فصل دوم: محاسبات حرکت

یکاهای اندازه‌گیری زمان

حرکت

حرکت دایره ای

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ یکای اندازه‌گیری زمان را بیان کند.

۲ــ تبدیلات مربوط به یکای اندازه‌گیری زمان را انجام دهد.

۳ــ تفاوت حرکت مستقیم و دایره‌ای یکنواخت را بیان کند.

۴ــ حرکت را تعریف کند.

۵ــ سرعت را تعریف کند.

۶ــ روابط سرعت خطی یکنواخت را بیان کند.

۷ــ یکای سرعت در سیستم SI را شرح دهد.

۸ــ تبدیلات مربوط به یکاهای سرعت را انجام دهد.

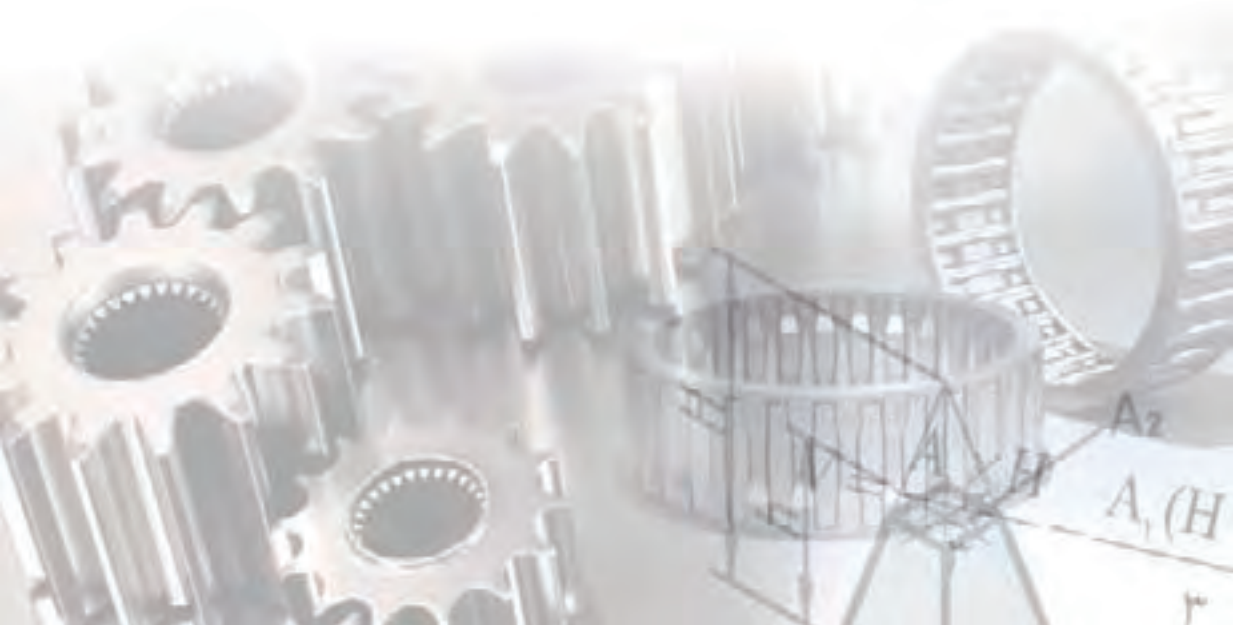
۹ــ سرعت یک محرک را محاسبه کند.

۱۰ــ زمان لازم برای مسافت پیموده شدهٔ یک جسم محرک را محاسبه کند.

۱۱ــ مسافت پیموده‌شده یک جسم محرک را محاسبه کند.

۱۲ــ حرکت دورانی یکنواخت را شرح دهد.

۱۳ــ سرعت محیطی یک جسم دوار را محاسبه کند.



یکای اندازه‌گیری زمان

یکای زمان در سیستم SI، ثانیه است و آن را با نماد s یا sec نشان می‌دهند. ثانیه مدت زمانی است که اتم سزیم ـ ۱۳۳ در حالت پایه ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ بار نوسان می‌کند.

مطالعه آزاد

کوتاه‌ترین زمان

محققان با استفاده از فناوری زمان‌سنجی بسیار کوتاه، پالس‌هایی از پرتوهای لیزری نزدیک به مادون قرمز را به اتم خنثی نئون تاباندند. اتم‌ها به صورت همزمان تحت تأثیر پرتوهای فرابنفش شدیدی به مدت ۱۸۰ آتوثانیه ($۱۰^{-۱۸}$ s) قرار گرفتند و الکترون‌ها را از مدارهای اتمی خود آزاد کردند. سپس زمان خروج الکترون‌های برانگیخته از اتم ثبت شد. دانشمندان دریافتند الکترون‌ها در مدارهای اتمی متفاوت که به صورت همزمان برانگیخته شده‌اند اتم را در زمانی کوتاه اما قابل محاسبه و برابر ۲۰ آتوثانیه ($۱۰^{-۱۸}$s) ترک می‌کنند.

یک آتوثانیه برابر یک میلیارد میلیاردم یک ثانیه است.

دانشمندان بر این باورند دورهٔ زمانی ۲۰ آتوثانیه‌ای برای خروج الکترون‌ها کوتاه‌ترین مدت زمانی است که تا به حال به صورت مستقیم اندازه‌گیری شده است.

یک محدوده زمانی به نام «ابعاد پلانک» وجود دارد که حتی آتوثانیه نیز در برابر آن مانند میلیون‌ها سال است. زمان پلانک یعنی کوچک‌ترین یکا زمانی که معنای فیزیکی دارد، این مقدار کوچک‌تر از یک تریلیون تریلیونم آتوثانیه است. دوره زمانی‌ای که تصور آن کاملاً ناممکن است.

همان‌طور که ذکر شد ثانیه یکای اصلی زمان در سیستم SI است. یکاهای دیگر مانند دقیقه، ساعت، و روز به صورت ضریب‌هایی از این ثانیه‌اند.

۱ دقیقه ۶۰ ثانیه است و آن را با min نشان می‌دهند.

$1\,min = 60\,s$

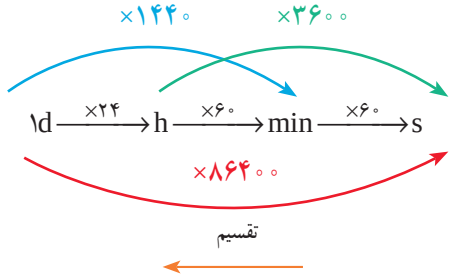
۱ ساعت ۶۰ دقیقه است و آن را با h نشان می‌دهند.

$1h=60min=3600s$

۱ شبانه روز ۲۴ ساعت است و آن را با d نمایش می‌دهند. بنابراین :

$1d=24h=1440min=86400s$

تبدیل اجزای زمان



توجه : برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

تمرین نمونه ۱ : زمان ۴ ساعت و ۱۸ دقیقه و ۱۲ ثانیه را برحسب یکاهای زیر به‌دست آورید.

الف) چند ثانیه ب) چند دقیقه ج) چند ساعت

ب)

$$\begin{aligned} 4h &= 4\times60=240min \\ +\ 18min & \\ +\ 12s &= 12\div60=0/2min \\ \hline = \quad & 258/2min \end{aligned}$$

الف)

$$\begin{aligned} 4h &= 4\times3600=14400s \\ +\ 18min &= 18\times60=1080s \\ +\ 12s & \\ \hline = \quad & 15492s \end{aligned}$$

ج)

$$\begin{aligned} & 4h \\ +\ 18min &= 18\div60=0/3h \\ +\ 12s &= 12\div3600=0/0033h \\ \hline = \quad & 4/3033h \end{aligned}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ زمان‌های داده شده را برحسب ساعت بنویسید.

۱h , ۳۸ min	.....
۵h , ۲۰ min , ۳۶ s	.....
۴۶ min	.....
۶۱۲۰ s	.....

۲ــ زمان‌های جدول زیر را برحسب دقیقه به‌دست آورید.

۱h , ۲ min , ۳۷ s	.....
۳۰ min , ۲۵ s	.....
۱۰h , ۳۲ min	.....
۲۶۲۰ s	.....

۳ــ یک دستگاه CNC فرز در هر ۳ ساعت و ۲۲ دقیقه و ۴۵ ثانیه تعداد ۲۶ قطعه تولید می‌کند زمان ساخت یک قطعه را بر حسب دقیقه و ثانیه به‌دست آورید.

۴ــ مقادیر خواسته شده زیر را به‌دست آورید.

A	B	A+B	A−B
۳h , ۳۲ min , ۴۰ s	۱h , ۱۲ min , ۵۳ s		
۷h , ۵ min , ۳۴ s	۲h , ۴۲ min , ۸ s		

۵ــ دوچرخه‌سواری در یک پیست یک دور را در زمان متوسط ۱/۴۸ min طی می‌کند. مقدار زمان لازم برای طی ۱۲ دور را بر حسب دقیقه و ثانیه به‌دست آورید.

۶ــ در شکل‌های زیر اختلاف زمان بین ساعت‌ها را برحسب موارد زیر به‌دست آورید.

الف) برحسب ساعت، دقیقه و ثانیه

ب) برحسب دقیقه

ج) برحسب ثانیه

ب) الف)

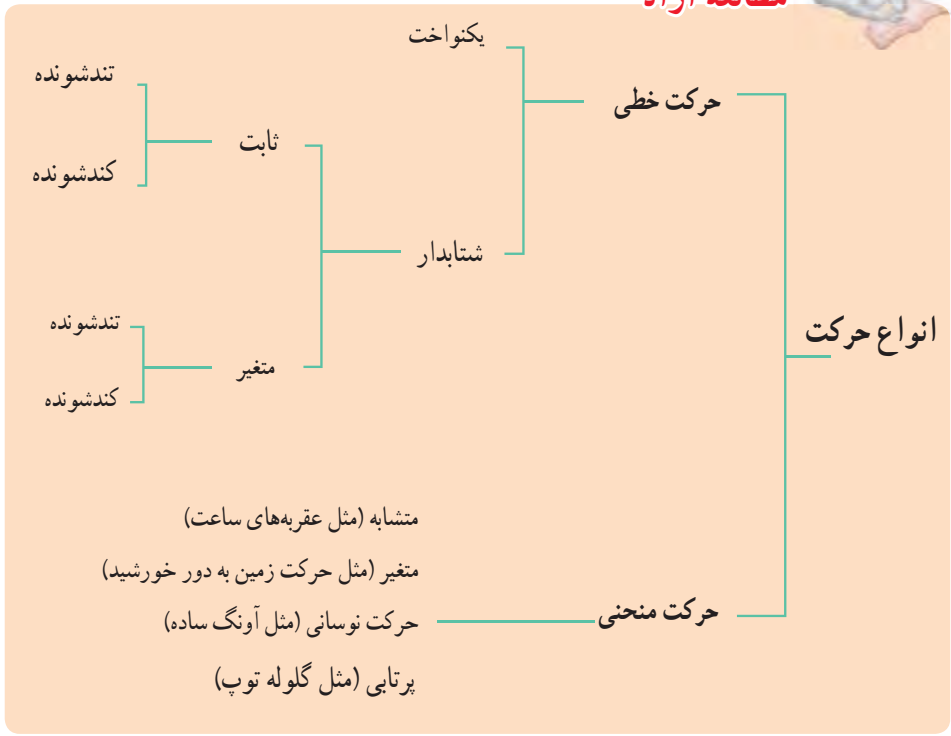
حرکت

حرکت یکی از آشناترین پدیده‌ها برای بشر از بدو تولد است، انسان از بدو تولد چشم به دنیایی می‌گشاید که حرکت لازمه آن و اجتناب از آن ناممکن است. اولین چیزی که حس می‌کند حرکت صورت و دستان کسانی است که انتظار ورودش به جهانی نو را می‌کشند. اجسام بسیاری در اطراف ما در حال حرکت‌اند. اجسامی به بزرگی کهکشان‌ها و اجسام بسیار کوچکی مانند ذره‌های گرد و غبار. حتی اجسامی که به نظر ساکن می‌آیند اتم‌های آن پیوسته در حال ارتعاش و حرکت‌اند.

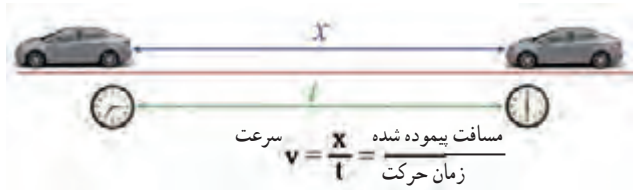
حرکت عملی است که با آن جسمی از مکانی به مکانی دیگر عبور می‌کند.

به عبارت دیگر هرگاه محل استقرار جسم تغییر کند، می‌گوییم آن جسم حرکت کرده است.
حرکت انواع مختلفی دارد که می‌توان با مقایسه جهت و سرعت حرکت‌های مختلف، آنها را از هم تفکیک کرد.

مطالعه آزاد



سرعت : سرعت عامل مهمی برای سنجش و ارزیابی حرکت است. در حقیقت مقدار سرعت و تغییر آن است که نوع حرکت را مشخص می‌کند. سرعت از تقسیم مسافت پیموده شده بر زمان حرکت به‌دست می‌آید (شکل ۱ــ۲).



شکل ۱ــ۲

حرکت خطی یکنواخت : در حرکت خطی یکنواخت مقدار سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای با هم برابر است و به حرکتی گفته می‌شود که در آن همواره سرعت متحرک دارای اندازه و جهت ثابت است. در این حرکت، جابه‌جایی متحرک در زمان‌های مساوی باهم برابر است.

v = سرعت $(\frac{m}{s})$

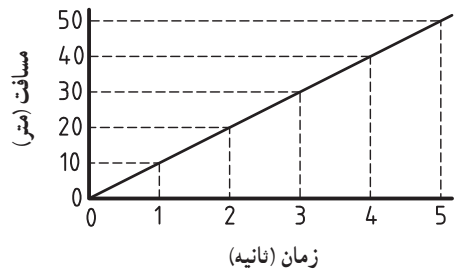
x = مسافت پیموده شده (m)

t = زمان (s)

$$\text{سرعت} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان حرکت}}$$

$$v = \frac{x}{t}$$

شیب نمودار مکان نسبت به زمان در حرکت خطی یکنواخت همواره ثابت است و مقدار آن برابر با سرعت متحرک می‌باشد (شکل ۲ــ۲).



شکل ۲ــ۲

یکای سرعت در سیستم SI

یکای سرعت در سیستم SI متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$) است و آن سرعت متحرکی است که در هر ثانیه مسافتی برابر یک متر را طی می‌کند.

سرعت می‌تواند دارای یکاهای دیگری نیز باشد. به‌طور مثال یکاهای سرعت برحسب نیاز در جدول ۱ــ۲ ارائه شده است.

جدول ۱ــ۲ یکاهای سرعت در سیستم SI

$\frac{km}{h}$	وسایل نقلیه
$\frac{m}{s}$	سرعت محیطی، سرعت صوت، سرعت برش در سنگ‌زنی
$\frac{mm}{min}$	سرعت پیشروی در وسایل براده‌برداری مثل فرزکاری، سنگ‌زنی
$\frac{m}{min}$	سرعت برش در تراش‌کاری، صفحه تراش، فرزکاری، سوراخ‌کاری، سرعت در جرثقیل‌ها
$\frac{cm}{s}$	سرعت نوار در نوارهای صدا و مغناطیسی

تبدیل یکاهای سرعت

$\frac{m}{s} \underset{\div}{\overset{\times ۳/۶}{\rightleftarrows}} \frac{km}{h}$ $\quad$ $\frac{m}{s} \underset{\div}{\overset{\times ۳۶۰۰}{\rightleftarrows}} \frac{m}{h}$ $\quad$ $\frac{m}{s} \underset{\div}{\overset{\times ۶۰}{\rightleftarrows}} \frac{m}{min}$

مطالعه آزاد

برای تبدیل یکاهای کسری به یکدیگر ابتدا ضرایب تبدیل در صورت و مخرج را به طور جداگانه نوشته و از حاصل تقسیم آنها مقدار نهایی ضریب تبدیل را به‌دست می‌آوریم.

به‌طور مثال:

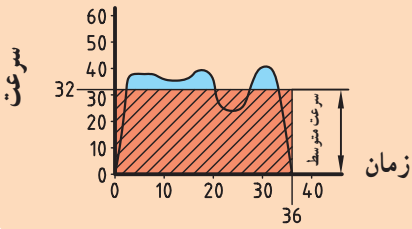
$$\frac{m}{s} \times \frac{\frac{۱}{۱۰۰۰}}{\frac{۱}{۳۶۰۰}} \rightarrow \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s} \times \frac{۳۶۰۰}{۱۰۰۰} \rightarrow \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s} \xrightarrow{\times ۳/۶} \frac{km}{h}$$

$$\frac{m}{s} \times \frac{۱}{\frac{۱}{۶۰}} \rightarrow \frac{m}{min} \rightarrow \frac{m}{s} \xrightarrow{\times ۶۰} \frac{m}{min}$$

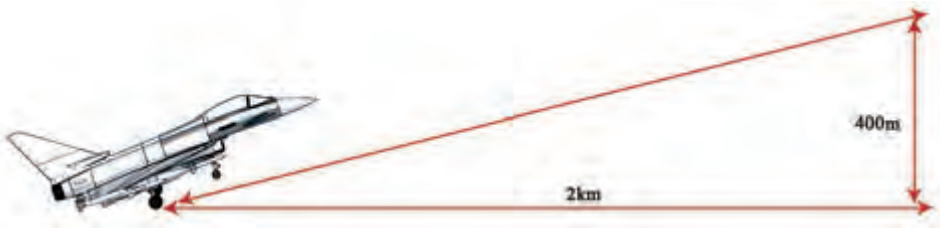
مطالعه آزاد

سرعت خطی غیر یکنواخت

طبق قوانین نیوتن برای حفظ سرعت ثابت باید برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم صفر باشد تا جسم بتواند با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد که این معمولاً به دلیل تغییر شرایط محیطی جسم امکان پذیر نیست. به‌طور مثال سرعت باد یکی از مهمترین عوامل بیرونی در حرکت اتومبیل است که تأثیر مستقیمی بر روی حرکت خودرو می‌گذارد و همچنین در صورتی‌که مخلوط مواد تشکیل دهنده آسفالت کف جاده در طول مسیر یکنواخت نباشد ضرایب اصطکاک در طول مسیر متفاوت بوده و بر روی نیروی مقاوم اصطکاک و در نتیجه سرعت اتومبیل تأثیر گذار است. از این جهت اغلب حرکت‌ها دارای سرعت غیر یکنواخت است. در نتیجه سرعت میانگین یا متوسط در محاسبه مورد استفاده قرار می‌گیرد.



تمرین نمونه ۱ : در صورتی‌که هواپیمای جنگی زیر در طول ۲ کیلومتر به اندازهٔ ۴۰۰ متر اوج بگیرد و کل این فاصله را در زمان ۱۷ ثانیه بپیماید سرعت هواپیما را برحسب $\frac{km}{h}$ حساب کنید (شکل ۳ــ۲).



شکل ۳ــ۲

$$2km = 2000m$$

$$x = \sqrt{400^2 + 2000^2} \simeq 2040m$$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{2040}{17} = 120\frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3/6} 432\frac{km}{h}$$

تمرین نمونه ۲ : اتومبیلی با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر بر ساعت در حرکت است . مسافتی را که این اتومبیل در زمان ۱۴۰ ثانیه طی می‌کند چند متر است؟

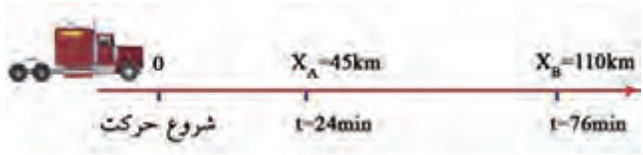
$$۶۰\frac{km}{h}\xrightarrow{\div ۳/۶}۱۶/۶۶\frac{m}{s}$$

$$v=\frac{x}{t}\rightarrow x=v.t\rightarrow x=۱۶/۶۶\times ۱۴۰=۲۳۳۲/۴\,m$$

تمرین نمونه ۳ : شناگری طول یک استخر ۵۵ متری را در ۴۵ ثانیه طی می‌کند. سرعت شناگر چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$v=\frac{x}{t}\rightarrow v=\frac{۵۵}{۴۵}=۱/۲۲\frac{m}{s}$$

تمرین نمونه ۴ : کامیونی با سرعت ثابت از نقطهٔ O شروع به حرکت می‌کند. در صورتی‌که در فاصلهٔ ۴۵ کیلومتری از شروع حرکت ۲۴ دقیقه گذشته باشد و در فاصلهٔ ۱۱۰ کیلومتری از مبدأ حرکت، زمان ۷۶ min سپری شده باشد، سرعت در فاصله بین OA و AB را حساب کنید (شکل ۴ــ۲).



شکل ۴ــ۲

سرعت بین مکان O و A

$$X_{OA}=۴۵km \qquad t_{OA}=۲۴min=۰/۴\,h$$

$$v_{OA}=\frac{x}{t}=\frac{۴۵}{۰/۴}=۱۱۲/۵\frac{km}{h}$$

سرعت بین مکان A و B

$$X_{AB}=۱۱۰-۴۵=۶۵km \qquad t_{AB}=۷۶-۲۴=۵۲min=۰/۸۶۶\,h$$

$$v_{AB}=\frac{x}{t}=\frac{۶۵}{۰/۸۶۶}=۷۵\frac{km}{h}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ در تله‌کابین شکل زیر در صورتی‌که کابین‌ها با سرعت ثابت ۳ متر بر ثانیه حرکت کنند و مسیر حرکت این کابین‌ها ۲۱۰۰ متر باشد موارد زیر را محاسبه کنید.

الف) مدت زمان رسیدن کابین‌ها به بالای کوه را برحسب دقیقه به‌دست آورید.

ب) در صورتی‌که زاویه کابل‌ها با سطح افق ۵۰ درجه باشد سرعت افقی چند $\frac{m}{s}$ است؟

ج) سرعت عمودی این کابین‌ها چند $\frac{m}{s}$ است؟

۲ــ سرعت آسانسور ساختمانی ۱۰۸ متر بر دقیقه است در زمان ۹ ثانیه چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

۳ــ جک هیدرولیکی تعمیرگاهی در زمان ۹ ثانیه اتومبیلی را به ارتفاع ۱/۶ متر بالا می‌برد. سرعت پیستون آن را بر حسب متر بر دقیقه به دست آورید.

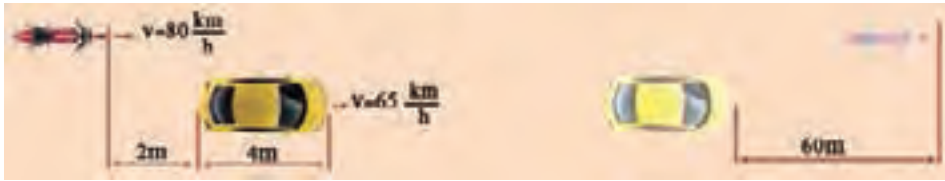
۴ــ دو موتورسوار با سرعت ثابت، همزمان از یک مسیر عبور می‌کنند. در صورتی‌که موتور سوار A با سرعت $۱۲\frac{km}{h}$ و موتورسوار B با سرعت $۲۰\frac{km}{h}$ به حرکت خود ادامه دهند، مطلوب است :

الف) مسافتی که موتور سوار A پس از ۱ ساعت و ۸ دقیقه و ۲۵ ثانیه می‌پیماید چند متر است؟

ب) مسافتی که موتور سوار B پس از ۴۵ دقیقه و ۱۲ ثانیه می‌پیماید چند متر است؟

ج) پس از ۱ ساعت و ۲۵ دقیقه و ۵۰ ثانیه فاصله بین این دو موتورسوار چند متر است؟

۵ــ موتورسواری می‌خواهد از اتومبیلی سبقت بگیرد. حساب کنید در چه زمانی موتورسوار ۶۰ متر جلوتر از اتومبیل قرار خواهد گرفت.



نقطه A نقطه B

حرکت دایره‌ای

دوران : تعداد دوران یعنی یک جسم در واحد زمان چند بار حول محور خود می‌گردد. یکای تعداد دوران $\frac{۱}{s}$ یا $\frac{۱}{min}$ است. $\frac{۱}{s}$ نشان‌دهنده یک دور در هر ثانیه و $\frac{۱}{min}$ نشان‌دهنده یک دور در هر دقیقه است.

سرعت محیطی : وقتی جسمی حول یک محور می‌چرخد هر نقطه از آن دارای سرعت محیطی است، که سرعت محیطی آن بسته به فاصله آن از مرکز دوران متفاوت است.

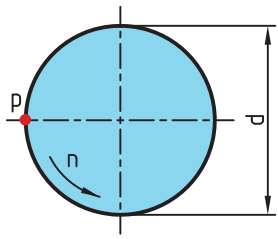
اگر نقطه‌ای مانند p روی دایره‌ای به قطر d حرکت یکنواختی کند، سرعت محیطی آن مقدار مسافتی خواهد بود که نقطه p در واحد زمان طی می‌کند. و مقدار آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید (شکل ۵ــ۲).

$$v = \pi \times d \times n$$

v= سرعت محیطی $(\frac{m}{s})$

d= قطر دوران (m)

n= تعداد دوران $(\frac{۱}{s})$

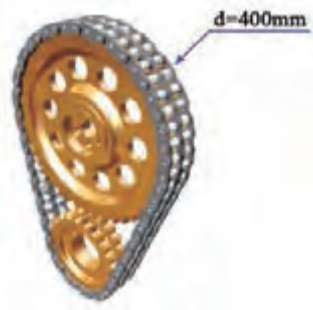


شکل ۵ــ۲

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که سرعت محیطی نقاط مختلف یک جسم دوار به قطر و تعداد دوران آن بستگی دارد، به نحوی که با ثابت ماندن تعداد دوران، نقطه‌ای که به محور چرخش نزدیک‌تر است سرعت محیطی کمتر و نقطه‌ای که از محور چرخش دورتر است دارای سرعت محیطی بیشتری خواهد بود.

توجه : گفتنی است واحد سرعت محیطی در مواردی نیز بر حسب متر بر دقیقه $(\frac{m}{min})$ بیان می‌شود.

تمرین نمونه ۱ : در شکل ۶ــ۲ چرخ زنجیری به قطر $d = ۴۰۰\ mm$ در هر دقیقه ۶۰۰ دور می‌زند، سرعت زنجیر را بر حسب $\frac{m}{s}$ به‌دست آورید. (سرعت زنجیر با سرعت محیطی چرخ زنجیر برابر است).

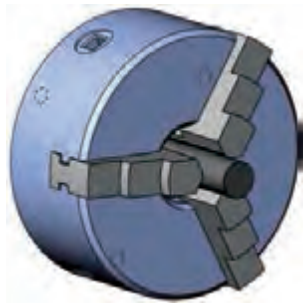


شکل ۶ــ۲

$$n = ۶۰۰\frac{۱}{min} = ۶۰۰ \div ۶۰ = ۱۰\frac{۱}{s} \quad , \quad d = ۴۰۰mm = ۰/۴m$$

$$v = \pi \times d \times n \qquad v = ۳/۱۴ \times ۰/۴ \times ۱۰ = ۱۲/۵۶\frac{m}{s}$$

تمرین نمونه ۲ : در سه نظام شکل ۷ــ۲ قطر قطعه کار ۱۸ میلی‌متر و قطر سه نظام ۲۸ سانتی‌متر است سرعت محیطی قطعه‌کار و سه نظام را در صورتی‌که تعداد دوران ۳۵۵ دور بر دقیقه باشد برحسب $\frac{m}{min}$ و $\frac{m}{s}$ به‌دست آورید.



شکل ۷ــ۲

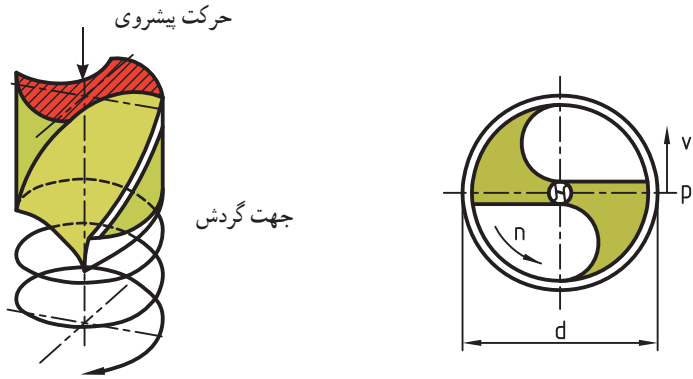
قطر سه نظام $D = ۲۸cm = ۰/۲۸m$, **قطر قطعه** $d = ۱۸mm = ۰/۰۱۸m$

$$v = \pi \times d \times n$$

سرعت محیطی قطعه کار $v = ۳/۱۴ \times ۰/۰۱۸ \times ۳۵۵ = ۲۰/۰۶\frac{m}{min} \xrightarrow{\div ۶۰} ۰/۳۳۴\frac{m}{s}$

سرعت محیطی سه نظام $v = ۳/۱۴ \times ۰/۲۸ \times ۳۵۵ = ۳۱۲/۱۱۶\frac{m}{min} \xrightarrow{\div ۶۰} ۵/۲۰\frac{m}{s}$

سرعت برش : سرعت برش، سرعتی است که با آن عمل براده برداری انجام می‌گیرد. واحد سرعت برش در سوراخ‌کاری متر بر دقیقه $\frac{m}{min}$ و در سنگ‌زنی $\frac{m}{s}$ است (شکل ۸ــ۲).



شکل ۸ــ۲

مطالعه آزاد

سرعت برش در تراشکاری طول مسیر طی شده به‌وسیلهٔ نوک رنده در زمان یک دقیقه است.

به عبارت دیگر طول براده ایجاد شده در یک دقیقه را سرعت برش می‌گویند.

تعیین سرعت برش مناسب به عوامل متعددی از قبیل جنس قطعه کار، جنس ابزار، سطح مقطع براده، مواد خنک‌کننده و نوع ساختمان ماشین بستگی دارد. در صنعت تراشکاری مقدار سرعت برش بر اساس این عوامل انتخاب شده و با توجه به فرمول سرعت برش، مقدار دور سه نظام را مشخص می‌کند.

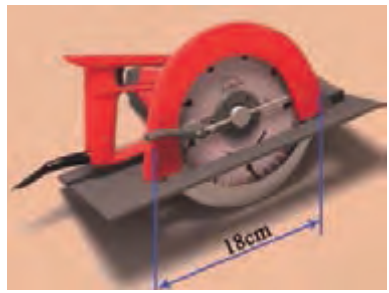
تمرین نمونه ۳ : سوراخی به قطر ۱۲ میلی‌متر توسط مته‌ای ایجاد می‌شود، در صورتی‌که سرعت برش $۳۲ \frac{m}{min}$ باشد تعداد دوران مته را حساب کنید.

$$d = ۱۲mm = ۰/۰۱۲ \qquad v = ۳۲ \frac{m}{min}$$

$$v = \pi \times d \times n \rightarrow ۳۲ = ۳/۱۴ \times ۰/۰۱۲ \times n \rightarrow n = \frac{۳۲}{۳/۱۴ \times ۰/۰۱۲} = ۸۴۹/۲۵ \approx ۸۵۰ \frac{۱}{min}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ در دستگاه برش زیر در صورتی‌که سرعت برش دستگاه $۸\frac{m}{s}$ باشد و قطر تیغه برش ۱۸ سانتی‌متر باشد تعداد دوران تیغه را به‌دست آورید.

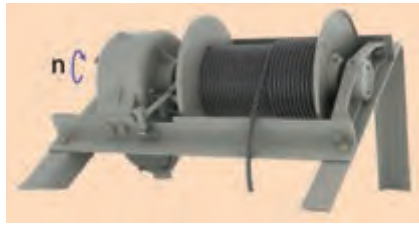


۲ــ در ساعت مطابق شکل زیر در صورتی‌که طول عقربه ثانیه‌شمار آن از محور دوران ۱۲cm باشد و ثانیه شمار حرکت پیوسته و بدون مکث داشته باشد سرعت محیطی نوک عقربه چند $\frac{mm}{h}$ است؟

۳ــ اگر در یک جرثقیل سقفی مطابق شکل قطر قرقره دستگاه ۲۵۰ mm باشد حساب کنید :

الف) با تعداد دوران $۱۸ \frac{۱}{\text{min}}$ کابل فلزی با چه سرعتی بالا می‌رود؟

ب) اگر سرعت لازم برای کابل $۵۵ \frac{\text{m}}{\text{min}}$ باشد تعداد دوران قرقره چقدر خواهد بود؟



۴ــ تراکتور مطابق شکل زیر با سرعت ۴۵ km/h در حال حرکت است در صورتی‌که قطرچرخ جلو ۸۵ cm و قطر چرخ عقب ۱/۴ m باشد تعداد دوران هر چرخ را بر حسب دور بر دقیقه به‌دست آورید.

۵ــ در یک شهر بازی موتورسواری بر روی دیوار مرگ هنرنمایی می‌کند. در صورتی‌که قطر این دیواره ۱۱ متر باشد و موتورسوار در هر دقیقه ۲۳ دور بزند موارد زیر را حساب کنید :

الف) سرعت موتورسوار چند کیلومتر بر ساعت است؟

ب) در صورتی‌که قطر چرخ‌های موتور ۶۸ سانتی‌متر باشد تعداد دوران چرخ‌ها را برحسب دور بر دقیقه به دست آورید.

فصل سوم : انتقال حرکت به وسیله چرخ تسمه

انتقال حرکت به‌وسیلهٔ تسمه تخت

انتقال حرکت با تسمه های ذوزنقه ای

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ انتقال حرکت در چرخ‌تسمه را شرح دهد.

۲ــ روابط انتقال حرکت در چرخ‌تسمه‌ها را شرح دهد.

۳ــ ارتباط قطر چرخ‌تسمه را با تعداد دوران چرخ‌تسمه بیان کند.

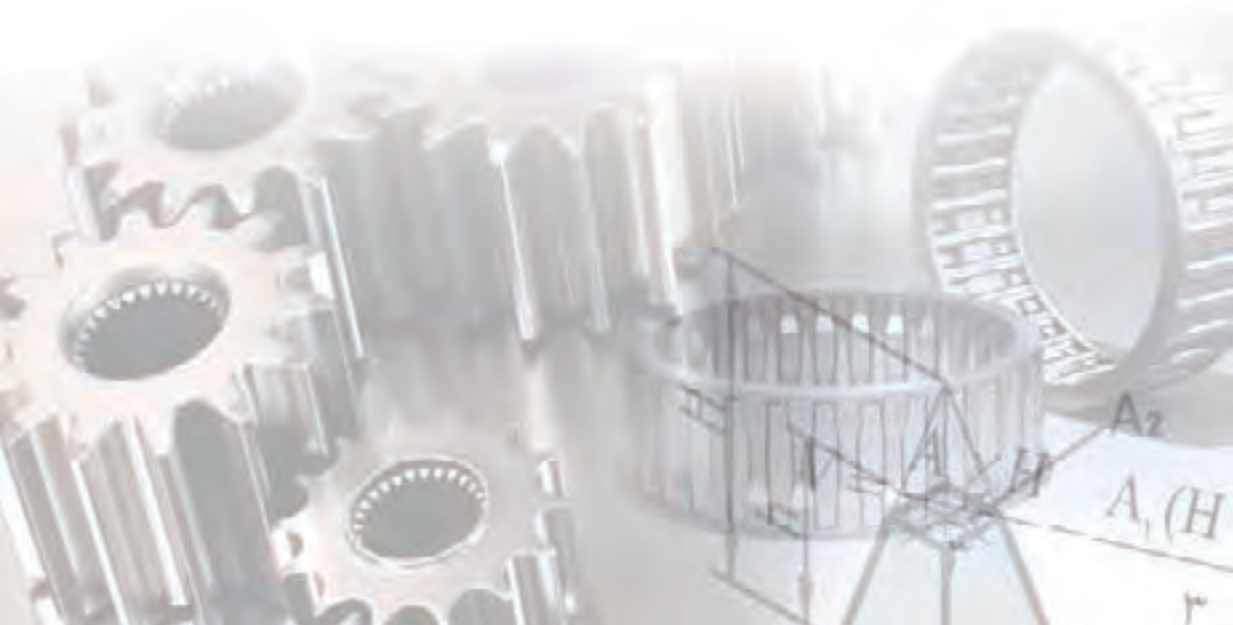
۴ــ تفاوت چرخ‌تسمه تخت و ذوزنقه‌ای را بیان کند.

۵ــ قطر مؤثر در چرخ‌تسمه ذوزنقه‌ای را محاسبه کند.

۶ــ تفاوت چرخ‌تسمه‌های ساده و مرکب را بیان کند.

۷ــ نسبت انتقال را در چرخ‌تسمه ساده محاسبه کند.

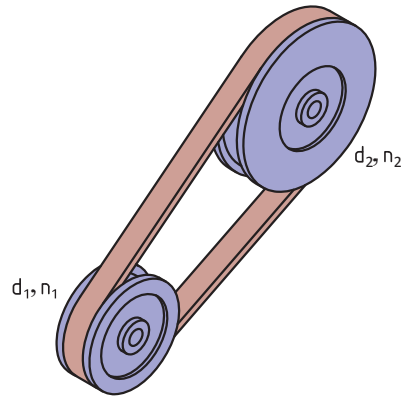
۸ــ نسبت انتقال را در چرخ‌تسمه مرکب محاسبه کند.



انتقال حرکت به‌وسیلهٔ تسمه تخت

از تسمه و چرخ تسمه‌ها برای انتقال حرکت از یک محور محرک به یک محور متحرک که فاصله زیادی از هم داشته و نیروی انتقالی محدودی دارند، استفاده می‌شود. این نوع انتقال حرکت ارزان است و از طریق اصطکاک بین تسمه و چرخ تسمه‌ها به دست می‌آید. انتقال، تغییر تعداد دور و گشتاور از ویژگی‌های این چرخ‌هاست.

نسبت انتقال حرکت ساده : اگر دو چرخ تسمه محرک و متحرک با تسمه‌ای بدون لغزش به همدیگر مرتبط شوند دوران و گشتاور از چرخ محرک به متحرک منتقل شده و بسته به تغییر قطر دو چرخ ، دوران و گشتاور در چرخ متحرک تغییر می‌کند وخواسته‌های طراحی برآورده می‌شود. در این انتقال حرکت، سرعت محیطی چرخ محرک، چرخ متحرک و تسمه مساوی است و محاسبات آن طبق فرمول زیر است : (شکل ۱ــ۳)



شکل ۱ــ۳

$n_۱$ = دوران چرخ محرک

$n_۲$ = دوران چرخ متحرک

$d_۱$ = قطر چرخ محرک

$d_۲$ = قطر چرخ متحرک

$$v_۱ = v_۲$$

$$\pi \times n_۱ \times d_۱ = \pi \times n_۲ \times d_۲$$

$$n_۱ \times d_۱ = n_۲ \times d_۲$$

$$\frac{n_۱}{n_۲} = \frac{d_۲}{d_۱}$$

در روابط بالا نسبت دور چرخ محرک به چرخ متحرک را نسبت انتقال می‌نامند و آن‌را با i نشان می‌دهند.

$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{تعداد دوران چرخ محرک}}{\text{تعداد دوران چرخ متحرک}} \rightarrow i = \frac{n_1}{n_2}$$

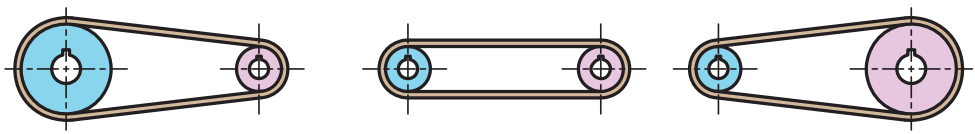
$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{قطر چرخ متحرک}}{\text{قطر چرخ محرک}} \rightarrow i = \frac{d_2}{d_1}$$

نکته

در فرمول بالا نسبت انتقال به دلیل یکی بودن یکای صورت و مخرج کسر بدون یکاست.

در محاسبه نسبت انتقال حرکت باید مقدار کسر ساده شود تا مخرج کسر عدد یک شود. مقدار نسبت انتقال بین محور محرک و متحرک نشان می‌دهد، که تعداد دوران محور متحرک کم، زیاد و یا بدون تغییر می‌گردد. جدول زیر این تغییرات را نشان می‌دهد (شکل ۲ــ۳).

$i>1$	$i=1$	$i<1$
دوران چرخ متحرک کم می‌شود	دوران تغییر نمی‌کند	دوران چرخ متحرک زیاد می‌شود

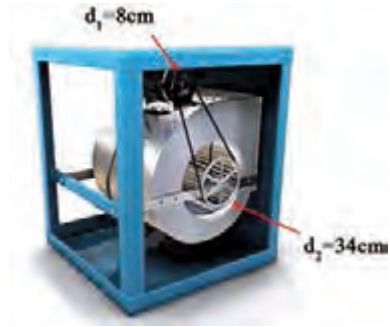


شکل ۲ــ۳

نکته

هر گاه دو چرخ تسمه با یکدیگر مرتبط باشند چرخ کوچک‌تر دوران بیشتری دارد.

تمرین نمونه ۱ : اگر تعداد دوران الکترو موتور ۱۴۲۵ دور در دقیقه باشد و قطر چرخ تسمه (پولی) روی محور موتور و پروانه مطابق شکل ۳ــ۳ باشد.



شکل ۳ــ۳

الف) نسبت انتقال حرکت را به‌دست آورید.

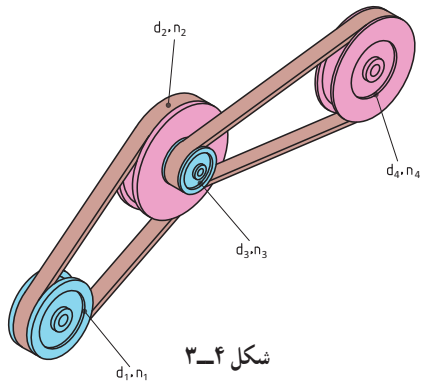
ب) تعداد دوران پروانه کولر را به‌دست آورید.

$$n_1 = ۱۴۲۵ \frac{۱}{min} \qquad d_1 = ۸cm \qquad d_۲ = ۳۴cm$$

الف) $i = \frac{d_۲}{d_1} = \frac{۳۴}{۸} = ۴/۲۵$

ب) $i = \frac{n_1}{n_۲} \rightarrow ۴/۲۵ = \frac{۱۴۲۵}{n_۲} \rightarrow n_۲ = \frac{۱۴۲۵}{۴/۲۵} = ۳۳۵/۳ \frac{۱}{min}$

نسبت انتقال حرکت به‌وسیله چرخ تسمه مرکب : انتقال حرکت مرکب از دو نسبت انتقال حرکت ساده تشکیل می‌شود (شکل ۴ــ۳) :



شکل ۴ــ۳

d_1 و d_3 = قطر چرخ‌های محرک
d_2 و d_4 = قطر چرخ‌های متحرک
n_a = تعداد دوران اولین چرخ محرک
i_1 = نسبت انتقال بین چرخ تسمه ۱ و ۲
i_2 = نسبت انتقال بین چرخ تسمه ۳ و ۴

n_1 و n_3 = تعداد دوران چرخ‌های محرک
n_2 و n_4 = تعداد دوران چرخ‌های متحرک
n_e = تعداد دوران آخرین چرخ متحرک
i = نسبت انتقال کلی

$$i = i_1 \times i_2$$

$$i_1 = \frac{d_2}{d_1} \quad , \quad i_2 = \frac{d_4}{d_3} \rightarrow i = \frac{d_2 \times d_4}{d_1 \times d_3}$$

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} \quad , \quad i_2 = \frac{n_3}{n_4} \rightarrow i = \frac{n_1 \times n_3}{n_2 \times n_4}$$

با توجه به اینکه چرخ تسمه ۲ و ۳ هم‌محور هستند و هر دو با تعداد دوران برابر می‌چرخند می‌توان آنها را از صورت و مخرج حذف کرد، بنابراین :

$$i = \frac{n_1}{n_4}$$

اگر تعداد دوران اولین محور محرک را با n_a و آخرین محور متحرک را با n_e نشان دهیم، بنابراین :

$$i = \frac{n_a}{n_e} = \frac{\text{تعداد دوران محور محرک اولی}}{\text{تعداد دوران محور متحرک آخری}}$$

از مساوی بودن رابطه نسبت انتقال با تعداد دورها و قطرها نتیجه می‌شود :

$$i = \frac{n_a}{n_e} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{d_2 \times d_4}{d_1 \times d_3}$$

انتقال حرکت با تسمه‌های ذوزنقه‌ای

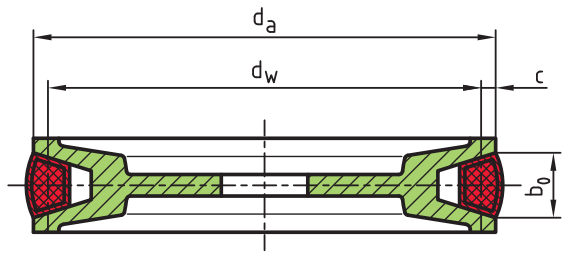
محاسبه انتقال حرکت با تسمه‌های با مقطع ذوزنقه‌ای نیز مانند تسمه‌های تخت است، با این تفاوت که در چرخ تسمه‌های ذوزنقه‌ای، به جای قطر خارجی (d)، قطر مؤثر (d_w) را در رابطهٔ مربوطه قرار می‌دهیم :

d_a = قطر خارجی چرخ تسمه

d_w = قطر مؤثر چرخ تسمه

c = فاصله قطر مؤثر تا قطر خارجی چرخ تسمه

b_o = پهنای بالایی تسمه



شکل ۵ــ۳

برای به‌دست آوردن قطر مؤثر، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم :

$$d_w = d_a - 2c$$

مقدار c به پهنای تسمه b_o بستگی دارد و مقدار آن را می‌توان از جدول ۱ــ۳ به‌دست آورد.

جدول ۱ــ۳

اندازه‌ها به mm	DIN ۲۲۱۵ تسمه معمولی								DIN ۷۷۵۳ تسمه باریک				
پهنای تسمه b_o	۵	۶	۱۰	۱۳	۱۷	۲۲	۳۲	۴۰	۹/۷	۱۲/۷	۱۶/۳	۱۸/۶	۲۲
c	۱/۳	۱/۶	۲	۲/۸	۳/۵	۴/۸	۸/۱	۱۲	۲	۲/۸	۳/۵	۴	۴/۸

با توجه به مقدار d_w روابط انتقال حرکت در چرخ تسمه‌های ذوزنقه‌ای به صورت زیر است.

$$n_1 \times d_{w_1} = n_2 \times d_{w_2}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} \qquad i = \frac{d_{w_2}}{d_{w_1}}$$

تمرین نمونه ۲ : قطرمؤثر چرخ تسمه محرک ۱۲۸ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۶۰۰ دور بر دقیقه است. مطلوب است :

الف) قطر مؤثر چرخ متحرک اگر تعداد دوران آن ۴۰۰ دور بر دقیقه باشد.

ب) نسبت انتقال

ج) قطر خارجی چرخ محرک و متحرک در صورتی‌که پهنای بالای تسمه b_o=۱۳ mm باشد.

(اگر b_o=۱۳ mm باشد طبق جدول ۱ــ۳ c = ۲/۸ mm خواهد بود)

الف) $n_1 \times d_{w_1} = n_2 \times d_{w_2} \rightarrow d_{w_2} = \frac{n_1 \times d_{w_1}}{n_2} = \frac{۶۰۰ \times ۱۲۸}{۴۰۰} = ۱۹۲ \text{ mm}$

ب) $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{۶۰۰}{۴۰۰} = ۱/۵ \qquad i = \frac{d_{w_2}}{d_{w_1}} = \frac{۱۹۲}{۱۲۸} = ۱/۵$

ج) $d_{a_1} = d_{w_1} + ۲c = ۱۲۸ + (۲ \times ۲/۸) = ۱۳۳/۶ \text{ mm}$

$d_{a_2} = d_{w_2} + ۲c = ۱۹۲ + (۲ \times ۲/۸) = ۱۹۷/۶ \text{ mm}$

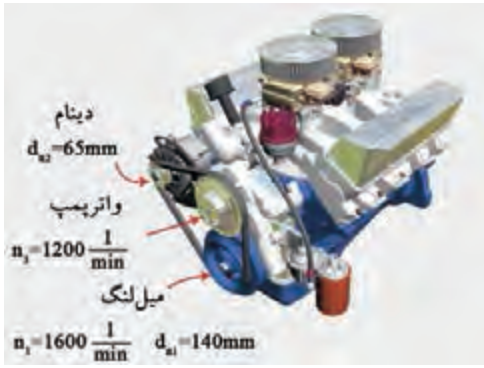
ارزشیابی پایانی

۱ــ در یک موتور ماشین حرکت دورانی محور دینام و واترپمپ با یک چرخ تسمه از محور میل لنگ موتور تأمین می‌شود. اگر پهنای تسمه ۱۲/۷ میلی‌متر باشد مطلوب است :

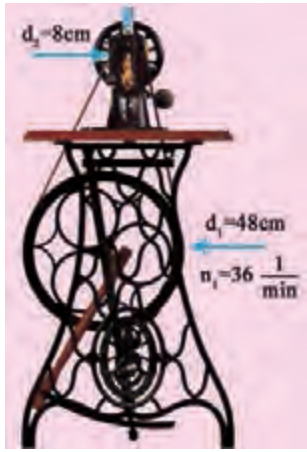
الف) قطر مؤثر چرخ تسمه واترپمپ

ب) تعداد دوران دینام

ج) سرعت تسمه



۲ــ در یک دستگاه چرخ خیاطی در صورتی‌که تعداد دوران چرخ محرک ۳۶ دور بر دقیقه باشد تعداد دوران چرخ متحرک را بر حسب دور بر ثانیه به دست آورید.

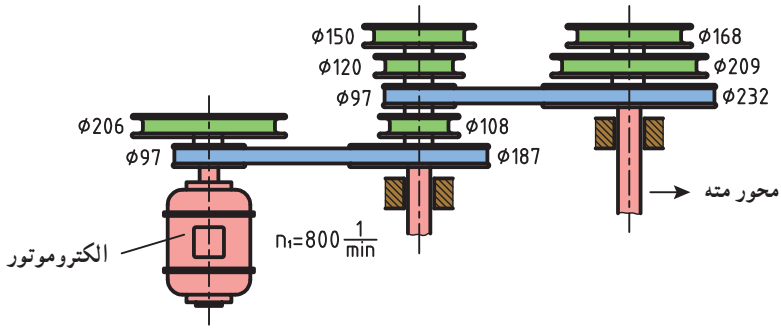


۳ــ در دستگاه انتقال حرکت ماشین مته مطابق شکل از تسمه نرمال استفاده شده است. اگر پهنای تسمه ۱۷ میلی‌متر و قطر خارجی چرخ تسمه‌ها مطابق شکل باشد، مطلوب است :

الف) تعداد مراحل دور دستگاه

ب) حداقل تعداد دور محور مته

ج) حداکثر تعداد دور محور مته



۴ــ در جدول زیر مقادیر خواسته شده را به‌دست آورید.

	الف	ب	ج
$d_1(mm)$	۱۱۲	۴۵۰	۲۴۰
$d_2(mm)$	۶۷۲	۱۸۰	؟
$d_3(mm)$	۱۲۰	۲۲۴	۱۴۵
$d_4(mm)$	۲۴۰	؟	۱۱۶
$n_1(\frac{1}{min})$	۱۴۴۰	۲۸۰	۳۱۵
$n_4(\frac{1}{min})$	؟	۱۴۰۰	؟
i	؟	؟	۰/۶

۵ــ در جدول زیر مقادیر خواسته شده را به‌دست آورید.

	الف	ب	ج
d_1	۱۸۰	۲۵۰	۱۱۲
d_2	۳۱۵	۵۰	؟
$n_1(\frac{1}{min})$	۸۰۰	؟	؟
$n_2(\frac{1}{min})$	؟	۱۴۰۰	۵۶۰
i	؟	؟	۲/۵

فصل چهارم: محاسبات سطح

یکای اندازه‌گیری سطح
محاسبه سطوح اَشکال گوشه‌دار
محاسبه سطوح اَشکال قوسی‌دار
محاسبه مساحت اَشکال مرکب
محاسبه دور ریز سطوح

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ تفاوت سطح با طول را بیان کند.

۲ــ یکای اندازه‌گیری سطح را در سیستم SI توضیح دهد.

۳ــ یکاهای اندازه‌گیری سطح را به یکدیگر تبدیل کند.

۴ــ مساحت اشکال هندسی گوشه‌دار را محاسبه کند.

۵ــ مساحت اشکال هندسی قوس‌دار را محاسبه کند.

۶ــ مساحت اشکال هندسی مرکب را محاسبه کند.

۷ــ درصد دورریز سطحی یک قطعه را محاسبه کند.

یکای اندازه‌گیری سطح

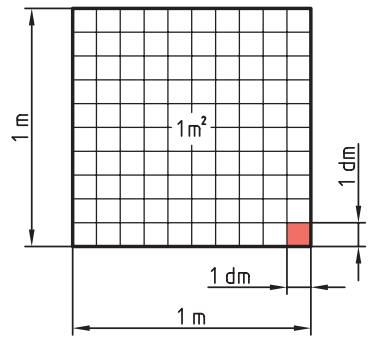
یکای اندازه‌گیری سطح در سیستم SI مترمربع و آن سطح مربعی است که طول ضلع آن ۱ متر است.

$$1m \times 1m = 1m^2$$

$$10dm \times 10dm = 10^2 dm^2$$

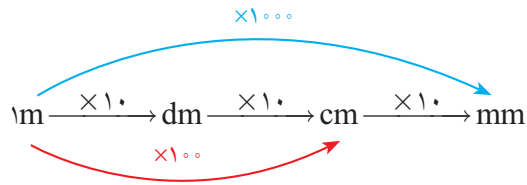
$$100cm \times 100cm = 100^2 cm^2$$

$$1000mm \times 1000mm = 1000^2 mm^2$$

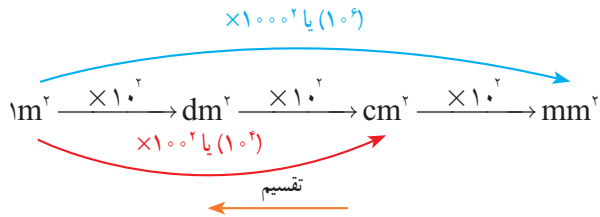


شکل ۱ــ۴

همان‌طور که در فصل اول اشاره کردیم برای تبدیل یکاهای طول از نمودار زیر استفاده می‌کنیم :



چون در یکای سطح توان ۲ داریم هر ضریب که در تبدیل یکای طول داشتیم نیز به توان ۲ می‌رسد. به همین منظور نمودار بالا به نمودار زیر تبدیل می‌شود.



توجه : در نمودار بالا برای تبدیل یکای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

به عبارت دیگر :

$$1m^2 = 10^2 dm^2 = 100^2 cm^2 = 1000^2 mm^2$$

اگر بخواهیم ضرایب را به توانی از ده تبدیل کنیم، عبارت فوق به صورت زیر تبدیل می‌شود :

$$1m^2 = 10^2 dm^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2$$

تمرین نمونه ۱ : اندازه‌های داده شده زیر را بر حسب واحدهای خواسته شده به‌دست آورید.

الف) $9\,mm^2 = ... cm^2$ جواب: $9mm^2 \xrightarrow{\div 10^2} 0/09\,cm^2$

ب) $11m^2 = ... cm^2$ جواب: $11m^2 \xrightarrow{\times 10^4} 11\times 10^4 = 110000 cm^2$

ج) $25/4\,dm^2 = ... mm^2$ جواب: $25/4dm^2 \xrightarrow{\times 10^4} 25/4\times 10^4 = 254000 mm^2$

ارزشیابی پایانی

۱ــ اندازه‌های زیر را به یکاهای خواسته شده تبدیل کنید.

۸/۵ mm^2	..... dm^2	۰/۶۵ mm^2	..... m^2
۲۵۱۰ dm^2	..... m^2	۲۵۳ dm^2	..... cm^2
۱/۴۵ cm^2	..... dm^2	۹۵ cm^2	..... m^2

۲ــ حاصل مساحت‌های زیر را بر حسب یکای خواسته شده به‌دست آورید.

الف) $۳۳/۴۵\,dm^2 + ۰/۴۵\,m^2 + ۵۰/۲\,cm^2 = ...\,dm^2$

ب) $۱۱۰\,cm^2 + ۴m^2 - ۲۰\,dm^2 = ...\,mm^2$

ج) $۶۲\,m^2 - ۱۱۰۰\,mm^2 + ۱۲\,cm^2 - ۴۰\,dm^2 = ...\,cm^2$

۳ــ مقادیر زیر را به یکای مورد نظر تبدیل کنید.

الف) به دسی‌مترمربع

$۱۱/۲۵\,cm^2, ۲/۸۷\,m^2, ۱۴/۷۵\,mm^2$

ب) به سانتی‌متر مربع

$۲۹/۹\,dm^2, ۰/۷۸۶\,m^2, ۲۲/۷۵\,mm^2$

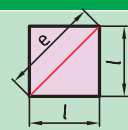
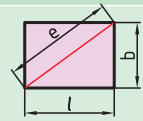
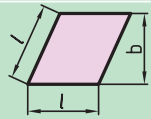
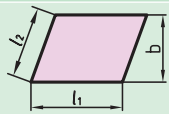
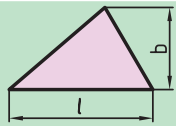
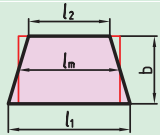
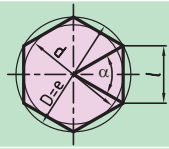
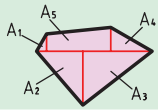
محاسبه سطوح اَشکال گوشه‌دار

برای محاسبه سطوح اشکال گوشه‌دار از علائم اختصاری جدول ۱ــ۴ استفاده می‌شود و روابط آنها در جدول ۲ــ۴ ارائه شده است.

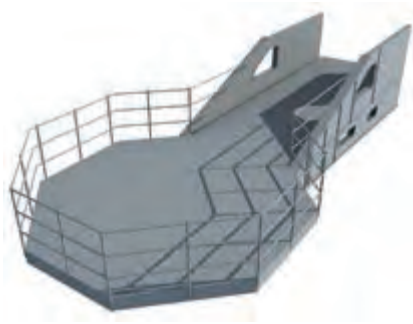
جدول ۱ــ۴. علائم اختصاری

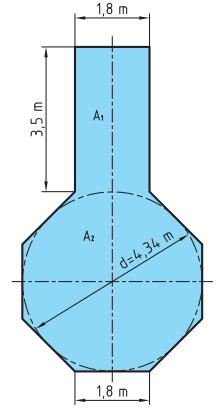
A	مساحت	e	قطر	b	عرض
l	طول	D	قطر دایره محیطی در چندضلعی منتظم	d	قطر دایره محاطی در چندضلعی منتظم
l_m	طول متوسط	n	تعداد اضلاع	α	زاویه مرکزی

جدول ۲ــ۴

مساحت			
مربع		$A = l \times l = l^2$	$e = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2} \times l = 1/414l$
مستطیل		$A = l \times b$	$e = \sqrt{l^2 + b^2}$
لوزی		$A = l \times b$	
متوازی‌الاضلاع		$A = l_1 \times b$	
مثلث		$A = \frac{l \times b}{2}$	در مثلث متساوی‌الاضلاع $b = \sqrt{3} \times \frac{l}{2} \approx 0/866 \times l$
ذوزنقه		$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \times b$ $A = l_m \times b$	$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$
چند ضلعی منتظم		$A = n \times A_1 = \frac{n \times l \times d}{4}$	$l = D \times \sin(\frac{180^\circ}{n})$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$
سطوح مرکب		$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$	

تمرین نمونه ۱ : در یک سکوی فلزی مطابق شکل ۲ــ۴ مساحت کف سکو را حساب کنید.





شکل ۲ــ۴

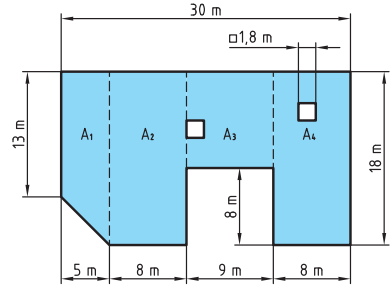
مساحت مستطیل $A_۱ = l \times b = ۳/۵ \times ۱/۸ = ۶/۳ \, m^۲$

مساحت هشت ضلعی $A_۲ = \frac{n \times l \times d}{۴} = \frac{۸ \times ۱/۸ \times ۴/۳۴}{۴} = ۱۵/۶۲۴ m^۲$

$A = A_۱ + A_۲ = ۶/۳ + ۱۵/۶۲۴ = ۲۱/۹۲۴ \, m^۲$

تمرین نمونه ۲ : برای سقف ساختمانی مطابق شکل ۳ــ۴ چند متر مربع ایزوگام لازم است؟

شکل ۳ــ۴



$A_۱ = \frac{l_۱ + l_۲}{۲} \times b = \frac{۱۳ + ۱۸}{۲} \times ۵ = ۷۷/۵ \, m^۲$

$A_۲ = A_۴ = l \times b = ۱۸ \times ۸ = ۱۴۴ \, m^۲$

$A_۳ = l \times b = ۱۰ \times ۹ = ۹۰ \, m^۲$

مساحت نورگیر $A_۵ = l \times l = ۱/۸ \times ۱/۸ = ۳/۲۴ \, m^۲$

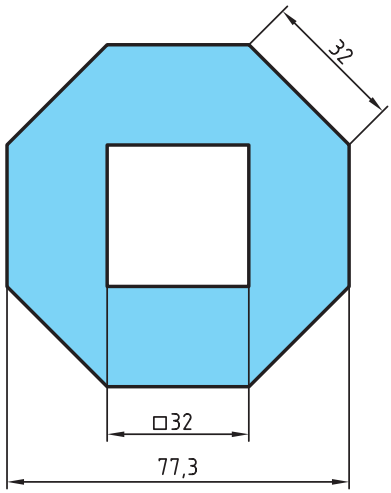
$A = A_۱ + A_۲ + A_۳ + A_۴ - ۲A_۵ = ۷۷/۵ + ۱۴۴ + ۹۰ + ۱۴۴ - ۲ \times ۳/۲۴ = ۴۴۹/۰۲ \, m^۲$

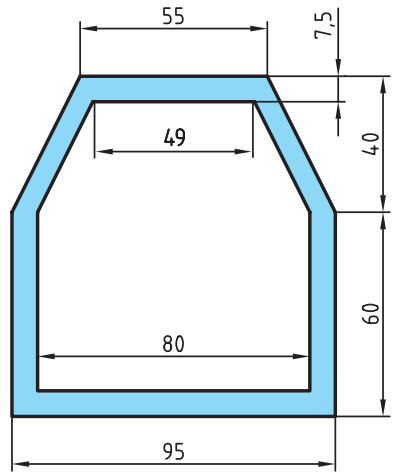
مساحت ایزوگام شده

ارزشیابی پایانی

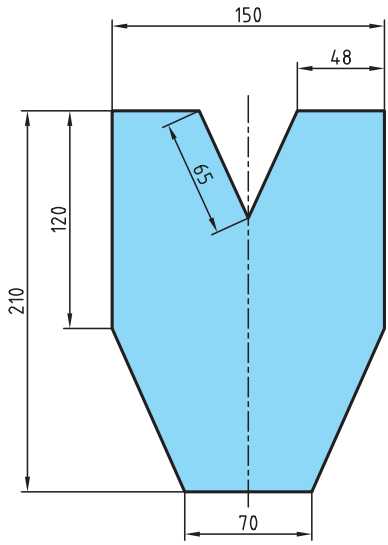
۱ــ محیط مربعی ۱۴۴ میلی‌متر است مساحت آن را به‌دست آورید.

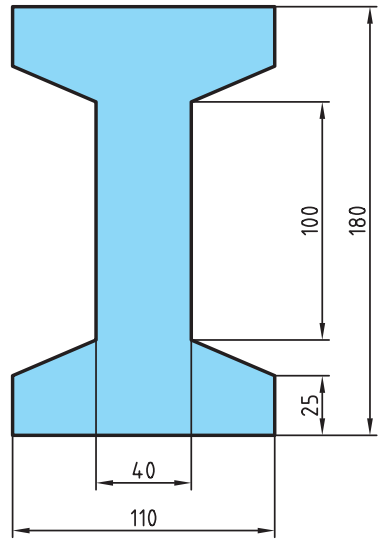
۲ــ مساحت مقطع مطابق شکل را برحسب mm^2 و cm^2 به‌دست آورید.



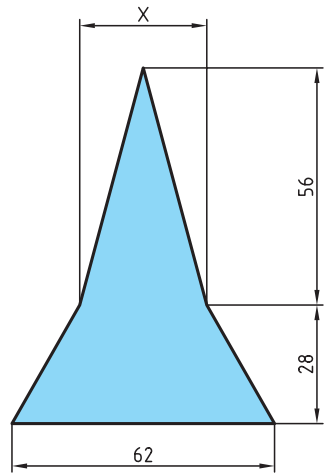


۳ــ مساحت قطعه زیر را برحسب mm^2 به‌دست آورید.





۴ــ مساحت مقطع قطعهٔ زیر $۲۱۲۸\ mm^۲$ است. اندازه X را به دست آورید.



۵ــ مساحت مثلثی $۵۴۰\ mm^۲$ است مطلوب است :

الف) اگر طول قاعده آن ۲۴mm باشد ارتفاع آن چقدر است؟

ب) اگر ارتفاع آن ۳۰mm باشد اندازه قاعده آن چقدر خواهد بود؟

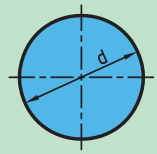
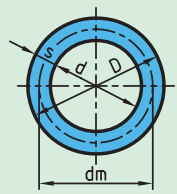
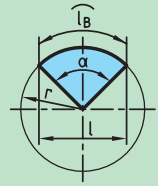
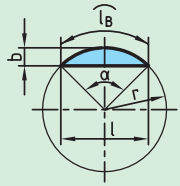
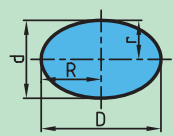
محاسبه سطوح اشکال قوس‌دار

برای محاسبه سطوح اشکال قوس‌دار از علائم اختصاری مطابق جدول ۳ـ۴ استفاده می‌شود و روابط آن در جدول ۴ـ۴ ارائه شده است.

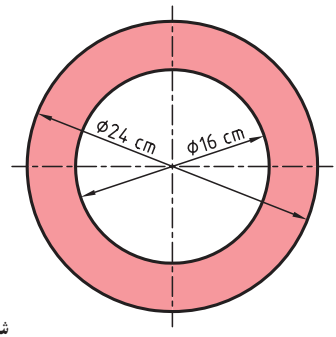
جدول ۳ـ۴

D	قطر بزرگ	l	طول وتر
d	قطر کوچک	l_B	طول قوس
R	شعاع بزرگ	d_m	قطر متوسط در تاج دایره
r	شعاع کوچک	s	عرض تاج دایره

جدول ۴ـ۴

مساحت			
دایره		$A=\frac{\pi\times d^2}{4}$ $A=\pi\times r^2$	$d=\sqrt{\frac{4\times A}{\pi}}$
تاج دایره		$A=\frac{\pi\times D^2}{4}-\frac{\pi\times d^2}{4}$ $A=\frac{\pi}{4}\times(D^2\times d^2)$ $A=\pi\times d_m\times s$	$d_m=\frac{D+d}{2}$ $S=\frac{D-d}{2}$
قطاع دایره		$A=\frac{l_B\times r}{2}$ $A=\frac{\pi\times r^2\times\alpha}{360^\circ}$	$l_B=\frac{\pi\times r\times\alpha}{180^\circ}$
قطعه دایره		$A=\frac{l_B\times r-l\times(r-b)}{2}$ $A=\frac{\pi\times r^2\times\alpha}{360^\circ}-\frac{l\times(r-b)}{2}$ $A\approx\frac{2}{3}\times l\times b$	$b=r(1-\cos\frac{\alpha}{2})$ $l=2\times r\times\sin\frac{\alpha}{2}$
بیضی		$A=\frac{\pi\times D\times d}{4}$	

تمرین نمونه ۱ : فیلتر هوای یک خودرو مطابق شـکل ۴ـ۴ است. مساحت مقطع این فیلتر هوا را برای طراحی محفظه آن به‌دست آورید.

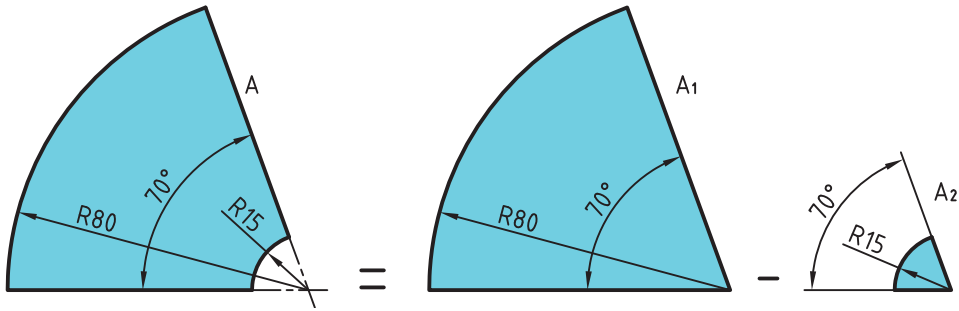


شکل ۴ـ۴

$D = ۲۴\,cm \qquad d = ۱۶\,cm$

$$A = \frac{\pi}{۴} \times (D^{۲} - d^{۲}) = \frac{\pi}{۴} \times (۲۴^{۲} - ۱۶^{۲}) = ۲۵۱/۲\,cm^{۲}$$

تمرین نمونه ۲ : مساحت ورق به‌کار رفته در قطعه مطابق شکل ۵ـ۴ را به‌دست آورید.



شکل ۵ـ۴

$r_{۱} = ۸۰\,mm \qquad r_{۲} = ۱۵\,mm \qquad \alpha = ۷۰^{\circ}$

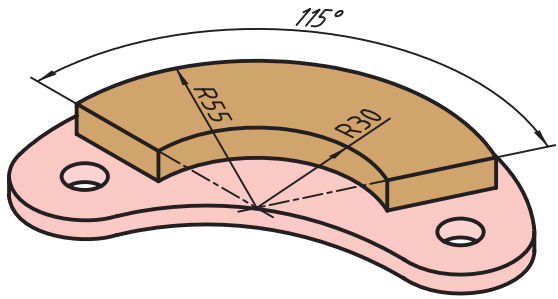
$$A = A_{۱} - A_{۲} = \frac{\pi \times r_{۱}^{۲} \times \alpha}{۳۶۰^{\circ}} - \frac{\pi \times r_{۲}^{۲} \times \alpha}{۳۶۰^{\circ}} =$$

$$A = \frac{\pi \times ۸۰^{۲} \times ۷۰}{۳۶۰^{\circ}} - \frac{\pi \times ۱۵^{۲} \times ۷۰}{۳۶۰^{\circ}} = ۳۹۰۷/۵ - ۱۳۷/۴ = ۳۷۷۰/۱\,mm^{۲}$$

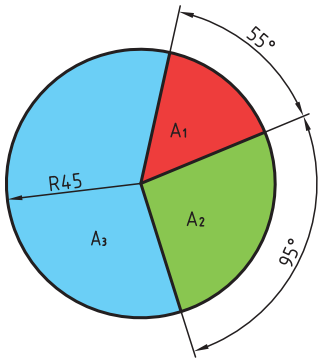
ارزشیابی پایانی

۱ــ مساحت مقطع پیستونی مطابق شکل $۷۵۳۹/۱۴ mm^۲$ است قطر آن چند میلی‌متر است؟

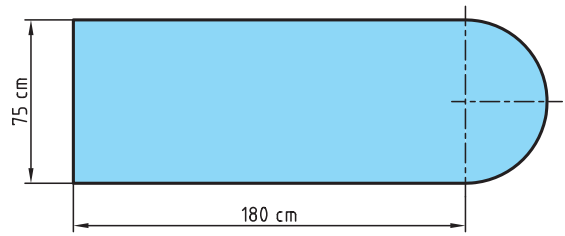
۲ــ سطح لنت مطابق شکل را به دست آورید.



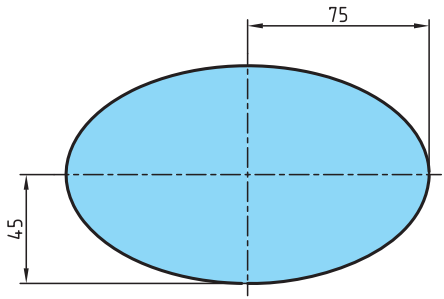
۳ــ در شکل روبه‌رو مساحت هر قطاع رنگی را به‌دست آورده و حساب کنید سطح هر قطاع چند درصد از مساحت کل دایره است.



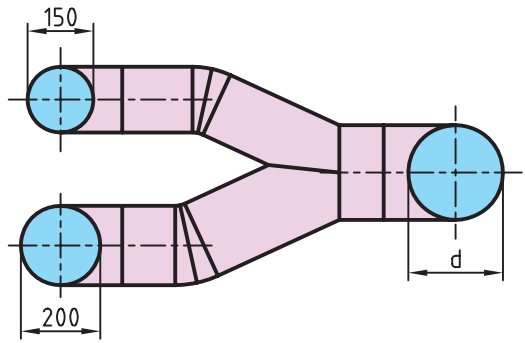
۴ــ مساحت سطح میز کامپیوتر زیر را به‌دست آورید.



۵ــ برای تولید آینه موتورسیکلت مطابق تصویر زیر چند mm^2 شیشه لازم است؟



۶ــ در کانال شکل زیر سطح مقطع کانال ورودی با کانال‌های خروجی برابر است. مقدار d را به‌دست آورید.



محاسبه مساحت اَشکال مرکب

سطوحی که از چندین شکل هندسی مشخص تشکیل شده‌اند را سطوح مرکب می‌نامند.

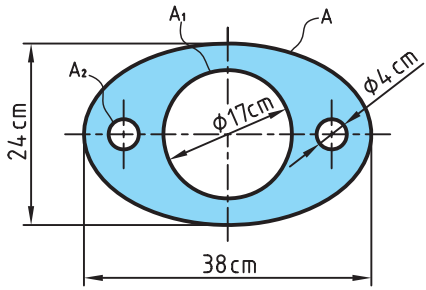
برای محاسبه مساحت اَشکال مرکب به ترتیب زیر عمل می‌کنیم :

الف) سطح شکل مرکب را به اشکال هندسی معین تجزیه می‌کنیم.

ب) مساحت هر یک از اشکال هندسی را به‌دست می‌آوریم.

ج) با جمع مساحت اشکال هندسی تجزیه شده مساحت شکل مرکب را به‌دست می‌آوریم. (در این جمع، سطوح سوراخ شده را از مساحت کل کم می‌کنیم).

تمرین نمونه ۱ : برای تولید صفحه جلویی ۸۰۰ بلندگو مطابق شکل ۶ــ۴ چند m^2 ورق لازم است؟



شکل ۶ــ۴

شکل بالا مثال یک سطح مرکب است که در آن از مساحت یک ورق بیضی‌شکل سه دایره با قطرهای مختلف بریده شده است.

$$A=\frac{\pi\times D\times d}{۴}=\frac{۳/۱۴\times ۳۸\times ۲۴}{۴}=۷۱۵/۹۲\,cm^2$$

$$A_1=\frac{\pi\times d^2}{۴}=\frac{۳/۱۴\times ۱۷^2}{۴}=۲۲۶/۸۶\,cm^2 \qquad A_2=\frac{\pi\times d^2}{۴}=\frac{۳/۱۴\times ۴^2}{۴}=۱۲/۵۶\,cm^2$$

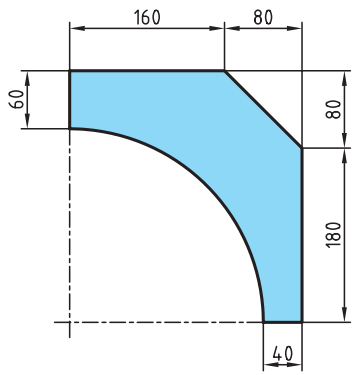
$$\text{مساحت قطعه}=A-A_1-A_2-A_2=A-A_1-۲A_2=۷۱۵/۹۲-۲۲۶/۸۶-۲\times ۱۲/۵۶$$
$$=۴۶۳/۹۴\,cm^2$$

$$\text{مساحت قطعه}=۴۶۳/۹۴\,cm^2 \xrightarrow{\times ۱۰^{-۴}} ۰/۰۴۶۳۹۴\,m^2$$

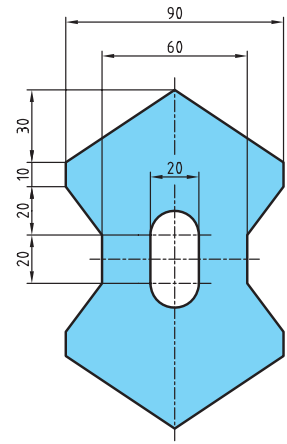
برای تولید ۸۰۰ بلندگو $۰/۰۴۶۳۹۴\times ۸۰۰=۳۷/۱۱۵۲\,m^2$

ارزشیابی پایانی

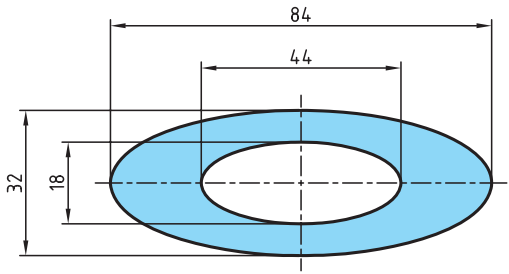
۱ــ مساحت قطعات مطابق شکل را به‌دست آورید.



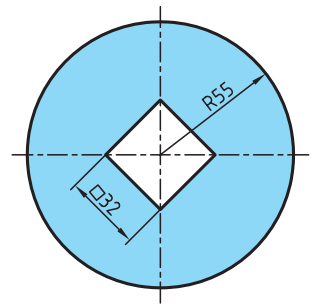
ب)



الف)

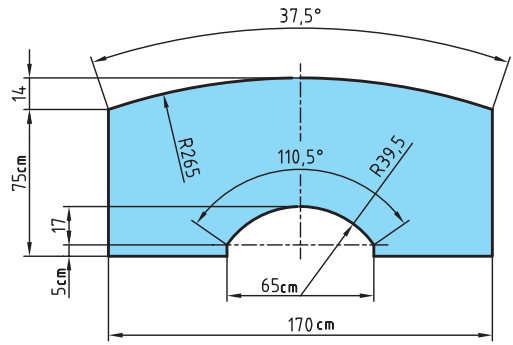


د)



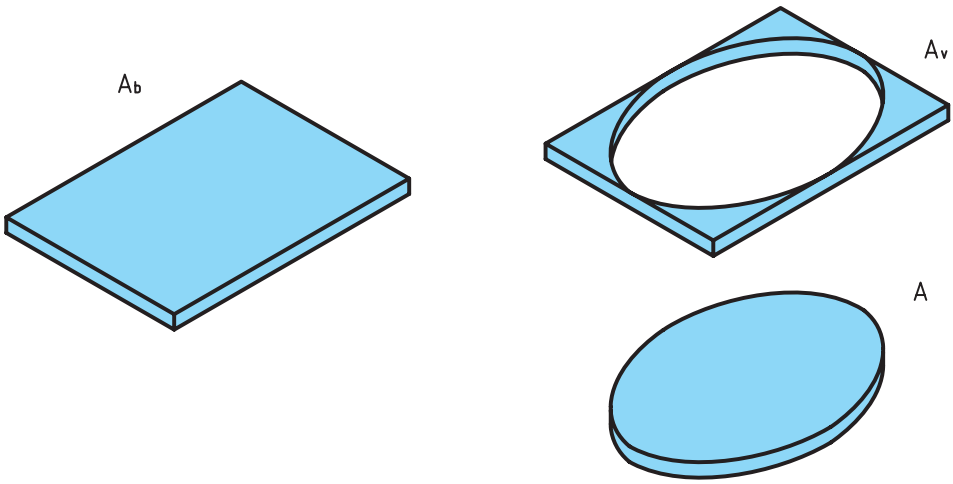
ج)

۲ــ مساحت سطح میزی مطابق شکل زیر را به‌دست آورید.



محاسبه دورریز سطوح

برای محاسبه دورریز سطوح کافی است سطح قطعه ساخته شده را از سطح ورق اولیه کم کنیم (شکل ۷ــ۴).



شکل ۷ــ۴

سطح دورریز + سطح قطعه ساخته شده = سطح ورق اولیه

$$A_b = A + A_v$$

مقدار درصد دورریز سطحی ($A_V\%$) را می‌توان در دوحالت محاسبه کرد :

الف) درصد دورریز ($A_V\%$) بر اساس سطح ورق اولیه :

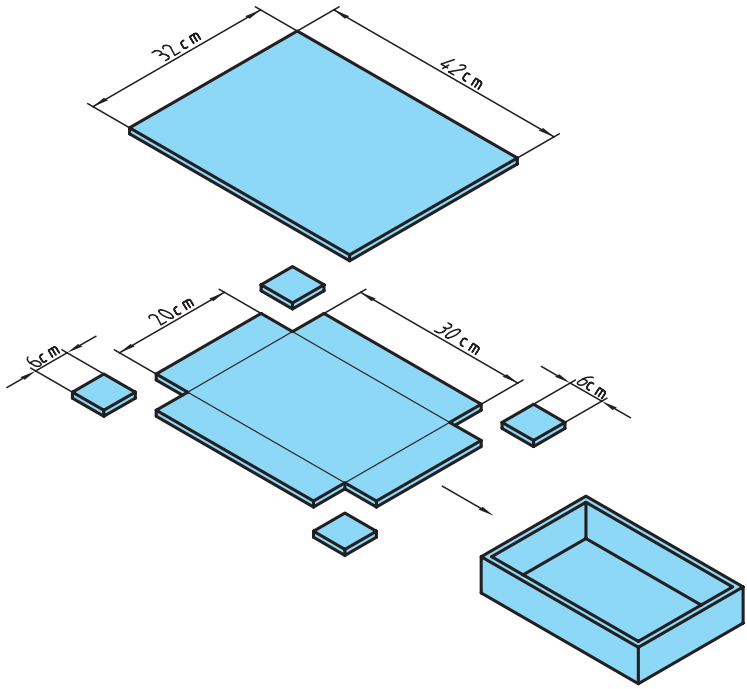
$$\text{درصد دورریز برحسب قطعه اولیه} = \frac{A_v}{A_b} \times ۱۰۰$$

ب) درصد دورریز ($A_V\%$) بر اساس سطح قطعه ساخته شده :

$$\text{درصد دورریز برحسب قطعه ساخته شده} = \frac{A_v}{A} \times ۱۰۰$$

تمرین نمونه ۱ : در شکل ۸ــ۴ برای ساخت یک جعبه درباز فلزی نیاز است، ورق فلزی به ابعاد زیر را برش داده و از محل مورد نظر خم کنیم. درصد دورریز را در دو حالت زیر به‌دست آورید.

الف) بر حسب قطعه اولیه　　ب) بر حسب قطعه ساخته شده



شکل ۸ــ۴

$$A_b = b \times l = ۴۲ \times ۳۲ = ۱۳۴۴\ cm^۲$$

۴ ورق ۶ × ۶ از گوشه‌های ورق اولیه دورریز است و بعد از برش از ورق اولیه جدا می‌شود.

$$A_v = ۴ \times (۶ \times ۶) = ۱۴۴\ cm^۲$$

$$A_b = A + A_v \rightarrow A = A_b - A_v = ۱۳۴۴ - ۱۴۴ = ۱۲۰۰\ cm^۲$$

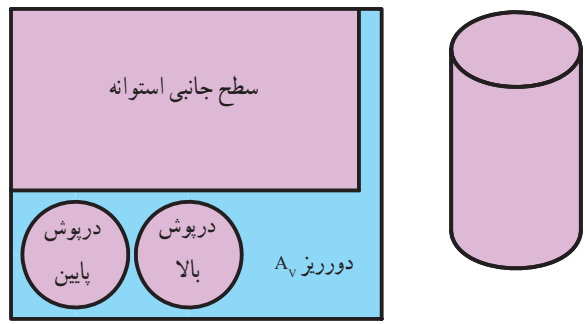
درصد دورریز بر حسب قطعه اولیه　　الف) $\%A_v = \frac{A_v}{A_b} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۴}{۱۳۴۴} \times ۱۰۰ = \%۱۰/۷\ A_b$

درصد دورریز برحسب قطعه ساخته شده　　ب) $\%A_v = \frac{A_v}{A} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۴}{۱۲۰۰} \times ۱۰۰ = \%۱۲\ A$

تمرین نمونه۲ : اگر سطح استوانه‌ای مطابق شکل $۶۱/۲۳\ cm^۲$ باشد (مجموع مساحت‌های درپوش بالا، درپوش پایین و سطح جانبی). مقدار سطح ورق اولیه برای ساخت آن‌را در حالت‌های زیر به‌دست آورید (شکل ۹ــ۴).

الف) دورریز ۲۵٪ سطح قطعه ساخته شده باشد.

ب) دورریز ۱۸٪ سطح ورق اولیه باشد.



شکل۹ــ۴

الف)

$$A_v = ٪۲۵ \times A$$

$$A_v = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۶۱/۲۳ = ۱۵/۳$$

$$A_b = A + A_v = ۶۱/۲۳ + ۱۵/۳ = ۷۶/۵۳\ cm^۲$$

ب)

$$A_b = A + A_v$$

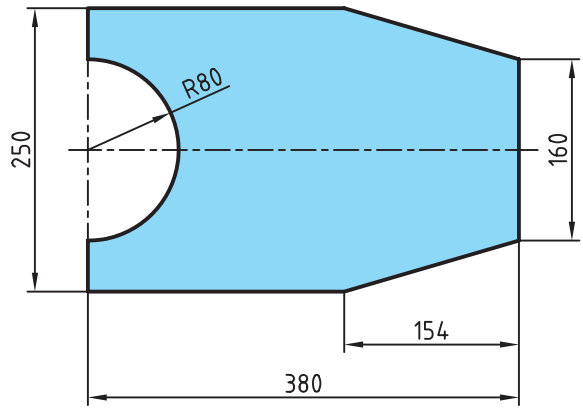
$$A_b = A + ٪۱۸ \times A_b$$

$$A = A_b - \frac{۱۸}{۱۰۰} A_b$$

$$A = ۰/۸۲ A_b \rightarrow A_b = \frac{A}{۰/۸۲} = \frac{۶۱/۲۳}{۰/۸۲} = ۷۴/۶۷\ cm^۲$$

ارزشیابی پایانی

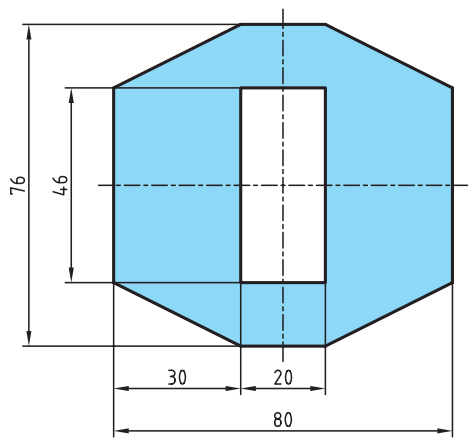
۱ــ در ساخت قطعه شکل زیر در صورتی‌که مقدار دورریز ۲۲ درصد سطح ورق اولیه باشد، مقدار سطح ورق اولیه را به‌دست آورید.



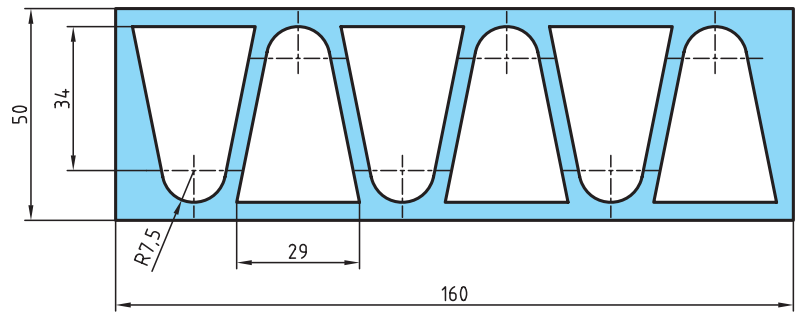
۲ــ سطح ورق اولیه برای ساخت قطعه مطابق شکل زیر را به دست آورید.

الف) در صورتی‌که مقدار دورریز ۲۱ درصد سطح قطعه ساخته شده باشد.

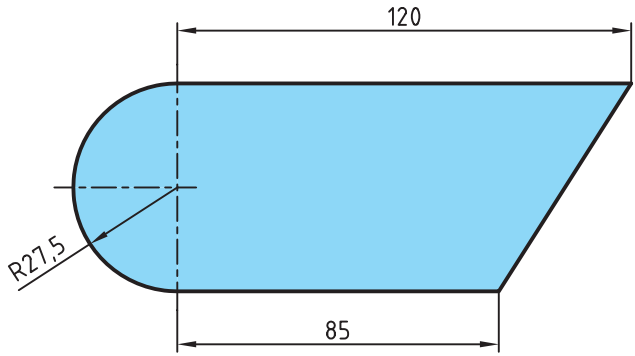
ب) در صورتی‌که مقدار دورریز ۱۷ درصد سطح ورق اولیه باشد.



۳ــ در شکل زیر مقدار درصد دورریز را بر مبنای سطح قطعه اولیه به‌دست آورید.



۴ــ اگر بخواهیم از قطعهٔ شکل زیر به تعداد ۱۲ عدد بر روی ورقی به عرض ۶۰ میلی‌متر بسازیم طول ورق اولیه را برای این تعداد در صورتی‌که مقدار دورریز ۱۵ درصد سطح کل قطعات ساخته شده باشد، به‌دست آورید.



فصل پنجم : محاسبات حجم

یکاهای اندازه‌گیری حجم

محاسبه احجام هندسی

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ تفاوت حجم و سطح را شرح دهد.

۲ــ یکای اندازه‌گیری حجم را در سیستم SI توضیح دهد.

۳ــ یکاهای اندازه‌گیری حجم را به یکدیگر تبدیل کند.

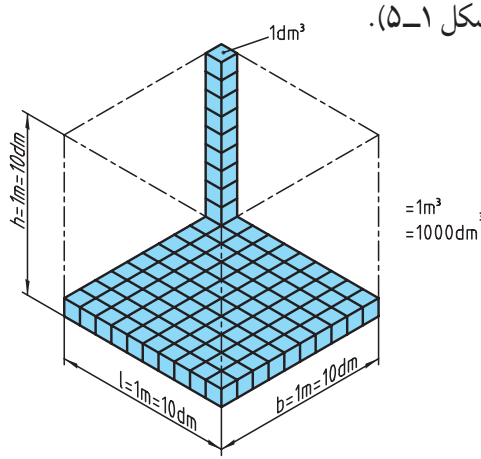
۴ــ حجم احجام هندسی را محاسبه کند.

۵ــ حجم احجام هندسی مرکب را محاسبه کند.

۶ــ تفاوت احجام هندسی ناقص و کامل را بیان کند.

یکاهای اندازه‌گیری حجم

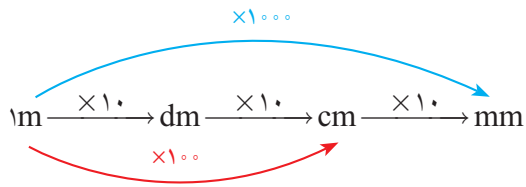
یکای اندازه‌گیری حجم در سیستم SI مترمکعب و آن عبارت است از حجم مکعبی که طول، عرض و ارتفاع آن ۱ متر باشد (شکل ۱ــ۵).



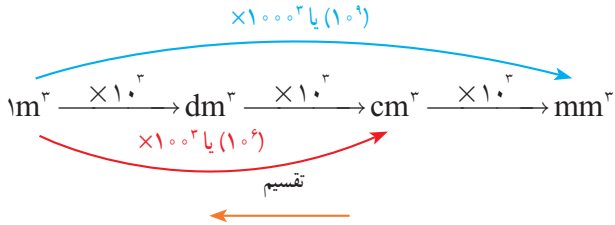
شکل ۱ــ۵

$$۱m \times ۱m \times ۱m = ۱m^{۳}$$

همان‌طور که در فصل اول اشاره کردیم برای تبدیل یکاهای طول از نمودار زیر استفاده می‌کنیم :



چون یکای اندازه‌گیری حجم توان ۳ دارد هر ضریبی که در تبدیل یکای طول داشتیم نیز به توان ۳ می‌رسد و نمودار تبدیل یکا در اندازه‌گیری حجم به صورت زیر می‌شود :



توجه : در نمودار بالا برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

به‌طور مثال در نمودار صفحه قبل برای تبدیل متر به میلی‌متر $m \xrightarrow{\times ۱۰۰۰} mm$ است، در حالی‌که برای تبدیل یکای حجم این ضریب به توان ۳ می‌رسد و خواهیم داشت،

$$m^۳ \xrightarrow{\times ۱۰۰۰^۳} mm^۳$$

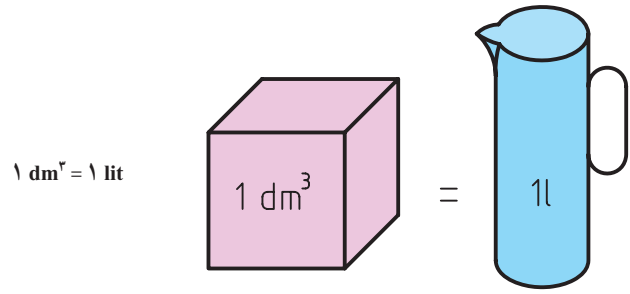
بنابراین :

$$۱m^۳ = ۱۰^۳ dm^۳ = ۱۰۰^۳ cm^۳ = ۱۰۰۰^۳ mm^۳$$

اگر بخواهیم ضرایب را به حالت توانی از ده تبدیل کنیم نمودار بالا به صورت زیر تبدیل می‌شود :

$$۱m^۳ = ۱۰^۳ dm^۳ = ۱۰^۶ cm^۳ = ۱۰^۹ mm^۳$$

یکای اندازه‌گیری مایعات : یکای اصلی حجم مایعات در سیستم SI متر مکعب است و یکای کوچک‌تر آن دسی‌متر مکعب که لیتر نامیده می‌شود با حرف (l) نشان داده می‌شود و یک لیتر معادل حجم ظرفی به شکل مکعب که هر ضلع آن یک دسی‌متر است (شکل ۲ــ۵).



شکل ۲ــ۵

همچنین یکاهای کوچک‌تر اندازه‌گیری حجم مایعات یک میلی‌لیتر یا یک سی‌سی (cc) است که برابر یک سانتی‌مترمکعب است.

$$۱l = ۱dm^۳ = ۱۰۰۰ cm^۳ = ۱۰۰۰ ml = ۱۰۰۰ cc$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ اندازه‌های زیر را به یکاهای خواسته شده تبدیل کنید.

۲/۵ m^3	..... cm^3	۵۲۳۰ mm^3	..... m^3
۲۴۰ dm^3	..... mm^3	۲۱/۵ dm^3	..... cm^3
۱۵/۶۲ cm^3	..... mm^3	۸۴ cm^3	..... m^3
۰/۲۵۶ m^3	..... dm^3	۱۸۰۵ mm^3	..... dm^3

۲ــ حاصل حجم‌های زیر را بر حسب یکای خواسته شده به‌دست آورید.

الف) $۴۲۸۱۰۰\,mm^3 + ۰/۰۰۳۵\,m^3 + ۲۷۰۸/۲\,cm^3 = ...\,dm^3$

ب) $۲۱\,cm^3 + ۰/۰۰۴۸m^3 - ۴/۶\,dm^3 = ...\,mm^3$

ج) $۰/۰۰۱۶m^3 - ۱۹۲۰۰\,mm^3 + ۲۲\,cm^3 - ۰/۱۸\,dm^3 = ...\,cm^3$

۳ــ مقادیر زیر را به یکای مورد نظر تبدیل کنید.

الف) به دسی‌مترمکعب

$۸۴۰/۲۵\,cm^3, ۱/۲۸۲m^3, ۴۰۵/۱۲\,mm^3$

ب) به سانتی‌مترمکعب

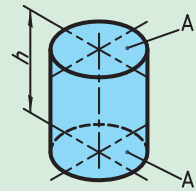
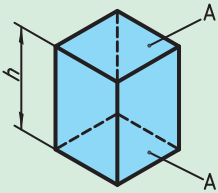
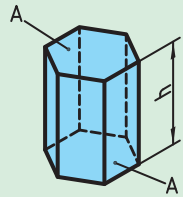
$۰/۸۹۰dm^3, ۰/۰۶۵m^3, ۱۴۴۵\,mm^3$

محاسبه احجام هندسی

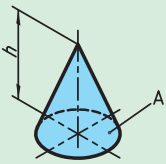
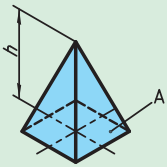
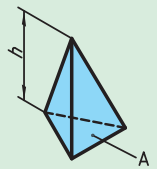
جدول ۱ــ۵

سطح قاعده پایینی	A_1	حجم	V
سطح قاعده بالایی	A_2	ارتفاع	H , h
سطح جانبی	A_M	سطح قاعده	A
		سطح کل	A_O

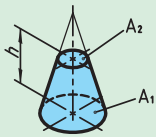
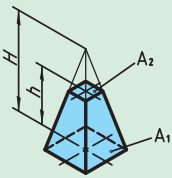
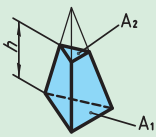
جدول ۲ــ۵

احجام		
حجم		
ارتفاع × مساحت قاعده = حجم V=A×h		استوانه
		منشور چهار ضلعی
		منشور شش ضلعی

ادامهٔ جدول ۲ــ۵

حجم	احجام	
حجم = (ارتفاع × مساحت قاعده) / ۳ $V=\frac{A\times h}{3}$		مخروط
		هرم چهار ضلعی
		هرم سه ضلعی

جدول ۳ــ۵

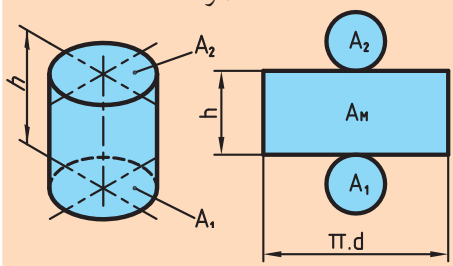
احجام ناقص		
حجم		
حجم مخروط ناقص $V=\frac{\pi\times h}{12}(D^2+d^2+D\times d)$	حجم هرم ناقص = حجم هرم کامل − حجم قطعه بریده شده $V=\frac{A_1\times H}{3}-\frac{A_2\times(H-h)}{3}$ یا $V=\frac{h}{3}(A_1+A_2+\sqrt{A_1\times A_2})$	  

مساحت جانبی احجام دوار

استوانه

ارتفاع × محیط قاعده = سطح جانبی استوانه

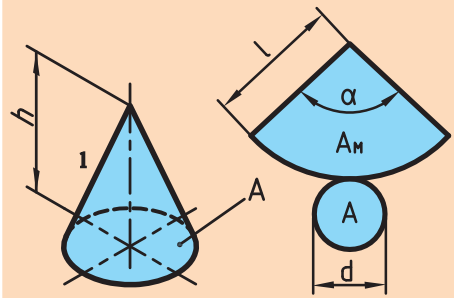
$$A_M = u \times h$$
$$A_M = \pi \times d \times h$$
$$A_O = A_1 + A_M + A_2$$



مخروط کامل

مساحت قطاع دایره = سطح جانبی مخروط

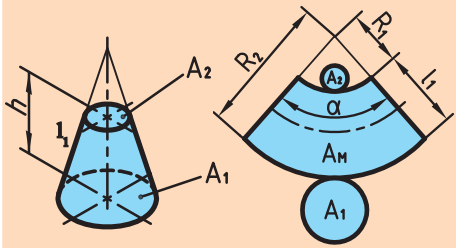
$$A_M = \frac{l^2 \times \pi \times \alpha}{360^\circ}$$
$$A_O = A + A_M$$
$$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2}$$
$$\alpha = \frac{180 \times d}{l}$$



مخروط ناقص

مساحت قطاع تاج دایره = سطح جانبی مخروط ناقص

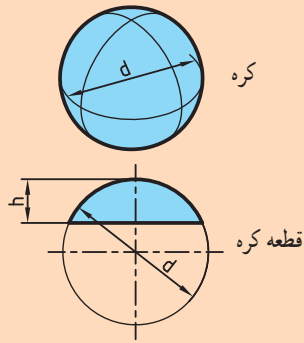
$$A_M = \frac{(R_2^2 - R_1^2) \times \pi \times \alpha}{360^\circ}$$



کره

$$l_1 = \sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + h^2}$$
$$A_O = A_1 + A_M + A_2$$
$$A_O = \pi \times d^2$$

$$A_O = \pi \times d \times h$$



جدول ۴ــ ۵

حجم کره و قطعه کره	
کره	$V=\frac{\pi\times d^{3}}{6}$
قطعه کره	$V=\pi\times h^{2}(\frac{d}{2}-\frac{h}{3})$

جدول ۵ــ ۵

احجام مرکب	
$V=V_{1}+V_{2}-V_{3}$	

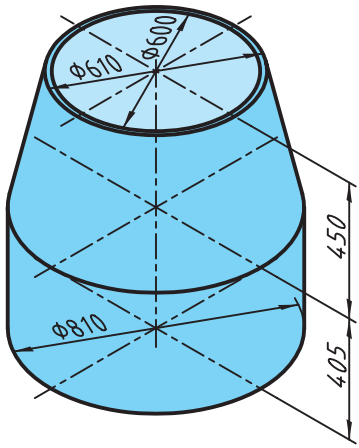
تمرین نمونه ۱ : ابعاد داخلی لیوانی مطابق شکل ۳ــ۵ است. اگر لیوان پر از آب باشد حجم آب چند لیتر است.

شکل ۳ــ۵

$$V=\frac{\pi\times h}{12}(D^{2}+d^{2}+D\times d)$$

$$V=\frac{\pi\times 11}{12}(7^{2}+4^{2}+7\times 4)=267/68\,cm^{3}\xrightarrow{\div 1000}0/26768\,lit$$

تمرین نمونه ۲ : در دستگاه آماده ساز بتون مطابق شکل ۴ـ۵، ابعاد مخزن همزن بتون داده شده است. حجم این مخزن را بر حسب لیتر حساب کنید.



شکل ۴ـ۵

ضخامت ورق طبق شکل 5 mm می‌باشد.

$$D = ۸۱۰ - (۲\times۵) = ۸۰۰\,mm = ۸۰\,cm$$
$$d = ۶۱۰ - (۲\times۵) = ۶۰۰\,mm = ۶۰\,cm$$

حجم استوانه :

$$h = ۴۰۵ - ۵ = ۴۰۰\,mm = ۴۰\,cm$$
$$V = A\times h = \pi\times\frac{d^{۲}}{۴}\times h = ۳/۱۴\times\frac{۸۰^{۲}}{۴}\times۴۰ = ۲۰۰۹۶۰\,cm^{۳} \xrightarrow{\div ۱۰۰۰} ۲۰۰/۹۶\,lit$$

حجم مخروط ناقص :

$$V = \frac{\pi\times h}{۱۲}(D^{۲}+d^{۲}+D\times d) = \frac{\pi\times۴۵}{۱۲}(۸۰^{۲}+۶۰^{۲}+۸۰+۶۰) = ۱۷۴۲۷۰\,cm^{۲} \xrightarrow{\div ۱۰۰۰} ۱۷۴/۲۷\,lit$$

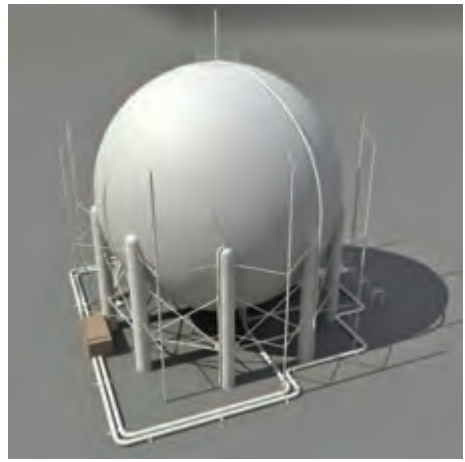
حجم کل مخزن :

حجم قسمت مخروط ناقص + حجم قسمت استوانه = حجم کل مخزن

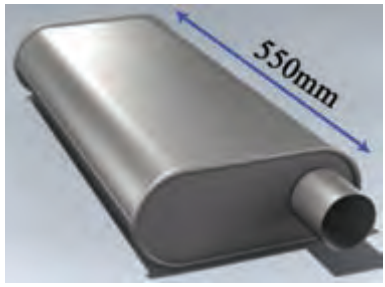
$$\text{حجم کل مخزن} = ۲۰۰/۹۶ + ۱۷۴/۲۷ = ۳۷۵/۲۳\,lit$$

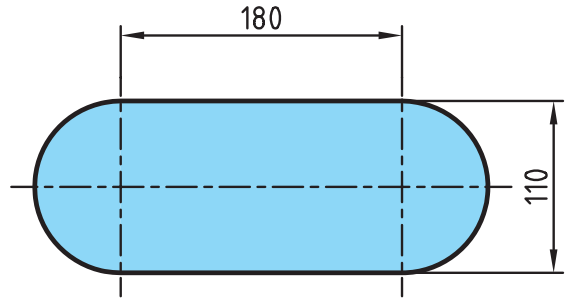
ارزشیابی پایانی

۱ــ قطر داخلی مخزن اکسیژن شکل زیر ۶/۵ m است. حجم مخزن را برحسب مترمکعب و لیتر به‌دست آورید.



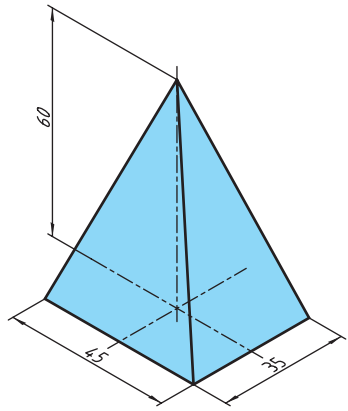
۲ــ مخزن اگزوز یک خودرو مطابق شکل زیر است. حجم آن‌را برحسب لیتر حساب کنید.



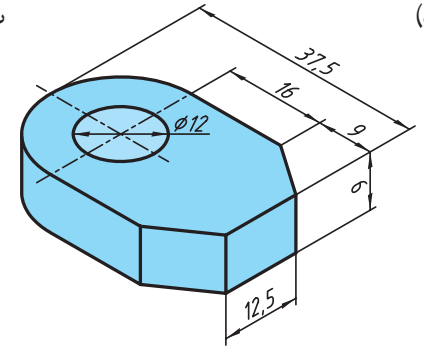


۳ــ حجم قطعات زیر را به‌دست آورید :

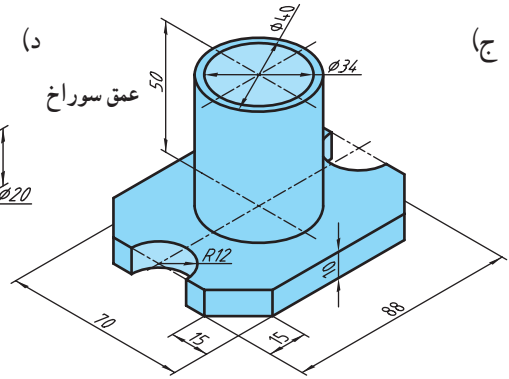
الف)



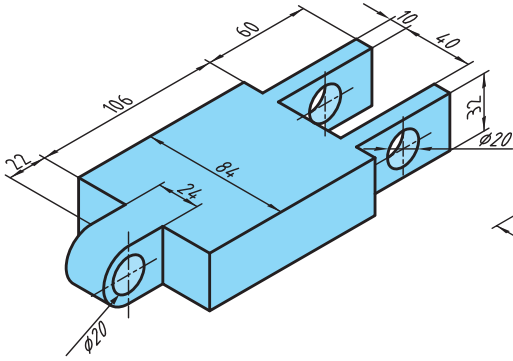
ب)



ج)



د)



۴ــ برای جوشکاری قطعه مطابق شکل از الکترودهای با قطر ۳ میلی‌متر و طول ۴۰۰ میلی‌متر استفاده می‌شود در صورتی‌که از هر الکترود ۴۰ میلی‌متر آن به علت کوتاه شدن غیرقابل استفاده باشد تعداد الکترود لازم را به دست آورید.