

# واحد کار دوم

## تشخیص سطوح و احجام هندسی

هدف کلی:

توانایی تشخیص سطوح و احجام هندسی

- ۱- چگونگی ترسیم خطوط افقی، مورب و قائم را بیان کند.
- ۲- انواع سطوح هندسی را نام ببرد.
- ۳- انواع احجام هندسی را نام ببرد.
- ۴- انواع زاویه را نام ببرد.
- ۵- سیستم‌های اندازه‌گیری را نام ببرد.
- ۶- سیستم‌های اندازه‌گیری را به یکدیگر تبدیل نماید.
- ۷- وسایل اندازه‌گیری را نام ببرد.
- ۸- سطوح و احجام هندسی را ترسیم نماید.
- ۹- کاربرد وسایل اندازه‌گیری را توضیح دهد.

ساعات آموزش		
جمع	عملی	نظری
۱۵	۱۰	۵



## پیش آزمون (۲)

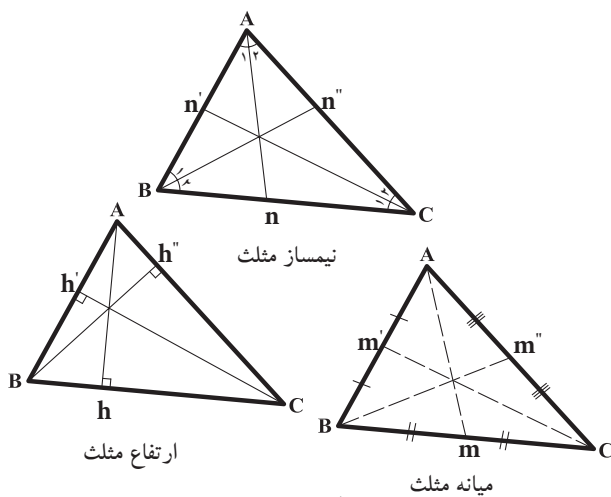


- ۱- سطوح هندسی را نام ببرید.
- ۲- قطرهای کدام چهارضلعی ها با هم برابرند؟  
- مربع - لوزی - ذوزنقه - متوازی الاضلاع
- ۳- انواع زاویه را نام ببرید.
- ۴- انواع واحدهای اندازه گیری را نام ببرید.
- ۵- احجام هندسی را نام ببرید.
- ۶- وسایل اندازه گیری طول را نام ببرید.
- ۷- محیط و مساحت لوزی چگونه محاسبه می شود.
- ۸- هر یک متر، چند سانتی متر، چند دسی متر و چند میلی متر است؟ توضیح دهید.

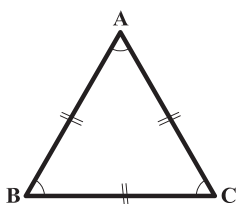
## ۲-۱- اصول ترسیمی اشکال هندسی



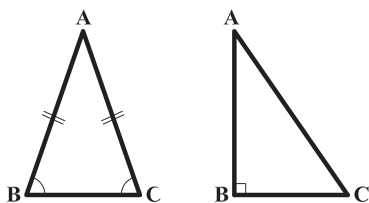
شکل ۱-۲



شکل ۲-۲



شکل ۳-۲



شکل ۴-۲

شکل ۵-۲

$$A = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$P = AB + BC + CA$$

برای ساختن هر جسم، باید ابتدا طرح و نقشه آن جسم را ترسیم نمود. لذا ترسیم کنندگان نقشه باید با اصول ترسیمات هندسی آشنا شوند تا بتوانند سطوح و احجام هندسی را با دقت زیاد ترسیم و از آن‌ها در نقشه‌های ساختمانی استفاده کنند و مساحت، محیط و حجم آن‌ها را محاسبه نمایند. شکل ۱-۲

مثلث:

«مثلث»، از اساسی‌ترین شکل‌ها در هندسه است. یک مثلث دارای سه رأس است که سه ضلع این رئوس را به هم وصل می‌کند. خط راستی که از یک رأس مثلث عبور کرده و برضلع مقابل آن رأس عمود می‌شود «ارتفاع» و ضلعی را که ارتفاع بر آن عمود می‌شود «قاعده» می‌گویند. «نیم‌ساز» یک زاویه از مثلث نیز خط راستی است که از یک رأس مثلث گذشته و آن زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم کند. ویژگی‌های مثلث شامل:

- مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.

- هر مثلث دارای سه ارتفاع، سه نیم‌ساز و سه میانه است (اشکال ۲-۲).

- مثلثی که دارای سه ضلع با طول‌های مساوی است و زوایای داخلی این مثلث نیز با هم برابرند «مثلث متساوی‌الاضلاع» گویند (شکل ۳-۲).

- مثلثی که دارای دو ضلع با طول‌های مساوی است و دو زاویه‌ی داخلی برابر دارد «مثلث متساوی‌الساقین» گویند (شکل ۴-۲).

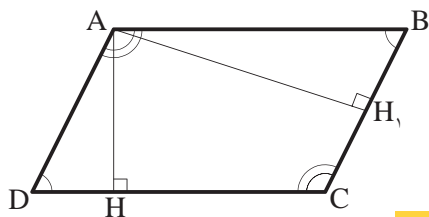
- مثلثی که یکی از زوایای آن ۹۰ درجه است «مثلث قائم‌الزاویه» تعریف می‌شود (شکل ۵-۲).

البته مثلث می‌تواند دارای سه ضلع با طول‌های مختلف و زوایای غیرمساوی نیز باشد.

مساحت هر مثلث از حاصل ضرب قاعده در نصف ارتفاع به دست می‌آید و محیط آن از مجموع سه ضلع محاسبه می‌گردد.

### متوازی الاضلاع: «متوازی الاضلاع» چهارضلعی ای

است که هر دو ضلع مقابل آن موازی باشند. در هر متوازی الاضلاع به فاصله‌ی عمودی دو ضلع مقابل به هم را «ارتفاع» می‌نامند. در شکل ۶-۲ اگر  $AH$  ارتفاع باشد،  $CD$  قاعده است و چنانچه  $AH_1$  ارتفاع باشد، پس  $BC$  قاعده خواهد بود.



شکل ۶-۲

$$BC \parallel AD, AB \parallel DC$$

از ویژگی‌های متوازی الاضلاع شامل:

- در هر متوازی الاضلاع، اضلاع مقابل با هم برابرند.

در شکل ۷-۲،  $AD=BC$  و  $AB=CD$  است.

- در هر متوازی الاضلاع، زاویه‌های مقابل برابرند.

$\angle A = \angle C$  و  $\angle D = \angle B$  هم‌چنین هر دو زاویه‌ی مجاور یک

ضلع، مکمل یکدیگرند. بنابراین:

$$\text{در ضلع } AB: \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\text{در ضلع } BC: \angle C + \angle D = 180^\circ$$

- در هر متوازی الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف

می‌کنند. در شکل ۸-۲،  $AC$  و  $BD$  یکدیگر را در نقطه‌ی

$O$  نصف کرده‌اند.

- در هر متوازی الاضلاع، نقطه‌ی تقاطع دو قطر، مرکز

تقارن آن شکل است. در شکل ۸-۲، نقطه‌ی  $O$  مرکز تقارن

متوازی الاضلاع است.

مساحت متوازی الاضلاع، از حاصل ضرب قاعده در

ارتفاع آن به دست می‌آید و محیط آن از حاصل جمع طول و

عرض ضرب در دو محاسبه می‌گردد.

**لوزی:** «لوزی» نوعی متوازی الاضلاع است که

چهارضلع آن با هم برابرند. بنابراین، لوزی کلیه‌ی ویژگی‌های

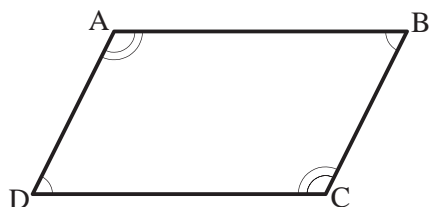
متوازی الاضلاع را داراست. در شکل ۹-۲ متوازی الاضلاع

$ABCD$  که است، یک لوزی است.

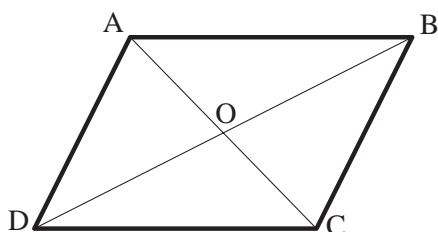
از ویژگی‌های لوزی شامل:

- در هر لوزی قطرها برهم عمودند و نیم‌ساز زوایای

داخلی‌اند و هر قطر محور تقارن لوزی است. بنابراین، لوزی دو محور تقارن دارد.



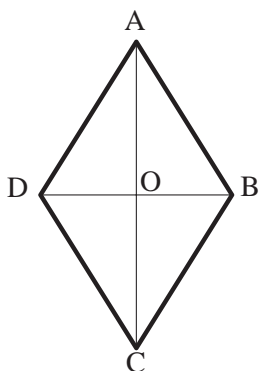
شکل ۷-۲



شکل ۸-۲

$$A = AH \times DC$$

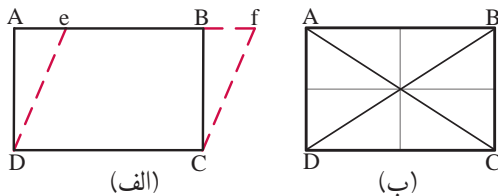
$$P = (AB + BC) \times 2$$



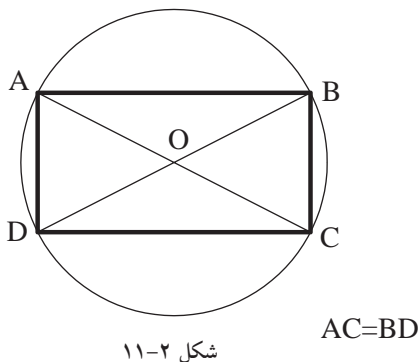
شکل ۹-۲

$$A = \frac{1}{2} (DB \times AC)$$

$$P = 4 \times AD$$



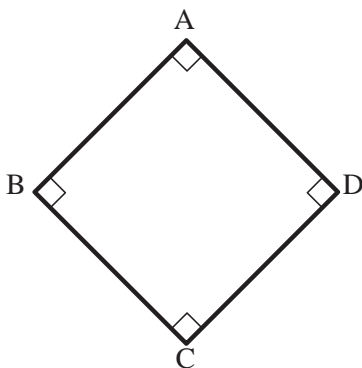
شکل ۱۰-۲



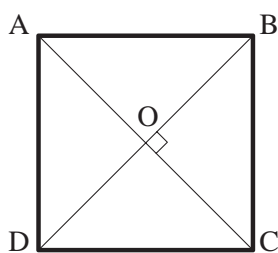
شکل ۱۱-۲

$$A = AD \times DC$$

$$P = 2 \times (AD + DC)$$



شکل ۱۲-۲



شکل ۱۳-۲

مساحت لوزی از نصف حاصل ضرب قطر بزرگ در قطر کوچک به دست می آید و محیط آن از حاصل ضرب اندازه‌ی یک ضلع در چهار محاسبه می شود.

**مستطیل:** «مستطیل» نوعی متوازی-الاضلاع است که

دارای زوایای قائمه است.

در شکل ۱۰-۲ الف، متوازی‌الاضلاع efCD به

مستطیل ABCD تبدیل شده است. بنابراین، مستطیل کلیه‌ی

ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را داراست.

در شکل ۱۰-۲ ب، متوازی‌الاضلاع ABCD یک مستطیل

است، زیرا  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$  می باشد.

از ویژگی‌های مستطیل شامل:

- اضلاع بزرگ تر AB و CD طول و اضلاع کوچک تر

BC و AD عرض مستطیل اند.

- خطی که وسط دو ضلع روبه‌رو را به هم وصل

می کند محور تقارن مستطیل است. بنابراین، مستطیل دو

محور تقارن دارد.

- قطرهای مستطیل با هم برابرند و منصف یکدیگرند.

- از چهار گوشه‌ی مستطیل یک دایره‌ی محیطی

می گذرد. نقطه‌ی O در مرکز آن دایره، محل تلاقی دو

قطر است. در شکل ۱۱-۲ دایره‌ی محیطی مستطیل ABCD به

مرکز O محل تلاقی دو قطر و به شعاع OA رسم شده است.

مساحت مستطیل از حاصل ضرب طول در عرض به

دست می آید. محیط مستطیل نیز از مجموع طول و عرض

ضرب در دو محاسبه می شود.

**مربع:** «مربع» نوعی لوزی بازوایای قائمه است.

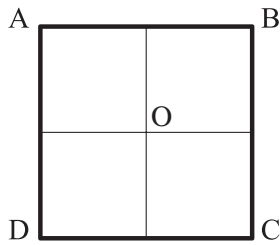
بنابراین، مربع کلیه‌ی ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع، مستطیل و

لوزی را دارد. در شکل ۱۲-۲ چهارضلعی ABCD یک مربع

است. از ویژگی‌های مربع:

- در هر مربع قطرها برهم عمود و با هم برابر و هر دو

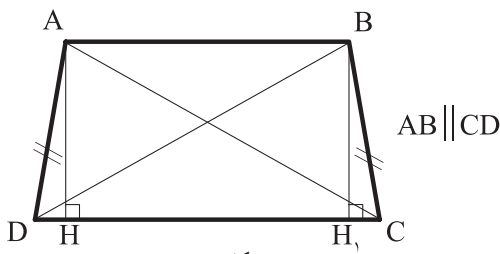
محور تقارن مربع اند (شکل ۱۳-۲).



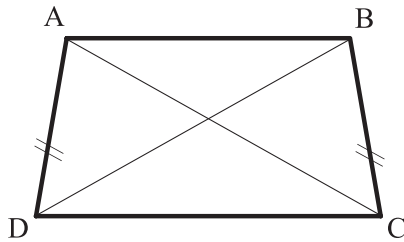
شکل ۲-۱۴

$$A = AD^2$$

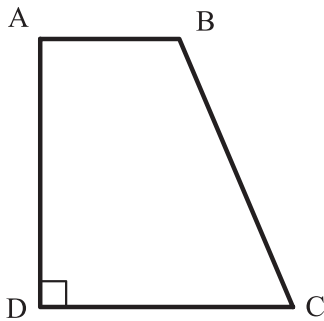
$$P = 4 \times AD$$



شکل ۲-۱۵



شکل ۲-۱۶ متساوی الساقین



شکل ۲-۱۷ قائم الزاویه

$$A = \frac{AB + DC}{2} \times AH$$

$$P = AB + BC + CD + AD$$

-به جز محورهای تقارن مزبور، خطی که وسط دو ضلع مقابل را به هم وصل می کند، محور تقارن مربع می باشد. بنابراین مربع چهارمحور تقارن به تعداد اضلاع دارد (شکل ۲-۱۴).

-مربع یک چهارضلعی منتظم است و کلیه ی ویژگی های چندضلعی منتظم را داراست.

مساحت مربع از حاصل ضرب یک ضلع مربع در خودش و محیط آن از ضرب یک ضلع در عدد چهار به دست می آید.

**ذوزنقه:** هر چهارضلعی که فقط دو ضلع آن با هم موازی باشد، «ذوزنقه» نامیده می شود.

در چهارضلعی ABCD دو ضلع موازی با هم یعنی AB و CD را «قاعده ها» و دو ضلع غیر موازی یعنی AD و BC را «ساق ها» و AH و BH<sub>1</sub> را «ارتفاع» می نامند (شکل ۲-۱۵).

اگر دو ساق ذوزنقه باهم مساوی باشند، ذوزنقه را «متساوی الساقین» و اگر یکی از ساق ها بر دو قاعده عمود باشد، ذوزنقه را «قائم الزاویه» می نامند (شکل ۲-۱۶ و شکل ۲-۱۷).

از ویژگی های ذوزنقه شامل:

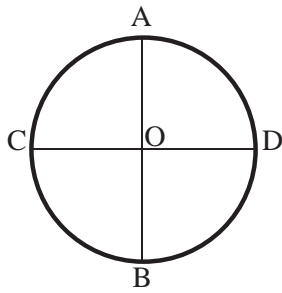
- در هر ذوزنقه دوزاویه ی مجاور بر هر ساق، مکمل یکدیگرند.

- در هر ذوزنقه متساوی الساقین دو قطر با هم و هم چنین دو زاویه ی مجاور به هر قاعده با هم برابرند (شکل ۲-۱۶).

$$\angle C = \angle D \text{ و } \angle A = \angle B \text{ و } AC = BD$$

مساحت ذوزنقه از حاصل ضرب نصف مجموع دو قاعده در ارتفاع و محیط آن از مجموع چهارضلع آن به دست می آید.

**دایره:** هنگامی که تعداد اضلاع چندضلعی منتظمی افزایش یابد و به بی نهایت نزدیک شود، چندضلعی جدید را، «دایره» می گویند. به عبارت دیگر، «دایره» منحنی بسته ای است که فاصله ی همه نقاط آن از مرکز به یک اندازه است.



شکل ۲-۱۸

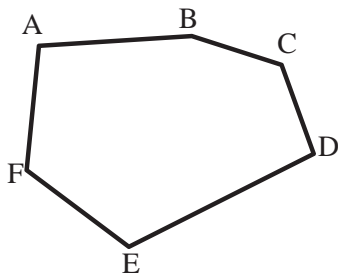
$$A = \pi r^2$$

$$P = 2\pi r$$

تعاریف دیگری نیز برای دایره آورده اند: مثلاً «دایره» مجموعه نقاطی از صفحه است که فاصله های آن ها از یک نقطه موسوم به مرکز مساوی یکدیگر باشند. پاره خط AB و CD دو قطر اصلی و عمود برهم دایره است که آن را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کند.

در دایره ی C، نقطه ی O مرکز و پاره خط OA شعاع دایره است. «شعاع» دایره، پاره خطی است که از مرکز دایره به محیط دایره وصل می شود (شکل ۲-۱۸).

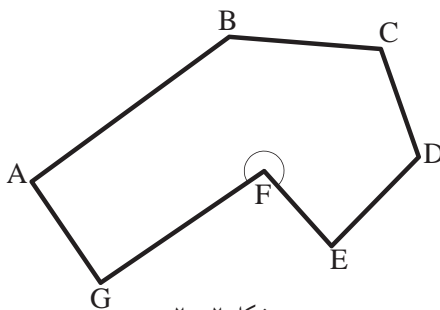
مساحت دایره از حاصل ضرب مجذور شعاع دایره در عدد  $\pi$  و محیط دایره از حاصل ضرب دو برابر شعاع دایره در عدد  $\pi$  محاسبه می شود.



شکل ۲-۱۹

**چندضلعی ها:** هر خط شکسته و بسته را «چندضلعی» می نامند. مثلث یک چندضلعی (سه ضلعی) است. اگر یکی از زوایای داخلی چندضلعی بزرگ تر از  $180^\circ$  درجه باشد، چندضلعی را «مقعر» و در غیر این صورت چندضلعی را «محدّب» می نامند.

شکل ۲-۱۹ ABCDEF یک چندضلعی «محدّب» است، زیرا در این چندضلعی زاویه ی بزرگتر از نیم صفحه وجود ندارد. تمام چندضلعی های منتظم، محدّب هستند.



شکل ۲-۲۰

شکل ۲-۲۰ ABCDEFG یک چندضلعی «مقعر» است، زیرا در آن زاویه ی بزرگتر از نیم صفحه وجود دارد.

دستورالعمل ترسیم مثلث با معلوم بودن طول سه ضلع:

طول سه ضلع یک مثلث به اندازه‌های

$$AB=4/5$$

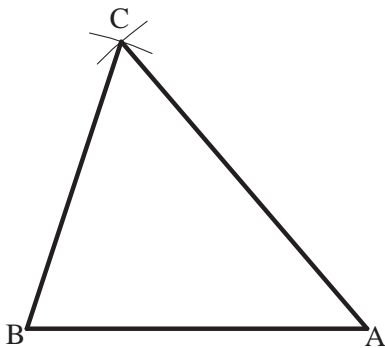
$$AC=5$$

$$BC=4$$

سانتی متر مفروض است.



شکل ۲-۲۱



شکل ۲-۲۲

### مراحل انجام کار:

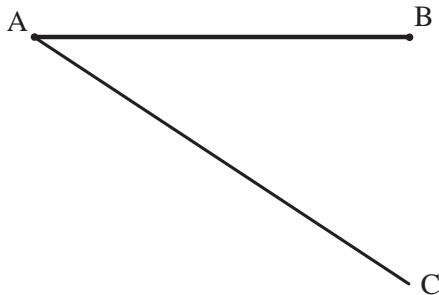
۱- ابتدا ضلع AB را به اندازه‌ی ۴/۵ سانتی متر ترسیم کنید (شکل ۲-۲۱).

۲- سپس به مرکز A و به شعاع AC یعنی ۵ سانتی متر یک قوس و به مرکز B و به شعاع BC یعنی ۴ سانتی متر قوس دیگری رسم کنید (شکل ۲-۲۲).

۳- این دو قوس همدیگر را در نقطه‌ی C رأس سوم مثلث قطع خواهند کرد.

دستورالعمل تقسیم پاره خط به قسمت‌های مساوی:

می‌خواهیم پاره خط AB را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم.



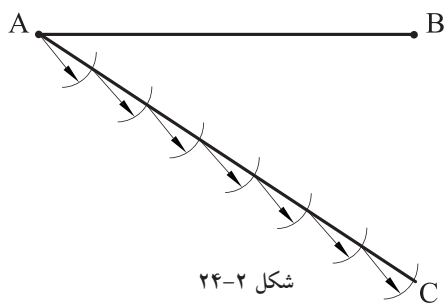
شکل ۲-۲۳

### مراحل انجام کار:

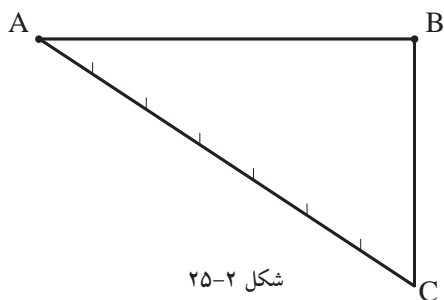
۱- ابتدا از نقطه‌ی A نیم خط AC را با طول مناسب، که به n قسمت قابل تقسیم و نسبت به پاره خط AB دارای زاویه‌ی حاده‌ی دلخواه (کم‌تر از ۹۰ درجه) است، رسم کنید (شکل ۲-۲۳).

اندازه‌ی طول نیم خط AC نیز دلخواه می‌باشد.

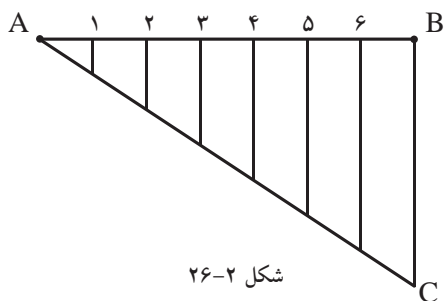




شکل ۲-۲۴



شکل ۲-۲۵



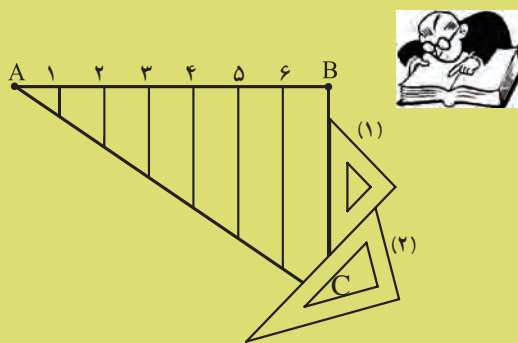
شکل ۲-۲۶

۲- نیم خط  $AC$  را به  $n$  قسمت مساوی تقسیم کنید. در این شکل به هفت قسمت شده است. برای تقسیم نیم خط  $AC$  لازم است دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی دلخواه باز کرده و از نقطه‌ی  $A$  به ترتیب کمان‌هایی را رسم کنید تا نیم خط  $AC$  را قطع کند. نیم خط  $AC$  را تا  $n$  قسمت تقسیم کنید (شکل ۲-۲۴).

۳- از نقطه  $C$  انتهای نیم خط  $AC$  را به نقطه‌ی  $B$  وصل کنید (شکل ۲-۲۵).

۴- از نقاط تقسیم بر روی نیم خط  $AC$  خطوطی موازی با خط  $BC$  رسم نمایید، تا پاره خط  $AB$  را در نقاط (۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱) قطع نماید. به این ترتیب پاره خط  $AB$  به  $n$  قسمت مساوی تقسیم می‌شود (شکل ۲-۲۶).

نکته: جهت ترسیم خطوط موازی با خط  $BC$ ، از روش رسم دو خط موازی با دو گونیا استفاده نمایید. ابتدا وتر گونیای ۱ را روی خط  $BC$  قرار دهید. سپس گونیای ۲ را زیر گونیای ۱ بگذارید. حال با ثابت نگه داشتن گونیای ۲، گونیای ۱ را تا نقطه‌ی ۶ حرکت داده و خط موازی را رسم کنید. به همین ترتیب برای نقاط دیگر عمل کنید.



پاسخ: .....



**خودآزمایی ۱:** خطی به طول ۹ سانتی متر را به ۸

قسمت مساوی تقسیم نمایید.

**خودآزمایی ۲:** خطی به طول ۸ سانتی متر را به ۱۰

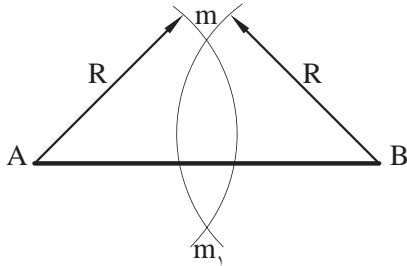
قسمت مساوی تقسیم کنید.

دستورالعمل ترسیم عمود منصف یک پاره خط:

پاره خط AB مفروض است.

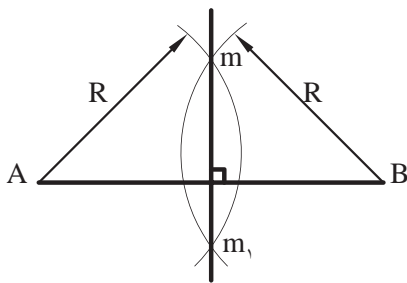
### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی  $R > \frac{AB}{4}$  باز نمایید. سپس به مرکزهای A و B کمان‌هایی رسم کنید تا یکدیگر را در نقطه‌ی m و  $m_1$  قطع کنند (شکل ۲-۲۷).



شکل ۲-۲۷

۲- دو نقطه‌ی m و  $m_1$  را به هم وصل کنید. خط حاصله عمود منصف پاره خط AB است (شکل ۲-۲۸).



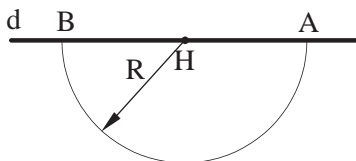
شکل ۲-۲۸

دستورالعمل ترسیم خط عمود بر یک خط، از یک نقطه واقع بر آن خط:

نقطه‌ی H و خط d مفروض است.

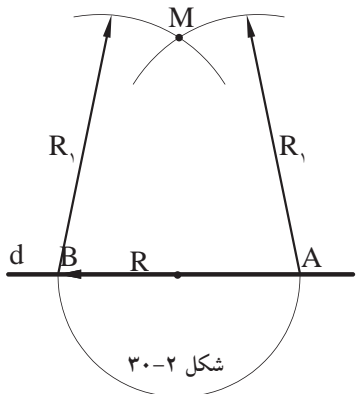
### مراحل انجام کار:

۱- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی شعاع دلخواه R باز نمایید. سپس به مرکز نقطه‌ی H بر روی خط d کمانی رسم کنید تا خط d را در دو نقطه‌ی A و B قطع کند (شکل ۲-۲۹).

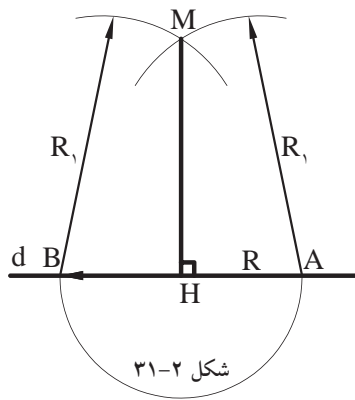


شکل ۲-۲۹

۲- مجدداً دهانه‌ی پرگار را بیش از R باز نمایید. سپس به مرکز نقاط A و B، و به شعاع  $R_1$  کمان‌های جدیدی رسم کنید تا یکدیگر را در نقطه‌ی M قطع کنند (شکل ۲-۳۰).

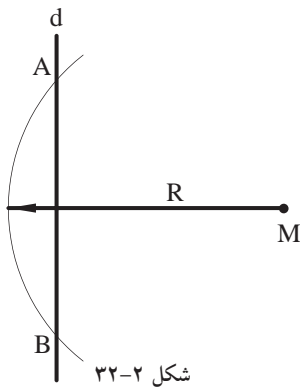


شکل ۲-۳۰



۳- نقطه‌ی M را به نقطه‌ی H وصل کنید تا پاره خط MH به دست آید. این خط همان خط عمود از نقطه‌ی H بر روی خط d است (شکل ۳۱-۲).

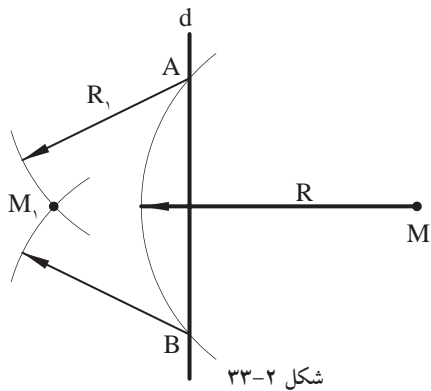
دستورالعمل ترسیم خط عمود بر یک خط، از یک نقطه خارج آن خط:



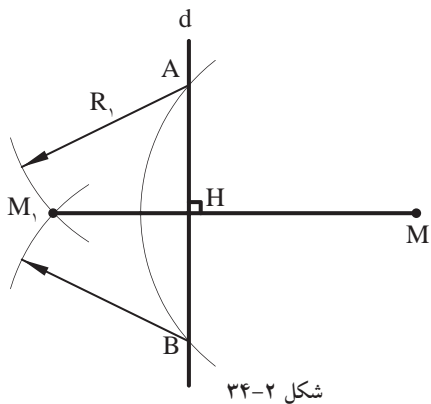
خط d و نقطه‌ی M در خارج خط مفروض است.

### مراحل انجام کار:

۱- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی شعاع دلخواه R (بیش تر از فاصله نقطه M تا خط d) باز نمایید. سپس به مرکز نقطه‌ی M کمانی ترسیم کنید تا خط d را در دو نقطه A و B قطع کند (شکل ۳۲-۲).



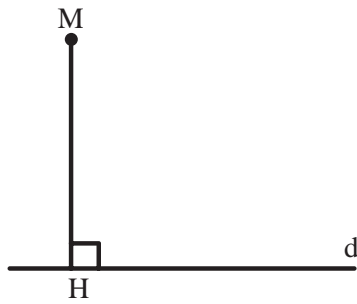
۲- مجدداً به مراکز A و B دو کمان به شعاع  $R_1$  یا شعاعی که مقدارش کم تر از  $\frac{AB}{4}$  نباشد، رسم کنید. به صورتی که دو کمان یکدیگر را در نقطه‌ی  $M_1$  قطع کنند (شکل ۳۳-۲).



۳- نقطه‌ی  $M_1$  را به نقطه‌ی M وصل کنید. پاره خط ترسیم شده، خط عمود از نقطه‌ی M بر خط d است (شکل ۳۴-۲).

دستورالعمل ترسیم خط موازی از یک نقطه خارج از یک خط:

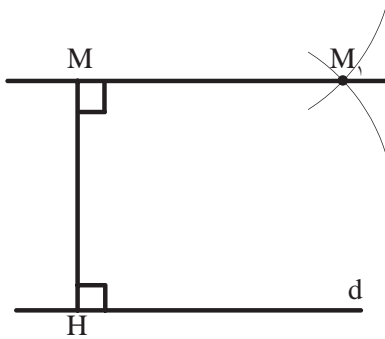
خط  $d$  و نقطه  $M$  در خارج خط  $d$  مفروض است.



شکل ۲-۳۵

مراحل انجام کار:

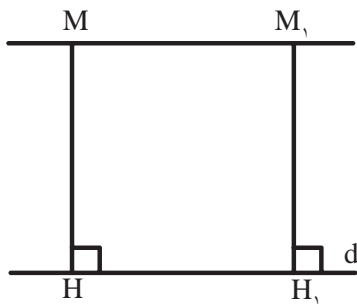
۱- از نقطه  $M$  خط عمود  $MH$  را مطابق با ترسیم عمود از یک نقطه خارج از خط مطابق با دستورالعمل گفته شده، ترسیم کنید (شکل ۲-۳۵).



شکل ۲-۳۶

۲- از نقطه  $M$  مطابق با دستورالعمل (۱-۴-۱۲) خط  $MM_1$  را عمود بر خط  $MH$  ترسیم کنید (شکل ۲-۳۶).

۳- خط  $MM_1$  موازی مورد نظر به دست می آید (شکل ۲-۳۷).



شکل ۲-۳۷



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

دستورالعمل ترسیم زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی  $ABC$ :

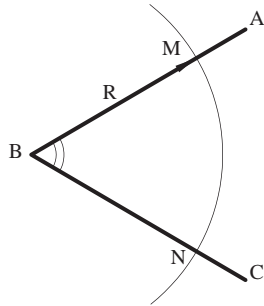
زاویه‌ی  $ABC$  مفروض است. اندازه‌ی زاویه‌ی  $ABC$

دلخواه است.

### مراحل انجام کار:

۱- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی شعاع دلخواه  $R$  باز

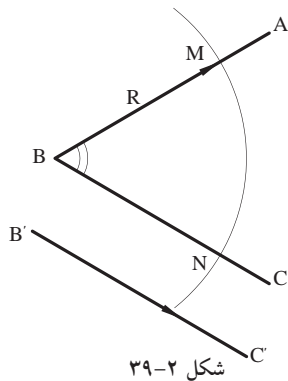
نمایید. سپس به مرکز  $B$  رأس زاویه قوسی ترسیم کنید تا اضلاع زاویه را در دو نقطه  $M$  و  $N$  قطع کند (شکل ۲-۳۸).



شکل ۲-۳۸

۲- سپس پاره خط  $B'C'$  را مساوی خط  $BC$  رسم

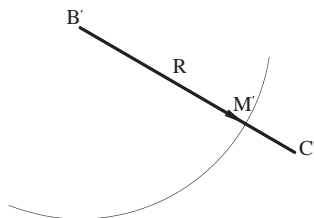
نمایید (شکل ۲-۳۹).



شکل ۲-۳۹

۳- به مرکز  $B'$  و به شعاع  $R=BM$  قوسی رسم کنید،

تا خط  $B'C'$  را در نقطه‌ی  $M'$  قطع کند (شکل ۲-۴۰).

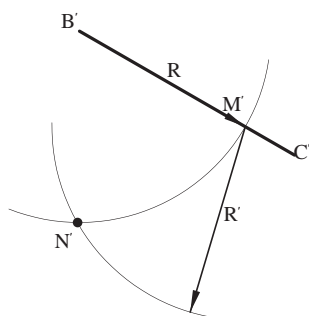


شکل ۲-۴۰

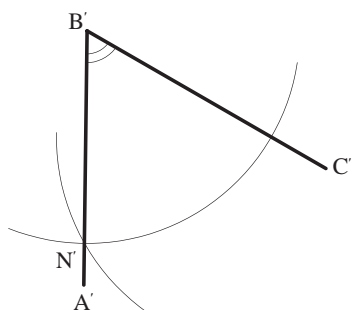
۴- به مرکز  $M'$  و شعاع  $R'=MN$  قوس دیگری رسم

کنید تا دو قوس یکدیگر را در  $N'$  قطع کنند

(شکل ۲-۴۱).



شکل ۲-۴۱

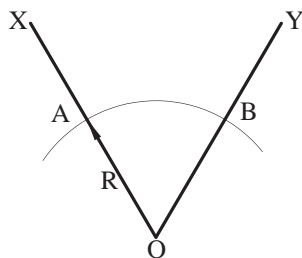


شکل ۴۲-۲

۵- از نقطه  $N'$  به  $B'$  وصل کنید و ادامه دهید تا زاویه‌ی  $A'B'C'$  مساوی زاویه‌ی  $ABC$  به دست آید (شکل ۴۲-۲).

دستورالعمل ترسیم نیم‌ساز زاویه:

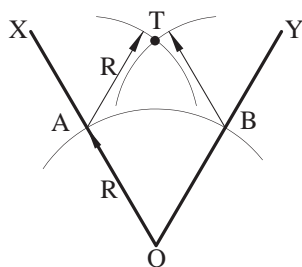
زاویه‌ی  $XOY$  به اندازه‌ی دلخواه مفروض است.



شکل ۴۳-۲

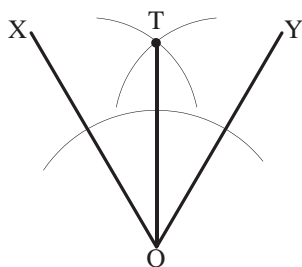
### مراحل انجام کار:

۱- به مرکز نقطه‌ی  $O$  رأس زاویه و به شعاع دلخواه  $R$  کمانی رسم کنید تا دو ضلع زاویه‌ی  $OY$  و  $OX$  را در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  قطع نماید (شکل ۴۳-۲).



شکل ۴۴-۲

۲- مجدداً از نقاط  $A$  و  $B$  دو کمان مساوی به شعاع  $R$  یا هر شعاع دیگر رسم نمایید، تا یکدیگر را در نقطه‌ی  $T$  قطع کنند (شکل ۴۴-۲).



شکل ۴۵-۲

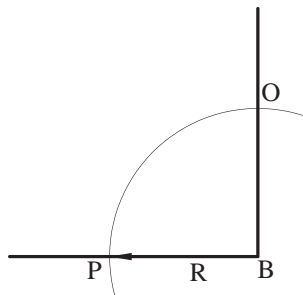
۳- از نقطه‌ی  $T$  به نقطه  $O$  وصل کنید. خط  $OT$  نیم‌ساز زاویه‌ی  $XOY$  است (شکل ۴۵-۲).

دستورالعمل تقسیم زاویه قائمه به سه قسمت مساوی:

زاویه قائمه ی ABC مفروض است.

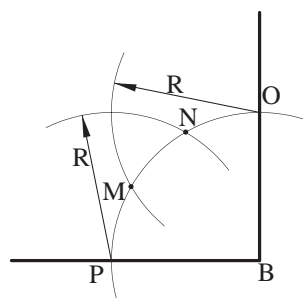
مراحل انجام کار:

۱- از نقطه ی B رأس زاویه، کمانی به شعاع R رسم کنید تا دو ضلع زاویه را در نقاط O و P قطع نماید (شکل ۴۶-۲).



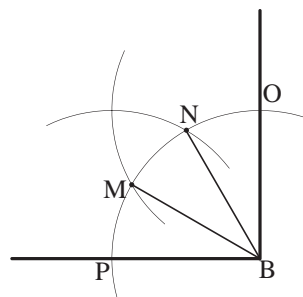
شکل ۴۶-۲

۲- مجدداً از نقاط O و P دو کمان به شعاع R رسم نمایید تا کمان OP را در دو نقطه ی M و N قطع کند (شکل ۴۷-۲).



شکل ۴۷-۲

۳- نقاط M و N را به مرکز زاویه ی قائمه، یعنی نقطه ی B وصل کنید. به این ترتیب زاویه ی قائمه به سه قسمت مساوی تقسیم می شود (شکل ۴۸-۲).



شکل ۴۸-۲

$$\angle PBM = \angle MBN = \angle NBO = 30^\circ$$

نکته:



از این روش برای تقسیم زاویه ی ۹۰ درجه به دو زاویه ی ۳۰ و ۶۰ درجه نیز استفاده

می شود.  $\angle OBN = 30^\circ$  و  $\angle NBP = 60^\circ$

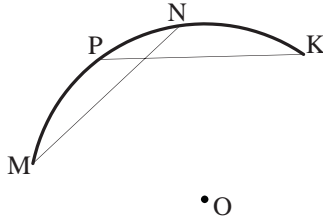
دستورالعمل یافتن مرکز یک کمان یا یک دایره:

یک کمان مفروض است.

### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا دو وتر دلخواه  $KP$  و  $NM$  را روی قوس

مفروض جدا کنید (شکل ۲-۹۴).

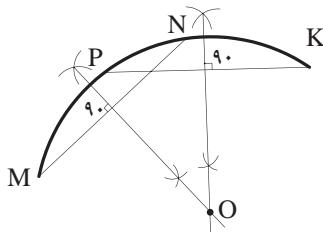


شکل ۲-۴۹

۲- عمود منصف دوپاره خط مذکور را رسم نمایید

(شکل ۲-۵۰). از محل برخورد دو عمود منصف، نقطه‌ی  $O$

مرکز کمان دایره به دست می‌آید.



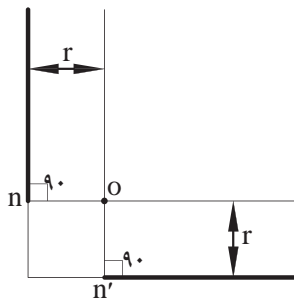
شکل ۲-۵۰

دستورالعمل ترسیم قوس با شعاع معین، مماس بر دو خط متقاطع مورد نظر:

رسم قوس در زوایای قائمه، حاده، منفرجه صورت

می‌گیرد. مفروضات این ترسیم، اندازه‌ی شعاع  $r$  و زاویه‌ی

بین دو خط است.



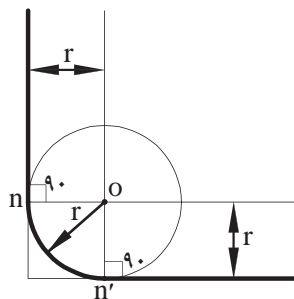
شکل ۲-۵۱

### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا دو خط، بازوویه‌ی معلوم نسبت به یکدیگر و به

موازات دو خط مفروض اولیه با فاصله‌ی  $r$  رسم کنید. این دو

خط همدیگر را در نقطه  $O$  قطع می‌کنند (شکل ۲-۵۱).



شکل ۲-۵۲

۲- سپس به مرکز نقطه‌ی  $O$  و به شعاع  $r$  قوسی رسم

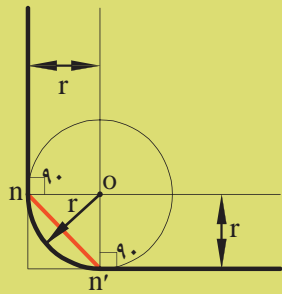
کنید. این قوس بر دو ضلع زاویه‌ی اولیه مماس خواهد بود

(شکل ۲-۵۲).



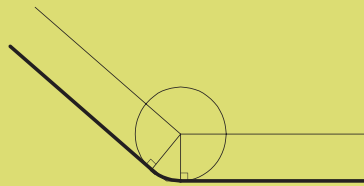


نکته: طول قوس مماس بر دو ضلع زاویه عبارت خواهد بود، برفاصله‌ی دو نقطه‌ای که دو عمود از نقطه‌ی  $O$  بر آن‌ها وارد می‌شود. فاصله‌ی  $nm'$  طول قوس مورد نظر است (شکل ۵۳-۲).

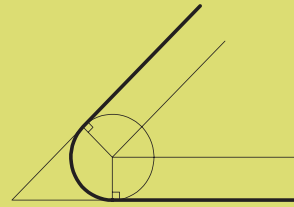


شکل ۵۳-۲

قوس در زوایای حاده و منفرجه نیز به همین روش ترسیم می‌گردد (شکل‌های ۵۴-۲ و ۵۵-۲).



شکل ۵۴-۲



شکل ۵۵-۲

دستورالعمل ترسیم دایره‌ی مماس بر دو خط موازی:

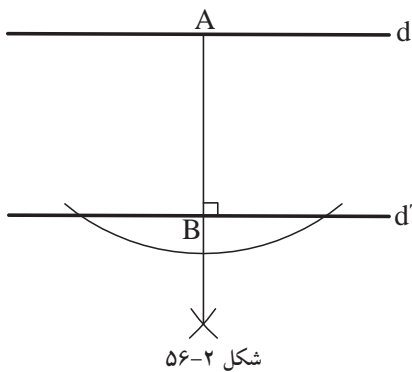
دو خط موازی  $d$  و  $d'$  مفروض است.

**تعریف:** دایره‌ی مماس بر دو خط موازی، دایره‌ای است که مرکز آن در وسط فاصله دو خط قرار می‌گیرد و شعاع آن نصف فاصله دو خط مورد نظر است.

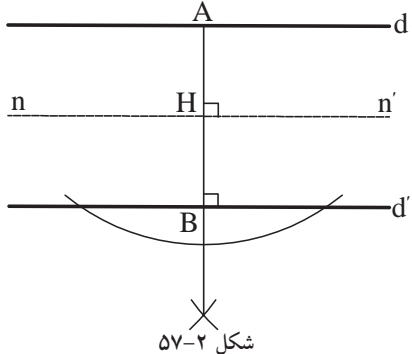
**مراحل انجام کار:**

۱- خط  $AB$  را عمود بر خطوط  $d$  و  $d'$  رسم کنید.

این ترسیم را می‌توانید طبق دستورالعمل‌های گفته شده انجام دهید (شکل ۵۶-۲).



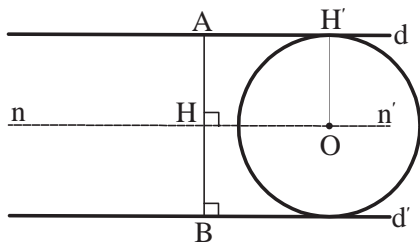
شکل ۵۶-۲



شکل ۵۷-۲

۲- عمود منصف خط  $AB$  را ترسیم کنید. عمود  $nn'$  خط

$AB$  را در نقطه‌ی  $H$  قطع می‌کند (شکل ۵۷-۲).

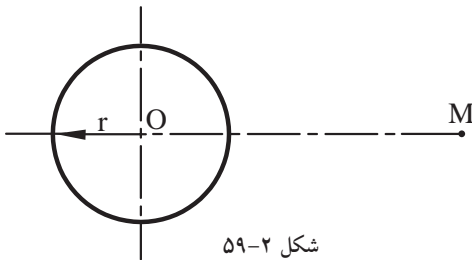


شکل ۵۸-۲

۳- روی خط  $nn'$  نقطه‌ای مانند  $O$  را در نظر بگیرید و دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاع  $OH'$  رسم کنید. این دایره بر دو خط موازی  $d$  و  $d'$  مماس است (شکل ۵۸-۲).

### دستورالعمل ترسیم خط مماس بر دایره:

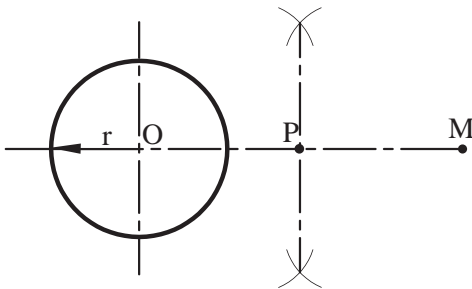
رسم مماس بر دایره به دو حالت صورت می‌گیرد؛  
الف) مماس بر دایره از یک نقطه‌ی خارج از دایره: شعاع  $r$  و فاصله‌ی  $OM$  مفروض است.



شکل ۵۹-۲

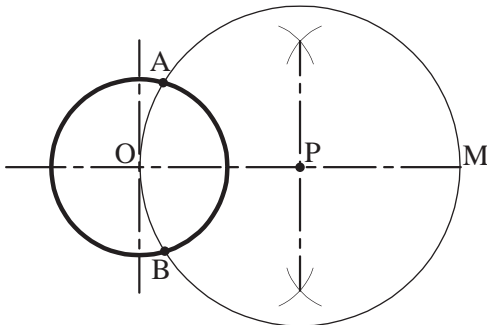
### مراحل انجام کار:

۱- از نقطه‌ی  $O$  و به شعاع  $r$  دایره‌ای رسم کنید (شکل ۵۹-۲).



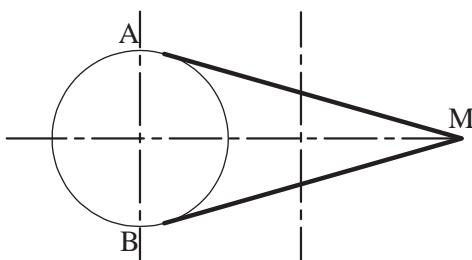
شکل ۶۰-۲

۲- از  $O$  به  $M$  وصل کنید و نقطه‌ی  $P$  را در وسط  $OM$  تعیین نمایید (شکل ۶۰-۲).



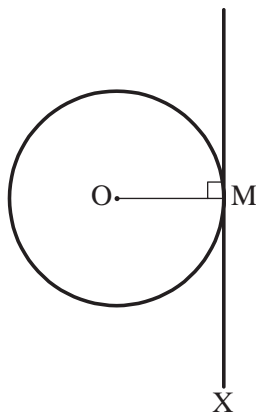
شکل ۶۱-۲

۳- به مرکز  $P$  و به شعاع  $PM$  کمانی ترسیم کنید که از نقاط  $M$  و  $O$  عبور کند و دایره‌ی مذکور را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع نماید (شکل ۶۱-۲).



شکل ۶۲-۲

۴- نقاط  $A$  و  $B$  نقاط تماس، خطوط مماس مورد نظر بر دایره‌اند. بنابراین، دو خط  $AM$  و  $BM$  دو خط مماس از نقطه‌ی  $M$  بر دایره‌اند (شکل ۶۲-۲).



شکل ۶۳-۲

ب) مماس بر دایره از یک نقطه بر روی دایره:  
دایره‌ی P و نقطه‌ی M بر روی دایره‌ی مذکور مفروض است.

### مراحل انجام کار:

۱- از نقطه‌ی M خط MX را بر OM شعاع دایره عمود کنید.

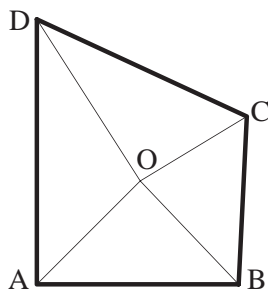
۲- خط MX مماس مورد نظر است. به عبارت دیگر خط مماس در نقطه‌ی تماس بر شعاع عمود است (شکل ۶۳-۲).

### دستورالعمل ترسیم دایره محاطی:

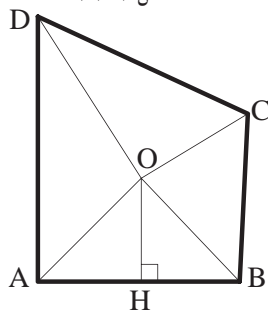
**تعریف:** «دایره‌ی محاطی»، دایره‌ای است که درون یک چندضلعی منتظم یا غیرمنتظم احاطه شده باشد، یعنی چندضلعی مماس بر محیط دایره است.

شرط چهارضلعی غیرمنتظم ABCD این است که اضلاع آن‌ها با هم برابر نبوده و مجموع دو ضلع مقابل با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر باشد.

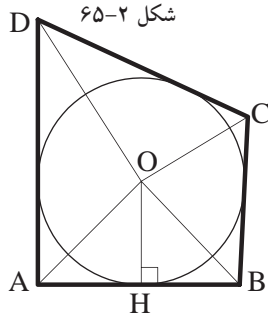
چهارضلعی غیرمنتظم ABCD مفروض است.



شکل ۶۴-۲



شکل ۶۵-۲



شکل ۶۶-۲

### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا نیم‌ساز هر یک از چهار رأس ABCD را رسم کنید. محل برخورد همه‌ی نیم‌سازها را نقطه‌ی O بنامید (شکل ۶۴-۲).

۲- از نقطه‌ی O عمود OH را ترسیم کنید.

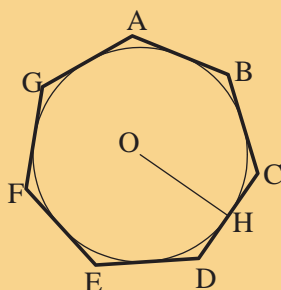
(شکل ۶۵-۲).

۳- دایره‌ای به مرکز O و به شعاع OH دایره‌ی محاطی

چهارضلعی ABCD است (شکل ۶۶-۲).

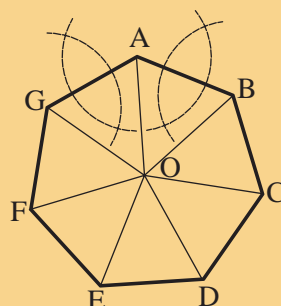


-عمود منصف OH شعاع دایره‌ی محیطی چند ضلعی منتظم خواهد بود (شکل ۲-۶۸).



شکل ۲-۶۸

-اگر چند ضلعی منتظم باشد، محل برخورد نیم‌ساز زاویه‌ها و عمود منصف اضلاع مرکز دایره‌ی محیطی خواهد بود (شکل ۲-۶۷).



شکل ۲-۶۷

### دستورالعمل ترسیم دایره‌ی محیطی:

**تعریف:** دایره‌ی محیطی، دایره‌ای است که محیط آن از رئوس چندضلعی‌ها می‌گذرد و چندضلعی را در بر می‌گیرد.

شرط چهارضلعی غیرمنتظم ABCD این است که زوایای آن‌ها با هم برابر نبوده و مجموع دو زاویه‌ی مقابل  $180^\circ$  درجه باشد.

چهارضلعی غیرمنتظم ABCD مفروض است.

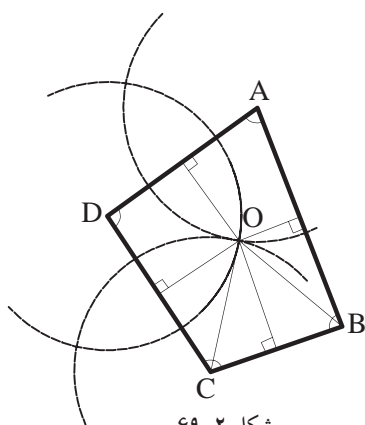
### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا عمود منصف‌های هر یک از اضلاع چهار ضلعی را رسم کنید.

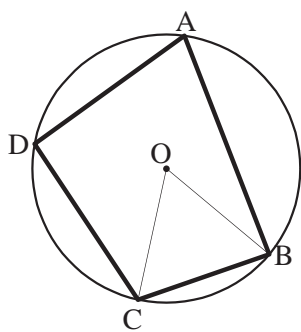
محل برخورد همه‌ی عمود منصف‌ها را نقطه‌ی O بنامید (شکل ۲-۶۹).

۲- از نقطه‌ی O دایره‌ای به شعاع OB و OC ترسیم کنید. تا دایره‌ی محیطی چهارضلعی غیرمنتظم ABCD به دست آید (شکل ۲-۷۰).

**خودآزمایی ۳:** مرکز و شعاع دایره‌ی محیطی مثلث متساوی‌الاضلاعی پیدا و ترسیم نمایید.



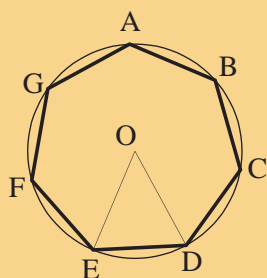
شکل ۲-۶۹



شکل ۲-۷۰

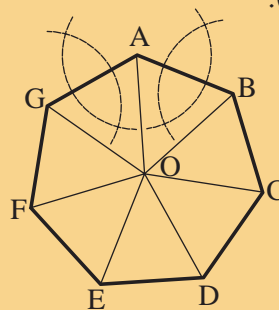


-دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاع  $OD$  یا  $OE$ ، دایره‌ی محیطی چندضلعی منتظم خواهد بود (شکل ۷۲-۲).



شکل ۷۲-۲

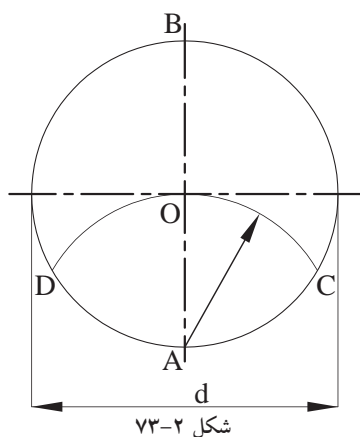
-اگر چندضلعی منتظم باشد، محل برخورد عمود منصف اضلاع مرکز دایره‌ی محیطی خواهد بود (شکل ۷۱-۲).



شکل ۷۱-۲

دستورالعمل تقسیم دایره به سه قسمت مساوی:

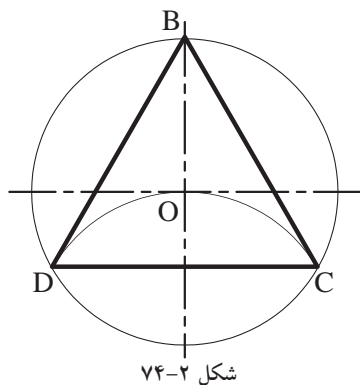
در تقسیم دایره به سه قسمت، باید مثلث متساوی-الاضلاع محاط در دایره را رسم نماییم. قطر  $d$  از دایره، مفروض است.



شکل ۷۳-۲

### مراحل انجام کار:

۱- از نقطه‌ی  $A$  یک سرقطر دایره، کمانی به شعاع  $OA$  رسم کنید به صورتی که از مرکز دایره (نقطه  $O$ ) بگذرد و محیط دایره را در دو نقطه‌ی  $C$  و  $D$  قطع کند (شکل ۷۳-۲).



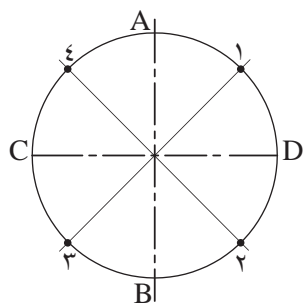
شکل ۷۴-۲

۲- نقاط  $B$  و  $C$  و  $D$  سردیگر قطر دایره، رأس مثلث خواهند بود. لازم است این سه نقطه را به هم وصل کنید تا سه ضلعی منتظم  $BCD$  حاصل شود (شکل ۷۴-۲).

## دستور العمل تقسیم دایره به چهار قسمت مساوی:

قطر  $d$  از دایره، مفروض است.

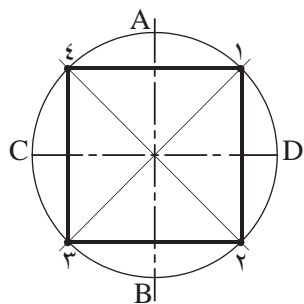
### مراحل انجام کار:



شکل ۷۵-۲

۱- دایره را به قطر  $d$  ترسیم کنید. سپس با گونیا  $45^\circ$  درجه، دو قطر مورب دایره را رسم نمایید. قطرها، محیط دایره را در نقاط ۱ و ۲ و ۳ و ۴ قطع می‌کند (شکل ۷۵-۲).

توجه داشته باشید گونیا را بر روی خط کش تی قرار دهید و قطرهای مورب را رسم کنید.



شکل ۷۶-۲

۲- چهار نقطه‌ی مذکور را به هم وصل کنید تا مربع مورد نظر به دست آید (شکل ۷۶-۲).

### بیش تر بدانیم

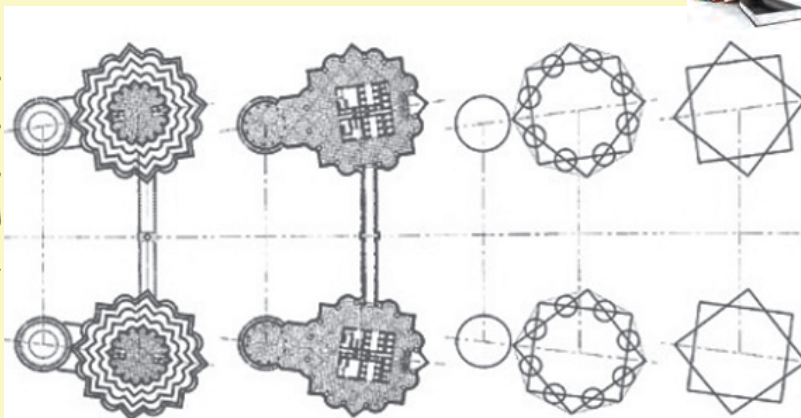
#### نمود هندسه در معماری



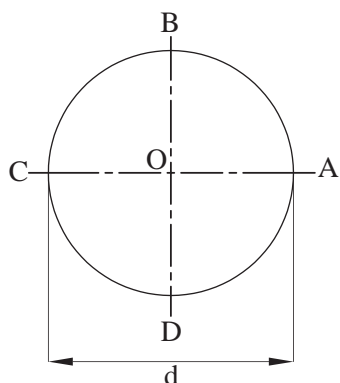
برج‌های دو قلوی پتروناس را همه‌ی ما می‌شناسیم. آیا می‌دانستید که طراحی معماری این برج‌ها بر اساس دو مربع ساده‌ی هندسه‌ی اسلامی که ستاره‌ای ۸ پر را می‌سازد انجام شده است و بازتاب‌کننده و حدت در عین کثرت، هماهنگی، پایداری و خرد است؟



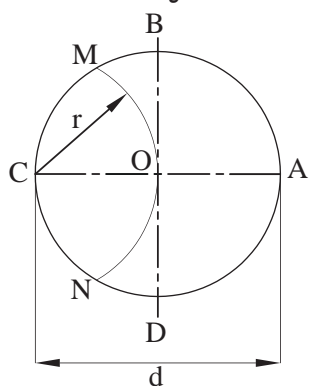
شکل ۷۷-۲



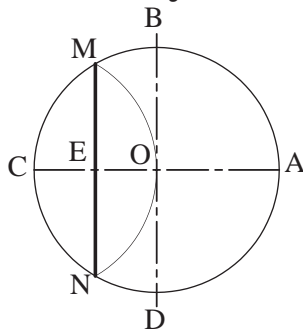
دستورالعمل تقسیم دایره به پنج قسمت مساوی:



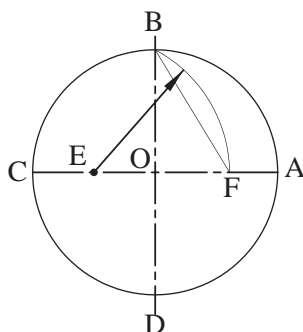
شکل ۷۸-۲



شکل ۷۹-۲



شکل ۸۰-۲



شکل ۸۱-۲

قطر  $d$  از دایره، مفروض است.

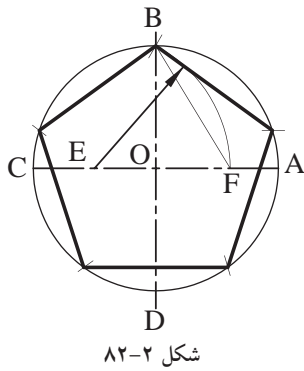
### مراحل انجام کار:

۱- با ترسیم دو خط عمود برهم، دایره‌ی مفروض را به مرکز تلاقی دو خط رسم نمایید. سپس محل برخورد این اقطار با محیط دایره را نام‌گذاری کنید (شکل ۷۸-۲).

۲- خط  $OC$  شعاع دایره را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. به این ترتیب که به مرکز  $C$  و به شعاع  $OC$  کمانی ترسیم کنید تا از مرکز دایره بگذرد و محیط دایره را در دو نقطه‌ی  $M$  و  $N$  قطع نماید (شکل ۷۹-۲).

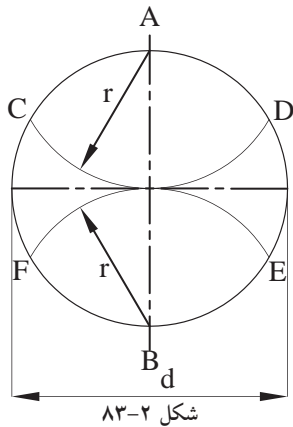
۳- نقاط  $M$  و  $N$  را به هم وصل کنید. پاره‌خط  $MN$  عمود منصف خط  $OC$  خواهد بود و آن را در نقطه‌ی  $E$  قطع می‌کند (شکل ۸۰-۲).

۴- حال به مرکز  $E$  و به شعاع  $BE$  کمانی ترسیم کنید تا این کمان از نقطه‌ی  $B$  عبور کند و خط  $OA$  را نیز در نقطه‌ی  $F$  قطع نماید (شکل ۸۱-۲).



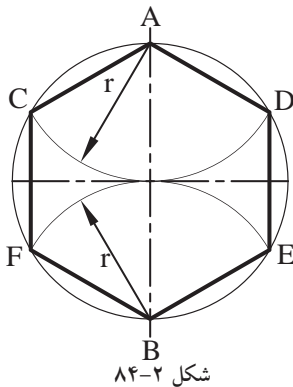
۵- فاصله ی BF اندازه طول یک ضلع پنج ضلعی خواهد بود. اندازه ی دهانه ی پرگار را به اندازه ی BF باز نمایید. سپس از نقطه B شروع کنید به کمان زدن، به این ترتیب محیط دایره، به پنج قسمت مساوی تقسیم می شود (شکل ۲-۸۲).

دستورالعمل تقسیم دایره به شش قسمت مساوی:



### مراحل انجام کار:

۱- با ترسیم دو خط عمود برهم، دایره ی مفروض را به مرکز تلاقی دو خط رسم نمایید. از نقاط A و B دوسر قطر دایره کمان هایی به شعاع (r) را چنان ترسیم کنید که دایره را در نقاط D و C و E و F قطع نماید (شکل ۲-۸۳).



۲- نقاط حاصل شده را به هم وصل کنید. شش ضلعی منتظم ADEBFC به دست می آید (شکل ۲-۸۴).

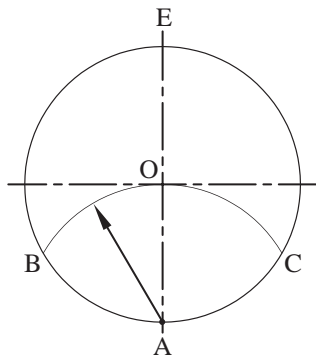
روش دیگر: دو خط عمود برهم را ترسیم و به مرکز تلاقی دو خط، دایره ی مذکور را رسم کنید. سپس دهانه ی پرگار را به اندازه ی شعاع دایره (r)، باز نموده و از نقطه ی A روی دایره کمانی رسم کنید. مجدداً از نقطه ی (B) کمانی دیگر رسم کرده تا دایره را در نقطه ی C قطع نماید. این کار را ادامه دهید تا دایره به ۶ قسمت مساوی تقسیم گردد.

شکل ۲-۸۵



دستور العمل تقسیم دایره به هفت قسمت مساوی:

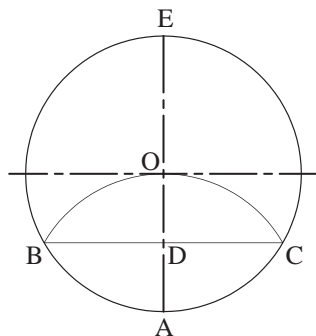
قطر  $d$  از دایره، مفروض است.



شکل ۸۶-۲

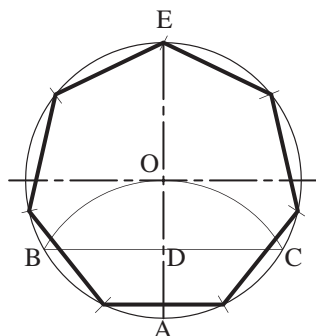
### مراحل انجام کار:

۱- با ترسیم دو خط عمود برهم، دایره‌ی مفروض را به مرکز تلاقی دو خط رسم نمایید. سپس از نقطه‌ی  $A$  به عنوان مرکز و به شعاع  $AO$  قوسی رسم کنید تا دایره را در نقاط  $B$  و  $C$  قطع نماید (شکل ۸۶-۲).



شکل ۸۷-۲

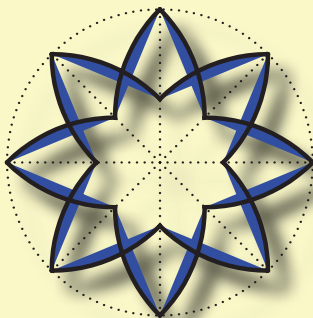
۲- پاره خط  $BC$  محور عمودی  $AE$  را در نقطه‌ی  $D$  قطع می‌کند. خط به دست آمده‌ی  $BD$ ، اندازه‌ی ضلع هفت ضلعی مورد نظر است (شکل ۸۷-۲).



شکل ۸۸-۲

۳- بنابراین، دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی  $BD$  باز نمایید. سپس از نقطه‌ی  $E$  شروع کنید و کمان‌هایی را روی دایره به ترتیب مشخص نمایید. به این ترتیب دایره، به هفت قسمت تقسیم می‌شود (شکل ۸۸-۲).

بیش تر بدانیم

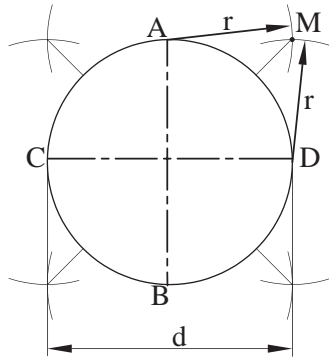


شکوه و زیبایی معماری ایران به ویژه در دوره اسلامی، به تزیین و آرایش آن بستگی دارد. هنرهای والای اسلامی از هنرهای تزیینی و کاربردی گرفته تا احداث بزرگ‌ترین بناهای مذهبی اهمیت و اعتبار ویژه‌ای دارد. تزییناتی چون آئینه‌کاری، آجرکاری، گچ‌بری، کاشی‌کاری، حجاری، منبت‌کاری و نقاشی در سراسر دوران اسلامی رواج داشته و در هر دوره‌ای با امکانات آن روزگاران پیشرفت کرده است.

شکل ۸۹-۲

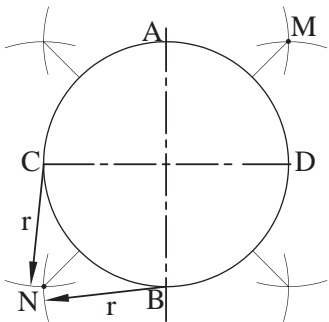
### مراحل انجام کار:

۱- دایره‌ای به قطر  $d$  مفروض است. ابتدا از نقاط  $A$  و  $D$  (محل برخورد دو قطر عمود برهم دایره با محیط دایره)، کمان‌هایی به شعاع  $r = \frac{d}{4}$  رسم نمایید. محل برخورد دو کمان را  $M$  بنامید (شکل ۹۰-۲).



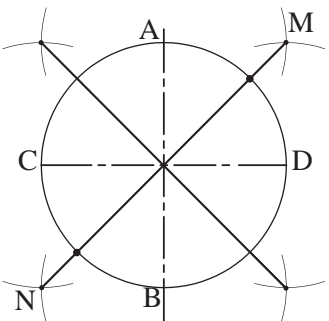
شکل ۹۰-۲

۲- همین کار را برای نقاط  $B$  و  $C$  و نقاط دیگر روی دایره انجام دهید، سپس محل برخورد دو کمان را  $N$  بنامید (شکل ۹۱-۲).



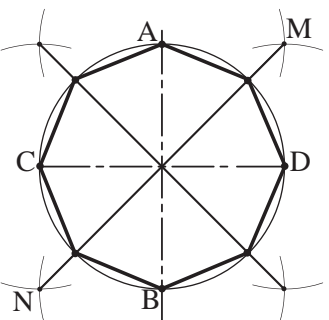
شکل ۹۱-۲

۳- نقاط  $M$  و  $N$  را به هم وصل کنید. از برخورد خط  $MN$  با محیط دایره، دو رأس هشت ضلعی به دست می‌آید (شکل ۹۲-۲).



شکل ۹۲-۲

۴- مطابق با مراحل ۱ تا ۳، رأس‌های دیگر هشت ضلعی را به همین ترتیب به دست آورید. با به هم وصل نمودن چهار نقطه‌ی به دست آمده و نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  هشت ضلعی مورد نظر ترسیم می‌شود (شکل ۹۳-۲).



شکل ۹۳-۲

دستورالعمل تقسیم دایره به  $n$  قسمت مساوی:

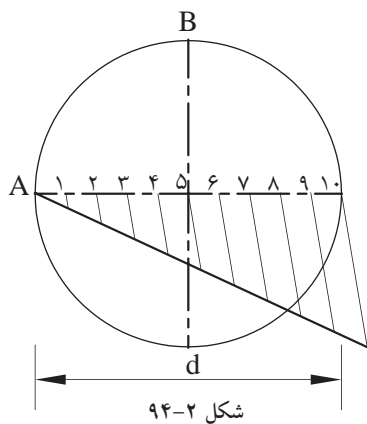
### مراحل انجام کار:

۱- دایره ای به قطر  $d$  مفروض است.

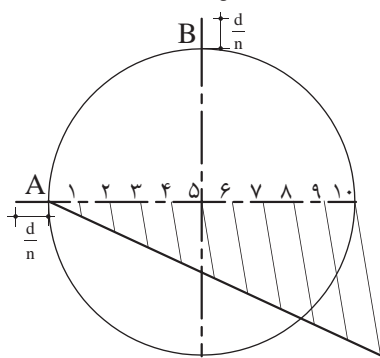
۲- به کمک روش تقسیم پاره خط به قسمت‌های

مساوی- قبلاً توضیح داده شده است- قطرافقی  $d$  را به  $n$

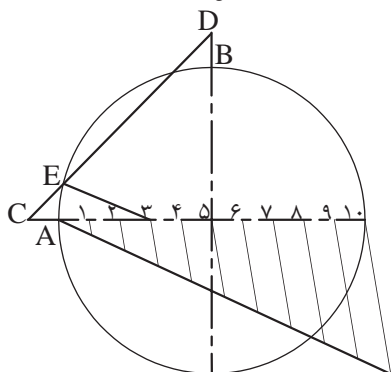
قسمت مساوی تقسیم کنید(شکل ۹۴-۲).



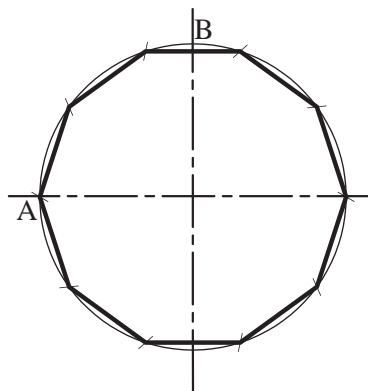
شکل ۹۴-۲



شکل ۹۵-۲



شکل ۹۶-۲



شکل ۹۷-۲

۳- از نقطه  $A$  روی محورافقی و نقطه  $B$  روی

محورعمودی به خارج از دایره، به اندازه  $\frac{d}{n}$  امتداد

دهید(شکل ۹۵-۲).

۴- نقاط حاصل شده را  $C$  و  $D$  بنامید و به یکدیگر

وصل نمایید، تا دایره را در نقطه  $E$  قطع نمایند. اگر نقطه‌ی

به دست آمده  $E$ ، به عدد ۳ متصل شود، خط  $E_3$  اندازه‌ی

طول ضلع کثیرالاضلاع خواهد بود(شکل ۹۶-۲).

۵- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی  $E_3$  باز کرده و از

نقطه‌ی  $A$  شروع نمایید. سپس دایره را با کمان‌هایی به  $n$

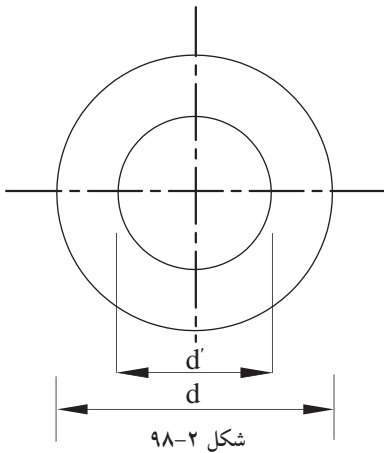
قسمت تقسیم نمایید(شکل ۹۷-۲).

## دستورالعمل رسم بیضی در دایره:

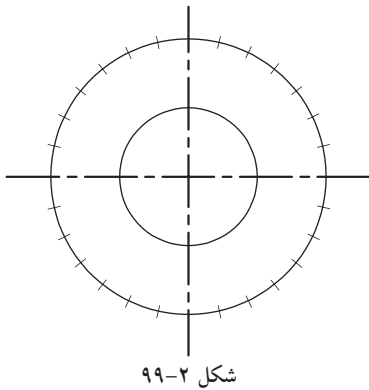
اندازه‌ی  $d$  و  $d'$  قطرهای دو دایره‌ی داخلی و خارجی مفروض است.

### مراحل انجام کار:

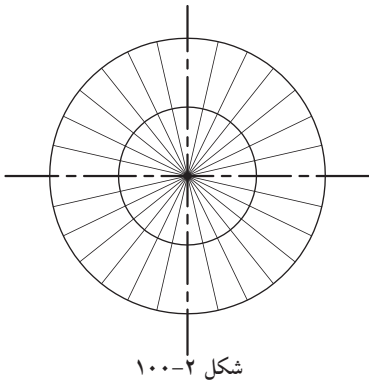
۱- ابتدا دو دایره‌ی متحدالمرکزی را با قطرهای  $d$  و  $d'$  ترسیم نمایید. قطر دایره‌ی کوچک‌تر، قطر کوچک بیضی و قطر دایره‌ی بزرگ‌تر، قطر بزرگ بیضی است (شکل ۹۸-۲).



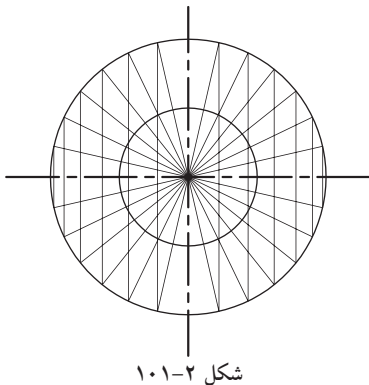
۲- روی دایره‌ی خارجی را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید. تعداد این تقسیمات دلخواه است. هرچه تعداد تقسیمات بیش‌تر باشد، بیضی به دست آمده دقیق‌تر و درست‌تر خواهد بود. در این مثال دایره ۲۸ قسمت شده است (شکل ۹۹-۲).



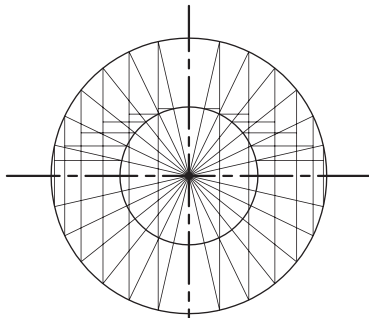
۳- خطوطی را از مرکز دایره‌ها به نقاط تقسیم روی محیط دایره‌ی خارجی وصل کنید، تا محیط هر دو دایره به قسمت‌های مورد نظر تقسیم شود (شکل ۱۰۰-۲).



۴- از نقاط تقسیم روی دایره‌ی خارجی، خطوط عمودی رسم کنید (شکل ۱۰۱-۲).

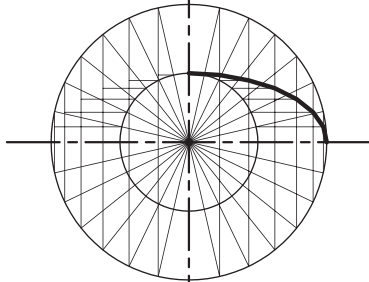


۵- از نقاط تقسیم دایره‌ی درونی، خطوط افقی ترسیم کنید (شکل ۲-۱۰۲).



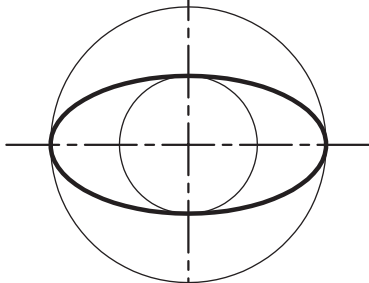
شکل ۲-۱۰۲

۶- خطوط عمودی و خطوط افقی ترسیم شده یکدیگر را قطع خواهند کرد و نقاط حاصل شده محیط بیضی را تشکیل می‌دهند (شکل ۲-۱۰۳).



شکل ۲-۱۰۳

۷- نقاط به دست آمده را با پیستوله به هم وصل کنید تا بیضی مورد نظر ترسیم شود (شکل ۲-۱۰۴).



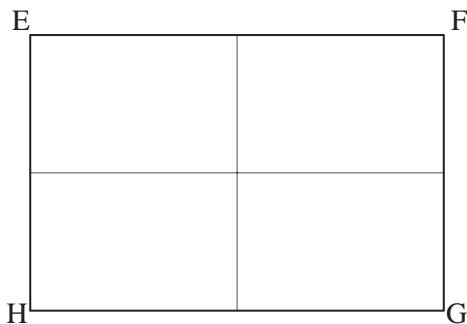
شکل ۲-۱۰۴

دستورالعمل رسم بیضی در مستطیل:

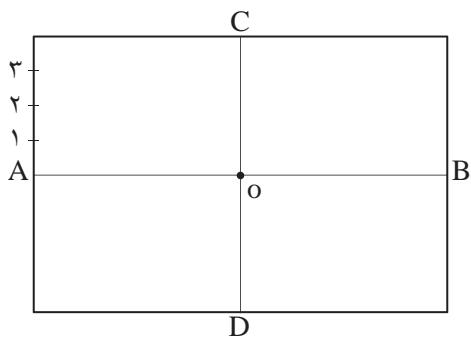
مستطیل EFGH مفروض است.

### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا مستطیلی رسم کنید که طول آن به اندازه‌ی قطر بزرگ بیضی و عرض آن به اندازه‌ی قطر کوچک بیضی باشد. سپس وسط اضلاع مستطیل را به هم وصل کنید تا مستطیل به چهار قسمت تقسیم شود (شکل ۲-۱۰۵).

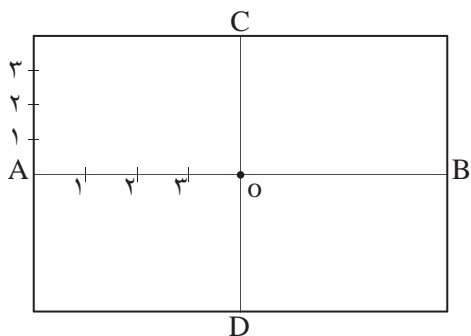


شکل ۲-۱۰۵



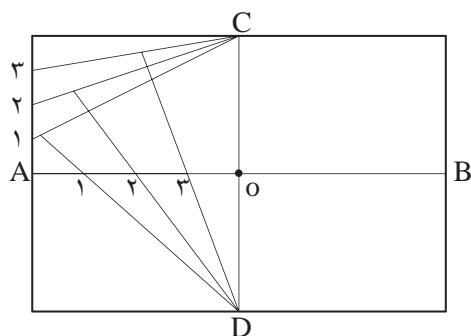
شکل ۱۰۶-۲

۲- سپس عرض مستطیل را از نقطه‌ی A به سمت بالا و پایین به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید و آن را شماره گذاری نمایید. سپس این نقاط را به C و D وصل کنید (شکل ۱۰۶-۲).



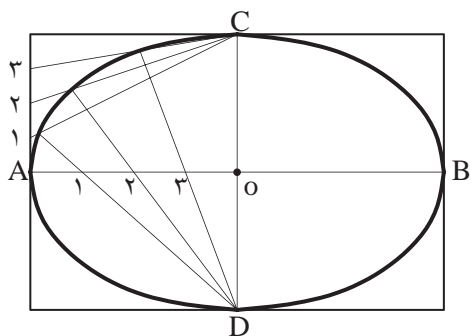
شکل ۱۰۷-۲

۳- قطر بزرگ بیضی AB را از نقطه‌ی A تا O به همان تعدادی که عرض مستطیل را تقسیم کرده اید، تقسیم و شماره گذاری نمایید (شکل ۱۰۷-۲).



شکل ۱۰۸-۲

۴- حال خطوط را از نقطه‌ی C به شماره‌ی اروی عرض مستطیل و از نقطه‌ی D نیز به شماره‌ی اروی قطر بزرگ بیضی (OA) وصل کنید. این دو خط همدیگر را در یک نقطه قطع خواهند کرد (شکل ۱۰۸-۲).



شکل ۱۰۹-۲

۵- به همین ترتیب در مورد شماره‌های دیگر عمل نمایید. مراحل ۲ تا ۵ را نیز برای سه قسمت دیگر مستطیل انجام دهید تا تمام بیضی ترسیم شود. با وصل نمودن نقاط حاصل شده (توسط پیستوله) بیضی حاصل می‌شود (شکل ۱۰۹-۲).

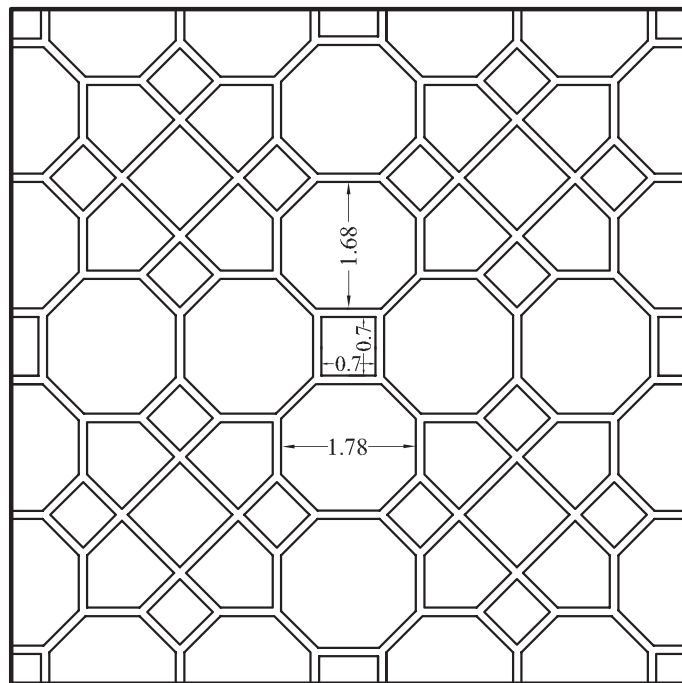
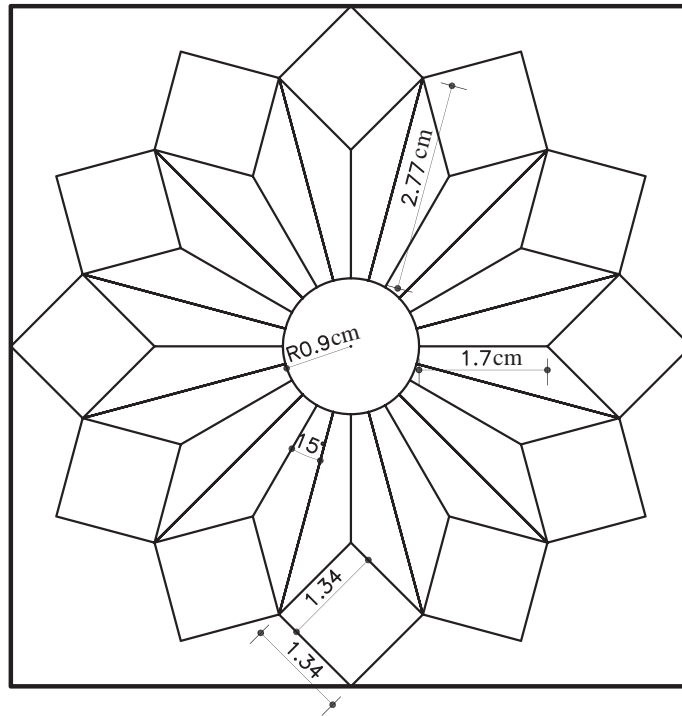
تمرین کارگاهی ۱: نمونه‌های کاربردی در شکل‌های ۱۱۰-۲ و ۱۱۱-۲ را با استفاده از ترسیمات ذکر شده بر روی

کاغذ  $A_4$  رسم نمایید.

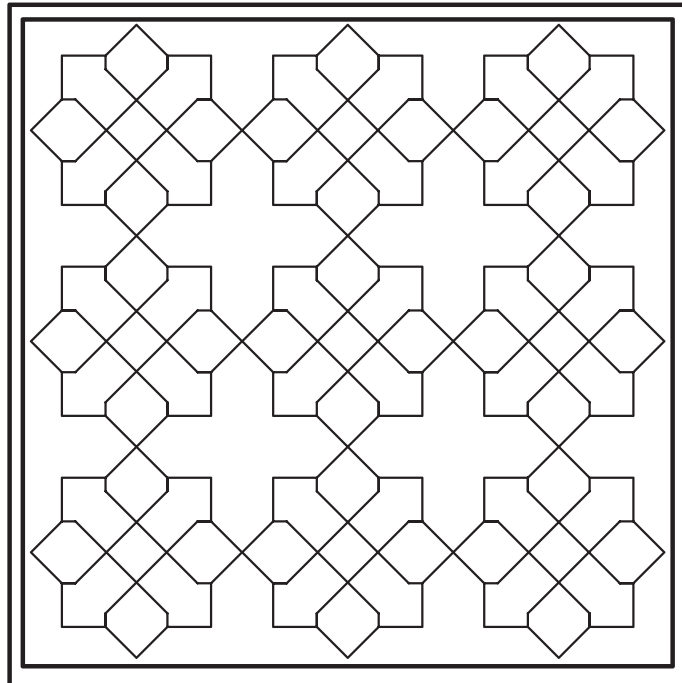
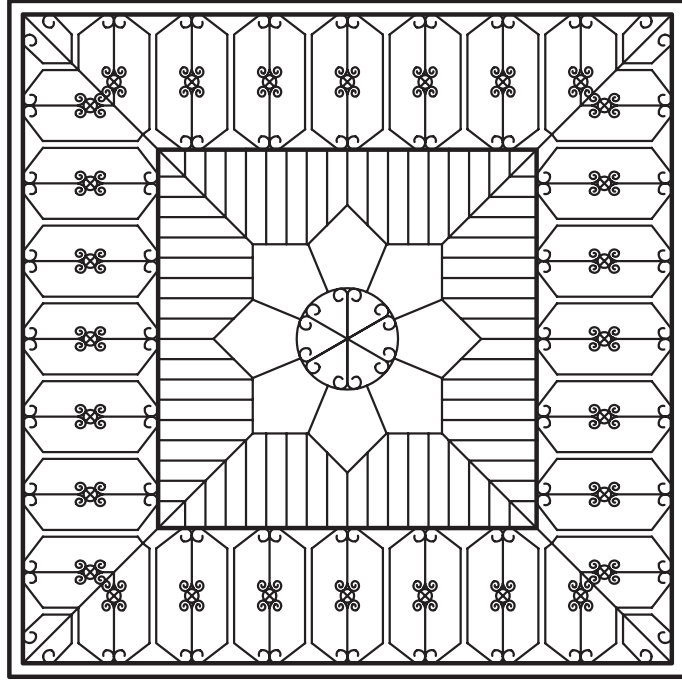
راهنمایی:

ابتدا مربع‌ها را به ابعاد  $9 \times 9$  سانتی متر ترسیم نمایید. سپس با استفاده از خط کش تی، گونیا و پرگار، ترسیمات مشخص شده

را در مربع‌ها رسم کنید.



شکل ۱۱۰-۲



شکل ۲-۱۱۱



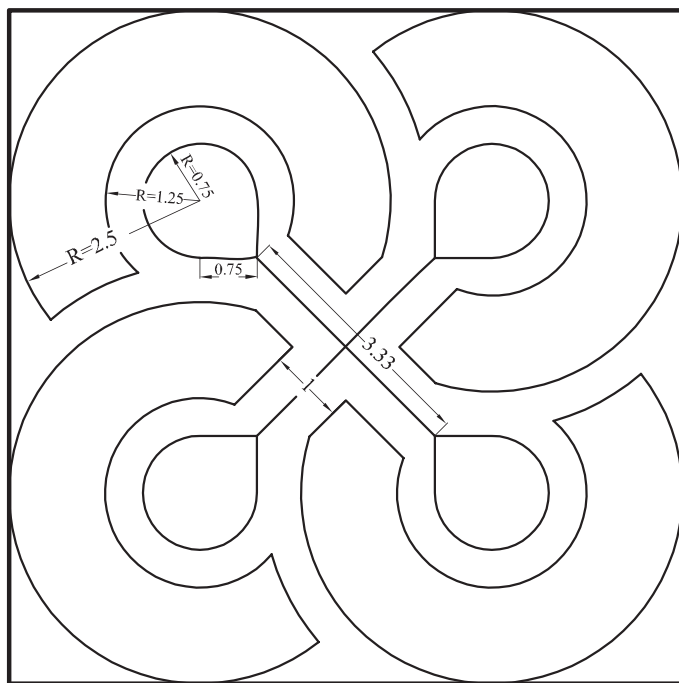
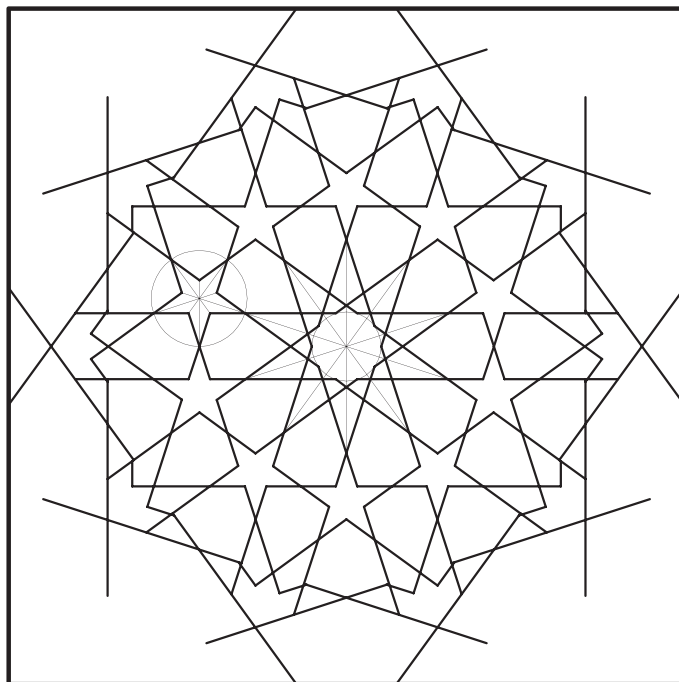
تمرین کارگاهی ۲: هریک از نقش‌های شکل ۲-۱۱۲ را با استفاده از ترسیمات ذکر شده بر روی کاغذ  $A_4$  رسم

نمایید.

### راهنمایی:

ابتدا مربع‌ها را به ابعاد  $9 \times 9$  سانتی‌متر ترسیم نمایید. سپس با استفاده از خط کش تی، گونیا و پرگار، ترسیمات مشخص شده

را در مربع‌ها رسم کنید.



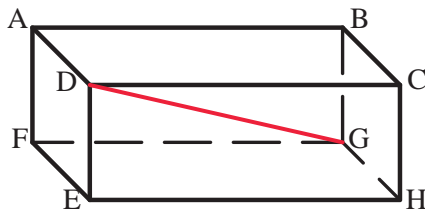
شکل ۲-۱۱۲

## ۲-۲-آشنایی با احجام هندسی ساده



شکل ۲-۱۱۳

آشنایی با احجام هندسی، موجود در محیط اطراف به ما کمک می‌کند تا از ترسیمات نقشه‌های مربوط به احجام غیرمتعارف، که هنوز ساخته نشده‌اند، تجسم بهتری داشته باشیم. احجام ساده‌ی هندسی پیرامون ما عبارت‌اند از مکعب، مکعب مستطیل، استوانه، هرم، منشور، مخروط، کره و... (شکل ۲-۱۱۳).



شکل ۲-۱۱۴

**مکعب مستطیل:** این حجم بیش‌ترین کاربرد را در فضاها‌ی مسکونی دارد. دارای شش وجه است و ممکن است به شکل مربع یا مستطیل باشد. مکعب مستطیل‌ها دارای ۸ رأس و ۱۲ یال<sup>۱</sup> اند و پاره‌خطی که دو رأس متقابل را به هم متصل می‌کند، «قطر» نام دارد (شکل ۲-۱۱۴).

حجم مکعب مستطیل از حاصل ضرب طول در عرض در ارتفاع به دست می‌آید.

$$V = a \times b \times h$$

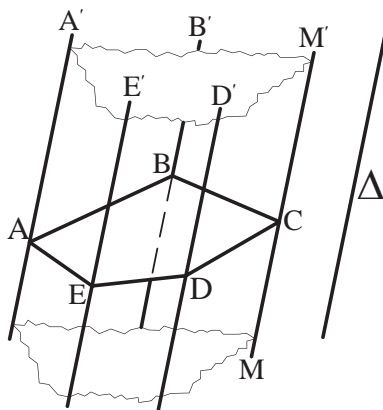
**مکعب:** به مکعب مستطیلی که تمام اضلاع آن با هم برابر باشند، «مکعب» گویند (شکل ۲-۱۱۵).

حجم مکعب برابر است با اندازه‌ی طول یک ضلع به توان ۳.

$$V = (a)^3$$



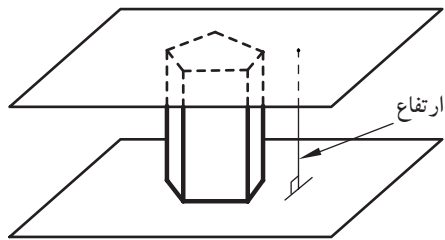
شکل ۲-۱۱۵



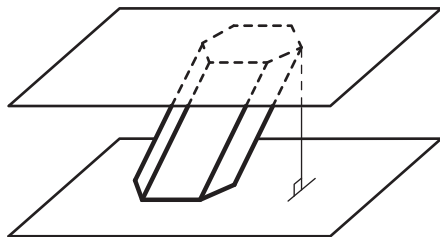
شکل ۲-۱۱۶

**منشور:** هرگاه خطی راست مانند  $MM'$  در فضا چنان تغییر مکان دهد که همواره با خط راست ثابتی مانند  $\Delta$  موازی باشد و بر اضلاع چندضلعی مسطحی مانند  $ABCDE$  متکی باشد، سطح نامحدودی ایجاد می‌شود که آن را «سطح منشوری» می‌نامند. خط  $MM'$  را «مولد» و خط‌هایی مشخص مانند  $AA'$  و  $BB'$  را «یال» می‌نامند (شکل ۲-۱۱۶).

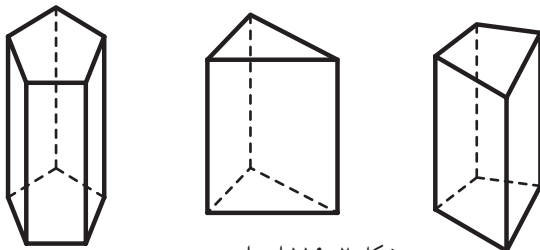
۱-محل برخورد دو سطح را «یال» می‌نامند.



شکل ۱۱۷-۲ منشور قائم



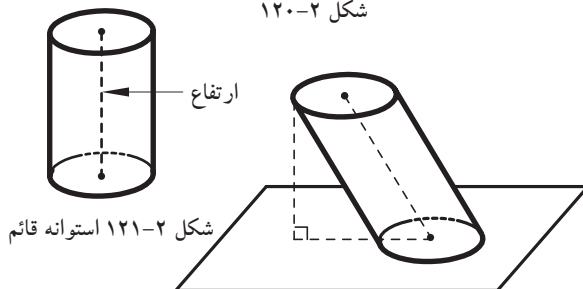
شکل ۱۱۸-۲ منشور مایل



شکل ۱۱۹-۲ از راست به چپ: منشور چهار ضلعی، منشور مثلثی، منشور پنج ضلعی



شکل ۱۲۰-۲



شکل ۱۲۱-۲ استوانه قائم

شکل ۱۲۲-۲ استوانه مایل

اگر قسمتی از این سطح را در نظر بگیریم که به دو صفحه‌ی متوازی به نام «قاعده» محدود باشد، منشور معمولی به دست می‌آید (شکل ۲-۱۱۷).

از ویژگی‌های منشور شامل:

- به پاره‌خطی که دو صفحه‌ی قاعده را به هم وصل می‌کند و بر دو قاعده عمود است «ارتفاع» منشور گفته می‌شود.

- اگر یال‌های جانبی منشور بر قاعده‌هایش عمود باشند، منشور را «قائم» و در غیر این صورت منشور را «مایل» می‌نامند (شکل ۲-۱۱۸).

- یال‌هایی را که بین دو وجه جانبی مشترک‌اند «یال‌های جانبی» منشور می‌نامند. یال‌های جانبی همه با هم موازی‌اند.

حجم منشور از حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع منشور به دست می‌آید.  $V = A \times h$

شکل ۲-۱۱۹ انواع منشور با قاعده‌های مختلف را نشان می‌دهد.

**استوانه:** «استوانه» شکلی است فضایی شبیه منشور، که قاعده‌های آن به جای چندضلعی دو دایره‌ی هم‌نهشت<sup>۱</sup> اند (شکل ۲-۱۲۰).

از ویژگی‌های استوانه شامل:

- اگر محور استوانه یعنی پاره‌خطی که مرکز دو قاعده را به هم وصل می‌کند بر قاعده عمود باشد، آن را استوانه‌ی «قائم» و در غیر این صورت استوانه را «مایل» می‌نامند (شکل ۲-۱۲۱ و شکل ۲-۱۲۲).

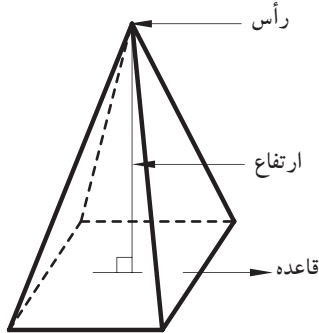
- در استوانه‌ی قائم، محور استوانه، همان ارتفاع آن است.

حجم استوانه از حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع به دست می‌آید.  $V = A \times h$

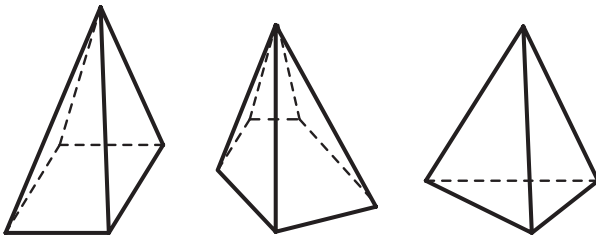
۱- هرگاه دو شکل، کاملاً یکدیگر را پیوشانند و برهم منطبق باشند «هم‌نهشت» هستند.



شکل ۲-۱۲۳



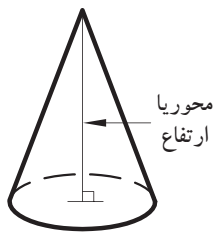
شکل ۲-۱۲۴



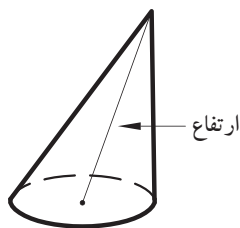
شکل ۲-۱۲۵ از راست به چپ:  
هرم مثلثی، هرم پنج ضلعی، هرم مربعی



شکل ۲-۱۲۶



شکل ۲-۱۲۷ هرم قائم



شکل ۲-۱۲۸ هرم مایل

**هرم:** «هرم» چند وجهی ای است که همه ی وجه های آن به جز یکی، در یک رأس مشترک اند. این رأس مشترک را «رأس هرم» و وجه روبه روی آن را «قاعده ی هرم» می نامند. به وجه های دیگر هرم «وجه های جانبی» می گویند (شکل ۲-۱۲۳).

از ویژگی های هرم شامل:

۱- ارتفاع هرم پاره خطی است که از رأس هرم بر قاعده ی آن عمود است (شکل ۲-۱۲۴).

۲- اگر قاعده ی هرم یک چندضلعی منتظم و پای ارتفاع هرم، مرکز قاعده ی آن باشد هرم را «منتظم» می نامیم. شکل ۲-۱۲۵ انواع هرم را نشان می دهد.

۳- مساحت هرم از حاصل ضرب یک سوم مساحت قاعده در ارتفاع هرم به دست می آید.

$$V = \frac{1}{3} A \times h$$

**مخروط:** «مخروط» شکلی فضایی شبیه هرم است که قاعده ی آن به جای چندضلعی، به شکل دایره است (شکل ۲-۱۲۶). از ویژگی های مخروط:

۱- پاره خطی که رأس مخروط را به مرکز قاعده ی آن وصل می کند «محور مخروط» می گویند.

۲- اگر محور مخروط بر قاعده ی آن عمود باشد، مخروط را «قائم» و در غیر این صورت مخروط را «مایل» می نامیم. در مخروط قائم، محور مخروط «ارتفاع» آن نیز هست (شکل ۲-۱۲۷ و شکل ۲-۱۲۸).

۳- حجم مخروط نیز همانند هرم از حاصل ضرب یک سوم مساحت قاعده در ارتفاع به دست می آید.

$$V = \frac{1}{3} A \times h$$



شکل ۲-۱۲۹

**کره:** «کره» مکان هندسی تمام نقاطی از فضا است که از یک نقطه‌ی ثابت به نام «مرکز» به یک فاصله باشند. این فاصله‌ی ثابت «شعاع» کره نامیده می‌شود؛ مانند (شکل ۲-۱۲۹).

حجم و مساحت کره از فرمول‌های زیر به دست

می‌آید.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$A = 4\pi r^2$$

### تمرین کارگاهی ۱: حجم و سطح کره‌ای با شعاع ۳

سانتی متر را محاسبه نمایید.

**تمرین کارگاهی ۲:** حجم هرمی را با ارتفاع ۲ سانتی متر و مساحت قاعده‌ی آن ۶ سانتی متر مربع محاسبه نمایید.

**تمرین کارگاهی ۳:** ارتفاع مثلثی نصف قاعده‌ی آن است. اگر مساحت مثلث ۲۵ سانتی متر مربع باشد، طول قاعده را بیابید.

**تمرین کارگاهی ۴:** مربعی به ضلع  $a$  را حول یکی از اضلاعش دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل شده چه قدر است؟

**تمرین کارگاهی ۵:** اگر قاعده‌ی یک منشور قائم مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۶ سانتی متر و ارتفاع آن ۱۲ سانتی متر باشد. مساحت قاعده و حجم منشور را محاسبه کنید.

**تمرین کارگاهی ۶:** اندازه‌ی محیط زمین مستطیل شکلی ۵۰۰ متر و نسبت طول به عرض آن  $\frac{3}{2}$  است. اندازه‌ی مساحت زمین را به دست آورید.

**تمرین کارگاهی ۷:** مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین ۱۸ سانتی متر است. اندازه‌ی هر کدام از ساق‌ها چه قدر است.

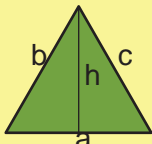

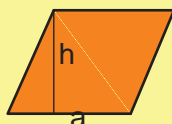

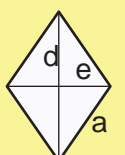

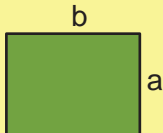
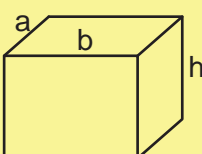

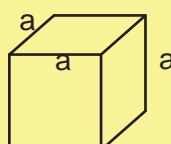
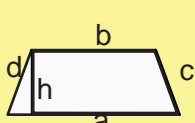
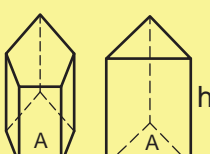
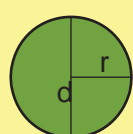
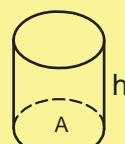
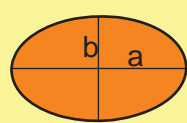


**تمرین کارگاهی ۸:** محیط متوازی‌الاضلاعی ۱۶ و یک ضلع آن ۲ و ارتفاع آن  $\frac{1}{5}$  سانتی متر است. مساحت متوازی‌الاضلاع را محاسبه کنید.

**تمرین کارگاهی ۹:** شعاع یک مخروط دوار  $a$  و ارتفاع آن  $b$  است. اگر شعاع و ارتفاع مخروط به ترتیب ۵ و ۲ برابر شود، حجم مخروط چند برابر می‌شود.

پاسخ:



جدول ۱- خلاصه‌ی محاسبات مساحت (A) محیط (P) و حجم (V) سطوح واحجام هندسی

	$A = \frac{1}{2} h \times a$ $P = a + b + c$		$V = \frac{1}{3} A \times h$
	$A = h \times a$ $P = 2(a + b)$		$V = \frac{1}{3} A \times h$
	$A = \frac{1}{2} (d \times e)$ $P = 4a$		$V = \frac{1}{3} A \times h$
	$A = a \times b$ $P = 2 \times (a + b)$		$V = a \times b \times h$
	$A = a^2$ $P = 4 \times a$		$V = (a)^3$
	$A = \frac{a+b}{2} \times h$ $P = a + b + c + d$		$V = A \times h$
	$A = \pi r^2$ $P = 2\pi r$		$V = A \times h$
	$A = \pi \frac{a}{2} \times \frac{b}{2}$ <p>و b اندازه‌ی افطار بیضی است.</p>		$V = \frac{1}{3} A \times h$
			$V = \frac{4}{3} \pi r^3$ $A = 4\pi r^2$

## ۲-۳- سیستم‌های اندازه‌گیری

در دنیای امروز انواع مختلف سیستم‌های اندازه‌گیری مورد استفاده قرار می‌گیرد. در اینجا به دو نمونه از سیستم‌های رایج بین‌المللی آن اشاره می‌شود.

**الف) سیستم متریک:** سیستم متریک یکی از سیستم‌های بین‌المللی است که بر پایه‌ی ۶ واحد اصلی قرارداد دارد. جدول ۲-۲ واحدهای اصلی سیستم متریک را نشان می‌دهد.

بیشترین کاربرد آن بر مبنای سه کمیت طول، جرم و زمان است. به همین دلیل این سیستم، با علامت اختصاری (M.K.S) یا (C.G.S) معروف است.

جدول ۲-۲


علامت	واحد	کمیت
M	متر	طول
KG	کیلوگرم	جرم
S	ثانیه	زمان
A	آمپر	جریان الکتریکی
K	کلوین	حرارت ترمودینامیکی
Cd	کاندلا	شدت تابش نور

جدول ۲-۳

تبدیل اجزای متر			
۱	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰
m	dm	cm	mm
متر	دسی متر	سانتی متر	میلی متر

جدول ۲-۴

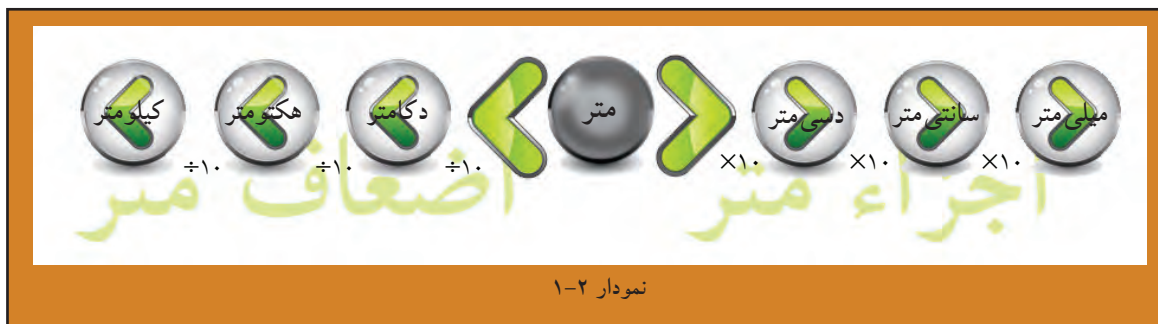
تبدیل اضعاف متر			
۱	۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۱
m	dkm	hm	Km
متر	دکامتر	هکتومتر	کیلومتر

 - واحدهای اندازه‌گیری طول در سیستم متریک «متر» است.

**- تبدیل واحد طول در سیستم متریک:** واحد طول در سیستم متریک به اجزاء (واحد کوچک‌تر) و اضعاف (واحد بزرگ‌تر) تقسیم می‌شود، این واحدها قابل تبدیل به یکدیگرند.

در جدول ۲-۳ نحوه‌ی تبدیل اجزای متر به یکدیگر و در جدول ۲-۴ نحوه‌ی تبدیل اضعاف متر به یکدیگر را نشان می‌دهد.

در نمودار ۲-۱ نیز نحوه‌ی تبدیل متر به اجزای متر و اضعاف متر را نشان می‌دهد. هرگاه بخواهید متر را به اجزای آن تبدیل کنید، باید بر ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ تقسیم کنید و بالعکس برای تبدیل متر به اضعاف در ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ضرب نمایید.



جدول ۲-۵

علامت	واحد	کمیت
in	اینچ	طول
lb	پوند	جرم
s	ثانیه	زمان

جدول ۲-۶

تبدیل واحدهای اندازه گیری انگلیسی	
۱ اینچ (in)	۲/۵۴ سانتی متر (cm)
۱ فوت (ft)	۱۲ اینچ (in)
۱ یارد (yd)	۳ فوت (ft)
۱ پوند (lb)	۰/۴۵۴ کیلوگرم (kg)
۱ فوت (ft)	۳۰/۴۸ سانتی متر (cm)
۱ یارد (yd)	۹۱/۴۴ سانتی متر (cm)
Cd	شدت تابش نور

ب) سیستم انگلیسی: این سیستم یکی دیگر از سیستم های بین المللی اندازه گیری است که در برخی از کشورها از آن استفاده می شود و با علامت اختصاری (in.lb.s) و (ft.lb.s) مشخص می شود. جدول ۲-۵ این علامت ها را نشان می دهد.

در جدول ۲-۶ نیز روابط مربوط به تبدیل واحدهای اندازه گیری انگلیسی را ملاحظه می کنید.

**خودآزمایی ۱:** یک یارد معادل چند اینچ است؟

**خودآزمایی ۲:** ۷/۲ متر چند میلی متر است؟

**خودآزمایی ۳:** ۲۵۴ اینچ چند میلی متر است؟

**خودآزمایی ۴:** ۵/۶ کیلو متر چند دسی متر است؟

**خودآزمایی ۵:** ۴ اینچ چند میلی متر است؟

پاسخ: .....

.....

.....

.....

.....



مثال: طول و عرض میزی ۲۰×۱۵ اینچ است. ابعاد آن چند سانتی متر است؟

$$۲۰ \times ۲/۵۴ = ۵۰/۸ \text{ cm}$$

$$۱۵ \times ۲/۵۴ = ۳۸/۸ \text{ cm}$$

راه حل: طول و عرض میز را از اینچ به سانتی متر تبدیل می کنیم. طبق جدول ۲-۶ هر یک اینچ برابر با ۲/۵۴ سانتی متر است. بنابراین، ابعاد میز این گونه تبدیل می شود:

**خودآزمایی ۶:** مساحت میز فوق را محاسبه کنید.

**خودآزمایی ۷:** طول و عرض اتاقی ۲۰×۱/۲۰

متر است، محیط آن چند فوت است؟

**خودآزمایی ۸:** ۵۲۱ اینچ چند دسی متر است؟

پاسخ: .....

.....

.....

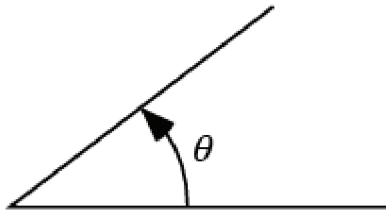
.....

.....

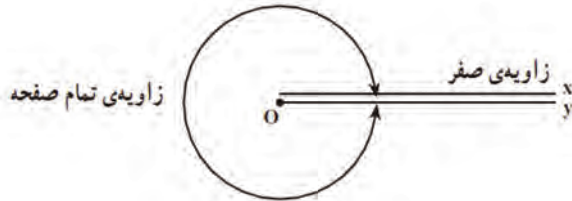




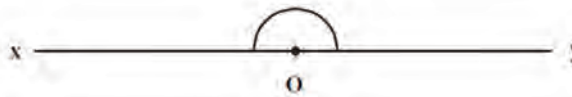
## ۲-۴- زاویه و انواع آن:



شکل ۲-۱۳۰



شکل ۲-۱۳۱



شکل ۲-۱۳۲

از دوران یک نیم خط حول رأسش یک ناحیه‌ای به وجود می‌آید که به آن زاویه می‌گویند. این دوران می‌تواند در جهت عقربه‌های ساعت یا در جهت خلاف آن باشد ولی در مثلثات جهت دوران برای ایجاد یک زاویه جهت پادساعتگرد است و چنین زاویه‌ای را زاویه‌ی مثلثاتی می‌گویند. شکل ۲-۱۳۰

اگر نیم خطی را حول رأسش چنان دوران دهیم که دوباره به نقطه شروع دوران بازگردد یک زاویه کامل یا تمام صفحه به وجود می‌آید. پس یک دایره خود یک زاویه کامل (دوران کامل) است. شکل ۲-۱۳۱

همچنین اگر نیم خط را چنان دوران دهیم که یک مسیر یک نیم دایره به مرکز رأسش را طی کند یک زاویه نیم صفحه به وجود می‌آید. شکل ۲-۱۳۲

زاویه را با نام بردن رأس یا نام بردن رأس و دو ضلعش می‌خوانند.

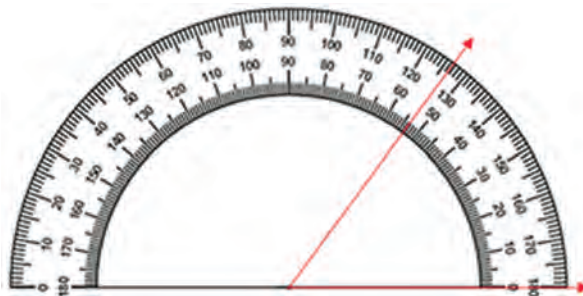
• لازم به ذکر است زاویه‌ها را با وسیله‌ای به نام نقاله اندازه‌گیری می‌کنند که بر حسب درجه مقیاس‌بندی شده‌اند. شکل ۲-۱۳۳

### واحدهای اندازه‌گیری زاویه:

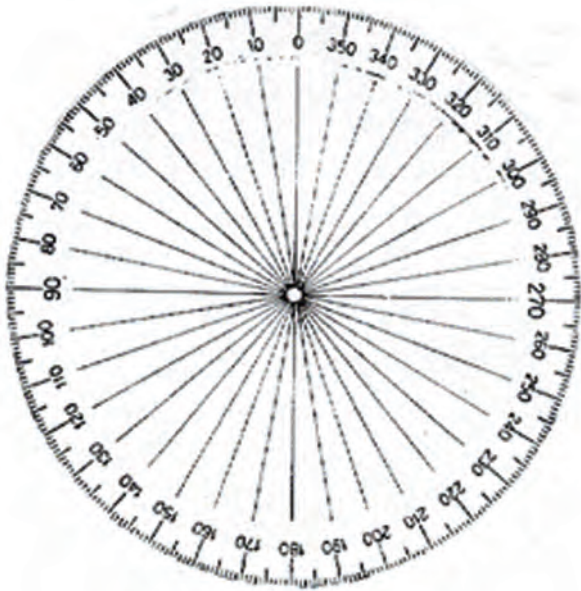
واحدهای اصلی برای اندازه‌گیری زاویه عبارت‌اند از: درجه، گراد و رادیان که در اینجا به تعریف و توضیح آن‌ها می‌پردازیم:

#### • درجه:

اگر محیط یک دایره دل‌خواه را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت را یک درجه می‌نامند. به عبارت دیگر یک درجه یک سیصد و شصتم محیط یک دایره است.



شکل ۲-۱۳۳



برای نمایش درجه از علامت ° استفاده می شود. لذا می توان گفت:

$$1^\circ = \frac{1}{360} \times 2r\pi$$

پس به این ترتیب در این مقیاس، زاویه تمام صفحه که یک دور کامل است برابر ۳۶۰ درجه و زاویه نیم صفحه برابر ۱۸۰ درجه است.

شکل ۲-۱۳۴

### اجزای درجه:

همان گونه که می دانید معمولاً هر واحد دارای اجزایی می باشد. درجه نیز به عنوان یک واحد اندازه گیری دارای اجزایی است که عبارت اند از دقیقه و ثانیه. (این اجزا گاهی آرک دقیقه: Arc minute و آرک ثانیه: Arc second نیز گفته می شوند) هر دقیقه برابر است با یک شصتم درجه:

$$1' = \frac{1}{60} \times 1^\circ = \frac{1}{21600} \times 2r\pi$$

هر ثانیه برابر یک شصتم دقیقه یا یک سه هزار و ششصدم درجه:

$$1(\text{sec}) = \frac{1}{60} \times 1' = \frac{1}{3600} \times 1^\circ$$

به عنوان مثال اگر اندازه زاویه ای ۳۷ درجه و ۳۰ دقیقه و ۱۵ ثانیه باشد می نویسیم:

$$37^\circ : 30' : 15(\text{sec})$$

### • گراد

اگر محیط یک دایره را به ۴۰۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت را یک گراد می گویند. به عبارت دیگر یک چهارصدم دوران کامل، زاویه ای به اندازه یک گراد پدید می آورد. گراد گاهی گون نیز گفته می شود. برای نمایش گراد از نماد «gr» استفاده می شود. لذا می توان گفت:

$$1gr = \frac{1}{400} \times 2r\pi$$

پس به این ترتیب در این مقیاس اندازه زاویه تمام صفحه یا یک دور کامل ۴۰۰ گراد و اندازه زاویه نیم صفحه برابر ۲۰۰ گراد خواهد بود.

## اجزای گراد:

اجزای گراد عبارتند از دسی گراد (dgr)، سانتی گراد (cgr)، میلی گراد (mgr) که هر کدام به ترتیب یک دهم گراد، یک صدم گراد و یک هزارم گراد می باشند.

$$1dgr = \frac{1}{10}gr, 1cgr = \frac{1}{100}gr, 1mgr = \frac{1}{1000}gr$$

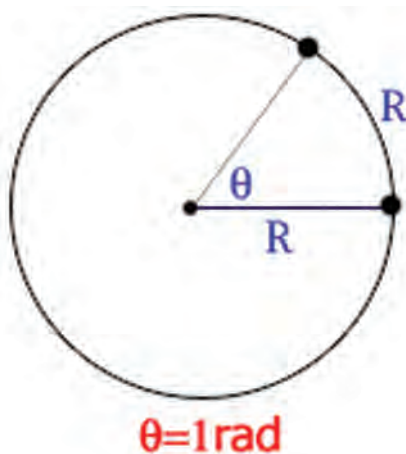
به عنوان مثال اگر اندازه زاویه ای ۳۷ گراد و ۲ دسی گراد و ۸ میلی گراد باشد می نویسیم:

$$37^\circ : 30' : 15(sec)$$

استفاده از این واحد برای زاویه در ریاضیات بسیار کم است.

## • رادیان

دایره ای به شعاع  $L$  را در نظر بگیرید. می دانیم محیط این دایره  $2L\pi$  است. یک رادیان اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی از دایره است که طول کمان روبرو به آن برابر شعاع دایره است:



شکل ۲-۱۳۵

برای نمایش رادیان از نماد «rad» استفاده می کنیم. بنابراین محیط هر دایره بر حسب رادیان،  $2\pi$  رادیان است و زاویه نیم صفحه برابر  $\pi$  رادیان است. و لذا:

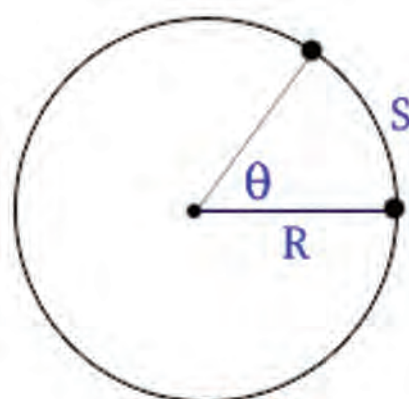
$$1 \text{ rad} = \frac{1}{2\pi} \times P$$

که در آن  $P$  محیط دایره است.

با استفاده از تعریف رادیان می توان نتیجه گرفت که اگر طول کمان روبرو به زاویه  $\theta$  برابر  $s$  و شعاع دایره  $r$  باشد آن گاه اندازه زاویه تنها بر حسب رادیان را می توان با یک تناسب ساده چنین محاسبه کرد:

$$\theta(\text{rad}) = \frac{s}{r}$$

به عنوان مثال می‌خواهیم بدانیم اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی از دایره که طول آن کمان  $\frac{1}{6}$  محیط دایره است چند رادیان است؟



شکل ۲-۱۳۶

$$\theta(\text{rad}) = \frac{S}{R}$$

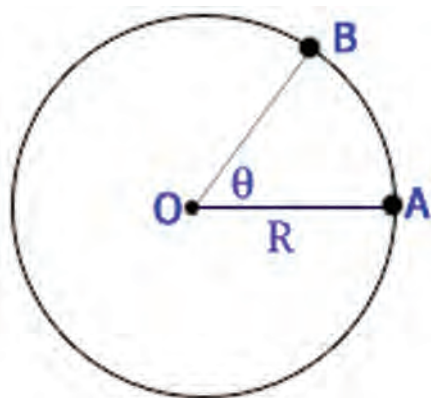
روش حل بدون استفاده از فرمول (اساس یافتن فرمول فوق) به این صورت است: (طول شعاع است) اگر طول کمان برابر  $2r\pi$  باشد آن گاه اندازه زاویه برابر است با  $2\pi$  رادیان حال اگر طول کمان برابر  $\frac{1}{6} \times 2r\pi$  باشد اندازه زاویه چقدر می‌شود؟

$$x = \frac{\frac{1}{6} \times 2r\pi \times 2\pi}{2r\pi} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

• لازم به توضیح است که پرکاربردترین واحد اندازه‌گیری زاویه، رادیان است که به‌ویژه در مثلثات، حساب و فیزیک کاربرد فراوان دارد.

### تبدیل واحد های اندازه گیری زاویه به یکدیگر:

دایره‌ای به شعاع  $r$  و زاویه  $\theta = \angle AOB$  را در دایره در نظر بگیرید:



شکل ۲-۱۳۷

فرض کنید اندازه زاویه بر حسب درجه  $D$ ، بر حسب گراد  $G$  و بر حسب رادیان  $R$  باشد. با استفاده از تناسب داریم:

$$\begin{array}{l} \text{طول کمان} \\ \hline 2r\pi \\ \widehat{AB} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{اندازه زاویه بر حسب درجه} \\ \hline 360 \\ D \end{array} \quad -1$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \frac{2rD\pi}{360} = \frac{rD\pi}{180}$$

$$\begin{array}{l} \text{طول کمان} \\ \hline 2r\pi \\ \widehat{AB} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{اندازه کمان بر حسب گراد} \\ \hline 400 \\ G \end{array} \quad -2$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \frac{2rG\pi}{400} = \frac{rG\pi}{200}$$

$$\begin{array}{l} \text{طول کمان} \\ \hline 2r\pi \\ \widehat{AB} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{اندازه زاویه بر حسب رادیان} \\ \hline 2\pi \\ R \end{array} \quad -3$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \frac{2rR\pi}{2\pi} = rR$$

از تساوی‌های فوق رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$\frac{2rD\pi}{180} = \frac{2rG\pi}{200} = rR \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$$

به عنوان مثال اگر اندازه زاویه‌ای برابر  $20^\circ$  گراد باشد اندازه این زاویه بر حسب درجه و رادیان به این صورت محاسبه می‌شود:

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} \Rightarrow \frac{D}{9} = \frac{20}{10} \Rightarrow D = 18^\circ$$

$$\frac{G}{200} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{20}{200} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{10}$$

• هر رادیان تقریباً برابر است با  $57.3^\circ$  درجه است:

$$\frac{180}{\pi} = \frac{180}{3.14} \approx 57.3$$

## انواع زاویه‌ها:

زاویه‌ها را با توجه به مقدارشان به این صورت طبقه‌بندی می‌کنند:

• زاویه تند (acute angle): زاویه  $\theta$  را تند یا حاده می‌گوییم هرگاه اندازه‌اش کمتر از  $90^\circ$  درجه باشد. به عبارت دیگر:

$$\theta < 90^\circ$$

• زاویه راست (right angle): زاویه  $\theta$  را راست یا قائم می‌گوییم هرگاه اندازه آن برابر  $90^\circ$  درجه باشد. به عبارت دیگر:

$$\theta = 90^\circ$$

• زاویه باز (obtuse angle): زاویه  $\theta$  را باز یا منفرجه می‌گوییم هرگاه بزرگ‌تر از  $90^\circ$  درجه و کمتر از  $180^\circ$  درجه باشد.

$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$

• زاویه نیم‌صفحه (straight angle): زاویه  $\theta$  را نیم‌صفحه می‌گوییم هرگاه برابر  $180^\circ$  درجه باشد. به عبارت دیگر:

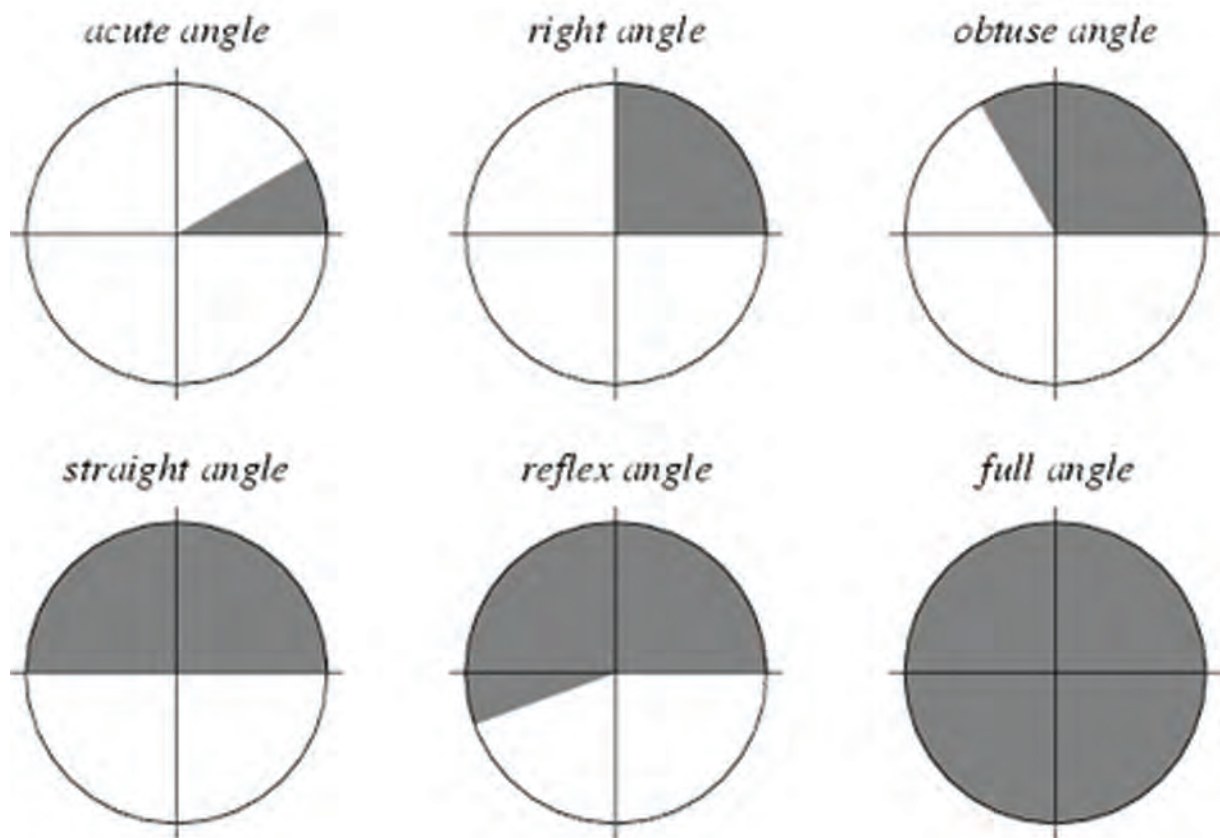
$$\theta = 180^\circ$$

• زاویه بازتاب (reflex angle): زاویه  $\theta$  را زاویه بازتاب می‌گوییم هرگاه بزرگ‌تر از  $180^\circ$  درجه و کمتر از  $360^\circ$  درجه

$$180^\circ < \theta < 360^\circ$$

باشد. به عبارت دیگر: زاویه کامل (full angle): زاویه  $\theta$  را کامل یا تمام‌صفحه می‌گوییم هرگاه برابر  $360^\circ$  درجه باشد. به عبارت دیگر:

$$\theta = 360^\circ$$



شکل ۲-۱۳۸

جدول ۷-۲ تبدیل واحدهای زاویه								واحد
مقدار								
۱	$\frac{۳}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۸}$	$\frac{۱}{۱۲}$	۰	Revolution
۳۶۰°	۲۷۰°	۱۸۰°	۹۰°	۶۰°	۴۵°	۳۰°	۰°	درجه
$۲\pi$	$\frac{۳\pi}{۲}$	$\pi$	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\pi}{۶}$	۰	رادیان
۴۰۰ gr	۳۰۰ gr	۲۰۰ gr	۱۰۰ gr	۶۶/۶۷ gr	۵۰ gr	۳۳/۳۳ gr	۰ gr	گراد

## ۲-۵- آشنایی با وسایل اندازه گیری:

### • متر:

وسیله ای است که برای اندازه گیری و پیاده کردن ابعاد کار مورد استفاده قرار می گیرد. مترهای مورد استفاده، متر بلند نواری، متر کمری کوچک و متر جیبی می باشند.

در شکل ۲-۱۳۹ انواع مترهای جیبی، کمری و نواری و در شکل ۲-۱۴۰ کاربرد متر را ملاحظه می کنید.



شکل ۲-۱۴۰



شکل ۲-۱۳۹



شکل ۲-۱۴۱

### خط کش:

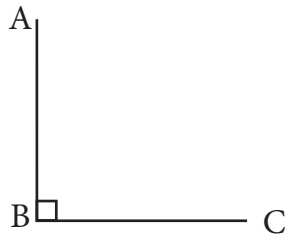
وسیله ای است که توسط آن می توان خطوط را رسم نمود و یا آن ها را اندازه گیری کرد. خط کش ها از جنس های مختلفی مانند پلاستیک، چوب و یا فولاد ساخته می شوند. این وسیله دارای لبه ی صاف بوده و به شکل خط راست است (شکل ۲-۱۴۱).



## آزمون نهایی (۲)



- ۱- ارتفاع در مثلث را تعریف کنید.
- ۲- یکی از ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را نام ببرید.
- ۳- در هر دوزنقه دو زاویه‌ی مجاور بر هر ساق ..... یکدیگرند.
- ۴- چنانچه در یک چندضلعی زاویه‌ی بزرگ‌تر از نیم‌صفحه وجود نداشته باشد، چندضلعی را ..... گویند.
- ۵- زاویه‌ی  $ABC$  مفروض است. آن را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید.



- ۶- وسیله‌ی اندازه‌گیری زاویه ..... نام دارد.
- ۷- واحد طول، جرم، و زمان در سیستم متریک را بیان کنید.
- ۸- طول میزی  $0/2$  دکامتر است. آن را به واحد متر و سانتی‌متر محاسبه نمایید.