درس اوّل: استدلال

اهداف

ــ آشنایی با مفهوم استدلال و اثبات

ــ درک لزوم استدلال

ــ آشنایی با تفاوت‌های انواعی از استدلال‌ها و تشخیص نحوهٔ استفاده از استدلال‌های مختلف در مسائل گوناگون

ــ تشخیص آنچه در استدلال‌ها و اثبات‌ها می‌تواند استفاده کند و آنچه در ارائهٔ حدس‌ها و تشخیص راه حل‌ها می‌تواند استفاده کند.

ابزار مورد نیاز :

ــ گونیا و خط‌کش

ــ کاغذ شفاف

روش تدریس

دادن فرصت به دانش‌آموز جهت تفکر در مورد ساختار استدلال‌های ارائه شده و تفاوت آنها، که باعث تفاوت میزان اعتبار آنها نیز می‌باشد، دارای اهمیت است. یکی از اهداف این است که دانش‌آموز توجه کند در ریاضیات نیز مانند سایر زمینه‌های علمی هر موضوع مورد ادعایی که قبلاً درستی‌اش ثابت نشده است نیازمند استدلال و اثبات می‌باشد. در کار در کلاس اول سعی شده دانش‌آموز در تشخیص استدلال‌های مشابه توانمندتر شود. گرچه نام‌های «استدلال استقرایی» (استدلالی که در آن درستی یک حکم که در چند حالت مشاهده شده به حالت کلی تعمیم داده می‌شود. مانند استدلال ۱ در فعالیت اول) و «استدلال استنتاجی» (که در آن با استفاده از حقایقی که از قبل می‌دانیم و با استفاده از نتیجه‌گیری‌های منطقی درستی موضوع موردنظر را نشان می‌دهیم. مانند استدلال ۲ در فعالیت اول) مطرح نشده است اما یکی از اهداف تشخیص استدلال‌های مشابه و نیز مقایسهٔ میزان اعتبار هرکدام در اثبات‌های گوناگون می‌باشد.

مثال نقض در این قسمت در حالتی کاربردی مطرح شده است و دانش‌آموز با آن آشنا می‌شود. از اهداف دیگر این درس بالا بردن آگاهی دانش‌آموز در این موضوع است که چه نوع تشخیصی در هندسه چه اهمیتی دارد. مثلاً بداند که تشخیص شهودی و یا تشخیص براساس اندازه‌گیری، می‌تواند در ارائهٔ حدس‌ها و تشخیص راه حل‌ها یاری‌رسان فردی باشد که با مسائل ریاضی سروکار دارد اما به عنوان اثبات در ریاضیات مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.

حل تمرین‌ها

۱ــ خیر. از مشاهدهٔ برقراری موضوعی در چند حالت نمی‌توان بدون هیچ دلیلی آن را در حالت کلی درست دانست.

کافی است مثلثی مثال بیاوریم که محل برخورد عمود منصف‌هایش درون آن نباشد.

۲ــ گرچه هیچ کدام از استدلال‌ها نمی‌تواند به عنوان یک اثبات درست، درستی ادعای موردنظر را ثابت کنید، اما استدلال نیما به دلیل مقایسهٔ منطقی که بین تمرینات وزنه‌بردار در دو هفته و نتیجه‌های حاصل، انجام داده است، قابل اعتمادتر از استدلال پژمان است که نتیجهٔ وزنه‌برداری را به موضوعی کاملاً نامرتبط ربط داده است.

۳ــ استدلال قسمت (ج) مانند استدلال مطرح شده می‌باشد زیرا در هر دوی آنها نتیجه‌ای را که در گذشته همواره برقرار بوده است، به آینده تعمیم داده‌اند.

۴ــ استدلال اول براساس تجربه‌های یک فرد و برداشت‌های شخصی او انجام شده است اما در استدلال دوم از مقایسه، منطق و نتیجه‌گیری استفاده شده و استدلال استنتاجی درستی ارائه شده است.

سن علی > سن حسن $\Rightarrow$ سن علی > سن حسین > سن حسن

توصیه‌های آموزشی

ــ هدف کلی این درس آشنایی و درک لزوم استدلال و تشخیص استدلال قابل قبول در مسائل هندسی می‌باشد در این راستا می‌توانید بسته به شرایط کلاس خود از مثال‌های گوناگون استفاده کنید و به مثال‌های ارائه شده در کتاب بسنده نکنید.

ــ می‌توان دانش‌آموزان را به این مطلب توجه داد که در علوم مختلف میزان اعتبار استدلال‌ها متفاوت است. مثلاً میزان اعتبار استدلال استقرایی در علوم مختلف بسیار متفاوت می‌باشد و در برخی شاخه‌های علوم انسانی و همچنین برخی تحقیقات در علوم پزشکی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

اهداف

ــ تشخیص فرض و حکم مسئله و بیان برخی فرض‌ها و حکم‌ها به زبان ریاضی
ــ آشنایی با برخی استدلال‌های هندسی و نوشتن منظم آنها
ــ توانایی درنظر گرفتن کلیت برخی اثبات‌های هندسی داده شده،تأمل به اجزا و نتیجه‌گیری‌های موجود در دل آن، و تشخیص نواقص احتمالی موجود در اثبات (در اثبات‌هایی که کاملاً درست نمی‌باشند)
ــ آشنایی با مفهوم تعمیم و شرایط استفاده از آن در برخی مسائل هندسی و توانایی به‌کارگیری آن در برخی مسائل
ــ تشخیص تفاوت میزان اعتبار برخی استدلال‌های هندسی
ــ آشنایی با برخی نتیجه‌گیری‌های منطقی مورداستفاده در استدلال‌های هندسی

روش تدریس

تشخیص فرض و حکم از دل مسئله و بازنویسی آنها به‌طور منظم و نیز درنظر گرفتن واقعیات مرتبط با مسئله که از قبل درستی آنها پذیرفته شده است می‌تواند به نظم ذهنی دانش‌آموز در ارائهٔ یک استدلال مناسب کمک نماید. لذا دستیابی دانش‌آموز به چنین توانایی از اهداف این درس می‌باشد.

در فعالیت دوم این درس مسئله‌ای به همراه استدلالی برای درستی آن آمده است که استدلال موردنظر دارای نقص می‌باشد. این‌گونه مسائل از آنجا که دانش‌آموز را درگیر نوشتن استدلال و دغدغهٔ درستی شیوهٔ نوشتار و استفاده از علائم ریاضی نمی‌کند می‌تواند تمرکز بیشتر دانش‌آموز را معطوف به ساختار اثبات و اجزای لازم آن نماید. تشخیص درستی یا نادرستی استدلال آورده شده و در صورت نادرستی تشخیص علت آن، می‌تواند تقویت‌کننده دقت و تفکر دانش‌آموز باشد، لذا آوردن چنین سؤالاتی در ارزشیابی‌ها مفید می‌باشد. در ادامهٔ فعالیت دوم این درس با ارائهٔ خاصیتی از نیمساز زاویهٔ بین دو ساق از مثلث متساوی‌الساقین که آن را نمی‌توان به نیمسازهای دیگر تعمیم داد و سپس ارائهٔ خاصیتی از قطر یک مربع که آن را می‌توان به قطر دیگر تعمیم داد، دانش‌آموز را برای درک این نوع تعمیم و شرایط لازم برای آن آماده می‌کنیم.

در کار در کلاس دوم با توجه به مطالب درس قبل دانش‌آموز می‌تواند تفاوت اعتبار انواع استدلال‌ها را مقایسه کند و به لزوم آوردن استدلالی که در حالت کلی و به درستی حکم مسئله را نتیجه دهد بیشتر پی‌ببرد.

در آخرین فعالیت این درس یک مسئله کلاس که می‌تواند اثبات جبری ساده‌ای داشته باشد و یا توسط برخی دانش‌آموزان به‌صورت ذهنی جواب داده شود و یک مسئلهٔ هندسی، شبیه‌سازی شده‌اند تا بدین طریق علاوه بر کمک به درک بیشتر اثبات مسئلهٔ هندسی دانش‌آموز با این‌گونه شبیه‌سازی نیز آشنا شود.

حل تمرین‌ها

۱ــ خیر، زیرا مسئله درحالت کلی و برای هر مثلث دلخواه مطرح شده است، اما اثبات آن در حالت کلی و برای هر مثلث دلخواه آورده نشده است.

۲ــ دلیل نرگس درست است زیرا طبق تعریف برای محدب بودن، باید تمام پاره‌خط‌های حاصل از وصل هر دو نقطهٔ درون شکل، کاملاً درون شکل باشند پس با یافتن یک پاره‌خط که چنین نباشد نتیجه می‌شود که چندضلعی محدب نیست.

ــ دلیل مهدیه درست نیست زیرا طبق تعریف چندضلعی محدب باید همهٔ پاره‌خط‌های مذکور درون چندضلعی باشند تا چندضلعی محدب باشد و با قرار گرفتن تنها یک یا چند پاره‌خط در درون چندضلعی، نمی‌توان چنین نتیجه‌ای گرفت.

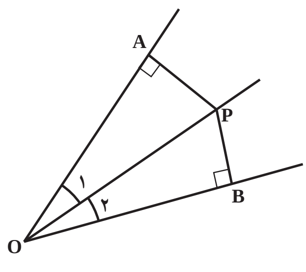
ــ دلیل مریم نیز به همان دلیل که دلیل مهدیه درست نبود، درست نیست، گرچه این چندضلعی واقعاً محدب است.

۳ــ الف) خیر، زیرا ABCD می‌تواند متوازی‌الاضلاعی باشد که زاویهٔ قائمه نداشته باشد. (گزارهٔ اول می‌گوید که مستطیل، متوازی‌الاضلاع است. در مورد متوازی‌الاضلاع چیزی نمی‌گوید.)

ب) خیر. زیرا ABCD می‌تواند لوزی‌ای باشد که زاویهٔ قائمه نداشته باشد. (گزارهٔ اول اطلاعاتی در مورد مربع‌ها می‌دهد. در مورد ABCD که مربع نیست چیزی نمی‌گوید.)

ج) بله. ABCD مربع نیست زیرا اگر مربع باشد طبق گزارهٔ اول باید ضلع‌هایش باهم برابر باشند که مخالف گزارهٔ دوم است.

۴ــ زاویهٔ دلخواهی و نقطه‌ای مانند P روی نیمساز آن زاویه مانند شکل مقابل درنظر گرفته و از نقطهٔ موردنظر به دو ضلع آن زاویه عمود می‌کنیم. داریم :



$$\left.\begin{array}{ll}\hat{O}_1=\hat{O}_2 & \text{(OP نیمساز است)}\\ OP=OP & \text{(مشترک)}\\ \hat{A}=\hat{B}=90^\circ & \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \overset{\Delta}{OAP}\cong OBP \Rightarrow PA=PB$$

لذا فاصلهٔ نقطهٔ P از دو ضلع زاویه یکی است. از آنجا که تمام خواصی که در این اثبات استفاده کردیم برای سایر نقاط روی نیمساز برقرار است لذا این خاصیت را می‌توان به سایر نقاط روی نیمساز تعمیم داده و بگوییم : «هر نقطهٔ روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه، به یک فاصله است.»

توصیه‌های آموزشی

در برخی موضوعات این درس بحث‌ها و نتیجه‌گیری‌های منطقی مطرح شده است که در اثبات‌های هندسی جایگاه خاصی دارند لذا توجه کافی به ایجاد درکی مناسب از این مباحث در ذهن دانش‌آموزان اهمیت دارد.

در بحث تعمیم می‌توان از مثال‌هایی از زندگی روزمره (مثلاً خواصی که برخی اشیاء یا موجودات دارند و می‌توان به برخی دیگر تعمیم داد و به برخی دیگر نمی‌توان تعمیم داد) برای کمک به فهم بهتر شرایط تعمیم استفاده کرد.

درس سوم: همنهشتی مثلث‌ها

اهداف

ــ یادآوری مفهوم و حالت‌های همنهشتی مثلث‌ها
ــ تشخیص اجزای متناظر از دو مثلث همنهشت
ــ آشنایی با استفاده از همنهشتی مثلث‌ها در حل برخی مسائل هندسی
ــ استفاده از زبان ریاضی در نوشتن استدلال‌ها به‌صورت منظم

روش تدریس

در ابتدای فصل حالت‌های همنهشتی مثلث‌ها که در پایهٔ هشتم آورده شده است یادآوری می‌شود و نوشتن آنها به‌صورت منظم و با استفاده از زبان ریاضی مدنظر می‌باشد.

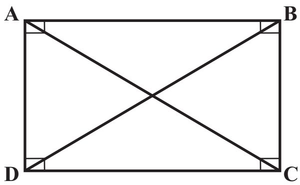
در فعالیت اول هدف تقویت توانایی تشخیص اجزای متناظر از دو مثلث همنهشت می‌باشد، بسته به وضع کلاس می‌تواند مثلث‌های همنهشت در شکل‌های پیچیده‌تر نیز برای تشخیص اجزای متناظر، مطرح شوند،در فعالیت دوم برای حل مسئله می‌توان از همنهشتی دو مثلث که با رسم پاره‌خط‌های AC و BD به‌وجود می‌آیند، استفاده کرد. در هر دو راه حل مطرح شده در این قسمت از این موضوع که زوایای C و D محیطی و روبه‌رو به قطر دایره هستند و بنابراین قائمه‌اند استفاده شده است. در فعالیت سوم نیز با توجه به خواص لوزی (چهار ضلع برابرند. زوایای روبه‌رو برابرند.) و باتوجه به اینکه BN = DM (زیرا هرکدام از آنها برابر با نصف ضلع لوزی است، بنابراین این دو پاره‌خط باهم برابرند) همنهشتی دو مثلث ABN و ADM به حالت (ض‌زض) نتیجه می‌شود.

در کار در کلاس نیز مسئله‌ای مطرح شده که کارایی استفاده از همنهشتی مثلث‌ها را نشان می‌دهد. یادآوری به دانش‌آموز که اثبات قابل قبول هندسی کدام است، متوجه کردن دانش‌آموز به تفاوت تعریف یک چندضلعی و خواص آن و استفاده از زبان ریاضی در نوشتن منظم استدلال در این کار درکلاس مدنظر می‌باشد. پس از نشان دادن همنهشتی دو مثلث ABD و CBD چگونگی یافتن اجزای متناظر دیگر در دو مثلث مطرح شده است، بدین صورت که اضلاع مقابل به دو زاویهٔ متناظر از دو مثلث باهم برابرند و برعکس زاویه‌های مقابل به دو ضلع متناظر از دو مثلث باهم برابرند. در ادامه سؤال شده است که آیا می‌توانستیم همین نتیجه را با رسم قطر AC به‌دست آوریم. هدف از این سؤال یادآوری تعمیم یک خاصیت که در درس قبل مطرح شده می‌باشد. با توجه به اینکه تمام خواص استفاده شده در این اثبات برای قطر دیگر نیز برقرار هستند لذا می توان نتیجهٔ گرفته شده را به قطر دیگر تعمیم داد. در انتهای کار در کلاس از دانش‌آموزان خواسته شده است که با توجه به همنهشتی مثلث‌های ایجاد شده، برابری زاویه های مقابل در متوازی‌الاضلاع را نیز نتیجه بگیرند.

حل تمرین‌ها

۱ــ قبلاً ثابت شد که اضلاع مقابل در متوازی‌الاضلاع باهم برابرند، لذا $AB = DC$. از طرفی

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DC \text{ و مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{D}_۱ \quad \hat{B}_۱ = \hat{D}_۱ \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \hat{A}_۱ = \hat{C}_۱ \\ AB \parallel DC \text{ و مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{C}_۱ \quad AB = DC \end{array}\right\} \xRightarrow{(\text{ز ض ز})} \overset{\Delta}{OAB} \cong \overset{\Delta}{OCD} \Rightarrow \begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \end{cases}$$



۲ــ **حل** : مستطیلی مانند شکل مقابل درنظر می‌گیریم :
می‌توان فرض و حکم را به این صورت نوشت

فرض: ABCD مستطیل است

حکم : $AC = BD$

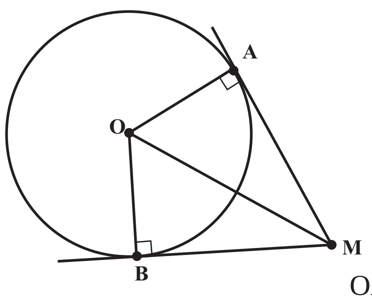
داریم :

$$\left.\begin{array}{l} AB = AB \\ AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABD} \overset{(\text{ض ز ض})}{\cong} \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow BD = AC$$

۳ــ مثلث‌های AMB و AMC به حالت سه ضلع (ض ض ض) همنهشت هستند.

$$\overset{\Delta}{AMC} \cong \overset{\Delta}{AMD} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \Rightarrow \text{ نیمساز است } AM \\ \hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ = ۹۰^\circ \end{cases}$$

(چون $\hat{M}_۱$ و $\hat{M}_۲$ با هم برابرند و جمعشان ۱۸۰° است) $\Rightarrow AM \perp BC$



۴ــ می‌دانیم که طبق تعریف مماس، شعاع OA بر مماس MA عمود است. به همین ترتیب $OB \perp MB$

$$\left.\begin{array}{l} OA = OB = y \\ OM = OM \ (\text{مشترک}) \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \overset{\Delta}{OAM} \cong \overset{\Delta}{OBM} \Rightarrow MA = MB$$

۵ــ استدلال آورده شده دارای نقص می‌باشد زیرا ادعا شده دو مثلث به حالت (ض‌زض) همنهشت هستند در حالتی که زاویه‌های O_1 و O_2 بین دو ضلع نوشته شده در استدلال، قرار ندارند. همنهشتی این دو مثلث را می‌توان به حالت وتر و یک ضلع نتیجه گرفت.

توصیه‌های آموزشی

در مواردی دیده می‌شود دانش‌آموزان از طریق سپردن نام زاویه‌ها و ضلع‌ها به ذهن یا در خاطر نگاه داشتن شکل خاصی و یا پیدا کردن شباهت‌هایی بین نام زاویه‌های متناظر و حفظ حالت‌های همنهشتی مثلث‌ها اثبات‌هایی برای برخی مسائل می‌نویسند در حالی که درک درستی از همنهشتی و تناظر موجود بین اعضای دو چندضلعی همنهشت نیافته‌اند. لذا توجه به اهمیت درک مفهوم همنهشتی و تشخیص اجزای متناظر از دو چندضلعی همنهشت الزامی است.

در برخی موارد با توجه به آشنایی دانش‌آموزان با تبدیل‌های انتقال، تقارن و دوران، پس از مشخص شدن همنهشت بودن دو چندضلعی می‌توان از دانش‌آموزان خواست تا تبدیلاتی که دو شکل را برهم منطبق می‌کنند مشخص کنند.

درس چهارم: حل مسئله در هندسه

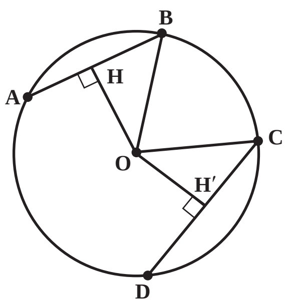
هدف : آشنایی با برخی راهکارهای حل مسائل هندسی

ابزار مورد نیاز : خط‌کش و گونیا

روش تدریس

چهار کار اساسی که می‌تواند به حل مسائل هندسی کمک کند بیان شده است که عبارت‌اند از فهم مفاهیم مطرح شده در مسئله، رسم شکل (در صورت لزوم)، تشخیص داده‌ها (فرض) و خواسته‌های (حکم) مسئله، و با استفاده از تمام اینها یافتن راه حلی که به کمک آن حکم مسئله را اثبات کنیم. در بسیاری از سؤال‌های مطرح شده در هندسه اثبات برابری دو پاره‌خط خواسته شده است و در بسیاری از آنها کافی است دو مثلث که پاره‌خط‌های مذکور اجزای متناظر در آن دو مثلث باشند بیابیم و ثابت کنیم دو مثلث همنهشت هستند.

در قسمت ۱ از فعالیت کافی است با وصل کردن نقاط A و B و C و D به مرکز دایره، دو مثلث OAB و OCD، که به حالت سه ضلع همنهشت هستند، به‌دست آوریم و از همنهشتی آنها برابری زاویه‌های تشکیل شده در نقطهٔ O از دو مثلث را نتیجه بگیریم و از آن برابری کمان‌ها را. در قسمت ۲ فعالیت دوباره همان مثلث‌ها را تشکیل می‌دهیم چون کمان‌ها برابرند لذا زاویه‌های تشکیل شده در نقطهٔ O از دو مثلث باهم برابرند و دو مثلث به حالت دو ضلع و زاویهٔ بین همنهشت خواهند بود و لذا ضلع سوم آنها که همان وترها می‌باشند نیز برابرند.



در قسمت ۳ فعالیت، از O به وترهای AB و CD عمود می‌کنیم. کافی است نشان دهیم $OH = OH'$.

می‌دانیم HB نصف AB است و $H'C$ نصف CD است، از طرفی طبق فرض $AB = CD$

بنابراین

$$\frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲}CD \Rightarrow HB = H'C$$

$$\left.\begin{array}{l} HB = H'C \\ H = H' = ۹۰^\circ \\ OB = OC = r \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \overset{\Delta}{OHB} \cong OH'C \Rightarrow OH = OH'$$

حل تمرین‌ها

۱ــ

$$AB = CD \Rightarrow \frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲}CD \Rightarrow MB = PD$$

$$AD = BC \Rightarrow \frac{۱}{۲}AD = \frac{۱}{۲}BC \Rightarrow DQ = BN$$

$$\left.\begin{array}{l} MB = PD \\ DQ = BN \\ \hat{D} = \hat{B} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{MBN} \overset{(\text{ض ز ض})}{\cong} \overset{\Delta}{PDQ} \Rightarrow MN = PQ$$

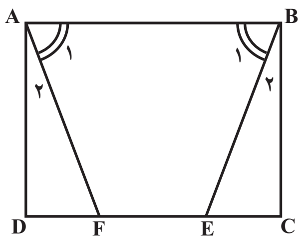
۲ــ

$$\left.\begin{array}{rl} & OA = OB \\ (\text{متقابل به رأس}) & \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \\ (\text{زاویه بین شعاع و مماس}) & \hat{A} = \hat{B} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow OAD \overset{(\text{ز ض ز})}{\cong} OBC \Rightarrow AD = BC$$

۳ــ می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین زاویه‌های روبه‌رو به ساق‌ها با هم برابرند. لذا $\hat{B} = \hat{C}$

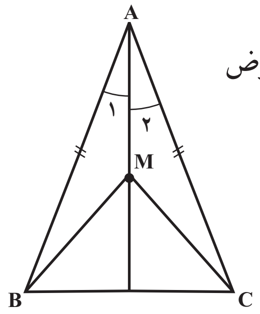
$$\left.\begin{array}{l} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \\ BM = CN \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABM} \overset{(\text{ض ز ض})}{\cong} \overset{\Delta}{ACN} \Rightarrow AM = AN \Rightarrow \text{متساوی‌الساقین است } \overset{\Delta}{AMN}$$

۴ــ



$$\cancel{\hat{A}_۱} + \hat{A}_۲ = \cancel{\hat{B}_۱} + \hat{B}_۲ \Rightarrow \hat{A}_۲ = \hat{B}_۲$$

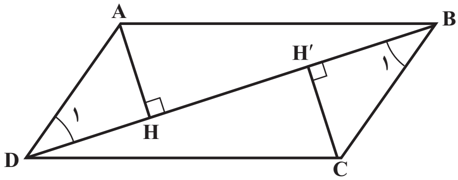
$$\left.\begin{array}{l} AD = BC \\ \hat{A}_۲ = \hat{B}_۲ \\ \hat{D} = \hat{C} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ADF} \overset{(\text{ز ض ز})}{\cong} \overset{\Delta}{BCE} \Rightarrow AF = BE$$



۵ــ حکم : $MB = MC$

فرض : $\begin{cases} AB = AC \\ \hat{A}_۱ = A_۲ \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{ll} AB = AC & \text{(فرض)} \\ \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ & \text{(فرض)} \\ AM = AM & \text{(مشترک)} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{AMB} \overset{\text{(ض ز ض)}}{\cong} \overset{\Delta}{AMC} \Rightarrow MB = MC$$



۶ــ $AD \| BC$ و مورب $DB \Rightarrow \hat{D}_۱ = \hat{B}_۱$

$$\left.\begin{array}{ll} AD = BC & \text{(اضلاع مقابل در متوازی‌الاضلاع)} \\ \hat{D}_۱ = \hat{B}_۱ & \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{DAH} \overset{\text{وتر یک زاویه حاده}}{\cong} \overset{\Delta}{BCH'} \Rightarrow AH = CH'$$

درهر متوازی‌الاضلاع، هر دو رأس مقابل از **قطر** بین آنها به یک **فاصله‌اند**.

توصیه‌های آموزشی

گاهی آنچه می‌تواند به تسلط یافتن دانش‌آموزان کمک کند، بازگشت پس از حل مسئله به آن است. به‌گونه‌ای که مسئله را از آخر درنظر بگیریم و با تشریح آن، به درک علت هرکدام از اقدام همان در طول حل مسئله، توسط دانش‌آموز، کمک کنیم.

اشتباهات رایج

گاهی دانش‌آموزان برای حل مسئلهٔ خواسته شده به حل زیرمسئله‌ای می‌پردازند، مثلاً برای نشان دادن برابری دو پاره‌خط دو مثلث تشکیل داده و نهایتاً همنهشتی آنها را ثابت می‌کنند، اما از نتیجه گرفتن حکم اصلی که برابری پاره‌خط‌هاست غافل می‌شوند. برای رفع این اشتباه می‌توان به دانش‌آموزان گوشزد کرد که همواره حکم مسئله را درنظر داشته باشند.

درس پنجم: شکل‌های متشابه

اهداف

ــ آشنایی با مفهوم تشابه
ــ درک روابط بین اندازه‌های اجزاء در دو شکل متشابه
ــ تشخیص متشابه بودن در چندضلعی
ــ توانایی رسم چندضلعی متشابه با یک چندضلعی ساده داده شده

ابزار مورد نیاز :

گونیا و خط‌کش، کاغذ شطرنجی

روش تدریس

در شروع درس پیش از آنکه به یکباره معنی دقیق تشابه در دو شکل ارائه شود سعی می‌کنیم دانش‌آموز با تشخیص خود تفاوت رعایت و عدم رعایت تناسب اندازه‌ها را در شکل‌های متشابه و غیرمتشابه متوجه شود و برروی ویژگی‌هایی که دو شکل متشابه دارند فکر کند، هرچند نداند که متشابه هستند. در ادامه با ارائهٔ چندضلعی‌های متشابه در صفحهٔ شطرنجی و درخواست اندازه‌گیری اضلاع و زاویه‌ها سعی می‌کنیم دانش‌آموزان را درپی بردن به ویژگی‌های دو شکل متشابه یاری کنیم. در ادامهٔ فعالیت سعی شده دانش‌آموزان بیشتر با خواص شکل‌های متشابه آشنا شوند و سپس تعریف شکل‌های متشابه و نهایتاً تعریف نسبت تشابه ارائه شده است.

حل تمرین‌ها

۱ــ چندضلعی‌های متشابه زیادی وجود دارند. مثلاً GDH و HEI و ABD و EBC و LHM باهم متشابهند و AFH و BGI و CHJ و HOP و HAC با هم متشابهند و GHLK و HINM و DBEH نیز باهم متشابهند.

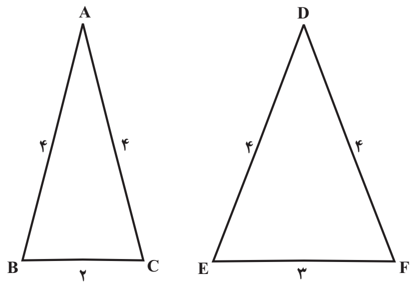
۲ــ بله، نسبت تشابه برابر ۱ است.

۳ــ خیر، به‌طور مثال مربع یک نوع لوزی است و با لوزی‌ای که زاویهٔ قائمه ندارد متشابه نیست.

۴ــ $۳/۵ \times ۲۰۰ = ۷۰۰$

۵ــ بله، زیرا تمام زاویه‌ها برابر ۶۰ است و چون در هر مثلث سه ضلع برابرند پس نسبت‌های اضلاع در دو شکل نیز یکی خواهد بود.

۶ـ خیر، مثلاً دو مثلث مقابل متشابه نیستند زیرا اضلاع به یک نسبت تغییر نکرده‌اند.



۷ـ با توجه به متشابه بودن دو مثلث داریم :

$$\frac{۴}{x-۱}=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۸}{x+۷}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-۱=۸ \\ x+۷=۱۶ \end{cases} \Rightarrow x=۹$$

۸ـ مثلث ABC با مثلث پایین سمت راست متشابه است.

توصیه‌های آموزشی

همانگونه که از شکل ارائهٔ مفهوم تشابه در این درس مشخص است، توجه به درک مفهوم تشابه اهمیت ویژه‌ای دارد و در این پایه حل مسائل تشابه صرفاً در حدی که در درس و تمرین‌ها ارائه شده است مدنظر می‌باشد لذا می‌توان با ارائهٔ مثال‌های کاربردی بیشتر از درک مفهوم تشابه دو شکل توسط دانش‌آموزان اطمینان حاصل نمود.