اگر c و d دو مقدار متناظر دیگر از همین دو کمیت باشند، داریم:

$$K = a \times b = c \times d$$

$$a = \frac{K}{b} \quad , \quad c = \frac{K}{d}$$

در مسئله نقاش‌ها و روزهای کار، $K = 2 \times 6 = 12$ و داریم: $c = \frac{12}{3} = 4$
برای درک بهتر رابطه بین این دو کمیت، نمودار رابطه بین آنها را رسم می‌کنیم.



مثال ۹

محمود هر شب ۳ صفحه از کتابی را مطالعه می‌کند. او کتاب را در ۲۰ روز تمام می‌کند. اگر محمود بخواهد کتاب را در ۱۵ روز تمام کند، هر شب باید چند صفحه از آن را بخواند؟
به سادگی می‌توان دریافت که برای کاهش زمان مطالعه کتاب، باید تعداد صفحاتی که هر شب محمود مطالعه می‌کند، افزایش یابد. در این مثال، دو کمیت زمان و تعداد صفحات مطالعه شده در هر شب، با هم رابطه معکوس دارند.

در این وضعیت، مقدار ثابت یعنی تعداد کل صفحات کتاب برابر است با: $K = 3 \times 20 = 60$ و داریم:

$$c = \frac{60}{15} = 4$$



۱ - الف) دو کمیت متناسب را نام ببرید که با هم رابطه معکوس داشته باشند.

.....

ب) با در نظر گرفتن ارتباط این دو کمیت، مسئله‌ای طرح کنید.

.....

۲) شمعی به طول ۱۴ سانتی‌متر را روشن می‌کنیم. این شمع در هر ۵ دقیقه ۱ سانتی‌متر کوتاه می‌شود. الف) جدول زیر را کامل کنید.

| زمان بر حسب دقیقه | ۰ | ۵ | ۱۰ | ۱۵ | ۲۰ | ۲۵ |
|--------------------|----|----|----|-------|-------|-------|
| طول شمع | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | | | |
| میزان کاهش طول شمع | ۰ | ۱ | ۲ | | | |

ب) با افزایش زمان، طول شمع چگونه تغییر می‌کند؟ با توجه به سطرهای اول و دوم جدول، آیا زمان و طول شمع کمیت‌های متناسب معکوس یکدیگرند؟ چرا؟

پ) با توجه به سطرهای اول و سوم جدول، چه رابطه‌ای بین زمان و میزان کاهش طول شمع وجود دارد؟ این دو کمیت چه نوع رابطه‌ای با هم دارند؟

.....





۱) جاهای خالی را پر کنید.

- نسبت دو کمیت متناسب که با یک واحد اندازه‌گیری نمی‌شوند نامیده می‌شود.
- دو کمیت A و B را در نظر بگیرید. اگر با افزایش یک واحد از A ، یک واحد از B افزایش یابد، دو کمیت رابطه دارند.

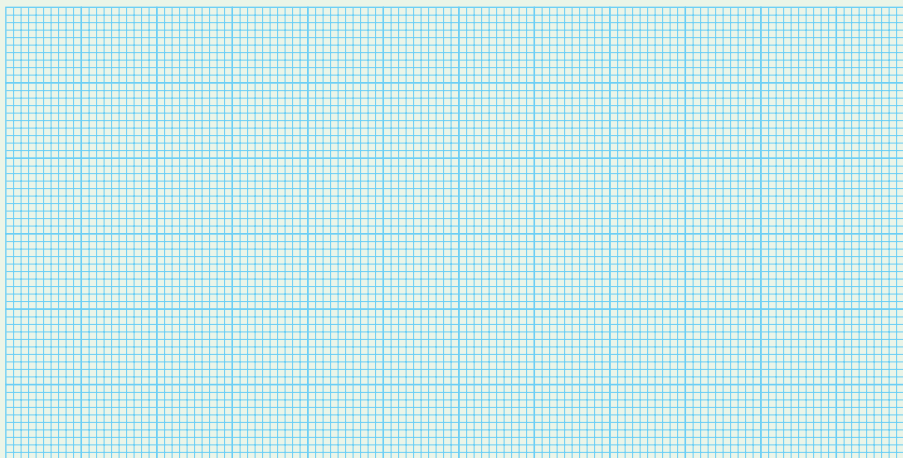
۲) دو مثال از نرخ بیان کنید.

۳) اگر ضریب تبدیل واحد A به B عدد $\frac{2}{3}$ باشد، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
الف) ۴ واحد از A معادل چند واحد از B است؟

ب) ۴ واحد از B معادل چند واحد از A است؟

پ) ضریب تبدیل واحد B به واحد A را بنویسید.

ت) رابطه بین این دو واحد را با نمودار نشان دهید و به پرسش‌های الف و ب از روی نمودار پاسخ دهید.



۴) جدول زیر نوعی کالا را نشان می‌دهد که در سه اندازه کوچک، متوسط و بزرگ بسته بندی شده است.

| نوع | وزن (کیلوگرم) | قیمت (تومان) | نسبت وزن به قیمت | نسبت قیمت به وزن |
|-------|---------------|--------------|------------------|------------------|
| کوچک | ۱/۵ | ۱,۲۰۰ | | |
| متوسط | ۴ | ۳,۰۰۰ | | |
| بزرگ | ۱۵ | ۱۰,۰۰۰ | | |

الف) جدول را کامل کنید.

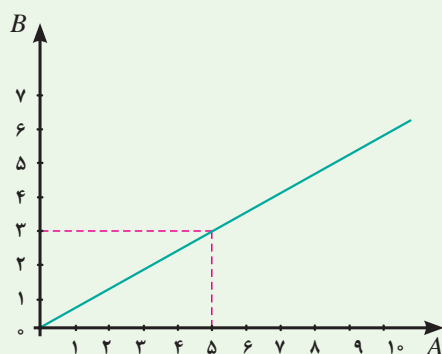
ب) کدام بسته با صرفه‌تر است؟

۵) نمودار زیر رابطه بین کمیت A و کمیت B را نشان می‌دهد:

الف) ضریب تبدیل A به B و B به A را بنویسید.

ب) ۳ واحد از A تقریباً معادل چند واحد از B است؟

پ) ۵ واحد از B تقریباً معادل چند واحد از A است؟



۶) دو کمیت داده شده در هر قسمت با هم متناسب هستند. کدام دو کمیت مستقیم و کدام دو معکوس هستند؟

الف) وزن یک کالا و قیمت آن؛

ب) تعداد شیرهایی که یک حوض آب را پر می‌کنند و زمان پر شدن حوض؛

پ) محیط دایره‌ها و طول شعاع آنها؛

ت) تعداد مشتریان در یک بانک و زمان انتظار آنها با فرض برابری زمان سرویس‌دهی؛

ث) وزن بسته پستی و هزینه ارسال بدون در نظر گرفتن هزینه ثابت؛

ج) تعداد کارگران و زمان انجام کار برای تخلیه بارهای یک انبار؛

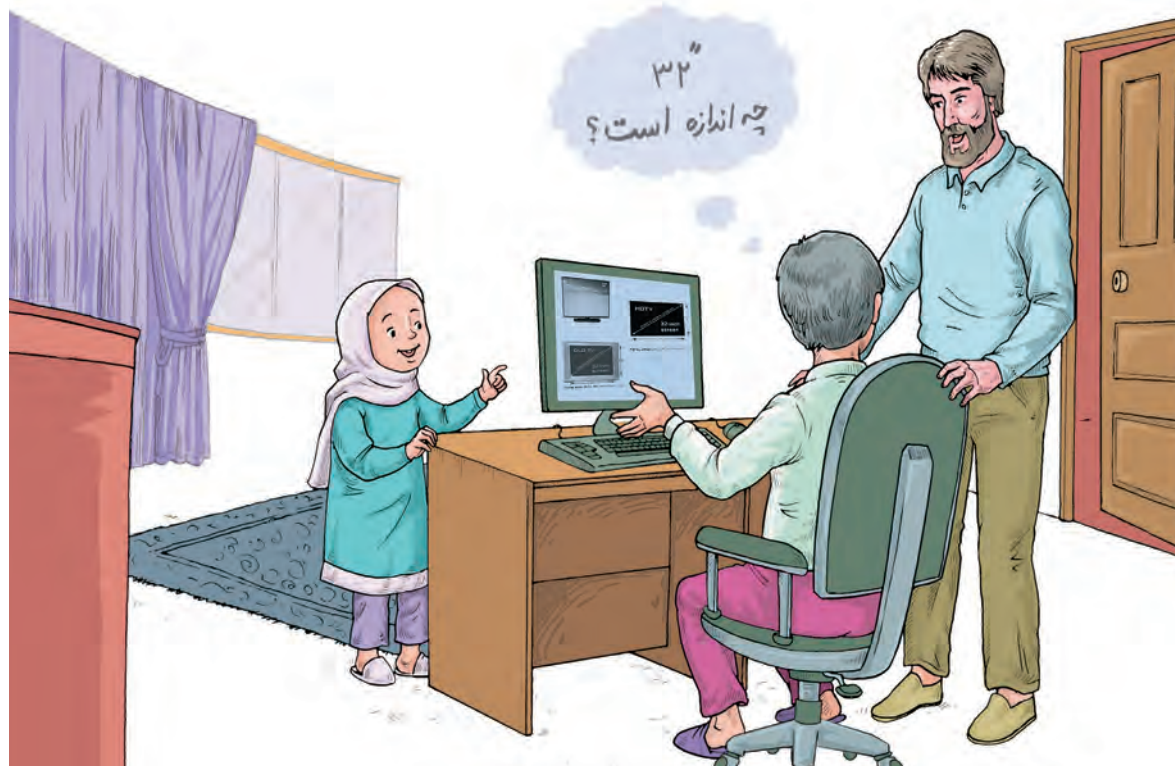
چ) درآمد حاصل از دریافت عوارضی در یک اتوبان و تعداد ماشین‌هایی که از آن عبور می‌کنند.

۱-۳- واحدهای اندازه گیری انگلیسی: طول

دیشب در منزل ما شور و هیجانی برپا بود. پدرم قول داده بود که برای ما تلویزیونی نو بخرد. روز خرید تلویزیون فرارسیده بود. اعضای خانواده پشت سر هم از یکدیگر درباره تلویزیون سؤال می کردند؛ خواهرم پرسید: «اندازه تلویزیونی که می خواهیم بخریم، چقدر است؟» برادرم گفت: «هر چه بزرگ تر، بهتر.» پدرم گفت: «پسر جان، اندازه تلویزیون باید با اندازه اتاق متناسب باشد. یک تلویزیون ۴۶ اینچی را که نمی توانیم در این اتاق بگذاریم.» من هم که نمی دانستم تلویزیون ۴۶ اینچی چقدر است، آن قدر ذوق زده بودم که بدون اینکه سؤالی کنم فوراً رایانه ام را روشن کردم و در اینترنت به جست و جو پرداختم. تصاویر زیبایی از تلویزیون پیدا کردم. تصاویر زیر سؤال هایی در ذهنم ایجاد کرد.



از پدرم پرسیدم: علامتی که در کنار ۳۲ دیده می شود، چیست؟ گفت: یعنی اندازه تلویزیون ۳۲ اینچ است. گفتم: یعنی چقدر؟ گفت: الان کار دارم؛ بعداً. گفتم فقط یک سؤال: چرا قطر تلویزیون را نشان داده است؟ گفت: اندازه تلویزیون را با قطرش بیان می کنند. اگر خودت کمی جست و جو کنی، پاسخ سؤال هایت را می توانی پیدا کنی.



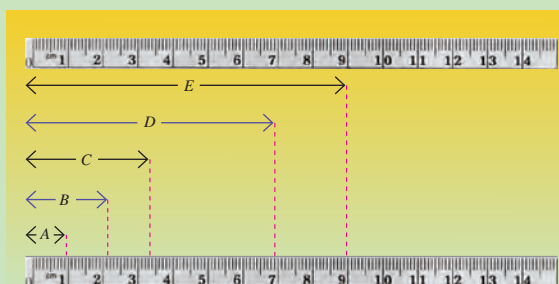
دوباره از پدرم سؤال کردم: «چرا اندازه تلویزیون‌ها را با همان سانتی‌متر بیان نمی‌کنند؟ ۳۲ اینچ یعنی چند سانتی‌متر؟» پدرم خط‌کشی به دستم داد و گفت: «اینچ یکی از واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی^۱ طول است. اگر دقیق به این خط‌کش نگاه کنی متوجه می‌شوی هر اینچ (in) چند سانتی‌متر است.»



فعالیت ۵



۱) با توجه به خط‌کشی که بر حسب سانتی‌متر و اینچ علامت‌گذاری شده، بگویید هر اینچ تقریباً چند سانتی‌متر است؟



۲) به دو خط‌کش روبه‌رو توجه کنید؛ فکر می‌کنید کدام خط‌کش با سانتی‌متر و کدام یک با اینچ علامت‌گذاری شده است؟

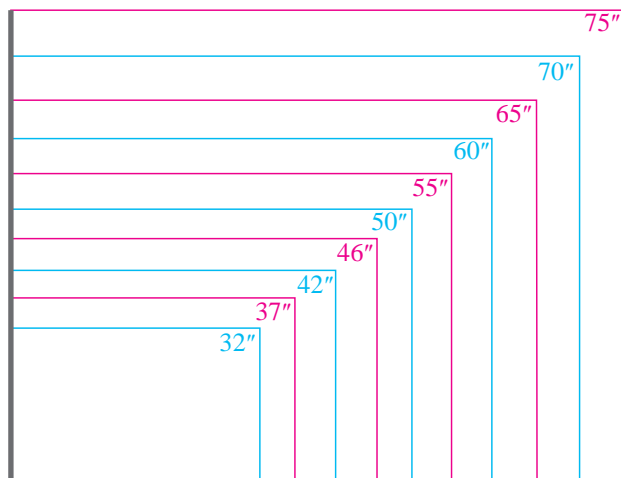
۳) طول‌های مشخص شده را با توجه به هریک از خط‌کش‌ها پیدا کنید.

| طول بر حسب cm | | طول بر حسب in | |
|---------------|---|---------------|---|
| | A | | A |
| | B | | B |
| | C | | C |
| | D | | D |
| | E | | E |

۴) فکر می‌کنید استفاده از کدام واحد برای اندازه‌گیری طول ساده‌تر است؟ چرا؟

۱- این گونه واحدها را واحدهای مرسوم نیز می‌نامند.

هنوز پاسخ سؤال‌هایم را پیدا نکرده بودم. پس دوباره به سراغ اینترنت رفتم و جدول زیر را پیدا کردم.^۱



| Size | Width | Height | Area |
|------|------------------|-----------------|--|
| 32" | 27.9" 70.9cm | 15.7" 39.9cm | 437 in ² 0.283 m ² |
| 37" | 32.2" 81.8cm | 18.1" 46cm | 585 in ² 0.376 m ² |
| 42" | 36.6" 93cm | 20.6" 52.3cm | 754 in ² 0.487 m ² |
| 46" | 40.1" 101.9cm | 22.5" 57.2cm | 904 in ² 0.582 m ² |
| 50" | 43.6" 110.7cm | 24.5" 62.2cm | 1068 in ² 0.689 m ² |
| 55" | 47.9" 121.7cm | 27" 58.6cm | 1293 in ² 0.835 m ² |
| 60" | 52.3" 132.8cm | 29.4" 74.7cm | 1538 in ² 0.992 m ² |
| 65" | 56.7" 144cm | 31.9" 81cm | 1805 in ² 1.165 m ² |
| 70" | 61.1" 155.2cm | 34.4" 87.4cm | 2102 in ² 1.356 m ² |
| 75" | 65.4" 166.1cm | 36.8" 93.5cm | 2407 in ² 1.553 m ² |

با دقت در جدول و شکل‌های دو تلویزیون ۳۲ اینچی متوجه شدم که مثلاً تلویزیون‌های ۳۲ اینچی ممکن است طول‌ها و عرض‌های مختلفی داشته باشند و در نتیجه، صفحه‌های آنها نیز ممکن است متفاوت باشند، ولی هنوز نتوانسته بودم بفهمم که برای اتاق پذیرایی ما تلویزیون با چه اندازه‌ای مناسب است.

| Screen Size | Recommended Range |
|-------------|-------------------|
| 19" | 0.7-2.4 m |
| 22" | 0.9-2.7 m |
| 28" | 1.0-3.1 m |
| 32" | 1.2-4.0 m |
| 37" | 1.5-4.6 m |
| 40" | 1.6-5.0 m |
| 42" | 1.6-5.3 m |
| 46" | 1.8-5.0 m |
| 52" | 1.9-6.5 m |

به جست‌وجو ادامه دادم. جدول روبه‌رو را هم در زیر تصویر دیدم که کمک کرد بفهمم چرا پدرم می‌گوید تلویزیون ۴۶ اینچی برای خانه ما مناسب نیست.^۲

۱- Size: اندازه Width: عرض Height: ارتفاع Area: مساحت
۲- Screen Size: اندازه صفحه تصویر Recommended Range: فاصله توصیه شده



(۱) با توجه به جدول صفحه قبل (جدول فاصله‌های توصیه شده)، حداقل فاصله مناسب بیننده از تلویزیون ۴۶ اینچی چقدر است؟

(۲) تصویر زیر یک اتاق نشیمن را نشان می‌دهد. با توجه به جدول صفحه قبل (جدول فاصله‌های توصیه شده)، تلویزیون با چه اندازه‌ای را توصیه می‌کنید؟



جدول دیگری پیدا کردم که می‌توانست به من کمک کند تا متوجه شوم که تلویزیون مناسب برای خانه ما باید چه اندازه‌ای داشته باشد. با خودم گفتم: حتماً inch همان اینچ است. ولی feet^۱ یعنی چه؟ آیا واحد دیگری برای اندازه‌گیری طول است^۲؟

| Viewing Distance in feet | Viewing Distance in inches | Min Size | Max Size |
|-----------------------------|-------------------------------|----------|----------|
| ۴ | ۴۸ | ۱۹ | ۳۲ |
| ۶ | ۷۲ | ۲۶ | ۴۶ |
| ۸ | ۹۶ | ۳۲ | ۶۳ |
| ۱۰ | ۱۲۰ | ۴۰ | ۸۰ |
| ۱۲ | ۱۴۴ | ۴۶ | ۹۶ |
| ۱۴ | ۱۶۸ | ۵۲ | ۱۱۲ |

۱- feet : جمع فوت است. در زبان انگلیسی واحدها جمع بسته می‌شوند. برای مثال ۴ feet بیان می‌شود.

Max Size: حداکثر اندازه تلویزیون

Min Size: حداقل اندازه تلویزیون

۲- Viewing Distance: فاصله از تلویزیون



۱) اندازه‌های داده شده در ستون دوم (از سمت چپ) جدول زیر را که بر حسب اینچ هستند، به متر تبدیل کنید.

| Viewing Distance in feet | Viewing Distance in inches | فاصله از تلویزیون بر حسب متر | Min Size | Max Size |
|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------|----------|----------|
| ۴ | ۴۸ | ... | ۱۹ | ۳۲ |
| ۶ | ۷۲ | ... | ۲۶ | ۴۶ |
| ۸ | ۹۶ | ... | ۳۲ | ۶۳ |
| ۱۰ | ۱۲۰ | ... | ۴۰ | ۸۰ |
| ۱۲ | ۱۴۴ | ... | ۴۶ | ۹۶ |
| ۱۴ | ۱۶۸ | ... | ۵۲ | ۱۱۲ |

۲) بین اعداد در ستون اول و اعداد در ستون دوم چه رابطه‌ای وجود دارد؟

۳) بین اعداد در ستون اول و اعداد در ستون سوم چه رابطه‌ای وجود دارد؟

۴) جاهای خالی را پر کنید:

الف) متر = ۱ اینچ ب) متر = اینچ = ۱ فوت

۵) اگر برای پخش فیلم‌های آموزشی بخواهیم تلویزیونی در کلاس شما بگذاریم، فکر می‌کنید چه اندازه‌ای مناسب است؟

.....

ما هر روز در زندگی خود در خانه یا مدرسه از اندازه‌گیری استفاده می‌کنیم. در سال‌های گذشته، با واحدهای اندازه‌گیری طول (متر، سانتی‌متر، میلی‌متر، کیلومتر و غیره) آشنا شده‌اید. امروزه غالب واحدهای اندازه‌گیری به دو سیستم استاندارد اندازه‌گیری بین‌المللی (SI) و سیستم اندازه‌گیری انگلیسی (مرسوم) تقسیم می‌شوند.



سیستم اندازه‌گیری انگلیسی سیستمی بود که واحدهایی برای اندازه‌گیری در اختیار قرار می‌داد. در این سیستم، از اعضای مهم بدن به عنوان واحد اندازه‌گیری استفاده می‌شد. برای مثال، در قدیم مردم برای اندازه‌گیری فاصله‌های کوتاه روی زمین از پاهایشان استفاده می‌کردند. مصری‌ها، یونانی‌ها و رومی‌ها نیز این واحد را به کار می‌بردند.



واحدهای دیگر نیز با توجه به ویژگی‌های بدنی پادشاه تعیین می‌شد. برای مثال، یک یارد اندازه دور کمر پادشاه و یک اینچ اندازه اولین بند انگشت شست او بود. تقریباً هر ۱۲ اینچ برابر با یک فوت است. در زمان‌های گذشته انسان برای اندازه‌گیری مسافت‌های طولانی از گام‌هایش استفاده می‌کرد. هر دو گام برابر با ۱ پیس (pace) بود. رومی‌ها عرض جاده‌ها را با این واحد تعیین می‌کردند (یک مایل برابر است با طول ۱۰۰۰ پیس). حجم به کمک وسایل معمول در آشپزخانه مانند فنجان، قاشق غذاخوری یا سطل اندازه‌گیری می‌شد. واژه گالن از واژه‌ای قدیمی گرفته شده است که به معنای سطل بود. با توجه به استاندارد نبودن واحدهای انگلیسی، در ۱۶۷۰ میلادی، سیستم اندازه‌گیری ده‌دهی متریک پیشنهاد شد (در زبان فرانسه، متر معادل واژه/اندازه است). در حال حاضر، سه کشور در جهان از سیستم اندازه‌گیری انگلیسی استفاده می‌کنند. با مراجعه به اینترنت نام این سه کشور را پیدا کنید.

واحد طول در سیستم SI، **متر** و در سیستم انگلیسی، **یارد** است. با توجه به اینکه واحدهای استفاده شده در سیستم انگلیسی قدیم طوری تعریف شده بودند که افراد مختلف برای یک شیء اندازه‌های مختلفی پیدا می‌کردند، در طول زمان نیاز به استاندارد کردن آنها احساس شد. برخی از واحدهای استاندارد شده طول در سیستم انگلیسی عبارت‌اند از :

| |
|------------------------------|
| ۱۲ اینچ (in) = ۱ فوت (ft) |
| ۳ فوت (ft) = ۱ یارد (yd) |
| ۵,۲۸۰ فوت (ft) = ۱ مایل (mi) |

ضریب تبدیل این واحدها به یکدیگر به صورت زیر است.

| برای تبدیل از | به | ضریب تبدیل (با تقریب کمتر از ۰/۰۱) |
|---------------|-----------|------------------------------------|
| مایل | کیلومتر | ۱/۶۱ |
| اینچ | سانتی‌متر | ۲/۵۴ |
| فوت | متر | ۰/۳۱ |
| یارد | متر | ۰/۹۱ |
| کیلومتر | مایل | ۰/۶۲ |
| سانتی‌متر | اینچ | ۰/۳۹ |
| متر | فوت | ۳/۲۸ |
| متر | یارد | ۱/۰۹ |

کارد در کلاس ۵



۱- جدول زیر را کامل کنید.

| طول اندازه گرفته شده برحسب واحدهای اندازه‌گیری SI | طول اندازه گرفته شده برحسب واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی | طول حدس زده شده برحسب واحدهای اندازه‌گیری SI | طول حدس زده شده برحسب واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی | |
|---|--|--|---|--------------------------------------|
| ... cm | ... in | ... cm | ... in | عرض کتاب ریاضی |
| ... m | ... ft | ... m | ... ft | طول کتاب ریاضی |
| ... m | ... yd | ... m | ... yd | طول پنجره اتاق |
| ... mm | ... in | ... mm | ... in | طول خودکاری که از آن استفاده می‌کنید |
| ... m | ... ft | ... m | ... ft | طول اتاق |
| ... cm | ... in | ... cm | ... in | دور کمر خودتان |

۲- از نظر شما، کار با کدام سیستم اندازه‌گیری راحت‌تر است؟ چرا؟



۱) ورزشکاری در پرش سه گام به ترتیب ۴ فوت و ۶ اینچ، ۴ فوت و ۵ اینچ، ۳ فوت و ۱۱ اینچ پرید.



الف) این ورزشکار روی هم چند فوت و چند اینچ پریده است؟

.....

ب) او چند متر پریده است؟

پ) اگر رکورد این رشته ۱۲ فوت و ۱۰ اینچ باشد، برای شکستن رکورد، چقدر بیشتر باید می پرید؟

.....

۲) قد شما چند سانتی متر است؟

الف) چند متر است؟

ب) چند اینچ است؟

پ) چند فوت است؟

ت) چند یارد است؟

اصفهان ۳۴۰ Km

۳) یک گردشگر از کشوری که از سیستم اندازه گیری

انگلیسی استفاده می کند، به ایران آمده است.

او در راه اصفهان، تابلوی مقابل را می بیند:

فرض کنید شما به عنوان مسئول سازمان جهانگردی

می خواهید پیشنهاد بدهید فاصله شهرها را بر حسب مایل نیز

روی تابلوهای راهنمایی بنویسند.

حساب کنید تا اصفهان چند مایل باقی مانده است؟

۴) در یک مسابقه دو امدادی، هر تیم باید ۲۰ مایل بدود. اگر هر بازیکن مجاز باشد فقط ۳ کیلومتر بدود، هر تیم چند دوندۀ باید داشته باشد؟

.....

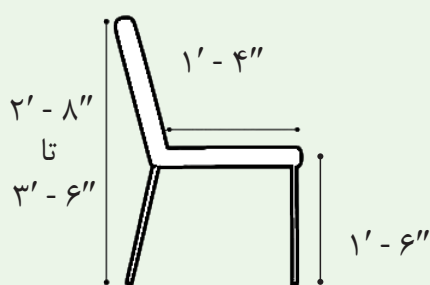
۵) یک دبیر هنر، یک بسته نوار تزئینی به طول ۵۰ یارد خرید. هر دانش‌آموز برای تکمیل پروژه به ۰/۸ متر نوار نیاز دارد. ۳۰ دانش‌آموز در این پروژه شرکت دارند. چند یارد نوار باقی می‌ماند؟

.....

۶) سه وسیله نام ببرید که به طور رایج، اندازه‌شان با واحدهای انگلیسی بیان می‌شود.

.....

۷) حسین هنرجوی رشته صنایع چوب است. او برای انجام پروژه خود که ساخت صندلی است به الگوی زیر دست پیدا کرد. ابعاد و اندازه‌های روی شکل بر حسب فوت و اینچ است. این اندازه‌ها را بر حسب سانتی‌متر به دست آورید^۱.



۱- ۲' یعنی ۲ فوت و ۸" یعنی ۸ اینچ

۸) در دریانوردی از واحدی به نام گره برای اندازه‌گیری سرعت شناورها در دریا استفاده می‌شود. سرعت یک گره برابر است با یک مایل دریایی بر ساعت. مایل دریایی با واحد مایل که از آن برای اندازه‌گیری طول در خشکی استفاده می‌شود فرق دارد. تحقیق کنید یک مایل دریایی با مایل (اندازه‌گیری در خشکی) چه رابطه‌ای دارد.

در قدیم برای اندازه‌گیری سرعت کشتی، روی یک طناب به فاصله‌های یک فوت از هم گره‌هایی می‌زدند. سپس طناب را به پشت کشتی یا قایق طوری می‌بستند که اولین گره روی سطح آب قرار گیرد و بقیه طناب به زیر آب می‌رفت. هر چه کشتی تندتر می‌رفت تعداد گره‌های بیشتری از آب بیرون می‌آمد. تعداد گره‌های روی آب بدون احتساب اولین گره، سرعت را اندازه‌گیری می‌کند. تعداد این گره را سرعت بر حسب گره می‌نامند.

خواندنی



۱-۴- واحدهای اندازه گیری انگلیسی : جرم

برای شرکت در مراسم عروسی پسرعمویم به همراه خانواده به شهرستان می رفتیم. در راه، پدرم از مادرم پرسید: «بالاخره مشخص نشد که چه هدیه ای می دهیم؟» مادرم گفت: «اجازه بدهید برسیم! به بازار می رویم و قطعه ای طلا می خریم.» پدرم پرسید: «اکنون طلا گرمی چند است؟» مادرم گفت: «نمی دانم؛ اخبار ساعت ۱۱ قیمت طلا را در هر روز اعلام می کند. ساعت ۱۱ رادیو را روشن کردیم. در پایان اخبار، گوینده رادیو گفت:

امروز طلا در بازار جهانی به قیمت هر اونس ۱,۳۵۴ دلار معامله شد.

پدرم گفت: «یعنی چند؟» مادرم گفت: «الان بر حسب گرم هم می گوید.»

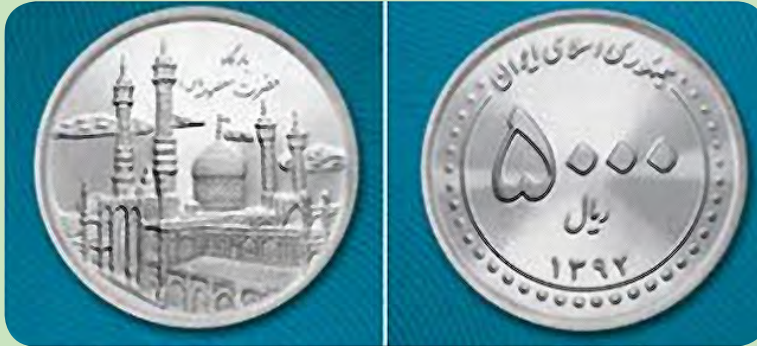
در بازار تهران هر گرم طلای خام به قیمت ۱,۳۴,۲۵۰ ریال معامله شد.

پرسیدم: «اونس دیگر چیست؟ پدرم گفت: «اونس یکی از واحدهای اندازه گیری جرم در سیستم انگلیسی است ولی من هم دقیقاً نمی دانم چقدر می شود. در کتاب های درسی ما فقط واحدهای متریک (SI) آموزش داده می شد.» با افتخار گفتم: «ولی ما در فنی و حرفه ای در کتاب ریاضی واحدهای سیستم انگلیسی را هم می خوانیم؛ جلسه گذشته با واحدهای طول آشنا شدیم.» چون قرار بود چند روزی در شهرستان بمانیم، تکالیفم همراهم بود. به امید آنکه توضیحی پیدا کنم، کاربرگ ریاضی ام را بیرون آوردم. ولی ... پدرم پرسید: «خوب، هر اونس چقدر است؟» گفتم: «ننوشته است؛ باید این فعالیت را انجام دهم تا خودم متوجه شوم!»





۱) وزن یک سکه ۵۰۰۰ ریالی تقریباً $\frac{1}{36}$ اونس است. یک سکه ۵۰۰۰ ریالی را در دست بگیرید و وزن آن را بر حسب گرم تخمین بزنید.



۲) بر حسب تخمین خود بگویید ۱ اونس تقریباً چند گرم است.

۳) با مراجعه به اینترنت، وزن یک سکه ۵,۰۰۰ ریالی را بر حسب گرم پیدا کنید.

۴) با در نظر گرفتن وزن یک سکه ۵,۰۰۰ ریالی، هر اونس تقریباً چند گرم است؟

برخی واحدهای اندازه‌گیری جرم در سیستم انگلیسی عبارت اند از اونس، پوند.

$$16 \text{ اونس (oz)} = 1 \text{ پوند (lb)}$$

همان طور که گفتیم، در بعضی از کشورها از سیستم اندازه‌گیری انگلیسی استفاده می‌شود. ما برای اینکه بتوانیم با مردم این کشورها ارتباط برقرار کنیم باید بتوانیم واحدهای اندازه‌گیری مان را به هم تبدیل کنیم. در این کتاب هر اونس را به طور تقریبی برابر با ۲۸ گرم در نظر می‌گیریم.



۱) فرض کنید می‌خواهید دستور پخت یک غذای اصیل ایرانی را برای دوستان بفرستید و دوست شما اهل کشوری است که در آنجا از سیستم انگلیسی استفاده می‌شود. مقادیر مواد مورد نیاز را برحسب چه واحدهایی می‌نویسید؟



۲) ضریب تبدیل اونس به گرم را پیدا کنید.

۳) توضیح دهید برای تبدیل اونس به پوند یا برعکس، از چه عملیاتی استفاده می‌کنید؟

۴) برای تبدیل اونس به کیلوگرم از چه عملیاتی استفاده می‌کنید؟

۵) برای تبدیل واحدها، جدول روبه‌رو را کامل کنید.

| | |
|-----------|-------------|
| ۱ گرم | ... اونس |
| ۱ پوند | ... گرم |
| ۱ کیلوگرم | ... اونس |
| ۱ پوند | ... کیلوگرم |



| واحد های SI | واحد های سیستم انگلیسی | مواد لازم |
|--------------------------|------------------------|---------------|
| | ۱ C | خرمای خرد شده |
| | $\frac{1}{4}$ lb | کره |
| ۵ mL | ۱ tsp | جوش شیرین |
| $\frac{2}{5}$ mL | $\frac{1}{4}$ tsp | نمک |
| ۴۵ mL | ۳ tbsp | پودر کاکائو |
| | $1\frac{1}{4}$ C | آرد |
| | ۲ | تخم مرغ |
| | $\frac{2}{3}$ C | شکر |
| ۵ mL | ۱ tsp | وانیل |
| | $\frac{1}{4}$ C | گردوی خرد شده |
| | $\frac{3}{4}$ C | شکلات خرد شده |
| | $1\frac{1}{3}$ C | شکر قهوه ای |
| $176/66^{\circ}\text{C}$ | 350°F | دمای پخت |
| | ۱۳ inches × ۹ inches | اندازه ظرف |

برای انجام دادن تمرین های این بخش، با واحدهایی روبه رو می شوید که در درس به آنها اشاره نشده است. با مراجعه به اینترنت، این واحدها و واحدهای مشابه آنها را نیز در سایر سیستم های اندازه گیری تشخیص دهید. به کمک ضریب تبدیل یا با استفاده از برنامه های نرم افزاری که برای تبدیل واحدها در اینترنت پیدا می کنید، این واحدها را به هم تبدیل کنید. (نیازی به حفظ کردن این ضرایب نیست.)

۱) پرستو مواد لازم زیر را برای تهیه کیک از یکی از دوستانش در خارج از ایران گرفت. به کمک اینترنت یا منابع دیگر، واحدهایی را که نمی شناسید، شناسایی کنید و با انتخاب واحد مناسب و کامل کردن جدول روبه رو، به پرستو کمک کنید تا بتواند کیک خود را بپزد.



۲) پرستو در مقابل می‌خواهد مواد زیر را برای تهیه یک کیک برای دوستش بفرستد. با انتخاب واحد مناسب، جدول زیر را کامل کنید تا مواد لازم برای تهیه کیک مورد نظرش را بر حسب واحدهای اندازه‌گیری در سیستم انگلیسی بفرستد.

| مواد لازم | واحدهای سیستم SI | واحدهای انگلیسی |
|-------------------|--------------------------|-------------------|
| توت فرنگی خرد شده | ۷۵۰ g | ... |
| شکر | ۵۰ g | ... |
| آرد | ۲۵۰ g | ... |
| بیکنینگ پودر | ۶۰ ml | $\frac{1}{4}$ C |
| نمک | ۲ ml | $\frac{1}{4}$ tsp |
| کره | ۱۲۰ g | ... |
| تخم مرغ | ۱ | ... |
| شیر | ۱۶۰ ml | ... |
| خامه | ۲۵۰ ml | ... |
| دمای پخت | ۱۷۰ °C | ۳۳۸ °F |
| اندازه ظرف | ظرف گرد به قطر: ۲۵ cm | ... |

۳) در سیستم انگلیسی برای اندازه‌گیری دما از واحد فارنهایت استفاده می‌شود. رابطه بین درجه فارنهایت و درجه سانتی‌گراد را با فرمول زیر می‌توان نشان داد:

$$۳۲ + (\text{میزان دما بر حسب سانتی‌گراد} \times \frac{1}{1.8}) = \text{میزان دما بر حسب فارنهایت (°F)}$$

لاله با مراجعه به یک سایت وضعیت دمای چند شهر را پیدا کرد. با توجه به جدول، دمای فرانکفورت و آدیس‌آبابا را بر حسب سانتی‌گراد محاسبه کنید.

| Local time and weather around the world | | | | | |
|---|-----------|--|-------|-------------|---------------------|
| Sort by: City | | | | | |
| Accra | Sun 03:20 | | 75 °F | Edmonton * | Sat 21:20 N/A 36 °F |
| Addis Ababa | Sun 06:20 | | 63 °F | Frankfurt * | Sun 05:20 46 °F |
| Adelaide | Sun 12:50 | | 68 °F | Guatemala | Sat 21:20 68 °F |