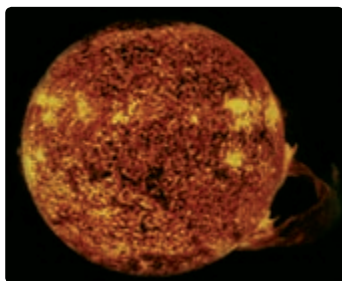


جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم



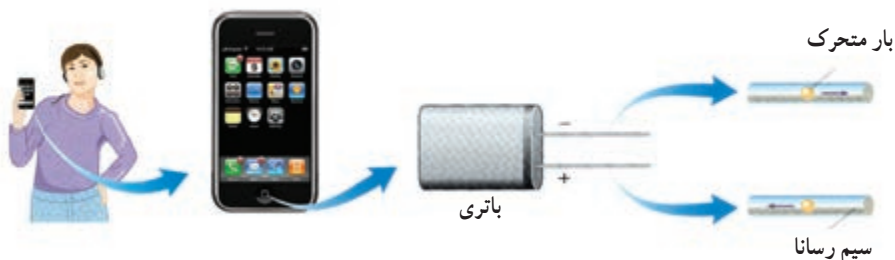
ماهی الکتریکی برای بیهوش کردن شکار و دور کردن شکارچی به آنها شوک الکتریکی می‌دهد. این ولتاژ از سلول‌های بیولوژیک پولکی‌شکلی ماصل می‌شود که در واقع مثل یک باتری عمل می‌کند. شکل، تصویری از یک ماهی الکتریکی به نام تورپیدو را نشان می‌دهد. در زیر بالچه‌های این ماهی، پشته‌هایی از هزاران تا از این سلول‌ها در چند صد ردیف کنار هم قرار گرفته‌اند.

در فصل پیش با بار الکتریکی، میدان الکتریکی و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از میدان الکتریکی آشنا شدیم و به بررسی برهم کنش های بارهای الکتریکی در حالت سکون پرداختیم. در این فصل به **جریان های الکتریکی** می پردازیم که با شارش بارهای الکتریکی از یک ناحیه به ناحیه دیگر به وجود می آید.

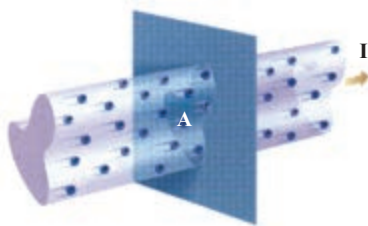


شکل ۲-۲ یک زبانه خورشیدی حلقه عظیمی از الکترون ها و پروتون هاست که از سطح خورشید رو به بیرون آن امتداد دارد. برخی از زبانه های خورشیدی از هم می پاشند و این ذرات باردار را به فضا پرتاب می کنند.

مثال های جریان های الکتریکی فراوان است؛ مثلاً انرژی مورد نیاز نمایشگرهایی مانند تلفن همراه توسط باتری هایی تأمین می شود که از طریق سیم های رسانایی که در آنها بارهای الکتریکی در جریان اند به نمایشگر تلفن همراه شما متصل اند (شکل ۲-۱). فیزیولوژیست ها و مهندسان پزشکی با جریان های الکتریکی در رشته های عصبی ای سرو کار دارند که ماهیچه ها را کنترل می کنند. مهندسان برق با دستگاه های الکتریکی بی شماری از قبیل مولدهای برق و دستگاه های ذخیره اطلاعات سرو کار دارند و مهندسان مخابرات نگران اختلالات ناشی از زبانه های خورشیدی (شکل ۲-۲) هستند.



شکل ۲-۱ انرژی این نمایشگر تلفن همراه توسط بارهایی تأمین می شود که از طریق سیمی رسانا از باتری به نمایشگر منتقل می شوند.

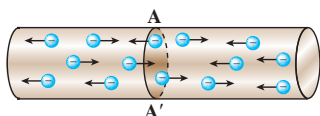


شکل ۲-۳ باریکه ای از بارهای مثبت از سطح مقطع A می گذرند و جریان I را ایجاد می کنند.

در این فصل، درباره مبانی فیزیکی جریان های الکتریکی و مدارهای الکتریکی بحث می کنیم. با این پرسش شروع می کنیم که چرا هر بار متحرکی لزوماً جریان الکتریکی ایجاد نمی کند. در واقع برای اینکه جریان الکتریکی داشته باشیم باید یک انتقال خالص بار از یک سطح معین رخ دهد (شکل ۲-۳) که به این منظور نیاز به یک مولد الکتریکی از قبیل باتری داریم تا با ایجاد یک میدان الکتریکی، بارها را در راستای معینی به حرکت درآورد.

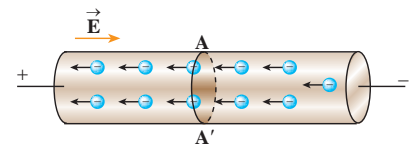
۱-۲- جریان الکتریکی

هرچند جریان الکتریکی ناشی از شارش بارهای متحرک است، ولی همه بارهای متحرک جریان ایجاد نمی کنند. همان طور که گفتیم، برای اینکه جریان الکتریکی داشته باشیم باید یک شارش خالص بار از یک سطح معین بگذرد. به این منظور سیمی فلزی را در نظر بگیرید. همان طور که در فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم الکترون های آزاد در طول یک سیم مسی وجود دارند ولی آنها با سرعت هایی از مرتبه 10^6 m/s به طور کاتوره ای در همه جهات حرکت می کنند و بنابراین، هیچ شارش خالص باری از مقطعی معین نداریم (شکل ۲-۴). از طرفی در فصل پیش دیدیم همه نقاط رسانای منزوی که به تعادل الکتروستاتیکی رسیده است، صرف نظر از اینکه بار اضافی داشته باشد یا نه، پتانسیل یکسانی دارد و میدان الکتریکی در تمام نقاط درون آن صفر است. بنابراین، گرچه الکترون های آزاد داریم، ولی هیچ

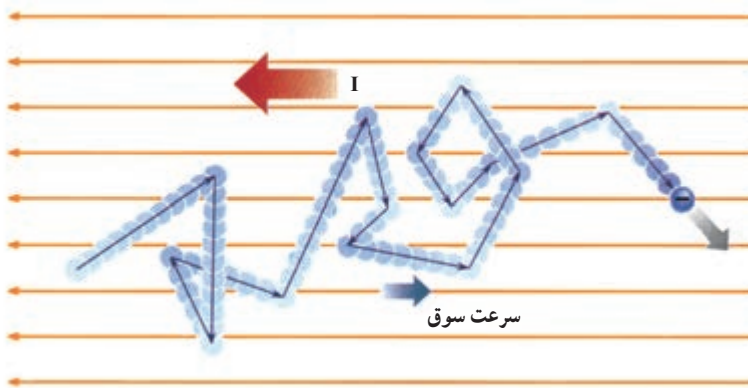


شکل ۲-۴ در نبود اختلاف پتانسیل شارش بار خالصی از مقطع معین AA' سیم نداریم.

نیروی خالص الکتریکی بر آنها وارد نمی‌شود و در نتیجه، هیچ جریانی در رسانا وجود ندارد. اکنون سیمی رسانا را در نظر بگیرید که در تعادل الکتروستاتیکی است. بنا بر آنچه که گفته شد همه نقاط این سیم، پتانسیل یکسانی دارد و جریانی در سیم وجود ندارد، ولی اگر به دو سر سیم یک باتری وصل کنیم، یک اختلاف پتانسیل در دو سر سیم و میدانی الکتریکی درون آن ایجاد می‌شود و باعث حرکت الکترون‌های آزاد در سیم و ایجاد جریان می‌شود (شکل ۲-۵). در واقع وقتی میدان الکتریکی را به فلز اعمال می‌کنیم، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را قدری تغییر می‌دهند و با سرعتی متوسط موسوم به **سرعت سوق**^۱ در خلاف جهت میدان به طور بسیار آهسته‌ای سوق پیدا می‌کنند که این موجب جریان الکتریکی در رسانا می‌شود (شکل ۲-۶). سرعت سوق در یک رسانای فلزی معمولاً کمتر از ۱ mm/s است.



شکل ۲-۵ در حضور اختلاف پتانسیل، شارش بار خالص از مقطع AA' سیم، دیگر برابر صفر نیست.



شکل ۲-۶ مسیر زیگزاگ یک الکترون آزاد در یک رسانای فلزی. در حضور میدان الکتریکی، این مسیر زیگزاگ در خلاف جهت میدان سوق می‌یابد.

فعالیت ۱-۲

سرعت سوق الکترون‌های آزاد در یک رسانا می‌تواند به کندی سرعت حرکت یک حلزون باشد. اگر سرعت سوق الکترون‌ها این قدر کم است، پس چرا وقتی کلید برق را می‌زنیم چراغ‌های خانه به سرعت روشن می‌شوند؟
راهنمایی: شیلنگ شفافی را در نظر بگیرید. وقتی شیر را باز می‌کنید، هنگامی که شیلنگ پر از آب است، آب بلافاصله از سر دیگر شیلنگ جاری می‌شود؛ ولی اگر لکه‌ای رنگی را درون آب چکانده باشیم، می‌بینیم این لکه رنگی به آهستگی در آب حرکت می‌کند.

اکنون می‌خواهیم تعریفی برای جریان الکتریکی در یک رسانا ارائه کنیم. فرض کنید بار خالص Δq در بازه زمانی Δt از مقطعی از رسانا می‌گذرد. نسبت $\Delta q / \Delta t$ را **جریان الکتریکی متوسط** می‌گویند. اگر این آهنگ ثابت باشد، جریان برابر است با

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (۱-۲)$$

۱- drift velocity

در رابطه ۱-۲ بار الکتریکی (Δq) برحسب کولن (C)، مدت زمان (Δt) برحسب ثانیه (s) و جریان (I) برحسب آمپر (A) است.

مثال ۱-۲



ولتاژ باتری یک ماشین حساب جیبی $3.0V$ است و وقتی ماشین حساب روشن است، این باتری باعث عبور جریان $17mA$ در آن می‌شود. اگر این ماشین حساب یک ساعت روشن باشد،

الف) در این مدت چه مقدار بار از مدار می‌گذرد؟

ب) باتری چقدر انرژی به مدار ماشین حساب می‌دهد؟

پاسخ: الف) باری که در یک ساعت از مدار می‌گذرد با استفاده از رابطه ۱-۲

برابر است با

$$\Delta q = I(\Delta t) = (0.017 \times 10^{-3} A)(3.6 \times 10^3 s) = 0.061 C$$

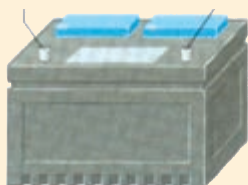
ب) انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد بنابه رابطه ۱-۲ ($W_{\text{خارجی}} = q\Delta V$) چنین می‌شود:

$$W = (0.061 C)(3.0 V) = 0.18 J$$

تمرین ۱-۲

پایانه مثبت (+)

پایانه منفی (-)



در رابطه $\Delta q = I(\Delta t)$ اگر I برحسب آمپر و Δt برحسب ساعت باشد یکای Δq ،

آمپر-ساعت می‌شود. باتری خودروها یا گوشی‌های همراه عموماً با آمپر-ساعت آنها

مشخص می‌شود و هرچه آمپر-ساعت باتری بیشتر باشد حداکثر باری که باتری می‌تواند از مدار عبور دهد تا به‌طور ایمن تخلیه شود، بیشتر است.

باتری استاندارد خودرویی، 50 آمپر-ساعت است. اگر این باتری به‌طور

متوسط جریان $50A$ را فراهم سازد، چقدر طول می‌کشد تا خالی شود؟

۲-۲- مقاومت رساناهای اهمی و عوامل مؤثر بر آنها

در فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم که مقاومت الکتریکی به‌صورت $R = V/I$ تعریف می‌شود.

و نیز دیدیم که برای برخی از مواد (از قبیل فلزات) جریان الکتریکی (I) تابعی خطی از اختلاف

پتانسیل الکتریکی (V) است. به عبارت دیگر، این مواد اصطلاحاً از قانون اهم پیروی می‌کنند.

در این بخش به عوامل مؤثر در مقاومت چنین رساناهایی می‌پردازیم. بدین منظور آزمایش زیر را

انجام می‌دهیم.

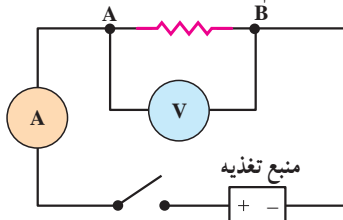
آزمایش ۱-۲

عوامل مؤثر بر مقاومت رسانای فلزی

وسایل لازم: منبع تغذیه، سیم رابط، سیم‌هایی از جنس تنگستن، نیکروم (یا آلیاژهای مختلف دیگر)، آمپرسنج، ولت‌سنج و کلید

شرح آزمایش:

۱- در مدار مطابق شکل زیر بین دو نقطه A و B قطعه‌ای با طول معین (مثلاً ۱/۵ متر) از سیم تنگستن یا نیکروم را قرار دهید. پس از بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر سیم را (برحسب ولت) و جریانی که از مدار می‌گذرد را (برحسب آمپر)، اندازه بگیرید. سپس با استفاده از تعریف مقاومت ($R=V/I$)، مقاومت قطعه سیم را (برحسب اهم) به دست آورید و در جدول زیر ثبت کنید.



۲- آزمایش را اکنون با همان سیم تنگستن (یا نیکروم) اما با قطعه‌ای به طول

$\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{4}$ طول قبلی انجام دهید و با اندازه‌گیری V و I مقاومت قطعه اخیر را به دست آورید. نتیجه را در جدول زیر ثبت کنید.

۳- حال آزمایش را با دو قطعه سیم هم طول و با سطح مقطع یکسان، یکی از جنس تنگستن و دیگری از جنس نیکروم تکرار کنید و نتیجه را در جدول زیر بنویسید.

شماره آزمایش	جنس سیم	طول سیم L	سطح مقطع سیم A	I	V	$\frac{V}{I} = R$

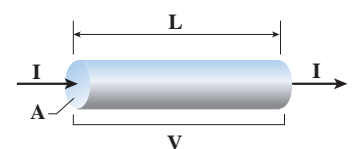
نتیجه‌های به دست آمده را با یکدیگر مقایسه کنید و به کلاس گزارش دهید.

۴- سرانجام با انجام دادن آزمایش با سیم‌های هم طول از یک جنس ولی با سطح مقطع‌های متفاوت، به همان ترتیب، مقاومت هریک از سیم‌ها را به دست آورید و نتیجه را در جدول بالا ثبت کنید.

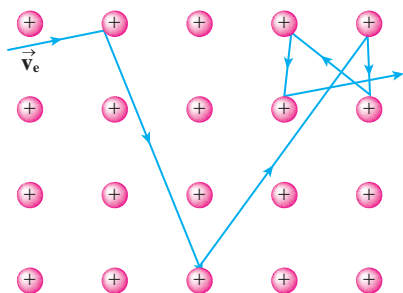
آزمایش ۱-۲ نشان می‌دهد که مقاومت رسانای اهمی در دمای ثابت به طول، سطح مقطع و جنس رسانا بستگی دارد.

این آزمایش که با محاسبات نظری نیز تأیید می‌شود نشان می‌دهد اگر سطح مقطع سیم در تمام طول آن یکسان باشد (شکل ۲-۷)، مقاومت سیم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (2-2)$$



شکل ۲-۷ از سیمی به طول L و مقطع یکنواخت A، تحت اختلاف پتانسیل V، جریان I می‌گذرد.



شکل ۲-۸ حرکت الکترون در داخل شبکه بلوری فلز. با افزایش دما، ارتعاشات شبکه و در نتیجه برخورد الکترون ها با شبکه افزایش می یابد.



شکل ۲-۹ عبور جریان از فیلامان تنگستنی موجب درخشش لامپ جابجی شده است.

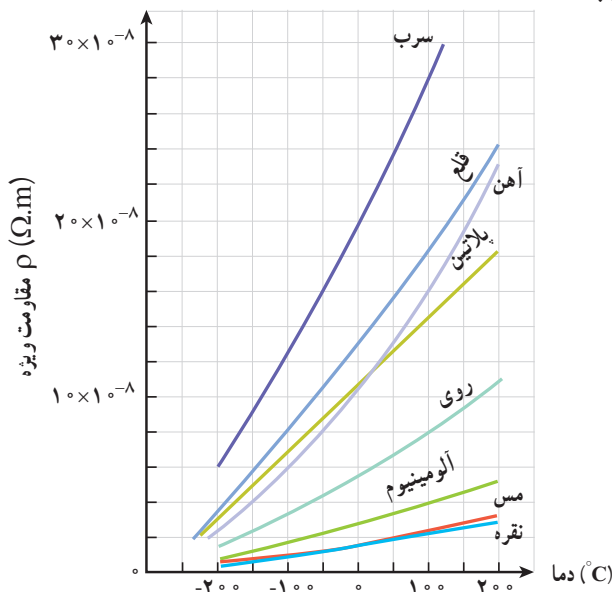
که در آن L طول سیم برحسب متر (m)، A مساحت مقطع سیم برحسب متر مربع (m^2) و R مقاومت الکتریکی سیم برحسب اهم (Ω) است.

در این رابطه ρ کمیتی به نام **مقاومت ویژه** رساناست که برای رساناهایی که از قانون اهم پیروی می کنند فقط به جنس رسانا و دمای آن بستگی دارد. یکای ρ در این رابطه اهم.متر ($\Omega.m$) است. مقاومت ویژه برخی مواد در دمای $20^\circ C$ در جدول ۱-۲ داده شده است.

تغییر مقاومت ویژه با دما: وقتی دمای یک رسانای فلزی افزایش می یابد ارتعاشات کاتوره ای اتم ها و یون های آن نیز افزایش می یابد و موجب افزایش برخورد الکترون های آزاد با شبکه اتمی رسانای فلزی می شود (شکل ۲-۸) و به این ترتیب، مقاومت رسانا در برابر عبور جریان زیاد می شود؛ مثلاً درحالی که درکسری از یک ثانیه دمای یک فیلامان تنگستن ملتهب لامپی جابجی (شکل ۲-۹) تقریباً به $2000^\circ C$ می رسد، مقاومت آن با مضربی حدود 10° افزایش می یابد. آزمایش نشان می دهد که مقاومت ویژه ρ با دما تقریباً به طور خطی تغییر می کند (شکل ۲-۱۰). مقاومت ویژه برخی از فلزات را در محدوده ای از دما نشان می دهد. بنابراین، مقاومت ویژه رسانای فلزی در یک دمای مشخص با رابطه زیر به مقاومت ویژه آن در یک دمای مرجع (ρ_0) مربوط می شود.

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (2-3)$$

که در آن α ثابتی مثبت موسوم به **ضریب دمایی مقاومت ویژه** و $T - T_0$ اختلاف دما (برحسب $^\circ C$ یا K) نسبت به دمای مرجع است. یکای α در این رابطه K^{-1} (یا $1/^\circ C$) است. ضریب دمایی مقاومت ویژه برخی از مواد در جدول ۱-۲ داده شده است. همان طور که مشاهده می کنید این ضریب برای نیمرساناها منفی است. بنابراین، مقاومت ویژه نیمرساناها با افزایش دما، کاهش می یابد.

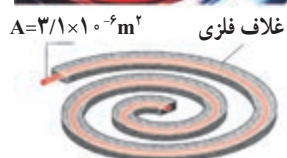


شکل ۲-۱۰ نمودار تقریبی مقاومت ویژه چند فلز در یک محدوده دمایی

جدول ۱-۲ — مقاومت ویژه در دمای 20°C و ضریب دمایی مقاومت ویژه برخی از رساناها و نیمرساناها

ماده	مقاومت ویژه ρ ($\Omega \cdot \text{m}$)	ضریب دمایی مقاومت ویژه α (K^{-1})
رسانای فلزی		
نقره	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
مس	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
طلا	2.35×10^{-8}	4.0×10^{-3}
آلومینیم	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
تنگستن	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
آهن	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
پلاتین	1.06×10^{-7}	3.9×10^{-3}
نیکروم (۵۹ درصد Ni، ۲۳ درصد Cu، ۱۶ درصد Cr)	1.00×10^{-7}	4.0×10^{-4}
نیمرسانا		
کربن	3.5×10^{-5}	-5×10^{-4}
ژرمانیم	۰/۴۶	-5×10^{-2}
سیلیسیم خالص	2.5×10^2	-7×10^{-2}

مثال ۲-۲



شکل روبه‌رو المنت یک اجاق برقی را نشان می‌دهد. این المنت شامل سیمی به طول $1/1\text{ m}$ و سطح مقطع $3/1 \times 10^{-6}\text{ m}^2$ است که داخل ماده‌ای عایقی قرار گرفته است که خود درون یک غلاف فلزی است. با عبور جریان، المنت داغ می‌شود. مقاومت ویژه ماده‌ی سازنده سیم در دمای $T_0 = 32^{\circ}\text{C}$ برابر با $\rho_0 = 6/8 \times 10^{-5}\Omega \cdot \text{m}$ است و ضریب دمایی مقاومت ویژه آن $\alpha = 2/0 \times 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ است. مقاومت سیم در دمای 22°C چقدر است؟

پاسخ: مقاومت ویژه ρ را از رابطه $\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$ و مقاومت سیم المنت را از رابطه $R = \rho L / A$ به دست می‌آوریم:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] = (6/8 \times 10^{-5}\Omega \cdot \text{m}) [1 + (2/0 \times 10^{-3}\text{ K}^{-1})(10^{\circ}\text{K})] = 8/2 \times 10^{-5}\Omega \cdot \text{m}$$

بنابراین، مقاومت سیم در دمای 42°C برابر است با

$$R = \rho \frac{L}{A} = (8/2 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}) \frac{(1/1 \text{ m})}{(3/1 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 29 \Omega$$

مثال ۳-۲

دماسنج‌های مقاومتی می‌توانند در دماهای بسیار بالا یا بسیار پایین که دماسنج‌های معمولی کار نمی‌کنند، دما را اندازه بگیرند. در واقع از تغییر مقاومت الکتریکی با دما برای ساختن این دماسنج‌های دقیق استفاده می‌شود. معمولاً در این دماسنج‌ها از پلاتین استفاده می‌کنند. زیرا پلاتین تقریباً دچار خوردگی نمی‌شود و نقطه ذوب بالایی دارد. فرض کنید در دمای 20°C مقاومت پلاتین یک دماسنج مقاومتی 164Ω باشد. وقتی این دماسنج در محلول خاصی قرار گیرد مقاومت آن 187Ω می‌شود. دمای این محلول چقدر است؟ (مقدار دقیق α برای پلاتین برابر $3/92 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ است.)

پاسخ: چون مقاومت R رابطه مستقیمی با مقاومت ویژه ρ دارد ($R = \rho L/A$)، آنگاه از رابطه $2-3$ نتیجه می‌گیریم:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

که در آن $R_0 = \rho_0 \frac{L}{A}$ مقاومت سیم در دمای $T_0 = 20^{\circ}\text{C}$ است. با حل معادله بالا، برای T خواهیم داشت:

$$187 \Omega = (164 \Omega) [1 + (3/92 \times 10^{-3} \text{ C}^{-1})(T - 20^{\circ}\text{C})] \Rightarrow T = 55/8^{\circ}\text{C}$$

مطالعه آزاد

برخی از تجهیزات پزشکی، مسیر مستقیمی از جریان را به قلب فراهم می‌کنند. ولی این کار مثل یک شمشیر دو دم است. زیرا در این صورت جریان‌های خیلی کوچک نیز می‌توانند خطر آفرین باشند. مثلاً سوندها را به منظورهای بسیاری در دستگاه گردش خون و گاهی هم در داخل خود قلب قرار می‌دهند. مقاومت خون و محلول‌های نمک ناچیز است، و البته رگ‌های خون نیز مسیرهای مستقیمی را به قلب فراهم می‌کنند و این به معنی آن است که یک ولتاژ اندک هم می‌تواند جریان‌های مرگباری تولید کند. پس، هر وسیله پزشکی که مسیر الکتریکی مستقیمی را به قلب فراهم می‌کند باید استانداردهای ایمنی سختی داشته باشد و به همین دلیل در مؤسسه‌های پزشکی استانداردهای شدیدی برای محدود ساختن جریان‌هایی وضع شده است که ممکن است تصادفاً از بدن بیمار عبور کنند.

۳-۲- برخی از استانداردهای مهندسی سیم‌ها

در استانداردهای مهندسی، سیم‌ها را برحسب قطر و مساحت مقطع آنها نمره‌بندی می‌کنند و اندازه مقاومت‌های الکتریکی را با حلقه‌هایی رنگی که گذاری می‌نمایند.

نمره بندی سیم ها

در سیم کشی ها برای عبور جریان های زیاد باید سیم های با ضخامت بزرگ تر را انتخاب کنیم. در صنعت تولید سیم، سیم ها را با ضخامت های معینی می سازند و معلوم می کنند هر سیم چه جریان بیشینه ای را می تواند تحمل کند. به هر سیم با ضخامت معین کد مشخصی را اختصاص می دهند. جدول زیر برخی از این کدگذاری ها با جریان مجاز بیشینه هر سیم را نشان می دهد.

جدول ۲-۲- نمره بندی سیم های توپر مسی براساس استاندارد AWG*

نمره سیم	قطر سیم (اینچ **)	جریان بیشینه مجاز (آمپر)	نمره سیم	قطر سیم	جریان بیشینه مجاز
۰۰۰۰	۰/۴۶	۳۸۰	۲۱	۰/۰۲۸۴۶	۹
۰۰۰	۰/۴۰۹۶۵	۳۲۸	۲۲	۰/۰۲۵۳۵	۷
۰۰	۰/۳۶۴۸	۲۸۳	۲۳	۰/۰۲۲۵۷	۴/۷
۰	۰/۳۲۴۸۵	۲۴۵	۲۴	۰/۰۲۰۱	۳/۵
۱	۰/۲۸۹۳	۲۱۱	۲۵	۰/۰۱۷۹	۲/۷
۲	۰/۲۵۷۶۳	۱۸۱	۲۶	۰/۰۱۵۹۴	۲/۲
۳	۰/۲۲۹۴۲	۱۵۸	۲۷	۰/۰۱۴۲	۱/۷
۴	۰/۲۰۴۳۱	۱۳۵	۲۸	۰/۰۱۲۶۴	۱/۴
۵	۰/۱۸۱۹۴	۱۱۸	۲۹	۰/۰۱۱۲۶	۱/۲
۶	۰/۱۶۲۰۲	۱۰۱	۳۰	۰/۰۱۰۰۲	۰/۸۶
۷	۰/۱۴۴۲۸	۸۹	۳۱	۰/۰۰۸۹۳	۰/۷
۸	۰/۱۲۸۴۹	۷۳	۳۲	۰/۰۰۷۹۵	۰/۵۳
۹	۰/۱۱۴۴۳	۶۴	۳۳	۰/۰۰۷۰۸	۰/۴۳
۱۰	۰/۱۰۱۸۹	۵۵	۳۴	۰/۰۰۶۳	۰/۳۳
۱۱	۰/۰۹۰۷۴	۴۷	۳۵	۰/۰۰۵۶۱	۰/۲۷
۱۲	۰/۰۸۰۸	۴۱	۳۶	۰/۰۰۵	۰/۲۱
۱۳	۰/۰۷۱۹۶	۳۵	۳۷	۰/۰۰۴۴۵	۰/۱۷
۱۴	۰/۰۶۴۰۸	۳۲	۳۸	۰/۰۰۳۹۶	۰/۱۳
۱۵	۰/۰۵۷۰۷	۲۸	۳۹	۰/۰۰۳۵۳	۰/۱۱
۱۶	۰/۰۵۰۸۲	۲۲	۴۰	۰/۰۰۳۱۴	۰/۰۹
۱۷	۰/۰۴۵۲۶	۱۹			
۱۸	۰/۰۴۰۳	۱۶			
۱۹	۰/۰۳۵۸۹	۱۴			
۲۰	۰/۰۳۱۹۶	۱۱	* American Wire Gauge ** ۱ inch = ۲/۵۴ cm		

سیم کشی منازل معمولاً با سیم‌های مسی نمرة ۱۲ (قطر ۰/۸۰۸ mm یا معادل $10^{-2} \times 0.52$ متر) صورت می‌گیرد. مقاومت $100\text{ m}\Omega$ از این سیم‌ها در دمای اتاق چقدر است؟
پاسخ: مساحت مقطع این سیم برابر است با:

$$A = \pi r^2 = \pi D^2 / 4 = (3/14)(0.52 \times 10^{-2} \text{ m})^2 / 4 = 3/30 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

از طرفی مقاومت ویژه سیم مسی در دمای 20°C با استفاده از جدول ۱-۲، $1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ و طول سیم مسی 100 m است. بنابراین، با استفاده از رابطه $R = \rho L / A$ برای مقاومت سیم مسی خواهیم داشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \frac{(100 \text{ m})}{(3/30 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 0.512 \Omega$$

انواع مقاومت‌ها و کدگذاری رنگی مقاومت‌های کربنی: برخی از وسایل برقی مانند

گرم‌کن‌ها، لامپ‌های رشته‌ای، اتو و ... دارای مقاومت الکتریکی در برابر جریان هستند. در بسیاری از مدارها، به‌خصوص در وسایل الکترونیکی مقاومت‌ها برای کنترل جریان و ولتاژ استفاده می‌شوند. اندازه یک مقاومت می‌تواند کمتر از 1Ω تا میلیون‌ها اهم (مگا اهم) باشد. انواع اصلی مقاومت‌ها بر دو نوع‌اند.



(الف) نمونه‌ای از ساختار یک مقاومت پیچیده



(ب) تصویری از یک مقاومت پیچیده

شکل ۴-۲

۱- **مقاومت‌های پیچیده**^۱ که شامل پیچ‌های از یک سیم نازک هستند که معمولاً جنس آنها آلیاژهایی مانند نیکروم^۲ (آلیاژ نیکل و کرم) یا آلیاژ مس - نیکل - منگنز (که به آن منگ‌نین^۳ می‌گویند) است. این پیچ‌ها عموماً به دور هسته‌ای از جنس سرامیک، پلاستیک یا شیشه پیچیده شده‌اند و در غلافی از جنس سرامیک قرار گرفته‌اند. شکل ۱۱-۲ نمونه‌ای از ساختار چنین مقاومت‌هایی را نشان می‌دهد.

با وجود اینکه این مقاومت‌ها قدیمی‌ترین نوع مقاومت‌ها است، امروزه همچنان تولید می‌شوند؛ زیرا می‌توانند برای حصول مقاومت‌های پایین بسیار دقیق و همچنین توان‌های بالا ساخته شوند. یکی از انواع مشهور این نوع از مقاومت‌ها، **رئوستا**^۴ نام دارد که در مدارهای الکترونیکی پتانسیومتر^۵ نامیده می‌شود. این نوع مقاومت‌ها، متغیر هستند. یک رئوستا از سیمی با مقاومت ویژه نسبتاً زیاد ساخته شده است. این سیم روی استوانه‌ای نارسا پیچیده شده و با استفاده از دکمه‌ای لغزنده که روی ریلی در بالای استوانه قرار دارد و انتهای آن با سیم در تماس است می‌تواند قسمت دلخواهی از سیم را در مسیر جریان قرار دهد و بنابراین مقدار مقاومت را تغییر دهد و به این ترتیب جریان را در مدار تنظیم و کنترل کند. شکل ۱۲-۲ - الف طرحی از یک رئوستا و شکل ۱۲-۲ - ب نماد رئوستا (یا پتانسیومتر) در مدار الکتریکی و شکل ۱۲-۲ - پ شکلی واقعی از یک رئوستا و یک پتانسیومتر را نشان می‌دهد.

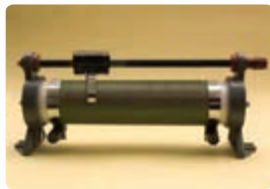
۱- wire wound resistor به این مقاومت‌ها در صنعت، مقاومت آجری نیز می‌گویند.

۲- nichrome

۳- manganin

۴- Rheostat

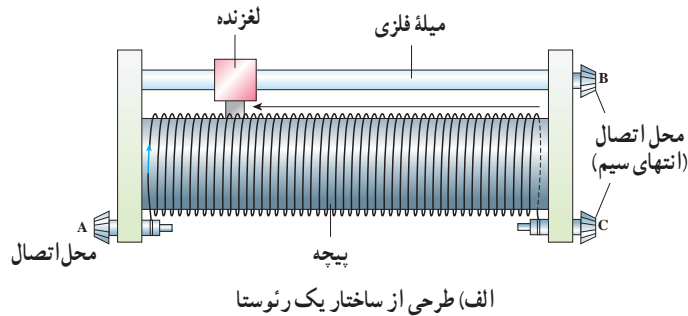
۵- Potentiometer



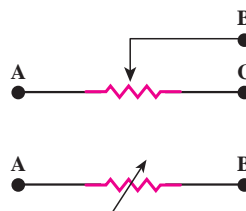
رئوستا



پتانسیومتر



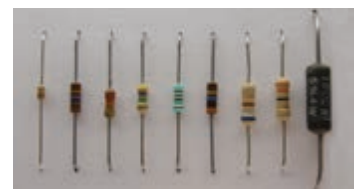
(الف) طرحی از ساختار یک رئوستا



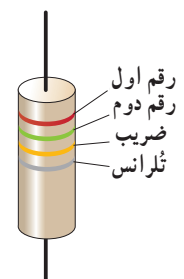
(ب) نماد یک رئوستا یا پتانسیومتر در مدار الکتریکی

جدول ۳-۲ کد رنگی مقاومت‌ها

رنگ	عدد	ضریب	تِلرانس
سیاه	۰	۱	
قهوه‌ای	۱	۱۰ ^۱	
قرمز	۲	۱۰ ^۲	
نارنجی	۳	۱۰ ^۳	
زرد	۴	۱۰ ^۴	
سبز	۵	۱۰ ^۵	
آبی	۶	۱۰ ^۶	
بنفش	۷	۱۰ ^۷	
خاکستری	۸	۱۰ ^۸	
سفید	۹	۱۰ ^۹	
طلایی	۱۰ ^{-۱}	۵٪	
نقره‌ای	۱۰ ^{-۲}	۱۰٪	
بی‌رنگ		۲۰٪	



شکل ۳-۳ تصویری از تعدادی مقاومت ترکیبی



شکل ۳-۴ مقدار مقاومت‌های ترکیبی با کدهای رنگی مشخص می‌شود؛ مثلاً مقدار مقاومت شکل ۲۵kΩ با تِلرانس ۱۰ درصد است.

(پ) شکل واقعی یک رئوستا و یک پتانسیومتر

شکل ۳-۲

۲- مقاومت‌های ترکیبی^۱ که معمولاً از کربن، برخی نیمرساناها، و یا فیلم‌های نازک فلزی ساخته شده‌اند که در داخل پوششی پلاستیکی قرار گرفته‌اند. کارخانه‌های سازنده، مقاومت‌های ترکیبی را در اندازه‌های خاص استاندارد تولید می‌کنند^۲. مقدار این مقاومت‌ها یا روی آنها نوشته می‌شود، یا عمدتاً به صورت کدی رنگی نشان داده می‌شود که با ۳ یا ۴ حلقه رنگی روی آنها مشخص شده است (شکل ۳-۲). هر رنگ معرف عددی است که در جدول ۳-۲ داده شده است. دو حلقه اول به ترتیب رقم اول و رقم دوم مقاومت را نشان می‌دهند. رقم حلقه سوم ضریبی است به صورت ۱۰ⁿ که در ستون سوم جدول مشخص شده است. حلقه چهارم یک حلقه طلایی یا نقره‌ای است که تِلرانس^۳ نامیده می‌شود و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می‌کند. نبود نوار چهارم به معنای آن است که تِلرانس ۲۰ درصد است (شکل ۳-۲). برای خواندن حلقه‌های رنگی مقاومت را طوری به دست می‌گیریم که حلقه تِلرانس در سمت راست قرار گیرد و بقیه حلقه‌ها را از سمت چپ به راست می‌خوانیم. مشخصه مهم دیگر یک مقاومت، بیشینه توان الکتریکی است که مقاومت می‌تواند بدون آنکه بسوزد تحمل کند.

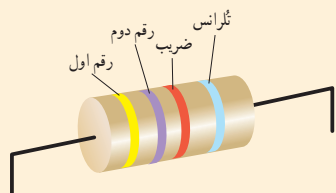
۱- composition resistor

۲- اندازه استاندارد آنها عمدتاً به صورت زیر است:

$$R = (1/7, 2/7, 3/9, 4/7, 5/6, 6/8, 8/2, 10, 12, 15, 18, 22) \times 10^n \Omega$$

$$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

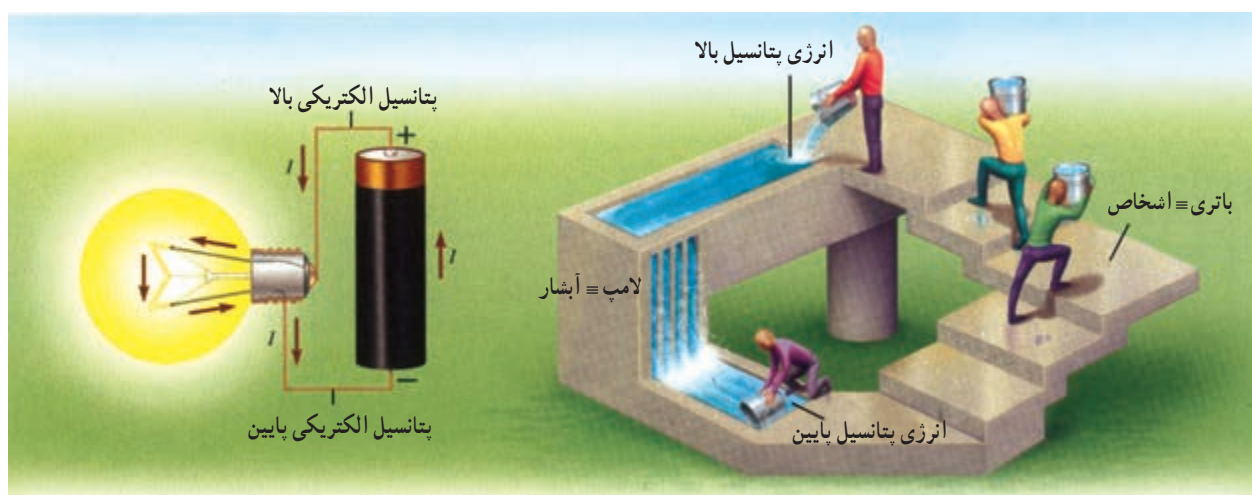
۳- tolerance



مقدار مقاومت نشان داده شده در شکل چقدر است؟

۲-۴- نیروی محرکه الکتریکی و مدارها

نیروی محرکه الکتریکی: اگر بخواهیم بارهای الکتریکی را از یک مقاومت الکتریکی عبور دهیم، باید بین دو سر مقاومت یک اختلاف پتانسیل برقرار کنیم. در واقع برای این کار به یک پمپ یا تلمبه بار نیاز داریم تا جریانی ثابت از بارهای الکتریکی را برقرار کند. چنین وسیله‌ای که با انجام کار روی بار الکتریکی اختلاف پتانسیل را ثابت نگه می‌دارد **منبع نیروی محرکه الکتریکی**^۱ نامیده می‌شود. در واقع این وسیله با صرف انرژی، بارهای الکتریکی مثبت را از پتانسیل پایین‌تر به پتانسیل بالاتر سوق می‌دهد و سبب شارش آنها می‌شود. باتری‌ها، پیل‌های سوختی و مولدهای الکتریکی از جمله منابع‌های نیروی محرکه الکتریکی هستند که در زندگی روزمره کاربرد فراوانی دارند. کار منبع نیروی محرکه الکتریکی مانند کار تلمبه‌ای است که آب را از سطح زمین یا عمق چاه به ارتفاع معین بالا می‌برد. به این ترتیب، آب انرژی پتانسیل لازم را برای جریان یافتن و انجام کاری معین کسب می‌کند. در داخل این وسیله‌ها منبع انرژی‌ای وجود دارد که با حرکت دادن بارهای مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی، روی آنها کار انجام می‌دهد. شکل ۲-۱۵ شباهت‌سازی را بین جریان آب در یک فرایند مکانیکی و حرکت بار در یک مدار الکتریکی نشان می‌دهد. در این شکل اشخاص نقش باتری را در مدار الکتریکی بازی می‌کنند و سقوط آب مشابه روشن شدن لامپ مدار است.



شکل ۲-۱۵: شباهت‌سازی یک مدار الکتریکی با فرایندی مکانیکی که در آن آب به‌طور مکانیکی جریان می‌یابد.

۱- electromotive force device (emf)

اکنون مدار ساده الکتریکی شکل ۱۶-۲ را در نظر بگیرید. در هر بازه زمانی Δt ، بار Δq از هر مقطع این مدار (مثلاً aa') می‌گذرد. همین تعداد بار باید به پایانه با پتانسیل پایین تر منبع نیروی محرکه الکتریکی وارد شود و از پایانه با پتانسیل بالاتر آن خارج گردد. این وسیله باید کاری به اندازه ΔW روی بار Δq انجام دهد تا آن را در این مسیر به حرکت درآورد. کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می‌دهد تا در مدار جریان یابد اصطلاحاً نیروی محرکه الکتریکی (emf) نامیده و با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta W}{\Delta q} \quad (۳-۲)$$

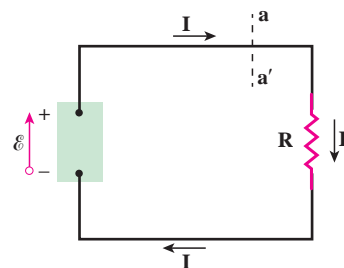
به عبارت دیگر، نیروی محرکه الکتریکی یک منبع نیروی محرکه الکتریکی عبارت از کاری است که روی واحد بار مثبت انجام می‌شود تا آن را از پایانه‌ای با پتانسیل کمتر به پایانه‌ای با پتانسیل بیشتر ببرد^۱.

یکای کمیت نیروی محرکه الکتریکی همان یکای اختلاف پتانسیل الکتریکی یعنی ولت (V) است ($1V = 1J/C$) مثلاً اگر نیروی محرکه یک باتری $1/5V$ باشد به این معناست که باتری روی هر کولن باری که از آن می‌گذرد $1/5J$ کار انجام می‌دهد.

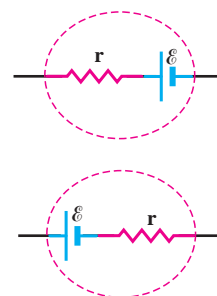
منابع نیروی محرکه الکتریکی آرمانی یا واقعی هستند. اگر پایانه‌های مثبت و منفی یک منبع نیروی محرکه را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، اختلاف پتانسیل میان این دو پایانه برای یک منبع آرمانی برابر با نیروی محرکه الکتریکی آن وسیله است:

$$V_a - V_b = \mathcal{E} \quad (۴-۲)$$

ولی منبع آرمانی در واقعیت وجود ندارد و این منابع دارای مقاومتی داخلی (درونی) هستند. یعنی درون آنها مقاومتی در برابر حرکت داخلی بارها وجود دارد. بنابراین، وقتی جریان از این منابع بگذرد اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آنها برخلاف منابع آرمانی، متفاوت از نیروی محرکه الکتریکی خواهد شد. به این منابع نیروی محرکه، منبع نیروی محرکه واقعی می‌گویند و آنها را در مدارهای الکتریکی به دو صورت شکل ۱۷-۲ نشان می‌دهند که در آن r مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه است. در بخش بعد رابطه اختلاف پتانسیل دو سر یک منبع نیروی محرکه واقعی را خواهیم دید.



شکل ۱۶-۲ یک مدار ساده الکتریکی



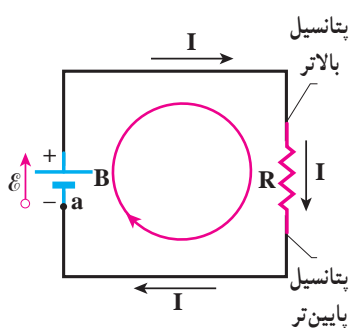
شکل ۱۷-۲ در مدارهای الکتریکی، منبع نیروی محرکه الکتریکی را به یکی از این دو صورت نمایش می‌دهند.

۱- توجه کنید که واژه نیروی محرکه الکتریکی واژه نامناسبی است؛ زیرا \mathcal{E} نیرو نیست، بلکه مانند پتانسیل یک کمیت انرژی به ازای واحد بار است. نماد نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} است که فونت خاصی از حروف E یونانی می‌باشد.

آثار تخریبی الکتریسیته بر بدن انسان

آسیبی که الکتریسیته بر بدن وارد می‌کند ناشی از جریان است یا اختلاف پتانسیل؟ توجه کنید هرچند اختلاف پتانسیل باعث حرکت الکترون‌ها می‌شود، ولی این جریان است که به بدن آسیب می‌رساند. مقدار این جریان به مقاومت الکتریکی بدن بستگی دارد که عمدتاً ناشی از پوست است. هرچه پوست خشک‌تر باشد مقاومت بیشتری دارد، ولی اگر پوست خیس یا مرطوب باشد، زخمی سر باز داشته باشد و یا با کرمی پوشیده شده باشد، مقاومت کمتر می‌شود و مقدار خطرناکی از جریان می‌تواند از بدن شخص عبور کند. به همین ترتیب، اگر شخصی بر زمین خیس و یا در آب ایستاده باشد و بین نقطه‌ای از بدن او با منبع ولتاژ تماس خوبی برقرار شود، جریان نسبتاً زیادی از بدن وی عبور خواهد کرد. در این صورت حتی اگر ولتاژ کم هم باشد، جریان می‌تواند آن قدر زیاد باشد که موجب مرگ شود. از سوی دیگر اگر مقاومت الکتریکی منطقه تماس زیاد باشد و مثلاً شخص بر پایه‌های عایق ایستاده باشد، این خطر بسیار کم می‌شود.

دستگاه مرکزی اعصاب انسان در مقابل حادثه‌های الکتریکی بسیار آسیب‌پذیر است. اگر جریانی که در یک شوک الکتریکی از مغز می‌گذرد بزرگ باشد، حتی ممکن است منجر به بیهوشی کامل و حتی در برخی موارد موجب فراموشی شود، به طوری که بیمار زمان‌های قبل از وقوع حادثه را نیز به یاد نمی‌آورد. معمولاً مرگ در اثر شوک الکتریکی به سبب ایست قلبی یا تنفسی روی می‌دهد.



مدار تک حلقه‌ای و افت پتانسیل در مقاومت: مدار ساده تک حلقه‌ای شکل ۲-۱۸

را در نظر بگیرید. این مدار شامل باتری B با نیروی محرکه \mathcal{E} ، مقاومت R، و دو سیم رابط است. فرض کنید می‌خواهیم از نقطه دلخواهی شروع کنیم و مدار را به طور ذهنی در یک جهت دور بزنیم و هر جا با اختلاف پتانسیل‌ها مواجه شدیم آنها را به طور جبری جمع کنیم. اگر از نقطه a شروع کنیم نخست با باتری B مواجه می‌شویم. در فصل گذشته دیدیم که پتانسیل در جهت میدان کاهش می‌یابد. بنابراین، اگر مطابق شکل از پایانه منفی باتری به سمت پایانه مثبت آن حرکت کنیم برخلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. بنابراین، تغییر پتانسیل در باتری آرمانی برابر با $\mathcal{E}+$ می‌شود. وقتی در طول سیم بالایی حرکت می‌کنیم، هیچ تغییر پتانسیلی وجود ندارد؛ زیرا در بستن مدارها از سیم‌های رابط با مقاومت ناچیز استفاده می‌شود و بنابراین می‌توان از تغییر پتانسیل در آنها چشم‌پوشی کرد. پس انتهای بالایی مقاومت همان پتانسیل پایانه بالایی باتری را دارد. وقتی از مقاومت می‌گذریم پتانسیل طبق رابطه $V=IR$ تغییر می‌کند، ولی توجه کنید پتانسیل باید کاهش یابد؛ زیرا ما از طرف پتانسیل بالاتر به سمت پتانسیل پایین‌تر حرکت کرده‌ایم. بنابراین، در شکل ما تغییر پتانسیل هنگام عبور از مقاومت برابر با $-IR$ است؛ یعنی اصطلاحاً در مقاومت افت پتانسیلی رخ می‌دهد. اگر با حرکت در طول سیم پایینی به نقطه a بازگردیم چون مقاومت این سیم نیز ناچیز است باز تغییر پتانسیل نخواهیم داشت. با بازگشت به نقطه a پتانسیل دوباره برابر با پتانسیل در نقطه a می‌شود؛ یعنی می‌توان نوشت:

$$V_a + \mathcal{E} - IR = V_a$$

شکل ۲-۱۸ مداری تک حلقه‌ای که در آن مقاومت R به دو سر باتری آرمانی B با نیروی محرکه \mathcal{E} بسته شده است. جریان I در کل مدار یکسان است.

و با حذف V_a از دو طرف معادله بالا به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\mathcal{E} - IR = 0$$

این رابطه نشان می‌دهد جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در مدار تک حلقه‌ای ساده ما برابر با صفر است.

توجه کنید که اگر حلقه را در خلاف جهت نشان داده شده در شکل دور می‌زدیم به رابطه $\mathcal{E} + IR = 0$ می‌رسیدیم که همان رابطه بالاست. در حالت کلی جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در هر حلقه - خواه مدار تک حلقه‌ای باشد یا چند حلقه‌ای - صفر است. به این قاعده، **قاعده حلقه** می‌گویند که اغلب به افتخار فیزیکدان آلمانی *گوستاو رابرت کیرشهوف*، قاعده حلقه یا قانون ولتاژ کیرشهوف نامیده می‌شود.

قاعده حلقه: در هر دور زدن کامل حلقه‌ای از مدار، جمع جبری اختلاف پتانسیل‌های اجزای مدار باید برابر صفر باشد.

اکنون می‌خواهیم نشان دهیم که قاعده حلقه چیزی جز پایستگی انرژی نیست. به این منظور دو طرف رابطه $\mathcal{E} = IR$ را در $I \Delta t$ ضرب کنید. از آن‌جا به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\mathcal{E} I \Delta t = I^2 R \Delta t$$

با توجه به اینکه $I \Delta t = \Delta q$ است و با استفاده از تعریف نیروی محرکه الکتریکی ($\mathcal{E} = \frac{\Delta W}{\Delta q}$) طرف چپ این معادله برابر با ΔW یا همان کاری است که باتری روی بار انجام داده است. از طرفی در کتاب فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم که توان الکتریکی مصرفی در رسانایی به مقاومت R برابر RI^2 است. بنابراین، طرف راست معادله بالا در واقع مقدار انرژی‌ای است که در مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل شده است. بنابراین رابطه بالا چیزی جز پایستگی انرژی نیست و انرژی تأمین‌شده توسط باتری آرمانی به صورت انرژی گرمایی در مقاومت ظاهر شده است.

اکنون اگر باتری آرمانی مدار ساده شکل ۲-۱۸ را با یک باتری واقعی که دارای مقاومت داخلی r است جایگزین کنیم (شکل ۲-۱۹)، با به کار بستن قاعده حلقه به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

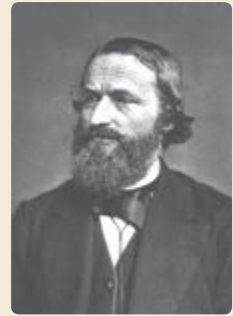
همچنین می‌توانیم اختلاف پتانسیل دوسر باتری را نیز به دست آوریم. اگر از نقطه a در جهت جریان I به سمت نقطه b حرکت کنیم می‌توانیم با در نظر گرفتن اختلاف پتانسیل‌ها رابطه زیر را بنویسیم:

$$V_a + \mathcal{E} - Ir = V_b$$

و یا

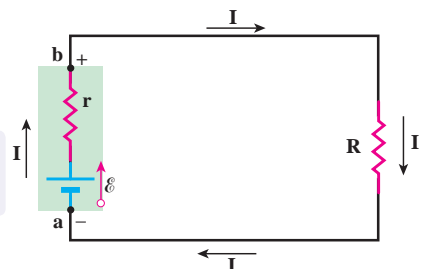
$$V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir \quad (2-5)$$

همان‌طور که دیدیم در رابطه ۲-۵، \mathcal{E} نیروی محرکه باتری و Ir افت پتانسیل درون باتری است. تفاوت یک باتری نو و فرسوده در مقدار مقاومت داخلی آن است که ممکن است کمتر از 1Ω برای باتری نو، تا 1000Ω یا بیشتر برای باتری فرسوده باشد.



گوستاو کیرشهوف

گوستاو رابرت کیرشهوف در ۱۲ مارس سال ۱۸۲۴ میلادی (۱۲۰۳ هجری شمسی) در شهری واقع در غرب آلمان کنونی به دنیا آمد. کیرشهوف سهمی اساسی در درک مدارهای الکتریکی، طیف‌نگاری، ترمودینامیک و تابش اجسام گرم داشته است. در واقع او نخستین کسی بود که واژه جسم سیاه را در سال ۱۸۶۲ به کار برد و دو قانون مهم در نظریه مدارهای الکتریکی و ترمودینامیک به افتخار او نام‌گذاری شده است. کیرشهوف قانون مدارهای الکتریکی خود را در سال ۱۸۴۵ در حالی بی‌ریزی کرد که دانشجوی دانشگاه آلبرتوس بود. او قانون تابش گرمایی خود را در سال ۱۸۵۹ پیشنهاد داد و در سال ۱۸۶۱ اثبات کرد. او سپس عازم دانشگاه هایدلبرگ شد و در آنجا کارهای بدیعی در طیف‌نگاری به انجام رسانید. کیرشهوف سرانجام در سال ۱۸۸۷ میلادی (۱۲۶۶ هجری شمسی) در سن ۶۳ سالگی در برلین دیده از جهان فرو بست.



شکل ۲-۱۹: مدار تک حلقه‌ای شکل ۲-۱۸ که باتری آرمانی آن با یک باتری واقعی جایگزین شده است.

مثال ۲-۲

در مدار شکل ۲-۱۹ فرض کنید $\mathcal{E} = 12V$ و $r = 2/\Omega$ و $R = 4/\Omega$ باشد.

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری را محاسبه کنید.

پاسخ: براساس آنچه که در متن درس آمده است، در حل مسئله‌های مدار تک حلقه‌ای همواره دو دستورالعمل زیر را به کار

می‌بندیم:

۱- هرگاه در مدار در جهت جریان از مقاومت R یا r بگذریم، پتانسیل به اندازه IR یا Ir کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت

جریان حرکت کنیم پتانسیل به همان اندازه‌ها افزایش می‌یابد.

۲- جهت نیروی محرکه الکتریکی باتری‌ها همواره از پایانه منفی به طرف پایانه مثبت است، بنابراین هرگاه از پایانه منفی به

طرف پایانه مثبت حرکت کنیم پتانسیل به اندازه نیروی محرکه الکتریکی باتری افزایش می‌یابد و اگر در خلاف این جهت (یعنی از

پایانه مثبت به منفی) حرکت کنیم پتانسیل به اندازه نیروی محرکه باتری کاهش می‌یابد.

الف) اگر مدار را در جهت جریان نشان داده شده بپییم براساس آنچه گفته شد، در یک حلقه کامل با استفاده از قاعده

حلقه داریم:

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

و در نتیجه

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12V}{4/\Omega + 2/\Omega} = 2/A$$

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری برابر است با

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir = 12V - (2/A)(2/\Omega) = 8V$$

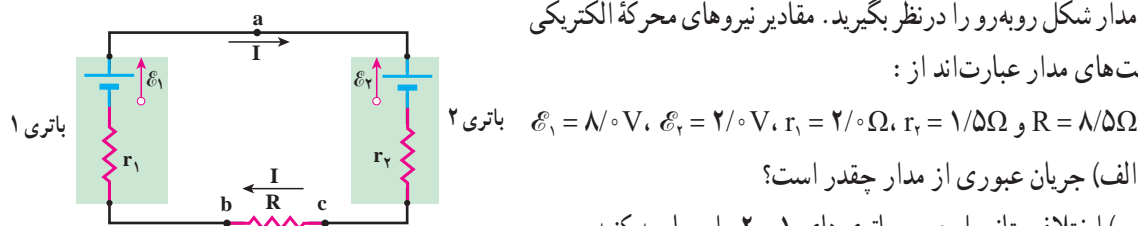
تمرین ۳-۲

مثال ۲-۵ را با حرکت در خلاف جهت جریان نشان داده شده حل و نتیجه را با پاسخ مثال مقایسه کنید.

مثال ۴-۲

مدار شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. مقادیر نیروهای محرکه الکتریکی

و مقاومت‌های مدار عبارت‌اند از:



الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری‌های ۱ و ۲ را محاسبه کنید.

پاسخ: الف) با استفاده از دستورالعمل‌های حل مدارهای تک حلقه‌ای مسئله را حل می‌کنیم. گرچه لازم نیست که جهت جریان I را بدانیم، ولی می‌توانیم آن را با مقایسه نیروهای محرکه الکتریکی دو باتری تعیین کنیم؛ چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است جهت جریان را باتری ۱ تعیین می‌کند. بنابراین، جهت جریان مطابق شکل، ساعتگرد است. در نتیجه با حرکت پاد ساعتگرد از نقطه a داریم:

$$V_a - \mathcal{E}_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 + \mathcal{E}_2 = V_a$$

و از آنجا

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + R + r_2} = \frac{1.0\text{V} - 2.0\text{V}}{2.0\Omega + 8.0\Omega + 1.0\Omega} = -0.05\text{A}$$

ب) اختلاف پتانسیل بین دو سر باتری ۱ را با حرکت از نقطه b به سمت نقطه a به دست می‌آوریم:

$$V_b - Ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_b = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 1.0\text{V} - (0.05\text{A})(2.0\Omega) = 0.9\text{V}$$

و برای محاسبه اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲ از نقطه c به سمت نقطه a حرکت می‌کنیم:

$$V_c + Ir_2 + \mathcal{E}_2 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_c = \mathcal{E}_2 + Ir_2 = 2.0\text{V} + (0.05\text{A})(1.0\Omega) = 2.05\text{V}$$

یک مثال عملی از چنین مسئله‌ای شارژ شدن باتری خودرو (باتری ۲) توسط یک مولد خارجی (باتری ۱) است.

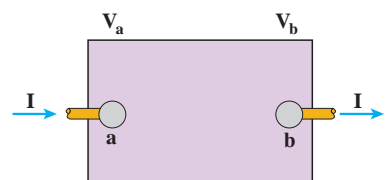
۲-۵- توان در مدارهای الکتریکی

اکنون می‌خواهیم رابطه‌هایی برای انرژی و توان در مدارهای الکتریکی به دست آوریم. جعبه شکل ۲-۲۰ یک عنصر مداری را نشان می‌دهد که می‌تواند باتری، مقاومت و یا هرچیز دیگری باشد که اختلاف پتانسیلی بین پایانه‌های آن برقرار است. فرض کنید بار Δq در مدت زمان Δt تحت اختلاف پتانسیل $\Delta V = V_b - V_a$ از پایانه a به پایانه b این جزء مدار برود. در فصل پیش دیدیم کار نیروی خارجی برای چنین انتقالی برابر با $W = (\Delta q)(\Delta V)$ است. از طرفی توان الکتریکی، آهنگ انجام این کار است:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{(\Delta q)(\Delta V)}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta q}{\Delta t}\right)\Delta V = I\Delta V$$

$$P = I\Delta V$$

(۲-۶)



شکل ۲۰-۲ یک جزء مدار که اختلاف پتانسیلی بین دو سر آن برقرار است.

$$P = I(V_b - V_a)$$

این جز، به مدار بیرون انرژی می‌دهد ° اگر $P > 0$
این جز، از مدار بیرون انرژی می‌گیرد ° اگر $P < 0$

در این رابطه، توان (P) برحسب وات (W)، جریان (I) برحسب آمپر (A) و اختلاف پتانسیل (ΔV) برحسب ولت (V) است. توجه کنید این رابطه هم برای منبع نیروی محرکه (مثلاً باتری) و هم برای وسیله مصرف‌کننده (مثلاً مقاومت یک دستگاه الکتریکی) برقرار است. در ادامه، توان الکتریکی مصرفی در مقاومت و توان الکتریکی خروجی یک منبع نیروی محرکه را بررسی می‌کنیم.

توان الکتریکی مصرفی در یک مقاومت : همان طور که گفتیم رابطه ۲-۶ برای مقاومت های الکتریکی نیز برقرار است. برای محاسبه مقدار توان مصرفی کافی است در این رابطه به جای ΔV از رابطه تعریف مقاومت ($R = \Delta V / I$) استفاده کنیم :

$$P_{\text{مصرفی}} = P = I \Delta V = I(RI) = RI^2 = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

در نتیجه :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 \quad (۷-۲)$$

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad (۸-۲)$$

در برخی از کتاب ها، مرسوم است که رابطه ۲-۸ را به صورت $P_{\text{مصرفی}} = V^2 / R$ می نویسند که در آن V همان اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت است.

فعالیت ۲-۲

تحقیق کنید چرا در خطوط انتقال برق، انرژی الکتریکی به جای اینکه با جریان بالا و ولتاژ پایین انتقال یابد با ولتاژ بالا و جریان پایین منتقل می شود.
راهنمایی : به تفاوت توان تولیدی و توان مصرفی بیندیشید.

فعالیت ۳-۲



الف) با یک اهم متر، مقاومت رشته سیم داخل لامپ ۱۰۰ واتی خاموش را اندازه گیری کنید. سپس با استفاده از رابطه ۲-۸ و با داشتن مشخصات روی لامپ، مقاومت آن را در حالت روشن محاسبه کنید. نتیجه محاسبه را با مقدار اندازه گیری مقایسه کنید و نتیجه را پس از بحث گروهی گزارش دهید.
ب) اکنون با استفاده از نتیجه به دست آمده دمای رشته سیم داخل لامپ را در حال روشن برآورد کنید (رشته سیم لامپ از جنس تنگستن است که ضریب دمایی آن در جدول ۲-۱ داده شده است).

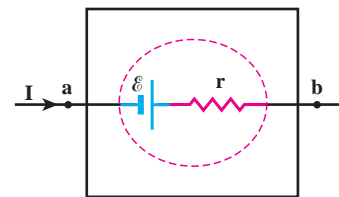
توان خروجی منبع نیروی محرکه : همان طور که گفتیم رابطه ۲-۶ ($P = I \Delta V$) برای منابع نیروی محرکه مانند باتری نیز برقرار است. از طرفی اختلاف پتانسیل دوسر یک باتری واقعی را در بخش پیش به دست آوردیم و دیدیم که برای شکلی مانند شکل ۲-۲۱ به صورت $\mathcal{E} - Ir$ می شود. با قرار دادن این

اختلاف پتانسیل در رابطه توان الکتریکی خواهیم داشت :

$$P_{\text{خروجی}} = P = I(\mathcal{E} - Ir) = \mathcal{E}I - rI^2$$

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2$$

(۹-۲)



شکل ۲-۱۱ توان خروجی از باتری

شکل از رابطه $P = (V_b - V_a)I$ به دست می آید.

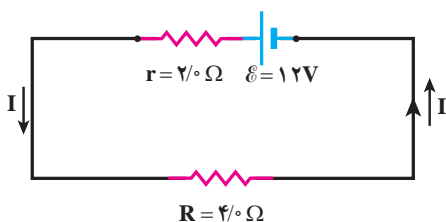
اکنون می خواهیم بدانیم معنای جمله های $\mathcal{E}I$ و rI^2 چیست. ساده تر آن است که نخست جمله دوم را تفسیر کنیم. همان طور که پیش تر دیدیم این جمله توان مصرفی در یک مقاومت است که در اینجا مقاومت درونی باتری است. بنابراین، rI^2 آهنگ اتلاف انرژی الکتریکی در مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه است. اکنون به تفسیر جمله اول ($\mathcal{E}I$) می پردازیم. دیدیم که نیروی محرکه الکتریکی طبق رابطه ۲-۹ برابر

با $\mathcal{E} = \Delta W / \Delta q$ است و از طرفی جریان از رابطه $I = \Delta q / \Delta t$ به دست می آید. بنابراین داریم :

$$\mathcal{E}I = \left(\frac{\Delta W}{\Delta q} \right) \left(\frac{\Delta q}{\Delta t} \right) = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

که این همان توان تولیدی منبع نیروی محرکه است. بنابراین، توان خروجی منبع شکل ۲-۱۱ تفاضل توان تولیدی منبع از توانی است که در مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه مصرف می شود.

مثال ۲-۷



برای مدار نشان داده شده در شکل، توان خروجی باتری و توان مصرفی در مقاومت را محاسبه کنید.

پاسخ: نخست، جریان را با استفاده از قاعده حلقه به دست می آوریم :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12V}{4\Omega + 2\Omega} = 2A$$

اکنون توان الکتریکی خروجی از باتری با استفاده از رابطه ۲-۹ چنین می شود :

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2 = (12V)(2A) - (2\Omega)(2A)^2 = 16W$$

توان الکتریکی مصرفی در مقاومت ۴ اهمی با استفاده از رابطه ۲-۷ برابر است با

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 = (4\Omega)(2A)^2 = 16W$$

که همان طور که انتظار داشتیم با توان خروجی باتری برابر است.

مثال ۲-۸

در مثال ۲-۶ توان هریک از اجزای مدار را محاسبه کنید.

پاسخ: توان مصرفی در مقاومت $R = 8/5\Omega$ با استفاده از رابطه ۲-۷ چنین می شود :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 = (8/5\Omega)(5/5A)^2 = 2/1W$$

که در آن از $I = 5/5A$ استفاده کرده ایم.

توان خروجی باتری ۱ را با استفاده از رابطه ۲-۹ محاسبه می کنیم :

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - r_I I^2 = (8/0V)(0/5A) - (2/0\Omega)(0/5A)^2 = 3/5W$$

اما توان باتری ۲ از رابطه ۹-۲ به دست نمی آید، چرا که همان طور که دیدیم اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ از رابطه ۷-۲ $V_a - V_c = \mathcal{E}_r + Ir_r$ به دست می آید. اما طبق تعریف این کتاب برای استفاده از رابطه ۷-۲ $(P = I\Delta V)$ ، باید اختلاف پتانسیل $V_c - V_a$ را در نظر بگیریم که $-(\mathcal{E}_r + Ir_r)$ می شود. بنابراین، مقدار (قدر مطلق) توان ورودی به باتری ۲ چنین می شود:

$$P_{\text{ورودی}} = |P| = |I\Delta V| = I(\mathcal{E}_r + Ir_r) = \mathcal{E}_r I + r_I I^2$$

$$= (2/0V)(0/5A) + (1/5\Omega)(0/5A)^2 = 1/4W$$

این همان اتفاقی است که هنگام اتصال یک باتری به شارژر روی می دهد. شارژر به باتری انرژی الکتریکی می دهد. بخشی از این انرژی به انرژی شیمیایی تبدیل می شود و بقیه آن در مقاومت درون باتری تلف می شود و باتری را گرم می کند.

همان طور که انتظار داریم این نتیجه همچنین با پایداری انرژی سازگار است:

R توان خروجی باتری ۱ = توان ورودی باتری ۲ + توان مصرفی مقاومت

$$2/1W + 1/4W = 3/5W$$

۹-۲- به هم بستن متوالی مقاومت ها

شکل ۲-۲۲ سه مقاومت را نشان می دهد که به طور متوالی به یک باتری آرمانی با نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} بسته شده اند. توجه کنید واژه «متوالی» ربط چندانی به چگونگی رسم مقاومت ها ندارد. «متوالی» به معنای بسته شدن مقاومت ها یکی پس از دیگری است به طوری که هیچ انشعابی بین آنها وجود نداشته باشد و اختلاف پتانسیل V به دوسر این مجموعه از مقاومت ها اعمال شده باشد. در بستن متوالی مقاومت ها از همه مقاومت ها جریان یکسان I عبور می کند. مقاومت هایی را که به طور متوالی بسته شده اند می توان با یک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین کرد که دارای همان جریان I و اختلاف پتانسیل کل اعمال شده به دوسر مجموعه مقاومت هاست. بنابراین، در اینجا به دو صورت می توان عمل کرد که البته معادل یکدیگرند. یکی آنکه اختلاف پتانسیل کل را برابر با مجموع اختلاف پتانسیل های مقاومت ها در نظر بگیریم:

$$V = \mathcal{E} = V_1 + V_2 + V_3$$

یا اینکه قاعده حلقه را به کار گیریم و مثلاً با حرکت در جهت جریان I و با شروع از نقطه a دوباره به آن نقطه بازگردیم. در این صورت داریم:

$$V_a + \mathcal{E} - IR_1 - IR_2 - IR_3 = V_a$$

و در نتیجه

$$\mathcal{E} = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

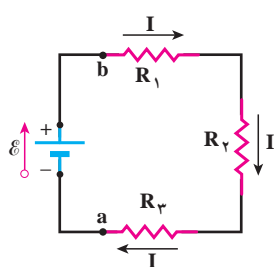
و از آنجا جریان I چنین می شود:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

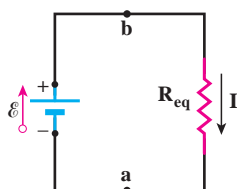
بنابراین، با تعریف مقاومت معادل

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

شکل مدار ۲-۲۲ به مدار معادل شکل ۲-۲۳ تبدیل می شود. بدیهی است که اگر به جای سه



شکل ۲-۲۲ سه مقاومت که به طور متوالی به یک باتری آرمانی متصل شده است.



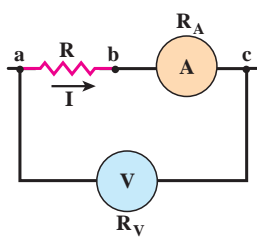
شکل ۲-۲۳ مدار معادل شکل ۲-۲۲ که در آن سه مقاومت با مقاومت R_{eq} جایگزین شده است.

مقاومت، n مقاومت متوالی داشته باشیم مقاومت معادل آنها از رابطه زیر به دست می آید :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (۱۰-۲)$$

توجه کنید وقتی مقاومت ها به طور متوالی بسته شده اند مقاومت معادل آنها بزرگ تر از مقاومت هریک از آنها است و نیز توان الکتریکی مصرفی مقاومت معادل با مجموع توان های الکتریکی مصرفی هریک از آنها برابر است.

مثال ۹-۲



شکل روبه رو مداری را برای اندازه گیری مقاومت مجهول R نشان می دهد. توجه کنید که مقاومت یک ولت سنج واقعی باید خیلی بزرگ باشد تا قرار گرفتن آن در مدار، ولتاژ اجزای مدار را به طور محسوسی تغییر ندهد. همچنین مقاومت یک آمپر سنج واقعی باید خیلی ناچیز باشد تا قرار گرفتن آن در مدار به طور محسوسی جریان اجزای مدار را تغییر ندهد.

فرض کنید در این مدار ولت سنج $V = ۱۲/۰$ و آمپر سنج $A = ۱۰۰/۰$ را نشان دهد. مقاومت ولت سنج $R_V = ۱/۰۰ \times ۱۰^4 \Omega$ و مقاومت آمپر سنج $R_A = ۲/۰ \Omega$ است. الف) مقاومت R و ب) توان مصرفی در این مقاومت چقدر است؟

پاسخ: الف) مقاومت های R و R_A به طور متوالی به هم بسته شده اند و اختلاف پتانسیل دوسر آنها برابر با $V = ۱۲/۰$ است. با توجه به اینکه آمپر سنج جریان $A = ۱۰۰/۰$ را نشان می دهد و به طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از این دو مقاومت نیز برابر $A = ۱۰۰/۰$ است :

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{۱۲/۰ V}{۱۰۰/۰ A} = ۱۲ \Omega$$

با توجه به اینکه $R_{eq} = R + R_A = ۲/۰ \Omega$ است مقاومت مجهول برابر با $R = ۱۱۸ \Omega$ می شود.

همان طور که ملاحظه می شود اندازه مقاومت آمپر سنج در مقابل مقاومت های دیگر بسیار اندک است و به همین دلیل در بسیاری از مدارها از مقاومت آمپر سنج صرف نظر می شود.

ب) توان مصرفی در این مقاومت را می توان از رابطه $P = RI^2$ به دست آورد :

$$P = RI^2 = (۱۱۸ \Omega)(۱۰۰/۰ A)^2 = ۱۱۸ W$$

۲-۷- مدارهای چند حلقه ای و به هم بستن موازی مقاومت ها

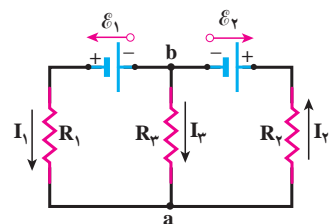
قاعده انشعاب کیرشهوف: شکل ۲۴-۲ مداری را نشان می دهد که شامل بیش از یک حلقه

است. برای سادگی فرض می کنیم باتری ها آرمانی باشند. دو انشعاب در نقطه های a و b این مدار وجود دارد و سه شاخه این انشعاب ها را به هم وصل می کند. جریان در این سه شاخه I_1 ، I_2 و I_3 است که جهت آنها به طور اختیاری انتخاب شده است. برای حل این مدار (یعنی یافتن جریان های I_1 ، I_2 و I_3) به سه معادله نیاز داریم. اگر حلقه سمت چپ را به طور پاد ساعتگرد از نقطه b بپییم، قاعده حلقه چنین می شود :

$$\mathcal{E}_1 - I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0$$

و اگر حلقه سمت راست را به طور پاد ساعتگرد از نقطه b بپییم، قاعده حلقه چنین می شود :

$$-I_3 R_3 - I_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0$$



شکل ۲۴-۲ یک مدار چند حلقه ای که شامل سه شاخه است.

بنابراین، می‌بینیم برای حل کامل مدار به یک معادله دیگر نیاز داریم. این معادله را از قاعده‌ای به نام قاعده انشعاب یا قاعده جریان‌های کیرشهوف به دست می‌آوریم. بنا بر این قاعده مجموع جریان‌های ورودی به هر انشعاب (گره) باید برابر با مجموع جریان‌هایی باشد که از آن انشعاب (گره) خارج می‌شوند.

قاعده انشعاب کیرشهوف: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطه انشعاب (گره) مدار وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه انشعاب (گره) خارج می‌شود.

این قاعده، در واقع بیانی از اصل پایستگی بار است. به عبارتی دیگر در یک نقطه انشعاب، نه باری ایجاد می‌شود و نه از بین می‌رود.

بنابراین، اگر قاعده انشعاب را مثلاً برای نقطه a بنویسیم با توجه به جهت جریان‌های اختیاری

خواهیم داشت:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

اکنون سه معادله و سه مجهول داریم و می‌توانیم جریان‌های مجهول I_1 ، I_2 و I_3 را بیابیم.

مثال ۱-۲

در مدار شکل روبه‌رو مقاومت‌ها عبارت‌اند از:

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega \text{ و } R_3 = 1\Omega$$

و نیروی محرکه الکتریکی باتری‌ها (که آرمانی فرض شده‌اند) عبارت‌اند از:

$$\mathcal{E}_1 = 4V \text{ و } \mathcal{E}_2 = 7V$$

اگر جهت جریان‌ها را مطابق شکل فرض کنیم، مقدار جریان‌ها را به دست آورید.

پاسخ: نخست قاعده اختلاف پتانسیل‌ها را برای حلقه‌های بالایی و پایینی به کار

می‌گیریم. اگر حلقه بالایی را به‌طور ساعتگرد از نقطه a بپیماییم، خواهیم داشت:

$$-I_3 R_3 + \mathcal{E}_2 - I_2 R_2 = 0$$

یا

$$-I_3(1\Omega) + 7V - I_2(2\Omega) = 0$$

در نتیجه

$$I_2(2\Omega) + I_3(1\Omega) = 7V \quad (1)$$

و اگر حلقه پایینی را به‌طور ساعتگرد از نقطه a بپیماییم، خواهیم داشت:

$$+I_2 R_2 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - I_1 R_1 = 0$$

یا

$$+I_2(2\Omega) - 7V + 4V - I_1(1\Omega) = 0$$

در نتیجه

$$-I_1(1\Omega) + I_2(2\Omega) = 3V \quad (2)$$

از طرفی، از قاعده جریان‌ها در انشعاب (گره) a داریم:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (3)$$

I_3 را در معادله (۱) با استفاده از معادله (۳) با $I_1 + I_2$ جایگزین می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$2I_2 + (I_1 + I_2) = I_1 + 3I_2 = V \quad (4)$$

با حل دستگاه دو معادله‌ای شامل معادله‌های (۲) و (۴)

$$\begin{cases} -I_1 + 2I_2 = 3 \\ I_1 + 3I_2 = V \end{cases}$$

از آنجا $I_2 = 2A$ و $I_1 = 1A$ می‌شود. اکنون با استفاده از معادله (۳) جریان I_3 را به دست می‌آوریم:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1A + 2A = 3A$$

بستن مقاومت‌ها به صورت موازی: شکل ۲-۲۵ یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد که

سه مقاومت به صورت موازی به یک باتری آرمانی با نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} بسته شده‌اند. توجه کنید واژه «موازی» ارتباط چندانی به چگونگی رسم مقاومت‌ها ندارد؛ بلکه «به صورت موازی» به معنای آن است که یک سر مقاومت‌ها مستقیماً به یکدیگر و سر دیگر آنها نیز مستقیماً به هم وصل شده است و اختلاف پتانسیل یکسان V به دوسر این مقاومت‌ها اعمال شده است. بنابراین، هریک از مقاومت‌ها دارای اختلاف پتانسیل یکسان V در دوسر خود است؛ یعنی:

$$V = \mathcal{E} = V_1 = V_2 = V_3$$

مجموعه مقاومت‌هایی که به این روش متصل شده‌اند را می‌توان با یک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین کرد که دارای همان اختلاف پتانسیل V و جریان کلی است که از مقاومت‌ها می‌گذرد. برای یافتن عبارتی برای R_{eq} نخست از قاعده انشعاب (قاعده جریان‌های) کیرشهوف استفاده می‌کنیم. اگر این قاعده را برای نقطه a شکل به کار گیریم خواهیم داشت:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

از طرفی، از تعریف مقاومت می‌توانیم جریان‌های عبوری از هریک از مقاومت‌ها را به دست آوریم:

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V}{R_2}, \quad I_3 = \frac{V}{R_3}$$

با قرار دادن این جریان‌ها در معادله حاصل از قاعده انشعاب کیرشهوف خواهیم داشت:

$$I = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

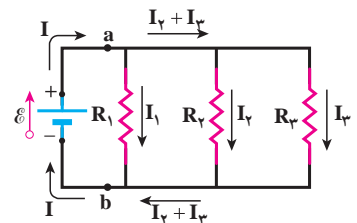
اگر ترکیب موازی مقاومت‌ها را با مقاومت R_{eq} جایگزین کنیم $I = \frac{V}{R_{eq}}$ می‌شود و از آنجا خواهیم داشت:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

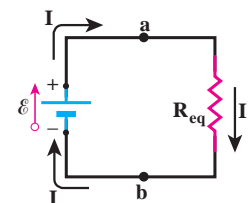
در حالت کلی برای n مقاومت موازی به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (2-11)$$

شکل مدار ۲-۲۵ به مدار معادل شکل ۲-۲۶ تبدیل می‌شود. توجه کنید هرگاه چند مقاومت به صورت موازی به هم بسته شوند، مقاومت معادل آنها کوچک‌تر از هریک از مقاومت‌های موجود در آن ترکیب است؛ و نیز توان الکتریکی مصرفی مقاومت معادل با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی هریک از آنها برابر است.

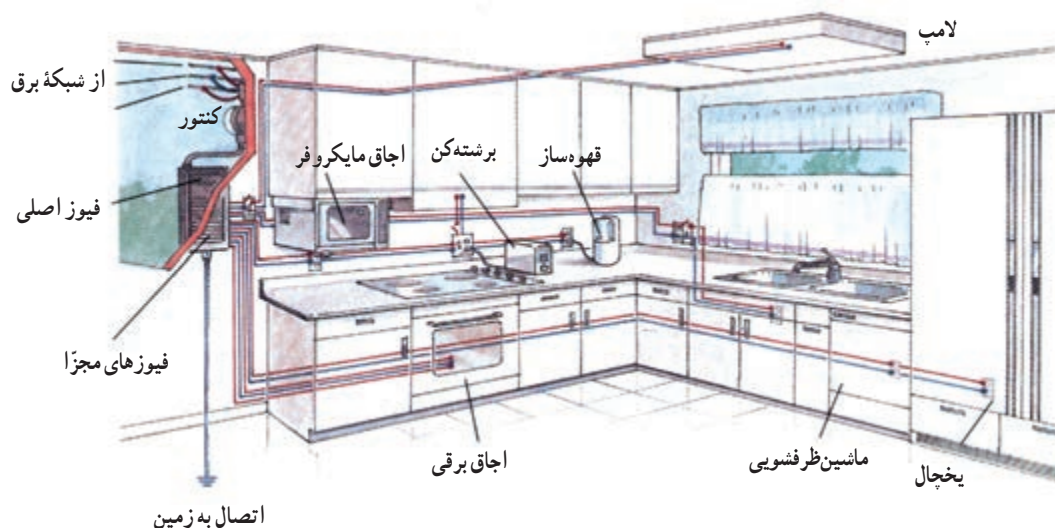


شکل ۲-۲۵ مدار شامل سه مقاومت که به صورت موازی به نقطه‌های a و b بسته شده‌اند.



شکل ۲-۲۶ مدار معادل شکل ۲-۲۵ که در آن سه مقاومت با مقاومت معادل R_{eq} جایگزین شده است.

یک اتوی $1/2 \times 10^3 \text{ W}$ ، یک نان برشته کن (توستر) $1/8 \times 10^3 \text{ W}$ ، پنج لامپ رشته ای $1/0 \times 10^2 \text{ W}$ و یک بخاری $1/0 \times 10^3 \text{ W}$ به پریزهای یک مدار سیم کشی خانگی $1/2 \times 10^2 \text{ V}$ که حداکثر می تواند جریان 25 A را تحمل کند وصل شده اند. آیا این ترکیب مصرف کننده ها باعث پریدن فیوز می شود یا خیر؟



شکل نوعی از سیم کشی در یک آشپزخانه

پاسخ: در سیم کشی منازل، همه مصرف کننده ها به طور موازی متصل می شوند (چرا؟) بنابراین، مقاومت معادل این مصرف کننده ها از رابطه ۱۱-۲ به دست می آید. به این منظور لازم است مقاومت اجزای مدار را به طور جداگانه محاسبه کنیم. با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل دوسر مجموعه و توان هریک از مصرف کننده ها را داریم، مقاومت هر مصرف کننده به راحتی با استفاده از رابطه $P = V^2/R$ به دست می آید:

$$R_{\text{اتو}} = \frac{V^2}{P_{\text{اتو}}} = \frac{(1/2 \times 10^2 \text{ V})^2}{1/2 \times 10^3 \text{ W}} = 12 \Omega$$

$$R_{\text{برشته کن}} = \frac{V^2}{P_{\text{برشته کن}}} = \frac{(1/2 \times 10^2 \text{ V})^2}{1/8 \times 10^3 \text{ W}} = 8/0 \Omega$$

$$R_{\text{لامپ ها}} = \frac{V^2}{P_{\text{لامپ ها}}} = \frac{(1/2 \times 10^2 \text{ V})^2}{5(1/0 \times 10^2 \text{ W})} = 29 \Omega$$

$$R_{\text{بخاری}} = \frac{V^2}{P_{\text{بخاری}}} = \frac{(1/2 \times 10^2 \text{ V})^2}{1/0 \times 10^3 \text{ W}} = 14 \Omega$$

بنابراین، مقاومت معادل این مدار چنین می شود:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{\text{eq}}} &= \frac{1}{R_{\text{اتو}}} + \frac{1}{R_{\text{برشته کن}}} + \frac{1}{R_{\text{لامپ ها}}} + \frac{1}{R_{\text{بخاری}}} \\ &= \frac{1}{12} + \frac{1}{8/0} + \frac{1}{29} + \frac{1}{14} = 0/315 \Omega^{-1} \end{aligned}$$

و در نتیجه

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{\circ / 31 \Omega^{-1}} = 3 / 2 \Omega$$

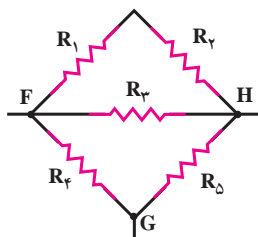
اکنون می‌توانیم جریان عبوری از مقاومت معادل را محاسبه کنیم :

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{1 / 2 \times 1 \circ^2 V}{3 / 2 \Omega} = 38 A$$

این جریان بزرگ‌تر از بیشینه جریانی است که مدار قادر به تحمل آن است. بنابراین فیوز خواهد پرید.

به نظر شما آیا منطقی است این فیوز ۲۵A را با فیوزی ۴۵A جایگزین کنیم تا مدار قطع نشود؟

مثال ۱۲-۲



شکل روبه‌رو پنج مقاومت ۵/۰۰ اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل بین نقطه‌های (الف)

F و H و (ب) F و G را بیابید.

پاسخ: الف) مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها خود با مقاومت R_3 موازی است. همین‌طور مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها با مقاومت R_6 سه مقاومت بالا موازی است. بنابراین، برای مقاومت معادل کل مدار بین نقطه‌های F و H داریم :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{5 / \circ \circ \Omega + 5 / \circ \circ \Omega} + \frac{1}{5 / \circ \circ \Omega} + \frac{1}{5 / \circ \circ \Omega + 5 / \circ \circ \Omega} \\ &= \frac{2}{5 / \circ \circ \Omega} = \circ / 4 \circ \circ \Omega^{-1} \end{aligned}$$

در نتیجه

$$R_{eq} = \frac{1}{\circ / 4 \circ \circ \Omega^{-1}} = 2 / 5 \circ \Omega$$

ب) اکنون همچون قسمت الف، R_1 و R_2 متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها نیز با R_3 موازی است؛ ولی در اینجا مقاومت معادل

این سه مقاومت با مقاومت R_6 متوالی و مقاومت معادل کل آنها با مقاومت R_4 موازی است. بنابراین برای مقاومت معادل کل داریم :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{1235}} \quad (1)$$

که در آن R_{1235} خود برابر است با

$$R_{1235} = R_{123} + R_5 \quad (2)$$

و R_{123} خود از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{5 / \circ \circ \Omega + 5 / \circ \circ \Omega} + \frac{1}{5 / \circ \circ \Omega} = \frac{3}{1 \circ / \circ \circ \Omega}$$

در نتیجه

$$R_{123} = \frac{1 \circ / \circ \circ}{3} \Omega = 3 / 33 \Omega$$

اکنون با استفاده از رابطه (۲) داریم :

$$R_{1235} = 3 / 33 \Omega + 5 / 0 \Omega = 8 / 33 \Omega$$

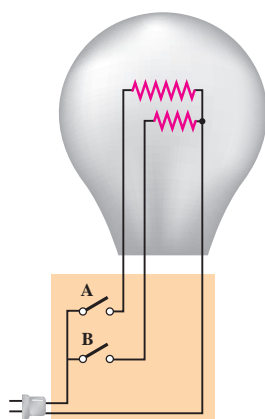
که با قرار دادن در رابطه (۱)، R_{eq} را چنین به دست می دهد :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{5 / 0 \Omega} + \frac{1}{8 / 33 \Omega} = 0 / 32 \Omega^{-1}$$

و در نتیجه

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{0 / 32 \Omega^{-1}} = 3 / 12 \Omega$$

مثال ۱۳-۲



یک لامپ سه راهه $220V$ که دو رشته فیلامان دارد مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ به ترتیب $50W$ و $150W$ است. مقاومت هریک از رشته ها را بیابید.

پاسخ: همان طور که می دانیم توان الکتریکی مصرفی از رابطه $P = V^2/R$ به دست می آید. بنابراین، بیشترین توان مربوط به کمترین مقاومت و کمترین توان مربوط به بیشترین مقاومت است. در بستن موازی مقاومت ها دیدیم مقاومت معادل کوچک تر از هریک از مقاومت ها است. بنابراین، بیشترین توان مربوط به وقتی است که کلیدهای a و b هر دو بسته اند؛ یعنی :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

که در آن R_1 و R_2 مقاومت های دو رشته فیلامان هستند. بنابراین، برای مقاومت معادل داریم :

$$R_{eq} = R_{min} = \frac{V^2}{P_{max}} = \frac{(220V)^2}{150W} = 323 \Omega$$

از طرفی کمترین توان مربوط به وقتی است که کلید مربوط به فیلامان با مقاومت بیشتر بسته شده است. اگر این مقاومت را

با R_1 نمایش دهیم، داریم :

$$R_1 = R_{max} = \frac{V^2}{P_{min}} = \frac{(220V)^2}{50W} = 968 \Omega$$

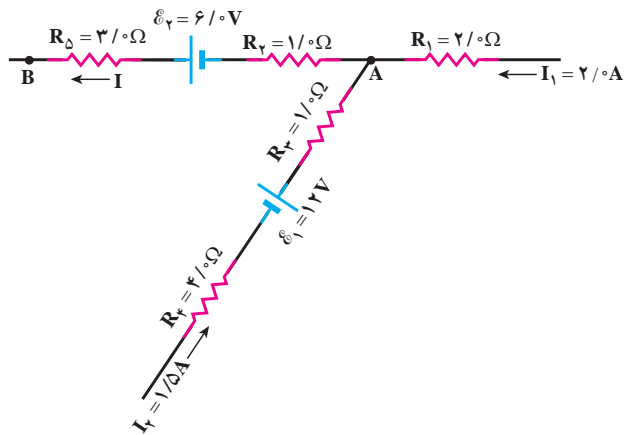
بنابراین، مقاومت مجهول R_2 از رابطه زیر به دست می آید :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{eq}} - \frac{1}{R_1} = \frac{1}{323 \Omega} - \frac{1}{968 \Omega} = 2 / 06 \times 10^{-3} \Omega^{-1}$$

در نتیجه

$$R_2 = \frac{1}{2 / 06 \times 10^{-3} \Omega^{-1}} = 485 \Omega$$

مثال ۱۴-۲



شکل روبه‌رو قسمتی از یک مدار را نشان می‌دهد.
 $V_A - V_B$ را محاسبه کنید.

پاسخ: با استفاده از قانون انشعاب در نقطه A داریم:

$$I = I_1 + I_\gamma = 2/0 \text{ A} + 1/0 \text{ A} = 3/0 \text{ A}$$

از طرفی برای با حرکت در جهت جریان I از نقطه A به B داریم:

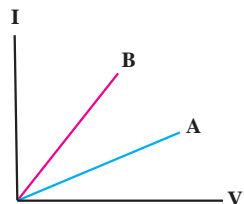
$$V_A - IR_\gamma + E_\gamma - IR_D = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = I(R_\gamma + R_D) - E_\gamma$$

$$= (3/0 \text{ A})(1/0 \Omega + 3/0 \Omega) - 6/0 \text{ V} = 8/0 \text{ V}$$

پرسش‌ها

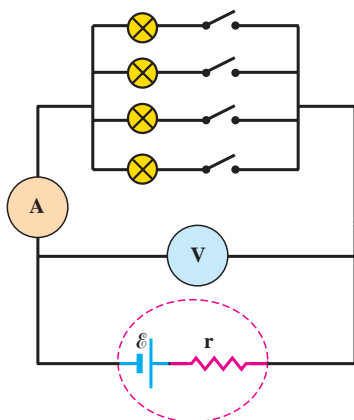
- ۱ ولت‌سنج مناسب برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل در یک مدار چه ویژگی‌ای باید داشته باشد؟ اگر ولت‌سنج مناسب نباشد، آنچه اندازه‌گیری می‌شود با اندازه واقعی چه تفاوتی دارد؟ پرسش بالا را در مورد آمپرسنج مناسب هم بررسی کنید.
- ۲ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خودروهای سواری برابر ۱۲ ولت است. اگر هشت باتری قلمی ۱/۵ ولتی را به طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه آنها نیز برابر ۱۲ ولت می‌شود. توضیح دهید چرا در خودروها به جای باتری خودرو از هشت باتری قلمی استفاده نمی‌شود.



- ۳ شکل روبه‌رو نمودار $I-V$ را برای دو نوع رسانا نشان می‌دهد. مقاومت کدام یک بیشتر است؟

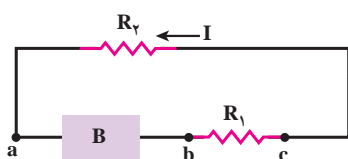
- ۴ برای مدار شکل ۱۹-۲، نمودار تغییرات ولتاژ دوسر مولد را برحسب جریانی که از آن می‌گذرد به طور کیفی رسم کنید.

- ۵ لامپ‌های یک درخت زینتی، به طور متوالی متصل شده‌اند. اگر یکی از لامپ‌ها بسوزد، چه اتفاقی می‌افتد؟ به نظر شما چرا همه چراغ‌های خودرو (چراغ‌های جلو، عقب و ...) به طور موازی بسته می‌شوند؟

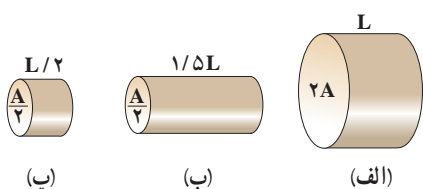


- ۶ در شکل روبه‌رو، تعدادی لامپ مشابه به طور موازی به هم متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. بررسی کنید که با بستن کلیدها یکی پس از دیگری، عددی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، چه تغییری می‌کند؟

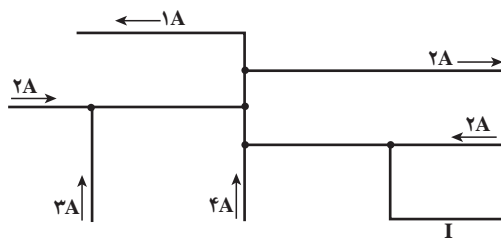
- ۷ دو مقاومت مساوی R را یک‌بار به طور متوالی و بار دیگر به طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و آنها را هر بار به ولتاژ V وصل می‌کنیم. نسبت توان مصرف شده در حالت موازی به توان مصرف شده در حالت متوالی چقدر است؟



- ۸ شکل روبه‌رو جریان I را در یک مدار تک حلقه‌ای با باتری B و مقاومت‌های R_1 و R_2 (و سیم‌هایی با مقاومت ناچیز) نشان می‌دهد. الف) آیا جهت پیکان نیروی محرکه در B به سمت چپ است یا به سمت راست؟ در نقاط a ، b و c ، ب) بزرگی جریان، پ) پتانسیل الکتریکی و ت) انرژی پتانسیل الکتریکی حامل‌های بار مثبت را به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

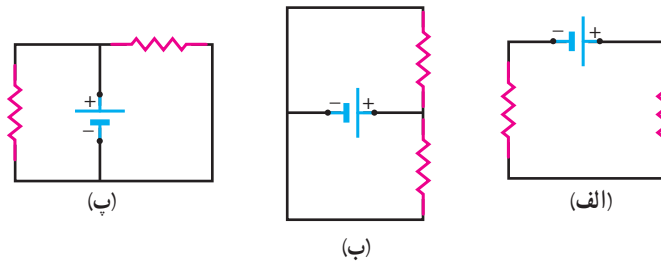


- ۹ شکل روبه‌رو، سه رسانای مسی استوانه‌ای را همراه با مساحت‌های مقطع و طول آنها نشان می‌دهد. این رساناها را برحسب جریانی که با اعمال اختلاف پتانسیل V یکسانی به دوسر آنها ایجاد می‌شود به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



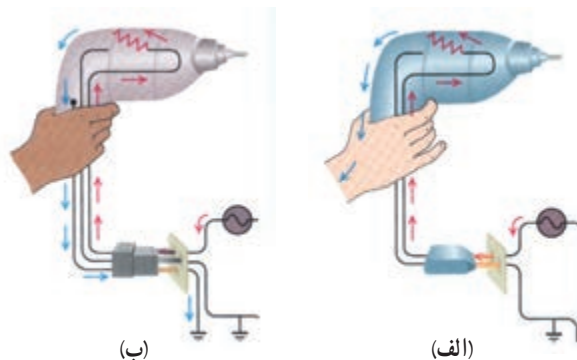
۱۰ شکل روبه‌رو بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست چیست؟

۱۱ در شکل‌های زیر، آیا مقاومت‌ها به‌طور متوالی بسته شده‌اند یا موازی و یا هیچ کدام؟

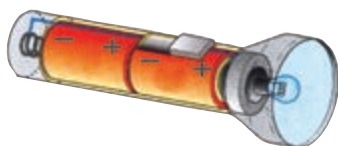


۱۲ چرا وقتی باتری خودرو فرسوده می‌شود، با آنکه تغییر محسوسی در نیروی محرکه آن ایجاد نشده است، نمی‌تواند به راحتی خودرو را روشن کند؟

* ۱۳ بررسی کنید اگر مت‌برقی (دریل) معیوب شکل‌های زیر را با دوشاخه (شکل الف) یا سه‌شاخه (شکل ب) به پریز وصل کنیم، چه رخ می‌دهد؟ (نماد \perp اتصال به زمین را نشان می‌دهد که به آن پتانسیل صفر را اختصاص می‌دهند.)



مسئله‌ها



۱ لامپ یک چراغ قوه معمولی در 3°C و $2/9\text{V}$ کار می‌کند. اگر مقاومت رشته تنگستنی این لامپ در دمای اتاق (2°C) برابر $1/1\ \Omega$ باشد، دمای این رشته وقتی که لامپ روشن است، چقدر می‌شود؟

۲ دو رسانا از یک ماده ساخته شده‌اند و طول یکسانی دارند. رسانای A سیم توپری به قطر $1/0\text{ mm}$ است. رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی $2/0\text{ mm}$ و شعاع داخلی $1/0\text{ mm}$ است. مقاومت رسانای A چند برابر مقاومت رسانای B است؟ (مقاومت‌ها نسبت به دوسر رساناها اندازه‌گیری شده‌اند.)



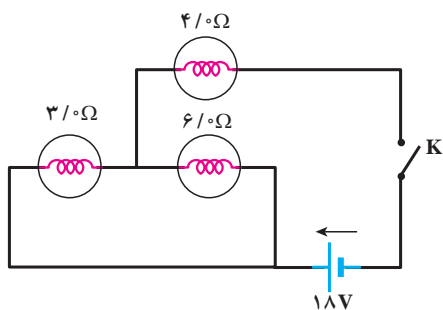
۳ در ماشین‌های چمن‌زنی برقی برای مسافت‌های حداکثر تا ۳۵ m از سیم‌های مسی نمرة ۲۰ (قطر ۰/۸ cm) و برای مسافت‌های طولانی‌تر از سیم‌های ضخیم‌تر نمرة ۱۶ (قطر ۰/۱۳ cm) استفاده می‌کنند تا بدین وسیله مقاومت سیم را تا آنجا که ممکن است کوچک نگه دارند. الف) مقاومت یک سیم ۳۰ متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ ب) مقاومت یک سیم ۷۰ متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ (دمای سیم‌ها را 20°C در نظر بگیرید.)

۴ سه مقاومت مشابه ۱۲ اهمی را یک‌بار به‌طور متوالی و بار دیگر به‌طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و به اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت وصل می‌کنیم. در هر بار، چه جریانی از هر مقاومت می‌گذرد؟

۵ دو مقاومت موازی ۶/۰ اهمی و ۱۲ اهمی به‌طور متوالی به یک مقاومت ۲/۰ اهمی وصل شده است. اکنون، مدار را به دو سر یک باتری ۳۶ ولتی با مقاومت داخلی ناچیز می‌بندیم. توان مصرفی در مقاومت ۶/۰ اهمی را محاسبه کنید.

۶ از مقاومت‌های موازی $4/0\Omega$ ، $6/0\Omega$ و 12Ω جریان کل ۲۱ A عبور می‌کند. جریان عبوری از مقاومت $6/0\Omega$ چقدر است؟

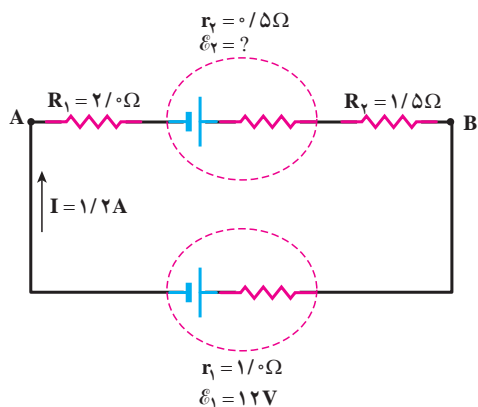
۷ در شکل زیر، وقتی کلید بسته شود چه جریانی از هر لامپ می‌گذرد؟ (مقاومت داخلی منبع، ناچیز است.)



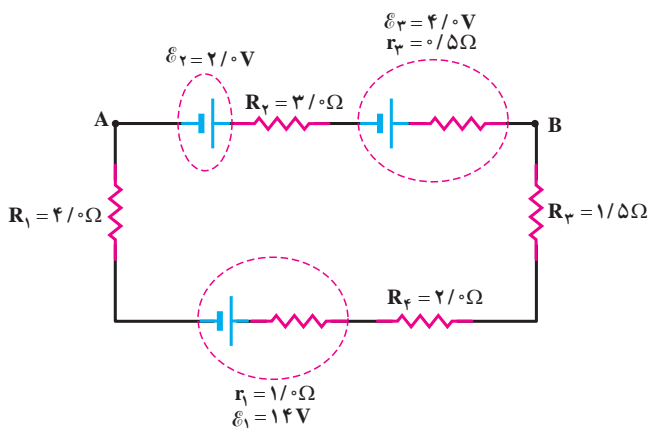
۸ در مدار شکل روبه‌رو جریان در جهت نشان‌داده شده ۱/۲ A است.

الف) نیروی محرکه \mathcal{E}_1 و $V_A - V_B$ چقدر است؟

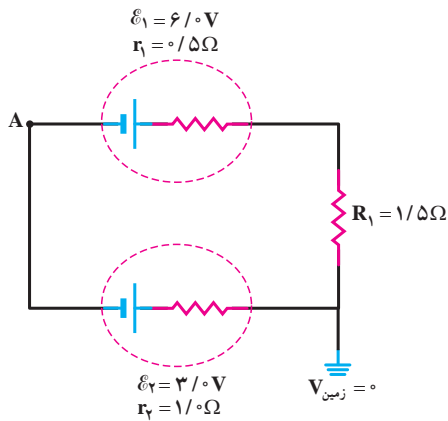
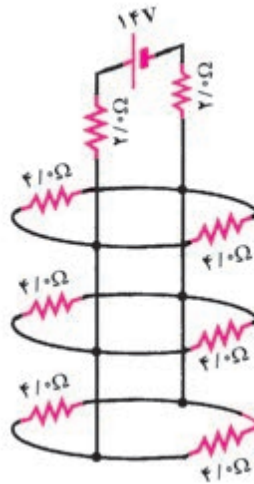
ب) انرژی مصرف شده در R_1 و R_2 در مدت ۵ ثانیه چقدر است؟



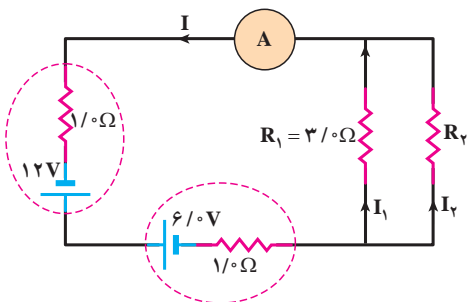
۹ در مدار شکل روبه‌رو جریان در مدار و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را محاسبه کنید.



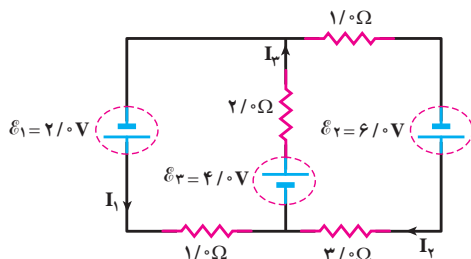
۱۰ جریانی که از منبع نیروی محرکه آرمانی و هر یک از مقاومت‌های شکل زیر می‌گذرد، چقدر است؟



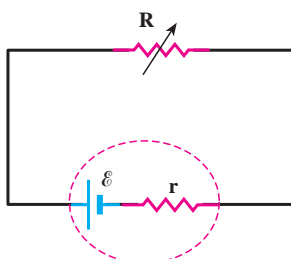
۱۱ در شکل روبه‌رو پتانسیل نقطه A را محاسبه کنید. (نماد \equiv اتصال به زمین را نشان می‌دهد که به آن پتانسیل $V_{\text{زمین}} = 0$ را اختصاص می‌دهند.)



۱۲ جریانی که آمپرسنج در مدار شکل روبه‌رو نشان می‌دهد، برابر $2/0 \text{ A}$ است. الف) مقاومت R_2 ، و ب) توان مصرفی هر یک از دو مقاومت را حساب کنید.



۱۳ در مدار شکل روبه‌رو جریان I_1 چند آمپر است؟



۱۴ در شکل روبه‌رو نیروی محرکه الکتریکی و مقاومت داخلی منبع را که توان خروجی آن به ازای $I_1 = 5/0 \text{ A}$ برابر $9/5 \text{ W}$ و به ازای $I_2 = 7/0 \text{ A}$ برابر $12/6 \text{ W}$ است، محاسبه کنید.