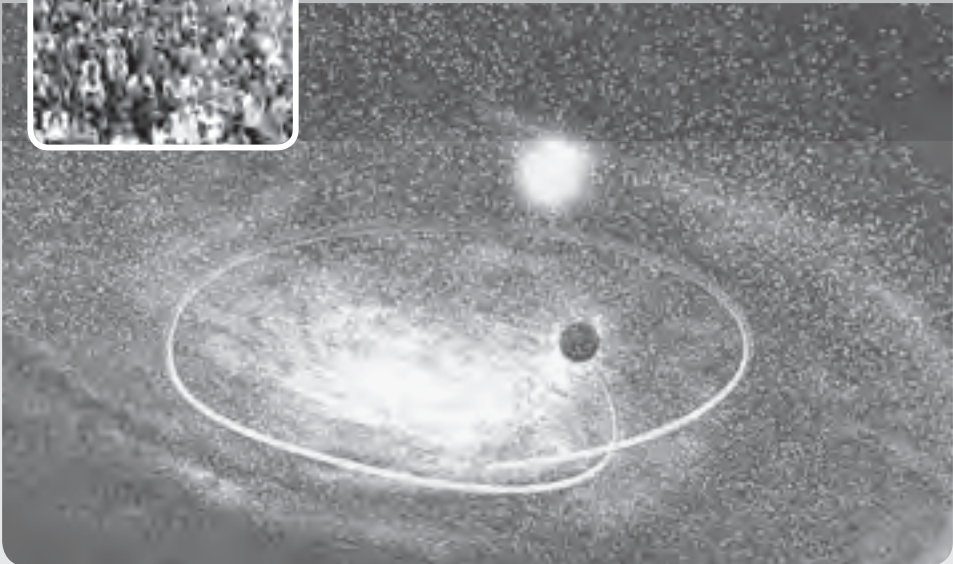
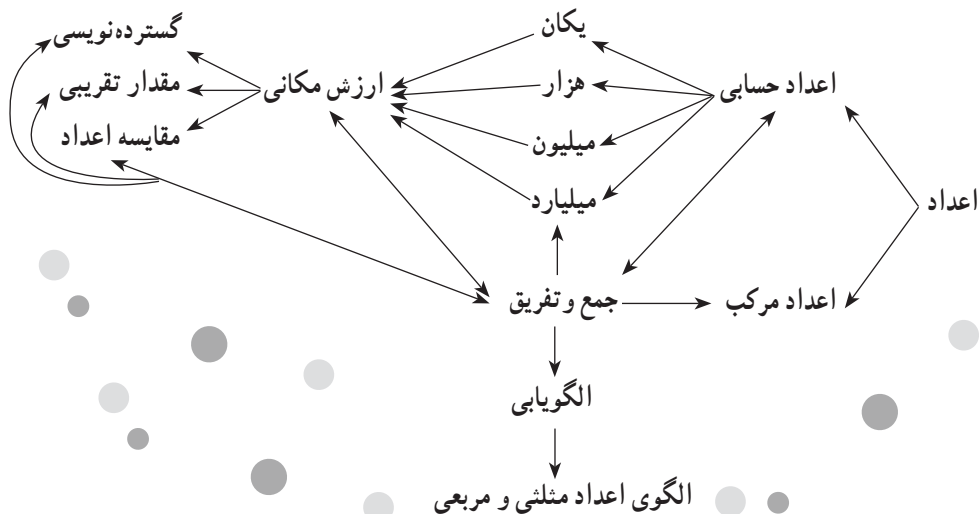


عدد نویسی و الگوها



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است. در درس اول ضمن یادآوری عددنویسی تا ۹ رقم و کامل کردن طبقه میلیون (تا صدگان میلیون) به رابطه بین ارزش‌های مکانی رقم‌های مختلف در جدول، بیشتر از گذشته توجه خواهد شد. ضمن آنکه با چند بازی و فعالیت، عملیات جمع و تفریق و ضرب و تقسیم عددهای طبیعی یادآوری و تکمیل می‌شود. در درس دوم طبقه میلیارد معرفی شده و مشابه آنچه در سال گذشته برای میلیون تدریس شده است، مفاهیم مطرح می‌شوند. درس سوم به معرفی عددهای مرکب و جمع و تفریق آن در مورد زمان می‌پردازد و در انتها نیز مثال‌هایی از عددهای مرکب، غیر از زمان نیز مطرح می‌شود. آخر این فصل به موضوع الگویابی اختصاص یافته و در ضمن آن الگوی عددهای مثلثی و مربعی معرفی می‌شوند.



تصویر عنوانی

با توجه به اینکه در بخش عددنویسی، طبقه میلیارد معرفی می‌شود و هدف اصلی این درس ایجاد درک از بزرگی عددهای طبقه میلیارد است، می‌توان با مثال‌های مختلف از جمله جمعیت کشورها، قاره‌ها و کل جهان و یا تعداد سیاره‌ها، ستاره‌ها و کهکشان، تلاش کرد تا این تصور ذهنی در دانش‌آموزان ایجاد شود.

دانستنی‌هایی برای معلم

مفهوم عدد اولین مفهومی هست که دانش‌آموزان در جریان یادگیری ریاضی با آن آشنا می‌شوند. همچنین انتزاعی‌ترین مفهومی هست که انسان آن را کشف کرده است. پیدایش اولیه عدد توسط انسان در ابتدا برای استفاده از آن برای شمارش بود ولی به مرور برای جنبه‌های دیگر مورد استفاده قرار گرفت.

عدد دارای مفاهیم چندگانه هست که دانش‌آموزان برای آنکه بتوانند درک درستی از آن داشته باشند بایستی با مفاهیم مختلف آن آشنایی کامل داشته باشند. یکی از مفاهیم عدد، مفهوم عدد اصلی مجموعه (کاردینالیته) است. از این مفهوم عدد برای به دست آوردن و نمایش تعداد اعضای یک مجموعه استفاده می‌شود. به عنوان مثال در ظرفی که ۴ سیب وجود دارد، عدد ۴، بیان‌کنندهٔ تعداد عضوهای این مجموعه (بشقاب) هست.

مفهوم دیگر عدد، مفهوم ترتیبی (ارڈینالیته) آن است. از این مفهوم برای بیان ترتیب اشیا و جایگاه قرار گرفتن آن در یک ردیف استفاده می‌شود. به عنوان نمونه، در شکل مقابل $\square \diamond \square \triangle$ ، شکل \circ ، در ردیف دوم از سمت چپ قرار گرفته است یا در حروف الفبای فارسی، حرف «ت» چهارمین حرف از حروف الفبای فارسی هست.

مفهوم اجزایی عدد، مفهوم دیگری از عدد هست که در آن، هر عددی به عنوان کلی متشکل از دو جزء کوچک‌تر درک می‌شود. مثلاً عدد ۶ به عنوان کلی متشکل از دو جزء کوچک‌تر ۴ و ۲ در نظر گرفته می‌شود (درک می‌شود). این مفهوم از عدد کاربرد بسیاری در محاسبه جمع و تفریق و حل مسائل کلامی و نمادی جمع و تفریق به روش‌های مختلف از جمله روش‌های غیر الگوریتمی و ذهنی دارد.

دانش‌آموزان برای آنکه بتوانند درک درستی از مفهوم عدد داشته باشند و از آن به طور مناسب در محاسباتشان استفاده کنند، نیاز به درک مناسب از هر سه مفهوم عدد دارند.

علاوه بر درک جنبه‌های مختلف مفهوم عدد توسط دانش‌آموزان به این نکته باید توجه شود که در معرفی هر طبقه از اعداد موارد زیر نیز به همراه آن ارائه می‌شود:

- ۱- معرفی مفهوم اعداد با استفاده از وسایل و موارد عینی مختلف (با استفاده از مکعب‌های کوئیزنر، چینه‌ها، پول و چرتکه)
- ۲- معرفی نحوه عدد نویسی به عدد و حروف
- ۳- نمایش اعداد در جدول ارزش مکانی
- ۴- گسترده‌نویسی اعداد
- ۵- تقریب زدن اعداد به دو روش قطع کردن و گردن کردن (بدون اشاره به نام آنها)
- ۶- مقایسه اعداد.

الگوهای عددی

بعضی از الگوهای عددی به علت اینکه در پدیده‌های مختلف ظاهر می‌شوند یا در مفاهیم مختلف ریاضی خودنمایی می‌کنند، با نام مشخصی معرفی می‌شوند. برای مثال عددهای فیبوناچی برای اولین بار توسط این شخص مطرح شد و پس از آن، این دنباله عددی در پدیده‌های زیادی مشاهده شد. عددهای مثلثی و مربعی مطرح شده در این درس نیز به همین ترتیب هستند. برای مثال عددهای مربعی که شامل عددهای مربع کامل هستند ($1, 4, 9, 16, \dots$) کاربردهای فراوانی دارند که دانش‌آموزان در سال‌های بالاتر به تدریج با آنها آشنا می‌شوند.

سری عددهای زیر به دنباله فیبوناچی معروف هستند:

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots$

غیر از دو عدد اول، عددهای بعدی از جمع دو عدد قبلی خود به دست می‌آیند. یکی از ویژگی‌های جالب این رشته عددها این است که اگر نسبت جمله سوم به دوم، نسبت جمله چهارم به سوم، نسبت جمله پنجم به چهارم و... را به ترتیب حساب کنیم عددهای زیر به دست می‌آیند:

$1/617$ و $1/619$ و $1/625$ و $1/6$ و $1/66$ و $1/5$ و 2 و 1

به این ترتیب عددهای بالا به تدریج به مقدار نسبت طلایی^۱ نزدیک می‌شوند به طوری که اگر نسبت عدد چهارم به عدد سی و نهم را حساب کنیم تا ۱۴ رقم اعشار با عدد نسبت طلایی مطابقت می‌کند.

توسعه مفاهیم

در این فصل اگرچه خواندن و نوشتن عددهای با طبقه میلیارد و میلیون تدریس می‌شود اما مهم‌تر از آن ایجاد درک و تصور درست از بزرگی این عددهاست. به طوری که دانش‌آموز بتواند مصادیق میلیارد و میلیون را بیان و درک کند.

مشابه مثال ضخامت یک میلیارد کاغذ می‌توان یک میلیارد ثانیه، یک میلیارد تومان، یک میلیارد دلار، یک میلیارد قطره آب یا بنزین و... را بیان کرد و با محاسبه‌های ساده ابعاد آنها را برای دانش‌آموزان آشکار کرد.

۱- «نسبت طلایی» عددی است که هر شکلی به هر میزانی که نسبت اجزایش به این عدد نزدیک‌تر باشد، از زیبایی قابل توجهی برخوردار است و نسبت به شکل‌های هم نوع خود که این نسبت در آنها رعایت نشده است، خوشایندتر می‌باشد. مقدار این عدد (نسبت طلایی) تا ۳۰ رقم اعشار به صورت روبه‌رو است:

$1.618033988749894848204586834365$

همچنین روابط بین ارزش‌های مکانی رقم‌ها و طبقه‌ها اهمیت خاصی دارد. برای مثال ۱۰۰۰ میلیون همان میلیارد است. به این ترتیب ۱۰ تا ۱۰۰ میلیون و یا ۱۰ تا ۱۰۰ میلیون نیز برابر یک میلیارد می‌شوند. محاسبه تقریبی عددها و نمایش آنها روی محور نیز می‌تواند به تکمیل بحث کمک کند. در قسمت مربوط به عددهای مرکب، محاسبه جمع و تفریق روی عددهای مرکب غیر از زمان نیز توصیه می‌شود. هدف این است که دانش‌آموزان یاد بگیرند که در جمع و تفریق عددهای مرکب نحوه دسته‌بندی عددها با توجه به اجزاء عدد متفاوت است. برای مثال در زمان ۶۰ ثانیه، یک دقیقه و ۶۰ دقیقه یک ساعت می‌شود اما هر ۲۴ ساعت را یک شبانه‌روز در نظر می‌گیریم. مثال‌ها و موضوع‌هایی از این دست برای توسعه این درس توصیه می‌شود.

در درس آخر نیز ادامه دادن الگوهای خاص و همچنین طرح الگو می‌تواند محورهای مهم توسعه باشد. مشابه نمونه‌های ذکر شده در کتاب درسی مثال‌های فراوانی از کاربرد این الگوها در مواد آلی شیمیایی و فناوری نانو می‌توان یافت که ضمن تبعیت از یک الگوی خاص شکل‌های ترکیبی جالبی را نیز خلق می‌کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی

۱- برای کار با عددها بازی‌های مختلفی ساخته و تولید شده است. این ابزارها علی‌رغم سادگی با توجه به جذاب بودن و تنوعی که در انجام بازی‌های مختلف دارند می‌توانند به کسب مهارت در محاسبه‌ها و خواندن عددها به دانش‌آموزان کمک زیادی کنند. نمونه‌های زیادی از این بازی‌ها به صورت رایانه‌ای و در قالب لوح فشرده و یا سایت‌های مختلف به صورت برخط نیز وجود دارد. می‌توانید با یک جستجوی ساده نمونه‌هایی از این بازی‌ها را پیدا کنید.

برای مثال می‌توانید از سایت www.nrich.maths.org بازی‌های مختلفی را مشاهده کنید.

۲- استفاده از ماشین حساب برای انجام محاسبات تقریبی یا دقیق با عددهای بزرگ نیز بخشی از کار می‌باشد. همچنین می‌توانید مسائل خاصی در این ارتباط برای دانش‌آموزان باهوش تر طرح کنید. برای مثال اگر بخواهیم باقی مانده تقسیم عدد ۷۴۷ بر ۲۳ را با ماشین حساب پیدا کنیم چه کار باید انجام داد؟ (توجه داشته باشید در صورتی که ۷۴۷ را بر ۲۳ تقسیم کنید یک عدد اعشاری خواهید دید و عنوان این مسئله پیدا کردن باقیمانده است).

برای پیدا کردن باقی مانده این تقسیم، به این نکته باید توجه داشت که زمانی که ۷۴۷ را بر ۲۳ تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت به صورت یک عدد اعشاری به دست می‌آید که قسمت صحیح آن ۳۲ هست،

یعنی اینکه در ۷۴۷، ۳۲ دسته ۲۳ تایی وجود دارد. قسمت اعشاری یعنی یک کسری از ۲۳ تا در این عدد که کمتر از ۲۳ است وجود دارد. بنابراین برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم ۷۴۷ بر ۲۳ کافیست ۲۳ را در ۲۳ ضرب کنیم و حاصل را از ۷۴۷ کم کنیم. مقدار به دست آمده، باقی مانده تقسیم ۷۴۷ بر ۲۳ را نشان می‌دهد.

$$\begin{array}{r} 32 \times 23 = 736 \\ 747 - 736 = 11 \\ \hline 23 \overline{) 747} \\ \underline{-736} \\ 11 \end{array}$$

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

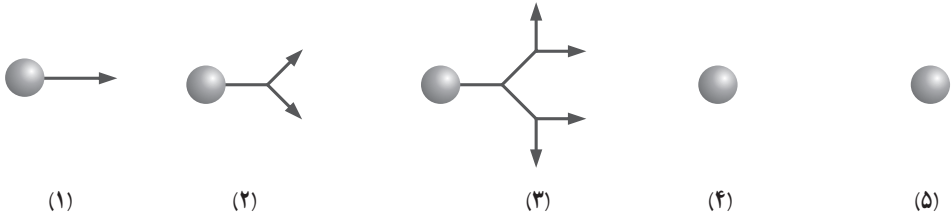
- ۱- در عدد ۷۴۵۰۲۰۰۳۹۱ ارزش مکانی بزرگ‌ترین رقم چیست؟
رقم صدگان میلیون چند برابر رقم صدگان هزار است؟
اگر به این عدد ۵۰ هزار تا اضافه کنیم کدام رقم‌ها تغییر می‌کند؟
۳۷۲۱ عدد بعد از این عدد را بنویسید.
- ۲- جاهای خالی را کامل کنید:
..... ده هزار برابر است با یک میلیون
..... صد میلیون برابر است با ده میلیارد
..... صد هزار برابر است با ده میلیون
..... هزار برابر است با ده میلیون
- ۳- از عدد ۳۰۵ میلیون، ۵۰ میلیون، ۵۰ میلیون بشمارید و بنویسید.
- ۴- روی محور عددها، محل تقریبی عدد ۲۱۳۷۰۰۰ را نشان دهید (محور را رسم کرده و تقسیم‌بندی مناسب آن را انتخاب کنید).
- ۵- ۷ بسته صدتایی اسکناس ۱۰۰۰۰۰ ریالی چند تومان می‌شود؟
- ۶- ۷ ساعت و ۲۵ دقیقه بعد از ساعت ۱۰ و ۵۳ دقیقه بعد از ظهر دوشنبه، چه ساعتی، چه موقع و چه روزی است؟

۷- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید :

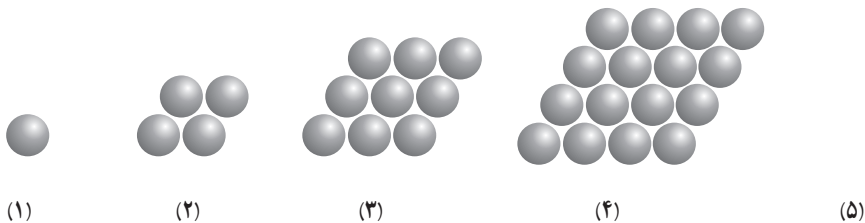
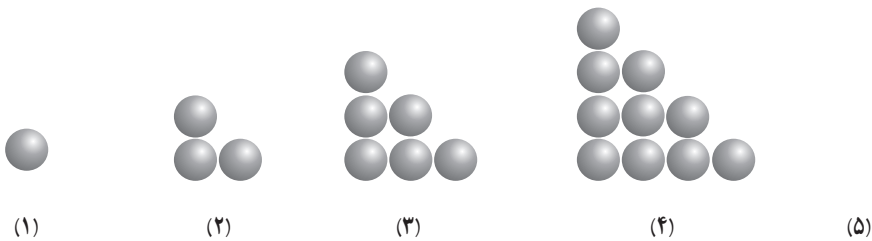
..... و و و $۱:۴۰'$ و $۱:۲۰'$ و ۱ و ۱

..... و و و $۴:۲۰''$ و $۳:۴۰''$ و $۳'$

۸- الگوهای هندسی را ادامه دهید.



۹- تعداد دایره‌های هر شکل را بنویسید و مشخص کنید الگوی عددی آنها مربعی یا مثلثی است. الگوها را نیز ادامه دهید.



معرفی منابع

۱- آموزش ریاضیات در دبستان، روین یورگنسن و شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، بینش نو، ویرایش دوم.

۲- کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت.ای.ریس، مرلین.ن.سایدام و مری مونتگومری لیندکوئیست، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

۳- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (۲۰۱۴).

Mathematics for Elementary Teachers; a contemporary approach. USA:

Courier kendallville.

روند ارائه مفهوم عدد و عملیات از پایه اول ابتدایی تا پایه پنجم

روند ارائه مفهوم و نماد عدد :

پایه اول ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱ تا ۱۰۰

پایه دوم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱۰۱ تا ۹۹۹

پایه سوم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹

پایه چهارم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد ۱۰۰۰۰ و طبقه میلیون شامل یکان میلیون، دهگان میلیون و صدگان

میلیون

پایه پنجم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد طبقه میلیارد

روند ارائه عملیات ریاضی شامل چهار عمل اصل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم طی

پنج پایه اول ابتدایی :

پایه اول/ابتدایی:

جمع اعداد از ۱ تا ۱۰۰

تفریق اعداد از ۱ تا ۲۰ و تفریق مضرب‌های ۱۰ از ۱ تا ۱۰۰

پایه دوم/ابتدایی:

جمع و تفریق اعداد از ۱ تا ۹۹۹ به دو روش فرایندی (غیرالگوریتمی) و رویه‌ای (الگوریتمی)

پایه سوم/ابتدایی:

جمع و تفریق اعداد از ۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹

ارائه مفهوم ضرب اعداد با استفاده از جمع‌های تکرار شونده، ارائه مفهوم ضرب اعداد یک

رقمی در یک رقمی با استفاده از روش آرایش مستطیلی

ارائه خواص ضرب (جابجایی و پخشی ضرب نسبت به جمع)

ارائه مفهوم چند برابری

ارائه مفهوم تقسیم به عنوان عکس عمل ضرب

ارائه تقسیم اعداد دو رقمی بر اعداد یک رقمی

پایه چهارم:

جمع و تفریق اعداد در طبقه میلیون

ماشین‌های ورودی خروجی

ضرب اعداد دو رقمی در اعداد دو رقمی با استفاده از خاصیت پخشی (توزیع پذیری) ضرب

نسبت به جمع، مساحت مستطیل

ضرب اعداد چند رقمی در چند رقمی

تقسیم اعداد بر اعداد یک رقمی

تقسیم اعداد بر اعداد دو رقمی

ارائه مفهوم بخش پذیری

چک‌لیست ارزشیابی

ردیف	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱				عددهای تا طبقه میلیارد را می‌خواند و می‌نویسد.
۲				جمع، تفریق، ضرب و تقسیم عددها بر اعداد یک رقمی و دو رقمی را با تسلط انجام می‌دهد.
۳				رابطه بین رقم‌های مختلف در جدول ارزش مکانی عددها را درک می‌کند.
۴				عددها را به صورت تقریبی با توجه به رقم مورد نظر می‌نویسد.
۵				عددها را باهم مقایسه می‌کند.
۶				الگوهای عددی با شمارش چندتا چندتا را ادامه می‌دهد.
۷				حاصل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد را به طور تقریبی محاسبه می‌کند.
۸				از عددهای تا طبقه میلیارد، درک و تصور دارد و مصادیق آنها را بیان می‌کند.
۹				عدد مرکب مربوط به زمان را می‌شناسد و جمع و تفریق می‌کند.
۱۰				با سایر عددهای مرکب نیز آشنایی دارد.
۱۱				الگوهای عددی مرکب را ادامه می‌دهد.
۱۲				مسئله‌های مربوط به زمان را حل می‌کند.
۱۳				با الگوی عددهای مثلثی و مربعی آشنایی دارد.
۱۴				الگوهای هندسی مختلف را ادامه داده و رابطه بین عددها و یا شکل‌ها را درک می‌کند.
۱۵				می‌تواند یک الگوی عددی یا هندسی طرح کند.

یادآوری عددنویسی و محاسبات عددی

اهداف

- ۱- خواندن و نوشتن عددهای تا طبقه میلیون
 - ۲- درک روابط بین ارزش رقم‌های مختلف در جدول ارزش مکانی
 - ۳- انجام محاسبات عددی (جمع و تفریق، ضرب و تقسیم)
 - ۴- نوشتن گسترده عددها، پیدا کردن عدد تقریبی و مقایسه آنها و درک رابطه بین این سه موضوع
- ابزارهای موردنیاز:
- ۱- صفحه بازی مطابق فعالیت کتاب
 - ۲- کارت‌های عدد (رقم‌های ۰ تا ۹ به تعداد زیاد)
 - ۳- پول

روش تدریس

این درس به‌طورکلی به یادآوری مفاهیم و مهارت‌های عددنویسی تا طبقه میلیون می‌پردازد. با توجه به اینکه هیچ موضوع جدیدی مطرح نمی‌شود کار را بدون هیچ مقدمه‌ای با انجام فعالیت این درس شروع کنید. هدف این فعالیت تشکیل جدول ارزش مکانی و نوشتن و خواندن عدد به کمک آن است. یک صفحه بازی درست کنید و با کمک مهره، بازی را شروع کنید. دانش‌آموز باید یاد بگیرد که ۳ مهره در خانه یکان هزار یعنی 3000 و به این ترتیب بتواند گسترده عدد را نیز بنویسد. در فعالیت دوم، هدف، جمع و تفریق و مقایسه عددها با یک مثال کاربردی است. می‌توانید شبیه این فعالیت را با وسایل مختلف در کلاس خود به‌طور واقعی بازسازی کنید. در قسمت سوم فعالیت نیز دانش‌آموزان

یاد می‌گیرند که چگونه وقتی یک عدد در 10^0 ضرب می‌شود ارزش رقم‌ها تغییر می‌کند. به همین ترتیب می‌توانید موضوع را برای ضرب عددها در 10^0 یا 1000 نیز مطرح کنید. پس از انجام فعالیت و جمع‌بندی موضوعات مطرح‌شده از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند. هدف سؤال مربوط به محور شمارش چند تا چند تا و ساختن محورهایی برای مقایسه عددهای تقریبی است.

هدف سؤال ۶ کار در کلاس این است که دانش‌آموزان درکی را که در سؤال ۳ فعالیت صفحه ۳ در خصوص تغییری که به هنگام ضرب عددی در $10^0, 1000, 10000, 100000$ بر روی رقم‌هایش به وجود می‌آید را نسبت به تقسیم اعداد بر $10^0, 1000, 10000, 100000$ نیز توسعه دهند.

فعالیت دوم این درس به یادآوری ضرب عددها در قالب انجام یک بازی با کارت‌ها می‌پردازد. به کمک این بازی علاوه بر اینکه محاسبه ضرب آنها تقویت می‌شود توانایی استدلال کردن برای ساختن بزرگ‌ترین یا کوچک‌ترین عدد ممکن نیز تمرین می‌شود. همین بازی را می‌توانید با جمع و تفریق و یا با تعداد رقم‌های بیشتر نیز انجام دهید.

هدف سؤال ۲ فعالیت این است که دانش‌آموزان از روش‌های مختلف از جمله بیان کلامی و حذف صفرهای اعدادی که هم مرتبه هستند، برای جمع و تفریق اعداد استفاده کنند. یکی دیگر از این روش‌ها، استفاده از روش‌های محاسباتی غیر الگوریتمی بر مبنای ویژگی‌های اعداد مورد محاسبه هست. به عنوان مثال برای جمع دو عدد $399 + 250$ دانش‌آموزان می‌توانند به جای استفاده از روش‌های محاسباتی الگوریتمی (بر مبنای جدول ارزش مکانی اعداد) و یا روش‌های فرایند جمع، با اضافه کردن ۱ واحد به عدد ۳۹۹ آن را به 400 تبدیل کنند. سپس حاصل جمع 400 و 250 را محاسبه کنند و در نهایت از حاصل (650) ، یک واحد کم کنند.

$$399 + 250 = 649$$

$$400 + 250 = 650$$

$$650 - 1 = 649$$

در قسمت‌های دیگر این فعالیت نیز مقایسه، جمع و تفریق، ضرب و تقسیم با عددهای تقریبی و با به کار بردن روش‌های مختلف محاسبه تمرین می‌شود.

در قسمت کار در کلاس نیز همان تمرین‌ها به صورت‌های مختلف تکرار شده است. توجه داشته باشید که این تمرین‌ها نمونه هستند و شما می‌توانید برای کسب مهارت، تمرین‌های بیشتری در کلاس مطرح کنید.

البته انتظار می‌رود مسائل ارائه شده در خصوص تقسیم، با توجه به عدم آموزش تقسیم اعداد چند رقمی بر چند رقمی در پایه‌های قبل، در سطح ارائه شده در کتاب باشد و بیشتر بر استفاده از روش‌های کلامی و محاسبه ذهنی تأکید داشته باشند.

فعالیت پیشنهادی

اهداف: توسعه مهارت خواندن و نوشتن اعداد تا ده رقم

زمان: ۲۰ دقیقه

وسایل مورد نیاز: ۴ برگ کاغذ A۴

شرح فعالیت

- ۱- چهار ورق کاغذ A۴ را به گونه‌ای برش دهید که ۱۲۰ نوار کاغذی به دست آید (هر کاغذ ۳۰ نوار).
- ۲- دانش‌آموزان را در گروه‌های سه نفره قرار دهید و در اختیار هر فرد ۳ یا ۴ نوار کاغذی قرار دهید (با توجه به تعداد دانش‌آموزان).
- ۳- از دانش‌آموزان بخواهید که به دلخواه خود در روی هر نوار کاغذی یک عدد ۹ رقمی نوشته و آن را با، سه رقم سه جدا کنند. مثال:

۱۲۳ , ۰۳۷ , ۶۵۴

- ۴- سپس اعضای گروه نوارهای کاغذی خود را پشت روی میز قرار داده و به ترتیب هر نفر یک نوار را برداشته و عدد روی آن را می‌خواند. در صورتی که درست بخواند و دو نفر دیگر اعضای گروه درستی کار او را تأیید کنند، یک امتیاز برای خودش ثبت می‌کند.
- ۵- نفر بعدی همین کار را تکرار می‌کند و بازی تا آنجا ادامه می‌یابد که همه نوارهای کاغذی خوانده شوند.
- ۶- اعضای گروه امتیازهای خود را مقایسه می‌کنند. فردی که بیشترین امتیاز را کسب کرده توسط اعضای دیگر گروه تشویق می‌شود.
- ۷- سپس کل افرادی که بیشترین امتیاز را آورده‌اند توسط سایر دانش‌آموزان تشویق می‌شود.

۸- در صورت صلاحدید معلم بازی به صورت زیر ادامه می‌یابد دانش‌آموزان کلاس به دو گروه تقسیم می‌شوند و دو گروه با یکدیگر به صورت زیر مسابقه می‌دهند. توسط معلم یک عدد ۹ رقمی روی تابلو ثبت می‌شود و به ترتیب هر یک از اعضای گروه عدد مورد نظر را می‌خوانند (انتخاب پاسخ دهنده بر عهده معلم می‌باشد) و در صورت درست بودن یک امتیاز کسب می‌کنند. گروهی که بالاترین امتیاز را بیاورد توسط گروه دیگر تشویق می‌شود.

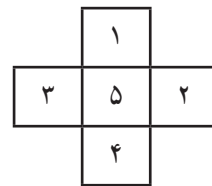
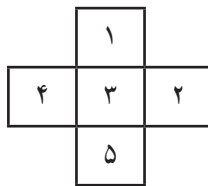
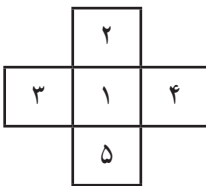
توصیه :

۱- این فعالیت می‌تواند بجای فعالیت ۱ صفحه ۲ کتاب درسی، در صورت صلاحدید معلم اجرا شود.

۲- در بند ۸ معلم می‌تواند بجای نوشتن عدد نه رقمی، بعضی مواقع عدد را در جدول ارزش مکانی نمایش دهد و یا از دانش‌آموزان بخواهد پس از خواندن عدد، آن را در جدول ارزش مکانی نمایش داده و به صورت کلامی بنویسند.

حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین اول این قسمت باهدف انجام محاسبه‌های ساده و یافتن راهبرد مناسب برای حل مسئله شروع شده و پاسخ آنها عبارت‌اند از:



در این سؤال، مهم پیدا کردن عددی است که در خانه وسط قرار می‌گیرد.

توصیه‌های آموزشی

- ۱- پرداختن به مصادیق مختلف عددهای تا صد میلیون از هدف‌های اصلی این درس است.
- ۲- به رابطه‌های بین رقم‌ها بیشتر توجه کنید. برای مثال ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰ تا می‌شود یک میلیون و یا ۱۰ تا ۱۰۰ هزار تا می‌شود یک میلیون.
- ۳- محاسبه‌های ذهنی نیز در این درس بسیار توصیه می‌شود. تمرین‌های مشابه سؤال‌های زیر را با دانش‌آموزان زیاد انجام دهید.
 $۲۰۰ \times ۳۰۰۰۰ =$ $۳۰۰ \times \text{هزار } ۱۰۰ =$ = نصف ده هزار
 $۴ \text{ برابر } ۵۰۰۰ =$ = نصف ۱۰ میلیون = دو برابر ۱۰۰ هزار
- ۴- کار با ماشین‌حساب برای حل مسئله‌ها نیز توصیه می‌شود. این کار باعث می‌شود به راحتی سؤال‌ها و مسئله‌های واقعی طرح کنید و نگران انجام محاسبه نباشید.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- یکی از مهم‌ترین اشکالات دانش‌آموزان در نوشتن و خواندن عددهایی است که بعضی از رقم‌هایشان صفر است. این اشکال در مقایسه با گسترده نویسی و حتی محاسبه جمع، تفریق، ضرب و تقسیم نیز مشاهده می‌شود.
- ۲- تفاوت بین ارزش یک رقم و مقایسه آن با ارزش رقم دیگر با مقایسه خود رقم‌ها بدون در نظر گرفتن ارزش آنها از دیگر موارد بدهمی‌ها محسوب می‌شود.

معرفی میلیارد

اهداف

- ۱- خواندن و نوشتن عددهای تا طبقه میلیارد
- ۲- درک رابطه بین رقم‌های مختلف با توجه به جدول ارزش مکانی
- ۳- درک و تصور درست از عددهای میلیاردی و بیان مصادیق
- ۴- گسترده نویسی، مقایسه، عددهای تقریبی و نمایش روی محور و درک رابطه بین آنها
- ۵- کار با ماشین حساب و انجام محاسبات عددی
ابزارهای موردنیاز:
- ۱- مکعب‌های کوئیزنر (یکی، ده تایی، صد تایی و هزار تایی)
- ۲- پول
- ۳- کارت رقم (۰ تا ۹) به تعداد موردنیاز

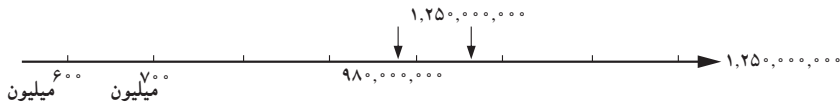
روش تدریس

این درس در امتداد درس قبلی است با این تفاوت که طبقه میلیارد به جدول ارزش مکانی اضافه می‌شود. سبک آموزش این درس مشابه آموزش هزار و میلیون است. در صورتی که وسایل مربوط به مکعب‌های کوئیزنر را در اختیار دارید، کار با آنها را شروع کنید، در غیر این صورت از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت کتاب را انجام دهند. هدف این فعالیت معرفی میلیارد به طرق مختلف است. همچنین به درک بهتر رابطه بین رقم‌ها در جدول ارزش مکانی کمک می‌کند. هر اتفاقی برای یافتن عدد ۱۰۰۰ افتاده است برای ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰ تایی یا یک میلیون می‌افتد. همین اتفاق برای ۱۰۰۰ تا یک میلیون یعنی میلیارد نیز خواهد افتاد. بدین ترتیب دانش‌آموزان تصور خوبی از رابطه بین آنها پیدا می‌کنند و

ارزش مکانی 10^1 تا 10^6 تا و همچنین طبقه‌های یکی، میلیون و میلیارد را بهتر درک می‌کنند. در سؤال سوم نیز با الگوهای عددی مختلف عدد یک میلیارد به طرق گوناگون ساخته می‌شود تا دانش‌آموزان برای نمایش آن عدد در جدول ارزش مکانی در سؤال چهارم آماده شوند.

در کار در کلاس تلاش شده است تا دانش‌آموزان با مصادیق مختلف میلیارد از جمله جمعیت و پول آشنا شوند. در فعالیت دوم این درس نمایش تقریبی عددها روی محور به درک بهتر عددهای تقریبی و شمردن چند تا چند تا در حدود عددهای طبقه میلیارد کمک می‌کند.

به‌عنوان نمونه، حل یکی از محورهای ارائه شده در این فعالیت به صورت زیر است. البته اعداد نقاط مشخص شده و نقاط مربوط به اعداد، تقریبی است و پاسخ دانش‌آموزان اگر نشان‌دهنده درک صحیح آنان از مقدار تقریبی اعداد و محل تقریبی اعداد روی محور باشد، صحیح هست.



درواقع دانش‌آموزان با گسترده نویسی و مقایسه عددها نیز دست ورزی خواهند کرد. در کار در کلاس دوم این درس یک نوآوری در نمایش جمع و تفریق عددها صورت پذیرفته است تا دانش‌آموزان بدون نیاز به نوشتن صفرها عددها را راحت‌تر جمع و تفریق کنند. در انجام تفریق نیز باید از اینکه یک میلیارد همان 1000 میلیون است استفاده کنند.

فعالیت پیشنهادی

اهداف:

● درک مفهوم میلیارد

● درک رابطه بین هر مکان با مکان بعدی در جدول ارزش مکانی

زمان: ۲۵ دقیقه

وسایل مورد نیاز: کاغذ $A4$ به تعداد $\frac{1}{4}$ کل دانش‌آموزان، برگه ضمیمه شماره ۱ به تعداد

دانش‌آموزان

شرح فعالیت

۱- دانش‌آموزان را در گروه‌های سه نفره قرار دهید. در اختیار هر فرد $\frac{1}{4}$ کاغذ A۴ قرار دهید. سپس روی تابلوی کلاس مطالب زیر را نوشته و از دانش‌آموزان بخواهید که آنها نیز مانند شما این مطالب را روی برگه خود ثبت کنند.

۱۰۰۰	میلیارد
۱,۰۰۰,۰۰۰	ده هزار
۱۰,۰۰۰	میلیون
۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰	صد هزار
۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	صد میلیون
۱۰۰,۰۰۰	هزار
۱۰,۰۰۰,۰۰۰	ده میلیون

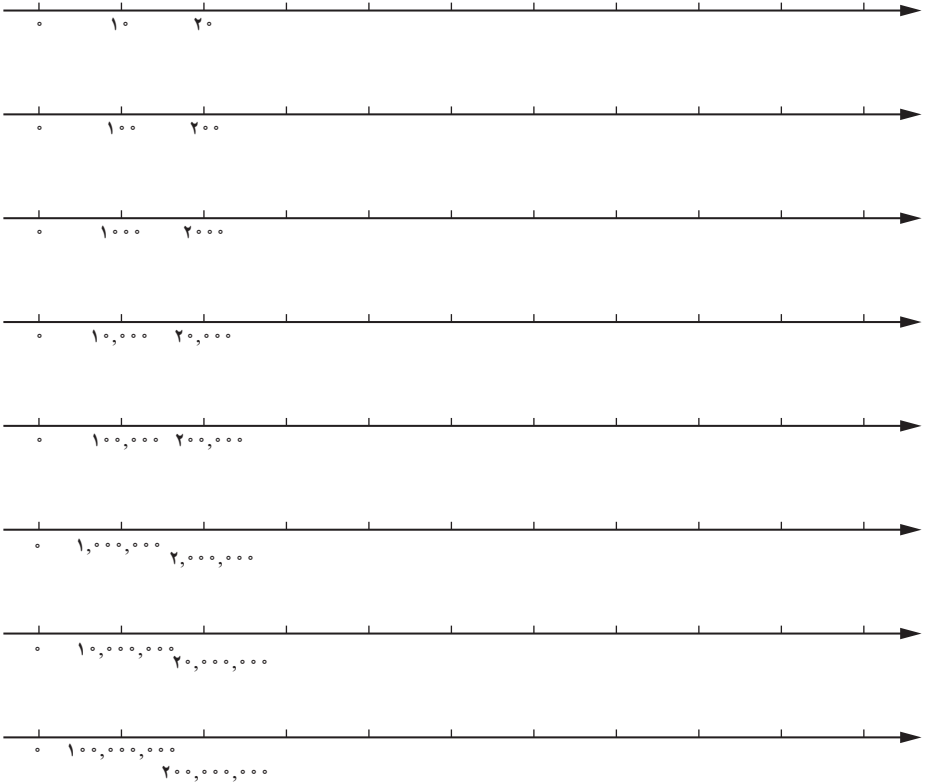
- سپس هر عدد را به نام مربوط به آن عدد وصل کنند. مثلاً هزار $\rightarrow ۱۰۰۰$
- ۲- اعضای هر گروه نوشته‌های خود را با یکدیگر مقایسه می‌کنند و اشکالات را برطرف می‌کنند.
- ۳- از اعضای گروه‌ها سؤال می‌شود کدام عدد برایتان جدید بود.
- ۴- از اعضای گروه‌ها سؤال می‌شود تشابه و تفاوت ارقام این عدد با ارقام عدد میلیون چیست؟ (تعداد صفرها با تعداد یک هر عدد مقایسه می‌شود)
- ۵- از اعضای گروه‌ها خواسته می‌شود که با مشورت با یکدیگر این عدد را در جدول ارزش مکانی که معلم روی تابلوی کلاس ثبت کرده است قرار دهند.
- ۶- با کمک دانش‌آموزان عدد میلیارد معرفی می‌شود.
- ۷- در اختیار هر دانش‌آموز برگه ضمیمه شماره ۱ را که قبلاً تکثیر کرده‌اید قرار دهید و از آنها بخواهید تا جاهای خالی را پر کنند.
- ۸- از اعضای گروه‌ها خواسته می‌شود برگه‌های خود را با دیگر اعضای گروه مقایسه و اشتباهات را اصلاح کنند.
- ۹- یکی از گروه‌ها کار خود را به کلاس ارائه می‌کند و سایر گروه‌ها اظهار نظر می‌کنند.
- توصیه :

۱- این فعالیت می‌تواند (در صورت صلاح دید معلم) بجای فعالیت ۱ صفحه ۶ کتاب درسی

اجرا شود.

۲- برای تعمیق بیشتر مفهوم می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید که تعداد ثانیه‌هایی که از عمر آنها می‌گذرد را با ماشین حساب محاسبه کرده و بیان کنند. سپس بگویند اگر ده سال به عمر آنها اضافه شود چند ثانیه عمر کرده‌اند (بدون استفاده از ماشین حساب).

در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.



با استفاده از محورهای بالا به سؤالات زیر پاسخ دهید.

- | | | | |
|-------|-----------------------------------|-------|----------------------------------|
| | (ب) ۱۰ تا ۱۰۰ تایی می‌شود | | (آ) ۱۰ تا ۱۰ تایی می‌شود |
| | (ت) ۱۰ تا ۱,۰۰۰ تایی می‌شود | | (پ) ۱۰ تا ۱۰۰ تایی می‌شود |
| | (ج) ۱۰ تا ۱,۰۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود | | (ث) ۱۰ تا ۱۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود |
| | (ح) ۱۰ تا ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود | | (ج) ۱۰ تا ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود |

حل بعضی از تمرین‌ها

مهم‌ترین تمرین این قسمت همان سؤال اول است. دانش‌آموزان در کلاس سوم یاد گرفته‌اند که ۱۰۰۰ کاغذ به‌طور تقریبی ضخامتی معادل ۱۰ سانتی‌متر خواهد داشت. در سال چهارم نیز برای یک میلیون کاغذ محاسبه را انجام داده‌اند. حالا در این سؤال ضخامت یک میلیارد کاغذ را محاسبه می‌کنند. توجه داشته باشید که هر ۱۰۰ کاغذ به‌طور تقریبی یک سانتی‌متر ضخامت خواهد داشت بنابراین:

$$\text{کیلو متر } ۱۰۰ = \text{متر } ۱۰۰۰۰۰ = \text{سانتی متر } ۱۰۰۰۰۰۰ = \text{ضخامت کاغذها}$$

به عبارت دیگر اگر یک میلیارد کاغذ را روی هم بگذاریم به‌طور تقریبی ضخامتی معادل ۱۰۰

کیلو متر خواهد داشت!

در حل سؤال ۴، دانش‌آموزان می‌توانند ابتدا جمعیت کشورها را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند، سپس حاصل جمع آنها را به عنوان حاصل به دست آورند، یا اینکه جمعیت کشورها را ابتدا با هم جمع کنند و سپس حاصل جمع را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند. هر دو روش صحیح هست و آنچه مهم است این است که دانش‌آموزان درک درستی از تقریب داشته باشند و بتوانند اعداد را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند. در تقریب اعداد نیز دانش‌آموزان هم می‌توانند با حذف رقم‌های بعد از مقدار تقریب و صفر گذاشتن به جای آن مقدار تقریبی را به دست آورند، مانند:

$$۷۸,۴۲۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب یک میلیون}} ۷۸,۰۰۰,۰۰۰$$

$$۷۸,۴۲۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب } ۱۰۰ \text{ هزار}} ۷۸,۴۰۰,۰۰۰$$

و هم می‌توانند با توجه به رقم بعد از مقدار تقریب و بر مبنای رقم بعد از تقریب (اگر ۵ یا بالاتر از ۵ بود یک واحد به مقدار تقریب اضافه می‌شود و بقیه رقم‌ها صفر می‌شود و اگر کمتر از ۵ بود رقم‌های بعد از تقریب صفر می‌شود) مقدار تقریبی را با تقریب خواسته شده به دست آورند، مانند:

$$۱۷,۶۱۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب یک میلیون}} ۱۸,۰۰۰,۰۰۰$$

↓ ↘
رقم تقریب رقم بعد از تقریب

$$۱۷,۶۱۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب } ۱۰۰ \text{ هزار}} ۱۷,۶۰۰,۰۰۰$$

↙ ↘
رقم تقریب رقم بعد از تقریب

توصیه‌های آموزشی

مهم‌ترین توصیه در این قسمت به آموزگاران محترم کلاس پنجم این است که برای تدریس بهتر این قسمت باید درس‌های هزار و میلیون را از کتاب‌های سوم و چهارم دبستان با دقت مطالعه کنید تا با نحوه تدریس آنها در سال‌های قبل آشنا شده و بدانید که دانش‌آموزان با چه اندوخته‌ای به کلاس پنجم دبستان وارد شده‌اند. توصیه‌های درس قبل نیز در این درس مورد تأکید است.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

داشتن تخمین و درک مناسب عددهای در حدود یک میلیارد برای دانش‌آموزان مشابه بزرگ‌ترها کار دشواری است و لازم است در این خصوص تمرین‌های مختلف و متنوعی انجام دهید.

جمع و تفریق عددهای مرکب

اهداف

- ۱- آشنایی با عددهای مرکب زمان
- ۲- ادامه دادن الگوهای عددی مرکب مربوط به زمان
- ۳- جمع و تفریق عددهای مرکب (زمان)
- ۴- حل مسئله‌های مربوط به زمان
- ۵- آشنایی با سایر عددهای مرکب
- ۶- درک این موضوع که در سایر عددهای مرکب مبنای دسته‌بندی عددها تفاوت می‌کند.

ابزارهای مورد نیاز :

- ۱- ساعت عقربه‌ای
- ۲- ساعت دیجیتالی
- ۳- ترازو و وزنه‌های ۱، ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ گرمی
- ۴- متر پارچه‌ای و خط کش

روش تدریس

هدف اصلی این درس معرفی عددهای مرکب (زمان) است. در قسمت اول ضمن آشنا کردن دانش‌آموزان با عددهای مرکب مربوط به ساعت، دقیقه و ثانیه، جمع و تفریق آنها نیز آموزش داده می‌شود. در بخش دوم توجه دانش‌آموزان به اینکه عددهای مرکب را به صورت‌های دیگر نیز می‌توان به کار برد، جلب می‌شود. هدف این است که دانش‌آموزان متوجه شوند در این نوع عددهای مرکب رابطه

بین عددها 60° تا 6° تائیسست و متناسب با موضوع این عددها تفاوت می‌کنند. بدون هیچ مقدمه‌ای فعالیت اول کتاب را انجام دهید. در سؤال اول ضمن یادآوری نمایش زمان به صورت‌های مختلف، عدد مرکب معرفی می‌شود. در سؤال‌های ۲ و ۳ این فعالیت، درواقع با کمک الگویابی جمع عددهای مرکب آموزش داده می‌شوند. وقتی عدد بعد از $1:40^\circ$ به صورت ۲ و عدد بعدی به صورت $2:20^\circ$ نوشته می‌شود. در حقیقت دانش‌آموزان یاد گرفته‌اند که باید هر 60° دقیقه را به یک ساعت تبدیل کنند. در پاسخ به سؤال ۳ لازم است دانش‌آموزان چگونگی به دست آوردن حاصل را به صورت کلامی بنویسند. برای تکمیل موضوع، سؤال ۴ به صورت‌های مختلف جمع دو عدد مرکب را نمایش داده است تا موضوع جمع‌بندی و نهایی شود. در سؤال ۵ نیز نمونه‌ای از تفریق مطرح شده است.

کار در کلاس این قسمت نیز به جمع و تفریق و انجام مسئله‌های مربوط به زمان اختصاص یافته است. در بخش دوم کار با یک فعالیت و کار در کلاس دیگر انجام شده است. در این دو قسمت نمونه‌های دیگری از عددهای مرکب با واحدهای جرم، طول و زمان مطرح شده است تا دانش‌آموزان علاوه بر آشنایی با آنها به نحوه دسته‌بندی (ساختن دسته کناری) توجه کنند.

حل بعضی از تمرین‌ها

در قسمت آخر سؤال ۱ تمرین، خواسته شده است که با توجه به جدول بالا، دانش‌آموزان مسئله‌ای را طرح کنند و سپس آن را حل کنند. با توجه به نقش و اهمیت طرح مسئله در یادگیری مفاهیم مختلف ریاضی، از همکاران محترم انتظار می‌رود بر حل این قسمت از سؤال و ارائه مسائل مشابه در کلاس درس تأکید ویژه‌ای داشته باشند.

در سؤال ۶ قسمت تمرین، روشی برای تخمین زدن تعداد دانه‌های برنج مطرح شده است. به‌طور کلی برای چنین محاسبه‌هایی دو روش وزنی و حجمی وجود دارد. در روش اول وزن (برای مثال 10° گرم) تعدادی برنج گرفته شود و با شمردن تعداد آنها مقدار یک کیلوگرم و یا هر وزن موردنظر دیگر پیدا می‌شود. در روش حجمی از پیمانه کردن استفاده می‌شود. برای مثال با 10° تا قاشق غذاخوری یک لیوان و با 10° تا لیوان یک کیلوگرم برنج به دست می‌آید (عددها ذهنی و تقریبی هستند). در این صورت با شمردن تعداد برنج‌های یک قاشق می‌توان تعداد برنج‌های یک کیلوگرم را پیدا کرد.

توصیه‌های آموزشی

۱- برای یادآوری خواندن و نمایش زمان‌های مختلف می‌توانید از انواع ساعت‌ها استفاده کنید.

۲- در حل مسئله‌های مربوط به زمان نیز در صورت لزوم از ساعت‌های عقربه‌ای کمک بگیرید تا درک بهتری ایجاد شود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

عمده بدفهمی دانش‌آموزان در جمع و تفریق عددهای مرکب است که نمونه‌های آن در کار در کلاس و تمرین‌ها ارائه شده است. بحث در مورد آنها به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا خودشان آن اشتباهات را تکرار نکنند.



الگوها

اهداف

- ۱- درک تمایز و تفاوت موجود بین محیط و مساحت شکل با کمک الگوهای هندسی
- ۲- درک رابطه بین شکل‌ها و عددها در الگوها برای پیدا کردن شکل‌ها یا عددهای

بعدی

- ۳- آشنایی با الگوی عددهای مثلثی و مربعی
 - ۴- ادامه دادن یک الگو و یا طرح یک الگوی عددی یا هندسی
- ابزارهای موردنیاز:

- ۱- صفحه شطرنجی مربعی یک سانتی‌متری
- ۲- چوب‌کبریت برای ساختن الگوها
- ۳- صفحه‌های شطرنجی مربعی، مثلثی و شش ضلعی منتظم

روش تدریس

هدف اصلی این درس الگویابی است اما در ضمن آن بعضی از مفاهیم نیز مرور می‌شوند. در فعالیت بخش اول دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که چگونه شکل‌هایی که یک محیط دارند می‌توانند مساحت‌های مختلف داشته باشند. درک این موضوع در قالب یک الگوی هندسی شکل گرفته است تا دانش‌آموزان بین محیط شکل‌های مختلف با مساحت‌های گوناگون رابطه برقرار کنند و بتوانند برای شکل‌های بعدی بدون رسم آنها پاسخ موردنظر را پیدا کنند. همین هدف در سؤال‌های کار در کلاس این قسمت نیز دیده می‌شود.

در ضمن این الگوها در واقع مفهوم متناسب بودن و تناسب نداشتن نیز مطرح شده است. در سؤال اول، تعداد چوب کبریت‌ها با شماره شکل‌ها متناسب است اما در سؤال دوم این اتفاق نمی‌افتد به همین دلیل ضرب کنار جدول را نمی‌توان نوشت. این سؤال‌ها که در قالب الگویابی مطرح شده است زمینه مناسبی برای آموزش تناسب مطرح می‌کند.

در بخش دوم این درس الگوی عددهای مثلثی و مربعی معرفی می‌شوند. با توجه به اینکه این الگوهای عددی به خصوص عددهای مربع کامل در آینده ریاضی دانش‌آموزان کاربرد دارد، دانستن نام آنها خالی از لطف نیست اما نباید بیش از حد به آن پرداخته شود. در کار در کلاس هم همان الگوها به شکل دیگری دنبال می‌شود.

علت نامگذاری الگوی عددهای مثلثی به این نام، این موضوع می‌باشد که در این الگو، در هر مرحله‌ای به تعداد هر مرحله‌ای، به شکل‌های مرحله قبل اضافه می‌شود. بنابراین شکل حاصل به صورت هرمی است که در هر مرحله‌ای به قاعده‌های هرم اضافه می‌شود و شکلی مثلثی حاصل می‌شود. به همین دلیل به این الگوها، الگوی عددهای مثلثی می‌گویند. الگوهای عددهای مربعی نیز به دلیل اینکه تعداد شکل‌ها در هر مرحله‌ای می‌توانند ضلع‌های مربعی باشند، اعداد مربع کامل (مجذور کامل) هستند، الگوی عددهای مربعی نامگذاری شده‌اند.

حل بعضی از تمرین‌ها

در سه تمرین ابتدای این درس علاوه بر آنکه دانش‌آموزان شکل‌های بعدی را رسم می‌کنند باید رابطه بین شکل‌ها را کشف کنند تا به کمک آن بتوانند شکل مورد نظر (برای مثال دهم) را بدون رسم شمارش کنند و تعداد مربع‌های کوچک آن را بیان کنند برای مثال در سؤال اول تعداد مربع‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$1+2 \times (\text{شماره شکل})$$

در سؤال ۲، فرمول پیدا کردن تعداد مربع‌های هر مرحله براساس شماره مرحله‌ها به صورت زیر هست:

$$1+2 \times (\text{شماره شکل}) \text{ یا } 4+(2 \times \text{شماره شکل})$$

در سؤال ۳ نیز تعداد مربع‌های هر شکل براساس شماره مرحله با استفاده از رابطه $1+(\text{شماره شکل} \times \text{شماره شکل})$ به دست می‌آید.

توصیه‌های آموزشی

- ۱- در طرح سؤال‌های مربوط به الگویابی، سطح دانش‌آموزان در نظر گرفته شود و متناسب با آن سؤال و تمرین داده شود.
- ۲- طرح کردن الگو نیز از اهداف مهم این درس است که می‌تواند مورد سؤال واقع شود.
- ۳- به نام‌های الگوی عددهای مثلثی و مربعی بیش از حد تأکید نکنید. هدف الگویابی است نه نامگذاری و سؤال‌های پیچیده‌ای که هدف و کاربرد خاصی را دنبال نمی‌کند.

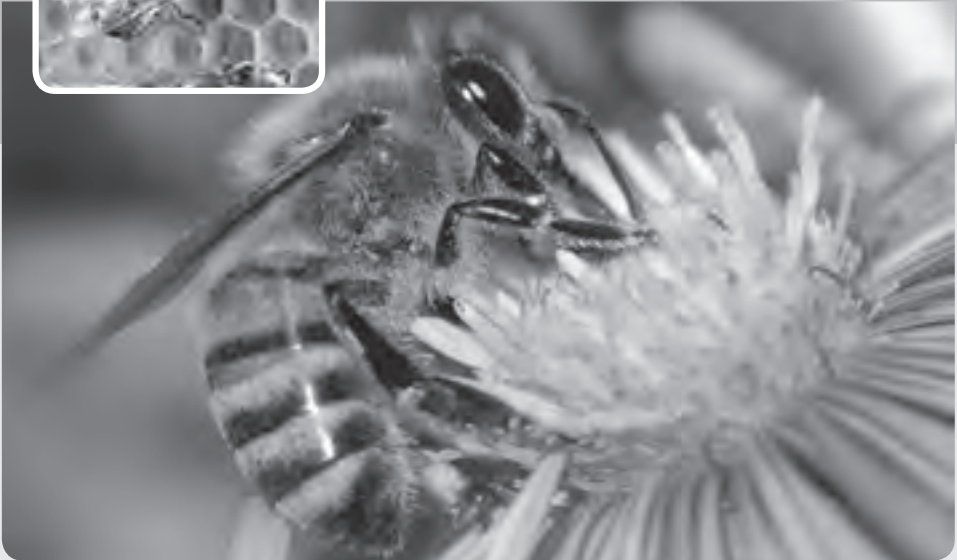
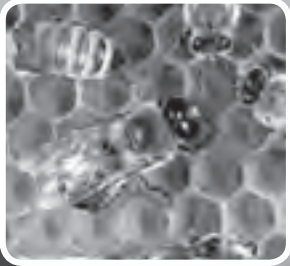
بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

مهم‌ترین بدهمی این است که دانش‌آموزان بین دو جمله متوالی یک الگو، رابطه‌ای کشف می‌کنند و بدون آنکه آن را برای جمله‌های دیگر الگو آزمایش کنند به کار می‌برند. درحالی‌که ممکن است آن رابطه برای جمله‌های بعدی صدق نکند. برای رفع این مشکل همیشه رابطه بیان‌شده در تمام جمله‌های الگو را امتحان کنید و این کار را به دانش‌آموزان آموزش دهید.

هدف از ارائه مرور فصل در پایان هر فصلی، جمع‌بندی و فراهم آوردن فرصتی برای تثبیت و تعمیق مطالب ارائه شده در فصل است. مرور فصل‌ها از چهار بخش اصلی فرهنگ نوشتن، تمرین، معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن تشکیل شده است. هدف از فرهنگ نوشتن فراهم آوردن فرصتی برای بیان مفاهیم آموخته شده در فصل به صورت کلامی و به زبان خود دانش‌آموز و توسط وی است. در بخش تمرین سعی شده است نمونه‌هایی از تمرینات ارائه شده در درس‌های قبل، آورده شود. معما و سرگرمی فرصتی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا با استفاده از مفاهیم ارائه شده در درس، به حل معماهایی که علاوه بر دارا بودن محتوای ریاضی، جنبه سرگرمی و بازی را نیز دارند، بپردازند. این امر موجب آن می‌شود که ضمن عمق بخشی به یادگیری، دانش‌آموزان از لذت کار با ریاضی بهره‌مند شوند. در فرهنگ نوشتن، هدف ارتقاء سطح توانایی خواندن و درک متون مرتبط با مفاهیم ریاضی است.

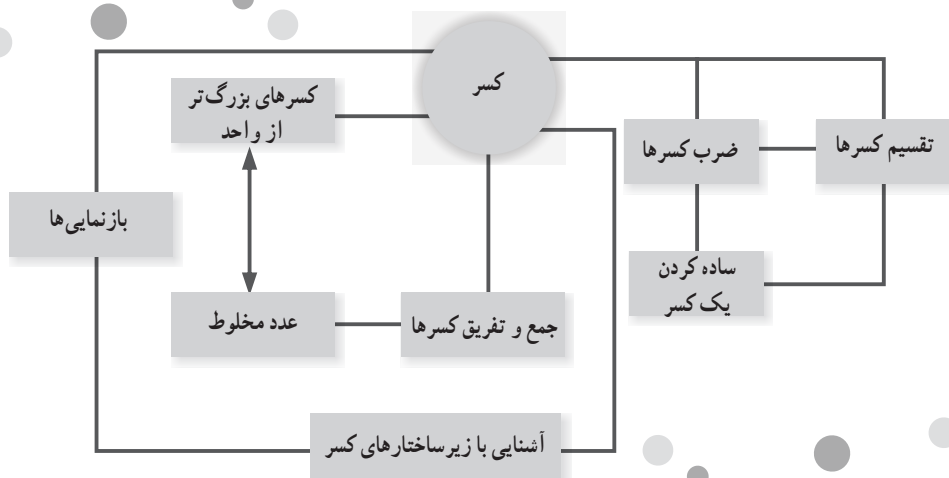
۲

کسر



نگاهی کلی به فصل

این فصل شامل ۵ درس است. درس اول به معرفی کسرهای بزرگ‌تر از واحد می‌پردازد. همچنین روش تبدیل یک عدد مخلوط به کسر و نیز روش تبدیل یک کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط آموزش داده می‌شود. درس دوم به جمع و تفریق عددهای مخلوط اختصاص دارد که در قالب فعالیت و به کمک بازنمایی‌ها و روش‌های مختلف آموزش انجام می‌گیرد. در درس سوم ضرب کسرها در سه وضعیت ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر، ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی و ضرب دو کسر در یکدیگر آموزش داده می‌شود. در درس چهارم دانش‌آموزان تقسیم کسرها را فرا می‌گیرند. لازم به ذکر است که بخشی از آموزش تقسیم دو کسر در پایه ششم ادامه خواهد یافت. در آخرین درس فصل ۲ به ضرب عددهای مخلوط پرداخته می‌شود، همچنین در مورد ساده کردن کسرها نیز روش‌هایی مطرح می‌شود.



تصویر عنوانی

تصویر عنوانی به موضوع ضرب دو کسر اختصاص دارد. تصویر از دنیای پیرامون و مربوط به زندگی واقعی است و اشاره به سهم زنبورها در گرده‌افشانی حشرات دارد. هدف این تصویر علاوه بر ایجاد ارتباط بین ریاضیات و خلقت، نشان دادن اهمیت و مفید بودن آموختن این پدیده‌هاست. همان‌گونه که در متن تصویر ذکر شده است از زنبور عسل درس‌های مفید زیادی را می‌توان فرا گرفت. در صورت فرصت و انگیزه می‌توان از دانش‌آموزان خواست در مورد این درس‌ها تحقیق کنند.

دانستنی‌هایی برای معلم

زیر ساختارهای کسر^۱

برخی از محققان عقیده دارند که کسرها ساختار چند لایه‌ای دارند و درک مفهوم کسر به درک پنج زیر ساختار جزء به کل، نسبت، عملگر، خارج قسمت و اندازه، و الحاق^۲ آنها به یکدیگر وابسته

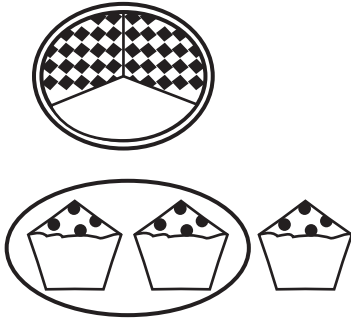
۱- مطالب این بخش از منبع زیر اقتباس شده است:

– دوستی، ملیحه. (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۲-confluence

است. شرح مختصری از این زیر ساختارها در ادامه ارائه شده است.

زیر ساختار جزء به کل



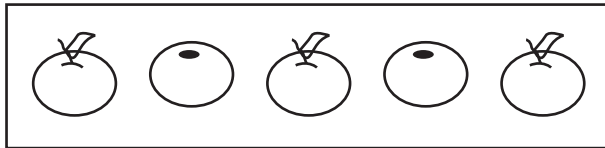
شکل ۱- نمایش کسر $\frac{2}{3}$ در زیر ساختار جزء به کل

با افراز^۱ یک کمیت گسسته یا پیوسته به قسمت‌های هم‌اندازه و در نظر گرفتن قسمت‌هایی از آن، کسر به عنوان جزئی از کل حاصل می‌شود که به فرم $\frac{a}{b}$ نوشته می‌شود. در زیر ساختار جزء به کل، کسر $\frac{2}{3}$ ، به عنوان ۲ تکه پیتزا از یک پیتزا که به سه قسمت مساوی تقسیم شده است یا به عنوان ۲ عدد کیک کشمش‌ی از ۳ عدد کیک کشمش‌ی در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱).

اگر چه مطالعات نشان داده‌اند که دانش‌آموزان با درکی غیر رسمی از رابطه جزء به کل به کلاس درس می‌آیند، زیر ساختار جزء به کل، نباید به تنهایی برای بیان مفهوم کسر تدریس شود. دانش‌آموزانی که تنها با زیر ساختار جزء به کل در کسرها آشنا می‌شوند، به اندازه کافی نمی‌توانند دیگر مفاهیم کسر را توسعه دهند.

زیر ساختار نسبت

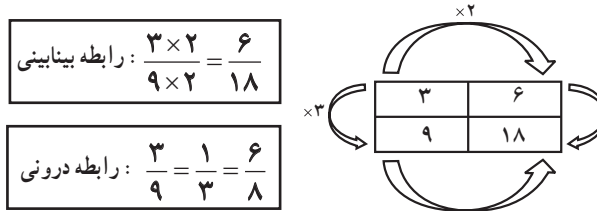
در زیر ساختار نسبت، کسر مقایسه بین دو کمیت را بیان می‌کند و به عنوان یک شاخص مقایسه‌ای در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، کسر در این زیر ساختار، عدد نیست. برای مثال، نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد لوزی‌ها یا نسبت تعداد پرتقال‌ها به تعداد سیب‌ها در یک ظرف میوه (شکل ۲).



شکل ۲- نمایش نسبت ۲ به ۳، کسر $\frac{2}{3}$ در زیر ساختار نسبت

۱- افراز (Partitioning) در واقع، در نظر گرفتن یک کمیت مشخص و تقسیم آن به چند قسمت مساوی است.

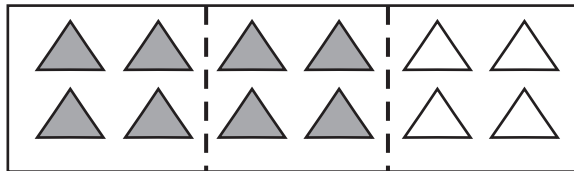
نولتینگ^۱ نسبت‌ها را به عنوان روابط بینابینی^۲ و درونی^۳ کسرها توصیف می‌کند. در رابطه بینابینی کسرها، بررسی رابطه بین حداقل دو نسبت، به الگوریتم «مخرج مشترک» منجر می‌شود. با ضرب یک عدد غیر صفر در دو کسیت صورت و مخرج در یک نسبت، دو نسبت هم‌ارز حاصل می‌شود. برای مثال، سه پیتزا برای نه نفر و شش پیتزا برای هجده نفر، نسبت‌های هم‌ارز هستند، چون سه ضربدر دو مساوی شش و نه ضربدر دو، مساوی هجده می‌شود. در رابطه درونی کسرها، همبستگی دو کسیت مجزا – که نسبت واحدی را در بر دارند – بررسی می‌شود. با بررسی نسبت‌های بین این دو کسیت دیده می‌شود که هر دو نسبتی که رابطه ضربی یکسانی دارند، هم‌ارز هستند. برای مثال، سه پیتزا برای نه نفر و شش پیتزا برای هجده نفر هستند، چون سه برابر سه، مساوی نه و شش برابر سه، مساوی هجده است. رابطه درونی برای تعیین مقدار نسبی یا اندازه نسبت به کار می‌رود. دو رابطه در شکل زیر (شکل ۳) نشان داده شده‌اند.



شکل ۳- رابطه بینابینی و درونی

زیر ساختار عملگر

لامون عملگر را به عنوان یک تبدیل تعریف می‌کند که پاره‌خط‌ها را کوتاه یا بلند می‌کند، تعداد را در یک مجموعه از اشیا، کاهش یا افزایش می‌دهد یا شکل‌ها را در صفحه هندسی و نقشه بزرگنمایی می‌کند. مفهوم عملگر می‌تواند در بردارنده تفکری جبری باشد همانند تابعی که شکل‌های هندسی یا مجموعه‌ای از اشیا را تغییر می‌دهد. به عنوان مثال، $\frac{2}{3}$ می‌تواند به عنوان دو – سوم از کمیتی درک شود. $\frac{2}{3}$ از ۱۲ تا ۸، مثلث می‌شود (شکل ۴).



شکل ۴- نمایش $\frac{2}{3}$ در زیر ساختار عملگر

۱- Noelting

۲- Between Relationships

۳- Within Relationships

زیرساختار عملگر به مفاهیم تناسب، ترکیب، همانی^۱ و وارون^۲ منجر می‌شود. در ضرب نیز به خواص گروه^۳ منجر می‌گردد. در وضعیت «گروهی از»^۴، اولین کسر روی کسر دوم عمل می‌کند. برای مثال، $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ ، می‌تواند به عنوان سه چهارم از نیمی از یک گروه در نظر گرفته شود، نتیجه این حاصل ضرب، $\frac{3}{8}$ است. این نتیجه با تبدیل $\frac{1}{2}$ به چهار قسمت مساوی و در نظر گرفتن سه قسمت از این قسمت‌ها حاصل می‌شود. مطرح کردن زیر ساختار عملگر در برنامه درسی، نه تنها «خواص جبری خاصی را برجسته می‌کند، به ویژه، به معکوس در ضرب^۵ و عضو خنثی^۶ مرتبط می‌شود، همچنین ورزیدگی در درک مفهوم توابع مرکب را مهیا می‌کند».

زیر ساختار خارج قسمت

در زیر ساختار خارج قسمت، هر کسر به عنوان نتیجه یا خارج قسمت یک تقسیم در نظر گرفته می‌شود. به طور خاص، کسر $\frac{x}{y}$ بر ارزش عددی به دست آمده از تقسیم x بر y دلالت می‌کند به طوری که x و y ، هر دو اعداد صحیح هستند و $y \neq 0$. مثلاً، کسر $\frac{2}{3}$ می‌تواند به عنوان خارج قسمت $2 \div 3$ یا نتیجه تقسیم دو پیتزا میان سه نفر، به طوری که به هر نفر، $\frac{1}{3}$ از هر پیتزا یا $\frac{2}{3}$ از کل پیتزاها می‌رسد، تفسیر شود.

زیرساختار خارج قسمت کسرها، به ایجاد مقادیر هم ارز منجر می‌شود. به این معنا، زمانی که $\frac{9}{3}$ و $\frac{1}{4}$ به عنوان وضعیت تقسیم محسوب شوند، به ترتیب نتایج، مقادیری هم ارز با ۳ و $\frac{1}{25}$ هستند. همچنین معرفی کسرها به عنوان خارج قسمت به درک مفهوم عدد مخلوط یا کسره‌های بزرگ‌تر از «یک» منجر می‌شود. برای مثال، هنگام افراز یا تقسیم پنج پیتزا میان سه نفر، به هر نفر یک پیتزای کامل و دو سوم از پیتزای دیگر یا $1\frac{2}{3}$ پیتزا می‌رسد. به جای دادن یک پیتزای کامل به اولین نفر، هر پیتزا می‌تواند به سه قسمت تقسیم شود. در این وضعیت، جواب $\frac{5}{3}$ می‌شود و هر نفر پنج سوم پیتزا یا ۵ تکه را - که هر تکه یک سوم از هر پیتزا است - دریافت می‌کند.

زیرساختار اندازه

در زیر ساختار اندازه، کسر به عنوان یک عدد معرفی می‌شود که ویژگی کمی بودن کسرها را

۱- identity

۲- inverse

۳- group properties

۴- "groups of" situation

۵- multiplicative inverse

۶- identity elements

بیان می‌کند و به یک فاصله، اندازه‌ای را اختصاص می‌دهد. بدین منظور، کسری با صورت واحد (مانند $\frac{1}{3}$) تعریف می‌شود و با تکرار این کسر از یک مبدأ معین، فاصله مورد نظر تعیین می‌شود. برای مثال $\frac{2}{3}$ با فاصله $\frac{1}{3}$ تا $\frac{1}{3}$ واحد از مبدأ متناظر است (شکل ۵).



شکل ۵- نمایش $\frac{2}{3}$ زیرساختار اندازه روی محور اعداد

افراز نقش بسزایی در درک زیر ساختار اندازه دارد. کسر به عنوان اندازه، فرایند تکرار^۱ را یکپارچه می‌سازد طوری که یک واحد به یک مجموعه مرکب از اندازه‌های مساوی مجزا افزاز می‌شود. مفهوم افزاز، به شکل‌گیری مفاهیم جبری عملیات و هم‌ارزی کسرها منجر می‌شود. برای مثال، در وضعیت جمع، مانند $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ، فرایند جمع این کسرها به عنوان اندازه، به مختصات دو بردار به طول $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$ نیاز دارد. این عمل به این صورت انجام می‌پذیرد که بردارها به دنبال هم قرار می‌گیرند و مکان حاصل جمع، جایی روی محور اعداد افزاز شده است که بردار دوم پایان می‌یابد. علاوه بر مفهوم واحد، مفاهیم هم‌ارزی و مرتب کردن نیز در این زیرساختار مطرح می‌شوند. هنگام افزاز واحد به سه قسمت و متعاقباً به شش قسمت، دیده می‌شود که یک ششم، نصف یک سوم است. پس دو ششم با یک سوم هم‌ارز است. این فرایند دست کم می‌تواند نشان دهد که زمان مرتب کردن اعداد از کم به زیاد، یک ششم قبل از یک سوم می‌آید.

توسعه مفاهیم

یکی از اهداف مهم آموزش کسر، توسعه درک دانش‌آموزان از عدد می‌باشد. معمولاً دانش‌آموزان در سال‌های ابتدایی و متوسطه کسر را به عنوان یک عدد نمی‌پذیرند. درک کسر به عنوان یک عدد، کمک مناسبی به دانش‌آموزان در درک اعداد گویا خواهد کرد.

درک مفهوم کسر همچنین مقدمه‌ای برای درک مفاهیم دیگری مانند احتمال است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان در درک مفهوم احتمال به عدم درک درست آنها از کسر بازمی‌گردد.

^۱ - iteration process

درک مناسب از مفهوم کسر با توجه به چند لایه بودن این مفهوم، اهمیت زیرساختارهای پنج‌گانه کسر را بیش از پیش نمایان می‌سازد. توسعه درک مفهوم کسر به آموزش مناسب و متوازن این زیرساختارها مرتبط است.

استفاده از ابزار و تکنولوژی

۱- در مورد کسر، برنامه‌ها و فعالیت‌های رایانه‌ای زیادی در دسترس است. بسیاری از این نرم‌افزارها با یک جست‌وجوی ساده در اینترنت قابل دریافت هستند به‌طور مثال در سایت www.teachingideas.co.uk.maths مجموعه‌ای از فایل‌های آموزشی، فعالیت‌ها، دست‌ورزی‌ها و تمرین‌ها قابل دانلود هستند. برخی از این مباحث شامل هم‌ارزی کسرها، اعداد مخلوط، ضرب و تقسیم کسرها، ارتباط کسرها و اعداد اعشاری، درصد و مسائل تکمیلی می‌باشد.

۲- استفاده از ابزارهای فیزیکی مانند کاغذ، مقوا و سایر ابزارهای ساخته شده برای آموزش کسرها، کمک زیادی به درک بهتر دانش‌آموزان از مفهوم کسر می‌کند. با استفاده از این وسایل و انواع بازی‌های مطرح شده در کتاب، دانش‌آموزان می‌توانند مسائلی در مورد جمع و تفریق کسرها، ضرب، تقسیم و ساده کردن کسرها و نیز زیرساختارهای مختلف کسر مطرح نمایند.

۳- سایت واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- هریک از عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$1\frac{7}{8} \text{ و } 9\frac{2}{5} \text{ و } 3\frac{1}{4}$$

۲- هریک از کسره‌های زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$$\frac{27}{6} \text{ و } \frac{35}{9} \text{ و } \frac{49}{4} \text{ و } \frac{18}{5}$$

۳- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

$$1\frac{1}{2} \text{ و } 1\frac{1}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } 2 \text{ و } \frac{7}{3} \text{ و } 1\frac{2}{3}$$

۴- حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$1\frac{2}{7} + 3\frac{1}{3} =$$

$$5\frac{1}{4} - 3 =$$

$$6\frac{1}{4} - \frac{1}{2} =$$

$$7 + 1\frac{1}{2} =$$

۵- حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

$$8 \times \frac{2}{4} =$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} =$$

$$\frac{3}{18} \times 2 =$$

۶- حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$3 \div \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{4} \div 2 =$$

۷- کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{14 \times 3}{8 \times 6} =$$

$$\frac{24 \times 5}{20 \times 10} =$$

۸- کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{4}{3}$ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را روی محور اعداد مشخص کنید.

۹- سارا $\frac{3}{5}$ از یک کتاب ۱۸۰ صفحه‌ای را خوانده است. با استفاده از این اطلاعات یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید.

۱۰- نصف دانش‌آموزان یک کلاس ۱۲ نفرند. $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان این کلاس چند نفرند؟

۱۱- $\frac{1}{5}$ یک کیک پس از مهمانی باقی ماند. حامد روز بعد $\frac{1}{3}$ مقدار باقی مانده را خورد.

اکنون چه کسری از کل کیک باقی مانده است؟

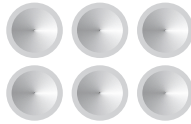
۱۲- فاطمه $\frac{1}{2}$ پولش و هانیه $\frac{1}{3}$ پول خودش را خرج کرد؛

دو عدد برای پول فاطمه و پول هانیه مثال بزنید که مقدار باقی مانده پول هر دو نفر مساوی شود.

۱۳- ۴ کارگر هر کدام $\frac{3}{5}$ از دیوارها را نقاشی کردند. روی هم چه کسری از دیوارها نقاشی

شده است؟

۱۴- شکل زیر $\frac{3}{4}$ تعدادی دایره را نشان می‌دهد. کل دایره‌ها را رسم کنید.



معرفی منابع

۱- دوستی، ملیحه. (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۲- ریحانی، ابراهیم؛ بخشعلی‌زاده، شهرناز و دوستی، ملیحه (۱۳۹۳). بررسی درک دانش‌آموزان سال ششم ابتدایی از کسرها. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات برنامه درسی، ۳۴، ۱۶۴-۱۳۳.

۳- قربانی سی‌سخت، زینب (۱۳۸۸). بررسی اثر آموزش مبتنی بر بازنمایی‌های چندگانه روی درک دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۴- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

چک لیست ارزشیابی (از اهداف هم کمک گرفته شود)

ردیف	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱				کسر بزرگ تر از واحد را می شناسد.
۲				عدد مخلوط را به کسر بزرگ تر از واحد تبدیل می کند.
۳				کسر بزرگ تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل می کند.
۴				دو کسر با منفرجهای نامساوی را می تواند جمع و تفریق کند.
۵				دو عدد مخلوط را می تواند با هم جمع یا تفریق کند.
۶				ضرب یک عدد طبیعی در کسر را درک می کند و می تواند آن را محاسبه کند.
۷				ضرب یک کسر در یک عدد را درک می کند و می تواند آن را محاسبه کند.
۸				دو عدد کسری (با منفرجه غیر یک) را می تواند درهم ضرب کند.
۹				تقسیم دو عدد طبیعی بر یکدیگر را می تواند با کسر نمایش دهد.
۱۰				تقسیم یک عدد کسری بر یک عدد طبیعی را انجام می دهد.
۱۱				تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد کسری را انجام می دهد.
۱۲				دو عدد مخلوط را در یکدیگر ضرب می کند.
۱۳				کسرها را می تواند ساده کند.
۱۴				می تواند کسرها را با یکدیگر مقایسه کند.

کسر بزرگ تر از واحد

اهداف

۱- کسر بزرگ تر از واحد را درک و عدد مخلوط را به کسر بزرگ تر از واحد تبدیل می کند.

۲- کسر بزرگ تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل می کند.

۳- کسر بزرگ تر از واحد را به شیوه های مختلف نمایش می دهد.

ابزارهای مورد نیاز :

۱- محور اعداد

۲- کاغذ یا مقوا برای نمایش کسرها

روش تدریس

فعالیت با مرور مفهوم عدد مخلوط آغاز می شود و با استفاده از محور اعداد نمایش کسری یک عدد مخلوط آموزش داده می شود. همچنین با استفاده از بازنمایی های دیگر کسر و توجه به واحد (در کسر) معادل بودن یک عدد مخلوط و کسر نظیر آن آموزش داده می شود. سپس نحوه تبدیل یک عدد مخلوط به کسر (بزرگ تر از واحد) مفهوم بخشی می شود و در نهایت روشی برای تبدیل یک عدد مخلوط به کسر بزرگ تر از واحد نتیجه می شود. در کار در کلاس این فعالیت نیز ارتباط بین عدد مخلوط و کسر بزرگ تر از واحد در قالب تصاویر و بازنمایی های مختلف مورد پرسش واقع می شود. دومین فعالیت درس اول به آموزش تبدیل یک کسر بزرگ تر از واحد به عدد مخلوط می پردازد که لازم است این فعالیت به صورت تعاملی و با درگیر شدن دانش آموزان در انجام آن صورت گیرد نکته مهم این

است که این فعالیت به دنبال ایجاد یک درک مفهومی از کسر بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط نظیر آن و سپس ارائه یک رویه برای تبدیل و کسر بزرگ‌تر از واحد به یک عدد مخلوط است. در کار در کلاس فعالیت دوم درس یک نیز این هدف دنبال می‌شود.

حل یا راهنمای بعضی از تفریق‌ها

یکی از تفریق‌های چالش‌برانگیز درس اول تفریق ۹ است. البته راهنمایی این تفریق حل آن را کمی ساده‌تر می‌کند ولی مسئله مهم این است که دانش‌آموزان روش‌های مختلف درستی را برای انجام این تفریق ارائه می‌کنند. مثلاً عده‌ای ابتدا اعداد کوچک‌تر از ۱ را جدا می‌کنند و یا مثلاً عده‌ای دیگر به دنبال ساختن مخرج‌های برابر هستند. مقایسه و بررسی راه‌حل‌های درست و توضیح نادرستی راه‌حل‌های غلط در گفتمان کلاسی بسیار مفید و آموزنده خواهد بود.

توصیه‌های آموزشی

توصیه می‌شود که از دادن تمرین‌های زیاد پرهیز شود و در عوض تمرین‌های موجود در کتاب با دقت بیشتری مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یک بدفهمی رایج در مورد مقایسه کسرها این است که صورت و مخرج یک کسر ملاک مقایسه آن کسر با کسر دیگر است. این بر آن علت است که طرحواره اعداد طبیعی در ذهن دانش‌آموزان وجود دارد و مثلاً از نظر دانش‌آموز $\frac{3}{10}$ از $\frac{1}{4}$ بزرگ‌تر است چون ۳ از ۱ و ۱۰ از ۲ بزرگ‌تر است! همچنین ممکن است در تبدیل عدد مخلوط

$$\frac{3}{4} \text{ حاصل را به صورت } \frac{7}{4} \text{ بنویسند. (} 3 \times 1 + 4 = 7 \text{)}$$

جمع و تفریق عددهای مخلوط

اهداف

- ۱- عددهای مخلوط را با یکدیگر جمع یا تفریق می‌کند.
 - ۲- تفریق دو عدد مخلوط را در حالی که قسمت کسری عدد مخلوط دوم بیشتر از قسمت کسری عدد اول است انجام می‌دهد.
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- محور اعداد
 - ۲- کاغذ یا مقوا برای بازنمایی کسرها

روش تدریس

در اولین فعالیت این درس جمع ۲ عدد کسری با مخرج‌های نامساوی آموزش داده شده است. بهتر است از دانش‌آموزان خواسته شود که نحوه هم‌مخرج کردن کسرها را به کمک شکل‌ها توضیح دهند. با مقایسه و مشاهده راه‌حل‌ها، دانش‌آموزان باید به ایده‌ای برای هم‌مخرج کردن کسرهایی که به مخرج‌های آنها مضربی از یکدیگر نیستند برسند. در کار در کلاس بیشتر بر اجرای رویه فرا گرفته شده تأکید می‌شود. فعالیت دوم این درس به جمع و تفریق اعداد مخلوط اختصاص دارد و لازم است روش‌های داده شده مورد بررسی و بحث قرار گیرند. استفاده از شکل، جمع قسمت‌های صحیح و نیز تبدیل کردن به کسر ۳ روش ارائه شده در فعالیت مورد نظر است. همچنین برای تفریق دو عدد مخلوط در قسمت دوم این فعالیت محور اعداد نیز مطرح شده است. در کار در کلاس با ارائه مثال‌هایی از

دانش‌آموزان خواسته می‌شود که جمع و تفریق‌های مشابهی را خود انجام دهند. سومین فعالیت به تفریق دو عدد مخلوط که قسمت کسری عدد دوم بزرگ‌تر از قسمت کسری عدد اول است. ابتدا سعی شده است که موضوع به صورت یک چالش طرح شود و سپس به کمک محور اعداد و شکل و نیز تبدیل به کسر راه‌حلی ارائه شود.

حل و راهنمایی برخی تمرین‌ها

در تمرین ۳ از دانش‌آموزان خواسته شده است که برای جمع داده شده مسئله‌ای را طرح کند. مناسب است که چند نمونه از مسائل مطرح شده توسط دانش‌آموزان در کلاس مورد بررسی قرار گیرد. بررسی موارد نادرست هم می‌تواند به رفع بسیاری از بدفهمی‌ها کمک نماید. از طرف دیگر ارائه مثال‌هایی از زندگی واقعی دانش‌آموزان ارتباط بهتری را با دنیای اطراف خود پیدا خواهند کرد.

توصیه‌های آموزشی

باید به رشد متوازن و هماهنگ دانش مفهومی و رویه‌ای دانش‌آموزان توجه کرد. با آنکه توانایی محاسبه کردن ضروری است اما نباید بر آن متوقف ماند و تفکر و توضیح دادن در مورد مسائل ضروری است. گاهی اوقات دانش‌آموزان راه‌حلی را ارائه می‌کنند که در کتاب ذکر شده است. بررسی و تصحیح و تکمیل این راه‌حل‌ها بسیار آموزنده خواهد بود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یک نمونه بسیار رایج از اعداد مخلوط از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در تمرین ۵ ارائه شده است. نمونه‌ای دیگر از بدفهمی‌ها در هنگام جمع دو کسر یا تفریق آنها، جمع و تفریق صورت‌ها و مخرج‌های دو کسر است.

ضرب کسرها

اهداف

- ۱- ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر را مفهوم بخشی می‌کند و حاصل آن را به دست می‌آورد.
 - ۲- ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی را مفهوم بخشی می‌کند و حاصل آن را به دست می‌آورد.
 - ۳- ضرب دو کسر در یکدیگر را انجام می‌دهد.
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- محور اعداد
 - ۲- کاغذ یا مقوا برای نقاشی هندسی کسرها
 - ۳- تعدادی مکعب مستطیل
 - ۴- تعدادی سیب

روش تدریس

در اولین فعالیت ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر آموزش داده می‌شود. دست‌ورزی با سیب‌های واقعی، نقاشی روی محور اعداد و یا جمع ۸ نصفه سیب و یا ضرب ۸ در $\frac{1}{4}$ با هم مرتبط و تکمیل‌کننده فعالیت‌اند. کار در کلاس نیز به تثبیت ایده مطرح شده می‌پردازد. در دومین فعالیت ضرب یک عدد کسری در یک عدد مطرح می‌شود. توجه کنید که ممکن است دانش‌آموزان ابتدا ۲ دایره از سه دایره را رنگ کنند و سپس $\frac{2}{3}$ یک دایره باقی مانده را رنگ کنند.

در کار در کلاس قاعده ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی به صورت کلی مطرح می‌شود و

در بخش آخر مناسب است از مکعب‌های دست ساز برای توجیه موضوع استفاده شود. در سومین فعالیت ضرب دو کسر در یکدیگر آموزش داده می‌شود که بهتر است به تصویر عنوانی نیز اشاره شود. در کار در کلاس به کمک بازنمایی‌های مختلف مفهوم ضرب ۲ کسر بیشتر روشن می‌شود. خاصیت جابه‌جایی ضرب نیز در کار در کلاس آمده است و در بخش‌های بعد مورد نیاز است.

راهنمایی و حل برخی تمرین‌ها

در تمرین ۶ بهتر است که از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های مختلفی بزنند و در هر حالت صفحات داده شده را مقایسه کنند. مثلاً یک کتاب ۱۰۰ صفحه‌ای با کتاب ۲۰۰ صفحه‌ای و یا یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای با یک کتاب ۳۰۰ صفحه‌ای مقایسه نشود. در تمرین ۸، اعداد $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{6}$ می‌توانند پاسخ باشند.

توصیه‌های آموزشی

پس از حل تمرین‌ها از دانش‌آموزان بخواهید که خودشان برای افراد دیگر کلاس مسئله‌ای در مورد ضرب کسرها طرح کنند. توانایی طرح مسئله مستلزم بسیاری از توانایی‌های دیگر است و به کمک آن می‌توان به بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان پی برد.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

گاهی اوقات دانش‌آموزان در ضرب دو کسر فقط صورت‌ها را در یکدیگر ضرب

می‌کنند و مخرج‌ها را با یکدیگر جمع می‌کنند. مثلاً می‌نویسند $\frac{3}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{7}$

در تمرین ۵ نمونه‌ای دیگر از این بدفهمی‌ها ذکر شده است که باید با بحث کلاسی

این بدفهمی‌ها تشریح و برطرف شود.

تقسیم کسرها

اهداف

- ۱- تقسیم دو عدد طبیعی بر یکدیگر را مفهوم بخشی می‌کند و آن را به شکل کسر نمایش می‌دهد.
- ۲- تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی را مفهوم بخشی می‌کند و آن را انجام می‌دهد.
- ۳- تقسیم یک عدد طبیعی بر یک کسر را مفهوم بخشی می‌کند و آن را انجام می‌دهد.

ابزارهای مورد نیاز:

- ۱- محور اعداد
- ۲- کاغذ یا مقوا
- ۳- نان یا کلوچه یا اشیای مطرح شده در درس

روش تدریس

اولین فعالیت به زیر ساختار خارج قسمت کسرها مربوط است. دانش‌آموزان باید هریک از مراحل را توضیح دهند و حل را کامل کنند. توجه شود که ممکن است دانش‌آموزان ابتدا ۳ کلوچه (دایره) را به سه نفر تقسیم کنند که به هر کدام ۱ کلوچه کامل می‌رسد و بعد ۲ کلوچه باقی‌مانده را بین ۳ نفر تقسیم کنند که به هر نفر $\frac{2}{3}$ کلوچه (با توجه به شکل) می‌رسد.

در مورد ۷ متر پارچه هم می‌توان ابتدا ۴ متر را بین ۴ نفر تقسیم کرد و سپس ۳ متر باقی‌مانده را بین ۴ نفر تقسیم کرد. آنچه که مهم است در نهایت دانش‌آموزان باید تقسیم a به b را به صورت کسر $\frac{a}{b}$ را درک کنند و نمایش دهند. در دومین فعالیت تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی آموزش

داده می‌شود و پس از درک مفهومی این موضوع رویه محاسبه فرا گرفته می‌شود. نکته مهم توجه به جابه‌جایی ضرب دو کسر است. لازم نیست به مفهوم معکوس اشاره‌ای شود. این قاعده در سال ششم ذکر خواهد شد. سومین فعالیت به تقسیم یک عدد طبیعی بر یک کسر اشاره دارد و بهتر است با یک شیء واقعی دست‌ورزی انجام گیرد. لازم به ذکر است که تقسیم دو کسر بر یکدیگر در سال ششم آموزش داده می‌شود.

حل و راهنمایی برخی تمرین‌ها

در تمرین ۸ به روش‌های گوناگونی می‌توان مقایسه را انجام داد. مثلاً کسر $\frac{4}{3}$ را با $\frac{3}{7}$ به کمک هم مخرج کردن کسرها مقایسه کنیم. روش دیگر رسم شکل است.

توصیه‌های آموزشی

در مورد تقسیم کسرها باید توجه دانش‌آموزان را به این نکته معطوف کرد که برخلاف ضرب خاصیت جابه‌جایی برقرار نمی‌باشد مثلاً می‌توان حاصل $3 \div \frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2} \div 3$ را به روش‌های مختلف محاسبه و با یکدیگر مقایسه کرد.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی دانش‌آموزان برای تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی، مخرج را بر عدد طبیعی تقسیم می‌کنند مثلاً حاصل $2 \div \frac{1}{24}$ را مساوی $\frac{1}{12}$ می‌نویسند و یا اینکه خاصیت جابه‌جایی را به تقسیم کسرها هم تعمیم می‌دهند.

ضرب عددهای مخلوط

اهداف

- ۱- ضرب دو عدد مخلوط را انجام می‌دهد.
 - ۲- ضرب دو کسر را با ساده کردن به دست می‌آورد.
- ابزار مورد نیاز :
کاغذ یا مقوا برای نمایش شکل‌های مورد نظر

روش تدریس

در اولین فعالیت به کمک شکل‌های داده شده (یا با استفاده از شکل‌های مقوایی) دانش‌آموزان مربع‌های کوچک‌تر می‌سازند و مساحت شکل را پیدا می‌کنند. مساحت تقریبی هم مهم است. دانش‌آموزان باید بدانند که مساحت از ۶ مترمربع بیشتر و مثلاً از ۱۲ مترمربع کمتر است. ۱ مقایسه راه‌حل‌ها آموزنده است. راه‌های جدید دانش‌آموزان هم باید بررسی شود. هدف دومین فعالیت این است که نشان دهد چگونه در ضرب ۲ کسر یک عدد از صورت یک کسر با عددی از مخرج کسر دوم با یکدیگر ساده می‌شوند. شکل‌ها کمک زیادی به درک موضوع می‌کنند. در فعالیت دوم این درس روش‌های مختلف ساده کردن یک کسر مطرح شده است بهتر است ابتدا به دانش‌آموزان فرصت داده شود روش خود را ارائه دهند و سپس با مقایسه روش‌های داده شده، بر روی راه مناسب توافق شود.

راهنمایی و حل برخی تمرین‌ها

در تمرین ۳ روش‌های گوناگونی برای مقایسه وجود دارد ولی بهتر است مثلاً $\frac{7}{8}$ و $\frac{1}{4}$ اینگونه مقایسه شوند که کسر $\frac{7}{8}$ اگر صورت کسر به ۴ تغییر یابد کسری مساوی $\frac{1}{2}$ به دست می‌آید. بقیه کسرها نیز این چنین می‌توانند با $\frac{1}{2}$ مقایسه شوند. رسم شکل، استفاده از محور و یا هم مخرج کردن کسرها نیز روش دیگری برای حل این تمرین هستند.

تمرین‌ها بخش فرهنگ نوشتن بهتر است ابتدا به صورت شفاهی و طی یک گفت‌وگوی کلاسی مورد بحث قرار گیرد و بعد به کمک عبارات ریاضی مکتوب گردد. تمرین ۳ مرور فصل از نوع تمرینات پاسخ باز است که می‌تواند جواب‌های زیادی داشته باشد و بهتر است این فرصت داده شود تا پاسخ‌های مختلف ارائه شود.

توصیه‌های آموزشی

توصیه می‌شود که از ذکر رویه‌ها و فرمول‌ها و قاعده‌های مطرح شده در برخی از کتاب‌های کمک آموزشی پرهیز شود و به روش‌های دانش‌آموزان بها داده شود و بدون مفهوم بخشی به ذکر فرمول‌ها پرداخته نشود.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

در هنگام ضرب دو عدد مخلوط به طور مثال $2\frac{3}{5} \times 4\frac{1}{3}$ را به شکل $\frac{6}{5} \times \frac{4}{3}$ می‌نویسند که ناشی از درک نادرست عدد مخلوط است.