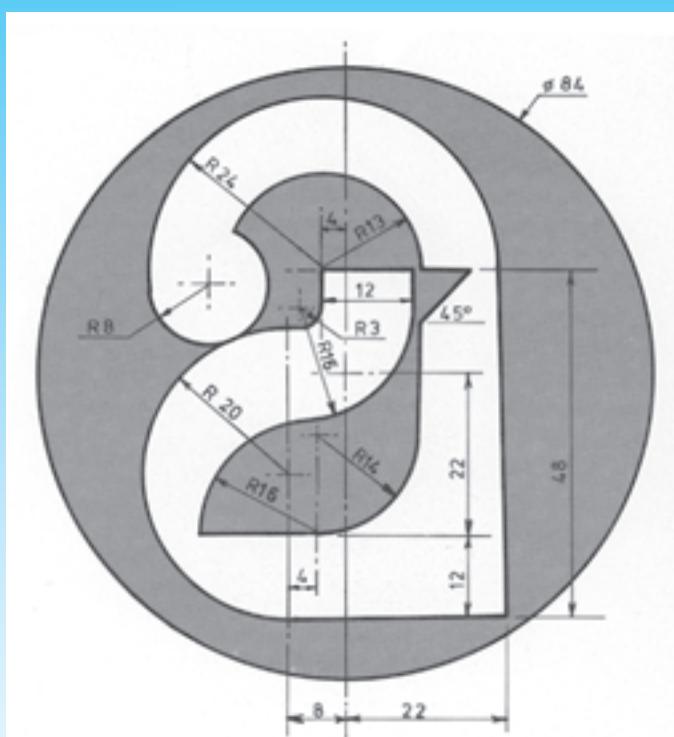
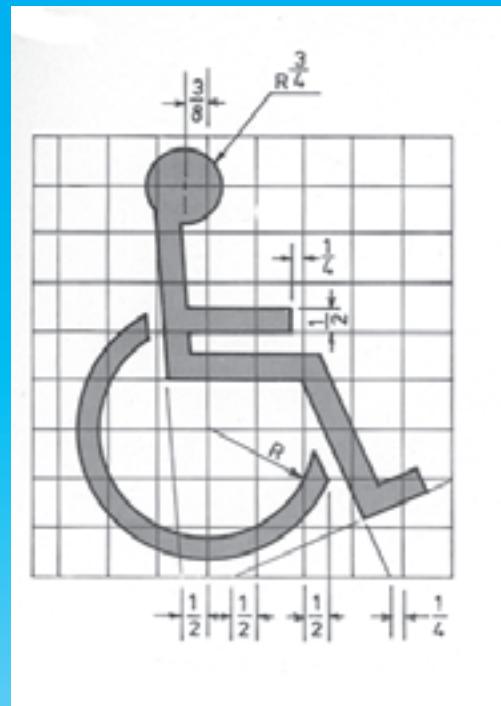


فصل سوم در یک نگاه



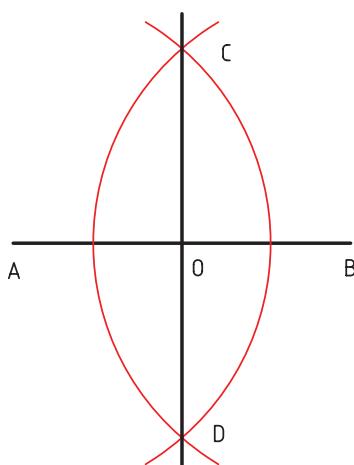
ترسیمات هندسی

پس از پایان این فصل از هنرجو انتظار می‌رود:

- ۱- عمود منصف یک پاره‌خط را ترسیم کند.
- ۲- نیمساز زاویه را رسم نماید.
- ۳- مثلثی را با مشخص بودن طول ضلع‌های آن رسم کند.
- ۴- محیط دایره‌ای را به قسمت‌های مساوی تقسیم نماید.
- ۵- با داشتن اندازه‌ی یک ضلع مربع آن را رسم کند.
- ۶- خطوط موازی با یک‌دیگر را رسم کند.
- ۷- پاره‌خطی را به قسمت‌های مساوی تقسیم نماید.
- ۸- چند ضلعی‌های منتظم را رسم کند.
- ۹- دایره‌ای را رسم کند که از دو و سه نقطه بگذرد.
- ۱۰- قوسی از دایره را به دو خط مماس رسم کند.

۳- ترسیمات هندسی

عمود منصف پاره‌خط AB است.
طول پاره‌خط‌های AO و BO با هم برابر است.



شکل ۳-۱

۱-۳- روش ترسیم عمود منصف

یک ترسیم هندسی نقشه‌ای است که در رسم آن باید از اصول و قضایای هندسی استفاده شود. پس این نقشه بسیار دقیق خواهد بود. ابزارهای اصلی ما فقط خط‌کش و پرگار می‌باشد.

الف - پاره‌خط AB در شکل ۱-۳ مشخص شده است.

ب - قوسی به مرکز A و با شعاعی بیش از نصف طول پاره‌خط AB در بالا و پایین پاره‌خط AB رسم می‌کنیم.

پ - قوس‌های دیگری به مرکز B و همان شعاع در بالا و پایین پاره‌خط AB رسم می‌کنیم. محل برخورد این دو قوس با قوس‌های قبلی نقاط C و D را ایجاد می‌کند.

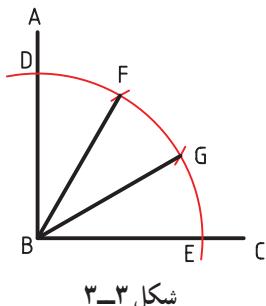
ت - نقاط C و D را به یک‌دیگر وصل می‌کنیم. پاره‌خط

عمود منصف یک پاره خط، خطی است که هم آن را نصف می‌کند، هم برآن عمود است.

ث - نقاط F و G را به رأس زاویه‌ی B متصل می‌کنیم.

پاره خط‌های BF و BG زاویه‌ی ABC را به سه زاویه‌ی مساوی P، FGB، DBF تقسیم می‌کند.

هر زاویه چند درجه است؟



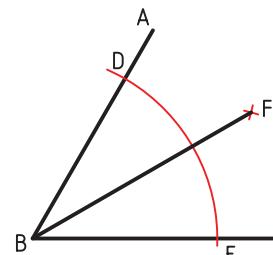
شکل ۳-۳

۲-۳- روشن ترسیم نیمساز یک زاویه

الف - زاویه‌ی ABC مطابق شکل ۳-۲ مشخص است.

ب - قوسی به شعاع دلخواه و مرکز B ترسیم می‌کنیم.

محل برخورد این قوس با ضلع AB زاویه، نقطه‌ی D و با ضلع BC زاویه، نقطه‌ی E را پیدا می‌آورد.



شکل ۳-۲

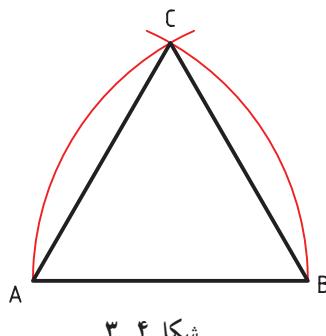
۳-۴- روشن ترسیم مثلث متساوی‌الاضلاع با AB داشتن ضلع

الف - در شکل ۳-۴ پاره خط AB که یکی از اضلاع مثلث است، مشخص شده است.

ب - قوسی به شعاع AB و مرکز A رسم می‌کنیم.

پ - قوس دیگری به همان شعاع و مرکز B ترسیم نموده تا نقطه‌ی C را پیدا آورد.

ت - نقطه‌ی C را به نقاط A و B وصل می‌کنیم. AC و BC دو ضلع دیگر این مثلث متساوی‌الاضلاع هستند.



شکل ۳-۴

۳-۵- روشن ترسیم یک مثلث با معلوم بودن اندازه‌ی سه ضلع آن

الف - مطابق شکل ۳-۵ سه ضلع a، b و c این مثلث

پ - دو کمان با شعاع مساوی و مرکزهای D و E ترسیم می‌کنیم. محل برخورد این دو قوس با یکدیگر نقطه‌ی F را پیدا می‌آورد.

ت - نقطه‌ی F را به رأس زاویه‌ی B متصل می‌کنیم.

ث - خط BF نیمساز زاویه‌ی ABC است.

۳-۶- روشن تقسیم زاویه‌ی قائمه به سه زاویه‌ی مساوی

الف - زاویه‌ی قائمه‌ی ABC در شکل ۳-۳ مشخص شده است.

ب - قوسی به شعاع دلخواه و به مرکز B رسم می‌کنیم.

این قوس ضلع AB زاویه را در نقطه‌ی D و ضلع BC زاویه را در نقطه‌ی E قطع می‌کند.

پ - قوس دیگری به همان شعاع و مرکز D رسم می‌کنیم.

محل برخورد این قوس با کمان DE نقطه‌ی G را به وجود می‌آورد.

ت - به مرکزیت E و همان شعاع قوس دیگری ترسیم می‌کنیم. محل برخورد این قوس با کمان DE نقطه‌ی F را پیدا می‌آورد.

مشخص است.

ب - پاره خط AB را مساوی با طول a ترسیم می کنیم.

یک ضلع این مثلث است.

پ - کمانی به شعاع معادل با طول c و به مرکز A رسم

می کنیم.

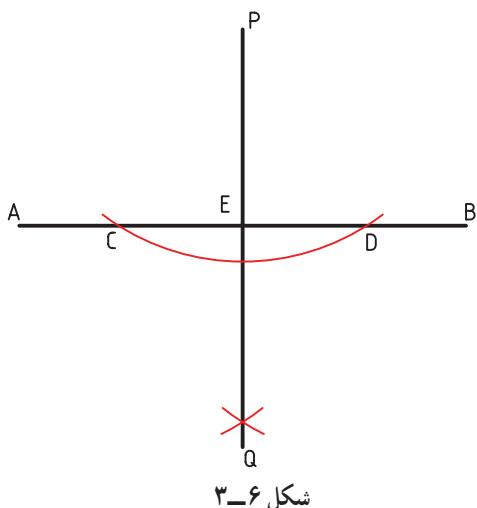
ت - کمان دیگری به شعاع معادل با طول b و به مرکز B

رسم می کنیم. محل برخورد این قوس با قوس قبلی نقطه C را

به وجود می آورد.

ث - نقطه C را به نقاط A و B وصل می کیم. AC و

BC دو ضلع دیگر این مثلث هستند.



شکل ۳-۶

۳-۷- روش ترسیم خطی عمود بر پاره خط AB در نقطه‌ای بر روی آن

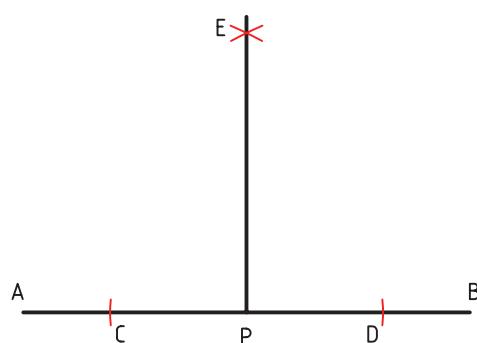
الف - پاره خط AB و نقطه P بر روی این پاره خط در شکل ۳-۷ مشخص شده است.

ب - قوسی به شعاع دلخواه و به مرکز P رسم می کنیم؛ به گونه‌ای که پاره خط AB را در دو نقطه D و C قطع کند.

پ - قوسی با شعاع دلخواه و به مرکز C در بالای پاره خط AB رسم می کنیم.

ت - قوس دیگری به همان شعاع و مرکز D رسم کرده تا قوس قبلی را قطع کند. محل برخورد این دو قوس نقطه E را به وجود می آورد.

ث - نقاط E و P را به یک دیگر وصل می کنیم. پاره خط EP در نقطه P عمود بر پاره خط AB است (شکل ۳-۷).



شکل ۳-۷

۶-۳- روش ترسیم خطی عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج از آن خط

الف - پاره خط AB و نقطه P را در اختیار داریم (شکل ۳-۶).

ب - کمانی به شعاع دلخواه و به مرکز P رسم می کنیم تا پاره خط AB را در دو نقطه C و D قطع کند.

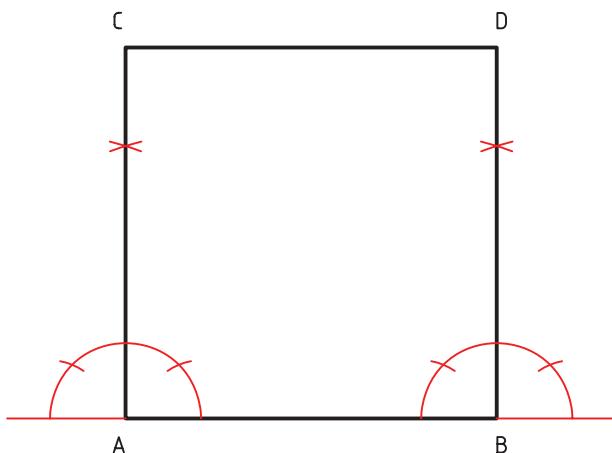
پ - کمان دیگری به شعاع دلخواه و به مرکز C در زیر پاره خط AB رسم می کنیم.

ت - کمان دیگری به همان شعاع و به مرکز D در زیر پاره خط AB رسم می کنیم محل برخورد این دو قوس نقطه Q را پیدا می آوردم.

ث - نقطه Q را به نقطه P وصل می کیم. پاره خط PQ عمود بر پاره خط AB است (شکل ۶-۳).

۳-۸- روش تقسیم محیط دایره به ۱۲ قسمت مساوی

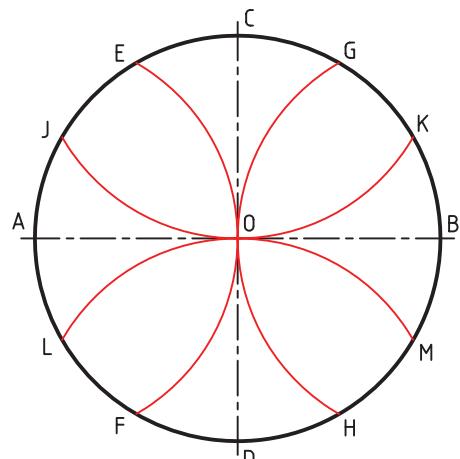
- پ - خط دیگری به طول AB و عمود بر آن در نقطه‌ی C رسم می‌کنیم. پاره‌خط BD را به یکدیگر وصل می‌کنیم تا ضلع AC مربع ترسیم شود.
- ث - مربع ABCD را خواسته شده است شکل ۳-۹.



شکل ۳-۹

الف - دایره‌ای به مرکز O در شکل ۳-۸ مشخص شده است.

- ب - قطر COD دایره را رسم می‌کنیم.
- پ - قطر AOB را عمود قطر COD دایره ترسیم می‌کنیم. این کار حتماً به روش عمود منصف انجام شود.
- ت - قوسی به شعاع AO و مرکز A رسم می‌کنیم تا دایره را در نقاط E و F قطع کند.
- ث - قوس دیگری به همان شعاع و به مرکز C رسم کرده تا محیط دایره را در نقاط J و K قطع کند.
- ج - قوس‌های دیگری به همان شعاع و مرکز B و D ترسیم کرده تا محیط دایره را به ترتیب در نقاط G، H، L و M قطع کند.
- ج - دایره از طریق نقاط A، B، K، G، C، E، J، A، M، F، D، H و L به دوازده قسمت مساوی تقسیم شده است (شکل ۳-۸).



شکل ۳-۸

۳-۹- روش ترسیم یک مربع با معلوم بودن اندازه‌ی یک ضلع آن

- الف - در شکل ۳-۹ ضلع AB مربع مشخص است.
- ب - خطی به طول AB و عمود بر نقطه‌ی A ترسیم موازی با پاره‌خط AB است شکل ۳-۱.
- خطهای موازی را می‌توان به روش دو گونیا گفته شده

- الف - در شکل ۳-۹ ضلع AB مربع مشخص است.
- ب - خطی به طول AB و عمود بر نقطه‌ی A ترسیم

۱۲-۳-روش ترسیم شش ضلعی منتظم با داشتن اندازه‌ی یک ضلع آن

الف - پاره خط AB یک ضلع از این شش ضلعی منتظم مشخص است شکل ۳-۱۲.

- ب - قوسی به شعاع AB و مرکز A رسم می‌کنیم.
- پ - قوس دیگری به همان شعاع و مرکز B رسم کرده تا قوس قبلی را در نقطه‌ی O قطع کند.

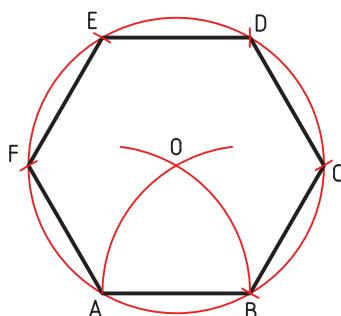
ت - دایره‌ای به شعاع OA و مرکز O رسم می‌کنیم.

ث - به شعاع OA و مرکز A و B قوس‌هایی ترسیم می‌کنیم تا محیط دایره را در نقاط F و C قطع کند.

ج - به شعاع OA و مرکز C و F قوس‌هایی ترسیم می‌کنیم تا محیط دایره را در نقاط E و D قطع کند.

چ - نقاط A، B، C، D، E و F را به ترتیب به یکدیگر وصل می‌کنیم. شش ضلعی ABCDEF یک شش ضلعی منتظم است

شکل ۳-۱۲



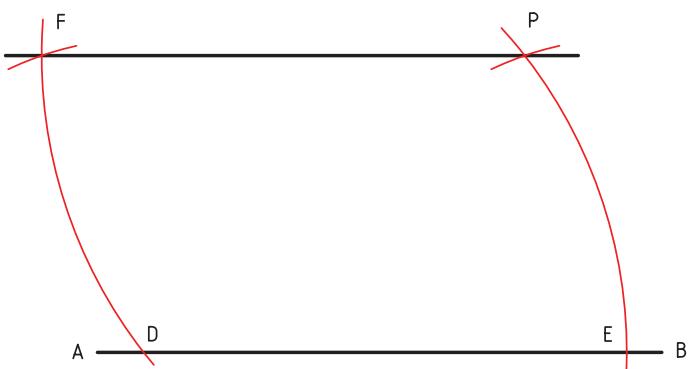
شکل ۳-۱۲

۱۳-۳-روش ترسیم یک دایره به شعاع R و عبور آن از دو نقطه

الف - شعاع R دایره و دو نقطه‌ی A و B که دایره باید از آنها بگذرد در شکل ۳-۱۳ مشخص است.

- ب - نقاط A و B را به یکدیگر وصل می‌کنیم.
- پ - قوس‌هایی با شعاع R و مرکز A و B رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی O قطع کنند شکل ۳-۱۳.
- ت - نقطه‌ی O مرکز این دایره است. از این نقطه با شعاع R برابر OA یا OB دایره‌ای رسم می‌کنیم. این

در ۱۷-۳ نیز رسم کرد که روشی بسیار خوب است.



شکل ۳-۱۰

۱۱-۳-روش تقسیم یک پاره خط به قسمت‌های مساوی مانند ۶ قسم:

الف - پاره خط AB را مطابق شکل ۱۱-۳ در نظر می‌گیریم.

ب - پاره خط AC را تحت زاویه‌ی دلخواه مثلّاً 30° درجه نسبت به پاره خط AB رسم می‌کنیم.

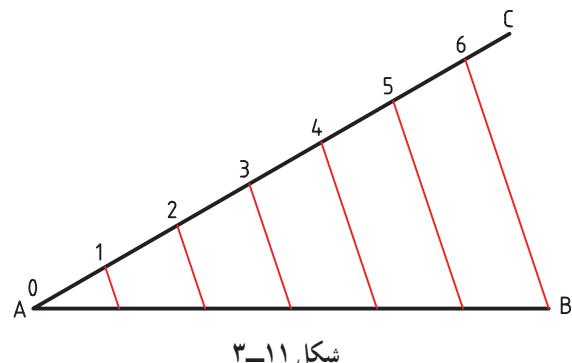
پ - با استفاده از پرگار به روی پاره خط AC شش قسم مساوی جدا می‌کنیم که نقاط ۱ تا ۶ خواهند بود.

ت - نقطه‌ی ۶ را به نقطه‌ی B وصل می‌کنیم.

ث - از نقاط ۱ تا ۵ بر روی پاره خط AC خطوطی به موازات پاره خط ۶B رسم می‌کنیم تا پاره خط AB را قطع کنند.

ج - به این ترتیب، پاره خط AB به شش قسم مساوی تقسیم می‌شود شکل ۱۱-۳.

می‌توانید خطوطی موازی را با روش گفته شده در ۱۷-۳ یعنی روش دوگونیا رسم کنید.



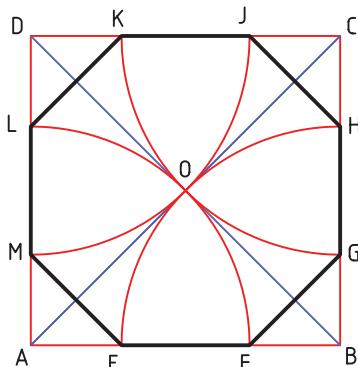
شکل ۳-۱۱

ب - قطر AC و BC مربع را رسم می کنیم. محل برخورد دو قطر AC و BC مرتع نقطه O را پیدا می آورد.

پ - قوس هایی به شعاع OA و مرکز A, B, C و D ترسیم می کنیم.

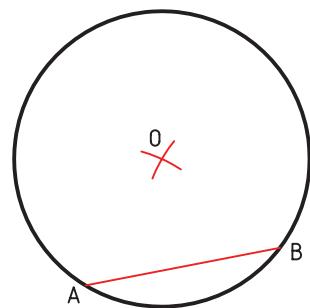
قوسی به مرکز A نقاط L و F را به وجود آورده بهمین ترتیب، قوسی به مرکز B نقاط E و H ، قوسی به مرکز C نقاط G و M و قوسی به مرکز D نقاط J و K پیدا می آورد.

ت - پاره خط های ME, FG, EF, GH, JK, DL را مطابق شکل ۳-۱۵ رسم می کنیم. این پاره خط ها اضلاع LM را مطابق شکل ۳-۱۵ رسم می کنیم. این پاره خط ها اضلاع هشت ضلعی منتظم محاط در مربع $ABCD$ هستند.



شکل ۳-۱۵

دایره از دو نقطه A و B می گذرد.



شکل ۳-۱۳

۳-۱۴- روش ترسیم دایره ای که از سه نقطه A ، B و C می گذرد

الف - نقاط A, B و C در شکل ۳-۱۴ مشخص است.

ب - نقطه A را به نقطه B و نقطه B را به نقطه C وصل می کنیم.

پ - عمود منصف پاره خط های AB و BC را ترسیم می کنیم.

ت - محل برخورد عمود منصف های نقطه O ، مرکز دایره را ایجاد می کند.

ث - دایره ای به مرکز O و شعاع OA یا OB یا OC از سه نقطه A, B و C می گذرد شکل ۳-۱۴.

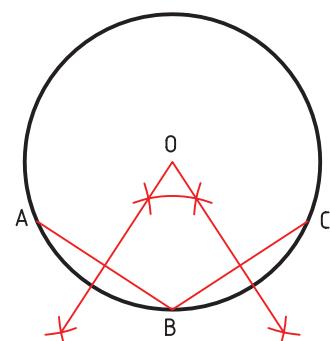
۳-۱۶- مماس کردن قوسی از دایره به شعاع R بر دو خط D و D'

الف - دو خط D و D' شعاع R در شکل های ۳-۱۶ مشخص است.

ب - دو خط هر یک موازی با دو خط D و D' و با فاصله R از آنها رسم می کنیم. محل برخورد این دو خط نقطه O را به وجود می آورد.

پ - کمانی به شعاع R و مرکز O رسم می کنیم. این کمان مماس بر دو خط D و D' است شکل ۳-۱۶.

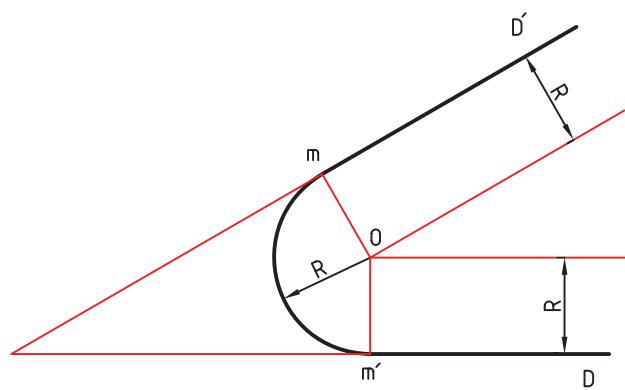
دقیق شود که در هر سه شکل نقطه های m و m' ، نقطه های A و B در مکان خود قرار دارند.



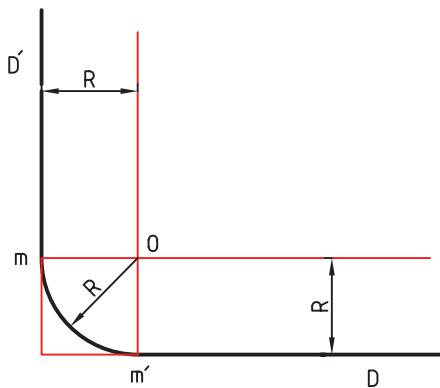
شکل ۳-۱۴

۳-۱۵- روش ترسیم هشت ضلعی محاط در یک مربع

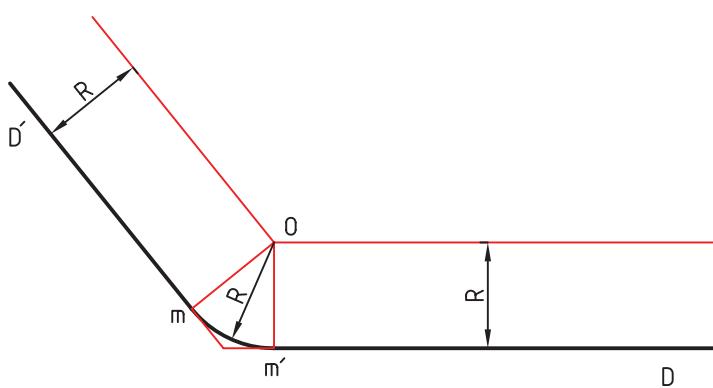
الف - مربع $ABCD$ مطابق شکل ۳-۱۵ مشخص است.



أ



ب



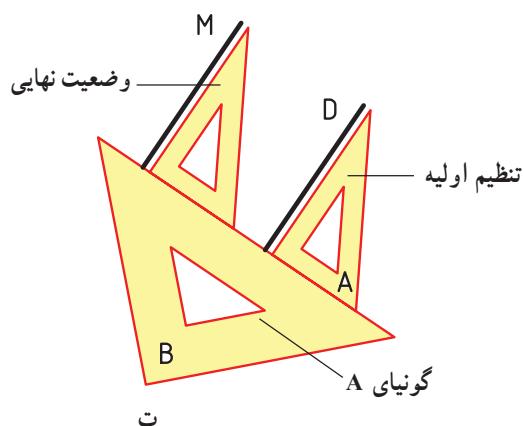
ج

شكل ١٦

- الف - لبه‌ی گونیای A را با خط هماهنگ می‌کنیم.
 ب - گونیای B را به عنوان راهنمای آن نکیه می‌دهیم.
 پ - گونیای B را ثابت نگه می‌داریم.
 ت - با حرکت گونیای A، متکی به راهنمای ثابت B می‌توان خطی از A موازی با D کشید (شکل ۳-۱۷).

۳-۱۷- روش به کارگیری دو گونیا برای رسم خط‌های موازی

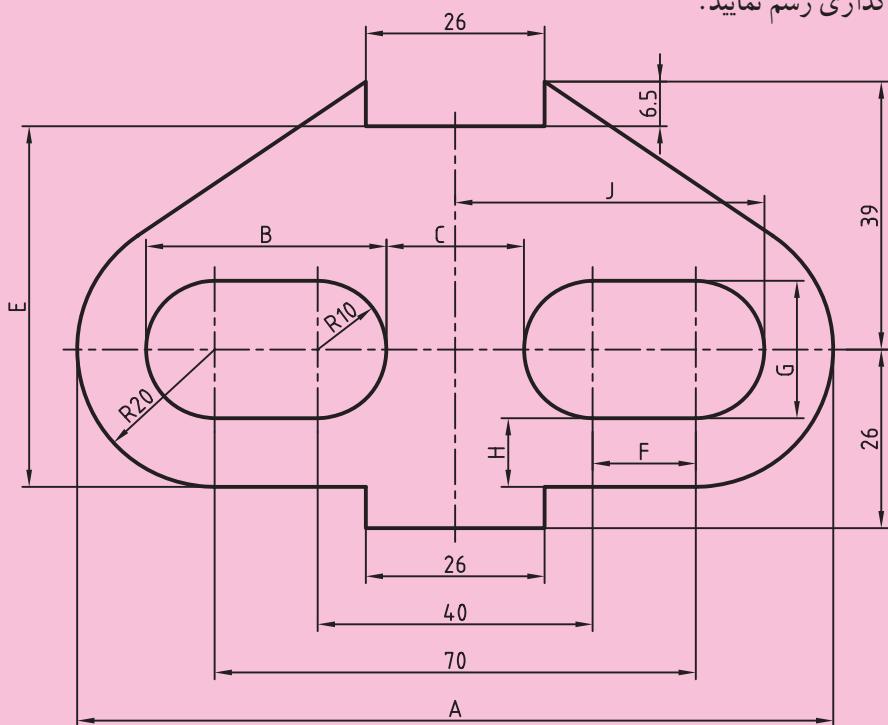
طی مراحل زیر می‌توان خط‌های موازی را با روش دو گونیا رسم کرد که روشنی دقیق است و مهم. اکنون می‌خواهیم خطی از نقطه M موازی با خط D رسم کنیم.



شکل ۳-۱۷

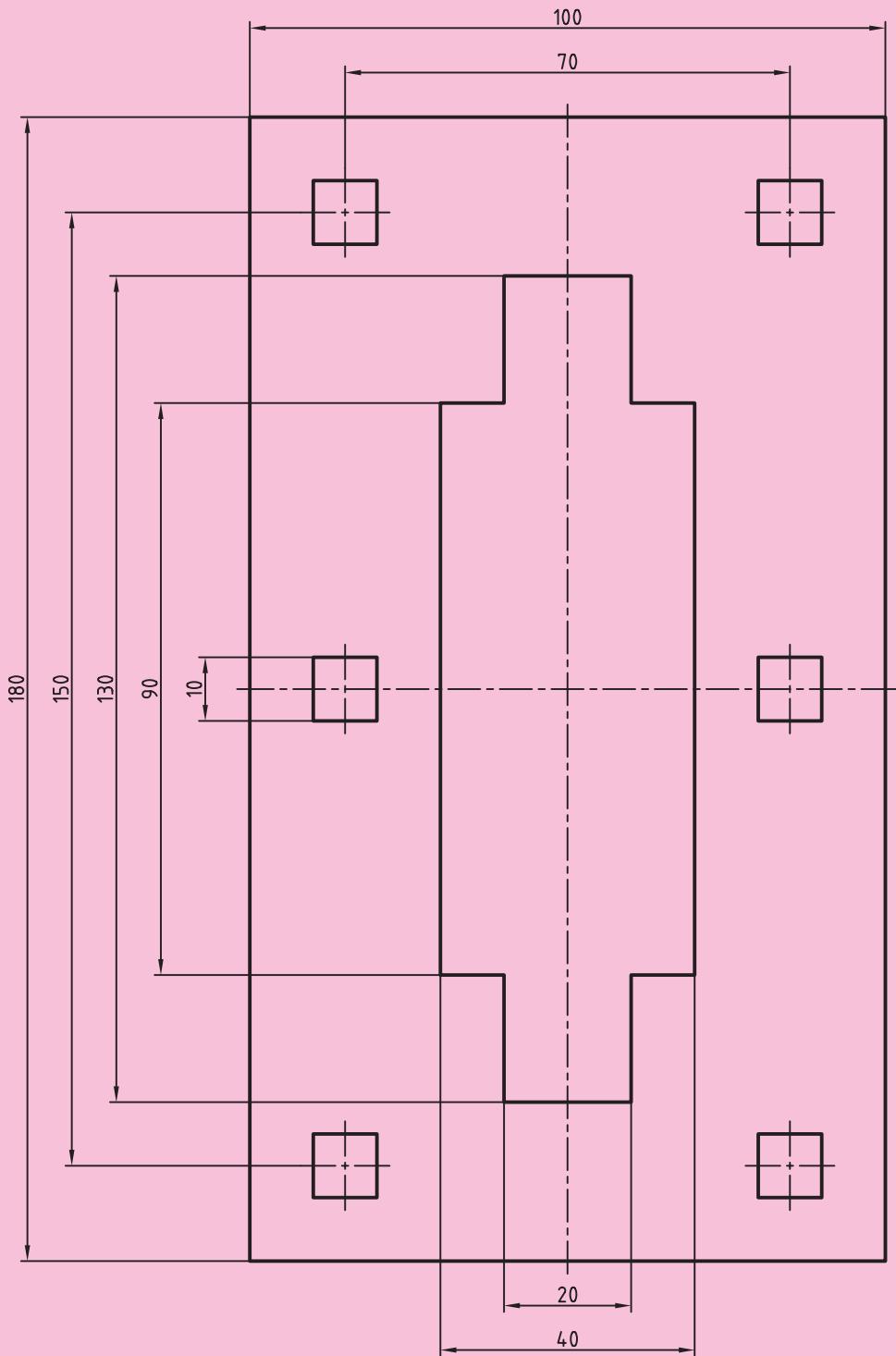
ارزش یابی

- ۱- چهار زاویه‌ی قائمه جداگانه رسم کنید و روی هر یک، یکی از خواسته‌های زیر را انجام دهید.
 - الف - نیمساز را ترسیم کنید.
 - ب - یک زاویه‌ی 6° درجه رسم نمایید.
 - پ - زاویه‌ی 15° درجه را رسم کنید.
 - ت - زاویه‌ی قائم را به 4° زاویه‌ی مساوی تقسیم نمایید.
- ۲- مثلث متساوی‌الاضلاعی با مقیاس $\frac{1}{3}$ رسم کنید که طول ضلع آن 3° سانتی‌متر باشد.
- ۳- نقشه‌ی قطعه‌زمینی مثلث شکل با مقیاس $\frac{1}{20}$ رسم کنید که طول ضلع‌های آن $AB = 15$ و $BC = 18$ متر باشد.
- ۴- پاره خط AB را با طول 2° سانتی‌متر، با استفاده از رسم عمود منصف، به هشت قسمت مساوی تقسیم کنید.
- ۵- دایره‌ای به قطر 1° سانتی‌متر رسم نموده محیط آن را به هشت قسمت مساوی تقسیم کنید.
- ۶- شش ضلعی منتظمی را رسم کنید که طول هر ضلع آن 6° سانتی‌متر باشد.
- ۷- دایره‌ای به شعاع 7° سانتی‌متر رسم کرده، سپس یک 12° ضلعی منتظم محاط در این دایره رسم کنید.
- ۸- در نقشه‌ی شکل ۱۷-۳ طول‌هایی که با حروف مشخص شده را محاسبه کنید؛ سپس آن را با مقیاس $\frac{1}{1}$ و بدون اندازه‌گذاری رسم نمایید.

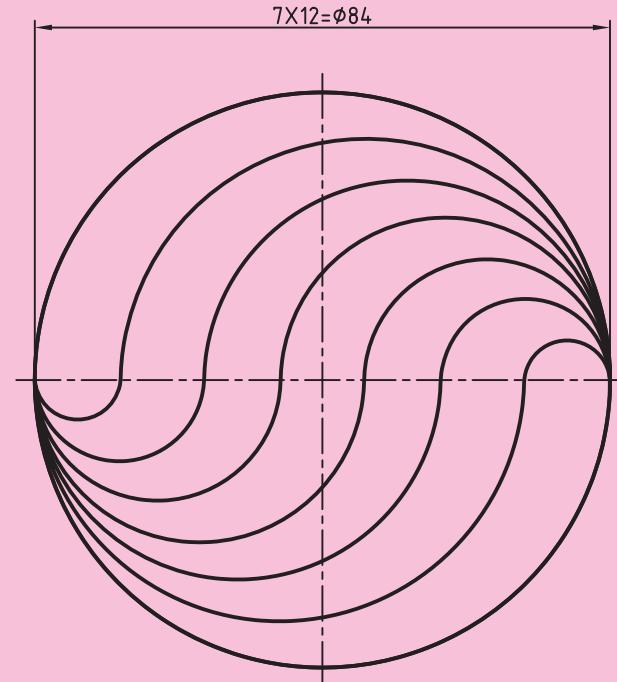


شکل ۱۷-۳- شکل تمرین ۸

۹- نقشه‌ی شکل ۳-۱۸ را با مقیاس $\frac{1}{1}$ بدون اندازه‌گذاری ترسیم کنید.



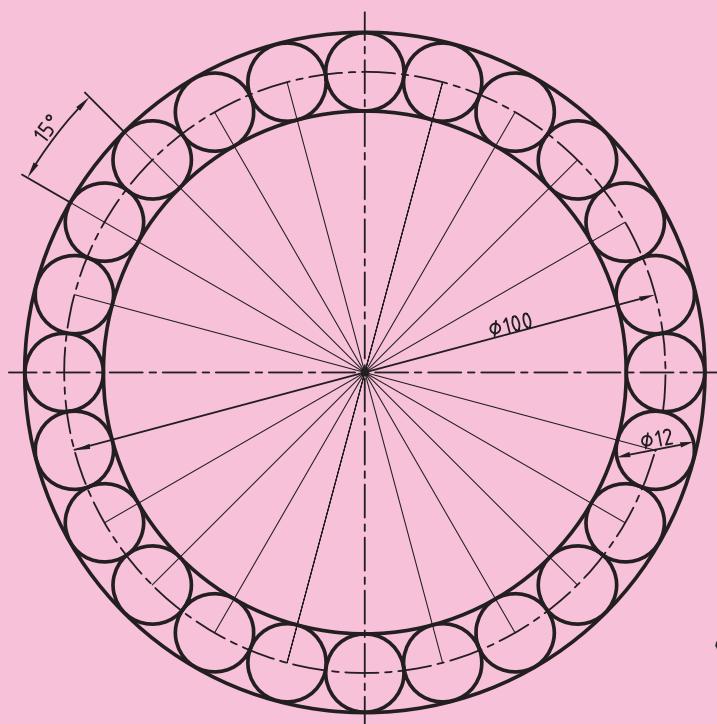
شکل ۳-۱۸- شکل تمرین ۹



- ۱۰- با تقسیم نمودن قطر افقی دایره‌ی شکل ۳-۱۹ بهدوازده قسمت ۷ میلی‌متری، آن را با مقیاس ۱:۱ رسم کنید.

شکل ۳-۱۹- شکل تمرین ۱۰

- ۱۱- یک هشت ضلعی منتظم رسم کنید که شعاع دایره‌ی محیطی آن ۵۵ میلی‌متر باشد.
 ۱۲- یک مربع رسم کنید که شعاع دایره‌ی محیطی آن ۸۰ میلی‌متر و یک ضلع آن افقی باشد.
 ۱۳- یک شش ضلعی منتظم رسم کنید که شعاع دایره‌ی محیطی آن ۴۰ میلی‌متر و دو ضلع آن افقی باشد.
 ۱۴- یک قسمت از نقشه‌ی ۳-۲۰ را با مقیاس ۲:۱ رسم کنید.



شکل ۳-۲۰- شکل تمرین ۱۴

بیشتر بدانیم

نسبت طلایی^۱: روان‌شناسان بر این باورند که زیباترین مستطیل به دید انسان مستطیلی است که نسبت طول به عرض آن برابر عدد طلایی باشد.

مقدار عدد طلایی $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.6180339887\ldots$ است. بسیاری از مراجع علمی عدد طلایی را با حرف یونانی φ ^۲ (فی) نشان می‌دهند.

مصریان سال‌ها قبل از میلاد از این نسبت آگاه بودند و آن را در ساختن اهرام مصر رعایت می‌کردند. بسیاری از الگوی طبیعی در بدن انسان این نسبت را دارا هستند. یونانیان قدیم نیز با این نسبت به خوبی آشنا بودند. معبد معروف «پارتون» بهترین مثال از کاربرد این نسبت است. نسبت ارتفاع به طول پنجره‌های مستطیل شکلِ معبد همگی برابر نسبت طلایی است.

تعريف: نسبت طلایی عددی مثبت است که اگر به آن یک واحد اضافه کنیم به مریع آن خواهیم رسید.

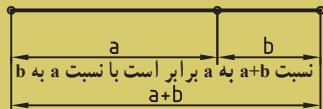
$$\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$$

تعريف هندسی: نسبت طلایی طول مستطیلی است به مساحت واحد که عرض آن یک واحد کمتر از طولش باشد.

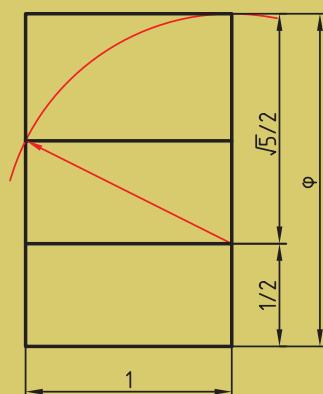
$$\phi(\phi - 1) = 1$$

تعريف هندسی دیگر این است که اگر پاره AB را به دو قسمت طوری تقسیم کنیم که نسبت قسمت بزرگ‌تر به قسمت کوچک‌تر برابر با نسبت طول پاره خط به قسمت بزرگ‌تر باشد به عدد طلایی خواهیم رسید.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi$$

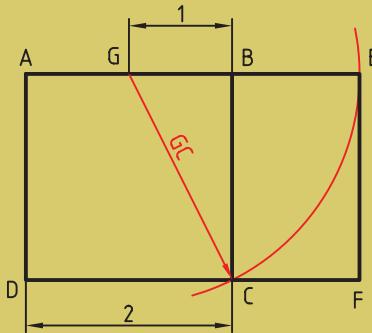


تعريف هندسی نسبت طلایی



مستطیل طلایی

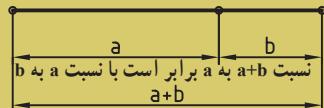
ترسیم: برای رسم کردن مستطیل طلایی ابتدا مربع ABCD با استفاده از ضلع کوچک رسم می‌شود. سپس ضلع AB را نصف کرده، از وسط آن (نقطه G) با پرگار یک قوس به شعاع GC ترسیم کرده و ضلع بزرگ مستطیل (AE) را به دست می‌آورند.



ترسیم مستطیل طلایی

محاسبات: برای بدست آوردن نسبت طلایی از تعریف هندسی آن استفاده می‌کنیم:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \square$$



تعریف هندسی نسبت طلایی

از این معادله که تعریف عدد φ است، که از معادله‌ی سمت راست می‌توان نتیجه گرفت: $a = b\varphi$ ، پس

خواهیم داشت:

$$\frac{b\varphi + b}{b\varphi} = \frac{b\varphi}{b}$$

با حذف b از طرفین بدست می‌آید:

$$\frac{\varphi + 1}{\varphi} = \square$$

پس از ساده‌سازی این معادله، معادله‌ی درجه‌ی دومی بر حسب φ به دست می‌آید:

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

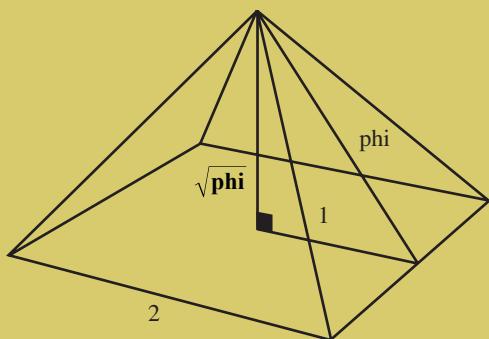
و پاسخ مثبت آن:

$$= \square \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.6180339887\dots$$

جواهر هندسه: کپلر (۱۵۷۱–۱۶۳۰) منجم معروف نیز علاقه بسیاری به نسبت طلایی داشت به‌گونه‌ای که در یکی از کتاب‌های خود این گونه نوشت: «هندسه دارای دو گنج بسیار با اهمیت می‌باشد که یکی از آن‌ها قضیه‌ی فیثاغورث و دومی رابطه تقسیم یک پاره خط با نسبت طلایی می‌باشد. اولین گنج را می‌توان به طلا و دومی را به جواهر تشبیه کرد.» تحقیقاتی که کپلر راجع به مثلثی که اضلاع آن به نسبت اضلاع مثلث مصری باشد به حدی بود که امروزه این مثلث به مثلث کپلر نیز معروف می‌باشد. کپلر بی به روابط بسیار زیبایی میان اجرام آسمانی و این نسبت طلایی پیدا کرد.

کاربردهای نسبت طلایی: اهرام مصر یکی از قدیمی‌ترین ساخته‌های بشری است که در آن هندسه و ریاضیات به کار رفته شده است. مجموعه اهرام جیزه در مصر که قدمت آن‌ها به بیش از ۲۵۰۰ سال پیش از میلاد می‌رسد یکی از شاهکارهای بشری است که در آن نسبت طلایی به کار رفته است. به این شکل نگاه کنید که در آن بزرگ‌ترین هرم از مجموعه اهرام جیزه خیلی ساده کشیده شده است.

مثلث قائم الزاویه‌ای که با نسبت‌های این هرم شکل گرفته شده باشد به مثلث قائم مصری^۱ معروف است و جالب این جاست که بدانید نسبت وتر به ضلع هم کف هرم معادل با نسبت طلایی یعنی دقیقاً $\sqrt{\phi}$ می‌باشد. این نسبت با عدد طلایی تنها در رقم پنجم اعشار اختلاف دارد یعنی چیزی حدود یک صد هزارم. باز توجه شما را به این نکته جلب می‌کنیم که اگر معادله‌ی فیثاغورث را برای این مثلث قائم الزاویه بنویسیم به معادله‌ای مانند $\phi^2 = \phi + 1$ خواهیم رسید که حاصل جواب آن همان عدد معروف طلایی خواهد بود. (معمولًاً عدد طلایی را با ϕ نمایش می‌دهند.)



طول وتر برای هرم واقعی حدود ۳۵۶ متر و طول ضلع مربع قاعده حدوداً $\sqrt{\phi}$ متر می‌باشد بنابراین نسبت $356 : 220$ برابر $\sqrt{\phi}$ می‌باشد. (معادل نیم ضلع مربع) برابر با عدد ۱،۶۱۸ خواهد شد.

هرم «ریم پاپروس» در اهرام ثلاثه یکی از قدیمی‌ترین مثال‌ها از استفاده از این عدد در ساخت بناهاست... اگر عرض یکی از یال‌های این هرم را بر فاصله‌ی نوک هرم تا نقطه‌ی وسط کف هرم تقسیم کنیم جواب $1/6$ خواهد بود... باستان‌شناسان مطمئن نیستند که آیا این کار از قصد انجام شده یا اتفاقی بوده است! مطلب جالب دیگر این است که اگر قطر این هرم را به دو برابر ارتفاع آن تقسیم کنیم جواب عدد پی $(\pi/4)$ خواهد بود.

در بدن انسان مثال‌های بسیار فراوانی از این نسبت طلایی وجود دارد. در شکل زیر نسبت M/m یک نسبت طلایی است که در جای جای بدن انسان می‌توان آن را دید که بدن انسان را در حد کمال زیبایی خود نشان می‌دهد.

