

## چندضلعی‌ها

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از هنرجو انتظار می‌رود:

- ۱- چندضلعی‌های منتظم را ترسیم کند.
- ۲- با استفاده از خواص و ویژگی‌های انواع چهارضلعی، آنها را ترسیم کند.
- ۳- با استفاده از مفهوم تشابه، شرایط تشابه دو شکل را بیان کند.

تمرین: یک هفت‌ضلعی محدب و یک نه‌ضلعی مقعر رسم کنید که یک ضلع مشترک داشته باشند.

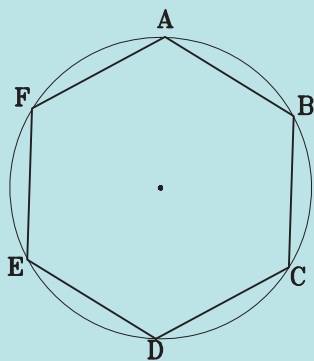
## چندضلعی‌ها

### یادآوری

### چندضلعی‌های منتظم

#### یادآوری

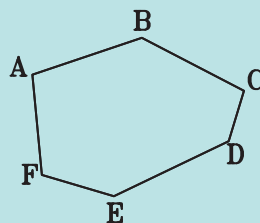
هر چندضلعی که اندازه‌های اضلاع آن با هم برابر باشند و آن چندضلعی در یک دایره محاط باشد، یک چندضلعی منتظم است. چندضلعی را وقتی در دایره محاط گویند که تمام رئوس آن بر یک دایره واقع باشند. بنابراین چندضلعی‌های منتظم محدب هستند. تمام زوایای چندضلعی منتظم زوایای محاطی و با هم برابر هستند. در شکل ۳-۳ چندضلعی  $ABCDEF$  یک شش‌ضلعی منتظم است. زیرا در یک دایره محاط و اضلاع آن با هم مساوی هستند.



شکل ۳-۳

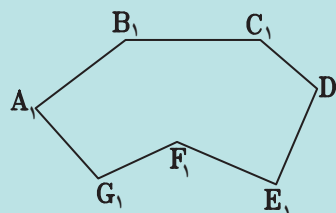
### تعریف چندضلعی

هر خط شکسته بسته را چندضلعی می‌نامند. مثلث یک چندضلعی (سه‌ضلعی) است. اگر یکی از زوایای داخلی چندضلعی بزرگ‌تر از  $180^\circ$  درجه باشد، چندضلعی را مقعر و در غیر این صورت چندضلعی را محدب می‌نامند (شکل ۳-۱).



شکل ۳-۱

در شکل ۳-۱  $ABCDEF$  یک چندضلعی محدب است. زیرا در این چندضلعی زاویه بزرگ‌تر از نیم‌صفحه وجود ندارد. در شکل ۳-۲  $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  یک چندضلعی مقعر است، زیرا در آن یک زاویه بزرگ‌تر از نیم‌صفحه وجود دارد (شکل ۳-۲).



شکل ۳-۲

آیا می‌توان گفت چندضلعی‌های منتظم با تعداد اضلاع فرد به تعداد اضلاع محور تقارن دارند. آیا این نوع چندضلعی‌ها مرکز تقارن دارند؟ چرا؟

### ترسیم چندضلعی‌های منتظم

در ترسیم چندضلعی‌ها معمولاً دو حالت کلی پیش می‌آید.

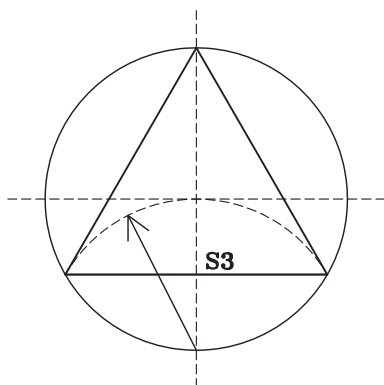
اول آنکه می‌خواهیم در دایره‌ای به شعاع معلوم یک چندضلعی را محاط کنیم.

دوم آنکه می‌خواهیم یک چندضلعی به طول ضلع مشخص ترسیم کنیم.

در ادامه ابتدا روش ترسیم چندضلعی‌ها در دایره محاطی توضیح داده می‌شود که می‌تواند مبنای ترسیم چندضلعی با طول ضلع معلوم هم باشد. بعد در مورد بعضی از آنها روش ترسیم بدون استفاده از دایره محیطی ارائه می‌شود.

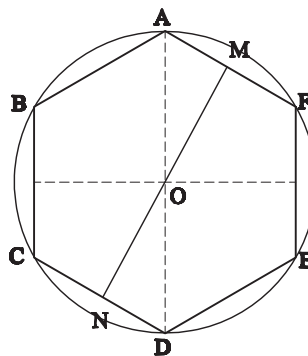
#### ۱- ترسیم سه‌ضلعی منتظم

**الف) محاط در دایره:** سه‌ضلعی منتظم همان مثلث متساوی‌الاضلاع است. اگر اقطار عمود بر هم دایره را ترسیم کنیم و از تقاطع یکی از قطر‌ها با محیط دایره قوسی به شعاع دایره بزنیم، دایره را در دو نقطه قطع می‌کند که دو رأس سه‌ضلعی است. رأس دیگر آن انتهای قطر ذکر شده است (شکل ۳-۶).



شکل ۳-۶

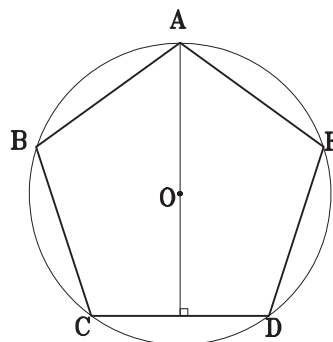
در شکل ۳-۴ یک شش‌ضلعی منتظم می‌بینید. محورهای تقارن آن را ترسیم کنید. شش‌ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ آیا محورهای تقارن آن دو به دو بر هم عمودند؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آیا نقطه  $O$  مرکز تقارن شش‌ضلعی منتظم هست؟



شکل ۳-۴

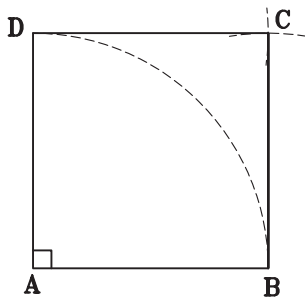
**امتحان کنید:** نقطه‌ای مانند  $M$  را روی یکی از اضلاع در نظر بگیرید. از نقطه  $O$  به  $M$  وصل کرده امتداد دهید تا ضلع مقابل را در  $N$  قطع کند.  $OM$  و  $ON$  را اندازه بگیرید مشاهده می‌کنید که با هم برابرند یعنی نقطه  $O$  مرکز تقارن شش‌ضلعی منتظم است. چندضلعی‌های منتظم با تعداد اضلاع زوج به تعداد اضلاع، محور تقارن دارند. همچنین دارای مرکز تقارنند.

**شکل ۳-۵:** پنج‌ضلعی منتظم است. محورهای تقارن آن را ترسیم کنید. پنج‌ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ تحقیق کنید که محورهای تقارن پنج‌ضلعی نیمساز زاویه یک رأس و عمود منصف ضلع مقابل آن هستند.



شکل ۳-۵

رأس چهارم را تعیین کرده و مربع با ضلع معلوم را شکل می دهد (شکل ۳-۹).



شکل ۳-۹

### ۳- ترسیم پنج ضلعی منتظم\*

الف) محاط در دایره: برای رسم پنج ضلعی منتظم در

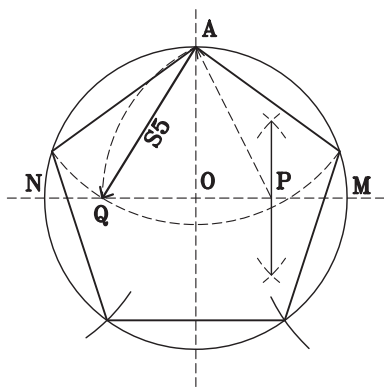
دایره معلوم مراحل زیر را انجام می دهیم:

۱- دو قطر عمود بر هم دایره را رسم می کنیم.

۲- عمود منصف شعاع OM را رسم می کنیم.

۳- به مرکز P و شعاع AP قوسی می زنیم تا ON را در نقطه

Q قطع کند. طول AQ ضلع پنج ضلعی است (شکل ۳-۱۰).



شکل ۳-۱۰

تمرین: یک پنج ضلعی منتظم رسم کنید که در دایره ای به

شعاع ۳ سانتی متر محاط باشد.

ب) با ضلع معلوم: برای ترسیم پنج ضلعی منتظم به طول

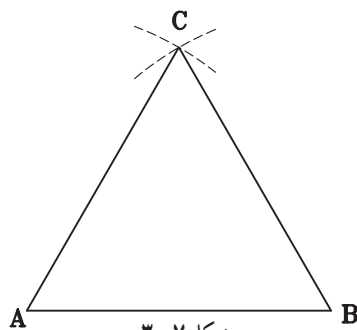
ضلع معلوم به ترتیب زیر عمل می کنیم:

۱- خط AB را به طول ضلع معلوم رسم می کنیم.

ب) با ضلع معلوم: ترسیم سه ضلعی با یک ضلع معلوم

در واقع ترسیم یک مثلث متساوی الاضلاع با ضلع معلوم است

(شکل ۳-۷).



شکل ۳-۷

### ۲- ترسیم چهار ضلعی منتظم

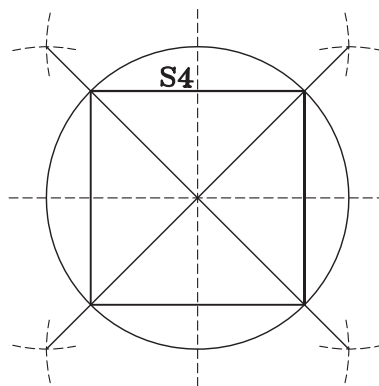
الف) محاط در دایره: چهار ضلعی منتظم یا همان مربع

نیز شکل شناخته شده ای است. برای ترسیم آن در دایره دو قطر

عمود بر هم را رسم کرده، چهار زاویه  $90^\circ$  درجه تشکیل می شود.

با ترسیم نیمسازهای آنها که دایره را در چهار نقطه قطع می کنند،

چهار رأس چهارضلعی منتظم مشخص می شود (شکل ۳-۸).



شکل ۳-۸

ب) با ضلع معلوم: ترسیم مربع با ضلع معلوم نیز بسیار

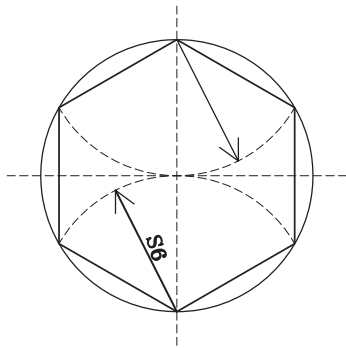
ساده است.

رسم دو خط عمود بر هم، جدا کردن طول معلوم روی دو

خط، رسم دو قوس به شعاع ضلع معلوم از نقاط مشخص شده

\* در کتاب هندسه ایرانی اثر ابوالوفا بوزجانی بیش از شش روش برای ترسیم پنج ضلعی منتظم با ضلع معلوم ارائه شده است که همه کم و بیش اندکی خطا دارد. روش فوق شاید

تنها روش علمی و استدلالی است که دقت صد در صد دارد.



شکل ۱۲-۳

(ب) با ضلع معلوم : برای ترسیم شش ضلعی منتظم به طول

ضلع به ترتیب زیر عمل می کنیم :

۱- مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع AB رسم می کنیم .

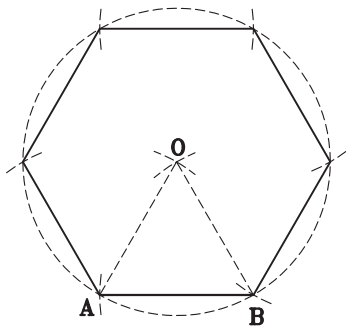
۲- رأس O را مرکز دایره ای به شعاع OA قرار می دهیم و

دایره محیطی شش ضلعی را رسم می کنیم .

۳- به مرکز هر یک از رئوس و شعاع دایره یا متوالیاً

قوس هایی می زنیم تا رأس های شش ضلعی مشخص شود

(شکل ۱۳-۳).



شکل ۱۳-۳

تمرین : یک شش ضلعی منتظم به ضلع  $3/8$  سانتی متر رسم

کنید . عمود منصف اضلاع آن را بکشید . آنها را ادامه داده تا دایره

را قطع کنند از محل تقاطع عمود منصف ها با دایره به رئوس مجاور

شش ضلعی وصل کنید . شکل حاصل چه شکلی است ؟

۵- ترسیم هشت ضلعی ، ده ضلعی و دوازده ضلعی و ...

همچنان که در شکل ها می بینید با ترسیم عمود منصف

اضلاع چهار ، پنج و شش ضلعی می توان چند ضلعی با اضلاع دو

برابر چند ضلعی های فوق ترسیم کرد .

۲- از نقطه A عمودی بر خط AB اخراج می کنیم و به

اندازه طول AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه M به دست آید .

۳- به مرکز N وسط AB و به شعاع MN قوسی رسم

می کنیم تا خط AB را در P قطع کند .

۴- قطر پنج ضلعی است اگر به مرکز A و B و به شعاع

AP دو قوس بزیم که یک دیگر را در D قطع کنند یک رأس دیگر

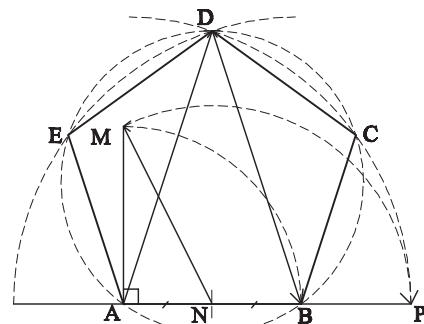
پنج ضلعی تعیین شده است .

۵- ترسیم دایره ای که از سه نقطه A و B و D بگذرد دایره

محیطی پنج ضلعی را مشخص می کند .

۶- مشخص نمودن دو رأس دیگر هم که کار بسیار ساده ای

است (شکل ۱۱-۳).



شکل ۱۱-۳

تمرین : دو پنج ضلعی متحد المرکز رسم کنید که ضلع یکی

$2/5$  سانتی متر و ضلع دیگری  $3/2$  سانتی متر باشد .

۴- ترسیم شش ضلعی منتظم

الف) محاط در دایره : برای ترسیم شش ضلعی منتظم

محاط در یک دایره به ترتیب مراحل زیر را انجام می دهیم :

۱- دو قطر عمود بر هم دایره را رسم می کنیم .

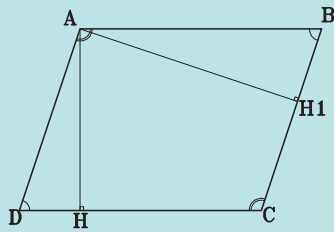
۲- به مراکز دو سر یکی از اقطار قوس هایی به شعاع دایره

می زنیم .

۳- چهار نقطه دیگر روی دایره مشخص می شود که چهار

رأس دیگر شش ضلعی منتظم است (شکل ۱۲-۳).





شکل ۱۹-۳

تمرین: متوازی الاضلاعی رسم کنید که فاصله دو ضلع موازی آن ۳۳ میلی‌متر، یکی از اضلاع آن ۴۱ میلی‌متر و ضلع دیگر آن به اختیار شما باشد. کوچک‌ترین متوازی الاضلاعی که می‌توانید رسم کنید کدام است. آن را هم رسم کنید.

تمرین: دو قطر متوازی الاضلاعی یکی ۵ سانتی‌متر و دیگری ۳ سانتی‌متر و زاویه بین آنها  $60^\circ$  درجه است. آن را با دقت رسم کنید.

تمرین: یک پانزده ضلعی منتظم رسم کنید که قطر دایره محیطی آن ۶ سانتی‌متر باشد. هم مرکز با آن یک پنج ضلعی منتظم که قطر دایره محیطی اش ۳ سانتی‌متر و یک ده ضلعی منتظم که قطر دایره محیطی اش ۴ سانتی‌متر باشد، رسم کنید.

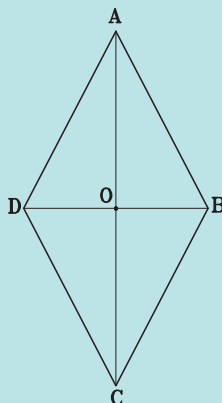
- ۱- در دایره‌هایی به شعاع  $3/5$  سانتی‌متر (جداگانه) یک چهارضلعی، یک پنج ضلعی و یک هفت ضلعی محاط کنید.
  - ۲- در یک دایره به قطر  $10^\circ$  سانتی‌متر یک ستاره ۱۲ پر ترسیم کنید.
  - ۳- نه ضلعی به طول ضلع ۳ سانتی‌متر ترسیم کنید.
  - ۴- در یک دایره به قطر ۸ سانتی‌متر یک ۱۳ ضلعی محاط کنید.
- خطوط کمکی را بسیار نازک و خطوط اصلی یعنی چندضلعی‌ها را ضخیم و پررنگ ترسیم کنید.

## لوزی

### یادآوری

لوزی، متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن با هم برابر است. بنابراین لوزی کلیه ویژگی‌های متوازی الاضلاع را دارد. در شکل ۲۰-۳ متوازی الاضلاع ABCD که  $AB=BC=CD=DA$  است، یک لوزی است.

در هر لوزی قطرهای بر هم عمودند و نیمساز زاویه‌های داخلی هستند و هر قطر، محور تقارن لوزی است. در شکل دو قطر AC و BD بر هم عمودند، نیمساز داخلی هر کدام محور تقارن لوزی هستند. بنابراین لوزی دارای دو محور تقارن است.



شکل ۲۰-۳

## چهارضلعی‌ها

### یادآوری

در میان چندضلعی‌ها به جز مثلث که به دلیل ویژگی‌های منحصر به فردش جایگاه خاصی در میان اشکال هندسی دارد، چهارضلعی‌ها نیز با توجه به محدود بودن تعداد اضلاع دسته‌بندی شده و انواع مختلف آن تعریف و نام‌گذاری شده است.

انواع چهارضلعی‌ها: چهارضلعی‌های تعریف شده عبارتند از: متوازی الاضلاع، لوزی، مستطیل، مربع و دوزنقه

## متوازی الاضلاع

### یادآوری

متوازی الاضلاع، چهارضلعی‌ای است که هر دو ضلع مقابل آن موازی باشند. در شکل ۱۹-۳ چهارضلعی ABCD که هر دو ضلع مقابل با هم موازیند، متوازی الاضلاع است. در متوازی الاضلاع، فاصله هر دو ضلع مقابل به هم را ارتفاع می‌نامند.

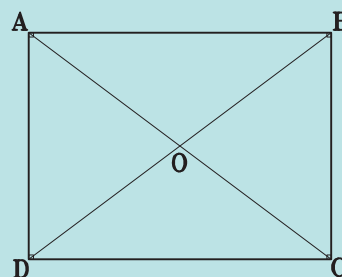
## تمرین

- ۱- لوزی رسم کنید که قطر بزرگ آن ۷ سانتی‌متر و ضلع آن ۴ سانتی‌متر باشد.
- ۲- محیط یک لوزی ۱۲ سانتی‌متر و یک قطر آن ۲۱ میلی‌متر است لوزی را رسم کنید.

## مستطیل

### یادآوری

مستطیل، متوازی‌الاضلاع است که یک زاویه آن قائمه است. بنابراین مستطیل کلیه ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را دارد (شکل ۳-۲۱).



شکل ۳-۲۱

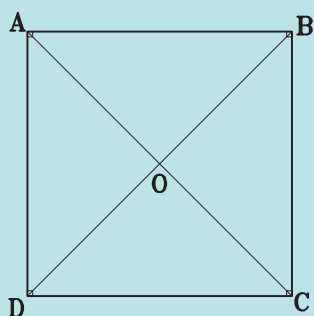
تمرین: در مستطیل ABCD از وسط یک طول مستطیل به وسط طول دیگر وصل کنید. آیا مستطیل به دو شکل مساوی تقسیم شده است؟ همین عمل را در عرض مستطیل انجام دهید. باز هم مستطیل به دو شکل مساوی تقسیم شده است؟ از این تساوی‌ها چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟  
مستطیل دو محور تقارن دارد. آیا دو محور بر هم عمودند؟ آیا نقطه O مرکز تقارن مستطیل است؟

## مربع

### یادآوری

مربع، مستطیلی است که چهار ضلع آن با هم مساوی باشد و یا می‌توان گفت، مربع، لوزی است که یک زاویه آن قائمه باشد. بنابراین مربع کلیه ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع، مستطیل و لوزی

را دارد. در شکل ۳-۲۲ چهارضلعی ABCD مربع است.



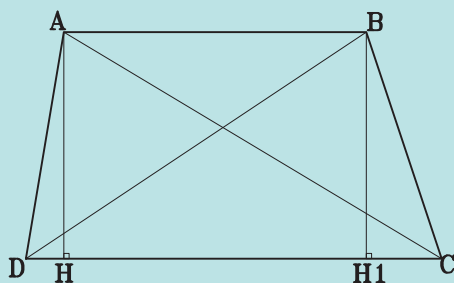
شکل ۳-۲۲

تمرین: یک مربع به ضلع ۷۵ میلی‌متر رسم کنید. یکی از اقطار آن را به هفت قسمت مساوی تقسیم کنید و از نقاط تقسیم خطوطی به موازات اضلاع مربع ترسیم کنید.

## دوزنقه

### یادآوری

هر چهارضلعی که فقط دو ضلع آن با هم موازی باشند، دوزنقه نامیده می‌شود. در شکل ۳-۲۳،  $AB \parallel CD$  است. بنابراین چهارضلعی ABCD یک دوزنقه است. دو ضلع موازی با هم یعنی AB و CD را قاعده‌ها، و دو ضلع غیرموازی یعنی AD و BC را ساق‌ها و AH و یا BH<sub>1</sub> ارتفاع دوزنقه می‌نامند. اگر دو ساق دوزنقه با هم مساوی باشند دوزنقه را متساوی‌الساقین می‌نامند. مانند شکل ۳-۲۴، اگر یکی از ساق‌ها بر دو قاعده عمود باشد دوزنقه را قائم‌الزاویه می‌نامند. مانند شکل ۳-۲۵.



شکل ۳-۲۳

دایره‌ای به شعاع ۲۷ میلی‌متر رسم کنید. چهار نقطه به روی دایره انتخاب کرده و از آنها مماس‌هایی بر دایره رسم کنید. مماس‌ها را امتداد داده تا دو به دو یک دیگر را قطع کنند. می‌بینید که چهارضلعی به وجود آمده یک چهارضلعی محیطی است. با تغییر جای نقطه‌ها در این دایره بی‌نهایت چهارضلعی محیطی می‌توان ترسیم کرد.

سؤال: از چهارضلعی‌های تعریف شده کدام یک چهارضلعی محیطی است؟

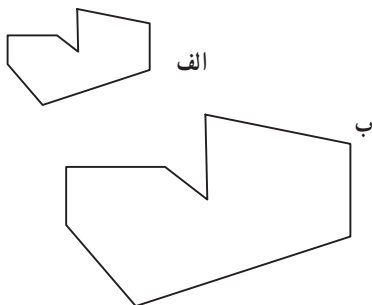
آیا مستطیل و متوازی‌الاضلاع می‌توانند چهارضلعی محیطی باشند؟

مربع، لوزی و دوزنقه چطور؟

دوایری به شعاع ۲ سانتی‌متر رسم کنید و در صورت امکان هریک از شکل‌های فوق را در آنها محاط کنید.

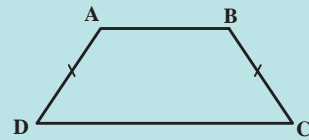
### تشابه در چندضلعی‌ها

به دو شکل ۳-۲۷ الف و ۳-۲۷ ب توجه کنید. آیا این دو شکل مشابه یکدیگرند؟ آیا می‌توانید اضلاع هریک را اندازه بگیرید و با هم مقایسه کنید؟ چه ویژگی این دو شکل را مشابه یکدیگر کرده است؟

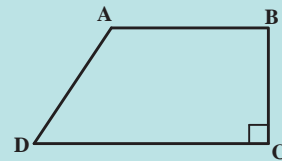


شکل ۳-۲۹

آیا زاویه‌های متناظر آنها با هم برابرند؟ آیا اضلاع متناظر شکل بزرگتر دو برابر اضلاع شکل کوچکتر نیست؟ پس آیا می‌توان گفت دو شکل مشابه نسبت به هم سه ویژگی



شکل ۳-۲۴



شکل ۳-۲۵

### تمرین

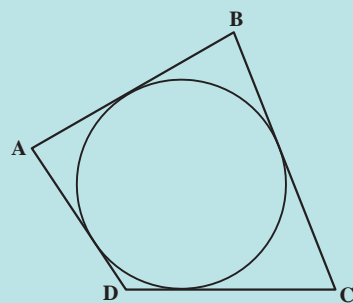
۱- ارتفاع دوزنقه متساوی‌الساقینی ۲۸ میلی‌متر و ساق آن ۳۵ میلی‌متر و قاعده بزرگ آن ۴۸ میلی‌متر است. دوزنقه را ترسیم کنید.

۲- دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که ارتفاع آن ۳ سانتی‌متر، زاویه ساق آن با قاعده‌ها  $60^\circ$  درجه و خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند  $5/5$  سانتی‌متر باشد.

### چهارضلعی‌های محیطی

#### یادآوری

چهارضلعی، محیطی چهارضلعی است که اضلاع آن بر یک دایره مماس باشند. در شکل ۳-۲۳ چهارضلعی ABCD یک چهارضلعی محیطی است.

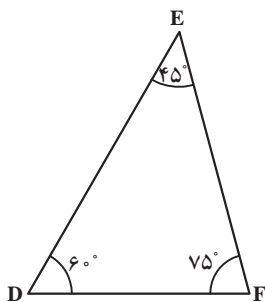


شکل ۳-۲۸



زیرا دارند؟

حال مثلثی رسم کنید که زوایایش مساوی زوایای مثلث DEF در شکل ۳-۲۹ باشد آیا دو مثلث با هم مشابه هستند؟



شکل ۳-۲۹

می‌توانید اضلاع هر دو را اندازه بگیرید و تناسب بین اضلاع آنها را پیدا کنید.

با توجه به این که مجموع زوایای مثلث  $180^\circ$  درجه است. اگر دو زاویه از دو مثلث برابر باشند، زاویه سوم آنها هم برابر است در نتیجه:

اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند. آن دو مثلث متشابهند.

همچنین با توجه به شرایط تساوی دو مثلث می‌توان نتیجه گرفت که اگر در دو مثلث یک زاویه آنها مساوی باشد و دو ضلع مجاور به آن زاویه‌ها با هم متناسب باشد آن دو مثلث متشابه‌اند. امتحان کنیم:

زاویه A از مثلث ABC با زاویه D از مثلث DEF با هم برابر و  $30^\circ$  درجه‌اند اضلاع AB و AC به ترتیب ۶ و  $4/5$  اضلاع DE و DF به ترتیب ۲ و  $1/5$  است هر دو مثلث را ترسیم کنید و ببینید آیا متشابه‌اند یا نه.

تعداد اضلاع‌شان با هم مساوی است.

زاویه‌های متناظرشان با هم مساوی‌اند.

اضلاع متناظرشان با هم متناسب‌اند.

توجه کنید که دو شکل مساوی متشابه نیز هستند. نسبت

اضلاع دو شکل مساوی یک به یک است.

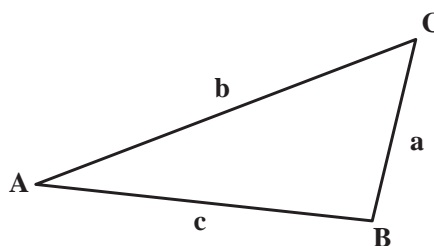
### تشابه مثلث‌ها

مثلث شکل ویژه‌ای است. از آن رو شرط تشابه دو مثلث با

تشابه دو چندضلعی اندکی متفاوت است.

اضلاع مثلث ABC را در شکل ۳-۲۸ اندازه بگیرید و

مثلثی رسم کنید که اضلاعش نصف اضلاع این مثلث باشد.



شکل ۳-۲۸

آیا مثلثی که رسم کرده‌اید با مثلث ABC مشابه هست؟

پس اگر اضلاع دو مثلث با هم متناسب باشند دو مثلث

متشابه‌اند. یعنی زوایای آنها هم با هم برابرند.

## دایره و بیضی

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از هنرجو انتظار می‌رود:

- ۱- قطر، وتر و کمان را در دایره مشخص نماید.
- ۲- انواع مماس بر دایره را ترسیم کند.
- ۳- انواع مماس‌ها را ترسیم کند.
- ۴- بیضی را ترسیم کند.

### دایره

اصلی‌ترین و مهم‌ترین شکل منحنی دایره است. دایره نیز هم‌چون مثلث شکل بسیار ویژه‌ای است. و همچنان که به‌عنوان نماد مهمی در مفاهیم فلسفی و عرفانی مطرح است در هندسه نیز جایگاه ویژه‌ای دارد و نقش مهمی در طرح‌ها و ایده‌های معماری و هنری ایفا می‌کند. از آن‌رو شناخت ویژگی‌های آن در کار نقشه‌کشی بسیار لازم و سودمند است.

### تعریف دایره

#### یادآوری

مجموعه تمام نقاط یک صفحه را که فاصله آنها از نقطه ثابتی مانند  $O$  در آن صفحه برابر با عدد ثابت  $R$  است دایره می‌نامند.

تمرین: تحقیق کنید از دو نقطه چند دایره می‌گذرد؟

می‌باید نقطه‌ای پیدا کنیم که از دو نقطه  $M$  و  $N$  به یک

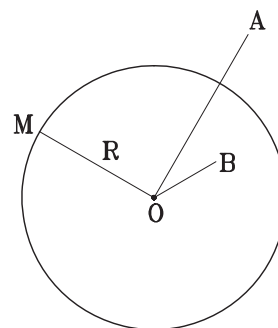
فاصله باشد. چند نقطه می‌توان یافت که از دو نقطه  $M$  و  $N$  به یک فاصله باشد.

آیا می‌توانیم از سه نقطه یک دایره بگذرانیم؟

در چه حالتی نمی‌توان از سه نقطه یک دایره گذراند؟

از چهار نقطه چه‌طور؟ امتحان کنید.

در چه حالتی می‌توان از چهار نقطه یک دایره گذراند؟

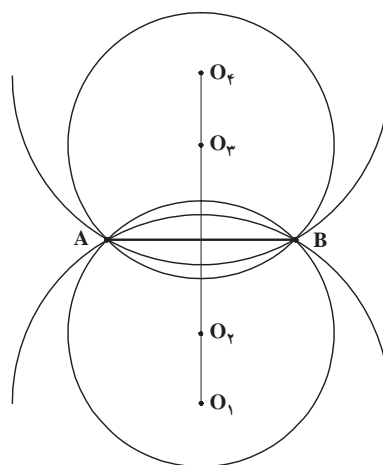


شکل ۴-۱

آیا دقیق ترسیم کرده‌اید. توجه دارید که این وترها برابر با شعاع دایره است؟

اگر دقیق رسم کرده باشید می‌بینید که در یک دایره دقیقاً شش وتر می‌توان رسم کرد که با اندازه شعاع دایره باشند و یکدیگر را قطع نکنند.

## قوس (کمان)

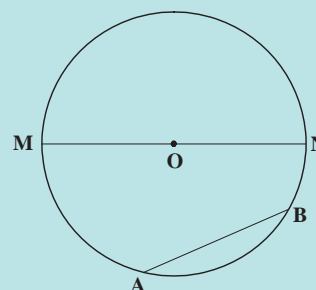


شکل ۲-۴

## وتر و قطر دایره

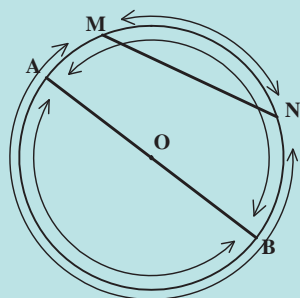
### یادآوری

هر پاره‌خطی که دو سر آن واقع بر یک دایره باشد، وتر نامیده می‌شود. هر وتری که از مرکز دایره بگذرد، قطر آن دایره نامیده می‌شود. بنابراین اندازه قطر هر دایره دو برابر اندازه شعاع آن است.



شکل ۳-۴

هر وتر، دایره را به دو قسمت تقسیم می‌کند که هر قسمت را یک قوس می‌نامند، قطر، دایره را به دو قوس مساوی تقسیم می‌کند که هر قوس یک نیم‌دایره نامیده می‌شود (شکل ۴-۴).

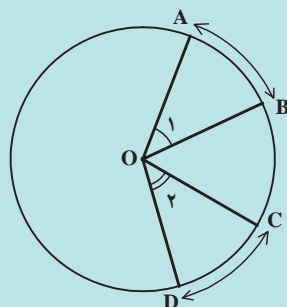


شکل ۴-۴

## زاویه مرکزی

### یادآوری

اگر رأس زاویه بر مرکز دایره واقع باشد، آن زاویه را مرکزی می‌نامند. در هر دایره، اندازه قوس‌های مقابل به دو زاویه مرکزی مساوی، برابرند (شکل ۴-۵).



شکل ۵-۴

تمرین: دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی‌متر رسم کنید. بزرگترین وتر آن را ترسیم کنید. از نقطه تماس وتر رسم شده با محیط دایره وتری به اندازه نصف وتر اول رسم کنید.

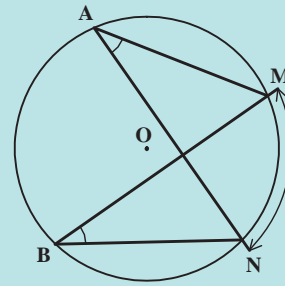
وترهای دیگری به اندازه نصف بزرگترین وتر رسم کنید به نحوی که هر وتر از انتهای وتر قبلی شروع شود.

چند وتر در یک دایره با اندازه نصف بزرگترین وتر و با

رعایت شرط بالا می‌توان رسم کرد؟

یادآوری

اگر رأس یک زاویه بر محیط دایره واقع باشد و اضلاعش دو وتر دایره، آن زاویه را زاویه محاطی می‌نامند. اندازه قوس‌های مقابل به دو زاویه محاطی مساوی، برابرند.



شکل ۴-۶

تمرین

۱- دایره‌ای به شعاع ۲۳ میلی‌متر رسم کنید. دو زاویه مرکزی در این دایره رسم کنید که هر یک ۴۵ درجه باشد. وتر قوس مقابل به این زاویه‌ها را رسم کنید. آنها را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای گرفته‌اید؟ آیا وترهای مقابل به دو زاویه مرکزی مساوی با هم مساویند؟

۲- دایره‌ای به شعاع ۳/۳ سانتی‌متر رسم کنید در این دایره دو وتر رسم کنید که هر یک ۴/۵ سانتی‌متر باشد. از مرکز دایره بر هر یک از دو وتر خطی عمود کنید. طول عمود وارد بر وترها را اندازه بگیرید. آیا دو طول با هم برابرند؟

۳- در دایره O وتر AB را به طول کوچکتر از قطر دایره ترسیم کنید. از نقطه A وتر AC را به اندازه وتر AB ترسیم کنید. نقطه دلخواه M را روی دایره انتخاب کرده از آن به نقاط A و B وصل کنید. آیا دو کمان AB و AC که مقابل به دو وتر مساوی هستند با هم برابرند؟ دو زاویه محاطی  $\widehat{CMA}$  و  $\widehat{BMA}$  که مقابل این دو کمانند چطور؟ صحت این قضیه را با روش زیر تحقیق کنید: نیمساز زاویه  $\widehat{CMB}$  را ترسیم کنید آیا خط نیمساز بر خط MA منطبق است؟

۴- در دایره O بدون استفاده از گونیا یک زاویه محاطی بکشید که اندازه آن  $90^\circ$  درجه باشد.

تمرین: دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی‌متر رسم کنید و وتر AB را به طول ۳ سانتی‌متر در دایره ترسیم کنید. آن‌گاه،

۱- خطی رسم کنید موازی وتر AB که فاصله‌اش از مرکز دایره ۳/۵ سانتی‌متر باشد.

۲- خط دیگری رسم کنید موازی وتر AB که فاصله‌اش از مرکز دایره ۲ سانتی‌متر باشد.

۳- خط سوم را هم موازی وتر AB رسم کنید. به نحوی که فاصله‌اش از مرکز دایره ۱ سانتی‌متر باشد.

مشاهده می‌کنید که خط اول خارج از دایره است و هیچ نقطه تماسی با دایره ندارد. خط دوم فقط یک نقطه تماس دارد یعنی مماس بر دایره است و خط سوم دایره را در دو نقطه قطع می‌کند. آیا یک خط و دایره می‌توانند وضعیت دیگری نسبت به هم داشته باشند؟

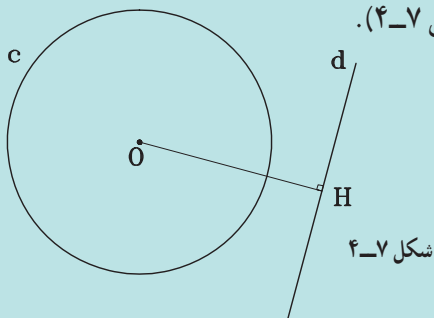
وضعیت خط و دایره نسبت به هم

به فضایی زیر توجه کنید:

یادآوری

خط d و دایره C(O,R) در یک صفحه نسبت به هم سه وضعیت دارند:

الف) خط d و دایره C هیچ نقطه مشترکی ندارند. در این حالت اگر OH فاصله O تا خط d باشد،  $OH > R$  است (شکل ۴-۷).



شکل ۴-۷

ب) خط d و دایره C در یک نقطه مشترک‌اند. در این حالت خط بر دایره مماس و  $OH = R$  است. نقطه H پای عمود OH بر خط d، نقطه تماس خط با دایره است (شکل ۴-۸).

به قضیه زیر توجه کنید :

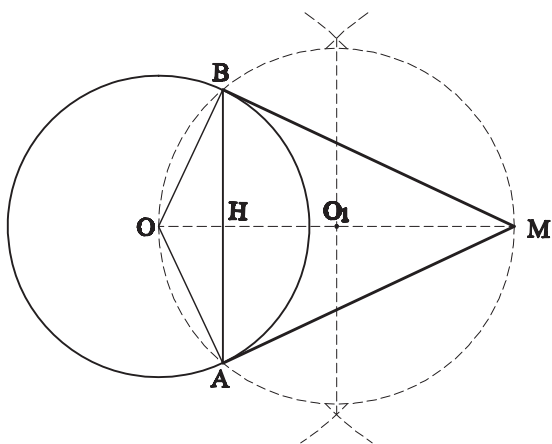
### یادآوری

از یک نقطه واقع بر یک دایره تنها یک مماس می‌توان رسم کرد. در شکل از نقطه  $A$  واقع بر دایره فقط یک عمود بر  $OA$  می‌توان رسم کرد که خط مماس بر دایره در نقطه  $A$  است.

**تمرین :** دایره  $O$  را به شعاع دلخواه ترسیم کنید. نقطه  $M$  را خارج دایره انتخاب کنید. به قطر  $OM$  یک دایره رسم کنید. این دایره دایره  $O$  را در دو نقطه قطع می‌کند.

از  $M$  به دو نقطه تقاطع وصل کنید. آیا  $MA$  و  $MB$  بر دایره مماس هستند؟

محل تقاطع  $OM$  و  $AB$  را  $H$  بنامید.  $AH$  و  $BH$  را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای گرفته‌اید؟ (شکل ۴-۱۱).

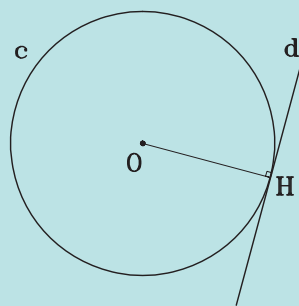


شکل ۴-۱۱

### وضعیت دو دایره نسبت به هم

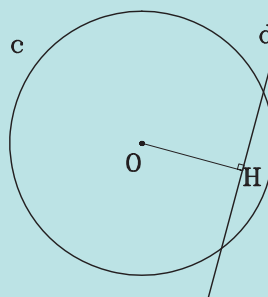
**تمرین ۱ :** دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر رسم کنید. دایره دیگری رسم کنید، به شعاع ۲ سانتی‌متر که مرکز آن با مرکز دایره اول ۸ سانتی‌متر فاصله داشته باشد. دایره سوم را نیز به شعاع  $1/5$  سانتی‌متر و به فاصله دو سانتی‌متر از مرکز دایره اول رسم کنید.

دو دایره دوم و سوم نسبت به دایره اول چه تفاوتی دارند؟ وجه اشتراک دو دایره نسبت به دایره اول چیست؟



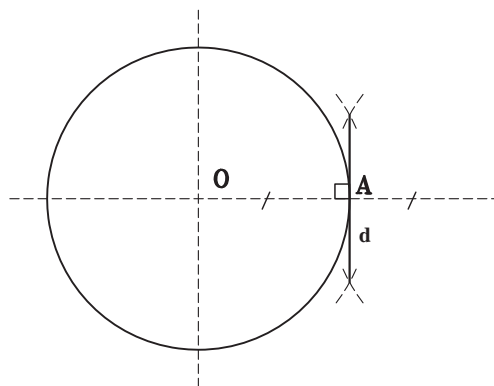
شکل ۴-۸

ج) خط  $d$  و دایره  $C$  در دو نقطه مشترک اند. در این حالت خط و دایره را متقاطع می‌نامند و  $OH < R$  است (شکل ۴-۹).



شکل ۴-۹

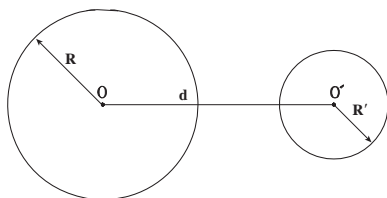
**تمرین :** دایره‌ای به شعاع دلخواه ترسیم کنید. یکی از شعاع‌های آن را ترسیم کنید. (OA) از نقطه  $A$  خطی بر شعاع  $OA$  عمود کنید. خط  $d$  که بر  $OA$  عمود شده نسبت به دایره چه وضعی دارد؟ آیا خط دیگری نیز می‌توان در این نقطه بر  $OA$  عمود کرد؟ (شکل ۴-۱۰).



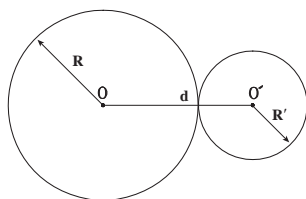
شکل ۴-۱۰

اگر مراکز هر یک از دو دایره را به دایره اول وصل کنید چه رابطه‌ای می‌توان بین شعاع‌های دو دایره و فاصله مراکز آنها پیدا کرد؟

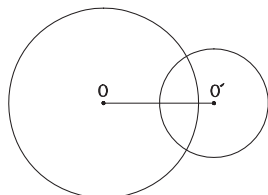
تمرین ۲: دو دایره رسم کنید که خط‌المركزین آنها با مجموع شعاع هایشان برابر باشد.  
 دو دایره چند نقطه مشترک دارند؟  
 دو دایره نسبت به هم شش حالت دارند:



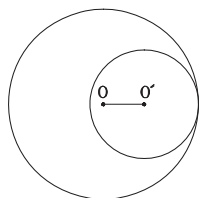
۱- دو دایره خارج هم  $d > R + R'$



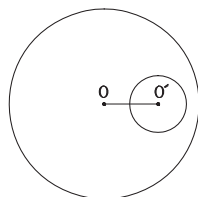
۲- دو دایره مماس خارج  $d = R + R'$



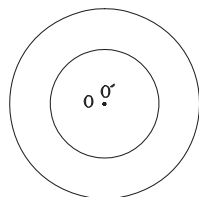
۳- دو دایره متقاطع  $R - R' < d < R + R'$



۴- دو دایره مماس داخل  $d = R - R'$



۵- دو دایره متداخل  $d < R - R'$

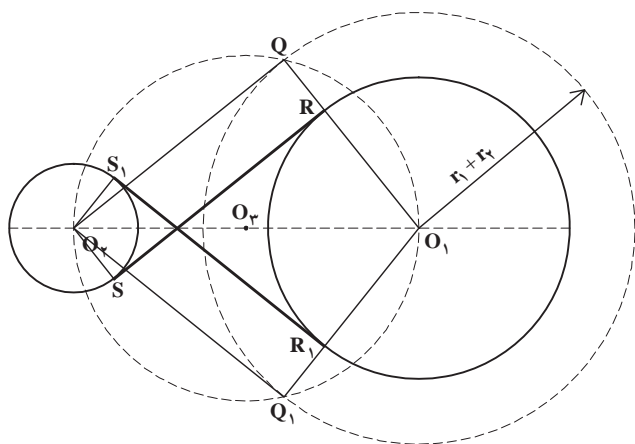


۶- دایره‌های هم‌مرکز  $d = 0$

شکل ۱۲-۴

تمرین ۲: یک بار دیگر دو دایره را با مشخصات تمرین قبل ترسیم کنید دایره  $O_3$  را نیز بکشید. حال به مرکز  $O_1$  و شعاع مجموع شعاع‌های  $O_1$  و  $O_2$  یعنی ۸ سانتی‌متر قوسی رسم کنید که دایره  $O_3$  را در نقطه  $P$  قطع کند  $O_1P$  دایره  $O_1$  را در  $R$  قطع می‌کند. حال از  $O_2$  به موازات  $O_1R$  خطی رسم کنید تا دایره را در نقطه  $S$  قطع کند، دو نقطه  $R$  و  $S$  را به هم وصل کنید. خط  $RS$  را پررنگ کنید.

آیا خط  $RS$  بر هر دو دایره  $O_1$  و  $O_2$  مماس است؟  
می‌توانید همین ترسیمات را در طرف دیگر انجام دهید؟



شکل ۴-۱۴

دقت کنید: اگر دو تمرین ۱ و ۲ را یکجا انجام می‌دادید عملاً دو دایره متخارج چهار مماس مشترک داشتند.  
اولین تمرین فوق را می‌توانید در مورد دو دایره مماس خارجی و دو دایره متقاطع نیز انجام دهید.  
تمرین: دو دایره ترسیم کنید که شعاع هر یک ۲۵ میلی‌متر باشد و فاصله مراکز آنها از هم  $40^\circ$  میلی‌متر مماس مشترک آنها را رسم کنید.

تمرین: دو دایره متخارج به شعاع‌های ۴ و ۲ و با فاصله مراکز  $10^\circ$  سانتی‌متر رسم کرده مماس‌های داخلی و خارجی آنها را ترسیم کنید.

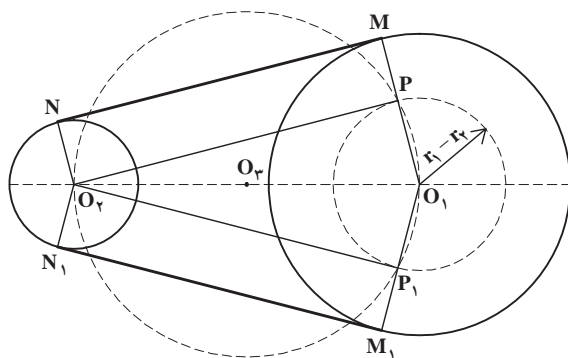
تمرین: دو دایره دلخواه رسم کنید که نسبت به هم مماس داخلی باشند.

تمرین: دو دایره متقاطع رسم کنید که مرکز یکی منطبق بر محیط دیگری و شعاعش نصف آن باشد.

### مماس مشترک دو دایره

تمرین ۱: دو دایره متخارج  $O_1$  و  $O_2$  را به شعاع‌های ۵ و ۳ سانتی‌متر که طول خط‌المركزین آنها  $10^\circ$  سانتی‌متر باشد رسم کنید. خط‌المركزین آنها را ترسیم کنید. دایره  $O_3$  را به قطر خط‌المركزین بکشید. از نقطه  $O_1$  مرکز دایره بزرگتر به اندازه تفاضل شعاع دو دایره یعنی ۲ سانتی‌متر قوسی رسم کنید که دایره  $O_3$  را در نقطه  $P$  قطع کند  $PO_1$  را ادامه داده تا دایره را در  $M$  قطع کند. حال از  $O_2$  به موازات  $O_1M$  خطی رسم کنید تا دایره  $O_2$  را در نقطه  $N$  قطع کند. دو نقطه  $M$  و  $N$  را به هم وصل کنید. خط  $MN$  را پررنگ کنید.

آیا خط  $MN$  بر هر دو دایره  $O_1$  و  $O_2$  مماس است؟  
می‌توانید همین ترسیمات را در طرف دیگر انجام دهید؟



شکل ۴-۱۳

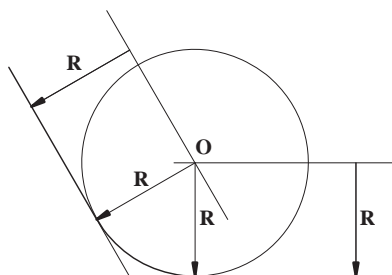
## مماس‌ها

در طرح‌های معماری و شهرسازی با انواع و اقسام اشکال مواجه می‌شویم که ترکیبی از خط راست، قوس و انواع منحنی‌ها است.

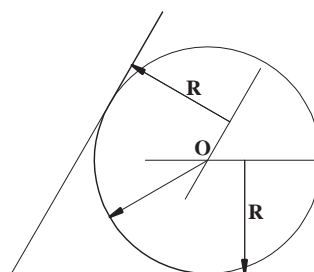
در ادامه با طریقه ترسیم قوس‌هایی که مماس بر خطوط و دایره‌ها هستند، آشنا می‌شویم.

## رسم قوسی به شعاع R مماس بر دو خط

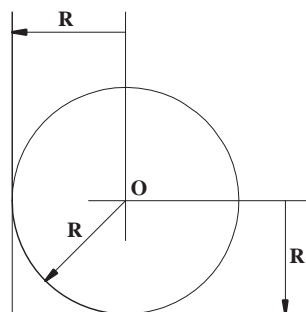
در شکل ۴-۱۵ در درون زاویه کوچکتر از نیم‌صفحه خطی به موازات هریک از دو خط مفروض و به فاصله R از آن رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه O قطع کنند. نقطه O مرکز قوس مطلوب است.



(الف)



(ب)



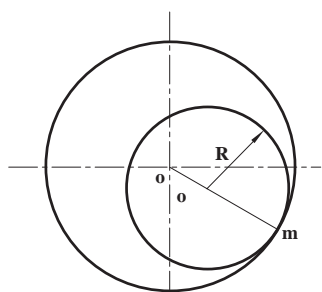
(ج)

شکل ۴-۱۵

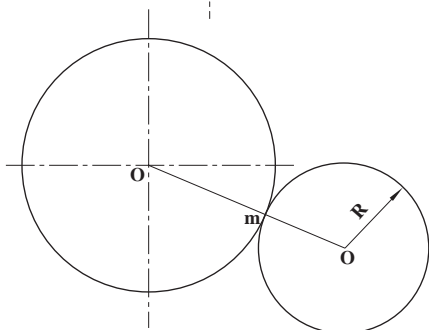
تمرین: دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که ارتفاع آن ۴، و قاعده‌های آن ۵ و ۶ سانتی‌متر باشد. آن‌گاه بر هر چهار زاویه آن قوسی به شعاع ۱ سانتی‌متر مماس کنید.

## رسم دایره‌ای به شعاع R مماس بر دایره O در نقطه m

در شکل ۴-۱۶ الف  $mo' = R$  را بر خط  $om$  و در شکل ۴-۱۶ ب  $mo' = R$  را بر امتداد خط  $om$  در نظر می‌گیریم. سپس به مرکز  $O'$  و به شعاع R دایره مطلوب را رسم می‌کنیم. در شکل ۴-۱۶ الف مماس داخلی و در شکل ۴-۱۶ ب مماس خارجی رسم شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۴-۱۶

تمرین: چند دایره به شعاع ۲۵ میلی‌متر می‌توانید بر دایره که شعاع آن ۳۱ میلی‌متر است مماس کنید؟ چهارتای آنها را که نسبت به یک قطر دایره متقارن باشند، ترسیم کنید.

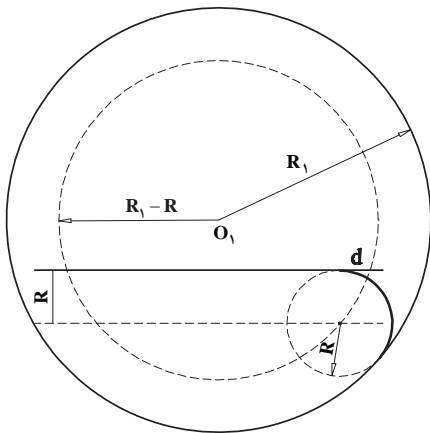
## رسم قوسی به شعاع R مماس بر یک خط و دایره مفروض

دایره O و خط  $d$  را در نظر بگیرید. خط  $d$  نسبت به دایره چند حالت می‌تواند داشته باشد؟  
خط دایره را قطع کند.  
خط بر دایره مماس باشد.  
خط در خارج دایره باشد.



همچنین در مماس بر دایره دیدید که مرکز دایره‌ای به شعاع  $R$  که بر دایره مفروضی به شعاع  $R_1$  مماس باشد یا  $R_1 + R$  یا  $R_1 - R$ .

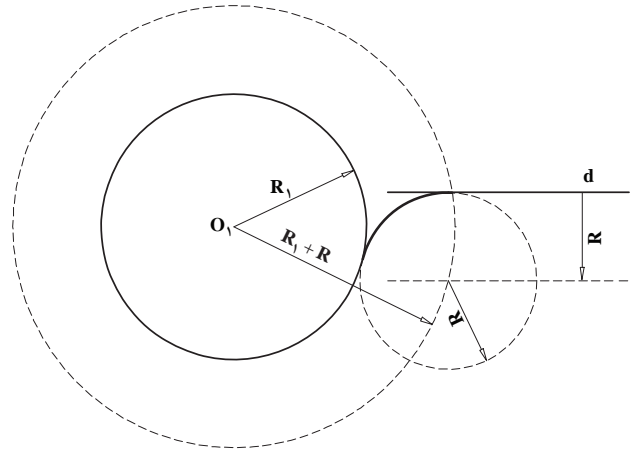
حال دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر رسم کنید و در دو حالت خط متقاطع با دایره و خط خارج دایره قوسی به شعاع یک سانتی‌متر بر آنها مماس کنید. در شکل ۴-۱۷ دو نمونه از این مماس‌ها ترسیم شده است.



(ب)

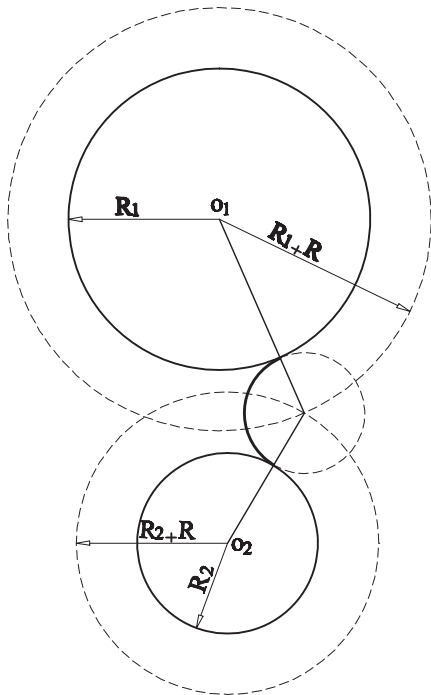
حال اگر بخواهیم در هر یک از این حالات قوسی به شعاع معلوم رسم کنیم که هم بر دایره و هم بر خط مماس باشد، چگونه عمل کنیم؟

مرکز دایره‌ای به شعاع  $R$  که بر خط و دایره مماس باشد محل برخورد دو مکان هندسی است. دیدید که اگر مرکز دایره‌ای که با شعاع  $R$  بر خط مماس باشد، خطی است موازی آن و به فاصله  $R$  از آن.



(الف)

شکل ۴-۱۷



شکل ۴-۱۸

### رسم قوسی به شعاع $R$ مماس بر دو دایره مفروض

اگر بخواهیم دو دایره مفروض خارج از قوس مطلوب قرار گیرد، نقطه  $O$  مرکز قوس مطلوب مطابق شکل ۴-۱۸ از برخورد دو قوس به شعاع‌های  $R_1 + R$  و  $R_2 + R$  به دست می‌آید.

اگر بخواهیم دو دایره مفروض داخل قوس مطلوب قرار گیرد، نقطه  $O$  مرکز قوس مطلوب مطابق شکل ۴-۱۹ برخورد دو قوس به شعاع‌های  $R - R_1$  و  $R - R_2$  به دست می‌آید.

## تمرین

۱- دو دایره به شعاع  $\frac{2}{5}$  و ۴ را در سه حالت زیر رسم

کنید

یکدیگر را قطع کنند.

نسبت به هم مماس خارج باشند.

هیچ نقطه تقاطعی نداشته باشند.

۲- بر اضلاع زاویه  $O$  دایره‌ای به شعاع  $r$  مماس کنید.

۳- بر دایره‌هایی با شرایط سؤال ۱ دایره‌ای به شعاع ۳

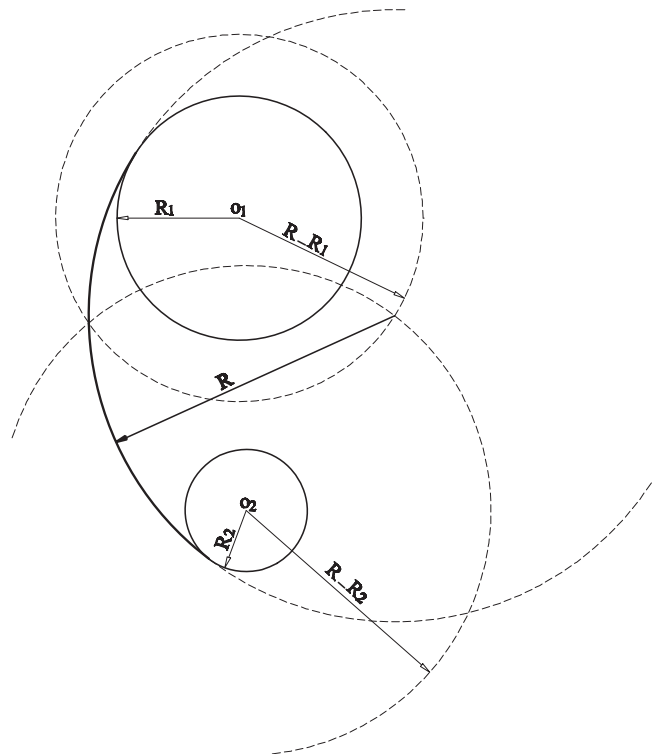
سانتی‌متر مماس کنید.

۴- دایره  $O$  را به شعاع ۴ سانتی‌متر رسم کنید خط  $d$  را

چنان رسم کنید که از مرکز دایره  $5/5$  سانتی‌متر فاصله داشته باشد.

قوسی به شعاع  $1/5$  سانتی‌متر رسم کنید که بر خط  $d$  و دایره  $O$

مماس باشد. مسأله چند جواب دارد؟



شکل ۱۹-۴

## بیضی

معماران، شهرسازان و طراحان از شکل بیضی هم در

طرح‌های خود استفاده می‌کنند. بیضی از شکل‌هایی است که در

گذشته معماران سنتی ایرانی در ساختار فرم قوس‌ها و گنبد‌ها از آن

استفاده بسیاری برده‌اند. یادگیری طریقه ترسیم آن برای طراحان

و نقشه‌کش‌ها خالی از فایده نیست.

اگر بخواهیم یکی از دو دایره مفروض در خارج از قوس

و دیگری در داخل قوس قرار گیرد، نقطه  $O$  مرکز قوس مطلوب

مطابق شکل ۲۰-۴ از برخورد دو قوس به شعاع‌های  $R - R_1$  و

$R + R_2$  به دست می‌آید.

## تعریف بیضی

بیضی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که مجموع

فاصله‌های هر یک از آن نقاط از دو نقطه ثابت آن صفحه مقدار ثابتی

باشد. دو نقطه ثابت  $F_1$  و  $F_2$  را کانون بیضی می‌نامند و عدد ثابت را

$2a$  در نظر می‌گیرند. در شکل ۲۱-۴ یک بیضی با دو کانون  $F_1$  و

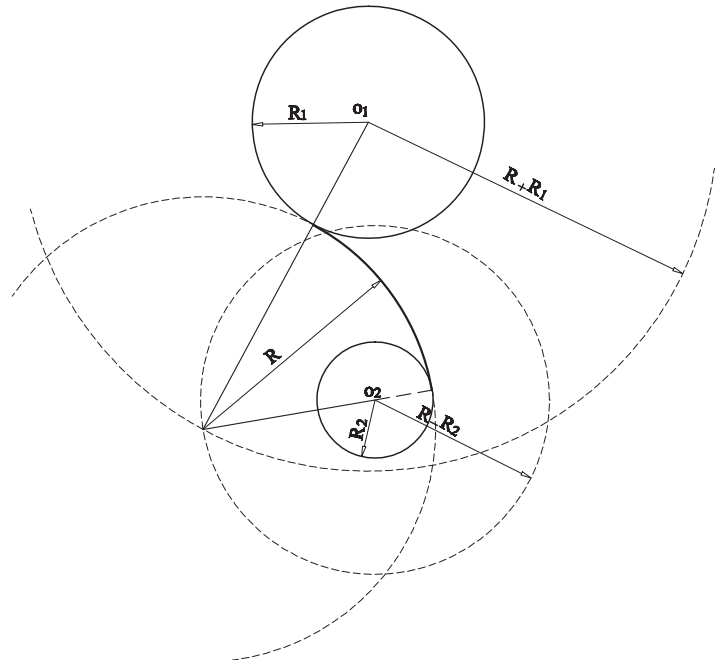
$F_2$  رسم شده است. در این بیضی  $MF_1 + MF_2 = 2a$  است.  $AA_1$

را که برابر  $2a$  است. قطر بزرگ (طول) و  $BB_1$  را که عمود منصف

$AA_1$  است و برابر  $2b$  در نظر می‌گیرند، قطر کوچک (اقطار) و نقطه

$O$  را مرکز بیضی می‌نامند. همچنین دایره به قطر  $AA_1$  دایره اصلی

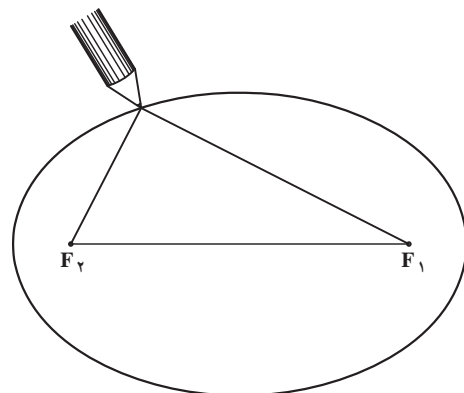
و دایره به قطر  $BB_1$  دایره فرعی بیضی نامیده می‌شود.



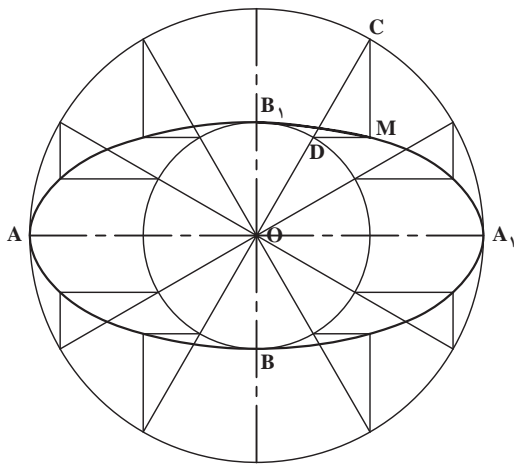
شکل ۲۰-۴

## ترسیم بیضی

یک برگ کاغذ A4 را روی تخته رسم بچسبانید و دو سنجاق یا پونز را با فاصله  $10^\circ$  سانتی متر مطابق شکل ۴-۲۱ در نقاط  $F_1$  و  $F_2$  قرار دهید. سپس دو سر نخ را به هم گره بزنید به طوری که طول نخ دولا تا قسمت گره خورده  $(2a + F_1F_2)$  برابر  $22$  سانتی متر باشد. اگر نخ دولا را دور دو سنجاق نصب شده و یک مداد قرار دهید و مداد را حرکت دهید یک بیضی رسم می شود. نقاط  $F_1$  و  $F_2$  را کانون بیضی می نامند. اگر فاصله دو کانون بیضی و یا طول نخ دولا  $(2a + F_1F_2)$  تغییر کند، بیضی های مختلفی رسم می شود.

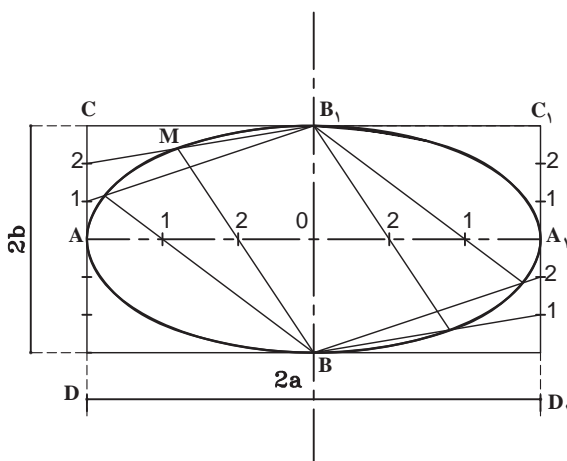


شکل ۴-۲۱



شکل ۴-۲۲

(ب) با استفاده از مستطیل: در شکل ۴-۲۳ مستطیلی به طول  $2a$  و به عرض  $2b$  رسم می کنیم. نقطه  $O$  مرکز مستطیل را که مرکز بیضی هم هست، در نظر گرفته، دو محور  $AA_1$  و  $BB_1$  که محورهای بیضی هستند را رسم می کنیم.  $AO$  و  $CA_1$  را به  $n$  قسمت مساوی، برای مثال به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و هر قسمت را مطابق شکل شماره گذاری می کنیم. امتداد خط  $B-2$ ، خط  $B_1-2$  را در نقطه  $M$  قطع می کند. نقطه  $M$  بر روی بیضی مطلوب واقع است. به همین ترتیب  $AD$ ،  $A_1D_1$  و  $A_1C_1$  را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از تلاقی دو خط هم شماره مطابق شکل تعدادی نقطه از بیضی مشخص می شود. می توان پس از پیدا کردن نقاط در یک چهارم بیضی، قرینه آنها را نسبت به دو محور بیضی یعنی  $AA_1$  و  $BB_1$  در نظر گرفت.



شکل ۴-۲۳

## رسم بیضی از طریق نقطه یابی

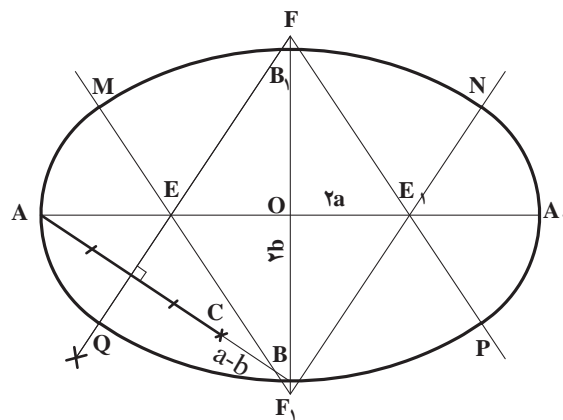
(الف) با استفاده از دو دایره اصلی و فرعی: در شکل ۴-۲۲ دایره اصلی به قطر  $2a$  و دایره فرعی به قطر  $2b$  را به مرکز  $O$  که مرکز بیضی است رسم می کنیم. همچنین محورهای بیضی را که قطرهای بیضی بر آنها منطبق هستند رسم می کنیم. هر شعاع دلخواه از دایره اصلی مانند  $OC$  دایره فرعی را در نقطه  $D$  قطع می کند. اگر از نقاط  $C$  و  $D$  دو خط به موازات اقطار بیضی (محورهای بیضی) رسم کنیم، برخورد این دو خط یعنی نقطه  $M$  روی بیضی به قطر بزرگ  $2a$  و قطر کوچک  $2b$  قرار دارد.

تمرین : با استفاده از مستطیل و تقارن بیضی رسم کنید که قطر بزرگ آن ۶ و قطر کوچک آن ۲/۵ سانتی متر باشد.

### رسم بیضی (شبه بیضی) از طریق چهار قوس

ترسیم از طریق نقطه یابی اگر دقیق ترسیم شود، شکل واقعی بیضی را ایجاد می کند. واضح است هرچه تعداد نقطه ها بیشتر باشد بیضی دقیق تری حاصل می شود. اما اتصال تمیز نقطه ها به پیستوله نیاز است. برای ترسیم بیضی با استفاده از پرگار روش دیگری وجود دارد که یک بیضی دقیق با خواص بیضی نیست اما شکلی بسیار شبیه بیضی را ایجاد می کند.

لازم به ذکر است که هرچه ابعاد قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی به هم نزدیک تر باشد شبه بیضی به بیضی دقیق



شکل ۲۴-۴

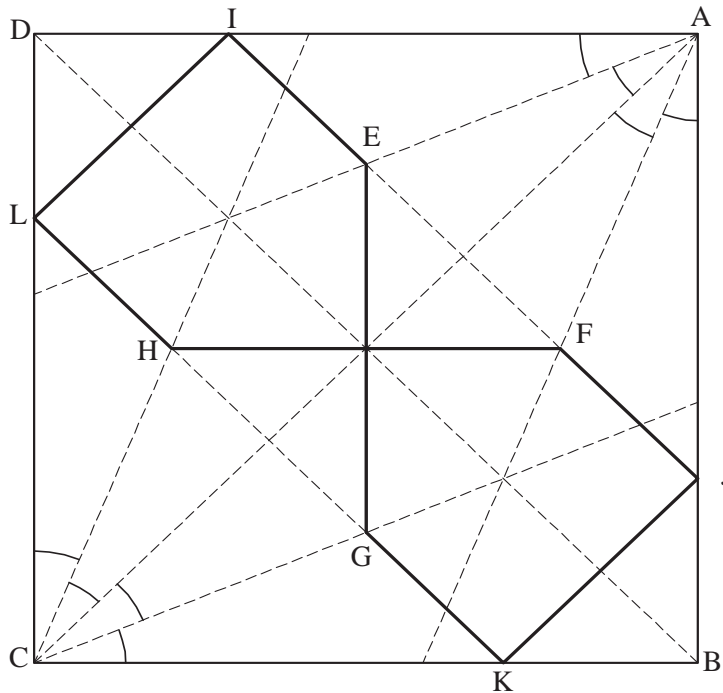
شبه تر می شود. در شکل ۲۴-۴،  $AA_1$  و  $BB_1$  را به ترتیب برابر اندازه های مفروض  $2a$  و  $2b$  رسم و از  $A$  به  $B$  وصل می کنیم. نقطه  $C$  را روی خط  $BA$  طوری در نظر می گیریم که  $BC = a - b$  باشد. عمود منصف  $AC$  محور  $AA_1$  را در نقطه  $E$  و امتداد محور  $BB_1$  را در نقطه  $F$  قطع می کند. قرینه نقاط  $F$  و  $E$  را نسبت به نقطه  $O$ ،  $F_1$  و  $E_1$  می نامیم. به مرکز  $F$  و به شعاع  $FB$  قوس  $\widehat{PBQ}$ ، به مرکز  $F_1$  و به شعاع  $F_1B_1 = FB$  قوس  $\widehat{MB_1N}$ ، به مرکز  $E$  و به شعاع  $EA$  قوس  $\widehat{MAQ}$  و به مرکز  $E_1$  و به شعاع  $E_1A_1$  قوس  $\widehat{NA_1P}$  را رسم می کنیم. این چهار قوس شکل نزدیک به بیضی واقعی با قطر بزرگ  $2a$  و با قطر کوچک  $2b$  را مشخص می کنند.

بیضی با کمک چهار قوس رسم کنید. آنها را با هم مقایسه کنید و میزان خطا روی چهار قوس را ببینید.

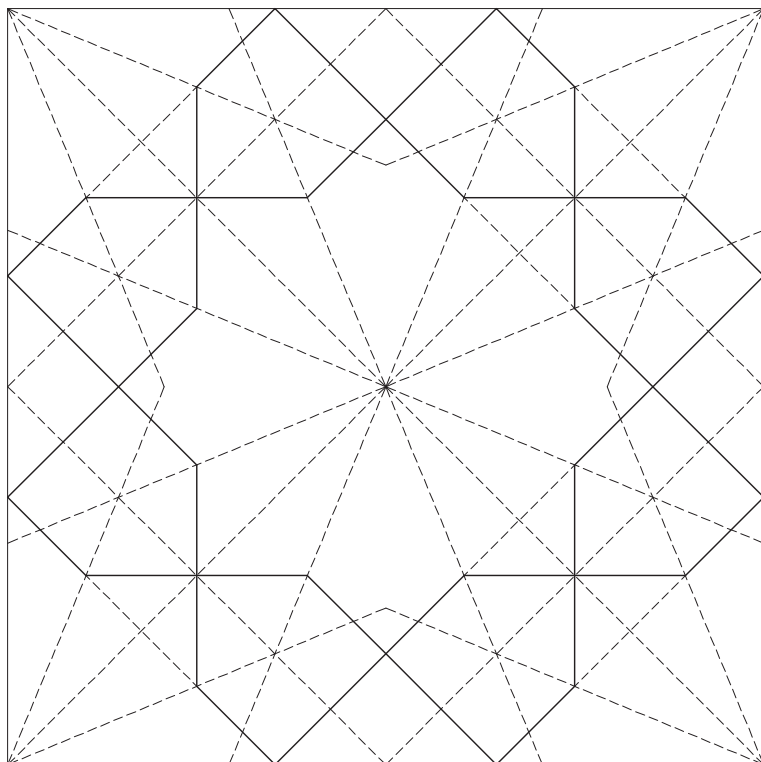
تمرین : با کمک نقطه یابی یک چهارم از یک بیضی را رسم کنید که قطر بزرگ آن  $6/8$  و قطر کوچک آن  $3/4$  سانتی متر باشد. روی اقطار بیضی فوق که یک چهارم آن را ترسیم کرده اید

### تمرین

نقش شکل ۲۷-۴ را در کادر  $۱۶ \times ۱۶$  با دقت ترسیم کرده و مرکبی کنید :  
 پیش از ترسیم نقش به نکات زیر توجه کنید :  
**نکته اول :** مشاهده می کنید که نقش از گسترش یک نقش جزء تر شکل گرفته است. بنابراین اگر طرز ترسیم نقشه اولیه را به درستی یاد بگیرید کل نقش را به راحتی می توانید ترسیم کنید.  
**نکته دوم :** گسترش حجم به روش قرینه محوری می باشد. اما با توجه به الگوی کلی نقش می توانید با یافتن خطوط کمکی جدید نقش اولیه را گسترش دهید.  
**طریقه ترسیم :** ابتدا طریقه ترسیم واحد اولیه را توضیح می دهیم.  
 مربع ABCD را با دقت ترسیم کرده و دو زاویه A و C را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم.  
 از محل تقاطع اقطار مربع دو خط به موازات اضلاع آن رسم می کنیم تا خطهای اول و سوم زوایای A و C را در نقاط E، F، G و H قطع کند.  
 از هر یک از چهار نقطه به دست آمده خطهایی به موازات قطر BD رسم می کنیم تا اضلاع مربع را در نقاط I، J، K و L قطع کنند. از J به K و از I به L وصل می کنیم تا شکل کامل گردد (شکل ۲۵-۴).  
**تکثیر واحد اولیه :** با تجمیع ۴ واحد از نقش اولیه که از طریق قرینه محوری تکثیر شده اند. نقشی که یک شمشه هشت پر را می سازد حاصل می شود (شکل ۲۶-۴).



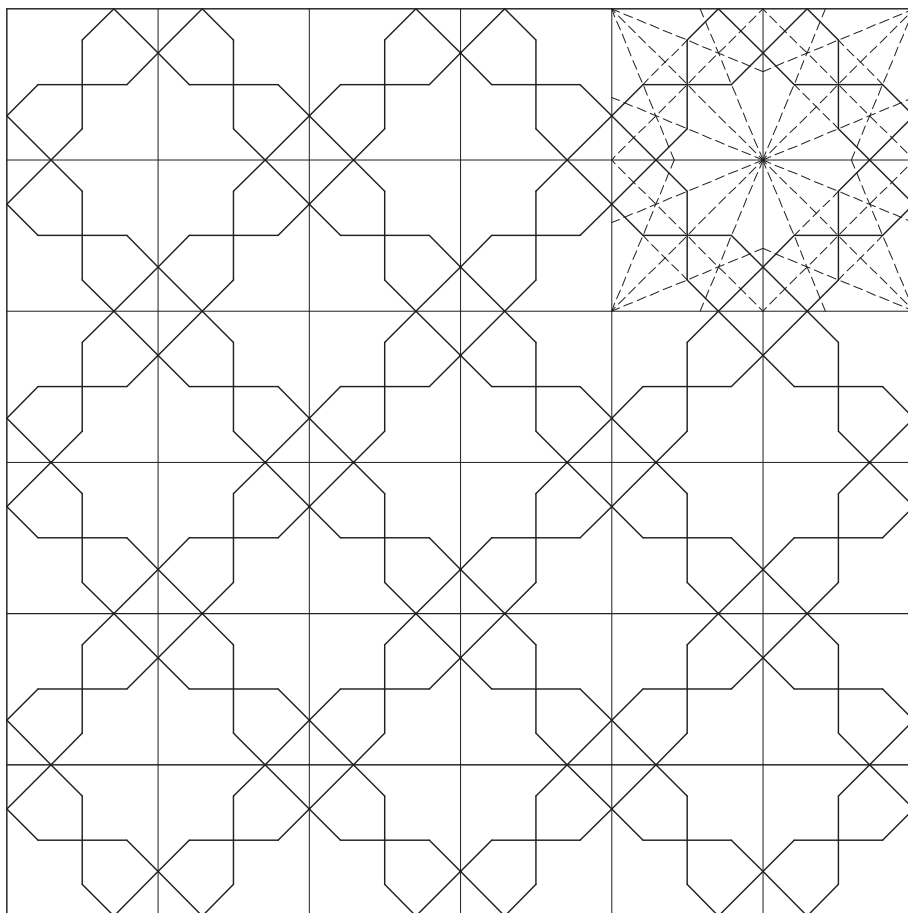
شکل ۲۵-۴



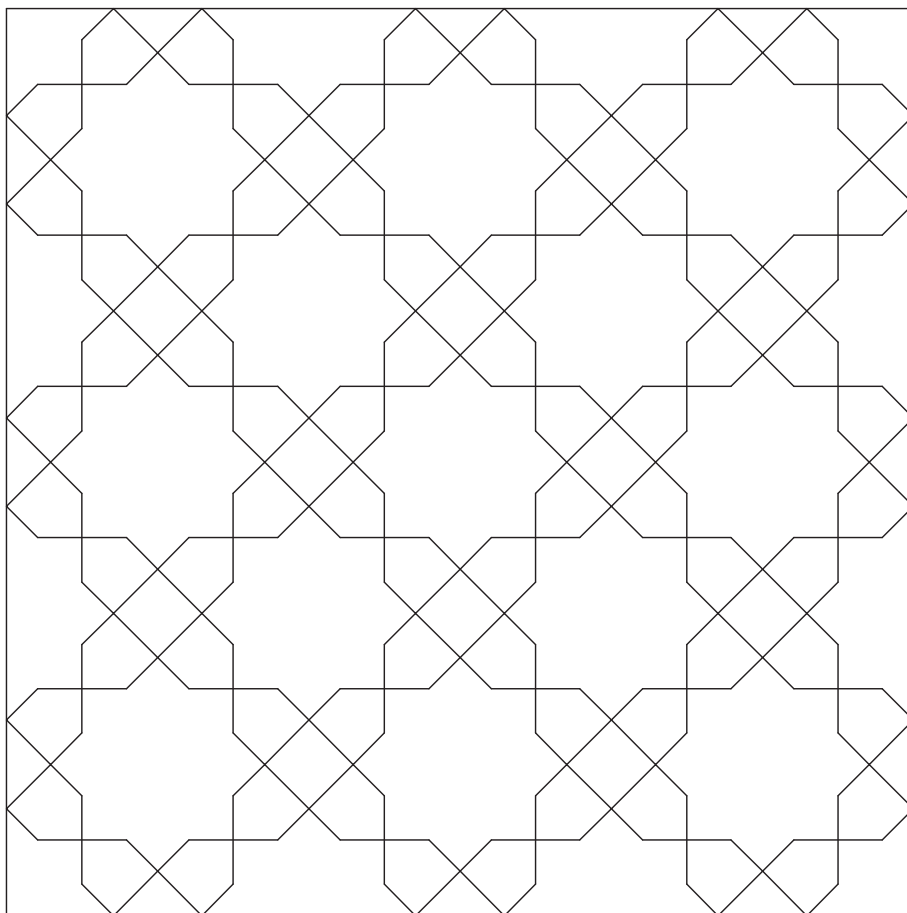
آن‌گاه می‌توانیم با استفاده از تقارن محوری  
نقش را در کادرهای متفاوت بسط دهیم (شکل  
۴-۲۶).

با پاک کردن خطوط زیر نقش اصلی ظاهر  
می‌شود (شکل ۴-۲۸).

شکل ۴-۲۶



شکل ۴-۲۷



شکل ۲۸-۴

می‌توانید این نقش زیبا را رنگ‌آمیزی کرده و تابلوی زیبایی پدید آورید.