

### جمع عددهای اعشاری

#### اهداف

- ۱- جمع کردن اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم
- ۲- توجه به جمع کردن اعداد هم مرتبه با هم
- ۳- آشنایی با روش‌های مختلف جمع کردن (فقط در حد آشنایی)
- ۴- تقریب زدن قبل از محاسبه و مقایسه حاصل تقریبی و دقیق برای مطمئن شدن از حاصل دقیق
- ۵- استفاده از مهارت جمع کردن در حل مسائل روزمره  
ابزار مورد نیاز: واحدهای مختلف مثل مربع‌های شطرنجی

#### روش تدریس

این فعالیت با پرداختن به مسائلی که جمع، راه حل آنهاست و حل کردن مسئله به روش‌های مختلف به انواع بازنمایی عملیات جمع می‌پردازد، جمع کردن روی محور و یک واحد، یک واحد به عدد قبلی اضافه کردن، گسترده دیدن عدد دومی و ...

**مسئله اول:** جمع کردن روی محور، عدد اولی را می‌سازیم (روی محور جلو می‌رویم). گسترده عدد دومی را در نظر داریم و ابتدا یک واحد یک واحد یک واحد روی محور جلو می‌رویم و بعد به اندازه رقم مرتبه کوچک‌تر جلو می‌رویم به هر جا رسیدیم، حاصل است.

**مسئله دومی:** عدد اولی را داریم، گسترده عدد دومی را در نظر می‌گیریم. از مرتبه‌های کوچک‌تر شروع می‌کنیم و به عدد اولی اضافه می‌کنیم و به حاصل مرتبه بعدی و بعدی را اضافه می‌کنیم.

**مسئله سومی:** عدد اولی را داریم گسترده عدد دوم را در نظر می‌گیریم، این بار برعکس دفعه پیش از مرتبه‌های بزرگ‌تر به عدد اولی اضافه می‌کنیم و مرتبه به مرتبه جلو می‌رویم. روش اخیر این مزیت را دارد که در مواردی که می‌خواهیم حدود جواب را بدانیم با یک عملیات به حاصل جمع واقعی نزدیک‌تر می‌شویم. در نهایت همه اعداد را در جدول ارزش مکانی می‌نویسیم و از مرتبه کوچک‌تر همه را با هم جمع می‌کنیم.

هدف از این فعالیت این نیست که دانش آموز به تمام روش‌های مطرح شده تسلط پیدا کند، بلکه با انواع روش‌ها فقط آشنا شود و در خلال آن به لزوم جمع و یا تفریق کردن اعداد هم مرتبه با هم و در صورت لزوم انتقال به مرتبه بعدی برسد.

در کار در کلاس دانش آموزان باید به جدول ارزش مکانی تسلط داشته باشند و خودشان اعداد را در جدول و سپس بدون جدول حل کنند یکی از اهداف ضمنی طرح مسئله‌های مرتبط به بنزین در این درس‌ها، ایجاد نگرش استفاده از وسایل حمل و نقل عمومی و صرفه‌جویی در مصرف بنزین است که خود مزایای متعددی دارد.

### حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین ۲ علاوه بر مهارت جمع کردن، پیدا کردن حدود جواب مدنظر قرار گرفته، با توجه به اینکه  $1/99$  به ۲ خیلی نزدیک است حاصل تقریباً  $8 = 4 \times 2$  و واحد به عدد اول اضافه می‌شود. تمرین ۴ را می‌توان بسط داد و بازی‌های مشابه در کلاس انجام داد:

$$\begin{array}{r} \text{بزرگ‌ترین عدد} \rightarrow \overset{1}{8} / \overset{1}{7} \overset{1}{6} \overset{1}{9} \\ \text{کوچک‌ترین عدد} \rightarrow + \overset{2}{2} / \overset{3}{3} \overset{4}{4} \overset{1}{1} \\ \hline 11 / 110 \end{array}$$

یکی از توانمندی‌های دانش آموزان خواندن اعداد در وسایل مدرج است که در تمرین آخر به آن پرداخته شده، خوب است دانش آموزان با واحدهای مختلف و اندازه‌های مختلف تمرین‌های مشابهی در این زمینه انجام دهند.



## توصیه‌های آموزشی

با مثال‌های متنوع انتقال از دهم به یکی را تمرین کنید و سپس انتقال از صدم به دهم و از هزارم به صدم. دانش‌آموزان می‌توانند با رنگ کردن و با ابزارهایی مثل کوئیزنر این کار را عملاً تجربه کنند. جمع ذهنی را تمرین کنید. خوب است هر دانش‌آموز مسیر فکری خود را برای جمع کردن در کلاس بیان کند.

در مواقعی که اعداد، مرتبه صدم و یا هزارم ندارند و با اعدادی که این مرتبه‌ها را دارند جمع می‌شوند، توجه شود که دانش‌آموزان اعداد هم‌مرتبه را با هم جمع کنند و برای راحتی کار می‌توانند در رقم صدم و یا هزارم دسته اول صفر بگذارند.

قبل از جمع کردن، حدود اعداد را با حذف ارقام اعشاری پیدا کنند و حاصل تقریبی را به دست آورند که اگر درجاگذاری رقم‌ها در مرتبه‌ها اشتباه کردند به این وسیله متوجه شوند. خوب است از دانش‌آموزان پرسیده شود که  $11/91$  به  $11$  نزدیک‌تر است یا  $12$  و در نتیجه  $12$  تقریب بهتری خواهد بود.

## بdfهمی‌های رایج

یکی از بdfهمی‌ها عدم انتقال حاصل جمع دهم‌ها به یکان است.

$$\begin{array}{r} 5/8 \\ +1/5 \\ \hline 6/13 \end{array}$$

اگر دانش‌آموز مرتبه‌های اعشاری را جدا از مرتبه‌های دیگر ببیند این مشکل به وجود می‌آید. تأکید ارتباط این مرتبه‌ها در حل این مشکل کمک می‌کند. کارهای عملی و محاسبات ذهنی می‌تواند در رفع آن مؤثر باشد.

گاهی هم دانش‌آموزان ارقام اعداد را در جای درست قرار نمی‌دهند و هنگام جمع بدون توجه به مرتبه‌ها جمع می‌کنند.

از آنها بخواهید ابتدا اعداد را زیر هم و در جدول ارزش مکانی جمع کنند تا کم‌کم مشکل رفع گردد.

$$9/32 + 4/6 = 9/78$$

### تفریق اعشار

#### اهداف

- ۱- تفریق اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم
- ۲- توجه به مرتبه‌های اعداد هنگام تفریق
- ۳- آشنایی با روش‌های مختلف تفریق
- ۴- تقریب زدن قبل از محاسبه و مقایسه حاصل تقریبی و دقیق برای مطمئن شدن از حاصل دقیق
- ۵- استفاده از مهارت تفریق در حل مسائل روزمره  
ابزار مورد نیاز: واحدهای مربع شطرنجی و امثال آن

#### روش تدریس

مشابه درس جمع دانش‌آموزان با روش‌های مختلف تفریق آشنا می‌شوند. لازم نیست دانش‌آموزان به همه این روش‌ها تسلط پیدا کنند و در نهایت به یک روش مسلط شوند و عملیات جمع یا تفریق را به درستی و سریع انجام دهند، کافی است. در خلال روش‌های مختلف جمع و تفریق ضمن آشنا شدن با راه‌های متفاوت آنها هم می‌توانند روشی را خود ابداع کنند و درستی آن را امتحان کنند. خوب است دانش‌آموزان تشویق شوند که مسیر فکری خود را برای خود و دیگران بیان کنند تا هم خودشان متوجه فکرهای خود شوند و هم دیگران از فکرهای متفاوت از خودشان و راه‌های دیگر باخبر شوند. در ضمن در اکثر مواقعی که دانش‌آموزان دچار مشکل هستند وقتی معلم آنها را هدایت می‌کند که فکرهای خود را بلند بیان کنند مشکل‌شان خود به خود حل می‌شود. و در مواردی هم که حل نمی‌شود معلم متوجه‌گره کار می‌شود.

در انواع روش‌های مختلف تأکید بر جمع و تفریق ارقام هم مرتبه ضروری است.

## حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین آخر تمام زمان اعضای گروه‌ها که واحد ثانیه دارند را جداگانه جمع و اختلاف این دو زمان را پیدا می‌کنیم. (در اندازه‌گیری زمان مسابقات معمولاً تا صدم ثانیه را هم حساب می‌کنند.)

$$\text{ثانیه } ۵۷/۷۵ = ۲۰/۰۳ + ۱۱/۰۱۸ + ۱۴/۰۹ + ۱۲/۴۵ \text{ گروه تلاش}$$

$$\text{ثانیه } ۵۶/۲۳ = ۱۸/۵ + ۱۲/۳۶ + ۱۰/۲ + ۱۵/۱۷ \text{ گروه امید}$$

$$\text{اختلاف زمان ثانیه } ۱/۵۲ = ۵۷/۷۵ - ۵۶/۲۳$$

## توصیه‌های آموزشی

- از دانش‌آموزان بخواهید مسیر فکری خود را هنگام تفریق بیان کنند.
- تا جایی که ممکن است مهارت محاسبات ذهنی آنها را تقویت کنید و با بازی و مسابقه روی سرعت محاسبات کار کنید.
- دانش‌آموزان می‌توانند از جدول ارزش مکانی برای عملیات استفاده کنند. ولی در نهایت باید بتوانند بدون جدول هم محاسبه کنند.
- از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های خود روشی جدید برای عملیات جمع یا تفریق ابداع کنند و درستی آن را امتحان کنند.
- اگر دانش‌آموزان گسترده عدد را در ذهن داشته باشند عملیات را راحت‌تر انجام خواهند داد.
- روی آخرین سؤال کار در کلاس وقت بگذارید و پاسخ‌های متفاوت از دانش‌آموزان بخواهید.
- این موضوع درک بی‌شمار بودن و این که اعداد اعشاری که فقط رقم اعشاری دارند بین صفر و یک هستند را توسعه می‌بخشد.

## بدهمی‌های رایج

- ممکن است دانش‌آموزان مرتبه‌ها را در عملیات در نظر نگیرند. اگر قبل از محاسبه حدود جواب را حدس بزنند در پیشگیری از محاسبات غلط مؤثر خواهد بود.
- در مواقعی که رقم‌های اعشاری عدد دوم از عدد اولی بیشتر است، دانش‌آموزان می‌توانند به جای رقم‌های صدم و یا هزارم صفر بگذارند و سپس عملیات را انجام دهند:

$$\begin{array}{r} 2/3 \\ -1/67 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \quad 121 \\ \cancel{1} / \cancel{1} 0 \\ -1/67 \\ \hline 0/63 \end{array}$$

### ضرب اعشار

#### اهداف

- ۱- ضرب اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم
  - ۲- تسلط بر قانون ضرب اعدادی مثل ۱۰ و ۱۰۰ و... در اعداد اعشاری
  - ۳- ارتباط اعداد کسری و اعشاری
  - ۴- تقریب زدن حدود حاصل ضرب
  - ۵- به کارگیری مهارت ضرب در حل مسائل مربوطه
- ابزار مورد نیاز : ماشین حساب

#### روش تدریس

در این درس دانش آموزان با استفاده از جمع و ارتباط آن با ضرب پاسخ سوالات را به دست می آورند و به روش استقرایی با توجه به رقم های اعشاری عامل های ضرب و رقم های اعشاری حاصل ضرب به قانون آن پی می برند و سپس اعداد اعشاری را به کسر تبدیل و حاصل ضرب را به دست می آورند و با تبدیل دوباره آن به اعداد اعشاری صحت قاعده ای که در قسمت قبل به دست آوردند را تجربه می کنند.

در فعالیت بعدی یکی از عامل های ضرب اعداد صفردار مثل ۱۰ و ۱۰۰ و ۲۰۰ و... هستند که در اعداد اعشاری ضرب می شوند. دانش آموزان حاصل این ضرب ها را با ماشین حساب پیدا می کنند و به روش استقرایی متوجه تأثیر صفرعامل های ضرب در جای ممیز حاصل ضرب می شوند. بعد از این قانون استفاده می کنند و ضرب های دیگر را انجام می دهند.

تمرین ۴ به این هدف طراحی شده که دانش‌آموزان موضوع زیر را فقط ببینند.  
 - هر عدد را در عددی کوچک‌تر از یک ضرب کنیم حاصل از عدد اول کوچک‌تر می‌شود.

$$b < 1$$

$$a \cdot b = ab \quad ab < a$$

مثال :  $0/3 < 1$

$$5 \times 0/3 = 1/5 \quad 1/5 < 5$$

مثال دیگر :  $\frac{2}{3} < 1$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

- هر عدد را در عددی بزرگ‌تر از یک ضرب کنیم حاصل از عدد اول بزرگ‌تر می‌شود.

$$b > 1$$

$$a \cdot b = ab \quad ab > a$$

مثال :  $1/5 > 1$

$$5 \times 1/5 = 7/5 \quad 7/5 > 5$$

مثال دیگر :  $\frac{4}{3} > 1$

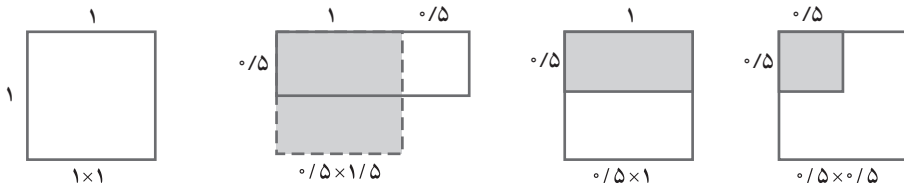
$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

- و بدیهی است که اگر عددی را در یک ضرب کنیم نه کوچک می‌شود و نه بزرگ و خود همان عدد می‌شود.

$$5 \times 1 = 5$$

دانش‌آموزان معمولاً این تصور را دارند که اگر عددی را در عددی ضرب کنیم حاصل بزرگ‌تر می‌شود و نمی‌توانند بپذیرند که ضرب می‌تواند باعث کوچک شدن عدد هم بشود. آنها معمولاً از ضرب مفهوم چند برابر شدن را درک می‌کنند.

با استفاده از نشان دادن ضرب روی مساحت به درک درست از ضرب می‌توانیم کمک کنیم. از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا سطح  $1 \times 1$  را بکشند و سپس ضرب‌های زیر را به ترتیب روی شکل نشان دهند. و از آنها بخواهید در مورد تأثیر عامل ضرب در حاصل ضرب فکر کنند.



در تمرین ۷ در واقع اعداد بسیاری می‌توان پیدا کرد که حاصل ضرب  $0.36$  داشته باشند. این سؤال علاوه بر تمرین روی عامل‌های ضرب و جای ممیز در حاصل ضرب و تأثیر عامل‌های صفردار روی حاصل ضرب به هدف داشتن تصور درستی از  $0.36$  مترمربع طراحی شده است. برای این کار اندازه‌های عامل‌های ضرب با تأکید بر واحد هر کدام باید مشخص شوند مثلاً:

$$0.36 \text{ مترمربع} = 0.6 \text{ متر} \times 0.6 \text{ متر}$$

یعنی مربعی به ضلع  $0.6$  سانتی‌متر که می‌تواند سطح یک میز یک نفره باشد

$$0.36 = 6 \text{ متر} \times 0.6 \text{ متر}$$

این اندازه هم می‌تواند درست باشد ولی باید چیزی پیدا کنیم که عرض  $6$  سانتی‌متر و طول  $6$  متر داشته باشد.

و این باید چیزی به عرض  $4$  میلی‌متر و طول  $90$  متر باشد!

$$0.36 = 0.0004 \times 90$$

وقتی از دانش‌آموزان بخواهیم برای اندازه‌هایی که انتخاب کردند یک مثال واقعی بزنند این فرصت را به آنها می‌دهیم تا در مورد اندازه‌های واقعی و ارتباط آن با اعداد فکر کنند و کم‌کم تخمین بهتری از اندازه‌ها داشته باشند.

پس از آموزش درس حجم می‌توانید با سؤالاتی مشابه، دانش‌آموزان را به این نکته متوجه کنید که برای حجم حتماً باید سه تا عدد داشته باشیم و آنها لازم است  $3$  تا اندازه طولی را تخمین بزنند که حاصل ضربی مثلاً برابر  $0.36$  متر مکعب داشته باشد.



در تمرین ۸ :

مثال :

$$0/2 \times 2 = 0/4$$

$$3/6 \times 2 = 7/2$$

$$0/1 \times 4 = 0/4$$

$$0/36 \times 2 = 7/2$$

$$0/001 \times 400 = 0/4$$

$$0/9 \times 8 = 7/2$$

## توصیه‌های آموزشی

– قبل از شروع درس، ارتباط جمع و ضرب را یادآوری کنید. همچنین دانش‌آموزان به کلمه‌های عامل ضرب و حاصل ضرب کاملاً واقف باشند.

– می‌توانید از ماشین حساب کمک بگیرید و مثال‌های متفاوتی از ضرب عددهای اعشاری کار کنید. خودتان را به حاصل ضرب‌هایی محدود نکنید که فقط تا مرتبه هزارم دارند. سعی کنید تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب را هر بار تغییر دهید.

توجه دانش‌آموزان را به ارتباط تعداد رقم‌های اعشاری حاصل ضرب و تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب جلب کنید.

$$\text{مثال } \underbrace{2/37}_{\text{رقم ۲}} \times \underbrace{0/2}_{\text{رقم ۱}} = \underbrace{0/474}_{\text{رقم ۳}}$$

$$\underbrace{237}_{\text{رقم ۰}} \times \underbrace{0/002}_{\text{رقم ۳}} = \underbrace{0/474}_{\text{رقم ۳}}$$

$$\underbrace{23/7}_{\text{رقم ۱}} \times \underbrace{0/02}_{\text{رقم ۲}} = \underbrace{0/474}_{\text{رقم ۳}}$$

– از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی که کار کردید را به کسر تبدیل کنند و حاصل کسری را دوباره به اعشار تبدیل کنند. و از آنها در مورد تعداد رقم‌های اعشاری حاصل ضرب و عامل‌های ضرب سؤال کنید.

$$2 \frac{37}{100} = \frac{237}{100}$$

$$\frac{237}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{474}{1000} = 0/474$$

$$237 \times \frac{2}{1000} = \frac{474}{1000} = 0/474$$

$$23 \frac{7}{10} = \frac{237}{10}$$

$$\frac{237}{10} \times \frac{2}{100} = \frac{474}{1000} = 0/474$$

– پس از به دست آوردن قانون ضرب و تسلط کامل مثال‌هایی بدهید که سمت راست‌ترین رقم یکی از عامل‌ها ۵ و سمت راست‌ترین رقم عامل دیگر ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد. دانش‌آموزان توجه کنند که صفر به دست آمده هم یکی از رقم‌های اعشاری حاصل ضرب است.

$$\underbrace{0/35}_{\text{رقم ۲}} \times \underbrace{0/4}_{\text{رقم ۱}} = \underbrace{0/140}_{\text{رقم ۳}}$$

– و مثال‌هایی چون :

$$\underbrace{0/200}_{\text{رقم ۳}} \times \underbrace{0/40}_{\text{رقم ۲}} = \underbrace{0/8000}_{\text{رقم ۵}}$$

و

$$\underbrace{0/2}_{\text{رقم ۱}} \times \underbrace{0/4}_{\text{رقم ۱}} = \underbrace{0/8}_{\text{رقم ۲}}$$

$$0/200 = 0/2 \text{ و } 0/40 = 0/4 \text{ و } 0/8000 = 0/8$$

– در آموزش فعالیت بعدی نیز دانش‌آموز می‌تواند با استفاده از ماشین حساب ضرب‌ها را انجام دهد و به ارتباط صفرهای عامل ضرب و تأثیر آن در جای ممیز حاصل ضرب پی ببرد.

– در این قسمت هم پس از تسلط کامل مثال‌هایی نظیر

$$0/5 \times 200 = 100/0 = 100$$

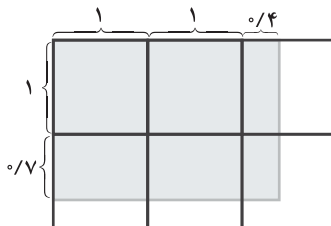
$\underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{رقم ۱}} \quad \quad \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{رقم ۱}}$

و توجه دانش‌آموزان را به صفرهای حاصل ضرب و تعداد رقم‌های اعشاری جلب کنید.

– از دانش‌آموزان بخواهید همانند درس ضرب کسرها، اعداد اعشاری را نیز روی مساحت نمایش دهند.

$$2/4 \times 1/7$$

$$\begin{array}{r} 2/4 \\ \times 1/7 \\ \hline 2 \quad \leftarrow 2 \times 1 \\ 1/4 \quad \leftarrow 2 \times 0/7 \\ 0/4 \quad \leftarrow 0/4 \times 1 \\ + 0/28 \quad \leftarrow 0/4 \times 0/7 \\ \hline 4/08 \end{array}$$



$$\begin{aligned} \overset{\times}{\underset{\times}{\overset{\times}{\underset{\times}{\times}}}} \left( \frac{2}{4} \times 1 \right) \times 7 &= (2 \times 1) + (2 \times 0/7) + (0/4 \times 1) + (0/4 \times 0/7) \\ &= 2 + 1/4 + 0/4 + 0/28 \\ &= 4/8 \end{aligned}$$

— برای دانش‌آموزان توانمندتر می‌توانید به این نکته اشاره کنید که چون  $2/4$  بین ۲ و ۳ است و  $1/7$  بین ۱ و ۲ است پس حاصل ضرب بین ۲ و ۶ است :

$$2 < 2/4 < 3$$

$$1 < 1/7 < 2$$

$$2 \times 1 = 2 < 2/4 \times 1/7 < 2 \times 3 = 6$$

و این موضوع از روی شکل پیداست.

— همچنین دانش‌آموزان توانمندتر می‌توانند به نکته‌ای که در قسمت «حل بعضی از تمرین‌ها» گفته شد پردازند.

### بدفهمی‌های رایج

گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند تعداد رقم‌های اعشاری دو عامل ضرب را باید درهم ضرب کنند و در حاصل ضرب تأثیر بدهند. هنگام تدریس به این نکته توجه کنید که تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب با هم جمع می‌شود.

در مواردی که سمت راست‌ترین رقم عامل‌های ضرب ۵ و اعداد زوج هستند توجه کنند که صفر حاصل ضرب را در تعداد رقم‌ها به حساب بیاورند.

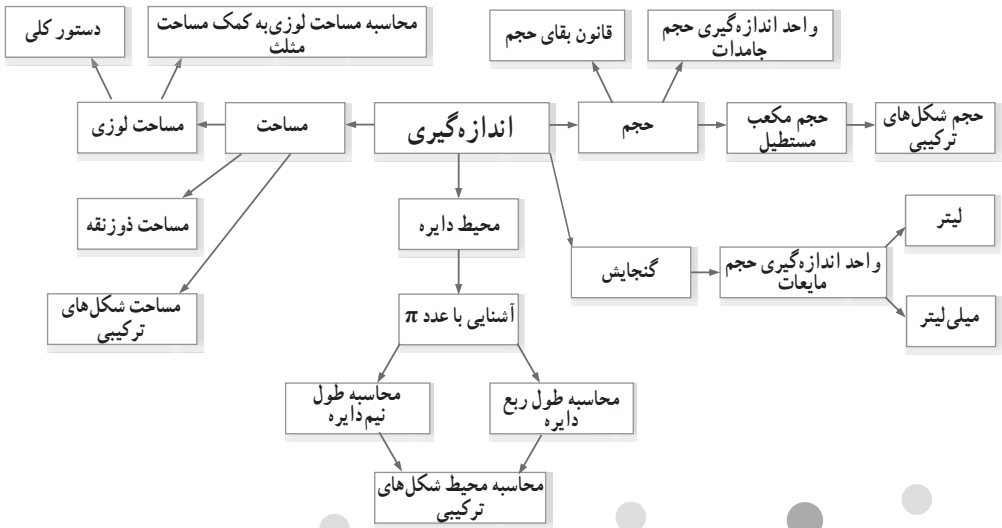
— گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند با عمل ضرب همیشه حاصل ضرب بزرگ‌تر می‌شود که در قسمت «حل بعضی از تمرین‌ها» به این موضوع اشاره شد.

# اندازه‌گیری



نگاه کلی به فصل

این فصل، شامل ۴ درس است. در درس اول مساحت لوزی و دوزنقه در قالب فعالیت معرفی خواهد شد، درس دوم به اندازه‌گیری محیط دایره اختصاص یافته و ضمن آن عدد  $\pi$  به دانش‌آموزان معرفی می‌شود. درس سوم به معرفی حجم اختصاص داده شده است. در این درس مفاهیم بقای حجم، ضرورت نیاز به واحد دقیق برای اندازه‌گیری حجم اجسام و در نهایت دستور محاسبه حجم مکعب مستطیل ارائه می‌شود و از دانش‌آموز انتظار می‌رود حجم شکل‌های ترکیبی را نیز بتواند محاسبه کند. درس پایانی این فصل به مفهوم گنجایش پرداخته و در واقع جمع‌بندی از مفاهیم مربوط به گنجایش که در پایه‌های تحصیلی پیشین مطرح شده است، ارائه می‌شود. در این فصل واحدهای اندازه‌گیری لیتر و سی‌سی (میلی‌لیتر، سانتی‌متر مکعب) معرفی می‌شود و توصیه می‌شود واحدهای دیگر اندازه‌گیری مثل متر مکعب مطرح نشود.



### تصویر عنوانی

هدف از صفحه‌ عنوانی جلب توجه دانش آموز به محیط اطراف و اشاره به مظاهری از کاربرد ریاضیات در طبیعت پیرامونی یا دست‌سازه‌های بشر است. با این هدف که دانش آموز، ریاضیات را چیزی بیگانه از زندگی نداند. از طرف دیگر سعی مؤلفین این کتاب بر این بوده است که در تنظیم محتوا نگاهی جامع به سراسر کشور داشته باشند. لذا صفحه‌ عنوانی به معرفی میدان امام همدان به‌عنوان یکی از آثار ملی اختصاص یافت. طراحی این میدان به شکل دایره با ۶ خیابان منشعب از آن است و به همین لحاظ، نماد شهرسازی مدرن قلمداد شده است. معماری این میدان بسیار شبیه به میدان حسن آباد تهران است.

## مساحت لوزی و دوزنقه

### اهداف

- ۱- دوزنقه و لوزی را بشناسد و بتواند در اطراف خود به نمونه‌هایی از آن اشاره کند.
- ۲- فرمول محاسبه مساحت لوزی را بداند.
- ۳- بتواند مساحت لوزی را با داشتن اندازه قطرهای محاسبه کند.
- ۴- فرمول محاسبه مساحت دوزنقه را بداند.
- ۵- بتواند مساحت دوزنقه را با داشتن اندازه قاعده‌ها و ارتفاع محاسبه کند.
- ۶- بتواند مساحت شکل‌های ترکیبی را محاسبه کند.
- ۷- قانون بقای مساحت را بداند و بتواند از آن استفاده کند.

ابزارهای مورد نیاز :

۱- کاغذ رنگی

۲- قیچی

### روش تدریس

فعالیت اول فقط به قصد ایجاد انگیزه و جلب توجه دانش‌آموز به محیط اطراف و تأکید بر کاربرد اشکال هندسی در زندگی روزمره است. در تصویر میانی اشاره دانش‌آموز به لوزی یا متوازی‌الاضلاع هر دو صحیح است.

فعالیت دوم در واقع پیش‌نیاز فعالیت ۳ است. به این معنا که ویژگی‌های چهارضلعی‌ها مرور می‌شود و بر ویژگی عمود منصف بودن قطرهای لوزی تأکید می‌شود. چرا که در فعالیت ۳ محاسبه مساحت لوزی بدون در نظر داشتن این ویژگی ممکن نخواهد بود.

در فعالیت ۳ هدف این است که مساحت لوزی به کمک مساحت شکل‌هایی که پیش از این،

دانش آموز با مساحت آن آشناست محاسبه شود و رسیدن به دستور کلی محاسبه مساحت لوزی مدنظر نیست.

در این روش با رویکرد استفاده از راهبردهای چندگانه، مساحت لوزی به کمک تقسیم آن به چهار مثلث، تقسیم به دو مثلث بالایی و پایینی و تقسیم به دو مثلث چپ و راست قابل محاسبه است. این فعالیت فهم عمیق را مدنظر دارد و فعالیت ۴ به جهت دستیابی به سرعت در محاسبات طراحی شده است. در این کتاب سعی شده است بین آموزش رویه‌ای و آموزش مفهومی تعادل برقرار باشد. در فعالیت ۴، محاسبه دستور کلی مساحت لوزی به کمک مساحت مستطیل آموزش داده می‌شود و در پایان به جهت سهولت مطالعات بعدی برای دانش آموز، هدف کلی این درس (دستور کلی محاسبه مساحت لوزی) داخل کادر پایین صفحه ارائه شده است.

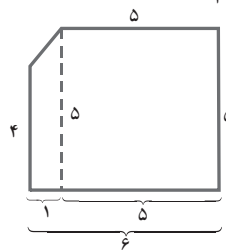
فعالیت بعدی با روش مشابه، محاسبه دستور کلی مساحت ذوزنقه را در نظر دارد و انتظار می‌رود دانش آموز با کمک معلم و دوستانش بتواند با پرکردن جاهای خالی به دستور کلی دست پیدا کند.

### حل بعضی تمرین‌ها

کار در کلاس صفحه ۱۰۸

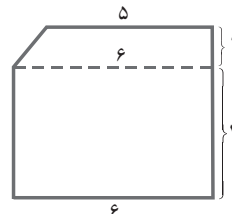
روش اول:

$$\begin{aligned} \text{مساحت مربع} + \text{مساحت ذوزنقه} &= \text{مساحت شکل} \\ &= \frac{(5+4) \times 1}{2} + 5 \times 5 = 4/5 + 25 = 29/5 \quad \text{یا} \quad \frac{9}{2} + 25 \end{aligned}$$



روش دوم:

$$\begin{aligned} \text{مساحت مستطیل} + \text{مساحت ذوزنقه} &= \text{مساحت شکل} \\ &= \frac{(5+6) \times 1}{2} + 4 \times 6 = 5/5 + 24 = 29/5 \end{aligned}$$



تمرین ۱ — صفحه ۱۰۹ : ایده این تمرین برگرفته از مطالعات تیمز است. محاسبه ساق دوزنقه و قاعده بزرگ آن با توجه به شکل‌ها قابل محاسبه است. ساق دوزنقه با توجه به شکل اول و سوم با ضلع مربع یکی است و لذا ۲ سانتی متر است و قاعده بزرگ دوزنقه با توجه به شکل میانی دو برابر ضلع مربع و ۴ است.

مساحت تمامی شکل‌ها با هم برابر است و نیازی به محاسبه نیست (قانون بقای مساحت) ولی محیط شکل‌ها با هم متفاوت است.

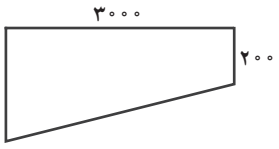
$$۱۸ = ۹ \times ۲ = \text{محیط شکل نیما}$$

$$۱۴ = ۷ \times ۲ = \text{محیط شکل ایمان}$$

$$۱۸ = ۹ \times ۲ = \text{محیط شکل امین}$$

تمرین ۳ : این مسئله جزء مسائل باز پاسخ است که با منظور کردن اعداد کسری و اعشاری بی‌نهایت جواب دارد، لذا برای راحتی محاسبات پاسخ را به ۳ مورد محدود کرده‌ایم. مثال : {۳ و ۴} یا {۱۲ و ۱} یا {۶ و ۲}

تمرین ۴ : در این فعالیت محاسبه مساحت دیواره استخر مدنظر است. فقط یک دیواره و آن هم دوزنقه‌ای است که در تصویر کتاب مشخص است. برای محاسبه بهتر است ابتدا اندازه‌ها برحسب سانتی متر نوشته شود که برای پاسخ‌گویی به قسمت (ب) مشکلی پیش نیاید. به این ترتیب :



$$\Rightarrow \text{مساحت دیواره} = \frac{(۲۰۰ + ۵۰۰) \times ۳۰۰۰}{۲} = ۱۰۵۰۰۰۰$$

$$\text{کاشی لازم است. } \frac{۱۰۵۰۰۰۰}{۵۰} = ۲۱۰۰ \text{ تعداد کاشی لازم} \quad \frac{۱۰ \times ۱۰}{۲} = ۵۰ \text{ مساحت هر کاشی لوزی شکل}$$

تمرین ۵ : با توجه به رنگ‌ها در شکل میانی مساحت دو دوزنقه چپ و راست و همین‌طور مساحت دو دوزنقه بالایی و پایینی برابر است.

همین‌طور در شکل سمت راست، همرنگ بودن لوزی‌ها به این معناست که مساحت آنها با هم یکی است. بنابراین مساحت کل شکل ۸ برابر مساحت یکی از لوزی‌ها خواهد بود.

$$\text{مساحت لوزی} = (۳ \times ۱) \div ۲ = \frac{۳}{۲}$$

$$\text{مساحت کل شکل} = ۸ \times \frac{۳}{۲} = ۱۲$$



تمرین ۶: با توجه به شکل، قطر کوچک لوزی با عرض نوار مستطیل شکل برابر و ۵cm است.

قطر بزرگ لوزی  $\frac{1}{5}$  طول نوار مستطیل شکل و لذا ۸ سانتی متر است.  
روش ۱: این مسئله می‌تواند با محاسبه مستقیم حل شود.

$$۲۰ = ۲ \div (۵ \times ۸) = \text{مساحت یک لوزی}$$





$$۱۰۰ = ۲۰ \times ۵ = \text{مساحت تمام لوزی‌ها}$$

نصف مساحت نوار رنگ شده است.  $\Rightarrow ۲۰۰ = ۴۰ \times ۵ = \text{مساحت مستطیل}$

روش ۲: به کمک فعالیتی که برای پیدا کردن دستور مساحت لوزی انجام شد مساحت هر لوزی نصف مستطیلی است که در آن احاطه شده است. پس مساحت کل قسمت رنگی نصف مساحت نوار است.

روش ۳: به کمک شمارش قسمت‌های رنگی همین پاسخ به دست خواهد آمد.

## بدهمی‌ها

معمولاً دانش‌آموزان فقط شکل  را برای دوزنقه به رسمیت می‌شناسند لذا در این درس سعی شده است دوزنقه در انواع شکل‌های آن اعم از ؛  و  به دانش‌آموزان معرفی شود.

به همین لحاظ در فعالیت ۲ هم دوزنقه در حالت کاملاً کلی ارائه شده است. (متساوی‌الساقین یا قائم‌الزاویه نیست).

## محیط دایره

### اهداف

- ۱- تمام اجزاء دایره را بشناسد.
- ۲- فرمول محیط دایره را بداند و بتواند محیط دایره را محاسبه کند.
- ۳- با عدد  $\pi$  تا دورقم اعشار آشنا شود.
- ۴- بداند که افزایش و کاهش اندازه شعاع، افزایش و کاهش محیط را موجب می‌شود.
- ۵- مفهوم نیم‌دایره و ربع دایره را بداند.
- ۶- بتواند محیط شکل‌های ترکیبی را محاسبه کند.
- ۷- کار با ابزار هندسی نظیر خط‌کش و پرگار را بداند.

### روش تدریس

شروع درس با ارائه فعالیتی است که با زندگی روزمره ارتباطی نزدیک دارد و علاوه بر آن مرور و یادآوری یادگیری‌های قبلی دانش‌آموز در مورد دایره مدنظر است.

هدف فعالیت شماره ۲ نیز این است که دانش‌آموز متوجه شود با افزایش تعداد اضلاع چندضلعی محیط داخل دایره، اندازه محیط چندضلعی به محیط دایره نزدیک‌تر می‌شود.

در فعالیت ۳ پس از مرور اجزاء دایره، هدف، ابتدا آشنایی با مقدار عدد  $\pi$  است و در نهایت به کمک جدول ارائه شده و اندازه‌های داخل آن و به کمک استفاده از ماشین حساب و تقسیم محیط دایره بر قطر آن، انتظار می‌رود دانش‌آموز به عدد تقریبی ۳ اشاره کند.

در نهایت معلم مقدار دقیق‌تر این عبارت یعنی  $\frac{3}{14}$  را به عنوان عدد  $\pi$  به دانش‌آموزان معرفی می‌کند.

با مقایسه ستون دوم و سوم جدول انتظار می‌رود فرمول محیط دایره توسط دانش‌آموزان و با همکاری معلم قابل دستیابی باشد.

قسمت (ت) این فعالیت به این منظور طراحی شده است که دانش‌آموز متوجه شود تغییر واحد

اندازه گیری از ۲ سانتی متر به ۲ متر، محیط را از سانتی متر به متر تبدیل می کند و محاسبه مجدد محیط دایره ضرورتی ندارد.

## حل برخی تمرین ها

کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱۱: دانش آموز برای اندازه گیری قطر اجسام دایره ای اطراف خود نیاز به کمک دوستان و معلم دارد. برای مثال نیاز دارد متوجه شود خط کش را آن قدر روی لبه لیوان جابه جا کند که بیشترین اندازه را به قطر نسبت دهد.

فعالیت صفحه ۱۱۱: هدف این است که به کمک عقربه های ساعت و مفاهیم نیم ساعت و ربع ساعت، نیم دایره و ربع دایره در ذهن دانش آموز مفهوم عمیق تری پیدا کند.

کار در کلاس صفحه ۱۱۲: برای پیدا کردن محیط شکل های ترکیبی جهت فلش ها نشان دهنده تأکید بر این مطلب است که در محاسبه محیط، حرکت از یک نقطه آغاز شده و به همان نقطه باز خواهیم گشت. علاوه بر این تقویت گفتمان ریاضی هم مدنظر است و تأکید بر این است که دانش آموز ابتدا به زبان خود اندازه خط های لازم را بنویسد و بعد به محاسبه پردازد. برای مثال محیط شکل سمت راست:

شعاع دایره بزرگ + نصف محیط دایره کوچک + نصف محیط دایره بزرگ = محیط شکل

$$= \frac{(10 \times 3)}{2} + \frac{5 \times 3}{2} + 5 = 15 + 7.5 + 5 = 27.5$$



تمرین ۳ صفحه ۱۱۲: محیط شکل سمت چپ:

$$\frac{3}{4} \text{ از محیط دایره} + \text{شعاع} + \text{شعاع} = \text{محیط شکل}$$

$$= 10 + 10 + (20 \times 3) \times \frac{3}{4} = 10 + 10 + 45 = 65$$

در تمرین هایی که لازم است مقدار عدد  $\pi$  برابر ۳ در نظر گرفته شود، این مطلب داخل پرانتز ذکر شده است. در بقیه تمرین ها پیشنهاد می شود مقدار  $\pi$  برابر  $3/14$  منظور شود.

## بدفهمی ها

مهم ترین بدفهمی این فصل به محاسبه محیط برمی گردد. لازم است با ارائه تمرین های مناسب تفاوت محیط شکل های زیر برای دانش آموز مشخص شود. به طور مثال محیط  برابر است با نصف محیط دایره و محیط شکل  برابر است با نصف محیط دایره + طول قطر دایره.

### حجم

#### اهداف

- ۱- قانون بقای حجم را بدانند و به کار گیرند. (حجم یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن تغییر نمی کند).
- ۲- بتواند حجم شکل را با داشتن واحدهای مختلف محاسبه کند.
- ۳- واحد اندازه گیری حجم جامدات (سانتی متر مکعب) را بدانند.
- ۴- فرمول حجم مکعب مستطیل را بدانند و آن را در حل مسائل به کار گیرند.
- ۵- حجم یک مکعب مستطیل را با داشتن اندازه ابعاد آن در حالت گسترده نیز محاسبه کند.
- ۶- حجم شکل های ترکیبی را محاسبه کند.
- ۷- بتواند حجم شکل های مختلف را تخمین بزند.

#### روش تدریس

تمام فعالیت های این قسمت ناظر به مفهوم بقای حجم است که مطالعات روان شناسی سن ۱۱ سال را برای مواجهه و فهم آن مناسب دانسته اند. هدف این است که دانش آموز بداند چیدمان متفاوت تعداد مشخصی مکعب، حجم متفاوتی را برای شکل حاصل، نخواهد داشت و حجم کلی یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن عوض نمی شود. در این فعالیت سعی شده است از مثال هایی که با زندگی روزمره دانش آموزان عجین است استفاده شود. این فعالیت به جامدات صلب توپیر اشاره دارد و لذا اجسام کشسانی و گازها مورد نظر این فعالیت نیست.

به معلمان پیشنهاد می‌شود در صورت ناکافی دانستن این مثال‌ها، برای دانش‌آموزان مثال‌های بیشتری ارائه کنند.

در فعالیت صفحه ۱۱۴ هدف این است که دانش‌آموزان ابتدا با محاسبه حجم شکل با دو واحد متفاوت در شماره ۱ به دو اندازه متفاوت دست پیدا کنند تا لزوم وجود واحد استاندارد را حس کنند. لذا واحد سانتی‌متر مکعب به دانش‌آموزان معرفی می‌شود.

در فعالیت شماره ۲ هدف این است که در قالب یک جدول، تفاوت کاربری واحدهای مختلف اندازه‌گیری مثل سانتی‌متر / متر، لیتر و سانتی‌متر مکعب برای دانش‌آموز دسته‌بندی و منظم شود. در فعالیت ۳ محاسبه حجم جامدات منظم مدنظر است و برای شروع مکعب مستطیل انتخاب شده است.

در این فعالیت به کمک راهبردهای چندگانه، حجم مکعب مستطیل به ۳ طریق اندازه‌گیری می‌شود و هدف این است که در پایان دانش‌آموز بتواند به‌دستور کلی محاسبه حجم مکعب مستطیل دست پیدا کند.

در فعالیت صفحه ۱۱۵ نیز دانش‌آموز برای پیدا کردن حجم شکل مرکب با روش‌های متفاوت مواجه می‌شود.

در روش اول شکل، با رسم خط افقی به دو مکعب بالایی و پایینی تقسیم شده است، در روش دوم حجم شکل به شکل مجموع حجم دو مکعب مستطیل سمت چپ و راست محاسبه شدنی است و در روش سوم با کم کردن حجم فضای خالی از حجم مکعب مستطیل کامل شده، حجم قسمت رنگی محاسبه می‌شود.

در ادامه فعالیت، از دانش‌آموزان خواسته شده است که راه حل دیگری پیشنهاد بدهند. می‌توان با رسم خط افقی و عمودی شکل را به ۳ مکعب مستطیل تبدیل کرد و حجم را محاسبه کرد. دقت شود که استفاده از فرمول کلی «مساحت قاعده  $\times$  ارتفاع» جزء اهداف آموزش این کتاب نیست.

## حل برخی تمرین‌ها

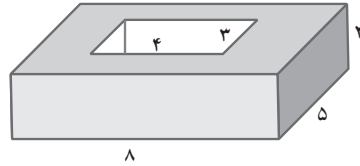
کار در کلاس صفحه ۱۱۵: در تمرین ۱ در دو مکعب اول و سوم اندازه‌ها یکی است. هدف این است که تأکید شود تغییر شکل جسم، تغییر حجم آن را نتیجه نمی‌دهد.

## کار در کلاس صفحه ۱۲۶

حجم مکعب مستطیل داخلی - حجم مکعب مستطیل بیرونی = حجم شکل رنگی

$$= 2 \times 5 \times 8 - 4 \times 3 \times 2 =$$

$$= 80 - 24 = 56 \text{ سانتی متر مکعب}$$



در تمرین ۱ قسمت (پ) بهتر است دانش آموز با انجام قسمت الف و ب متوجه این نکته شود که حجم ده کتاب هم اندازه روی هم ۱۰ برابر حجم کتاب اول است و نیازی به محاسبه نیست. هر چند محاسبه هم اشکالی ندارد.

در تمرین ۲ هدف این است که ارتباط ریاضی با زندگی روزمره نشان داده شود. انتظار این است که در نگاه اول دانش آموز حجم مکعب مستطیل را بیشتر از حجم مکعب تخمین بزند.

اما بعد از محاسبه متوجه خواهد شد که حجم دو شکل برابر است. برای قسمت آخر این سؤال ممکن است دانش آموزی مکعب مستطیل را انتخاب کند با این استدلال که حجم آن بیشتر به نظر می آید و مشتری را بیشتر جلب می کند. این استدلال بیشتر هدف این کتاب را تأمین می کند.

ولی این امکان هم وجود دارد که دانش آموز مکعب مستطیل را انتخاب کند به این دلیل که جعبه برای پودر لباس شویی در نظر گرفته شده و لذا در دست گرفتن آن ساده تر از مکعب است که باز هم پاسخ صحیح است.

این احتمال هم وجود دارد که به هر دلیل قابل قبولی دانش آموز مکعب را انتخاب کند. به هر حال هدف این سؤال تقویت قدرت استدلال دانش آموز و کاربرد ریاضی در زندگی است.

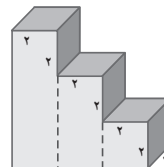
تمرین ۴ صفحه ۱۱۷: حجم هر شکل به چندین روش قابل محاسبه است و تمامی روش های درست قابل قبول است.

روش اول:

حجم مکعب سوم + حجم مکعب مستطیل دوم + حجم مکعب مستطیل اول = حجم شکل

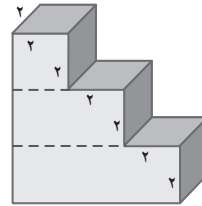
$$= 2 \times 2 \times 6 + 2 \times 2 \times 4 + 2 \times 2 \times 2$$

$$= 24 + 16 + 8 = 48 \text{ سانتی متر مکعب}$$



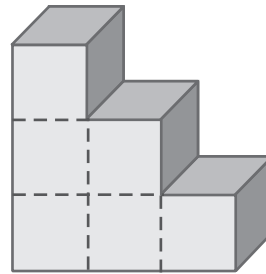
روش دوم :

$$\begin{aligned} \text{حجم مکعب مستطیل پایینی} + \text{حجم مکعب مستطیل وسطی} + \text{حجم مکعب بالایی} &= \text{حجم شکل} \\ &= 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 4 \times 2 + 2 \times 6 \times 2 \\ &= 8 + 16 + 24 = 48 \text{ سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$



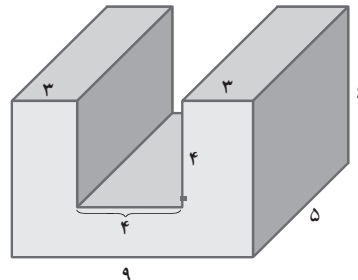
روش سوم :

$$\begin{aligned} \text{شش برابر حجم یک مکعب} &= \text{حجم شکل} \\ &= 6 \times (2 \times 2 \times 2) = 6 \times 8 = 48 \\ &\text{سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$



در حالت دشوارتر ممکن است دانش آموز بخواهد مکعب را کامل کرده و با کم کردن فضای خالی از کل شکل حجم قسمت رنگی را محاسبه کند.  
به همین ترتیب در تمرین ۴، شکل سمت چپ هم به چند روش می تواند حل شود.  
ساده ترین روش عبارت است از :

$$\begin{aligned} \text{حجم مکعب مستطیل فضای خالی} - \text{حجم مکعب مستطیل کلی} &= \text{حجم شکل} \\ &= 9 \times 5 \times 6 - 4 \times 4 \times 5 \\ &= 270 - 80 = 190 \text{ سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$



تمرین ۵ صفحه ۱۱۷ : هدف تخمین زدن است. مهارتی که بسیاری از بزرگسالان ما هم در آن آموزش مناسب ندیده‌اند.

قسمت الف) به سادگی قابل حل است.

قسمت ب) حجم چه چیزی ممکن است صد سانتی متر مکعب باشد؟ جعبه‌ای در ابعاد مثلاً ۵ و ۵ و ۴ یا یک جامدادی.

هزار سانتی متر مکعب چطور؟ این فضا در واقع نشان‌دهنده حجم یک لیتر است. پس هر جعبه‌ای که تقریباً به اندازه ۱ لیتر گنجایش داشته باشد می‌تواند جواب مسئله باشد مثل جعبه دستمال کاغذی.

دقت کنید که هزار سانتی متر مکعب ده برابر صد سانتی متر مکعب است. لذا کافی است اشاره شود که هزار سانتی متر مکعب اندازه جعبه‌ای است که در آن ۱۰ تا جامدادی جا می‌شود.

صد هزار سانتی مکعب صد برابر جعبه قبلی است. یعنی جعبه‌ای با ابعاد حدودی ۵۰ و ۵۰ و ۴۰ یا جعبه‌ای که بشود درون آن ۱۰۰ جعبه دستمال کاغذی چید.

تمرین ۶ صفحه ۱۲۷ : جزء سؤالات باز پاسخ است که اگر اعداد اعشاری را لحاظ کنیم بی‌نهایت جواب خواهد داشت. لذا با خواستن ۳ جواب آن را محدود کرده‌ایم. مثل {۶ و ۲ و ۴} یا {۱۲ و ۲ و ۲} یا {۴ و ۴ و ۳}.

استفاده از روش‌هایی که شکل را به کمک خط چین به ۳ مکعب مستطیل مجزا تقسیم می‌کند نیز کاملاً صحیح است.



### گنجایش

#### اهداف

- ۱- واحد اندازه گیری حجم مایعات را بداند.
- ۲- با واحد لیتر، سانتی متر مکعب، سی سی و میلی لیتر آشنا باشد.
- ۳- بتواند لیتر را به میلی لیتر و برعکس تبدیل کند.

#### روش تدریس

این درس در واقع جمع بندی کل مطالب ارائه شده در خصوص گنجایش در پایه های قبلی است و علاوه بر آن واحد سی سی هم به دانش آموزان معرفی می شود.

در این فعالیت هم نظیر آنچه در درس قبل آمده بود، ابتدا دانش آموز مفهوم گنجایش را در شماره ۱ فعالیت مرور و یادآوری می کند و در فعالیت ۲ و ۳ ضرورت استفاده از واحد استاندارد را متوجه می شود. در آخر واحد لیتر به او معرفی شده و دانش آموز با کاربرد یک مثال روزمره می تواند حجم یک لیتر را تخمین زده و تصور کند.

در فعالیت صفحه بعد از دانش آموز خواسته می شود که با دقت به محیط اطراف نمونه هایی از کاربرد لیتر را مثال بزند. در شماره سوم، هدف این است که ضرورت استفاده از واحدهای کوچک تر از لیتر توسط دانش آموز درک شود.

در این کتاب اشاره ای به مفاهیم متر مکعب و ... نخواهد شد. فقط کافی است دانش آموز با واحد لیتر و میلی لیتر، سی سی یا سانتی متر مکعب آشنا شود.

## حل برخی تمرین‌ها

کار در کلاس ۲ صفحه ۱۲۰: برای اندازه‌گیری حجم جامدات غیر منظم طراحی شده است. با توجه به اینکه سطح آب ۱۰ cc افزایش داشته لذا حجم سنگ ۱۰ سانتی متر مکعب است.

کار در کلاس ۳ صفحه ۱۲۰: هدف تبدیل اعداد اعشاری و کسری به یکدیگر و تبدیل واحدهاست.

سؤال ۴ صفحه ۱۲۰: هدف باز هم گره‌زدن ریاضی با زندگی روزمره و نیز پرورش مهارت‌های اقتصادی دانش‌آموز است.

هدف این است که دانش‌آموز بداند برای داشتن یک لیتر شیر، بهتر است یک پاکت یک لیتری ۲۵۰۰ تومانی انتخاب کند، نه ۴ پاکت ۲۵۰ میلی لیتری ۲۸۰۰ تومانی.

در قسمت (پ) با توجه به هدف سؤال که تهیه ماست است ۲/۵ لیتر شیر مورد نیاز می‌تواند به ۳ روش تأمین شود:

$$۳ \times ۲۵۰۰ = ۷۵۰۰ \quad ۳ \text{ پاکت شیر بزرگ بخرد}$$

$$۲ \times ۲۵۰۰ + ۲ \times ۷۰۰ = ۶۴۰۰ \quad ۲ \text{ پاکت شیر بزرگ و } ۲ \text{ پاکت شیر کوچک بخرد}$$

$$۱۰ \times ۷۰۰ = ۷۰۰۰ \quad ۱۰ \text{ پاکت شیر کوچک بخرد}$$

لذا اگر نیلوفر فقط ۷۰۰۰ تومان داشته باشد بهتر است روش دوم را انتخاب کند که از همه به صرفه‌تر است.

تمرین ۵ صفحه ۱۲۱: طول ۱۰ سانتی متری برای ماهی، جزء اطلاعات اضافی در صورت مسئله است.

هدف این است که دانش‌آموز با سؤالاتی مواجه شود که اطلاعات اضافی داشته باشد و دانش‌آموز تشخیص دهد استفاده از کدام اطلاعات ضروری است و کدام اطلاعات ربطی به پاسخ مسئله ندارد. این مسئله به کمک تناسب به راحتی قابل حل است.

در بقیه تمرین‌های این صفحه کار با اعداد اعشاری و کسری و تبدیل واحدهای اندازه‌گیری حجم مایعات مدنظر است.

فرهنگ نوشتن

هدف این است که دانش آموز با لمس اجسام دو بعدی و سه بعدی و بیان ویژگی‌های آن به زبان خودش هم فهم عمیق تری از اشکال هندسی پیدا کند و هم گفتمان ریاضی را تمرین کند.

این فعالیت می‌تواند به شکل شفاهی انجام شود و اصراری به نوشتن ویژگی‌ها نیست.

در تمرین ۱: هدف این است که با توجه به جدول، دانش آموز تأثیر مستقیم چند برابر شدن یا نصف شدن شعاع و قطر را در اندازه محیط دایره ببیند و تشخیص دهد.

پاسخ تمرین ۳ صفحه ۱۲۳

الف) قطرهای لوزی برابرند: گاهی

ب) دو تا از ضلع‌های دوزنقه موازی‌اند: همیشه

پ) قطرهای لوزی برهم عمودند: همیشه

ت) دو تا از ضلع‌های دوزنقه مساوی‌اند: گاهی

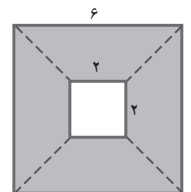
ث) می‌توانیم یک دوزنقه با ۳ زاویه قائمه رسم کنیم: هیچ وقت

ج) دوزنقه دو زاویه راست دارد: گاهی

در تمرین چهارم هدف، محاسبه مستقیم مساحت دوزنقه‌ها در شکل اول و دوم نیست. به همین دلیل همه اندازه‌ها داده نشده است. این به این خاطر است که دانش آموز به تفکر واداشته شود و نگاه ابزاری و رویه‌ای نداشته باشد.

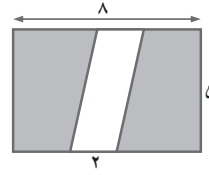
مساحت مربع کوچک - مساحت مربع بزرگ = مساحت قسمت رنگی

$$= ۳۶ - ۴ = ۳۲ \text{ سانتی متر مربع}$$



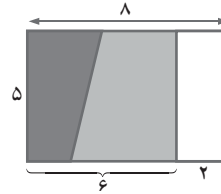
روش اول :

$$\begin{aligned} \text{مساحت متوازی الاضلاع} - \text{مساحت مستطیل} &= \text{مساحت قسمت رنگی} \\ &= 8 \times 5 - 2 \times 5 \\ &= 40 - 10 = 30 \text{ سانتی متر مربع} \end{aligned}$$



روش دوم :

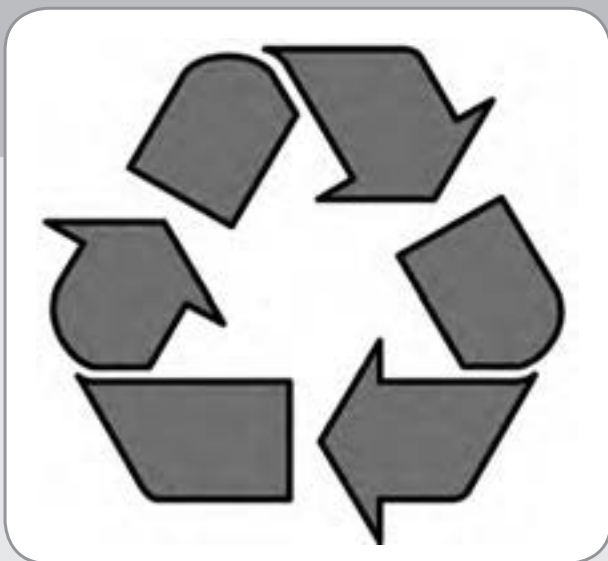
$$\text{سانتی متر مربع } 30 = 6 \times 5 = \text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت قسمت رنگی}$$



## معما و سرگرمی

هدف از طراحی این معما کار با ابزار اندازه گیری (خط کش) است و در عین حال دقت دانش آموز در قالب انجام بازی سنجیده می شود.

# آمار و احتمال

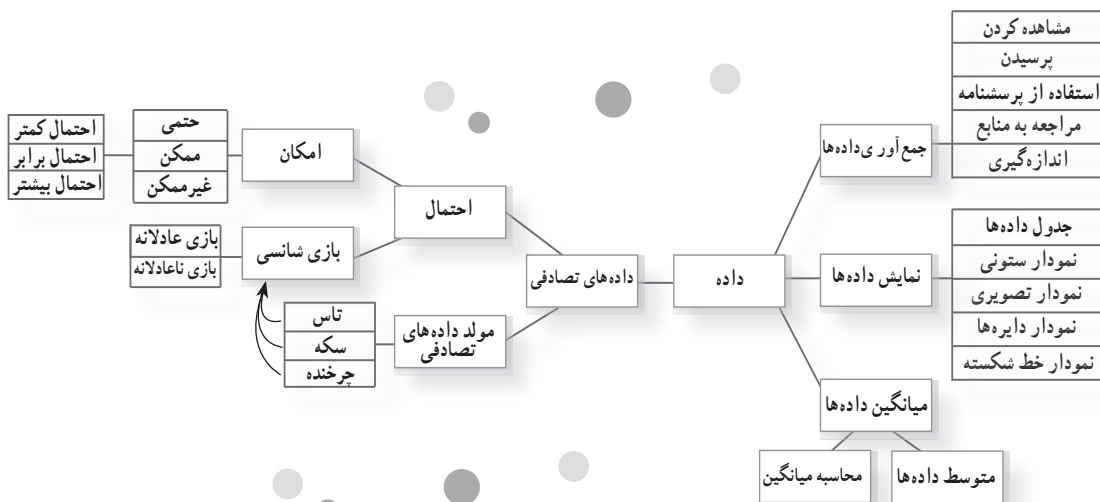


نگاه کلی به فصل

این فصل شامل سه درس است.

در درس اول روش‌های جمع‌آوری داده‌ها (مشاهده کردن، پرسیدن، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به کتاب‌ها یا سایت‌ها و اندازه‌گیری) و روش‌های نمایش داده‌ها (جدول داده‌ها، نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار خط شکسته و نمودار دایره‌ای) به کمک مثال‌های مختلف مرور شده‌اند. در مواردی هم به مصادیق استفاده از یک مورد به‌طور مستقیم پرداخته شده است.

در درس دوم مفهوم میانگین یا متوسط داده‌ها معرفی شده است و بازنمایی‌های مختلفی از این مفهوم ارائه شده است؛ همچنین دو روش برای محاسبه میانگین در این درس پیشنهاد شده است. در درس سوم، مفهوم احتمال مورد توجه قرار گرفته است و ضمن یادآوری مفاهیم سال‌های گذشته، بازی‌های شانسی عادلانه و ناعادلانه معرفی و شانس برد در بازی‌های شانسی مورد بررسی قرار گرفته است.



## تصویر عنوانی

در بسیاری از برنامه‌ریزی‌ها سیاست‌گذاری‌ها، از علم آمار استفاده می‌شود. داده‌ها منابع مهمی برای تصمیم‌گیری هستند. گاهی استفاده از علم آمار می‌تواند از فاجعه‌ای که در حال رخ دادن است، جلوگیری کند. تصویر عنوانی این فصل به یکی از این موارد یعنی کاهش سطح جنگل‌های ایران و بازیافت کاغذ به عنوان یکی از راه‌های جلوگیری از این فاجعه اختصاص یافته است. در طول فصل نیز اشاره‌هایی به این موضوع دیده می‌شود.

## دانستنی‌هایی برای معلم

علم آمار، علم جمع‌آوری، نمایش، تغییر و تحلیل داده‌هاست. در این علم از روش‌های مختلفی از جمله مشاهده کردن، پرسشنامه رجوع به کتب، سایت و منابع و ... همانطور که در درس اول این فصل بیان شده است، برای جمع‌آوری اطلاعات و داده‌ها استفاده می‌شود. پس از جمع‌آوری داده‌ها، برای استفاده راحت‌تر از آنها و طبقه‌بندی داده‌ها، از جدول داده‌ها استفاده می‌شود.

پس از خلاصه‌نویسی و طبقه‌بندی داده‌ها در جدول داده‌ها، به منظور نمایش بهتر داده‌ها و با هدف اینکه داده‌های جمع‌آوری شده به گونه‌ای نمایش داده شود که در سریع‌ترین زمان ممکن، جمع‌بندی از داده‌ها به صورت بصری به مخاطبین منتقل شود، از انواع نمودارها استفاده می‌شود. انواع نمودارها، شامل نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار خط شکسته، نمودار دایره‌ای، نمودار هیستوگرام و ... هست. هر یک از نمودارهای بیان شده با هدف خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عنوان نمونه، از نمودار ستونی برای مقایسه داده‌ها استفاده می‌شود و با استفاده از آن می‌توان، بیشترین و کمترین داده‌ها و میزان اختلاف داده‌ها با یکدیگر را نمایش داده به طور معمول از نمودار خط شکسته برای نمایش میزان تغییرات یک یا چند کمیت مورد مطالعه و از نمودار دایره‌ای برای نمایش سهم هر داده از کل داده‌ها استفاده می‌شود. برای تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده در علم آمار، از شاخص‌ها و معیارهای مختلفی استفاده می‌شود. این شاخص‌ها به طور کلی به دو دسته شاخص‌های مرکزی و شاخص‌های پراکندگی تقسیم‌بندی می‌شود. شاخص‌های مرکزی، معیارهایی هستند که اطلاعاتی در مورد محل تمرکز داده‌ها ارائه می‌کند. این شاخص‌ها شامل میانگین، میانه، نما (مد) می‌باشند. شاخص‌های پراکندگی اطلاعاتی در خصوص نحوه توزیع و پراکندگی داده‌ها ارائه می‌کنند. دامنه تغییرات، انحراف از معیار، واریانس، ضریب پراکندگی و ... تعدادی از شاخص‌های پراکندگی هستند. جهت کسب اطلاعات بیشتر در مورد شاخص‌های مرکزی و پراکندگی می‌توان به کتاب‌ها و منابع مرتبط با آمار مراجعه کرد.

میانگین یا متوسط داده‌ها، شاخص مرکزی در علم آمار است که انواع مختلفی دارد. میانگین حسابی، میانگین هندسی، میانگین وزنی و میانگین همساز، انواعی از میانگین هست که با توجه به کاربردهای مختلفی که هر یک دارند، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

میانگین حسابی، یکی از انواع میانگین هست که بیشتر در کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا نهم مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای محاسبه میانگین حسابی داده‌ها، از فرمول زیر استفاده می‌شود:

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

به عنوان مثال، میانگین پنج عدد ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۷، ۶ و ۱۰ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{۱۰+۱۲+۱۵+۱۷+۶}{۵} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲$$

محاسبه میانگین فقط از این روش محاسبه نمی‌شود، بلکه روش‌های دیگری برای محاسبه آن وجود دارد. یکی از آن روش‌ها، استفاده از میانگین فرضی برای محاسبه میانگین حسابی است. در این روش، عدد دلخواهی به عنوان میانگین فرضی در نظر گرفته می‌شود و براساس آن با استفاده از فرمول زیر میانگین حسابی محاسبه می‌شود:

$$\text{میانگین حسابی} = \text{میانگین فرضی} + \frac{\text{مجموع اختلاف هر داده با میانگین فرضی}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

به عنوان نمونه برای محاسبه میانگین حسابی پنج عدد ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۷، ۶ و ۱۰ با استفاده از میانگین فرضی، اگر میانگین فرضی ۱۰ در نظر گرفته شود، ابتدا اختلاف هر یک از داده‌ها با میانگین فرضی محاسبه می‌شود:

$$۱۰ - ۱۰ = ۰$$

$$۱۲ - ۱۰ = ۲$$

$$۱۵ - ۱۰ = ۵$$

$$۱۷ - ۱۰ = ۷$$

$$۶ - ۱۰ = -۴$$

سپس مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی محاسبه می‌شود:

$$۱۰ = (-۴) + ۷ + ۵ + ۲ + ۰ = \text{مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی}$$

میانگین حسابی براساس فرمول زیر حساب می‌شود:

$$\text{میانگین حسابی} = \text{میانگین فرضی} + \frac{\text{مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی}}{\text{تعداد داده‌ها}} = ۱۰ + \frac{۱۰}{۵} = ۱۰ + ۲ = ۱۲$$

روش‌های دیگری نیز برای محاسبه میانگین حسابی وجود دارد که علاقمندان می‌توانند برای اطلاع از آنها به کتاب‌های آماری مراجعه کنند.

میانگین حسابی دارای خواصی هست که به تعدادی از آنان در زیر اشاره می‌شود:

**خواص میانگین حسابی:**

۱- میانگین حسابی تعدادی مقدار ثابت همان مقدار ثابت هست. به عنوان نمونه، میانگین

حسابی ۶، ۶، ۶، ۶، ۶، ۶ همان ۶ هست.

$$\frac{۶+۶+۶+۶+۶+۶+۶}{۷} = \frac{۴۲}{۷} = ۶$$



۲- اگر به هر یک از داده‌ها مقدار ثابتی کم یا اضافه شود به مقدار میانگین حسابی نیز همان مقدار ثابت اضافه یا کم خواهد شد. این خاصیت را در قالب مثال زیر می‌توان بیان کرد:

$$\begin{array}{l}
 \text{هر یک از داده‌ها را با} \\
 \text{عدد ۴ جمع می‌کنیم} \rightarrow 12, 14, 16, 11, 9, 22 \\
 \text{میانگین حسابی} = \frac{8+10+12+7+5+18}{6} = 10 \quad \text{میانگین حسابی} = \frac{12+14+16+11+9+22}{6} = \frac{86}{6} = 14 \\
 \hspace{15em} +4
 \end{array}$$

۳- مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین حسابی همیشه صفر است.

۲۰, ۱۸, ۱۴, ۳, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۲

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{20+18+14+3+10+10+11+2}{8} = \frac{88}{8} = 11$$

اختلاف داده‌ها از میانگین	{	$20 - 11 = 9$	$\xrightarrow{\text{مجموع اختلاف داده از میانگین}}$	$9 + 7 + 3 + (-8) + (-1) + (-1) + 0 + (-9) = 19 - 19 = 0$
		$18 - 11 = 7$		
		$14 - 11 = 3$		
		$3 - 11 = -8$		
		$10 - 11 = -1$		
		$10 - 11 = -1$		
		$11 - 11 = 0$		
		$2 - 11 = -9$		

### میانگین همساز:

میانگین همساز، یکی از انواع میانگین است که معمولاً برای محاسبه متوسط سرعت، مطالعه در شبکه‌های برق، عینک‌شناسی و ... کاربرد دارد. در این میانگین، در صورتی که تعدادی داده مانند  $x_1, x_2, \dots, x_n$  همگی مخالف صفر و هم علامت باشند (یعنی یا همگی مثبت و یا همگی منفی باشند) میانگین همساز آنها با استفاده از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\text{میانگین همساز} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

$\nearrow$  تعداد داده‌ها

به عنوان مثال برای محاسبه میانگین همساز چهار عدد ۱۰,۷,۶ و ۱ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{میانگین همساز} = \frac{4}{\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \frac{1}{1}} = \frac{4}{\frac{70+60+42+42}{420}} = \frac{4}{\frac{592}{420}} = 4 \div \frac{592}{420} = \frac{1}{1} \times \frac{420}{592} = \frac{105}{37}$$

از این میانگین در مواردی استفاده می‌شود که باید میانگین نسبت‌هایی را محاسبه کرد که صورت و مخرج آنها دارای واحدهای یکسانی نیستند.

مثال: اتومبیلی فاصله بین دو شهر A و B را که ۹۰ کیلومتر است با سرعت متوسط ۶۰ کیلومتر در ساعت پیمود و با سرعت ۳۵ کیلومتر در ساعت برگشته است. سرعت متوسط در رفت و برگشت را محاسبه کنید.

حل: ابتدا مسئله را از رابطه فیزیکی حل می‌کنیم تا جواب صحیح را پیدا کنیم. این اتومبیل ۱/۵ ساعت زمان رفت و ۳ ساعت زمان برگشت داشته، یعنی ۴/۵ ساعت در راه بوده و ۱۸۰ کیلومتر مسافت را پیموده است پس سرعت متوسط برابر است با:

$$\text{سرعت} V = \frac{\text{مسافت}}{t} = \frac{180}{4/5} = 40 \frac{\text{km}}{\text{n}}$$

اگر این مسئله را با میانگین حسابی حل می‌کردیم حاصل به صورت زیر به دست می‌آمد:

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{60+30}{2} = 45 \frac{\text{km}}{\text{n}}$$

$$\text{و اگر از میانگین همساز استفاده کنیم: } \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{30}} = \frac{2}{\frac{3}{60}} = 2 \times \frac{60}{3} = 40 \frac{\text{km}}{\text{n}}$$

ملاحظه می‌کنیم که برای آنکه پاسخ صحیح به دست آید باید از میانگین همساز استفاده شود.

## احتمال

احتمال، یکی از شاخه‌های علم آمار است که در آن وقوع یک اتفاق تصادفی (اتفاقی که از قبل قابل پیش‌بینی دقیق نیست) مورد برآورد و تخمین قرار می‌گیرد.

آنچه در آموزش مفهوم احتمال می‌تواند به درک بهتر دانش‌آموزان از این مفهوم کمک کند، این است که آنان قبل از درگیر شدن با مفهوم ریاضی احتمال، با استفاده از تجربه و به صورت عملی و با تکرار و آزمایش، درک تجربی از این مفهوم داشته باشند.

در کتاب‌های درسی جدیدالتألیف ریاضی نیز در گام اول، رویکرد تجربی به احتمال مدّ نظر بوده است. پس از آن در گام دوم رویکرد ذهنی مورد نظر قرار گرفته است؛ یعنی طرح آزمایش‌های ذهنی با تعداد تکرارهای بسیار زیاد و پیش‌بینی کلی یک آزمایش تصادفی.

پس از این دو گام، دانش‌آموزان آماده وارد شدن به مباحث کلاسیک احتمال یعنی سفارش حالت‌های ممکن و مطلوب و نسبت دادن عدد به احتمال رخ دادن یک اتفاق هستند. این گام در کتاب‌های متوسطه (۱) مورد توجه قرار گرفته است.

$$\frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب برای رخ دادن آن اتفاق}}{\text{تعداد کل حالت‌های ممکن}} = \text{در رویکرد کلاسیک احتمال رخ دادن یک اتفاق برابر است با}$$

مثال: در پرتاب یک تاس: احتمال اینکه عدد زوج بیاید به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} 3: \text{تعداد حالت‌های مطلوب } 2, 4, 6 = \text{حالت‌های مطلوب (زوج آمدن تاس)} \\ 6: \text{تعداد کل حالت‌های ممکن } 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{array} \right\} \text{احتمال زوج آمدن تاس} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

بر این اساس در هر آزمایش ابتدا باید همه حالت‌های ممکن هم شانس را پیدا کنیم و سپس در میان آنها، حالت‌های مطلوب را مشخص کنیم.

مثال: در پرتاب دو تاس؛ احتمال آنکه مجموع عددهای روی دو تاس ۵ باشد به صورت زیر

محاسبه می‌شود:

+	●	●●	●●●	●●●●	●●●●●	●●●●●●
●	۲	۳	۴	۵	۶	۷
●●	۳	۴	۵	۶	۷	۸
●●●	۴	۵	۶	۷	۸	۹
●●●●	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
●●●●●	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
●●●●●●	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

$$\left. \begin{array}{l} 4: \text{تعداد حالت‌های مطلوب} \\ 36: \text{تعداد حالت‌های ممکن} \end{array} \right\} \text{احتمال } 5 \text{ بودن مجموع عددها} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

## توسعه مفاهیم

- ۱- انجام پروژه‌های آماری شامل جمع‌آوری، انتخاب نوع نمایش، بررسی و تفسیر داده‌ها در موضوعات مختلف می‌تواند مسیر مناسبی برای توسعه مفاهیم درس اول این فصل باشد.
- ۲- اگر مفهوم میانگین به خوبی درک شده باشد، می‌توان روش‌های گوناگونی برای محاسبه آن یافت و میانگین را به شکلی ساده‌تر و حتی ذهنی محاسبه کرد. ایجاد فرصت در کلاس درس و طرح مسئله برای یافتن روش‌های گوناگون، به درک مفهوم میانگین و توسعه آن کمک می‌کند.
- ۳- تجربه انجام بازی‌های شانس و جمع‌آوری داده‌های مربوط به آن می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا تصور بهتری از مفهوم احتمال داشته باشند و برای برداشتن گام‌های بعدی در یادگیری احتمال آماده‌تر شوند.

## استفاده از ابزار و تکنولوژی

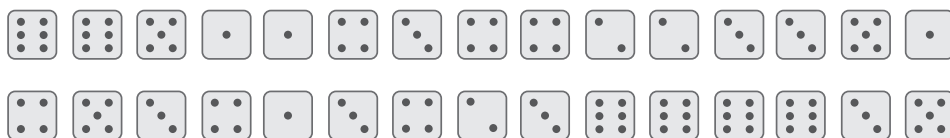
معمولاً برای انجام آزمایش‌های تصادفی از سکه و تاس استفاده می‌کنیم. سکه و تاس، ساده‌ترین نوع مولدهای تصادفی هستند. برای آنکه بتوانید آزمایش‌های تصادفی را بارها و بارها تکرار کنید، می‌توانید از مولدهای تصادفی مجازی<sup>۱</sup> (virtual random generators) استفاده کنید. سایت‌های مختلفی این امکان را برایتان فراهم می‌کنند و معمولاً با یک جستجوی ساده می‌توانید ابزار مورد نظرتان را بیابید. سایت [www.random.org](http://www.random.org) این امکان را برایتان فراهم می‌کند که مولد اعداد تصادفی دلخواه خودتان را بسازید.



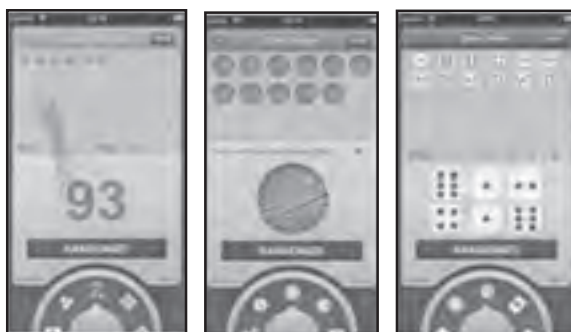
مثلاً در صفحه اول سایت کفایت کمترین مقدار مورد نظرتان را در جعبه Min و بیشترین مقدار مورد نظرتان را در جعبه Max وارد کنید و با کلیک روی Generate، نتیجه آزمایش را که یک عدد صحیح تصادفی از میان کمترین تا بیشترین مقدار داده شده است، در قسمت Result ببینید.

۱- مولدهای تصادفی مجازی، برنامه‌های رایانه‌ای هستند که بر تاس و سکه و تاس در آن شبیه‌سازی شده است. در این برنامه‌ها معمولاً امکان جمع‌آوری داده‌های مربوط به تعداد زیادی آزمایش وجود دارد.

یا مثلاً در صفحه پرتاب تاس به آدرس [www.random.org/dice](http://www.random.org/dice) می‌توانید تعداد تاس‌هایی را که می‌خواهید پرتاب کنید در جعبه Roll Virtual Dice انتخاب کنید و با کلیک روی Roll Dice نتیجه را ببینید. در تصویر زیر نتیجه پرتاب ۳۰ تاس آمده است.



این سایت تعدادی نرم‌افزار مولد تصادفی هم در اختیارتان قرار می‌دهد که می‌توانید روی تلفن‌های همراهتان نصب کنید.



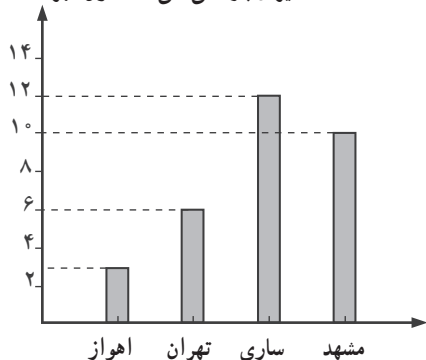
نرم‌افزار Excel برای وارد کردن داده‌ها و رسم نمودارها بسیار ساده و در دسترس است. پیشنهاد می‌شود در این فصل بیشتر به سراغ این نرم‌افزار بروید.

## نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

لازم به ذکر است که این سؤال‌ها به عنوان نمونه است و به روش‌های مختلف و در موقعیت‌های مختلف معلم می‌تواند از آنها استفاده کند.

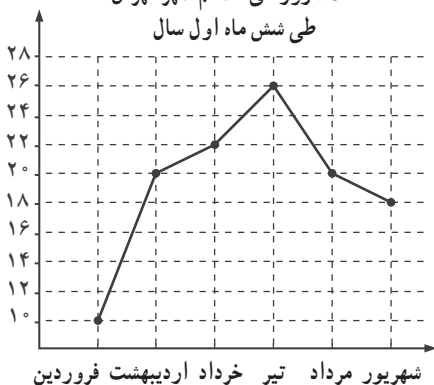
۱- با استفاده از هر یک از نمودارهای صفحه بعد، اطلاعات خواسته شده در جدول مقابل از نمودارها را کامل کنید.

میزان بارندگی کلی هفته اول مهر ماه



شهر	خط نشان	میزان بارندگی
اهواز		
تهران		
ساری		
مشهد		

تعداد روزهای ناسالم شهر تهران طی شش ماه اول سال

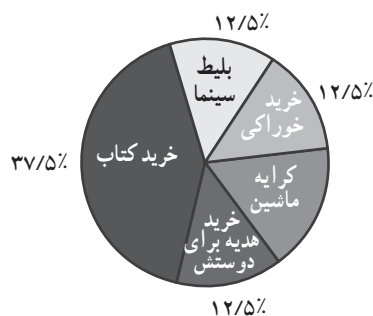


ماه‌های سال
فروردین
اردیبهشت
خرداد
تیر
مرداد
شهریور

- در کدام ماه تعداد روزهای ناسالم نسبت به ماه‌های قبل کمترین افزایش را داشته است؟
- تعداد روزهای ناسالم در کدام ماه، بیشترین افزایش را نسبت به ماه‌های قبل خود داشته است؟
- در کدام ماه‌ها، تعداد روزهای ناسالم نسبت به ماه‌های قبل خود کاهش داشته است؟

نوع هزینه	درصد	مقدار (تومان)
بلیط سینما		
خرید خوراکی		
کرایه ماشین		
خرید کتاب		
خرید هدیه برای دوستش		

سهام هزینه علی طی هفته گذشته از ۲۰۰۰۰ تومان پول خود



۲- برای پاسخ گفتن به هر یک از سؤالات زیر، کدام یک از روش‌های جمع‌آوری اطلاعات (مشاهده کردن، پرسیدن، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به کتاب‌ها و سایت‌ها و اندازه‌گیری) را پیشنهاد می‌کنید؟

- تعداد ضربان قلب یک کودک در هر دقیقه

- تعداد هم‌کلاسی‌های علاقمند به ورزش شنا

- میزان علاقه‌مندی هر یک از دانش‌آموزان پایه پنجم مدرسه به درس‌های پایه پنجم ابتدایی

- تعداد دانش‌آموزانی که امروز با پیراهن سفید به مدرسه آمدند.

۳- جدول زیر، تعداد دانش‌آموزان شرکت‌کننده در جشن نیکوکاری مدرسه طی روزهای هفته را نشان می‌دهد؛ مشخص کنید به طور متوسط در هر روز چند دانش‌آموز در این جشن شرکت کرده‌اند.

- اگر بخواهید درصد افراد شرکت‌کننده در جشن در هر روز نسبت به تعداد کل شرکت‌کنندگان

را با نموداری نمایش دهید، از چه نموداری استفاده می‌کنید؟

تعداد افراد شرکت‌کننده	روزهای هفته
۱۰۰	شنبه
۱۱۰	یکشنبه
۶۰	دوشنبه
۵۰	سه‌شنبه
۸۰	چهارشنبه

۴- میانگین شش عدد ۲۰، ۲۵، ۱۳، ۱۷، ۱۶ و ۱۹ را بدست آورید.

۵- میانگین پنج عدد مختلف ۸۰ شده است مجموع این عددها چند است؟

۶- میانگین سه عدد مختلف ۸ شده است. اگر یکی از این اعداد ۲ باشد، دو عدد دیگر چه

عددهایی می‌توانند باشند؟

۷- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید (پاسخ این سؤالات می‌تواند با توجه به تجربه‌های

شخصی دانش‌آموزان متفاوت باشد).

- علی چون اصلاً مسواک نمی‌زند، ..... دندان‌هایش خراب می‌شود.

- فاطمه چون به طور منظم مسواک می‌زند ..... دندان‌هایش سالم می‌ماند.

- ..... اینکه در تابستان برف بیاید ..... است.

– در یک بازی شانسی عادلانه، ..... برد من با بازیکن دیگر ..... است.  
 ۸– در هر یک از بازی‌های زیر، بازی‌های عادلانه و ناعادلانه را مشخص کنید و علت ناعادلانه بودن بازی را بنویسید.

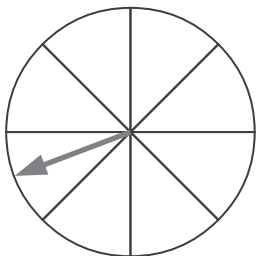
– تاسی را می‌اندازیم، اگر ۱، ۳ و ۵ آمد، بازیکن اول برنده است و در غیر این صورت بازیکن دوم.

– در بازی مقابل

بازیکن اول						شروع				بازیکن دوم
---------------	--	--	--	--	--	------	--	--	--	---------------

هر یک از بازیکنان

تاس را می‌اندازند و با هر بار شش آمدن یک خانه از خانه شروع به سمت خانه مربوط به خود می‌روند.  
 – در کیسه‌ای ۱۰ تیله وجود دارد. ۳ تای آنها آبی، ۳ تای آنها قرمز و ۴ تای آنها سبز است.  
 اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه، یک تیله برداریم، اگر آبی بود بازیکن اول برنده است و اگر قرمز بود بازیکن دوم برنده است.



۹– چرخنده مقابل را طوری رنگ کنید که بازی، بازی عادلانه‌ای برای دو بازیکن باشد.

### معرفی منابع

- ۱– رشد برهان متوسطه (۱) سال تحصیلی ۹۳-۹۲، شماره‌های ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰.
- ۲– کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت. ای. ریس، مرلین. ن. سایدام و مری مونتگومری لیندکوئسیت ترجمه مسعود نوروزیان ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.
- ۳– آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن و شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، انتشارات بیش نو، ویرایش دوم.



## چک لیست ارزشیابی

نیازمند تلاش و آموزش	قابل قبول	خوب	بسیار خوب	ردیف
				۱ به کمک روش‌های جمع‌آوری داده، داده‌ها را جمع‌آوری می‌کند و در جدول قرار می‌دهد.
				۲ به کمک جدول داده‌ها، نمودار ستونی رسم می‌کند.
				۳ به کمک جدول داده‌ها، نمودار دایره‌ای رسم می‌کند.
				۴ به کمک جدول داده‌ها، نمودار خط شکسته رسم می‌کند.
				۵ می‌تواند داده‌های مختلف را روی نمودارها پیدا کند.
				۶ نمودار مناسب برای نمایش داده‌ها را از میان ستونی، خط شکسته و دایره‌ای انتخاب می‌کند.
				۷ با مفهوم میانگین آشناست.
				۸ می‌تواند میانگین داده‌ها را محاسبه کند.
				۹ می‌تواند مسئله‌های مربوط به میانگین را حل کند.
				۱۰ با مفهوم احتمال آشناست.
				۱۱ از عبارت‌های غیرممکن، احتمال کمتر، احتمال برابر، احتمال بیشتر و حتمی برای بیان امکان رخ دادن یک اتفاق استفاده می‌کند.
				۱۲ عادلاته یا ناعادلاته بودن بازی‌های شانسی ساده را تعیین می‌کند.

### جمع‌آوری و نمایش داده‌ها

#### اهداف

- ۱- آشنایی با برخی روش‌های جمع‌آوری داده‌ها
  - ۲- کسب توانایی در استفاده از روش‌های مناسب نمایش داده‌ها
  - ۳- درک خصوصیات و کاربرد هر نمودار
  - ۴- انتخاب نمودار مناسب در موارد مختلف
  - ۵- توانایی استخراج داده‌ها از روی نمودارهای مختلف
- ابزارهای مورد نیاز:
- ۱- صفحه شطرنجی ۵/۰ سانتی‌متری برای رسم نمودارها
  - ۲- روزنامه، مجله، کتاب و ... برای شروع درس

#### روش تدریس

درس را با ارائه مثال‌هایی از آمار و کاربردهای آن در زندگی روزمره شروع کنید. مثلاً آمار دانش‌آموزان هر کلاس در مدرسه و لزوم آن برای برنامه‌ریزی‌هایی که در طول سال تحصیلی انجام می‌شود. با توجه به اینکه این درس بیشتر به یادآوری و جمع‌بندی مطالب سال‌های گذشته می‌پردازد، از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های کوچک قرار بگیرند و به انجام فعالیت اول بپردازند.

هدف این فعالیت مرور جدول داده‌ها، نمودار ستونی و دایره‌ای است.

در نمودار ستونی به محورهای افقی و عمودی نمودار توجه شده است و دو نمودار ستونی متفاوت برای یک سری داده رسم و مقایسه شده است. در نمودار دایره‌ای به مفهوم نسبت هر داده به کل داده‌ها و ارتباط آن با تناسب و درصد که جزء مفاهیمی هستند که دانش‌آموزان در این پایه با آنها آشنا شده‌اند، پرداخته شده است.

کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است به تمرین بیشتر همین موضوعات پرداخته است. از دانش‌آموزان بخواهید این قسمت را به صورت فردی انجام دهند و سپس پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه و بررسی نمایند.

انجام فعالیت بعدی را هم به گروه‌ها بسپارید.

این فعالیت به نمودار خط شکسته و ویژگی آن که نمایش تغییرات یک کمیت می‌باشد، پرداخته است. دانش‌آموزان با انجام این فعالیت با واژه‌های افزایشی، کاهش و بدون تغییر آشنا می‌شوند.

اولین کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است، بازهم مربوط به نمودار خط شکسته است. اما کار در کلاس‌های بعدی به جمع‌بندی مطالب در قالب روش‌های جمع‌آوری داده‌ها و روش‌های نمایش داده‌ها و انتخاب روش مناسب در موارد مختلف اختصاص دارد.

دقت فرمایید که ممکن است دانش‌آموزان به دلایل مختلف روش‌های جمع‌آوری یا نمایش متفاوتی را انتخاب کنند؛ بنابراین، آنچه باید مورد توجه قرار بگیرد، دلایلی است که ارائه می‌کنند نه روشی که انتخاب کرده‌اند.

پیشنهاد می‌شود پس از آنکه دانش‌آموزان به تنهایی کار در کلاس‌ها را حل کردند، در گروه به بررسی، مقایسه پاسخ‌ها و بحث و تبادل نظر پیرامون آنها بپردازند.

## فعالیت پیشنهادی

این فعالیت به جای کار در کلاس ۲ صفحه ۱۲۷ اجرا می‌شود.

### اهداف

- توسعه مهارت رسم نمودار ستونی
  - تعمیق درک جدول داده‌ها و نمودار دایره‌ای
- زمان: ۲۰ دقیقه
- وسایل مورد نیاز: کاغذ A۴ به تعداد گروه‌ها

### شرح فعالیت

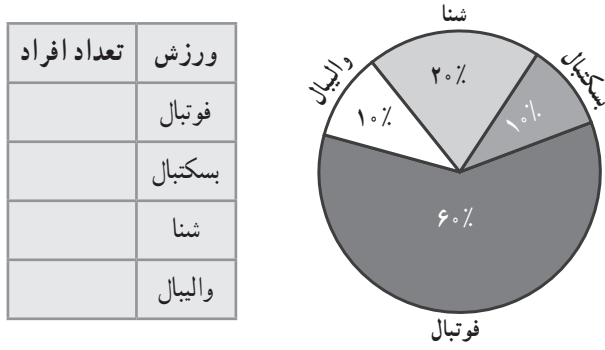
روش اجرا:

۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند و در اختیار هر گروه یک برگ کاغذ

A۴ قرار داده می‌شود.

۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده، نمودار و جدول داده‌های زیر در روی تخته کلاس نوشته می‌شود:

حسین از همکلاسی‌هایش درباره ورزش مورد علاقه‌شان سؤال کرد و نتایج را با استفاده از نمودار دایره‌ای نمایش داد. با توجه به اینکه حسین از ۳۰ نفر از همکلاسی‌هایش این سؤال را پرسیده است جدول داده‌های زیر را کامل کنید.



- ۳- از گروه‌ها خواسته می‌شود تا جدول داده‌ها را تکمیل کنند و با توجه به آن نمودار ستونی را رسم کنند و به سؤالات زیر پاسخ دهند.
- کدام بازی بیشترین طرفدار را دارد؟
  - کدام بازی کمترین طرفدار را دارد؟
  - طرفداران بازی بسکتبال چند نفر از طرفداران بازی شنا کمتر است؟
  - تفاوت نمودار دایره‌ای با ستونی چیست؟
- ۴- دو گروه نتیجه کار خود را ارائه می‌دهند.
- ۵- با هدایت معلم تفاوت دو نمودار بررسی می‌شود.

**حل بعضی از تمرین‌ها**

در تمرین (۲)، شماره تلفن‌ها مانند واژگان هستند و ارزش عددی ندارند و بنابراین در رسم نمودار نیز مانند یک واژه با آنها برخورد می‌شود، نه عدد. نمودار مناسب برای نمایش این داده‌ها، نمودار ستونی یا تصویری است و چون تغییرات داده‌ها اهمیتی ندارد، استفاده از نمودار خط شکسته مناسب نیست.

## توصیه‌های آموزشی

ایجاد فرصت گفتگو درباره مصادیق استفاده از آمار، همچنین فرصت‌هایی برای جمع‌آوری و نمایش داده‌ها به روش‌های مختلف می‌تواند به درک بهتر مفاهیم این درس کمک کند. استفاده از چوب خط در حین جمع‌آوری داده‌ها توصیه می‌شود.

## بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- برخی از دانش‌آموزان، در رسم و بررسی نمودارهای ستونی که محور عمودیشان از صفر آغاز نمی‌شود، دچار اشتباه می‌شوند.
- ۲- استفاده از نمودارهای نامناسب از دیگر مصادیق بدفهمی‌های دانش‌آموزان است.

### میانگین

#### اهداف

- ۱- آشنایی با مفهوم میانگین
  - ۲- آشنایی با بازنمایی جبری و هندسی از مفهوم میانگین
  - ۳- توانایی در محاسبه میانگین چند عدد
  - ۴- استفاده از مفهوم میانگین در حل مسئله ها
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- میله و حلقه یا تعدادی مکعب
  - ۲- ماشین حساب

#### روش تدریس

این درس برای دانش‌آموزان، جدید است و پیش از این در هیچ یک از مباحث درسی به آن پرداخته نشده است.

پیشنهاد می‌شود درس را با انجام عملی فعالیت اول آغاز کنید. می‌توانید نمایشی اجرا کنید و به کمک میله و حلقه یا تعدادی مکعب دو ستون به ارتفاع ۳ و ۷ آماده کنید. سپس مسئله را که مساوی کردن ارتفاع این دو ستون با استفاده از همین ابزار است، مطرح کنید. اجازه دهید دانش‌آموزان راه‌حل‌های خودشان را در کلاس توضیح دهند. سپس از دانش‌آموزان بخواهید به راه‌حل‌های ارائه شده در کتاب نگاه کنند و هر کدام را توضیح دهند و درباره اینکه کدام راه‌حل‌های ارائه شده در کلاس، شبیه هر کدام از این راه‌ها است، گفتگو کنند.

در راه‌حل سمت راست، یک نفر همه حلقه‌ها را بیرون آورده و دوباره یکی یکی و به صورت

مساوی در میله‌ها قرار می‌دهد. در راه حل سمت چپ یک نفر از ستونی که ارتفاع بیشتری دارد، حلقه برمی‌دارد و روی ستونی که ارتفاع کمتری دارد، قرار می‌دهد تا دو ستون هم ارتفاع شوند. این فعالیت، تصویری از میانگین ارائه می‌دهد که به درک بهتر این مفهوم کمک می‌کند. فعالیت دوم نیز به ارائه بازنمایی هندسی مفهوم میانگین (هم ارتفاع کردن ستون‌ها) و بازنمای جبری آن (میانگین چند عدد برابر است با حاصل جمع آن عددها تقسیم بر تعداد آنها) می‌پردازد. پیشنهاد می‌شود این فعالیت در گروه‌های دانش‌آموزی کوچک انجام شود. در آخرین سؤال مطرح شده در این فعالیت، به یکی از کاربردهای میانگین به‌طور ضمنی اشاره شده است.

کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است، بیشتر به محاسبه میانگین پرداخته است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان پس از آنکه به‌صورت فردی آنها را حل کردند، پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه نمایند و درباره درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان بحث کنند. در کار در کلاس (۳) میانگین به‌صورت عدد مخلوط آمده است و می‌تواند فرصتی برای گفتگو در گروه ایجاد کند.

فعالیت بعدی به ارائه روش دیگری برای محاسبه میانگین چند عدد پرداخته است. دقت فرمایید که لازم نیست دانش‌آموزان این روش را حفظ کنند و در موارد دیگر به کار ببرند، بلکه هدف فعالیت، بیان این مطلب است که با مراجعه به مفهوم میانگین و استفاده از آن می‌توان روش‌های میانبری برای محاسبه میانگین پیدا کرد. البته تنها یک روش میانبر وجود ندارد و روش‌های مختلفی می‌توان یافت. مثلاً وقتی می‌خواهیم میانگین ۵ عدد  $۲۰$ ،  $۲۰$ ،  $۱۷$ ،  $۱۹$  و  $۱۹$  را حساب کنیم می‌توانیم ببینیم که هر عدد چند واحد از  $۲۰$  کمتر است،  $۰$ ،  $۰$ ،  $۳$ ،  $۱$  و  $۱$ . حالا اگر این عددها را با هم جمع کنیم و بر  $۵$  تقسیم کنیم، حاصل  $۱$  می‌شود. پس این عددها به‌طور متوسط یک واحد از  $۲۰$  کمترند. پس میانگین این داده‌ها برابر است با  $۲۰ - ۱ = ۱۹$

## ● فعالیت پیشنهادی ●

پیشنهاد می‌شود فعالیت ۱ و ۲ قبل از فعالیت صفحه ۱۳۰ کتاب درسی انجام شود.

### فعالیت ۱

اهداف: ایجاد زمینه برای درک مفهوم میانگین

زمان: ۱۰ دقیقه

## روش اجرا :

- ۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند.
- ۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود معلم کلاس پنجم ۲ کتاب به گروه شماره ۱، ۴ کتاب به گروه شماره ۲ و ۳ کتاب به گروه شماره ۳، برای مطالعه داده است. اگر معلم بخواهد این کتاب‌ها را به طور مساوی بین ۳ گروه تقسیم کند به هر گروه چند کتاب برای مطالعه داده می‌شود؟
- ۳- پس از مشورت گروه‌ها، به انتخاب معلم، دو گروه نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها درباره کار آنها اظهار نظر می‌کنند.
- ۴- گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده درباره نحوه کار خود توضیح می‌دهد.

## فعالیت ۲

اهداف : درک مفهوم میانگین

زمان : ۱۰ دقیقه

### روش اجرا :

- ۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند.
- ۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود.  
علی دانش‌آموز کلاس هفتم است. نمرات ریاضی او در چهار ماهه اول سال به ترتیب ۱۸، ۱۹، ۱۶ و ۱۵ است. به نظر شما معلم ریاضی چه نمره‌ای را برای کارنامه او در نظر گرفته است؟
- ۳- پس از مشورت گروه‌ها دو گروه به انتخاب معلم نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها درباره درستی کار آنها اظهار نظر می‌کنند.
- ۴- گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده درباره نحوه کار خود توضیح می‌دهد.
- ۵- توسط معلم مفهوم میانگین بیان می‌شود و از دانش‌آموزان سؤال می‌شود چه کاربردهای دیگری را برای میانگین در زندگی روزمره می‌شناسند.

## حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین‌های (۱) و (۵) به‌طور ضمنی به یکی از کاربردهای میانگین اشاره دارند. پاسخ تمرین (۱)،  
چهل و شش سانتی‌متر و پاسخ تمرین (۵)، حدوداً  $۱۰٬۰۰۰٬۰۰۰ = ۵۰ \times ۵۰۰ \times ۴۰۰$  تومان است.  
(در این محاسبه، هر سال تقریباً ۵۰ هفته در نظر گرفته شده است.)



توصیه : امکان دارد دانش آموزان هر سؤال را از طریق چند راه مختلف حل کنند. در اینجا دو راه حل پیشنهادی به عنوان نمونه برای حل سؤال ۶ ارائه شده است.

روش اول : استفاده از راهبرد زیر مسئله

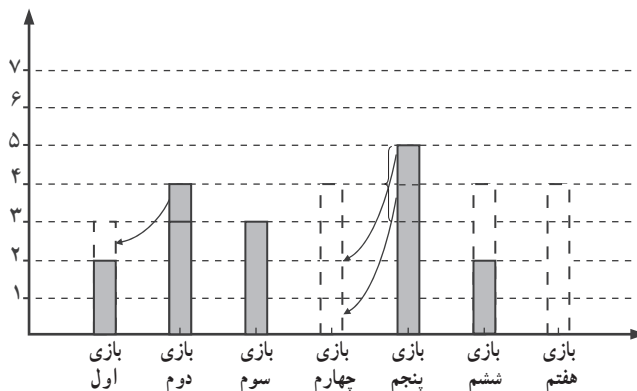
میانگین تعداد گل ها در ۷ بازی قرار است برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل ها باید  $7 \times 3 = 21$  باشد. پس مجموع تعداد گل ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می کنیم تا پاسخ مسئله به دست آید :

$$\text{گل} = 21 - (2 + 4 + 3 + 0 + 5 + 2) = 5$$

روش دوم : استفاده از راهبرد رسم شکل

با توجه به اینکه میانگین تعداد گل ها باید ۳ باشد، با استفاده از مفهوم میانگین، تا آنجایی که ممکن است تعداد گل های ۶ بازی را یکسان سازی می کنیم (یعنی از بازی هایی که تعداد گل هایشان بیشتر از ۳ است، از تعداد گل هایش کم می کنیم و به گل های بازی هایی که تعداد گل هایشان کمتر از ۳ است اضافه می کنیم تا تعداد گل زده در هر بازی از شش بازی به ۳ برسد).

پس از انجام این مرحله، با توجه به اینکه به طور میانگین در هر بازی از ۷ بازی باید ۳ گل زده شده باشد، تعداد گل هایی که مورد نیاز است تا تعداد گل های هر بازی به ۳ برسد را با رنگ قرمز رسم می کنیم. بنابراین تعداد گل های مورد نیاز برای آنکه تعداد گل های هر بازی به طور میانگین به ۳ برسد، طبق شکل برابر ۵ هست. پس در بازی هفتم باید ۵ گل زده شود.



در تمرین (۶)، قرار است میانگین تعداد گل ها در ۷ بازی برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل ها باید  $7 \times 3 = 21$  باشد، پس مجموع تعداد گل ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می کنیم تا پاسخ مسئله به دست آید :

$$\text{گل} = 21 - (2 + 4 + 3 + 0 + 5 + 2) = 5$$

۷- الف) مجموع چهار عدد :  $40 = 4 \times 10$

ب) مجموع دو عدد دیگر :  $13 = (2+25) - 40$  ، پس دو عدد دیگر می‌توانند، (۳ و ۱۰) ، (۴ و ۹) ، (۵ و ۸) یا (۶ و ۷) باشند.

### توصیه‌های آموزشی

لازم است دانش‌آموزان پیش از درگیر شدن در مسئله‌های پیچیده این درس، به خوبی با مفهوم میانگین آشنا باشند.

استفاده از ماشین حساب برای محاسبه میانگین توصیه می‌شود.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

گاهی برخی از دانش‌آموزان از میانگین در حل مسئله‌هایی که به این موضوع ارتباطی ندارند استفاده می‌کنند. مثلاً به مسئله زیر توجه کنید :

«اتومبیلی مسیری را با سرعت  $50^\circ$  کیلومتر در ساعت رفت و با سرعت  $70^\circ$  کیلومتر در ساعت برگشت. سرعت متوسط این اتومبیل در رفت و برگشت چقدر بوده است؟»

به نظر می‌رسد، دلیل این اشتباه واژه‌های یکسان (متوسط) برای بیان انواع میانگین است. پاسخ این مسئله برابر  $60^\circ$  یعنی میانگین حسابی  $50^\circ$  و  $70^\circ$  نیست، بلکه پاسخ با میانگین همساز  $50^\circ$  و  $70^\circ$  یعنی  $58/3$  برابر است (همانطور که در بخش دانستنی‌هایی برای معلم بیان شد). پیشنهاد می‌شود که دانش‌آموزان به صورت زودرس در معرض این نوع مسئله‌ها قرار نگیرند و در صورت لزوم مسئله را به کمک رسم شکل، مورد تحلیل قرار دهند.

## احتمال

### اهداف

- ۱- یادآوری مفهوم احتمال و واژه‌های مرتبط با آن
  - ۲- توانایی بیان در امکان رخ دادن یک اتفاق به کمک واژه‌ها و با توجه به تجربه‌های قبلی
  - ۳- آشنایی با مفهوم آزمایش و مفهوم تکرارهای زیاد یک آزمایش
  - ۴- آشنایی با بازی‌های شانسی عادلانه و ناعادلانه و توانایی تشخیص عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌های شانسی ساده
- ابزارهای مورد نیاز:
- ۱- تاس
  - ۲- سکه
  - ۳- چرخنده
  - ۴- مهره یا دکمه‌های رنگی و پاکت
  - ۵- کاغذ شطرنجی

### روش تدریس

درس را با تشکیل گروه‌های کوچک شروع کنید و فرصت دهید تا دانش‌آموزان در گروه به انجام فعالیت اول بپردازند. شما هم به گروه‌ها سر بزنید و در صورت بروز اشکالات احتمالی دانش‌آموزان را هدایت کنید. در پایان از یکی از اعضای هر گروه بخواهید یکی دو تا از جمله‌های ساخته شده در گروه را برای بقیه بخواند.

فعالیت دوم انجام دادنی است و لازم است از قبل وسایل لازم برای انجام آن فراهم شود.

می‌توانید برای هر گروه یک سری وسیله آماده کنید. خود دانش‌آموزان هم می‌توانند در آماده‌سازی وسایل همراه شما باشند.

ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید هر یک به تنهایی قسمت (الف) فعالیت را کامل کنند. دقت کنید که در این فعالیت احتمال بیشتر، کمتر یا برابر برای رخ دادن یک اتفاق در مقایسه با رخ ندادن همان اتفاق بیان شده است و نه در مقایسه با رخ دادن اتفاقات دیگر. مثلاً احتمال آنکه مهره قرمز باشد از احتمال آنکه مهره زرد باشد بیشتر است، اما احتمال قرمز بودن مهره با احتمال قرمز نبودن آن برابر است و بنابراین در این مورد احتمال برابر علامت زده شده است.

انتظار می‌رود دانش‌آموزان با توجه به تجربه‌های قبلی‌شان به این قسمت پاسخ درست بدهند. پس از انجام قسمت (الف) وسایل را در اختیار گروه‌ها قرار دهید. در قسمت (ب) هر دانش‌آموز باید ۲۰ بار آزمایش را انجام دهد و نتیجه را با کمک چوب خط در جدول یادداشت کند. در این قسمت فرصتی پیش آمده تا دانش‌آموزان از چوب خط در جای مناسب آن استفاده کنند. در قسمت (پ) این داده‌های جمع‌آوری شده با هم جمع می‌شوند. بنابراین مثلاً اگر تعداد دانش‌آموزان شما ۳۰ نفر باشد، روی هم  $۳۰ \times ۲۰ = ۶۰۰$  داده در کلاس جمع‌آوری شده است که می‌تواند تا حدودی بیانگر تعداد زیاد آزمایش‌ها باشد.

آنچه در این قسمت مهم است بررسی داده‌ها است. در قسمت (ب) در ۲۰ آزمایش ممکن است اتفاقات مختلفی افتاده باشد و نتیجه با انتظاری که در قسمت (الف) تبیین شده بود، متفاوت باشد؛ چرا که نتیجه یک آزمایش تصادفی در تعداد تکرارهای کم، اساساً قابل پیش‌بینی نیست. اما در قسمت (پ) انتظار می‌رود تقریباً در نیمی از ۶۰۰ آزمایش مهره قرمز مشاهده شده باشد. تأکید روی دو عبارت غیرقطعی «انتظار می‌رود» و «تقریباً» در تحلیل داده‌ها بسیار مهم است. ضمن آنکه ممکن است این انتظار در ۶۰۰ آزمایش هم برآورده نشود.

کار در کلاس این قسمت هم در ادامه فعالیت و با تأکید بر همین موضوعات طرح شده است. در کاردر کلاس (۲) نتایج ۱۰۰۰۰ بار آزمایش در یک جدول خلاصه شده‌اند. با توجه به تعداد زیاد آزمایش‌ها انتظار داریم که رنگ‌ها در نمودار دایره‌ای مربوط به نتایج، تقریباً به همان نسبتی که رنگ‌ها در چرخنده دیده می‌شوند، مشاهده شوند.

در فعالیت بعدی، یک بازی شانسی آمده است که در آن هیچ کدام از بازیکنان نسبت به دیگری امتیازی ندارد. این بازی یک بازی عادلانه است و در یک دور بازی ممکن است هر کدام از بازیکنان برنده شوند و نتیجه قابل پیش‌بینی نیست، اما در تعداد بازی‌های زیاد، انتظار می‌رود هر بازیکن تقریباً

در نصف موارد برنده شده باشد.

دقت کنید که ممکن است دانش آموزان تجربه کافی برای تعیین عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌ها نداشته باشند و تجربه‌های شخصی در تعداد آزمایش‌های کم در تصمیم‌گیری‌هایشان دخالت داشته باشد. با ایجاد فرصت برای تکرار زیاد هر بازی یا استفاده از مولدهای تصادفی مجازی برای تکرار زیاد بازی شبیه‌سازی شده می‌توانید به تجربه دانش‌آموزان اضافه کنید و آنها را در درک بهتر مفهوم احتمال یاری نمایید.

در کار در کلاس (۱) که در ادامه آمده است، چند بازی ساده‌تر معرفی شده‌اند. بازی (الف) عادلانه است. بازی (ب) عادلانه نیست. در بازی عادلانه (پ) اگر عقربه روی رنگ دیگری بایستد، بازی بدون برنده است. بازی (ت) ناعادلانه است.

کار در کلاس (۲) هم به توسعه به مفهوم پرداخته است. این کار در کلاس پاسخ‌های مختلفی دارد. (۱۰ آبی، ۱۰ سبز)، اولین پاسخی است که به ذهن می‌رسد، اما پاسخ (۵ آبی، ۵ سبز، ۱۰ قرمز) هم می‌تواند یکی از پاسخ‌های درست باشد.

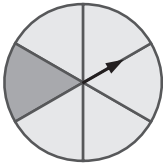
#### دقت کنید:

در کار در کلاس ۳ صفحه ۱۳۵، منظور از جمله «احتمال مشاهده کدام شکل بیشتر است؟»، «احتمال مشاهده کدام شکل نسبت به هر یک از شکل‌های دیگر بیشتر است؟» هست که پاسخ، شکل دایره است.

در تمرین ۳ صفحه ۱۳۷، در پاسخ سینا و مینا، منظور احتمال اینکه عقربه روی سبز (یا زرد) بایستد، بیشتر از هر یک از رنگ‌های دیگر است.

در سؤال ۴ صفحه ۱۳۷، نیز منظور، احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید نسبت به احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از رنگ‌های دیگر هست.

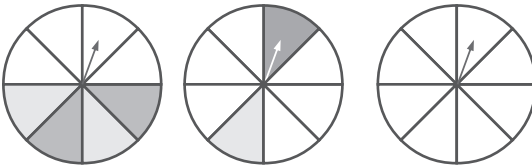
## حل بعضی از تمرین‌ها



در تمرین (۲) درباره ۵ بار پرتاب سکه سؤال شده است. پاسخ این تمرین «بله» است؛ یعنی ممکن است که سکه هر ۵ بار رو بیاید. تجربه می‌تواند به دانش‌آموزان در تشخیص این مطلب کمک کند.

در تمرین (۳) قسمت‌ها مساوی نیستند و با اضافه کردن خط و مساوی کردن قسمت‌ها معلوم می‌شود که مینا درست می‌گوید.

تمرین (۴) پاسخ‌های مختلفی دارد و درستی یا نادرستی هر پاسخ باید با مراجعه به صورت سؤال بررسی شود. در اینجا چند مورد از پاسخ‌های درست آمده است:



## توصیه‌های آموزشی

طراحی و انجام بازی‌های شانس به کمک ابزارهای واقعی یا مجازی مولد تصادفی، مهم‌ترین اقدام برای توسعه درک دانش‌آموزان و آماده‌سازی آنها برای عبور از این مرحله از شناخت احتمال است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان نتایج یک بازی شانس را حدس بزنند. سپس هر یک به‌طور جداگانه آزمایش کنند، نتایج را به کمک نمودار ستونی و یا در جدول داده‌ها نمایش دهند و با هم مقایسه کنند و پس از چند بار تکرار، پیش‌بینی‌شان را در صورت لزوم تعدیل کنند. مهم است که دانش‌آموزان در پایان این درس بدانند که نتیجه یک آزمایش تصادفی قابل پیش‌بینی نیست اما در تعداد زیاد آزمایش‌ها می‌توان گفت که تقریباً انتظار داریم چه نتایجی را مشاهده کنیم.

## بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی از دانش‌آموزان از عبارتهایی که امکان رخ دادن یک اتفاق را بیان می‌کنند، از لحاظ ادبی درست استفاده نمی‌کنند. گاهی باور به بدشانسی و خوش‌شانسی در پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان به سؤالات مربوط به احتمال می‌دهند، دیده می‌شود. برخی از دانش‌آموزان این تصور را دارند که  $\frac{1}{2}$  کمتر از عددهای دیگر در نتیجه پرتاب یک تاس مشاهده می‌شود.

مراجعه به نتایج تعداد کمی آزمایش تصادفی برای دادن حکم کلی درباره آن نیز یکی دیگر از بدفهمی‌های رایج در این مبحث است.

## پاسخ معما و سرگرمی

در بازی ارائه شده در معما و سرگرمی، جدول‌های زیر نشان می‌دهند که در مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس، اعداد ۲ تا ۱۲ شانس برابری ندارند، به همین دلیل ماشین‌ها نیز چون براساس مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس شماره‌گذاری شده‌اند، شانس برابری برای حرکت ندارند. بنابراین این بازی، بازی عادلانه‌ای نیست.

جدول نتایج جمع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس

+	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

جدول تعداد حالت‌های ممکن در پرتاب دو تاس برای اعداد ۲ تا ۱۲

اعداد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌های ممکن	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

البته نیاز نیست که به دانش‌آموزان از این طریق بیان شود که این بازی عادلانه نیست، بلکه دانش‌آموزان بایستی با انجام بازی و تجربه‌ای که در جریان این بازی کسب می‌کنند، به ناعادلانه بودن بازی برسند.

