مقدمه

یکی از راهبردهای مهم یادگیری ، انجام تمرین های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است . این امر اگر همراه با گسترش مفاهیم و بر مبنای اصول یادگیری باشد ، به یادگیری عمیق و پایدار خواهد انجامید . از طرفی چنانچه تمرین های مناسب به صورت ساده و پیچیده طراحی شود می تواند در کاربرد مفاهیم و اصول برای پیش بینی پدیده های دیگر کمک کند .

کتاب کار و تمرین هنرجو ی درس محاسبات فنی عمومی بر اساس برنامه درسی دوره ی متوسطه شاخه فنی و حرفه ای و به منظور امر یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین ها تالیف گردیده است . در این کتاب ابتدا بعضی از مفاهیم درسی با ذکر مصادیق تشریح شده است ، وبعد از توسعه آن مفاهیم ، مصادیق آن در قالب تمرین های طبقه بندی شده برای یادگیری بهتر آمده است.

هنرجویان باید همواره کتاب درسی را اصل قرار داده و برای آمادگی بیشتر انجام تکالیف ، از این کتاب استفاده نمایند. بدیهی است کتاب کار در کنار کتاب درسی می تواند مفید باشد . ویژگی های این کتاب به طور خلاصه به شرح زیر است.

۱-کمک به توسعه و درک بهتر مفاهیم کتاب محاسبات فنی عمومی و ایجاد مهارت برای حل مسائل مشابه.

۲- شرح مفاهیم هر فصل از کتاب درسی بطور جدا از هم.

۳- رعایت ترتیب در بیان مفاهیم.

۴- بیان کامل مواردی که مفهوم آن ها در کتاب درسی به اجمال آمده و بیان اجمال مواردی که مفهوم آن ها در کتاب درسی به طور کامل آمده است (در محدوده کتاب درسی)

۵- آوردن « سیمای فصل » در ابتدای هر فصل برای جمع بندی و برقراری ارتباط میان مفاهیم آمده است.

۶- وجود شکل های مناسب جهت درک آسان تر مفاهیم .

۷- آوردن مثال های حل شده برای درک بیشتر و آموزش روش حل مسائل .

۸- تمرین های متناسب با مثال های حل شده .

۹- طرح تمرین های متنوع و تنظیم آن ها از ساده به مشکل .

در پایان از هنرجویان عزیز و هنرآموزان گرانقدر تقاضا می شود پیشنهاد های اصلاحی خود را همراه با ذکر دلایل وروش حل به دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه ای و کاردانش ارسال نمایند تا در چاپ‌های بعدی مورد توجه و استفاده قرار گیرد و به تحقق ، بخشی از اهداف ذکر شده کمک نماید

مؤلفان

هدف کلی

یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین های مربوط به درس محاسبات فنی عمومی

سیمای فصل اول

۱- کاربرد محاسبات طولی در حل مسایل فنی

۱-۱- تعریف اندازه‌گیری

۱-۲- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI

۱-۲-۱- تعریف متر

۱-۲-۲- اجزا و اضعاف متر

۱-۳- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم F.P.S

۱-۴- مقیاس

۱-۵- تلرانس

۱-۶- محاسبات طول قطعات خمیده هندسی

۱-۷- محاسبه طول گسترده قطعات خمیده

۱-۷-۱- مرکز ثقل

۱-۷-۲- محاسبه طول گسترده

۱-۸- روابط مثلث قائم الزاویه

فصل اول: کاربرد محاسبات طولی در حل مسایل فنی

۱-۱- تعریف اندازه‌گیری: اندازه‌گیری در حقیقت مقایسه کمیتی با واحد مقرره قانونی است به عنوان مثال برای اندازه‌گیری طول آن را با متر، زاویه را با درجه، زمان را با ثانیه و شدت جریان برق را با آمپر مقایسه می‌کنند.

۱-۲- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI:

واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI ، متر (M) است.

۱-۲-۱- تعریف ۱متر : براساس تعریف جدید ۱متر مسافتی است که نور در عرض $\frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}$ ثانیه در خلأ طی می‌کند.

۱-۲-۲- اجزا و اضعاف متر:

اجزای متر عبارتند از: دسی‌متر (dm) ، سانتی‌متر (cm) ، میلی‌متر (mm) ، میکرومتر (μm)

- هر متر برابر ۱۰ دسی‌متر است. $۱m = ۱۰dm \Leftrightarrow$ هر دسی‌متر برابر یک دهم متر. $۱dm = \frac{۱}{۱۰}m$

مثال: ۴متر چند دسی‌متر می‌شود؟ $۴m = ?dm$ $۱m = ۱۰dm$ $۴ \times (۱m)$ $۴ \times (۱۰dm) = ۴۰dm$	تمرین: ۶ متر چند دسی‌متر است؟
مثال: ۴۲ دسی‌متر چند متر است؟ $۴۲dm = ?m$ $۱dm = ۰/۱m$ $۴۲ \times (۱dm)$ $۴۲ \times ۰/۱m = ۴/۲m$	تمرین: ۵۸ دسی‌متر چند متر است؟

- هرمتر برابر صد سانتی‌متر است. $۱m = ۱۰۰cm \Leftrightarrow$ هر سانتی‌متر برابر یک صدم متر. $۱cm = \frac{۱}{۱۰۰}m$

مثال: ۳/۵ متر چند سانتی‌متر است؟ $۳/۵\text{m} = ?\text{m}$ $۱\text{m} = ۱۰۰\text{cm}$ $۳/۵ \times (۱۰۰\text{cm}) =$ $۳/۵ \times ۱۰۰ = ۳۵۰\text{cm}$	تمرین: ۱۸/۵ متر چند سانتی‌متر است؟
مثال: ۱۵۶ سانتی‌متر چند متر است؟ $۱۵۶\text{cm} = ?\text{m}$ $۱\text{cm} = \frac{۱}{۱۰۰}\text{m}$ $۱۵۶ \times (\frac{۱}{۱۰۰}\text{m}) =$ $۱۵۶ \times \frac{۱}{۱۰۰} = ۱/۵۶\text{m}$	تمرین: ۱۸۶ سانتی‌متر چند متر است؟
مثال: حاصل عبارت را بر حسب m به دست آورید. $۴/۵\text{m} + ۱۲\text{dm} = ?\text{m}$ $۴/۵\text{m} + ۱۲ \times (\frac{۱}{۱۰}\text{m}) =$ $۴/۵ + ۱/۲ = ۵/۷\text{m}$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب m به دست آورید. $۳/۵\text{m} + ۱۴\text{dm}$
- هر متر برابر هزار میلی‌متر است. $۱\text{m} = ۱۰۰۰\text{mm}$ ⇔ هر میلی‌متر برابر یک هزار متر. $۱\text{mm} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m}$	
مثال: ۵/۵ متر چند میلی‌متر است؟ $۵/۵\text{m} = ?\text{mm}$ $۱\text{m} = ۱۰۰۰\text{mm}$ $۵/۵ \times (۱\text{m}) =$ $۵/۵ \times (۱۰۰۰\text{mm}) = ۵۵۰۰\text{mm}$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب dm به دست آورید. $۵/۵\text{m} + ۱۸\text{dm}$

مثال: ۱۵۷۵ میلی‌متر چند متر است؟ $۱۵۷۵mm = ?m$ $۱mm = \frac{۱}{۱۰۰۰}m$ $۱۵۷۵ \times (۱mm) =$ $۱۵۷۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}m) = ۱/۵۷۵m$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب cm به دست آورید. $۷۵cm + ۴m$
مثال: حاصل عبارت را بر حسب dm به دست آورید. $۲/۷m + ۴۸dm = ?dm$ $۲/۷ \times (۱۰dm) + ۴۸dm =$ $۲۴ + ۴۸ = ۷۵dm$	تمرین: ۳/۷۵ متر چند میلی‌متر است؟
مثال: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید. $۴m + ۱۲۵mm + ۱۲۰۰cm = ?m$ $۴m + ۱۲۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}m) + ۱۲۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰}m) =$ $۴m + ۰/۱۲۵m + ۱۲m$ $۴ + ۰/۱۲۵ + ۱۲ = ۱۶/۱۲۵m$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید. $۳m + ۷۵mm + ۱۲۵cm$
- هر متر برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میکرومتر است. $۱m = ۱۰۰۰۰۰۰\mu m \Leftrightarrow$ هر میکرومتر برابر $\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$ متر. $۱\mu m = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}m$	
مثال: ۱۲۵۰۰۰۰۰ میکرومتر چند متر است؟ $۱۲۵۰۰۰۰۰\mu m = ?m$ $۱۲۵۰۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}m) = ۱۲/۵m$	تمرین: ۱۴۹۰۰۰ میکرومتر چند متر است؟

مثال: ۰/۱۳۲ متر چند میکرومتر است؟ $۰/۱۳۲m = ?\mu m$ $۰/۱۳۲\times(۱۰۰۰۰۰۰\mu m) = ۱۳۲۰۰۰\mu m$	تمرین: ۱۲۹/۷ متر چند میکرومتر است؟
مثال: حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر به دست آورید. $۸m - ۲۲۵cm + ۱۲۵۰cm = ?cm$ $۸\times(۱۰۰cm) - ۲۲۵cm + ۱۲۵۰cm =$ $۸۰۰ - ۲۲۵ + ۱۲۵۰ = ۱۸۲۵cm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر به دست آورید. $۱۲۵cm + ۰/۷۵m - ۲۲/۵cm$
مثال: حاصل عبارت را بر حسب میکرومتر به دست آورید. $۰/۱۶m + ۱۶۸۰۰\mu m = ?\mu m$ $۰/۱۶\times(۱۰۰۰۰۰۰\mu) + ۱۶۸۰۰\mu m =$ $۱۶۰۰۰۰ + ۱۶۸۰۰ = ۱۷۶۸۰۰\mu m$	تمرین: حاصل عبارت زیر را بر حسب متر به دست آورید. $۱۷۵۰۰cm + ۱۴۹۰۰۰\mu m + ۱۶m$

- هر دسی‌متر برابر ۱۰ سانتی‌متر است. $۱dm = ۱۰cm \Leftrightarrow$ هر سانتی‌متر $\frac{۱}{۱۰}$ دسی‌متر است. $۱cm = \frac{۱}{۱۰}dm$

مثال: حاصل عبارت را بر حسب dm به دست آورید. $۱۱۴cm + ۱۲dm + ۲m = ?dm$ $۱۱۴\times(\frac{۱}{۱۰}dm) + ۱۲m + ۲\times(۱۰dm) =$ $۱۱/۴ + ۱۲ + ۲۰ = ۴۳/۴dm$	تمرین: حاصل عبارت زیر را بر حسب متر به دست آورید. $۹m + ۷۶۰۰۰\mu m + ۱۴۰۰۰mm$

مثال: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید. $۱۲m+۸۴۰۰۰۰\mu m+۱۲۰۰۰mm=?m$ $۱۲m+۸۴۰۰۰۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}m)+۱۲۰۰۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}m)$ $۱۲m+۰/۸۴m+۱۲m$ $۱۲+۰/۸۴+۱۲=۲۴/۸۴m$	تمرین: حاصل عبارت زیر را بر حسب متر به دست آورید. $۱۸۸۰۰cm+۱۶۹۰۰mm+۱۴m$
مثال: حاصل عبارت زیر را بر حسب cm به دست آورید. $۰/۰۹۸m+۱۸۶dm+۱۶۴cm=?cm$ $۰/۰۹۸\times(۱۰۰cm)+۱۸۶\times(۱۰cm)+۱۶۴cm$ $۹/۸+۱۸۶۰+۱۶۴=۲۰۳۳/۸cm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید. $۱۵۶cm+۱۱۸mm-۱۶m+۱۷dm$

- هر دسی‌متر برابر ۱۰۰میلی‌متر است. $۱dm=۱۰۰mm$ ⇔ هر میلی‌متر برابر $\frac{۱}{۱۰۰}$ دسی‌متر $۱mm=\frac{۱}{۱۰۰}$

مثال: ۱۲ دسی‌متر چند میلی‌متر است؟ $۱۲dm=?mm$ $۱۲\times(۱۰۰mm)=$ $۱۲\times۱۰۰=۱۲۰۰mm$	تمرین: ۱۷۸۰۰ میلی‌متر چند دسی‌متر است؟
مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر به دست آورید. $۱۱۶mm+۱۱۸cm+۱۷۹dm=?dm$ $۱۱۶\times(\frac{۱}{۱۰۰}dm)+۱۱۸\times(\frac{۱}{۱۰}dm)+۱۷۹dm=$ $۱/۱۶+۱۱/۸+۱۷۹=۱۹۲/۴dm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر به دست آورید. $۱۲۵m-۱۴۶۰cm+۱۶۱۸dm$

مثال: ۱۶۸۰۰ میلی‌متر چند دسی‌متر است؟ $۱۶۸۰۰mm = ?dm$ $۱۶۸۰۰\times(\frac{۱}{۱۰۰}dm) =$ $۱۶۰۰\times\frac{۱}{۱۰۰} = ۱۶dm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر به دست آورید. $۱۸۶dm + ۱۱۵۶mm + ۱۲m - ۹۸dm$
مثال: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر به دست آورید. $۱۲۴cm + ۱۷۸mm + ۱۱۹dm = ?mm$ $۱۲۴\times(۱۰mm) + ۱۷۸mm + ۱۱۹\times(۱۰۰mm) =$ $۱۲۴۰ + ۱۷۸ + ۱۱۹۰۰ = ۱۳۳۱۸mm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر به دست آورید. $۹۶cm + ۱۷۰mm + ۱۱۷dm$
- هر دسی‌متر برابر ۱۰۰۰۰۰ میکرومتر است. $۱dm = ۱۰۰۰۰۰\mu m$ ⇔ هر میکرومتر برابر $\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰}$ دسی‌متر است. $۱m = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰}dm$	
مثال: ۰/۰۰۵ دسی‌متر چند میکرومتر است؟ $۰/۰۰۵dm = ?\mu m$ $۰/۰۰۵\times(۱۰۰۰۰۰\mu m) =$ $۰/۰۰۵\times۱۰۰۰۰۰ = ۵۰۰\mu m$	تمرین: ۱۸۶۰۰ میکرومتر چند دسی‌متر است؟
مثال: ۱۵۶۰۰ میکرومتر چند دسی‌متر است؟ $۱۵۶۰۰\mu m = ?dm$ $۱۵۶۰۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰}dm) =$ $۱۵۶۰۰\times\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰} = ۰/۱۵۶dm$	تمرین: ۰/۰۳۱۲ دسی‌متر چند میکرومتر است؟

مثال: حاصل عبارت را بر حسب میکرومتر به دست آورید. $۱۴m+۱۶۱dm+۵۲۵\mu m$ $۱۴\times(۱۰۰۰۰۰۰\mu m)+۱۶۱\times(۱۰۰۰۰۰\mu m)+۵۲۵\mu m=$ $۱۴۰۰۰۰۰۰+۱۶۱۰۰۰۰۰+۵۲۵=۱۵۶۰۰۵۲۵\mu m$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر به دست آورید. $۱۳۶mm+۹۶۰cm+۸۶dm$
- هر سانتی‌متر برابر ۱۰ میلی‌متر است $۱cm=۱۰mm \Leftrightarrow$ هر میلی‌متر $\frac{۱}{۱۰}$ سانتی‌متر است. $۱mm=\frac{۱}{۱۰}cm$	
مثال: ۱۴۵ سانتی‌متر چند میلی‌متر است؟ $۱۴۵cm=?mm$ $۱۴۵\times(۱۰mm)=۱۴۵۰mm$	تمرین: ۱۷۵ سانتی‌متر چند میلی‌متر است؟
مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر به دست آورید. $۶۲۵۰\mu m+۲۶۹dm+۱۲m$ $۶۲۵۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰}dm)+۲۶۹dm+۱۲\times(۱۰dm)$ $۰/۰۶۲۵۰+۲۶۹+۱۲۰=۳۸۹/۰۶۲۵dm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر به دست آورید. $۱۹۳۶۰\mu m+۴۱۶dm+۱۰m$
مثال: ۱۴۵۶ میلی‌متر چند سانتی‌متر است؟ $۱۴۵۶mm=?cm$ $۱۴۵۶\times(\frac{۱}{۱۰}cm)=۱۴۵/۶cm$	تمرین: ۱۷۵۰ میلی‌متر چند سانتی‌متر است؟
مثال: حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر به دست آورید. $۱۲۵mm+۱۷۵cm=?cm$ $۱۲۵\times(\frac{۱}{۱۰}cm)+۱۷۵cm=$ $۱۲/۵+۱۷۵=۱۸۷/۵cm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر به دست آورید. $۷۵۶cm+۱۱۲mm$

- هر سانتی‌متر برابر ۱۰۰۰۰ میکرومتر است. $1cm = 10000\mu m$ ⇔ هر میکرومتر برابر $\frac{1}{10000}$ سانتی‌متر است. $1mm = \frac{1}{10000}cm$

مثال: ۷۵ سانتی‌متر چند میکرومتر است؟ $75cm = ?\mu m$ $75 \times (10000\mu m) = 750000\mu m$	تمرین: ۱۶۷ سانتی‌متر چند میکرومتر است؟
مثال: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر به دست آورید. $415cm + 98mm = ?mm$ $415 \times (10mm) + 98mm$ $4150 + 98 = 4248mm$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر به دست آورید. $186mm + 106cm$
مثال: ۶۸۰۰۰ میکرومتر چند سانتی‌متر است؟ $68000\mu m = ?cm$ $68000 \times (\frac{1}{10000}cm) = 6/8cm$	تمرین: ۵۷۸۰۰ میکرومتر چند سانتی‌متر است؟

- هر میلی‌متر برابر ۱۰۰۰ میکرومتر است. $1mm = 1000\mu m$ ⇔ هر میکرومتر برابر $\frac{1}{1000}$ میلی‌متر است. $1mm = \frac{1}{1000}mm$

مثال: ۶۵ میلی‌متر چند میکرومتر است؟ $65mm = ?\mu m$ $65 \times (1000\mu m) = 65000\mu m$	تمرین: ۱۲۵ میلی‌متر چند میکرومتر است؟

مثال: ۸۵۰۰ میکرومتر چند میلی‌متر است؟ $۸۵۰۰\mu m = ?\,mm$ $۸۵۰۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}mm) = ۸/۵mm$	تمرین: ۱۳۵۰۰ میکرومتر چند میلی‌متر است؟

$$km \underset{\div ۱۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} m \underset{\div \frac{۱}{۱۰}}{\overset{\times ۱۰}{\rightleftarrows}} dm \underset{\div \frac{۱}{۱۰}}{\overset{\times ۱۰}{\rightleftarrows}} cm \underset{\div \frac{۱}{۱۰}}{\overset{\times ۱۰}{\rightleftarrows}} mm \underset{\div \frac{۱}{۱۰۰۰}}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} mm$$

- هر کیلومتر برابر ۱۰۰۰ متر است. $۱km = ۱۰۰۰m \Leftrightarrow$ هر متر برابر $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ کیلومتر است. $۱km = \frac{۱}{۱۰۰۰}m$

مثال: ۵ کیلومتر چند متر است؟ $۵km = ?\,m$ $۵\times(۱۰۰۰m) = ۵۰۰۰m$	تمرین: ۷۵۸۰ متر چند کیلومتر است؟
مثال: ۵۶۵۰ متر چند کیلومتر است؟ $۵۶۵۰m = ?\,km$ $۵۶۵۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}km) = ۵/۶۵km$	تمرین: ۸ کیلومتر چند متر است؟
مثال: ۲ کیلومتر چند دسی‌متر است؟ $۲km = ?\,dm$ $\begin{cases} ۱km = ۱۰۰۰m \\ ۱m = ۱۰dm \end{cases}$ $۲km = ۲\times(۱km) = ۲\times(۱۰۰۰m)$ $۲km = ۲۰۰۰m$ $۲۰۰۰m = ۲۰۰۰\times(۱m)$ $۲۰۰۰m = ۲۰۰۰\times(۱۰dm) =$ $= ۲۰۰۰۰dm$ راه حل دیگر $\Rightarrow ۲km = ۲\times(۱۰۰۰m) =$ $= ۲\times۱۰۰۰\times(۱۰dm)$ $= ۲۰۰۰۰dm$	تمرین: ۶ کیلومتر چند دسی‌متر است؟

۳-۱- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم F.P.S :

F.P.Sمخفف واحدهای فوت ،پوند و ثانیه است که در کشورهای آمریکا و انگلیس استفاده می‌شود.

در این سیستم فوت واحد اندازه‌گیری طول ،پوند واحد اندازه‌گیری جرم و ثانیه واحد اندازه‌گیری زمان می‌باشد.

اضعاف فوت یارد و اجزا آن اینچ می‌باشد.

-هر فوت برابر ۱۲ اینچ است $(1ft = 12'' \Leftrightarrow$ هر اینچ $\frac{1}{12}$ فوت است$(1in = \frac{1}{12}ft$.

-هر یارد برابر ۳ فوت است $1yard = 3ft \Leftrightarrow$ هر فوت $\frac{1}{3}$ یارد است $1ft = \frac{1}{3}yard$.

$$1yard \underset{\div 3}{\overset{\times 3}{\rightleftarrows}} 1ft \underset{\div 12}{\overset{\times 12}{\rightleftarrows}} inch$$

-هر اینچ برابر۴ / ۲۵میلی‌متر است $1'' = 25/4mm$.با توجه به اینکه هر فوت $12''$است می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} 1ft = 12'' \\ 1'' = 25/4mm \end{array}\right\} \Rightarrow 1ft = 12 \times (1'') = 12 \times 25/4mm = 304/8mm$$

بنابراین هر فوت برابر۸ / ۳۰۴میلی‌متر است.

برای تبدیل یارد به میلی‌متر می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} 1yard = 3ft \\ 1ft = 304/8mm \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 1yard = 3 \times (1ft) \\ 1yard = 3 \times (304/8mm) \\ 1yard = 914/4mm \end{cases}$$

بنابراین هر یارد برابر ۹۱۴/۴ mm است.

-یک اینچ برابر۵۴ / ۲سانتی‌متر است $1'' = 2/54cm \Leftrightarrow$ هر سانتی‌متر برابر $\frac{1}{2/54}$اینچ است $1cm = \frac{1}{2/54}''$:

در کارهای صنعتی مانند ریخته‌گری ،مدل سازی و غیره ابعاد کوچک‌تر از یک اینچ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برای همین منظور یک اینچ را به ۱۶ قسمت تبدیل می‌کنند و به صورت کسر نشان می‌دهند که عبارتند از:

$$\frac{1}{16}'', \frac{2}{16}'', \frac{3}{16}'', \frac{4}{16}'', \frac{5}{16}'', \frac{6}{16}'', \frac{7}{16}'', \frac{8}{16}'', \frac{9}{16}'', \frac{10}{16}'', \frac{11}{16}'', \frac{12}{16}'', \frac{13}{16}'', \frac{14}{16}'', \frac{15}{16}'', \frac{16}{16}''$$

در صورت ساده کردن خواهیم داشت:

$$\frac{2}{16}'' = \frac{1}{8}'', \frac{4}{16}'' = \frac{1}{4}'', \frac{6}{16}'' = \frac{3}{8}'', \frac{8}{16}'' = \frac{1}{2}'',$$
$$\frac{10}{16}'' = \frac{5}{8}'', \frac{12}{16}'' = \frac{3}{4}'', \frac{14}{16}'' = \frac{7}{8}'', \frac{16}{16}'' = 1''$$

$$\frac{2}{16}'' = \frac{1}{8}'', \frac{4}{16}'' = \frac{1}{4}'', \frac{6}{16}'' = \frac{3}{8}'', \frac{8}{16}'' = \frac{1}{2}'', \frac{10}{16}'' = \frac{5}{8}'', \frac{12}{16}'' = \frac{3}{4}'', \frac{14}{16}'' = \frac{7}{8}'', \frac{16}{16}'' = 1''$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{16}'', \frac{1}{8}'', \frac{3}{16}'', \frac{1}{4}'', \frac{5}{16}'', \frac{3}{8}'', \frac{7}{16}'', \frac{1}{2}'',$$
$$\frac{9}{16}'', \frac{5}{8}'', \frac{11}{16}'', \frac{3}{4}'', \frac{13}{16}'', \frac{7}{8}'', \frac{15}{16}'', 1''$$

$$\frac{1}{16}'', \frac{1}{8}'', \frac{3}{16}'', \frac{1}{4}'', \frac{5}{16}'', \frac{3}{8}'', \frac{7}{16}'', \frac{1}{2}'', \frac{9}{16}'', \frac{5}{8}'', \frac{11}{16}'', \frac{3}{4}'', \frac{13}{16}'', \frac{7}{8}'', \frac{15}{16}'', 1''$$

مثال ۱۴ :اینچ چند میلی‌متر است؟

$14\text{inch} = ?\,\text{mm}$

$14 \times (1'')$

$14 \times (25/4\text{mm})$

$14 \times 25/4 = 355/6$

تمرین : ۲۵اینچ چند میلی‌متر است؟

مثال : ۸۵۶ میلی‌متر چند اینچ است؟

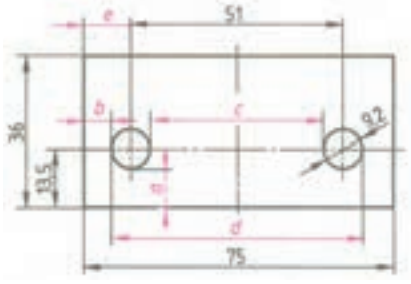
$856\text{mm} = ?\,\text{in}$

$856 \times (1\text{mm}) =$

$$856 \times \frac{1}{25/4}'' = 33/7''$$

تمرین : ۹۴۶ میلی‌متر چند اینچ است؟

مثال : ۲۵ اینچ چند سانتی‌متر است؟ $۲۵'' = ?\,cm$ $۲۵\times(۱'') =$ $۲۵\times(۲/۵۴cm) =$ $۲۵\times۲/۵۴ = ۶۳/۵cm$	تمرین : ۳۷ اینچ چند سانتی‌متر است؟
مثال : ۱۹۶۸ سانتی‌متر چند اینچ است؟ $۱۹۶۸cm = ?inch$ $۱۹۶۸\times(۱cm)$ $۱۹۶۸\times\frac{۱}{۲/۵۴} = ۷۷۴/۸''$	تمرین : ۲۶۵۸ میلی‌متر چند اینچ است؟
مثال :از تسمه فولادی به طول ۶ متر قطعاتی با اندازه‌های۰/۷۵ متر ۸۷ میلی‌متر،۱/۳۰ متر ۱۵۴۰ میلی‌متر، ۶۲۵ میلی‌متر بریده خواهد شد .ضخامت تیغه اره ۱/۵ میلی‌متر می‌باشد .طول قطعه باقیمانده را بر حسب میلی‌متر به دست آورید. طول قطعات بریده شده $= ۰/۷۵m + ۸۷mm + ۱/۳۰m - ۱۵۴۰mm + ۶۲۵m\,m$ طول قطعات بریده شده بر حسب میلی‌متر $= ۰/۷۵\times(۱۰۰۰mm) + ۸۷mm + ۱/۳۰\times(۱۰۰۰mm) + ۱۵۴۰mm + ۶۲۵mm$ $= ۷۵۰mm + ۸۷mm + ۱۳۰۰mm + ۱۵۴۰mm + ۶۲۵mm$ $= ۴۳۰۲m$ ضخامت کل برش به وسیله تیغ اره $= ۵\times۱/۵ = ۷/۵mm$ کل طول بریده شده بر حسب میلی‌متر $= ۴۳۰۲ + ۷/۵ = ۴۳۰۹/۵mm$ طول بریده شده – طول کل قطعه = طول باقیمانده بر حسب mm	تمرین: از تسمه فولادی به طول ۸ متر قطعاتی با اندازه‌های ۰/۷۵ متر، ۱۸ میلی‌متر ، ۲/۳۰ متر، ۱۵۴۰ میلی‌متر، ۶۲۵ میلی‌متر بریده خواهد شد. ضخامت تیغه اره ۱/۵ میلی‌متر می‌باشد، طول قطعه باقیمانده را بر حسب متر به دست آورید. حل:

$= ۶ \times (۱۰۰۰mm) - ۴۳۰۹/۵ = ۶۰۰۰ - ۴۳۰۹/۵ = ۱۶۹۰/۵mm$ طول باقیمانده	
مثال: از یک لوله برنجی به طول ۶/۲ متر قطعاتی با طول‌های مساوی ۱۸۵ میلی‌متر بریده خواهد شد. عرض برش ۱/۲ میلی‌متر می‌باشد. حساب کنید. الف ـ تعداد قطعه حاصل ب ـ طول قطعه باقیمانده بر حسب میلی‌متر حل: واحد متر را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم. الف: $۶/۲m = ۶/۲ \times ۱۰۰۰mm = ۶۲۰۰mm$ برش کامل $n = \frac{۶۲۰۰}{۱۸۵} = ۳۳/۵ \Rightarrow n = ۳۳$ ب: طول قطعات بریده شده $= ۳۳ \times ۱۸۵ = ۶۱۰۵mm$ عرض برش $= ۳۳ \times ۱/۲ = ۳۹/۶mm$ طول قطعه باقیمانده بر حسب میلی‌متر $= ۶۲۰۰ - (۶۱۰۵ + ۳۹/۶)$ $= ۵۵/۴mm$	تمرین: از یک لوله مسی به طول ۷/۲ متر قطعاتی با طول‌های مساوی ۱۶۸ میلی‌متر بریده خواهد شد. عرض برش ۲/۵ میلی‌متر می‌باشد حساب کنید. الف ـ تعداد قطعه حاصل ب ـ طول قطعه باقیمانده برحسب متر حل:
تمرین: مقدار اندازه‌های a , b , c , d , e را در قطعه شکل ۱-۱ به دست آورید.  شکل (۱-۱) حل:	تمرین: از یک الوار به طول ۶/۲۰ متر قطعات زیر بریده خواهد شد. ۳ قطعه هر کدام به طول ۴۵۰ میلی‌متر، ۴ قطعه هر کدام به طول ۵/۰۲ دسی‌متر، ۲ قطعه هرکدام به طول ۲۸/۴ میلی‌متر، شیار برش ۲/۷۵ میلی‌متر است، طول باقیمانده بر حسب سانتی‌متر را به دست آورید. حل:

ادامه حل	ادامه حل

۴-۱- مقیاس:

همواره قطعات را نمی‌توان با ابعاد حقیقی رسم نمود. در مواردی لازم است قطعات کوچک را، بزرگ‌تر ترسیم نمود، یعنی چند برابر اندازه واقعی که در این صورت به آن مقیاس افزاینده گفته می‌شود.

به طور مثال خواهیم داشت:

مثال ۱- ۲:۱ یعنی اندازه‌های روی نقشه ۲ برابر اندازه واقعی است.

مثال ۲- ۵:۱ یعنی اندازه‌های روی نقشه ۵ برابر اندازه واقعی است.

در مواردی نیز که ابعاد قطعه بسیار بزرگ است باید آن را کوچک‌تر ترسیم نمود، یعنی چند برابر کوچک‌تر از اندازه واقعی که در این صورت به آن مقیاس کاهنده گفته می‌شود.

به طور مثال خواهیم داشت:

مثال ۱- ۱:۲ یعنی اندازه‌های روی نقشه $\frac{۱}{۲}$ اندازه واقعی است.

مثال ۲- ۱:۵ یعنی اندازه‌های روی نقشه $\frac{۱}{۵}$ اندازه واقعی است.

در موردی نیز که قطعه را به ابعاد واقعی ترسیم می‌کنند، به آن مقیاس حقیقی گفته می‌شود که به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

۱:۱ یعنی اندازه‌های روی نقشه برابر اندازه واقعی است.

با توجه به مطالب ذکر شده برای به دست آوردن طول ترسیمی در نقشه، کافی است که طول حقیقی را در مقیاس ضرب کنیم. یعنی مقیاس × طول حقیقی = طول ترسیمی

یا

$$ZM = WM \times M$$

مثال: طول ترسیمی قطعه‌ای به طول ۱۸۰ میلی‌متر با مقیاس ۱:۵ چند میلی‌متر است؟

مرحله اول: داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$ZM = ?$	$WM = ۱۸۰mm$ $M = \frac{۱}{۵}$

مرحله دوم: نوشتن رابطه و جایگذاری

$$ZM = WM \times M$$

$$ZM = ۱۸۰mm \times \frac{۱}{۵}$$

$$ZM = ۳۶mm$$

تمرین: طول ترسیمی قطعه‌ای به طول ۲۴۰ میلی‌متر با مقیاس ۱:۴ چند سانتی‌متر است؟

حل:

۵-۱- تلرانس:

معمولاً اندازه قطعات به طور دقیق برابر اندازه اسمی ذکر شده نمی‌باشد بلکه در یک بازه قرار می‌گیرد. مثلاً طول یک قطعه با توجه به طراحی می‌تواند بین ۹/۵ تا ۱۰/۵ میلی‌متر باشد که به طور اسمی ۱۰ میلی‌متر ذکر می‌شود. محدوده بین ۹/۵ mm و ۱۰/۵ mm که تفاضل بزرگ‌ترین اندازه از کوچک‌ترین اندازه یعنی $۱۰/۵ - ۹/۵ = ۱mm$ را تلرانس می‌گویند.

به عبارت دیگر اندازه این قطعه به شکل $۱۰^{\pm ۰/۵}$ نشان داده می‌شود که ۰/۵+ انحراف بالایی و ۰/۵− انحراف پایینی از اندازه اسمی ۱۰ mm است. به طور کلی برای محاسبه تلرانس از روابط زیر استفاده می‌شود.

علایم اختصاری

N = اندازه اسمی

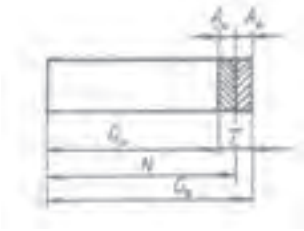
A_o = انحراف بالایی

A_u = انحراف پایینی

G_o = بزرگ‌ترین اندازه

G_u = کوچک‌ترین اندازه

T = تلرانس



شکل ۲-۱

کوچک‌ترین اندازه − بزرگ‌ترین اندازه = تلرانس

$$T = G_O - G_u$$

انحراف پایینی − اندازه اسمی = کوچک‌ترین اندازه

$$G_U = N + A_U$$

انحراف بالایی + اندازه اسمی = بزرگ‌ترین اندازه

$$G_O = N + A_O$$

مثال: روی نقشه‌ای اندازه $۲۵۰^{+۱/۸}_{-۱/۸}$ نوشته شده است. بزرگ‌ترین اندازه، کوچک‌ترین اندازه و تلرانس را به دست آورید.

حل:

۱- مرحله اول: نوشتن داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$G_o = ?$	$A_o = +۱/۸$
$G_u = ?$	$A_u = -۱/۸$
$T = ?$	$N = ۲۵۰$

۲- مرحله دوم: نوشتن رابطه‌ها، جایگذاری و محاسبه

$$G_o = N + A_o = ۲۵۰mm + ۱/۸mm = ۲۵۱/۸mm$$

$$G_u = N + A_u = ۲۵۰mm + (-۱/۸mm) = ۲۴۸/۲mm$$

تمرین: روی نقشه اندازه $۱۶۰^{+۲/۲}_{-۲/۲}$ نوشته شده است. بزرگ‌ترین، کوچک‌ترین اندازه و تلرانس را به دست آورید.

حل:

$T = G_o - G_u = ۲۵۱/۸mm - ۲۴۸/۲mm$ $= ۳/۶mm$	

۶-۱- محاسبه طول قطعات خمیده هندسی:

قطعات خمیده هندسی عبارتند از: دایره، طول قوسی از دایره و بیضی

۱- محیط یا طول دایره

محیط دایره از رابطه زیر به دست می‌آید.

قطره دایره × عددی پی = محیط دایره (طول دایره)

$$U = p \times d \Rightarrow d = \frac{U}{p}$$

$$\Rightarrow d = ۲r$$

$$U = p \times ۲r \Rightarrow \boxed{U = ۲pr}$$

شکل (۳-۱)

۲- محیط یا طول قوسی از دایره

- طول قوسی از دایره به صورت زیر است.

$$\text{طول قوس قطاع} = \frac{\text{زاویه مرکزی قطاع} \times \text{قطر} \times \text{عددپی}}{۳۶۰^\circ}$$

$$b = \frac{p \times d \times a}{۳۶۰}$$

$$\text{زاویه مرکزی قطاع } a = \frac{b \times ۳۶۰}{d \times p}$$

شکل (۴-۱)

تذکر: زاویه α زاویه مرکزی مقابل به قوس دایره می‌باشد.

علایم اختصاری:

U = محیط

D = قطر بزرگ

α = زاویه مرکزی

d = قطر یا قطر کوچک

b = طول کمان

r = شعاع

۳- محیط یا طول بیضی

- محیط بیضی نزدیک به دایره از رابطه زیر به دست می‌آید.

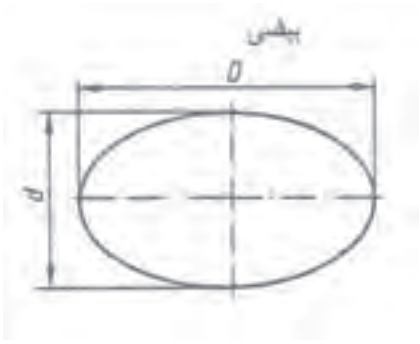
محیط بیضی (طول بیضی)

$\approx$ عدد پی $\times$ (نصف قطر کوچک + نصف قطر بزرگ)

$$U \approx p \times \frac{d+D}{۲}$$

$$D \approx \frac{۲U}{p} - d$$

$$d \approx = \frac{۲U}{p} - D$$



شکل (۵-۱)

مثال: محیط دایره‌ای به شعاع ۵۰mm را به دست آورید.

مرحله اول: نوشتن داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
U = ?	r = ۵۰mm π = ۳/۱۴

مرحله دوم: نوشتن رابطه $U = ۲\pi r$

مرحله سوم: جایگذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه بیضی

$U = ۲ \times ۳/۱۴ \times ۵۰$

$\boxed{U = ۳۱۴mm}$

تمرین: محیط دایره‌ای به شعاع ۹۰mm را به دست آورید.

حل:

مثال: محیط بیضی که به ترتیب قطرهای آن ۵۰۰ mm و ۱۰۰ mm را به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$U = ?$	$d = ۵۰mm$ $D = ۸۰mm$ $\pi = ۳/۱۴$

$$U = p \times \frac{d+D}{۲}$$

$$U = ۳/۱۴ \times \frac{۵۰+۱۰۰}{۲} = ۳/۱۴ \times ۷۵ = ۲۳۵/۵mm$$

تمرین: محیط یک بیضی ۵۰۰ mm و قطر بزرگ آن ۲۰۰ mm است. قطر کوچک آن را محاسبه کنید.

حل:

مثال: محیط یک بیضی ۴۰۰ mm ا ست و قطر کوچک آن ۱۰۰ mm است قطر دیگر آن را محاسبه کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$D = ?$	$d = ۱۰۰mm$ $U = ۴۰۰mm$ $\pi = ۳/۱۴$

$$D \approx \frac{۲U}{p} - d = \frac{۲ \times ۴۰۰}{۳/۱۴} - ۱۰۰$$

$$D \approx ۲۵۴۱/۷۷ - ۱۰۰ = ۱۵۴/۷۷mm$$

تمرین: محیط یک بیضی ۲۰۰ mm و قطر کوچک آن ۴۰ mm است. قطر بزرگ آن را محاسبه کنید.

حل:

مثال: طول قوس قطاع دایره‌ای به قطر ۳۶۸ میلی‌متر را با زاویه مرکزی قطاع ۶۸ درجه به دست آورید.

مرحله اول: نوشتن داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$b = ?$	$d = ۳۶۸mm$ $\alpha = ۶۸^{\circ}$ $\pi = ۳/۱۴$

مرحله دوم: نوشتن رابطه مربوطه

$$b = \frac{p \times d \times a}{۳۶۰}$$

مرحله سوم: جایگذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$b = \frac{d \times p \times a}{۳۶۰} = \frac{۳۶۸ \times ۳/۱۴ \times ۶۸}{۳۶۰}$$

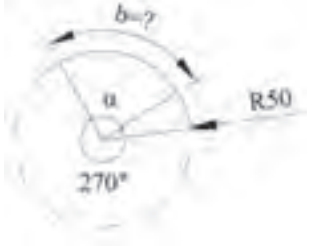
$$b = \frac{۳۶۸ \times ۳/۱۴ \times ۶۸}{۳۶۰}$$

$$\boxed{b = ۲۱۸/۳mm}$$

تمرین: طول قوس قطاع دایره‌ای به قطر ۴۲۰ میلی‌متر را با زاویه مرکزی قطاع ۸۶ درجه به دست آورید.

حل:

مثال: طول قوس قطاع شکل زیر را به دست آورید.



شکل (۶-۱)

مرحله اول :

خواسته ها	داده‌ها
$\alpha = ?$ $b = ?$	$r = ۵۰mm$ $\pi = ۳/۱۴$

تمرین : طول قوس قطاع شکل زیر را بدست آورید.

شکل (۷-۱)

محاسبه زاویه α :

$$۲۷۰+\alpha=۳۶۰$$

$$\alpha=۳۶۰-۲۷۰$$

$\alpha=۹۰^\circ \rightarrow$ زاویه روبه‌رو به طول قوس

محاسبه قطر

$$d=۲۷=۲\times۵۰=۱۰۰mm$$

نوشتن رابطه طول قوس و جایگذاری داده‌ها

$$b=\frac{p\times d\times a}{۳۶۰} \qquad b=\frac{۵۰\times۳/۱۴\times۹۰}{۳۶۰}$$

$$b=۳۹/۲۵mm$$

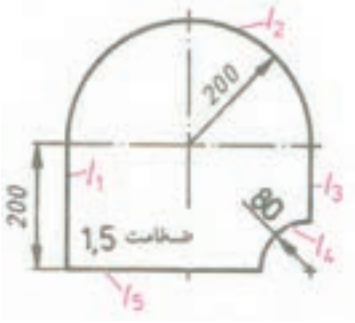
اگر قطعه از قسمت‌های مختلف تشکیل شده باشد، برای محاسبه طول قطعه باید ابتدا طول قسمت‌های کوچک‌تر را به طور مجزا اندازه گرفت سپس آنها را با هم جمع نمود.

به عنوان مثال قطعه زیر از ۵ قسمت مختلف تشکیل شده است که ابتدا طول هر کدام از این قسمت‌ها را به دست می‌آوریم یعنی $L_۵$ ، $L_۴$ ، $L_۳$ ، $L_۲$ ، $L_۱$و سپس از حاصل جمع این قسمت‌ها طول کل قطعه به دست می‌آید.

شکل (۸-۱)

$$L=L_۱+L_۲+L_۳+L_۴+L_۵$$

مثال :قطعه‌ای مطابق شکل با روش برش با گاز ،از ورق فولادی بریده خواهد شد ،طول مسیر برش را بر حسب mm به دست آورید.



شکل (۹-۱)

حل :منظور از طول مسیر برش همان محیط قطعه می‌باشد.

برای به دست آوردن محیط قطعه ،ابتدا محیط آن را به طول‌های $L_۵$ ، $L_۴$ ، $L_۳$ ، $L_۲$ ، $L_۱$ تفکیک نموده و پس از محاسبه طول هریک از آنها ،با جمع طول پاره خط‌ها ،محیط قطعه مرکب را به دست می‌آوریم.

$$U = L_۱ + L_۲ + L_۳ + L_۴ + L_۵$$

$$L_۱ = ۲۰۰mm$$

$$L_۲ = \frac{d_۲ \times p}{۲} = \frac{۴۰۰mm \times ۳/۱۴}{۲} = ۶۲۸mm$$

$$L_۳ = ۲۰۰mm - ۸۰mm = ۱۲۰mm$$

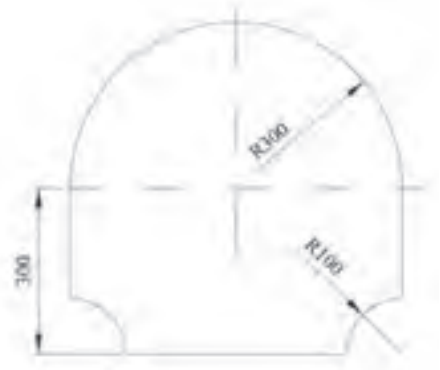
$$L_۴ = \frac{d_۴ \times p}{۴} = \frac{۱۶۰mm \times ۳/۱۴}{۴} = ۱۲۵/۶mm$$

$$L_۵ = ۴۰۰mm - ۸۰mm = ۳۲۰mm$$

$$U = ۲۰۰ + ۶۲۸ + ۱۲۰ + ۱۲۵/۶ + ۳۲۰$$

$$U = ۱۴۱۳/۶mm$$

تمرین: قطعه‌ای مطابق شکل با روش با گاز، از ورق فولادی بریده خواهد شد، طول مسیر برشی بر حسب متر را به دست آورید.



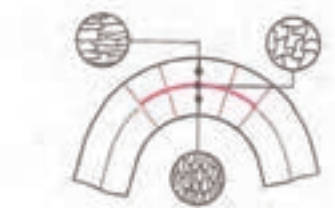
شکل (۱۰-۱)

حل:

محاسبه طول گسترده قطعات خمیده:

هنگام خم کاری قطعات، لایه‌های خارجی آن کشیده شده و لایه‌های داخلی آن فشرده می‌شوند بین لایه‌های خارجی و داخلی، لایه‌ای وجود دارد که در موقع خم کاری نه کشیده و نه فشرده می‌شود و طول آن بدون تغییر باقی می‌ماند این لایه را لایه خنثی و طول آن را طول گسترده قطعه خمیده می‌نامند.

طول لایه (فاز) خنثی = طول گسترده قطعات خمیده

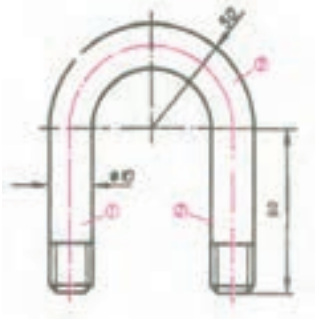


شکل (۱۱-۱)

در مورد محاسبه طول گسترده ابتدا باید فاز خنثی را مشخص کرد و طول آن را محاسبه نمود. مثلاً برای محاسبه طول میله‌ای به شکل کمان با مقطع دایره کافی است که مرکز دایره را به دست آورده و سپس فاز خنثی آن را رسم نمود. طول این خط برابر طول میله است.

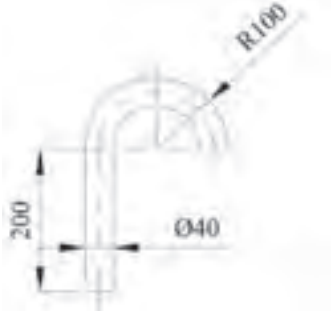
شکل (۱۲-۱)

مثال: از میله گردی به قطر ۱۰ میلی‌متر، بستی مطابق شکل ساخته خواهد شد. طول گسترده آن را به دست آورید.



شکل (۱۳-۱)

تمرین: از میله گردی به قطر ۱۲ میلی‌متر، بستی مطابق شکل ساخته خواهد شد. طول گسترده آن را به دست آورید.



شکل (۱۴-۱)

حل: با توجه به اینکه میله دارای قطر می‌باشد برای محاسبه طول قطعه باید طول خط مرکز ثقل قطعه را به دست آورد.

$$L = L_1 + L_2 + L_3$$

$$L_1 = 90mm$$

$$L_2 = 90mm$$

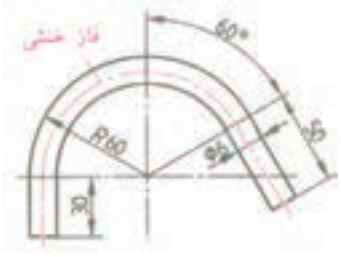
$$L_3 = \frac{d_m \times p}{2} = \frac{(100mm - 10mm) \times 3/14}{2}$$

$$L_3 = 141/37mm$$

$$L = 90 + 90 + 141/37 \Rightarrow L = 321/37mm$$

حل:

مثال: طول گسترده قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



شکل (۱۵-۱)

حل:

$$L = L_1 + L_2 + L_3$$

$$dm = 120 - 6 = 114mm$$

$$L_1 = 30mm$$

$$L_2 = \frac{d_m \times p \times a}{360^\circ} = \frac{(120mm - 6mm) \times 3/14 \times 150^\circ}{360^\circ}$$

$$L_2 = 149/23mm$$

$$L_3 = 50mm$$

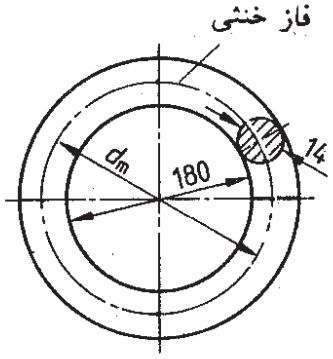
$$L = 30 + 149/23 + 50 \Rightarrow L = 229/23mm$$

حل:

تمرین: طول گسترده قطعه مطابق شکل را به دست آورید.

شکل (۱۶-۱)

مثال: طول گسترده حلقه مطابق شکل را به دست آورید.



شکل (۱-۱۷)

حل:

$L = \pi \times dm$

$dm = ۱۸۰ + ۱۴$

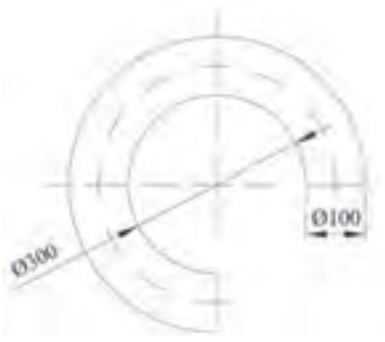
$dm = ۱۹۴ mm$

$L = \pi \times ۱۹۴$

$L = ۳/۱۴ \times ۱۹۴$

$L = ۶۰۹/۱۶ mm$

تمرین: طول گسترده حلقه مطابق شکل را به دست آورید.

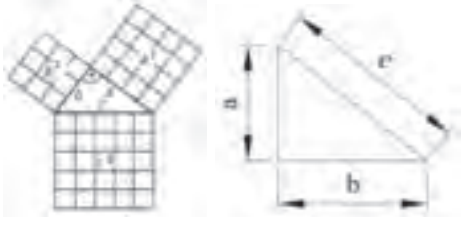


شکل (۱-۱۸)

حل:

۱-۸- روابط مثلث قائم الزاویه:

۱-۸-۱- قضیه فیثاغورث: براساس این قضیه در مثلث قائم الزاویه مربع وتر برابر است با مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر. $c^۲ = a^۲ + b^۲$



شکل (۱-۱۹)

یکی از کاربردی این رابطه محاسبه قطر مربع و مستطیل می‌باشد.

قطر مربع:

$c^۲ = a^۲ + b^۲$

$c^۲ = ۲a^۲$

$c = \sqrt{۲}a \Rightarrow$ قطر مربع

a : ضلع مربع

شکل (۲۰-۱)

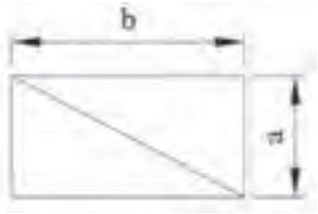
قطر مستطیل:

$c^۲ = a^۲ + b^۲$

$c = \sqrt{a^۲ + b^۲}$

c : قطر مستطیل

a , b : ضلع‌های مستطیل



شکل (۲۱-۱)

مثال: در مثلث قائم الزاویه‌ای اندازه ضلع مجاور به زاویه قائمه ۸۵ میلی‌متر و اندازه وتر ۱۶۰ میلی‌متر است. اندازه ضلع دیگر چند میلی‌متر است؟

حل:

مرحله اول: رسم شکل

$a = ۸۵$ و $c = ۱۶۰$

مرحله دوم: نوشتن رابطه و حل مسئله

$c^۲ = a^۲ + b^۲$

$b^۲ = c^۲ - a^۲$

$b = \sqrt{c^۲ - a^۲} = \sqrt{(۱۶۰mm)^۲ - (۸۵mm)^۲}$

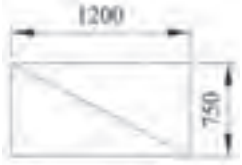
$b = \sqrt{۱۸۳۷۵mm^۲} \Rightarrow b = ۱۳۵/۶mm$

تمرین: در مثلث قائم الزاویه‌ای اندازه ضلع مجاور به زاویه قائمه ۹۵ میلی‌متر و اندازه وتر ۱۸۰ میلی‌متر است. اندازه ضلع دیگر چند میلی‌متر است؟

حل:

مثال: اندازه قطر مستطیل ۱۲۰۰×۷۵۰ میلی‌متر را به دست آورید.

حل: مرحله اول: رسم شکل



مرحله دوم: نوشتن رابطه جایگذاری و محاسبه

$$c^۲ = a^۲ + b^۲$$

$$c = \sqrt{a^۲ + b^۲} = \sqrt{(۱۲۰۰mm)^۲ + (۷۵۰mm)^۲}$$

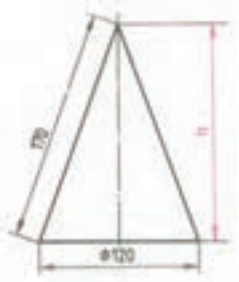
$$c = \sqrt{۱۴۴۰۰۰۰ + ۵۶۲۵۰۰}$$

$$c = \sqrt{۲۰۰۲۵۰۰mm^۲} \Rightarrow c = ۱۴۱۵/۰۹۷mm$$

تمرین: اندازه قطر مستطیل ۱۱۰۰×۸۵۰ میلی‌متر را به دست آورید.

حل:

مثال: ارتفاع مخروط مطابق شکل چند میلی‌متر است؟



شکل (۲۲-۱)

حل:

$$a = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰mm$$

$$c^۲ = a^۲ + b^۲$$

$$c^۲ = a^۲ + h^۲$$

$$h^۲ = c^۲ - a^۲$$

$$h = \sqrt{c^۲ - a^۲} = \sqrt{(۱۷۰)^۲ - (۶۰)^۲} =$$

$$h = \sqrt{۲۸۹۰۰ - ۳۶۰۰} = \sqrt{۲۵۳۰۰mm^۲}$$

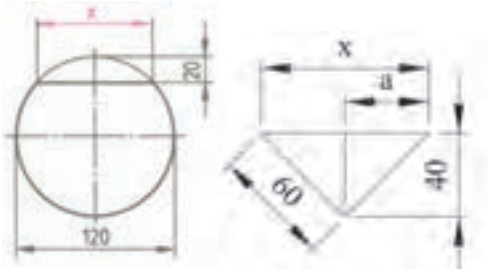
$$h = ۱۵۹/۰۵۹mm$$

تمرین: ارتفاع مخروط مطابق شکل چند سانتی‌متر است؟

شکل (۲۳-۱)

حل:

مثال: میله گردی مطابق شکل سوهان کاری خواهد شد. اندازه پهنای x چند میلی‌متر است؟



شکل (۱-۲۴)

حل:

$$c^۲ = a^۲ + b^۲$$

$$a^۲ = c^۲ - b^۲$$

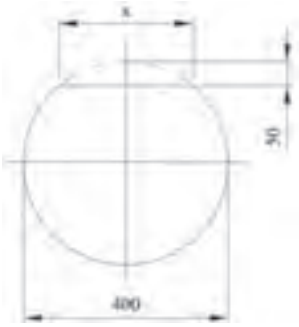
$$a = \sqrt{c^۲ - b^۲}$$

$$a = \sqrt{(۶۰)^۲ - (۴۰)^۲} = \sqrt{۳۶۰۰ - ۱۶۰۰} =$$

$$a = \sqrt{۲۰۰۰ mm^۲} \Rightarrow a = ۴۴/۷۲ mm$$

$$x = ۲a \Rightarrow x = ۲ \times ۴۴/۷۲ \Rightarrow x = ۸۹/۴۴ mm$$

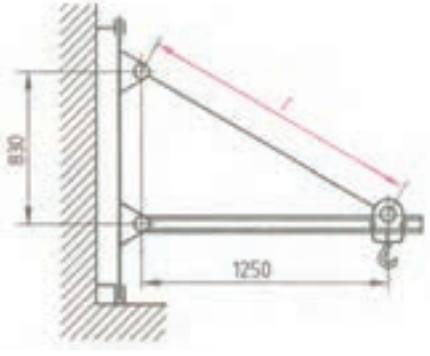
تمرین: میله گردی مطابق شکل سوهان کاری خواهد شد. اندازه پهنای x چند میلی‌متر است؟



شکل (۱-۲۵)

حل:

مثال: در نگهدارنده مطابق شکل اندازه L را به دست آورید.

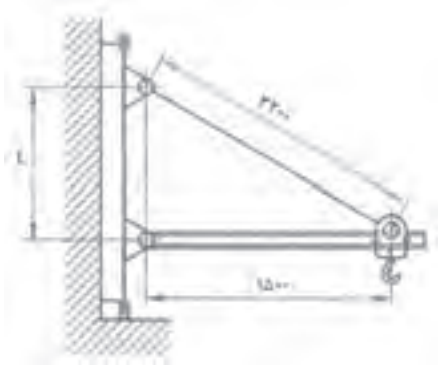


شکل (۱-۲۶)

حل:

$$c^۲ = a^۲ + b^۲$$

تمرین: در نگهدارنده مطابق شکل اندازه L را به دست آورید.



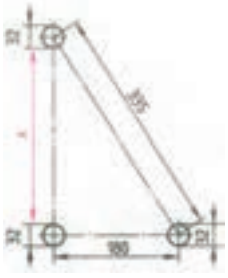
شکل (۱-۲۷)

$L^2 = a^2 + b^2$

$L = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(1250)^2 + (830)^2}$

$L = \sqrt{2251400mm^2} \Rightarrow L = 1500/46mm$

مثال: در صفحه راهنمای مطابق شکل اندازه کنترل (x) را به دست آورید.



شکل (۲۸-۱)

حل:

با توجه به اینکه دو ضلع با ابعاد داده شده از مرکز به مرکز دایره‌ها می‌باشند بنابراین ضلع خواسته شده را از مرکز به مرکز دایره‌ها یعنی y به دست می‌آوریم.

رابطه فیثاغورث $c^2 = a^2 + b^2$

$c = 335mm$

$b = 180mm$

$a = y$

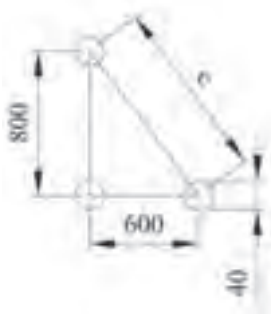
$335^2 = y^2 + 180^2$

$335^2 - 180^2 = y^2$

$\Rightarrow y = \sqrt{335^2 - 180^2}$

$y = 282/533$

تمرین: در صفحه راهنمای مطابق شکل اندازه (c) را به دست آورید.



شکل (۲۹-۱)

حل:

سیمای فصل دوم

۲- زاویه زمان

۱-۲- زاویه

۱-۱-۲- تعریف زاویه

۲-۱-۲- واحد زاویه

۳-۱-۲- اجزای درجه

۴-۱-۲- انواع زاویه

۵-۱-۲- زوایای متمم

۶-۱-۲- زوایای مکمل

۷-۱-۲- زوایای چند ضلعی

۸-۱-۲- چهار عمل اصلی زوایا

۲-۲- زمان

۱-۲-۲- واحد زمان

۲-۲-۲- اجزا و اضعاف واحد زمان

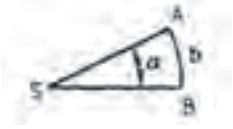
۳-۲-۲- چهار عمل اصلی زمان

۴-۲-۲- تبدیل اضعاف واحد زمان

۲- زاویه و زمان

۲-۱- زاویه

۲-۱-۱- تعریف زاویه: زاویه از برخورد دو خط پدید می‌آید (شکل ۲-۱) که مقدار آن برابر است با نسبت طول قوس مقابل به آن زاویه بر شعاع (ضلع زاویه) است.



شکل ۲-۱- تشکیل زاویه

S : رأس زاویه

SB, SA = اضلاع زاویه

α = زاویه $\alpha <$

b = طول قوس مقابل به زاویه α

$$<a = \frac{AB}{SA} = \frac{b}{SA}$$

۲-۱-۲- واحد زمان: واحد زاویه رادیان است. یک رادیان برابر با زاویه‌ای است که در دایره‌ای به شعاع یک متر، که طول قوس روبه‌روی آن برابر یک متر است.

شکل ۲-۲- تعریف رادیان

$$1rad = \frac{1m}{1m}$$

با توجه به این تعریف می‌توان زاویه، دایره کامل را بر حسب رادیان به دست آورد. در زاویه دایره کامل طول کمان روبه‌رو به زاویه برابر محیط دایره یا $2\pi r$ است و ضلع زاویه برابر شعاع دایره r است.

بنا به تعریف:

$$<a = \frac{\text{طول قوس}}{\text{شعاع}} = \frac{2pr}{r} \Rightarrow <a = 2p\,rad$$

در نتیجه زاویه کامل برابر 2π رادیان می‌باشد.

مثال: در دایره‌ای به شعاع ۱۲۰ میلی‌متر مطلوب است:	تمرین: در دایره‌ای به شعاع ۱۸۰ میلی‌متر حساب کنید:
الف ـ مقدار زاویه مقابل به کمان $b = 180mm$ بر حسب رادیان	الف ـ مقدار زاویه مقابل به کمان $b = 240mm$ بر حسب رادیان

ب ـ زاویه دایره کامل بر حسب رادیان

حل:

الف) $a = \frac{b}{r} = \frac{۱۸۰mm}{۱۲۰mm} = \frac{۱/۸m}{۱/۲m} = ۱/۵rad$

ب) $a = \frac{U}{r} = \frac{۲\times۲\times p}{۲} = ۲p\,rad$

$\Rightarrow \alpha = ۲\times۳/۱۴ \Rightarrow \alpha = ۶/۲۸rad$

ب ـ زاویه دایره کامل بر حسب رادیان

حل:

واحد دیگری برای اندازه‌گیری زاویه، درجه است.

یک درجه برابر است با زاویه‌ای که اندازه آن $\frac{۱}{۳۶۰}$ زاویه دایره کامل است. (شکل ۳-۲)

شکل ۳-۲- تعریف درجه

از طرف دیگر یک درجه برابر $\frac{۱}{۹۰}$ زاویه قائمه است.

دایره کامل برابر ۳۶۰ درجه است. از طرف دیگر دایره کامل برابر ۲πرادیان است. بنابراین برای تبدیل رادیان به درجه خواهیم داشت.

$$۲\pi rad = ۳۶۰^\circ$$

طرفین رابطه را بر ۲π تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۲\pi\,rad}{۲\pi} = \frac{۳۶۰^\circ}{۲\pi}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱rad = \frac{۳۶۰}{۲p} \\ p = ۳/۱۴ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱rad = \frac{۳۶۰}{۲\times۳/۱۴} \Rightarrow \boxed{۱rad = ۵۷/۳^\circ}$$

در نتیجه یک رادیان برابر ۵۷/۳ درجه است.

- برای تبدیل درجه به رادیان به صورت زیر عمل می‌شود:

طرفین رابطه را بر 360° تقسیم می‌کنیم: $360^\circ = 2\pi rad$

$$\frac{360^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi\, rad}{360^\circ}$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360^\circ} rad = \boxed{1^\circ = \frac{\pi}{180} rad}$$

180

مثال: زاویه $\alpha = 45^\circ$ درجه چند رادیان است؟

$$1^\circ = \frac{p}{180} rad$$

$$\alpha = 45^\circ = 45 \times 1^\circ$$

$$a = 45 \times \frac{p}{180} rad$$

$$a = \frac{p}{4} rad$$

$$\alpha = 0/785 rad$$

تمرین: زاویه ۷۵ درجه چند رادیان است؟

حل:

مثال: زاویه $\beta = 0/6373 rad$ چند درجه است؟

$$1rad = 57/3^\circ$$

$$\beta = 0/6373 rad$$

$$\beta = 0/6373 \times 1 rad$$

$$\beta = 0/6373 \times 57/3^\circ$$

$$\beta = 36/5^\circ$$

تمرین: زاویه $\beta = 0/5761 rad$ چند درجه است؟

حل:

۳-۱-۲- اجزای درجه: اجزای درجه عبارتند از: دقیقه و ثانیه.

یک درجه برابر ۶۰ دقیقه و یک دقیقه برابر ۶۰ ثانیه است به عبارت دیگر می‌توان نوشت:

ثانیه $('')$ $\xrightarrow[\div 60]{\times 60}$ دقیقه $(')$ $\xrightarrow[\div 60]{\times 60}$ درجه $(^\circ)$

- برای تبدیل درجه به دقیقه باید درجه در ۶۰ ضرب شود و برعکس.
- برای تبدیل دقیقه به ثانیه باید دقیقه در ۶۰ ضرب شود و برعکس.

لازم به ذکر است در صورتی که زاویه به صورت اعشاری باشد باید به واحدهای کوچک‌تر تبدیل شود به عنوان مثال زاویه $۵/۴^\circ$ برابر $۵^\circ + ۰/۴^\circ$ است. قسمت اعشاری $۰/۴^\circ$ باید به واحد کوچک‌ترین یعنی دقیقه تبدیل شود. برای این منظور باید $۰/۴^\circ$ در ۶۰ ضرب شود تا دقیقه به دست آید یعنی $۲۴'$.

بنابراین $۵/۴^\circ$ برابر خواهد بود با $۵^\circ + ۲۴'$

مثال: $۳۵/۴^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

حل:

$$۳۵/۴^\circ = ۳۵^\circ + ۰/۴^\circ$$
$$= ۳۵^\circ + ۰/۴ \times ۱^\circ$$
$$= ۳۵^\circ + ۰/۴ \times ۶۰'$$
$$= ۳۵^\circ, ۲۴'$$

تمرین: $۵۴/۸^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

حل:

مثال: $۴۲/۲۸^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

حل:

$$۴۲/۲۸^\circ = ۴۲^\circ + ۰/۲۸^\circ$$
$$= ۴۲^\circ + ۰/۲۸ \times ۱^\circ$$
$$= ۴۲^\circ + ۰/۲۸ \times ۶۰'$$
$$= ۴۲^\circ + ۱۶/۸'$$
$$= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۰/۸'$$
$$= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۰/۸ \times ۱'$$
$$= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۰/۸ \times ۶۰''$$
$$= ۴۲^\circ + ۱۶' + ۴۸''$$
$$\boxed{۴۲/۲۸^\circ = ۴۲^\circ, ۱۶', ۴۸''}$$

تمرین: ۲۴/۴۸ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

حل:

مثال: زاویه مخروطی $۲^\circ,۵۱',۴۰''$ می‌باشد. مقدار آن را بر حسب درجه حساب کنید.

حل:

$$۲^\circ,۵۱',۴۰'' = ۲^\circ + \frac{۵۱^\circ}{۶۰} + \frac{۴۰^\circ}{۶۰\times۶۰}$$

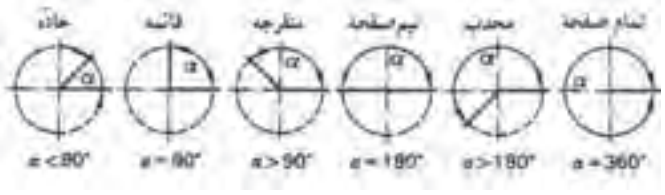
$$= ۲^\circ + ۰/۸۵^\circ + ۰/۰۱۱۱^\circ$$

$$= ۲/۸۶۱^\circ$$

تمرین: زاویه مخروطی $۴^\circ,۵۶',۴۰''$ می‌باشد. مقدار آن را بر حسب درجه حساب کنید.

حل:

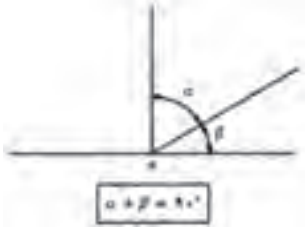
۴-۱-۲- انواع زاویه: انواع زاویه در هندسه عبارتند از: زاویه حاده، قائمه، منفرجه، نیم صفحه، محدب و تمام صفحه مطابق شکل (۴-۲)



شکل ۴-۲- انواع زاویه

- زاویه حاده کوچک‌تر از ۹۰° است : $\alpha < ۹۰^\circ$
- زاویه قائمه برابر ۹۰° است : $\alpha = ۹۰^\circ$
- زاویه منفرجه بزرگ‌تر از ۹۰° و کوچک‌تر از ۱۸۰° است. $۹۰^\circ < \alpha < ۱۸۰^\circ$
- زاویه نیم صفحه برابر ۱۸۰° است: $\alpha = ۱۸۰^\circ$
- زاویه محدب بزرگ‌تر از ۱۸۰° و کوچک‌تر از ۳۶۰° است: $۱۸۰^\circ < \alpha < ۳۶۰^\circ$
- زاویه تمام صفحه ۳۶۰° است: $\alpha = ۳۶۰^\circ$

۵-۱-۲- زوایای متمم: در صورتی که مجموع دو زاویه ۹۰° باشد، آن دو زاویه را متمم می‌گویند. مثلاً زوایای ۳۰° و ۶۰° متمم هستند زیرا مجموعه آنها ۹۰° است (شکل ۵-۲)



شکل ۵-۲- زوایای متمم

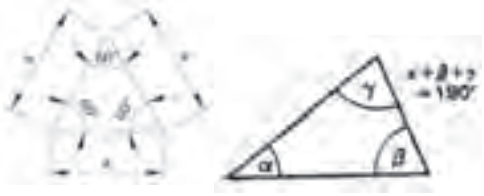
۶-۱-۲- زوایای مکمل: در صورتی که مجموع دو زاویه ۱۸۰° باشد، آن دو زاویه را مکمل می‌گویند.

مثلاً زوایای ۱۰۰° و ۸۰° مکمل هستند زیرا مجموع آنها ۱۸۰° است. شکل (۶-۲)

شکل ۶-۲- زوایای مکمل

۷-۱-۲- زوایای چند ضلعی:

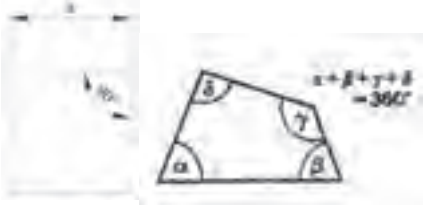
- مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰°است مطابق شکل (۷-۲) به عنوان مثال زاویه مثلث متساوی الاضلاع هر کدام ۶۰° است بنابراین مجموع آنها ۱۸۰=۶۰+۶۰+۶۰ است.



شکل ۷-۲

- مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی ۳۶۰°است. شکل (۸-۲)

به عنوان مثال مربع دارای چهار زاویه ۹۰° است که مجموع آنها ۳۶۰°=۹۰+۹۰+۹۰+۹۰ است.



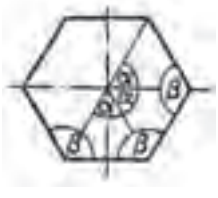
شکل ۸-۲

در مورد چند ضلعی‌های منتظم اگر زاویه بین اضلاع آنها (β)و زاویه مرکزی روبه‌روی هم ضلع آنها (α)باشد خواهیم داشت. شکل (۹-۲)

تعداد اضلاع = n

زاویه مرکزی مقابل به ضلع = α

زاویه بین دو ضلع = β



شکل ۹-۲

با توجه به موارد فوق مجموع زوایای داخلی n ضلعی منتظم برابر ۳۶۰°است و با توجه به این که اضلاع n

ضلعی منتظم با هم برابرند، زوایای مرکزی روبه‌روی هر ضلع با هم برابرند در نتیجه هر زاویه مرکزی (α)برابر است با: $\alpha \frac{۳۶۰}{n}$

در صورتی که قطرهای چند ضلعی را رسم کنیم هر ضلع با دو قطر مجاورش یک مثلث متساوی الساقین می‌سازد که زاویه، رو به ضلع n ضلعی α و زاویه‌های دیگر مثلث که در مجاور ضلع n ضلعی هستند برابر است با نصف زاویه دو ضلع $\frac{b}{۲}$. بنابراین خواهیم داشت:

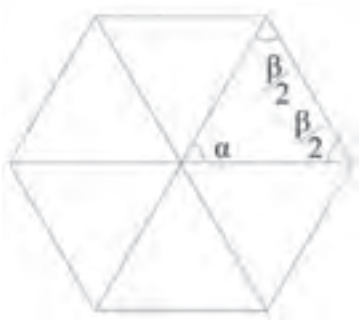
$$a + \frac{b}{۲} + \frac{b}{۲} = ۱۸۰^\circ$$

$$\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ$$

$$a + b - a = ۱۸۰ - a$$

بنابراین زاویه بین دو ضلع برابر است با:

$$\boxed{\beta = ۱۸۰ - \alpha}$$



شکل ۱۰-۲

مثال: در یک مثلث زاویه $\alpha = ۴۵^\circ$ و زاویه $\beta = ۶۰^\circ$ می‌باشد. زاویه γ چقدر خواهد شد؟ حل: در مثلث مجموع زوایای داخلی ۱۸۰° است. بنابراین: $\hat{a} + \hat{b} + \hat{g} = ۱۸۰^\circ$ $\Rightarrow ۴۵ + ۶۰ + \hat{g} = ۱۸۰$ $۱۰۵ + \hat{g} = ۱۸۰$ $\hat{g} = ۱۸۰ - ۱۰۵$ $\hat{g} = ۷۵^\circ$	تمرین: در یک مثلث زاویه $\hat{a} = \hat{b} = ۳۰^\circ$ است. زاویه γ چقدر خواهد شد. حل:
مثال: در یک چهارضلعی زاویه $\alpha = ۴۵^\circ$ ، $\beta = ۸۰^\circ$ و $\gamma = ۹۰^\circ$ است. زاویه γ چقدر است؟	تمرین: در یک لوزی زاویه $\alpha = ۵۰^\circ$ می‌باشد زوایای $\hat{d}, \hat{g}, \hat{b}$ را به دست آورید.

حل: چهارضلعی مجموع زوایای داخلی ۳۶۰° است. $\hat{a}+\hat{b}+\hat{g}+\hat{d}=۳۶۰^\circ$ $۴۵+۸۰+۹۰+\hat{\delta}=۳۶۰$ $۲۱۵+\hat{d}=۳۶۰$ $\Rightarrow \hat{\delta}=۳۶۰-۲۱۵$ $\hat{d}=۱۴۵^\circ$	حل:
مثال: مطلوب است اندازه زاویه مرکزی مقابل به ضلع و زاویه بین دو ضلع یک هشت ضلعی منتظم و مجموع زوایای داخلی آن. $n=۸$ $a=\frac{۳۶۰^\circ}{h}$ زاویه مرکزی $a=\frac{۳۶۰}{۸}=۴۵^\circ$ $\beta=۱۸۰^\circ-\alpha$ زاویه بین دو ضلع $\beta=۱۸۰-۴۵=۱۳۵$ تعداد زوایای داخلی هشت ضلعی ۸ عدد می‌باشد. بنابراین مجموع زوایای داخلی ۸ ضلعی منتظم ۸ برابر زاویه β می‌باشد. مجموع زوایای داخلی $=۸\times\beta$ مجموع زوایای داخلی $=۸\times۱۳۵$ مجموع زوایای داخلی $=۱۰۸۰^\circ$	تمرین: مطلوب است اندازه زاویه‌ی مرکزی مقابل به ضلع و زاویه بین دو ضلع یک ده ضلعی منتظم و مجموع زوایای داخلی آن.

۸-۱-۲- چهار عمل اصلی زاویه: چهار عمل اصلی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم برای زاویه امکان پذیر است.

جمع: برای این منظور کافی است ثانیه‌ها را با هم، دقیقه‌ها را با هم و درجه‌ها را با هم جمع کنیم در صورتی که جمع ثانیه‌ها بیش از ۶۰ ثانیه شود کافی است که ۶۰ ثانیه از آن کم کنیم و ۱ دقیقه به دقیقه‌ها اضافه کنیم

و این کار را تا زمانی ادامه دهیم تا مقدار ثانیه کمتر از ۶۰ شود.

در مورد دقیقه نیز به همین گونه است. اگر بزرگ‌تر از ۶۰ باشد، باید ۶۰ دقیقه از آن کم کنیم و ۱ درجه به درجه‌ها اضافه کنیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا میزان دقیقه‌ها کمتر از ۶۰ دقیقه شود.

مثال: حاصل جمع زیر را به دست آورید.

حل:

$$\begin{array}{rrr} ۵^\circ & ۴۷' & ۳۰'' \\ ۸^\circ & ۱۰' & ۴۰'' \\ \hline ۱۳^\circ & ۵۷' & ۷۰'' \end{array}$$

$$۱۳^\circ \quad ۵۷' \quad (۶۰+۱۰)''$$

$$۱۳^\circ \quad (۵۷+۱)' \quad ۱۰''$$

راه دیگر

$$\begin{array}{rrr} ۱۳^\circ & ۵۸' & ۳۰'' \\ ۱۳^\circ & \overset{+۱}{۵۷'} & \overset{\leftarrow -۶۰}{۷۰''} \\ \hline ۱۳^\circ & ۵۸' & ۱۰'' \end{array}$$

تمرین: حاصل جمع زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{rrr} ۶^\circ & ۱۰' & ۵۰'' \\ +۲۰^\circ & ۵۵' & ۴۰'' \end{array}$$

تفریق: برای این منظور کافی است ثانیه‌ها از هم، دقیقه‌ها از هم و درجه‌ها را از هم کم کنیم. اگر مقدار ثانیه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود، باید از دقیقه یک واحد کم کرد و ۶۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه نمود. همچنین اگر مقدار دقیقه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود باید از درجه یک واحد کم شود و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه‌ها اضافه شود.

مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{rrr} ۱۰^\circ & ۴۵' & ۱۵'' \\ -\ ۸^\circ & ۲۰' & ۴۵'' \end{array}$$

حل: با توجه به اینکه مقدار ثانیه در ردیف بالایی کمتر از پایینی است. بنابراین از دقیقه‌ها، ۱ دقیقه کم و ۶۰ ثانیه به ثانیه‌ها اضافه می‌شود.

$$\begin{cases} ۱۰^\circ & (۴۴+۱)' & ۱۵'' \\ -۸^\circ & ۲۰' & ۴۵'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۱۰^\circ & ۴۴' & (۶۰+۱۵)'' \\ -۸^\circ & ۲۰' & ۴۵'' \end{cases}$$

$$\begin{array}{rrr} ۱۰^\circ & ۴۴' & ۷۵'' \\ -\ ۸^\circ & ۲۰' & ۴۵'' \\ \hline ۲^\circ & ۲۴' & ۳۰'' \end{array}$$

راه دیگر

$$\begin{array}{rrr} ۱۰^\circ & ۴۵' & ۱۵'' \\ -\ ۸^\circ & ۲۰' & ۴۵'' \end{array} \xrightarrow[+۶۰]{-۱} \begin{array}{rrr} ۱۰^\circ & ۴۴' & ۷۵'' \\ -\ ۸^\circ & ۲۰' & ۴۵'' \\ \hline ۲^\circ & ۲۴' & ۳۰'' \end{array}$$

تمرین: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{rrr} ۴۵^\circ & ۲۰' & ۳۵'' \\ -۳۱^\circ & ۴۰' & ۵۲'' \end{array}$$

مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{rrr} ۲۵^\circ & ۳۰' & ۵۵'' \\ -۱۰^\circ & ۴۸' & ۳۰'' \end{array}$$

حل: با توجه به اینکه مقدار دقیقه ردیف بالایی کمتر از مقدار دقیقه ردیف پایینی است. بنابراین از درجه‌ها، یک درجه کم کرده و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه می کنیم

$$\begin{cases} (۲۴+۱)^\circ & ۳۰' & ۵۵'' \\ -۱۰^\circ & ۴۸' & ۳۰'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۲۴^\circ & (۶۰+۳۰)' & ۵۵'' \\ -۱۰^\circ & ۴۸' & ۳۰'' \end{cases}$$

$$\begin{array}{rrr} ۲۴^\circ & ۹۰' & ۵۵'' \\ -۱۰^\circ & ۴۸' & ۳۰'' \\ \hline ۱۴^\circ & ۴۲' & ۲۲'' \end{array}$$

تمرین : حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{rrr} ۳۰^\circ & ۲۵' & ۱۲' \\ -۱۲^\circ & ۴۰' & ۲۰' \end{array}$$

ضرب: برای ضرب یک عدد در درجه کافی است آن عدد را به ترتیب در ثانیه، دقیقه و درجه ضرب کنیم. در صورتی که ثانیه و دقیقه بیش از ۶۰ باشد، باید ثانیه را به دقیقه و دقیقه را به درجه تبدیل کنیم تا مقدار ثانیه و دقیقه کمتر از ۶۰ شود.

مثال: حاصل ضرب زیر را به دست آورید.

$۵^\circ \quad ۳۰' \quad ۲۰'' \times ۴$

$۲۰^\circ \quad ۱۲۰' \quad ۸۰''$

$۲۰^\circ \quad ۱۲۰' \quad (۶۰+۲۰)''$

یک واحد به دقیقه اضافه می‌شود

$۲۰^\circ \quad ۱۲۰'+۱' \quad ۲۰''$

$۲۰^\circ \quad ۱۲۱' \quad ۲۰''$

$۲۰^\circ \quad (۲\times۶۰+۱)' \quad ۲۰''$

۲ واحد به درجه‌ها اضافه می‌شود

$۲۲^\circ \quad ۱' \quad ۲۰''$

تمرین: حاصل ضرب زیر را به دست آورید.

$۷^\circ \quad ۱۸' \quad ۴۰'' \times ۶$

تقسیم: برای تقسیم درجه بر یک عدد کافی است، ابتدا درجه را بر عدد تقسیم نمائیم باقیمانده را که بر حسب درجه است به دقیقه تبدیل می‌کنیم و به دقیقه‌ها اضافه می‌کنیم سپس مجموع دقیقه‌ها را بر عدد تقسیم می‌کنیم باقیمانده که بر حسب دقیقه است به ثانیه تبدیل می‌کنیم و به ثانیه‌ها اضافه می‌کنیم سپس مجموع ثانیه‌ها را بر عدد تقسیم می‌نمائیم. سپس خارج قسمت‌ها را به ترتیب درجه، دقیقه و ثانیه کنار هم قرار می‌دهیم.

مثال: حاصل تقسیم زیر را به دست آورید.

$(۱۰۰^\circ \quad ۲۴' \quad ۳۲'') : ۸$

حل: ابتدا درجه را بر عدد تقسیم می‌نمائیم.

خارج قسمت بر حسب درجه

$$\begin{array}{r|l} ۱۰۰ & ۸ \\ \hline ۸ & ۱۲ \\ \hline ۲۰ & \\ ۱۶ & \\ \hline ۴ & \end{array}$$

باقیمانده ۴° است که به دقیقه تبدیل و سپس با $۲۴'$ جمع می‌شود و بعد بر ۸ تقسیم می‌شود.

تمرین: حاصل تقسیم زیر را به دست آورید.

$(۱۴۵^\circ \quad ۴۵' \quad ۱۵'') \div ۵$

$۴^\circ \times ۶۰ = ۲۴۰'$

$۲۴۰' + ۲۴' = ۲۶۴'$

$$\begin{array}{r|l} ۲۶۴' & ۸ \\ \underline{۲۴} & ۳۳ \\ ۲۴ & \\ \underline{۲۴} & \\ ۰۰ & \end{array}$$

خارج قسمت بر حسب دقیقه

با توجه به اینکه تقسیم دقیقه باقیمانده‌ای نداشت بنابراین $۳۲''$ را بر ۸ تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r|l} ۳۲'' & ۸ \\ \underline{۳۲} & ۴ \\ ۰۰ & \end{array}$$

خارج قسمت بر حسب درجه

خارج قسمت‌ها را به ترتیب درجه، دقیقه و ثانیه کنار هم قرار می‌دهیم جواب به دست می‌آید.

$۱۲^\circ \quad ۳۳' \quad ۴''$

مثال: مقدار زاویه $۲۷\frac{۱}{۲}^\circ$ را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.

$$۲۷\frac{۱}{۲}^\circ = \frac{۵۵}{۲}^\circ$$

حل:

$= ۲۷/۵^\circ$

$= ۲۷^\circ + ۰/۵^\circ$

$= ۲۷^\circ + ۰/۵ \times ۱^\circ$

$= ۲۷^\circ + ۰/۵ \times ۶۰'$

$= ۲۷^\circ + ۳۰'$

$= ۲۷^\circ, ۳۰'$

تمرین: مقدار زاویه $۳۶\frac{۳}{۴}$ درجه را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.

حل:

مثال: مقدار $۳۶۲'$ را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.

راه حل اول:

تمرین: مقدار $۵۸۲'$ را بر حسب درجه و دقیقه به دست آورید.

حل:

$$۳۶۲' = \frac{۳۶۲'}{۶۰}$$

$$= ۶/۰۳۳^\circ$$

$$= ۶^\circ + ۰/۰۳۳^\circ$$

$$= ۶^\circ + ۰/۰۳۳ \times ۶۰'$$

$$= ۶^\circ + ۲'$$

راه حل دوم:

$$\begin{array}{r|l} ۳۶۲' & ۶۰ \\ \hline ۳۶۰ & ۶۰ \\ \hline ۲' & \end{array}$$

$$۳۶۲' = ۶^\circ, ۲'$$

مثال: ۳۶۶۱ ثانیه را بر حسب درجه، دقیقه و ثانیه بنویسید.

$$\begin{array}{r|l} ۳۶۶۱ & ۶۰ \\ \hline ۳۶۰ & ۶۱ \quad | \quad ۶۰ \\ \hline ۶۱ & ۶۰ \quad \text{درجه } ۱ \\ \hline ۶۰ & \text{دقیقه } ۱ \\ \hline ۱ & \text{ثانیه } ۱ \end{array}$$

$$۱^\circ \quad ۱' \quad ۱''$$

تمرین: ۸۴۶۰ ثانیه را بر حسب درجه و دقیقه و ثانیه بنویسید.

حل:

مثال: در یک مثلث $\alpha = ۵۰^\circ$ و $\beta = ۶۰^\circ$ و $۳۰'$ و $۴۵'$ است. زاویه γ را به دست آورید.

حل:

$$\alpha + \beta + \gamma = ۱۸۰^\circ$$

$$\gamma = ۱۸۰ - (\alpha + \beta)$$

حاصل جمع $\alpha + \beta$

$$\begin{array}{r} ۵۰^\circ \quad , \quad ۳۰' \\ ۶۰^\circ \quad , \quad ۴۵' \\ \hline ۱۱۰^\circ \quad , \quad ۷۵' \end{array}$$

تمرین: در یک مثلث $\alpha = ۲\beta$ و $\beta = ۳۰^\circ, ۴۰', ۵۰''$ است مطلوب است . محاسبه زاویه γ ؟

حل:

$۱۱۰^\circ \quad , \quad (۶۰+۱۵)'$

$۱۱۰^\circ+۱^\circ \quad , \quad ۱۵'$

$\alpha+\beta=۱۱۱^\circ \quad , \quad ۱۵'$

حال برای به دست آوردن $\hat{g}$ کافی است $\alpha+\beta$ را از ۱۸۰° کم کنیم.

$$\begin{array}{r} ۱۸۰^\circ \quad , \quad ۰' \\ -۱۱۱^\circ \quad , \quad ۱۵' \\ \hline \end{array}$$

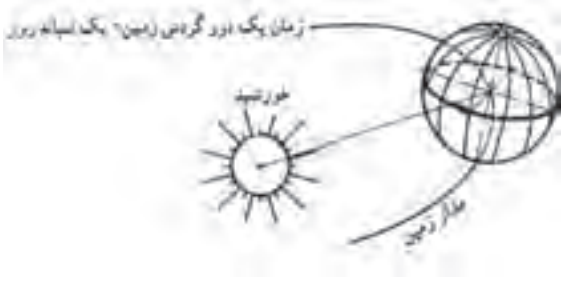
$$\begin{array}{r} (۱۷۹+۱^\circ) \quad , \quad ۰' \\ -\ ۱۱۱^\circ \quad , \quad ۱۵' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۷۹^\circ \quad , \quad ۶۰' \\ -۱۱۱^\circ \quad , \quad ۱۵' \\ \hline ۶۸^\circ \quad , \quad ۴۵' \end{array}$$

$\Rightarrow \hat{g}=۶۸^\circ,۴۵'$

۲-۲- زمان:

۱-۲-۲- واحد زمان: واحد زمان ثانیه است. ثانیه برابر است با $\frac{۱}{۸۶۴۰۰}$ شبانه روز متوسط سال شمسی. یک شبانه روز برابر زمان گردش زمین به دور محور خودش است. یک سال شمسی برابر مدت زمان یک دور گردش زمین حول خورشید است که به طور متوسط برابر است با ۳۶۵ شبانه روز. شکل (۱۱-۲)



شکل ۱۱-۲- تعریف شبانه روز

دقیق‌ترین تعریف ثانیه عبارت است از: هر ثانیه زمانی است برابر ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ برابر زمان دوره تناوب پرتو

اتم سزیم ۱۳۳ (Cs ۱۳۳)

۲-۲-۲- اجزا و اضعاف واحد زمان: اضعاف واحد زمان (ثانیه) عبارتند از: دقیقه و ساعت و روز.

- هر دقیقه برابر ۶۰ ثانیه است. $1min = 60s$
- هر ساعت برابر ۶۰ دقیقه و از طرف دیگر برابر ۳۶۰۰ ثانیه است $1h = 60min = 3600s$
- هر روز برابر ۲۴ ساعت، ۱۴۴۰ دقیقه و برابر ۸۶۴۰۰ ثانیه است.

$$1day = 24h = 1440min = 86400s$$

$$d \underset{\div 24}{\overset{\times 24}{\rightleftarrows}} h \underset{\div 60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}} min \underset{\div 60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}} s$$

- اجزای ثانیه عبارت است از میلی ثانیه، هر میلی ثانیه برابر با $\frac{1}{1000}$ به عبارت دیگر:

(ثانیه) $s \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} ms$ (میلی ثانیه)

- در مواردی که هدف نشان دادن مدت زمان باشد، علایم اختصاری را در سمت راست عدد مربوط می‌نویسند مثلاً ساخت یک قطعه ۱۱ ساعت و ۲۵ دقیقه طول می‌کشد $25\ min$ و $11\ h$

- در مواردی که هدف نشان دادن زمان باشد، علایم اختصاری بالای عدد مربوطه نوشته می‌شود. مثلاً ساخت قطعه در ساعت ۱۱ و ۲۵ دقیقه تمام می‌شود. ^{min} ۲۵ و ^{h} ۱۱

۳-۲-۲- چهار عمل اصلی زمان: چهار عمل اصلی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم برای زمان امکان پذیر است.

- **جمع:** برای این منظور کافی است ثانیه‌ها را با هم، دقیقه‌ها را با هم و ساعت‌ها را با هم جمع کنیم. در صورتی که جمع ثانیه‌ها بیش از ۶۰ ثانیه شود کافی است که ۶۰ ثانیه از آن کم کنیم و ۱ دقیقه به زمان دقیقه آن اضافه کنیم و این کار را تا زمانی ادامه دهیم تا مقدار ثانیه کمتر از ۶۰ شود.

در مورد دقیقه نیز به همین گونه است. اگر بزرگ‌تر از ۶۰ باشد، باید ۶۰ دقیقه از آن کم کنیم و ۱ ساعت به ساعت اضافه کنیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا میزان دقیقه آن کمتر از ۶۰ دقیقه شود.

مثال: حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید.حل:

حل:

$$\begin{array}{rrr} ۲\text{h} & ۳۷\,\text{min} & ۵۰\text{s} \\ +۳\text{h} & ۱۰\,\text{min} & ۴۵\text{s} \\ \hline ۵\text{h} & ۴۷\,\text{min} & ۹۵\text{s} \end{array}$$

$$۵\text{h} \quad ۴۷\,\text{min} \quad (۶۰+۳۵)\text{s}$$

$$۵\text{h} \quad (۴۷+۱) \quad ۳۵\text{s}$$

$$۵\text{h} \quad ۴۸\,\text{min} \quad ۳۵\text{s}$$

تمرین: حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید.

حل:

$$\begin{array}{rrr} ۵\text{h} & ۴۵\,\text{min} & ۱۰\text{s} \\ +۸\text{h} & ۱۰\,\text{min} & ۴۰\text{s} \\ \hline \end{array}$$

تفریق: برای این منظور کافی است ثانیه‌ها از هم، دقیقه‌ها را از هم و ساعت‌ها را از هم کم کنیم. اگر مقدار ثانیه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود، باید از دقیقه یک واحد کم کرد و ۶۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه نمود. همچنین اگر مقدا دقیقه کمتر از مقداری بود که باید از آن کم شود باید از ساعت یک واحد کم شود و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه نمود.

مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{rrr} ۸\text{h} & ۳۵\,\text{min} & ۲۰\text{s} \\ -۵\text{h} & ۲۰\,\text{min} & ۴۰\text{s} \\ \hline \end{array}$$

حل:

چون سطر بالایی مقادیر کمتر از پایینی (ثانیه) دارد لذا از بالایی یک دقیقه کم کرده و ۶۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه می‌شود.

$$\begin{cases} ۸\text{h} & (۳۴+۱)\,\text{min} & ۲۰\text{s} \\ -۵\text{h} & ۲۰\,\text{min} & ۴۰\text{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۸\text{h} & ۳۴\,\text{min} & (۶۰+۲۰)\text{s} \\ -۵\text{h} & ۲۰\,\text{min} & ۴۰\text{s} \end{cases}$$

$$۳\text{h} \quad ۱۴\,\text{min} \quad ۴۰\text{s}$$

تمرین: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{rrr} ۹\text{h} & ۴۵\,\text{min} & ۱۵\text{s} \\ -۴\text{h} & ۱۰\,\text{min} & ۳۰\text{s} \\ \hline \end{array}$$

حل:

مثال: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} ۱۰\text{h} \quad ۲۰\,\text{min} \quad ۴۰\text{s} \\ -\ ۶\text{h} \quad ۳۵\,\text{min} \quad ۳۰\text{s} \\ \hline \end{array}$$

حل: چون مقدار دقیقه سطر بالایی کمتر از مقدار دقیقه پایینی است لذا یک ساعت از اولی کم کرده و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} (۹+۱)\text{h} \quad ۲۰\,\text{min} \quad ۴۰\text{s} \\ -\ ۶\text{h} \quad ۳۵\,\text{min} \quad ۳۰\text{s} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۹\text{h} \quad (۶۰+۲۰)\,\text{min} \quad ۴۰\text{s} \\ -\ ۶\text{h} \quad ۳۵\,\text{min} \quad ۳۰\text{s} \\ \hline ۳\text{h} \quad ۴۵\,\text{min} \quad ۱۰\text{s} \end{array}$$

تمرین: حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} ۱۲\text{h} \quad ۴۰\,\text{min} \quad ۵۰\text{s} \\ -\ ۹\text{h} \quad ۵۵\,\text{min} \quad ۴۰\text{s} \\ \hline \end{array}$$

حل:

ضرب: برای ضرب یک عدد در زمان کافی است آن عدد را به ترتیب در ثانیه، دقیقه و ساعت ضرب کنیم در صورتی که ثانیه و دقیقه بیشتر از ۶۰ باشد، باید ثانیه را به دقیقه و دقیقه را به ساعت تبدیل کنیم که مقدار ثانیه و دقیقه کمتر از ۶۰ شود.

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(۳\text{h} \quad ۴۰\,\text{min} \quad ۳۰\text{s}) \times ۳$$

حل:

در عدد ۳ ضرب می‌کنیم

$$= ۹\text{h} \quad ۱۲۰\,\text{min} \quad ۹۰\text{s}$$

$$= ۹\text{h} \quad ۱۲۰\,\text{min} \quad (۶۰+۳۰)\text{s}$$

یک واحد به دقیقه اضافه می‌شود

$$= ۹\text{h} \quad ۱۲۱\,\text{min} \quad ۳۰\text{s}$$

$$= ۹\text{h} \quad (۲\times۶۰+۱)\,\text{min} \quad ۳۰\text{s}$$

۲ واحد به ساعت اضافه می‌شود

$$= ۱۱\text{h} \quad ۱\,\text{min} \quad ۳۰\text{s}$$

تمرین: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(۴\text{h} \quad ۴۵\,\text{min} \quad ۳۵\text{s}) \times ۴$$

حل:

تقسیم: برای تقسیم زمان بر یک عدد کافی است ابتدا ساعت، دقیقه و ثانیه را با توجه به تبدیلات، آنها به مضربی از آن عدد تبدیل کنیم، به ترتیب ساعت، دقیقه و ثانیه را بر آن عدد تقسیم کنیم. در صورت کم بودن دقیقه و ثانیه کافی است که از ساعت کم کرده و به دقیقه اضافه نمود و همچنین از دقیقه کم کرده و به ثانیه اضافه نمود.

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$(۲۵h \quad ۶min \quad ۸s) \div ۴$

حل:

برای این منظور ابتدا ۲۵ ساعت که مضرب ۴ نیست ۱ واحد از آن کم کرده و ۶۰ دقیقه به مقدار دقیقه اضافه می‌کنیم تا مقدار ساعت ۲۴ شود که مضرب ۴ است.

$(۲۴+۱)h \quad ۶min \quad ۸s$

$۲۴h \quad ۶۶min \quad ۸s$

در این صورت دقیقه ۶۶ خواهد شد، برای اینکه مضرب ۴ شود باید دو دقیقه از آن کم شود تا ۶۴ دقیقه شود.

$۲۴h \quad (۶۴+۲)min \quad ۸s$

بنابراین ۱۲۰ ثانیه به مقدار ثانیه اضافه می‌شود.

$۲۴h \quad ۶۴min \quad ۱۲۸s$

حال مقادیر ساعت، دقیقه و ثانیه را بر آن عدد ۴ تقسیم می‌کنیم.

$(۲۴h \quad ۶۴min \quad ۱۲۸s) \div ۴$

$۶h \quad ۱۶min \quad ۳۲s$

تمرین: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$(۲۷h \quad ۸min \quad ۸s) \div ۵$

حل:

سیمای فصل سوم

۳- کاربرد محاسبات سطوح در حل مسایل فنی

۳-۱- واحد اندازه‌گیری سطح

۳-۲- اجزا و اضعاف متر مربع

۳-۳- روابط سطوح هندسی قطعات گوشه دار

۳-۳-۱- محاسبه مساحت سطوح مرکب

۳-۴- روابط سطوح قطعات قوس دار

۳-۵- ریخت و ریز و درصد آن

۳- کاربرد محاسبات سطوح در حل مسایل فنی

۳-۱- واحد اندازه‌گیری سطح:

در سیستم SI واحد اندازه‌گیری سطح متر مربع است. هر متر مربع برابر است با سطح مربعی که طول و عرض آن یک متر است.

۳-۲- اجزا و اضعاف متر مربع: اضعاف متر عبارتند از: آر (a) ، هکتار (ha) ، کیلومتر مربع km^2

-هر آر (a) برابر صد متر مربع است یعنی : $1m^2 = \frac{1}{100}a \Leftrightarrow 1a = 100m^2$

-هر هکتار برابر صد آر (a) است و همچنین برابر ۱۰۰۰۰ متر مربع:

$$1ha = 100a \Leftrightarrow 1a = \frac{1}{100}ha$$

$$1ha = 10000m^2 \Leftrightarrow 1m^2 = \frac{1}{10000}ha$$

-هر کیلومتر مربع برابر صد هکتار است .همچنین برابر ۱۰۰۰۰ آر و برابر ۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع است.

$$1km^2 = 100ha \Leftrightarrow 1ha = \frac{1}{100}km^2$$

$$1km^2 = 10000a \Leftrightarrow 1a = \frac{1}{10000}km^2$$

$$1km^2 = 1000000m^2 \Leftrightarrow 1m^2 = \frac{1}{1000000}km^2$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$km^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} ha \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} a \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} m^2$$

- **اجزای متر عبارتند از** :دسی‌متر مربع dm^2 ، سانتی‌متر مربع cm^2 ، میلی‌متر مربع mm^2

-هر متر مربع برابر صد دسی‌متر مربع است : $1m^2 = 100dm^2 \Leftrightarrow 1dm^2 = \frac{1}{100}m^2$

-هر متر مربع برابر ۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع است : $1m^2 = 10000cm^2 \Leftrightarrow 1cm^2 = \frac{1}{10000}m^2$

- هر متر مربع برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر مربع است: $1m^2 = 1000000mm^2 \Leftrightarrow 1mm^2 = \frac{1}{1000000}m^2$

- هر دسی‌متر مربع ۱۰۰ سانتی‌متر مربع است .همچنین هر دسی‌متر مربع ۱۰۰۰۰ میلی‌متر مربع است.

$$1dm^2 = 100cm^2 \Leftrightarrow 1cm^2 = \frac{1}{100}dm^2$$

$$1dm^2 = 10000mm^2 \Leftrightarrow 1mm^2 = \frac{1}{10000}dm^2$$

-هر سانتی‌متر مربع ۱۰۰ میلی‌متر مربع است $1cm^2 = 100mm^2 \Leftrightarrow 1mm^2 = \frac{1}{100}cm^2$

بنابراین خواهیم داشت:

$$m^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} dm^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} cm^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} mm^2$$

مثال: ۱۰ آر چند متر مربع است؟ حل: $1a = 100m^2$ $10a = 10 \times (1a) = 10 \times 100m^2 = 1000m^2$	تمرین : ۵۰ آر چند متر مربع است؟ حل:
مثال : $200m^2$ چند آر است؟ حل: $1m^2 = \frac{1}{100}a$ $200m^2 = 200 \times (1m^2) = 200 \times \frac{1}{100}a = 2a$	تمرین $5000m^2$ چند آر است؟ حل:
مثال: ۱۰ هکتار چند آر است؟ حل: $1ha = 100a$ $10ha = 10(1ha) = 10 \times 100a = 1000a$	تمرین : ۱۰۰ هکتار چند آر است؟ حل:

مثال: ۲۰ هکتار چند متر مربع است؟ حل: $۱ha = ۱۰۰۰۰m^۲$ $۲۰ha = ۲۰ \times (۱ha) = ۲۰ \times ۱۰۰۰۰m^۲ = ۲۰۰۰۰۰m^۲$	تمرین : ۵۰ هکتار چند متر مربع است؟ حل:
مثال: ۱۰ کیلومتر مربع چند هکتار است؟ حل: $۱km^۲ = ۱۰۰ha$ $۱۰km^۲ = ۱۰ \times (۱km^۲) = ۱۰ \times ۱۰۰ha = ۱۰۰۰ha$	تمرین : ۱۰۰کیلومتر مربع چند هکتار است؟ حل:
مثال : ۱۵کیلومتر مربع چند آر است؟ حل: $۱km^۲ = ۱۰۰۰۰a$ $۱۵km^۲ = ۱۵ \times ۱km^۲$ $= ۱۵ \times ۱۰۰۰۰a = ۱۵۰۰۰۰a$	تمرین : ۵ / ۴۵کیلومتر مربع چند آر است؟ حل:
مثال : ۱۰۰۰ آر چند کیلومتر مربع است؟ حل: $۱a = \frac{۱}{۱۰۰۰۰} km^۲$ $۱۰۰۰a = ۱۰۰۰ \times ۱a$ $= ۱۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰} km^۲$ $= ۰/۱km^۲$	تمرین: ۵۰۰۰۰ آر چند کیلومتر مربع است؟ حل:
مثال: ۱۰ کیلومتر چند متر مربع است؟ حل: $۱km^۲ = ۱۰۰۰۰۰۰m^۲$ $۱۰km^۲ = ۱۰ \times (۱km^۲)$ $= ۱۰ \times ۱۰۰۰۰۰۰m^۲$ $= ۱۰۰۰۰۰۰۰m^۲$	تمرین : ۱۵/ ۸کیلومتر مربع چند متر مربع است؟ حل:

مثال: $۱۰۰۰۰۰m^۲$ چند کیلومتر مربع است؟ حل: $۱m^۲ = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} km^۲$ $۱۰۰۰۰۰m^۲ = ۱۰۰۰۰۰ \times ۱m^۲$ $= ۱۰۰۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} km^۲$ $= ۰/۱km^۲$	تمرین: $۵۵۰۰۰۰۰۰m^۲$ چند کیلومتر مربع است؟ حل:
مثال : ۵ متر مربع چند دسی‌متر مربع است؟ حل: $۱m^۲ = ۱۰۰dm^۲$ $۵m^۲ = ۵ \times ۱m^۲$ $= ۵ \times ۱۰۰dm^۲$ $= ۵۰۰dm^۲$	تمرین ۸۵ :متر مربع چند دسی‌متر مربع است؟ حل:
مثال ۴۵۵ :دسی‌متر مربع چند متر مربع است؟ حل: $۱dm^۲ = \frac{۱}{۱۰۰} m^۲$ $۴۵۵dm = ۴۵۵ \times ۱dm^۲$ $= ۴۵۵ \times \frac{۱}{۱۰۰} m^۲$ $= ۴/۵۵m^۲$	تمرین ۱۴۵۰ :دسی‌متر مربع چند متر مربع است؟ حل:
مثال: ۳ متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟ حل: $۱m^۲ = ۱۰۰۰۰cm^۲$ $۳m^۲ = ۳ \times ۱m^۲$ $= ۳ \times ۱۰۰۰۰cm^۲$ $= ۳۰۰۰۰cm^۲$	تمرین: ۸۰ متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟ حل:

مثال: ۴۰۰ سانتی‌متر مربع چند متر مربع است؟ حل: $۱cm^۲ = \frac{۱}{۱۰۰۰۰} m^۲$ $۴۰۰cm^۲ = ۴۰۰ \times ۱cm^۲$ $= ۴۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰} cm^۲$ $= ۰/۰۴cm^۲$	تمرین: ۵۵۰۰۰ سانتی‌متر مربع چند متر مربع است؟ حل:
مثال ۱۰ :متر مربع چند میلی‌متر مربع است؟ حل: $۱m^۲ = ۱۰۰۰۰۰۰mm^۲$ $۱۰m^۲ = ۱۰ \times ۱m^۲$ $= ۱۰ \times ۱۰۰۰۰۰۰mm^۲$ $= ۱۰۰۰۰۰۰۰mm^۲$	تمرین :۴ / ۰متر مربع چند میلی‌متر مربع است؟ حل:
مثال: $۷۰۰۰mm^۲$:چند متر مربع است؟ حل: $۱mm^۲ = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} m^۲$ $۷۰۰۰mm^۲ = ۷۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} m^۲$ $= ۰/۰۰۷m^۲$	تمرین: $۴۵۰۰۰۰mm^۲$چند متر مربع است؟ حل:
مثال: ۲۵دسی‌متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟ حل: $۱dm^۲ = ۱۰۰cm^۲$ $۲۵dm^۲ = ۲۵ \times ۱dm^۲$	تمرین: ۸۷ دسی‌متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟ حل:

$= ۲۵ \times ۱۰۰ cm^۲$ $= ۲۵۰۰ cm^۲$	
مثال $۵۰ cm^۲$ چند دسی‌متر مربع است؟ حل: $۱ cm^۲ = \frac{۱}{۱۰۰} dm^۲$ $۵۰ cm^۲ = ۵۰ \times ۱ cm^۲$ $= ۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰} dm^۲$ $= ۰/۵ dm^۲$	تمرین: ۸۳۰ سانتی‌متر مربع چند دسی‌متر مربع است؟ حل
مثال: ۵ دسی‌متر مربع چند میلی‌متر مربع است؟ $۱ dm^۲ = ۱۰۰۰۰ mm^۲$ $۵ dm^۲ = ۵ \times ۱ dm^۲$ $= ۵ \times ۱۰۰۰۰ mm^۲$ $= ۵۰۰۰۰ mm^۲$	تمرین: ۶۴ دسی‌متر مربع چند میلی‌متر مربع است؟ حل:
مثال: ۷۰۰میلی‌متر مربع چند دسی‌متر مربع است؟ حل: $۱ mm^۲ = \frac{۱}{۱۰۰۰۰} dm^۲$ $۷۰۰ mm^۲ = ۷۰۰ \times ۱ mm^۲$ $= ۷۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰} mm^۲$ $= ۰/۰۷ mm^۲$	تمرین: ۸۵۰۰ میلی‌متر مربع چند دسی‌متر مربع است؟ حل:
مثال: ۱۰سانتی‌متر مربع چند میلی‌متر مربع است؟ حل: $۱ cm^۲ = ۱۰۰ mm^۲$ $۱۰ cm^۲ = ۱۰ \times ۱ cm^۲$	تمرین: ۱۰۰سانتی‌متر مربع چند میلی‌متر مربع است؟ حل:

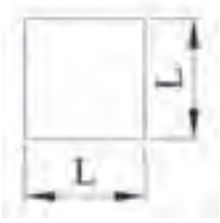
$=۱۰\times۱۰۰mm^۲$ $=۱۰۰۰mm^۲$	
مثال: ۴۳۰ میلی‌متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟ حل: $۱mm^۲=\frac{۱}{۱۰۰}cm^۲$ $۴۳۰mm^۲=۴۳۰\times۱mm^۲$ $=۴۳۰\times\frac{۱}{۱۰۰}cm^۲$ $=۴/۳cm^۲$	تمرین: ۵۴۰۰ میلی‌متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟ حل:
مثال: حاصل عبارت بر حسب دسی‌متر مربع به دست آورید. $۱۲mm^۲+۱۴/۶۵m^۲+۱۸dm^۲$ حل: $۱۲\times(۱mm^۲)+۱۴/۶۵(۱m^۲)+۱۸dm^۲$ $۱۲\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰}dm^۲)+۱۴/۶۵\times(۱۰۰dm^۲)+۱۸dm^۲$ $۰/۰۰۱۲dm^۲+۱۴۶۵dm^۲+۱۸dm^۲$ $۰/۰۰۱۲+۱۴۶۵+۱۸=۱۴۸۳dm^۲$	تمرین :حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر مربع به دست آورید. $۱۸mm^۲+۱۷m^۲+۱۹/۱dm^۲$ حل:
مثال :حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید. $۰/۰۷dm^۲+۱۲۷mm^۲+۸۰۰cm^۲$ حل: $۰/۰۷\times(۱dm^۲)+۱۲۷\times(۱mm^۲)+۸۰۰cm^۲$ $۰/۰۷\times۱۰۰cm^۲+۱۲۷\times\frac{۱}{۱۰۰}cm^۲+۸۰۰cm^۲$ $۷cm^۲+۱/۲۷cm^۲+۸۰۰cm^۲$	تمرین :حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید. $۱۴۹dm^۲+۳۴۸mm^۲+۰/۸۹cm^۲$ حل:

$۷+۱/۲۷+۸۰۰=۸۰۸/۲۷cm^۲$	
مثال: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید. $۱۷/۵dm^۲+۹۲۰mm^۲+۰/۱۲۰cm^۲$ حل: $۱۷/۵\times(۱dm^۲)+۹۲۰mm^۲+۰/۱۲۰\times(۱cm^۲)$ $۱۷/۵\times۱۰۰۰۰mm^۲+۹۲۰mm^۲+۰/۱۲\times۱۰۰mm^۲$ $۱۷۵۰۰۰mm^۲+۹۲۰mm^۲+۱۲mm^۲$ $۱۷۵۰۰۰+۹۲۰+۱۲=۱۷۵۹۳۲mm^۲$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید. $۰/۶۹۱۲m^۲+۸۱۶mm^۲+۰/۲۰۲cm^۲$ حل:
مثال: ۵ کیلومتر مربع چند متر مربع است؟ حل: $۱km^۲=۱۰۰۰۰۰۰m^۲$ $۵km^۲=?m^۲$ $۵\times(۱km^۲)=?m^۲$ $۵\times(۱۰۰۰۰۰۰m^۲)$ $=۵۰۰۰۰۰۰m^۲$	تمرین: ۷/۹ کیلومتر مربع چند متر مربع است؟ حل:
مثال :حاصل عبارت را بر حسب متر مربع به دست آورید. $۶/۰۰۹cm^۲+۰/۷۸mm^۲+۷۸dm^۲+۵m^۲$ حل: $۶/۰۰۹\times(۱cm^۲)+۰/۷۸\times(۱mm^۲)+۷۸\times(۱dm^۲)+۵m^۲$ $۶/۰۰۹\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰}m^۲)+۰/۷۸\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}m^۲)+۷۸\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}m^۲)+۵m^۲$ $۰/۰۰۰۶۰۰۹m^۲+۰/۰۰۰۰۷۸m^۲+۰/۷۸m^۲+۵m^۲$ $۰/۰۰۰۶۰۰۹+۰/۰۰۰۰۷۸+۰/۷۸+۵$ $=۵/۷۸۱m^۲$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر مربع به دست آورید. $۵m^۲+۴۹۸۱cm^۲+۷۵۶mm^۲+۹۶dm^۲$ حل:

۳-۳- روابط سطوح هندسی قطعات گوشه دار:

- مساحت مربع برابر است با مربع طول ضلع آن (L) یعنی:

$$A = L \times L \Rightarrow A = L^{۲}$$



شکل ۳-۱

- مساحت مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول (L) در عرض (b) آن یعنی:

$$A = L \times b$$

شکل ۳-۲

- مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب طول (L) در ارتفاع (b).

$$A = L \times b$$

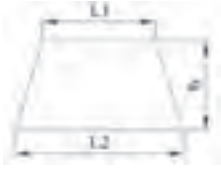
شکل ۳-۳

- مساحت انواع مثلث از جمله متساوی الاضلاع، قائم الزاویه و... برابر است با نصف حاصل ضرب یک ضلع (L) در ارتفاع آن (b).

$$A = \frac{L \times b}{۲}$$

شکل ۳-۴

- مساحت ذوزنقه برابر است با حاصل ضرب نصف مجموع دو قاعده ($L_۱$ و $L_۲$) در ارتفاع آن(b)

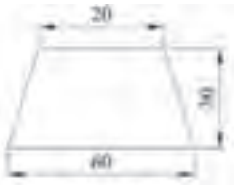


$$A = \frac{L_۱ + L_۲}{۲} \times b = L_m \times b$$

$$L_m = \frac{L_۱ + L_۲}{۲}$$

شکل ۳-۵

مثال :مساحت شکل مقابل را بر حسب میلی‌متر مربع حساب کنید.



حل:

$$A = \frac{L_1 + L_2}{2} \times b$$

$$A = \frac{20+60}{2} \times 30$$

$$A = 40 \times 30$$

$$\boxed{A = 1200 mm^2}$$

تمرین :طول و عرض مقطع راهبار را به دست آورید. اگر مساحت مقطع آن ۱۴۵۰ میلی‌متر مربع باشد.

حل:

۱-۳-۳- محاسبه محاسبه سطوح مرکب: برای به دست آوردن مساحت سطوح مرکب کافی است که آنها را به سطوح هندسی مختلف تفکیک کرده سپس مساحت هر یک را به دست آورده و آنها را با هم جمع جبری کرده.

به عنوان مثال اگر سطح مرکب زیر را در نظر بگیریم:

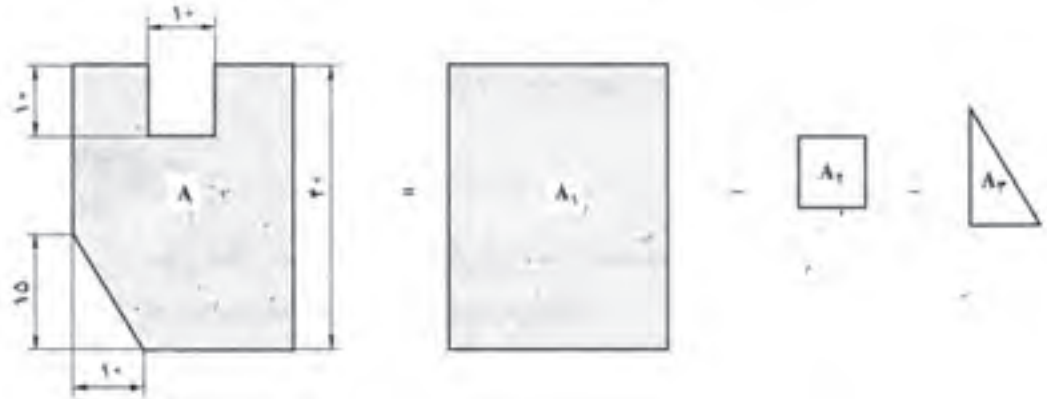
برای اینکه مساحت این سطح را به دست آوریم کافی است که آن را به ۳ مستطیل تقسیم کنیم:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

در مورد سطح مرکب زیر خواهیم داشت:

$$A = A_1 + A_2 - A_3$$

مثال: مساحت سطح قطعه مطابق شکل را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید.



حل:

$$A = A_1 - A_2 - A_3$$

$$A_1 = L \times b = ۳۰ \times ۴۰ = ۱۲۰۰ mm^2$$

$$A_2 = L^2 = ۱۰^2 = ۱۰۰ mm^2$$

$$A_3 = \frac{L \times b}{۲} = \frac{۱۰ \times ۱۵}{۲} = ۷۵ mm^2$$

$$A = ۱۲۰۰ - ۱۰۰ - ۷۵ = ۱۰۲۵ mm^2$$

$$A = \frac{۱۰۲۵}{۱۰۰} = ۱۰/۲۵ cm^2$$

مثال: سطح واشر آب بندی مطابق شکل را بر حسب میلی‌متر مربع تعیین نمایید.

حل:

$$A = A_1 - A_2 - ۲A_3$$

$$A_1 = ۰/۷۸۵ \times D \times d = ۰/۷۸۵ \times ۱۰۰ \times ۶۶ = ۵۱۸۱ mm^2$$

$$A_2 = ۰/۷۸۵ \times d^2 = ۰/۷۸۵ \times ۳۰^2 = ۷۰۶/۵ mm^2$$

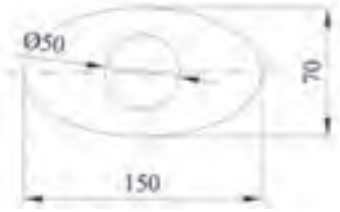
$$A_3 = ۰/۷۸۵ \times d^2 = ۰/۷۸۵ \times ۱۴^2 = ۱۵۳/۶۸ mm^2$$

$A = ۵۱۸۱ - ۷۰۶/۵ - ۲(۱۵۳/۶۸) = ۴۱۶۶/۷۸ mm^۲$

تمرین: مساحت سطح قطعه مقابل را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید.

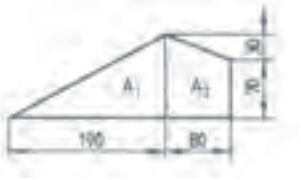
حل:

تمرین: سطح واشر شکل زیر را به دست آورید.



حل:

مثال: مساحت ورق مطابق شکل را به دست آورید.



حل:

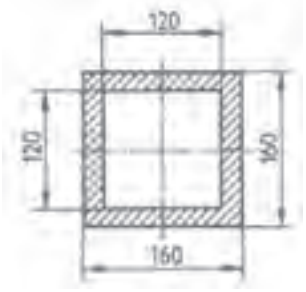
$A = A_۱ + A_۲$

$A = \frac{۱۹۰mm \times ۱۰۰mm}{۲} + \frac{۱۰۰mm + ۷۰mm}{۲} \times ۸۰mm$

$A = ۹۵۰۰mm^۲ + ۶۸۰۰mm^۲$

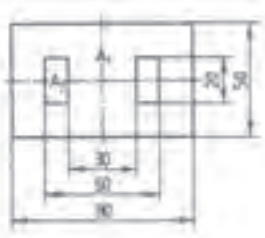
$A = ۱۶۳۰۰mm^۲$

تمرین: مساحت مقطع مطابق شکل را محاسبه کنید.

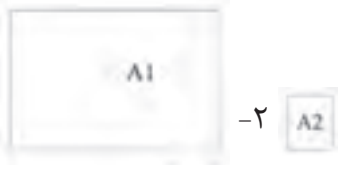


حل:

مثال: مساحت ورق قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



حل:



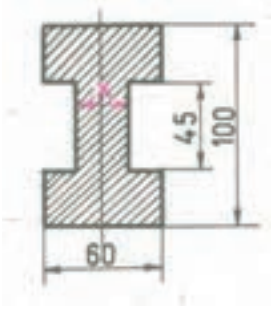
$$A = A_1 - ۲A_۲$$

$$A = ۸۰mm \times ۵۰mm - ۲ \times (۱۰mm \times ۲۰mm)$$

$$A = ۴۰۰۰mm^۲ - ۴۰۰mm^۲$$

$$A = ۳۶۰۰mm^۲$$

تمرین: در صورتی مساحت مقطع قطعه ۵۲/۸ سانتی‌متر مربع باشد، اندازه x در قطعه مطابق شکل چقدر است؟



حل:

۴-۳- روابط سطوح قطعات قوس دار:

- مساحت دایره برابر است با حاصل ضرب عدد پی (π) در مربع شعاع (r)

$$A = r\pi^۲$$

یا

$$A = p \times \frac{d^۲}{۴}$$

$$A = \frac{p d^۲}{۴}$$

دایره

- مساحت تاج دایره برابر است با مساحت دایره بزرگ (خارجی) منهای مساحت دایره کوچک (داخلی)

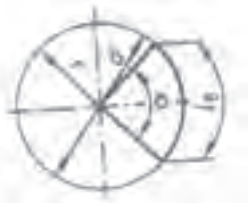
$$A = \frac{p \times D^۲}{۴} - \frac{p \times d^۲}{۴}$$

یا

$$A = (D^۲ - d^۲) \times \frac{p}{۴}$$

تاج دایره

- مساحت قطاع دایره برابر است با مساحت دایره در زاویه روبه‌رو به قطاع بخش بر ۳۶۰° یا برابر است با نصف حاصل ضرب طول قطاع دایره در شعاع.



قطاع دایره

$$A = \frac{d^2 \times p}{4} \times \frac{a}{360^\circ}$$

یا

$$A = \frac{L_B \times r}{2}$$

- مساحت قطاع تاج دایره برابر است با حاصل ضرب مساحت تاج دایره در زاویه روبه‌رو به قطاع بخش بر ۳۶۰°.

قطاع تاج دایره

$$A = (D^2 - d^2) \times \frac{p}{4} \times \frac{a}{360^\circ}$$

- مساحت قطعه دایره به صورت تقریبی برابر است با $\frac{2}{3}$ طول وتر قطعه در ارتفاع آن.

قطعه دایره

$$A \approx \frac{2}{3} S \times h$$

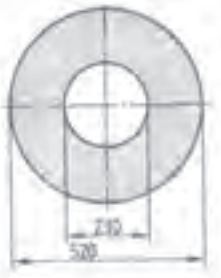
- مساحت بیضی برابر است با $\frac{1}{4}$ حاصل ضرب عدد پی (π) در قطر بزرگ بیضی در قطر کوچک بیضی.

$$A = \frac{D \times d \times p}{4}$$

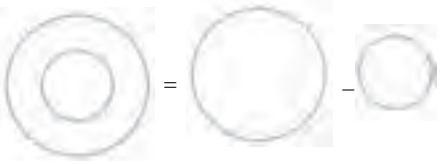
- برای محاسبه مساحت سطوح مرکب کافی است که آنها را به سطوح هندسی قوس دار و هندسی تقسیم کرده و سپس مساحت آنها را جمع جبری نمود.

$$A = A_1 + A_2 - A_3$$

مثال: مساحت قطعه مطابق شکل را به دست آورید.



حل:



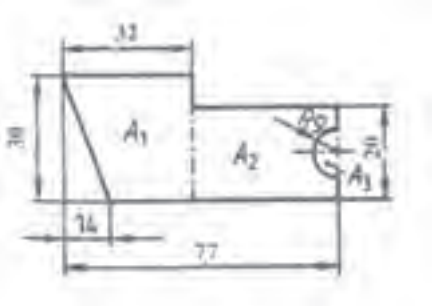
$$A = \frac{p}{4} \times (D^2 - d^2)$$

$$A = \frac{\pi}{4} \times \left((520)^2 mm^2 - (230)^2 mm^2\right)$$

$$A = \frac{p}{4} \times \left(270400 mm^2 - 52900 mm^2\right)$$

$$A = \frac{\pi}{4}(217500 mm^2)$$

تمرین: مساحت قطعه مطابق شکل را به دست آورید.

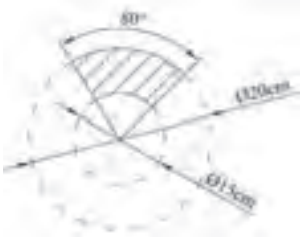


حل:

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۲۱۷۵۰۰mm^۲)$$

$$A = ۱۷۰۷۳/۵mm^۲$$

مثال: مساحت قطاع تاج دایره مطابق شکل زیر را به دست آورید.



$\alpha = ۸۰^{oc}$

$D = ۲۰cm$

$d = ۱۵cm$

حل:

$$A = (D^۲ - d^۲) \times \frac{p}{۴} \times \frac{p}{۳۶۰}$$

$$A = (۲۰^۲ - ۱۵^۲) \times \frac{۳/۱۴}{۴} \times \frac{\overset{۴}{\cancel{۸۰}}}{\underset{۹}{\cancel{۳۶۰}}}$$

$$A = (۴۰۰ - ۲۲۵) \times \frac{۳/۱۴}{۴} \times \frac{۴}{۹}$$

$$A = ۶۱/۰۵cm^۲$$

تمرین: مساحت قطاع تاج دایره مطابق شکل زیر را به دست آورید.

حل:

مثال: مساحت قطاع دایره به قطر $۵\ cm$ شکل زیر را به دست آورید.

حل:

$$A = \frac{pd^۲}{۴} \times \frac{a}{۳۶۰}$$

تمرین: مساحت قطاع دایره به شعاع $۸\ cm$ شکل زیر را به دست آورید.

حل:

$$A = \frac{۳/۱۴ \times ۵^۲}{۴} \times \frac{\overset{۵}{\cancel{۱۰۰}}}{\underset{۱۸}{\cancel{۳۶۰}}}$$

$$A = ۵/۴۵ cm^۲$$

مثال: مساحت ورق به کار رفته در قطعه مطابق شکل را به دست آورید.

حل:

$$A = \text{A1} - \text{A2}$$

$$A = \frac{p \times R^۲ \times a}{۳۶۰^\circ} - \frac{p \times r^۲ \times a}{۳۶۰^\circ}$$

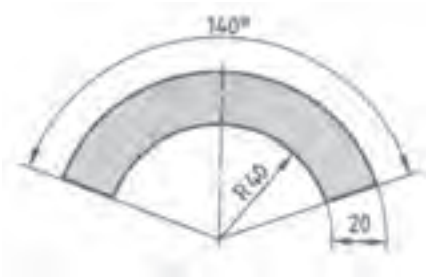
$$A = \frac{p \times (۶۲۰)^۲ mm^۲ \times ۷۲^\circ}{۳۶۰^\circ} - \frac{p \times (۶۴)^۲ mm^۲ \times ۷۲^\circ}{۳۶۰^\circ}$$

$$A = \frac{۳/۱۴ \times ۳۸۴۴۰۰ mm^۲ \times \overset{۲}{\cancel{۷۲}}^\circ}{\underset{۵}{\cancel{۳۶۰}}^\circ} - \frac{۳/۱۴ \times ۴۰۹۶ \times \overset{۲}{\cancel{۷۲}}^\circ}{\underset{۵}{\cancel{۳۶۰}}^\circ}$$

$$A = ۲۴۱۴۰۳/۲ - ۲۵۷۲/۲۸۸$$

$$A = ۲۳۸۸۳۰/۹ mm^۲$$

تمرین: مساحت قطعه مطابق شکل را بر حسب میلی‌متر مربع به دست آورید.



حل:

۵-۳- ریخت و ریز و درصد آن:

برای ساخت یک قطعه از مواد اولیه استفاده می‌شود که از این مواد اولیه به طور کامل استفاده نمی‌شود. بنابراین مقداری از ماده اولیه در ساخت قطعه استفاده نمی‌شود که به آن دورریز گفته می‌شود. بنابراین تفاوت ماده خام از ماده به کار رفته در قطعه تولیدی را دورریز می‌نامند.

بنابراین می‌توان گفت:

مقدار دورریز + مقدار قطعه تولیدی = مقدار ماده خام

یا

$$M_R = M_F + M_V$$

یا

$$\Rightarrow M_F = M_R - M_V \quad \text{یا} \quad M_V = M_R - M_F$$

که در آن:

M_R = ماده خام

M_F = مقدار قطعه تولیدی

M_V = دورریز

دورریز به سه صورت: دورریز سطحی، دورریز طولی، دورریز حجمی

- **دورریز سطحی:** در برش صفحات چوبی، صفحات و ورق‌های فلزی به کار می‌رود.
- **دورریز طولی:** در برش الوارهای چوبی، پروفیل‌های آهنی، آلومینیمی، مفتول‌ها و سیم‌ها به کار می‌رود.
- **دورریز حجمی:** در ساخت مدل‌های ریخته‌گری، قطعات ریختگی به کار می‌رود.

* مقدار درصد دورریز از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$\text{درصد دورریز} = \frac{\text{دورریز}}{\text{مقدار قطعه تولیدی}} \times ۱۰۰$$

$$\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F}$$

مثال: از یک میله فولادی به طول ۱/۵ متر و قطر ۵ میلی‌متر قطعات ۸۰ cm ، ۴۳۰ mm ، ۲۱۰ mm بریده خواهد شد. پهنای اره ۳ میلی‌متر بوده و بقیه میله دور ریخته می‌شود. درصد دورریز را حساب کنید.

حل:

توجه: تبدیل واحدها انجام می‌گیرد.

$$۱/۵\text{m} = ۱/۵ \times (۱\text{m})$$

$$= ۱/۵ \times (۱۰۰۰\text{mm})$$

تمرین: از یک میله فولادی به طول ۱/۸ متر و قطر ۵ میلی‌متر قطعات ۸۵۰ mm و ۴۳ cm و ۲۵۰ mm خواد شد. پهنای اره ۳ میلی‌متر بوده و بقیه میله دورریز ریخته می‌شود. درصد دورریز را حساب کنید.

حل:

$=۱۵۰۰mm$ $۸۰cm = ۸۰\times(۱cm)$ $۸۰\times(۱۰mm)$ $=۸۰۰mm$ $M_F = (۸۰۰+۴۳۰+۲۱۰)mm$ $M_F = ۱۴۴۰$ مقدار قطعات مفید $M_V = M_R - M_F = (۱۵۰۰-۱۴۴۰)mm$ $M_V = ۱۰mm$ مقدار دورریز $\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F} = \frac{۱۰mm \times ۱۰۰}{۱۴۴۰mm}$ $\mu_V = ۰/۶۹\%$	
مثال: از یک صفحه به ابعاد $۲۵۰۰mm \times ۷۵۰mm$ ، تعداد ۱۲ قطعه با ابعاد $۴۰۰mm \times ۳۰۰mm$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب متر مربع و درصد دورریز را محاسبه کنید. حل: $M_R = ۲/۵m \times ۰/۷۵۰m = ۱/۸۷۵m^۲$ $M_F = ۱۲\times(۰/۴\times۰/۳) = ۱/۴۴m^۲$ $M_V = ۱/۸۷۵ - ۱/۴۴ =$ $M_V = ۰/۴۳۵$ $\%M_V = \frac{۰/۴۳۵\times۱۰۰}{۱/۴۴} \Rightarrow M_V = ۳۰\%$	تمرین: از یک صفحه به ابعاد $۳۵۰۰mm \times ۱۲۰۰mm$ تعداد ۱۰ قطعه با ابعاد $۸۰۰mm \times ۶۰۰mm$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب سانتی‌متر مربع و درصد محاسبه کنید. حل
مثال: از یک الوار $۵۰۰mm \times ۴۰۰mm$ تعداد ۱۲ قطعه مثلث متساوی الاضلاع با طول قاعده $L = ۱۲۰mm$ و عرض $b = ۸۰mm$ بریده خواهد شد. چند میلی‌متر مربع از الوار دور ریخته می‌شود.	تمرین: از یک الوار $۷۰۰mm \times ۴۵۰mm$ تعداد ۱۱ قطعه مثلث متساوی الاضلاع با طول قاعده $L = ۱۵۰mm$ و عرض $b = ۸۵mm$ بریده خواهد شد. چند متر مربع از الوار دور ریخته می‌شود.

حل:

$$M_R = ۵۰۰mm \times ۴۰۰mm = ۲۰۰۰۰۰mm^۲$$

$$M_F = ۸\Delta$$

$$M_F = ۸ \times (\frac{L \times b}{۲})$$

$$M_F = ۸ \times \frac{۱۲۰ \times ۸۰}{۲} = ۳۸۴۰۰mm^۲$$

$$M_V = M_R - M_F$$

$$M_V = ۲۰۰۰۰۰ - ۳۸۴۰۰ = ۱۶۱۶۰۰mm^۲$$

مثال: شش الوار چوبی هر کدام به طول ۴/۲۵ متر بریده خواهد شد. برای این منظور ۴ الوار ۴/۵ متری، یک الوار ۳/۷۵ متری و یک الوار ۴/۷۵ متری در دسترس است. درصد ریخت و ریز را به دست آورید.

حل:

$$M_F = ۶ \times ۴/۲۵m = ۲۵/۵m$$

$$M_R = (۴ \times ۴/۵) + (۱ \times ۳/۷۵) + (۱ \times ۴/۷۵)$$

$$M_R = ۱۸ + ۳/۷۵ + ۴/۷۵$$

$$M_R = ۲۶/۵m$$

$$M_V = M_R - M_F$$

$$M_V = ۲۶/۵ - ۲۵/۵ = ۱m$$

$$\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F}$$

$$\%M_V = \frac{۱ \times ۱۰۰}{۲۵/۵} \Rightarrow M_V = ۳/۹\%$$

حل:

تمرین: هشت الوار چوبی هر کدام به طول ۳/۷۵ متر بریده خواهد شد. برای این منظور ۴ الوار ۴/۲۵ متری و ۲ الوار ۳/۲۵ متری و ۲ الوار ۵/۵ متری در دسترس است. درصد ریخت و ریز را به دست آورید.

مثال: از یک لوله مسی به طول ۵ متر ، ۷ قطعه با طول‌های مساوی و با شیار برش ۵ میلی‌متر بریده خواهد شد. طول قطعه باقیمانده ۴/۸ سانتی‌متر است. مطلوب است محاسبه:

الف ـ طول دورریز

ب ـ طول قطعات تمام شده

ج ـ درصد دورریز

حل:

الف:

$$M_V = ۴/۸(cm) + (۷ \times ۵)mm$$

$$M_V = ۴/۸(۱cm) + ۳۵mm$$

$$M_V = ۴/۸(۱۰mm) + ۳۵mm$$

$$M_V = ۴۸ + ۳۵$$

$$\boxed{M_V = ۸۳}$$

ب:

$$M_F = M_R - M_V$$

$$M_F = ۵m - ۸۳mm$$

$$M_F = ۵ \times (۱mm) - ۸۳mm$$

$$M_F = ۵ \times ۱۰۰۰mm - ۸۳mm$$

$$M_F = ۵۰۰۰ - ۸۳$$

$$\boxed{M_F = ۴۹۱۷mm}$$

ج :

$$\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F}$$

$$M_V = \frac{۸۳mm \times ۱۰۰}{۴۹۱۷}$$

تمرین: از یک لوله آهنی به طول ۵/۸ متر، ۶ قطعه با طول‌های مساوی و با شیار برش ۸ میلی‌متر بریده خواهد شد. طول قطعه باقیمانده ۶/۸ سانتی‌متر است. مطلوب است محاسبه:

الف ـ طول دورریز

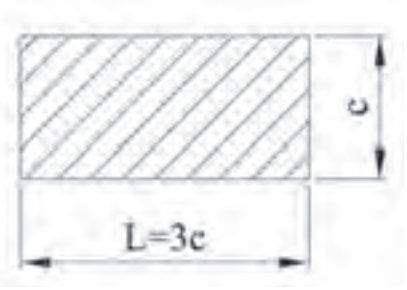
ب ـ طول قطعات تمام شده

ج ـ درصد دورریز

حل:

$M_V = ۱/۶۸۸\%$	
مثال: از یک صفحه به ابعاد $۳۵۰۰mm \times ۱۳۵۰mm$ تعداد ۸ قطعه با ابعاد $۸۰۰mm \times ۶۰۰mm$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب سانتی‌متر مربع و درصد دورریز را محاسبه کنید. حل: $M_R = ۳۵۰۰mm \times ۱۳۵۰mm$ $M_R = ۴۲۲۵۰۰۰mm^۲$ $M_R = ۴۲۲۵۰۰۰ \times (۱mm^۲)$ تبدیل واحد به سانتی‌متر مربع $M_R = ۴۲۲۵۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰} cm^۲$ $\boxed{M_R = ۴۲۲۵۰cm^۲}$ $M_F = ۸ \times ۸۰۰mm \times ۶۰۰mm$ $M_F = ۳۸۴۰۰۰۰mm^۲$ $M_F = ۳۸۴۰۰۰۰ \times (۱mm^۲)$ تبدیل واحد به سانتی‌متر مربع $M_F = ۳۸۴۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰} cm^۲)$ $\boxed{M_F = ۳۸۴۰۰cm^۲}$ $M_V = M_R - M_F$ $M_V = ۴۲۲۵۰cm - ۳۸۴۰۰cm$ $M_V = ۳۸۵۰cm$ $\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F}$	تمرین: از یک صفحه به ابعاد $۲۸۵۰mm \times ۱۲۵۰mm$ تعداد ۹ قطعه با ابعاد $۲۵۰mm \times ۱۸۵mm$ بریده خواهد شد. دورریز را بر حسب متر مربع و درصد محاسبه کنید. حل:

$M_V = \frac{۳۸۵۰ \times ۱۰۰}{۳۸۴۰۰}$ $M_V = ۱۰\%$	
مثال: سطح مقطع لوله راهگاه در یک قالب $\frac{۲}{۳}$ مقطع راهبار پیش‌بینی شده است. اگر سطح مقطع راهبار ۴۵۶۹ میلی‌متر مربع باشد، قطر لوله راهگاه را به دست آورید. حل: $A_R = ۴۵۶۹mm^۲$ $A_S = \frac{۲}{۳} A_R$ $A_S = \frac{۲}{۳} \times ۴۵۶۹mm^۲$ $A_S = ۳۰۴۶mm^۲$ $D_s^۲ = \frac{A_S \times ۴}{p}$ $D_s^۲ = \frac{۳۰۴۶ \times ۴}{۳/۱۴}$ $D_S = \sqrt{\frac{۳۰۴۶ \times ۴}{۳/۱۴}}$ $D_s = \sqrt{۳۸۸۰/۲۵mm^۲}$ $D_S = ۶۲/۲۹mm$	تمرین: سطح مقطع لوله راهگاه در یک قالب $\frac{۱}{۳}$ سطح مقطع راهبار پیش‌بینی شده است. اگر سطح مقطع راهبار ۶۹۴۵/۳ متر مربع باشد، قطر لوله راهگاه را به دست آورید. حل:
مثال: طول و عرض مقطع راهبار در شکل زیر را به دست آورید. مساحت مقطع آن ۲۲۵۰ میلی‌متر مربع باشد.	تمرین: طول و عرض مقطع راهبار در شکل زیر را به دست آورید. مساحت سطح مقطع آن ۴۲۵۰ میلی‌متر مربع است.



حل:

$$L = ۳c$$

$$s = ۳c \times c = ۲۲۵۰$$

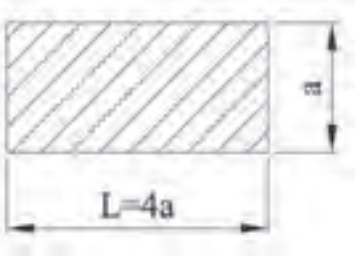
$$\Rightarrow ۳c^{۲} = ۲۲۵۰$$

$$c^{۲} = \frac{۲۲۵۰}{۳}$$

$$c^{۲} = ۷۵۰$$

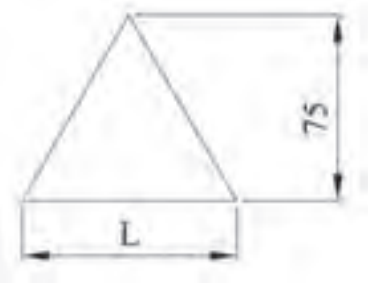
$$c = ۲۷/۴mm$$

$$L = ۸۲/۲mm$$



حل:

مثال: اگر مساحت مقطع راهبار شکل زیر ۱۲۵۰ میلی‌متر مربع باشد، اندازه L را به دست آورید.

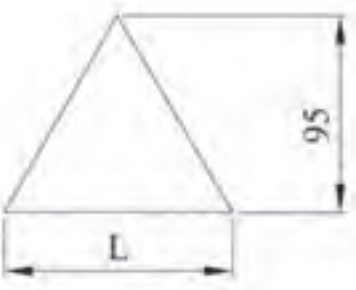


حل:

$$A = \frac{L \times b}{۲}$$

$$۱۲۵۰ = \frac{L \times ۷۵}{۲}$$

تمرین: اگر مساحت مقطع راهبار شکل زیر ۲۴۵۰ میلی‌متر مربع باشد، اندازه L را به دست آورید.



حل:

$L \times ۷۵ = ۱۲۵۰ \times ۲$ $L \times ۷۵ = ۲۵۰۰$ طرفین تقسیم بر ضریب مجهول $\frac{L \times \cancel{۷۵}}{\cancel{۷۵}} = \frac{۲۵۰۰}{۷۵}$ $L = ۳۳ / ۳۳mm$	
مثال: مساحت کل کانال‌های راهبار شکل زیر را به دست آورید. حل: $A = \frac{L_۱ + L_۲}{۲} \times b$ $A = \frac{۴۵ + ۳۵}{۲} \times ۱۱$ $A = ۴۴۰mm^۲$ $\Rightarrow ۴ \times ۴۴۰ = ۱۷۶۰mm^۲$	تمرین: مساحت کل کانال‌های راهبار شکل زیر را به دست آورید. حل:
مثال: سطح گسترده یک مخروط به شکل زیر می‌باشد. مقدار آن را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید. حل: $\alpha = ۳۶۰^\circ - ۱۲۸^\circ = ۲۳۲^\circ$ $D = ۸۰ \times ۲ = ۱۶۰mm = ۱۶cm$	تمرین: سطح گسترده یک مخروط به شکل زیر می‌باشد. مقدار آن را بر حسب متر مربع به دست آورید. حل:

$$A = \frac{pD^2}{4} \times \frac{a}{360}$$

$$A = \frac{3/14 \times 16^2}{4} \times \frac{232^\circ}{360^\circ}$$

$$A = \frac{3/14 \times 16 \times 16 \times 232}{4 \times 360}$$

$$A = 129/5 cm^2$$

مثال: عوامل مجهول در جدول زیر را به دست آورید.

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
/۰۴۵	۴/۵	۴۵۰	۴۵۰۰
۲/۵	؟	؟	؟
؟	۱۷۹	؟	؟
؟	؟	۱۹۵۰	؟
؟	؟	؟	۲۴۹۵
۰/۰۰۰۰۵۴	؟	؟	؟
؟	۰/۷۹	؟	؟

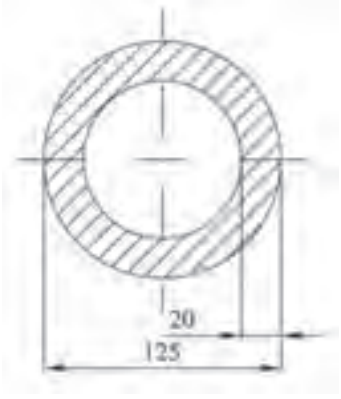
حل:

مثال: عوامل مجهول در جدول زیر را به دست آورید.

M_F	M_R	٪ M_V
۳/۵۹m	۴/۱۵m	?
۲/۴m	?m	۸/۵٪
۶۹cm	۲/۴m	?
m?	۲/۲۰	۸٪
۵/۴m	?cm	?
۲/۸cm	?mm	۴/۶٪

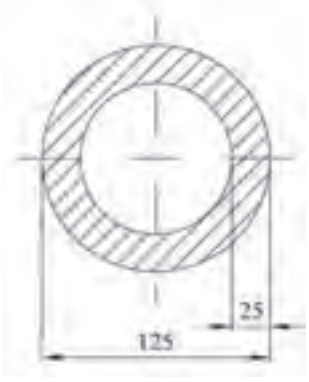
حل:

مثال: سطح مقطع شکل زیر چه نیرویی را می‌تواند تحمل کند. اگر یک سانتی‌متر مربع آن بتواند ۹۸۰۰ نیوتن نیرو را تحمل کند.



حل:

مثال: سطح مقطع شکل زیر چه نیرویی را می‌تواند تحمل کند. اگر یک متر مربع آن بتواند ۱۲۸۰۰ نیوتن نیرو را تحمل کند.



حل:

$$A = \frac{p}{۴}(D^۲ - d^۲)$$

$$D = ۱۲۵mm \Rightarrow D = ۱۲/۵cm$$

$$d = ۸۵mm = ۸/۵cm$$

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۱۲/۵^۲ - ۸/۵^۲)$$

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۱۵۶/۲۵ - ۷۲/۲۵)$$

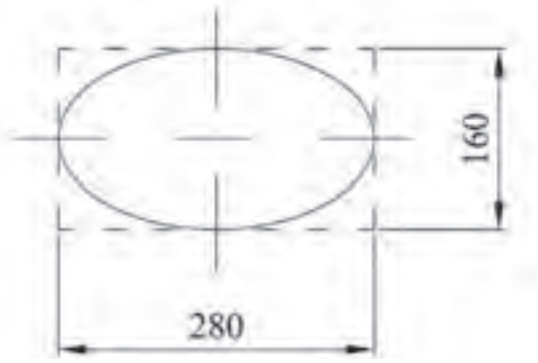
$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۸۴)$$

$$A = \frac{۳/۱۴ \times ۸۴}{۴} = \frac{۲۶۳/۷۶}{۴}$$

$$A = ۶۵/۹۴cm^۲$$

$۶۵/۹۴ \times ۹۸۰۰ = ۶۴۶۲۱۲N$ نیوتن

مثال: درصد ریخت و ریز قطعه نشان داده شده را در شکل زیر به دست آورید.



حل:

$$M_R = ۲۸۰mm \times ۱۶۰mm = ۴۴۸۰۰mm^۲$$

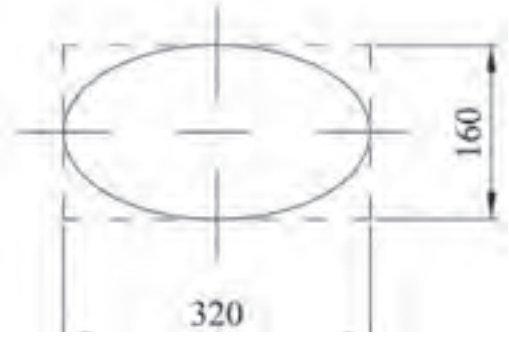
$$A = M_F = \frac{D \times d \times p}{۴}$$

$$M_F = \frac{۲۸۰ \times ۱۶۰ \times ۳/۱۴}{۴}$$

$$M_R = ۳۵۱۶۸mm^۲$$

$$M_V = M_R - M_F$$

تمرین: درصد ریخت و ریز قطعه نشان داده شده را در شکل زیر به دست آورید.



حل:

$$M_V = ۴۴۸۰۰ - ۳۵۱۶۸$$

$$M_V = ۹۶۳۲ mm^۲$$

$$\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F}$$

$$M_V = \frac{۹۶۳۲ \times ۱۰۰}{۳۵۱۶۸}$$

$$M_V = ۲۷/۴\%$$

سیمای فصل چهارم

۴- کاربرد محاسبات احجام هندسی در حل مسایل فنی

۴-۱- واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI

۴-۱-۱- اجزا و اضعاف واحد حجم

۴-۲- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی

۴-۲-۱- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام مرکب

۴-۳- محاسبه حجم احجام هندسی

۴-۳-۱- منشور و استوانه

۴-۳-۲- مخروط و هرم

۴-۳-۳- مخروط و هرم ناقص

۴-۳-۴- کره و بوته ریخته‌گری

۴-۴- محاسبه حجم احجام مرکب

۴- کاربرد محاسبات احجام هندسی در حل مسایل فنی

۴-۱- واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI :

در سیستم SI واحد اندازه‌گیری حجم برابر متر مکعب است. هر متر مکعب برابر است با حجم مکعبی که طول اضلاع آن ۱ متر باشد.

۴-۱-۱- اجزای واحد حجم: اجزای واحد حجم برای احجام توپر عبارتند از: دسی‌متر مکعب (لیتر)، سانتی‌متر مکعب، میلی‌متر مکعب.

$$1m^3 = 1000dm^3 \Leftrightarrow 1dm^3 = \frac{1}{1000}m^3$$

- هر متر مکعب ۱۰۰۰ دسی‌متر مکعب است.

مثال: ۵ متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟ حل: $5m^3 = ?dm^3$ $5 \times (1m^3) =$ $5 \times 1000dm^3 = 5000dm^3$	تمرین: ۶/۵ متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟ حل:
مثال: ۱۵۳۶۰ دسی‌متر مکعب چند متر مربع است؟ حل: $15360dm^3 = ?m^2$ $15360 \times (1dm^3) =$ $15360 \times \frac{1}{1000}m^2 = 15/36m^2$	تمرین: ۲۵۹۴۰ دسی‌متر مکعب چند متر مربع است؟ حل:

- هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است. $1m^3 = 1000000cm^3 \Leftrightarrow 1cm^3 = \frac{1}{1000000}m^3$

مثال: ۴/۵ متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟ حل: $4/5m^3 = ?cm^3$ $4/5 \times (1m^3) =$	تمرین: ۷ متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟ حل:

$۴/۵\times۱۰۰۰۰۰۰cm^۳=۴۵۰۰۰۰۰cm^۳$	
مثال: ۱۴۹۵۷۰ سانتی‌متر مکعب چند متر مکعب است؟ حل: $۱۴۹۵۷۰cm^۳=?m^۳$ $۱۴۹۵۷۰\times(۱cm^۳)=$ $۱۴۹۵۷۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}m^۳)$ $=۰/۱۴۹۵۷m^۳$	تمرین: ۲۹۷۰۰۰ سانتی‌متر مکعب چند متر مکعب است؟ حل:
- هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر مکعب است. $۱m^۳=۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰mm^۳ \Leftrightarrow ۱mm^۳=\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰}m^۳$.	
مثال: ۱۲ متر مکعب چند میلی‌متر مکعب است؟ حل: $۱۲m^۳=?mm^۳$ $۱۲\times(۱m^۳)=$ $۱۲\times(۱\times۱۰^۹mm^۳)=۱۲\times۱۰^۹mm^۳$	تمرین: ۱۴ متر مکعب چند میلی‌متر مکعب است؟ حل:
مثال: ۱۸۹۶۰۰۰۰ میلی‌متر مکعب چند متر مکعب است؟ حل: $۱۸۹۶۰۰۰۰mm^۳=?m^۳$ $۱۸۹۶۰۰۰۰\times(۱mm^۳)$ $۱۸۹۶۰۰۰۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰}m^۳)=۰/۰۱۸۹۶m^۳$	تمرین: ۲۴۵۹۶۰ میلی‌متر مکعب چند متر مکعب است؟ حل:

- هر دسی‌متر مکعب برابر ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است. $1dm^3 = 1000cm^3 \Leftrightarrow 1cm^3 = \frac{1}{1000}dm^3$

مثال: ۱۲ دسی‌متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟

حل:

$12dm^3 = ?cm^3$

$12 \times (1dm^3)$

$12 \times 1000cm^3 = 12000cm^3$

تمرین: ۷/۵ دسی‌متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟

حل:

مثال: ۱۴۶۰۰ سانتی‌متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟

حل:

$14600cm^3 = ?dm^3$

$14600 \times (1cm^3)$

$14600 \times (\frac{1}{1000}dm^3) = 14/6dm^3$

تمرین: ۱۶۸۰۰۰ سانتی‌متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟

حل:

- هر دسی‌متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر مکعب است

$1dm^3 = 1000000mm^3 \Leftrightarrow 1mm^3 = \frac{1}{1000000}dm^3$

مثال: ۱۷ دسی‌متر مکعب چند میلی‌متر مکعب است؟

حل:

$17dm^3 = ?mm^3$

$17 \times (1dm^3) =$

$17 \times 1000000mm^3 = 17000000mm^3$

تمرین: ۰/۶۹۵ دسی‌متر مکعب چند میلی‌متر مکعب است؟

حل:

مثال: ۱۴۶۸۰۰ میلی‌متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟

حل:

$۱۴۶۸۰۰mm^۳ = ?dm^۳$

$۱۴۶۸۰۰ \times (۱mm^۳)$

$۱۴۶۸۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳ = ۰/۱۴۶۸dm^۳$

تمرین: ۱۶۴۷۰۰ میلی‌متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟

حل:

- هر سانتی‌متر مکعب برابر ۱۰۰۰ میلی‌متر مکعب است

$$۱cm^۳ = ۱۰۰۰mm^۳ \Leftrightarrow ۱mm^۳ = \frac{۱}{۱۰۰۰} cm^۳$$

مثال: ۱۶/۲۵ سانتی‌متر مکعب برابر چند میلی‌متر مکعب است؟

حل:

$۱۶/۲۵cm^۳ = ?mm^۳$

$۱۶/۲۵ \times (۱cm^۳)$

$۱۶/۲۵ \times ۱۰۰۰mm^۳ = ۱۶۲۵۰mm^۳$

تمرین: ۲۸/۱۶۲ سانتی‌متر مکعب برابر چند میلی‌متر مکعب است؟

حل:

مثال: ۱۵۳۶ میلی‌متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟

حل:

$۱۵۳۶mm^۳ = ?cm^۳$

$۱۵۳۶ \times (۱mm^۳)$

$$۱۵۳۶ \times \frac{۱}{۱۰۰} cm^۳ = ۱/۵۳۶cm^۳$$

تمرین: ۲۶۸۹ میلی‌متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟

حل:

بنابراین می‌توان نوشت:

$$۱m^۳ \underset{\div ۱۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} dm^۳ \underset{\div ۱۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} cm^۲ \underset{\div ۱۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} mm^۳$$

مثال: حاصل عبارت را بر حسب متر مکعب به دست آورید.

$۱۱۵cm^۳ + ۶۳mm^۳$

حل:

$۱۱۵\times(۱cm^۳)+۶۳\times(۱mm^۳)$

$۱۱۵\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}m^۳)+۶۳\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰}m^۳)$

$\frac{۱۱۵}{۱۰۰۰۰۰۰}+\frac{۶۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$

$۰/۰۰۰۱۱۵+۰/۰۰۰۰۰۰۰۶۳=۱/۱۵۰۶۳\times۱۰-۴m^۳$

تمرین: حاصل عبارت را بر حسب متر مکعب به دست آورید.

$۱۳/۵dm^۳ + ۱۲۵۴۵۰mm^۳$

حل:

مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌متر مکعب به دست آورید.

$۳mm^۳ + ۱۶۷۱۵dm^۳ + ۱/۴m^۳$

حل:

$۳\times(۱mm^۳)+۱۶۷۱۵dm^۳ + ۱/۴(m^۳)$

$۳\times(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}dm^۳)+۱۶۷۱۵dm^۳ + ۱/۴\times(۱۰۰۰dm^۳)$

$\frac{۳}{۱۰۰۰۰۰۰}dm^۳ + ۱۶۷۱۵dm^۳ + ۱۴۰۰dm^۳$

$۰/۰۰۰۰۰۳+۱۶۷۱۵+۱۴۰۰=۱۸۱۱۵dm^۳$

تمرین: حاصل عبارت را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید.

$۲۴۶mm^۳ - ۱/۲۱cm^۳ + ۳/۹۶۴dm - ۲۴۳cm^۳$

حل:

واحد اندازه‌گیری حجم برای مایعات لیتر می‌باشد.

اجزا و اضعاف لیتر عبارتند از: کیلولیتر (متر مکعب)، هکتولیتر، لیتر (دسی‌متر مکعب)، سانتی‌لیتر، میلی‌لیتر (سانتی‌متر مکعب)، میکرولیتر (میلی‌متر مکعب).

- هر متر مکعب برابر ۱ کیلولیتر است. $۱m^۳ = ۱kl$

- هر کیلولیتر برابر ۱۰ هکتولیتر است. $۱m^۳ = ۱kl = ۱۰hl \Leftrightarrow ۱hl = \frac{۱}{۱۰}kl = \frac{۱}{۱۰}m^۳$

مثال: ۵ کیلولیتر چند هکتولیتر است؟ حل: $۵kl = ?hl$ $۵\times(kl)$ $۵\times(۱۰hl) = ۵۰hl$	تمرین :۱۲ کیلو لیتر چند هکتو لیتر است؟ حل :
مثال: ۱۲۵ هکتولیتر چند کیلولیتر است؟ حل: $۱۲۵hl = ?kl$ $۱۲۵\times(۱hl) =$ $۱۲۵\times(\frac{۱}{۱۰}kL) =$ $۱۲۵\times\frac{۱}{۱۰} = ۱۲/۵kL$	تمرین: ۱۵۴ هکتولیتر چند کیلولیتر است؟ حل:
- هر کیلولیتر برابر ۱۰۰۰ لیتر است. $۱m^۳ = ۱kl = ۱۰۰۰lit \Leftrightarrow ۱lit = \frac{۱}{۱۰۰۰}kl = \frac{۱}{۱۰۰۰}m^۳$	
مثال: ۶/۵ کیلولیتر چند لیتر است؟ حل: $۶/۵kl = ?lit$ $۶/۵\times(۱kl) =$ $۶/۵\times۱۰۰۰lit = ۶۵۰۰lit$	تمرین: ۸/۲۵ کیلولیتر چند لیتر است؟ حل:
مثال: ۱۴۵۰۰ لیتر چند کیلولیتر است؟ $۱۴۵۰۰lit = ?kl$ $۱۴۵۰۰\times(۱lit)$ $۱۴۵۰۰\times\frac{۱}{۱۰۰۰}kl = ۱/۴۵kl$	تمرین: ۱۸۷۰ لیتر چند کیلولیتر است؟ حل:

- هر هکتولیتر برابر ۱۰۰ لیتر است. $1hlit = 100lit \Leftrightarrow 1lit = \frac{1}{100}hlit$

مثال: ۱۳ هکتولیتر چند لیتر است؟ حل: $13hlit = ?lit$ $13 \times (hl)$ $13 \times 100lit = 1300lit$	تمرین: ۱۸/۵ هکتولیتر چند لیتر است؟ حل:
مثال: ۱۴۵۰۰ لیتر چند هکتولیتر است؟ حل: $14500lit = ?hlit$ $14500 \times (1lit) =$ $14500 \times \frac{1}{100}hlit = 145hlit$	تمرین: ۱۸۵۰۰ لیتر چند هکتولیتر است؟ حل:

- هر لیتر برابر ۱ دسی‌متر مکعب است. $1m^3 = 1000lit \, , \, 1lit = 1dm^3 = \frac{1}{1000}m^3$

- هر لیتر برابر ۱۰۰ سانتی‌متر است

$$\begin{cases} 1lit = 100cl \Leftrightarrow 1cl = \frac{1}{100}lit \\ 1m^3 = 100000cl \Leftrightarrow 1cl = \frac{1}{100000}m^3 \end{cases}$$

مثال: ۱۲ لیتر چند سانتی‌لیتر است؟ حل: $12lit = ?clit$ $12 \times (lit) =$ $12 \times 100cl = 1200cl$	تمرین: ۲۶۵۰۰ سانتی‌لیتر چند لیتر است؟ حل:

مثال: ۱۴۵۰ سانتی‌لیتر چند لیتر است؟

حل:

$۱۴۵۰\text{cl} = ?\,\text{lit}$

$۱۴۵۰ \times (۱\text{cl}) =$

$۱۴۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰}\text{lit} = ۱۴/۵\text{lit}$

تمرین: ۱۴/۵ لیتر چند سانتی‌لیتر است؟

حل:

- هر لیتر برابر ۱۰۰۰ میلی‌لیتر است.

$$\begin{cases} ۱\text{lit} = ۱۰۰۰\text{ml} \Leftrightarrow ۱\text{ml} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\text{lit} \\ ۱\text{m}^۳ = ۱۰۰۰۰۰۰\text{ml} \Leftrightarrow ۱\text{ml} = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}\text{m}^۳ \\ ۱\text{cl} = ۱۰\text{ml} \Leftrightarrow ۱\text{ml} = \frac{۱}{۱۰}\text{cl} \end{cases}$$

مثال: ۱۲ لیتر چند میلی‌لیتر است؟

حل:

$۱۲\text{lit} = ?\,\text{ml}$

$۱۲ \times (\text{lit})$

$۱۲ \times (۱۰۰۰\text{ml}) = ۱۲۰۰۰\text{ml}$

تمرین: ۱۵/۷ لیتر چند میلی‌لیتر است؟

حل:

مثال: ۱۴۷۵۰ میلی‌لیتر چند لیتر است؟

حل:

$۱۴۷۵۰\text{ml} = ?\,\text{lit}$

$۱۴۷۵۰ \times (۱\text{ml})$

$۱۴۷۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰}\text{lit} = ۱۴/۷۵\text{lit}$

تمرین: ۲۶۷۵۰ میلی‌لیتر چند لیتر است؟

حل:

- هر میلی‌لیتر برابر ۱ سانتی‌متر مکعب است

$$\begin{cases} ۱ml = ۱cm^۳ \\ ۱lit = ۱۰۰۰ml = ۱۰۰۰cm^۳ \Leftrightarrow ۱ml = ۱cm^۳ = \frac{۱}{۱۰۰۰}lit \end{cases}$$

هر میلی‌لیتر برابر ۱۰۰۰ میکرولیتر است

$$\begin{cases} ۱ml = ۱۰۰۰\mu lit \Leftrightarrow ۱\mu lit = \frac{۱}{۱۰۰۰}ml \\ ۱lit = ۱۰۰۰۰۰۰\mu lit \Leftrightarrow ۱\mu lit = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}lit \\ ۱m^۳ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰\mu lit \Leftrightarrow ۱\mu lit = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰}m^۳ \end{cases}$$

مثال: ۸۵ میلی‌لیتر چند میکرولیتر است؟

حل:

$۸۵ml = ?\mu lit$

$۸۵ \times (۱ml)$

$۸۵ \times ۱۰۰۰\mu lit = ۸۵۰۰۰\mu l$

تمرین: ۹۰/۵ میلی‌لیتر چند میکرولیتر است؟

حل:

مثال: ۱۲۵۰۰ میکرولیتر چند میلی‌لیتر است؟

حل:

$۱۲۵۰۰\mu lit = ?ml$

$۱۲۵۰۰ \times (۱\mu lit)$

$۱۲۵۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}mL) = ۱۲/۵mL$

تمرین: ۱۶۵۰۰۰ میکرولیتر چند میلی‌لیتر است؟

حل:

- هر میکرولیتر برابر ۱ میلی‌متر مکعب است. $۱\mu lit = ۱mm^۳$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$۱kl \underset{\div ۱۰}{\overset{\times ۱۰}{\rightleftarrows}} hl \underset{\div ۱۰۰}{\overset{\times ۱۰۰}{\rightleftarrows}} L \underset{\div ۱۰۰}{\overset{\times ۱۰۰}{\rightleftarrows}} cl \underset{\div ۱۰}{\overset{\times ۱۰}{\rightleftarrows}} ml \underset{\div ۱۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} \mu l$$

$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$

$$۱m^۳ \quad ۱dm^۳ \quad ۱cm^۳ \quad ۱mm^۳$$

مثال: ۱۰ متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟ حل: $1m^3 \xrightarrow{\times 1000} dm^3 \xrightarrow{\times 1000} cm^3$ $1m^3 = 1000dm^3 = 1000 \times (1000cm^3)$ $1m^3 = 1000000cm^3$ $10m^3 =$ $10 \times (1m^3) = 10 \times (1000000cm^3) = 10000000cm^3$	تمرین: ۱۲/۵ متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟ حل:
مثال: حاصل عبارت را بر حسب لیتر به دست آورید. $123/24dm^3 + 6632cm^3$ حل: $123/24(1dm^3) + 6632(1 \times cm^3)$ $123/24(1lit) + 6632(\frac{1}{1000} lit)$ $123/24lit + 6/632lit$ $123/24 + 6/632 = 129/872lit$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب لیتر به دست آورید. $45/32dm^3 + 2560cm^3$ حل
مثال: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌لیتر به دست آورید. $123/24dm^3 + 66320cm^3$ حل: $\boxed{1dm^3 = 1lit}$ $123/24(1 \times dm^3) + 6632(1 \times cm^3)$ $123/24lit + 6632(\frac{1}{1000} dm^3)$ $123/24lit + 6/632lit$ $123/24 \times (1lit) + 6/632 \times (1lit)$	تمرین: حاصل عبارت را بر حسب دسی‌لیتر به دست آورید. $459/2dm^3 + 759cm^3$ حل:

۱۲۳/۲۴(۱۰dl) + ۶/۶۳۲(۱۰dl)

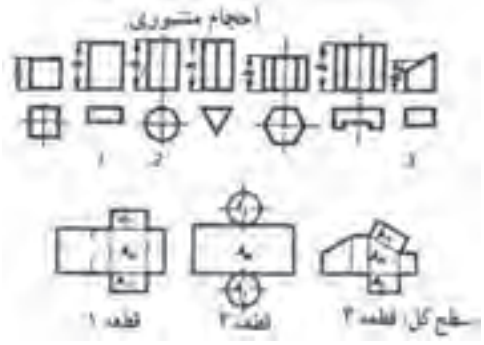
۱۲۳۲/۴dl + ۶۶/۳۲dl

۱۲۳۲/۴ + ۶۶/۳۲ = ۱۲۹۸/۷۲dl

۲-۴- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی:

احجام منشوری شامل مکعب، مکعب مستطیل، استوانه، منشور مثلث القاعده و... می‌باشد.

- رابطه سطح جانبی و سطح کل عبارتند از:



ارتفاع × محیط قاعده = سطح جانبی

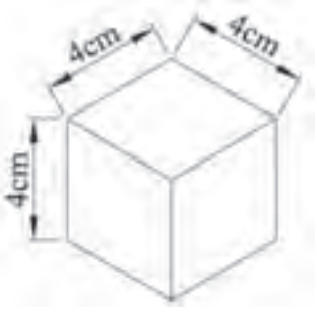
$A_M = U_g \times h$

سطح جانبی + سطح قاعدهٔ پایین = سطح کل

سطح قاعده بالا +

$A_o = A_1 + A_M + A_2$

مثال: سطح جانبی و سطح کل مکعبی به ضلع ۴ cm چقدر خواهد بود.



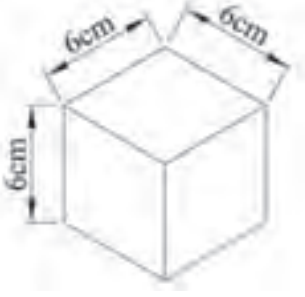
حل: سطح جانبی مکعب برابر است با حاصل ضرب محیط قاعده (مربع به ضلع ۴ cm) در ارتفاع $(h = ۴cm)$

$A_M = U_g \times h$

محیط قاعده $U_g = ۴ \times$ ضلع $= ۴ \times ۴ = ۱۶cm$

سطح جانبی $A_M = U_g \times h$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل مکعبی به ضلع ۶ cm را حساب کنید.



حل:

$A_M = ۱۶ \times ۴$

$A_M = ۱۶ \times ۴ = ۶۴cm^۲$ سطح جانبی

سطح کل مکعب برابر است با مجموع سطح قاعده پایینی (مربع به ضلع ۴ cm) و سطح جانبی (A_M) و سطح قاعده بالایی (مربع به ضلع ۴ cm)

$A_۱ = ($ ضلع مربع $)^۲ =$ سطح قاعده بالایی

$A_۱ = ۴ \times ۴ = ۱۶cm^۲$

$A_۲ = ($ ضلع مربع $)^۲$

$A_۲ = ۴ \times ۴ = ۱۶cm^۲$

$A_M = ۱۶ \times ۴ = ۶۴cm^۲$

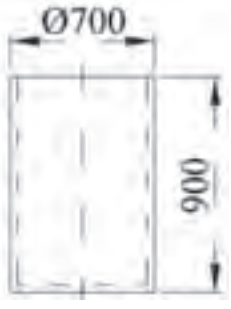
$A_o = A_۱ + A_۲ + A_۳$

$A_o = ۱۶ + ۶۴ + ۱۶$

$A_o = ۹۶cm^۲$ سطح کل

مثال: منبعی مطابق شکل از ورق آهنی ساخته خواهد شد. مطلوبست محاسبه:

سطح ورق مورد نیاز برای ساخت آن (M_R) در صورتی که مقدار دورریز ۱۲ درصد منظور شود.



حل:

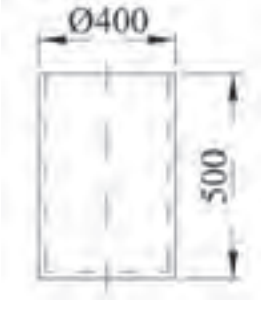
$A_o = A_M + A$

$A_M = U_g \times h$

$A_M = ۳/۱۴ \times ۷۰۰mm \times ۹۰۰mm$

تمرین: منبعی مطابق شکل از ورق آهنی ساخته خواهد شد. مطلوب است:

سطح ورق مورد نیاز برای ساخت آن (M_R) در صورتی که مقدار دورریز ۹ درصد منظور شود.



$A_M = ۱۹۷۸۲۰۰ mm^۲$

$A = \frac{p \times d^۲}{۴}$

$A = \frac{۳/۱۴ \times (۷۰۰ mm)^۲}{۴}$

$A = ۳۸۴۹۵۰ mm^۲$

$A_o = A_M + A$

$A_o = ۱۹۷۸۲۰۰ + ۳۸۴۹۵۰$

$A_o = ۲۳۶۲۸۵۰ mm^۲$

$mm^۲$ را به $m^۲$ تبدیل می‌کنیم

$A_o = ۲۳۶۲۸۵۰ \times (۱ mm^۲)$

$A_O = ۲۳۶۲۸۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} m^۲$

$A_o = ۲/۳۶۲۸۵۰ m^۲$

$\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F}$

$۱۲ = \frac{M_V \times ۱۰۰}{۲/۳۶۲۸۵۰}$

$M_V = \frac{۱۲ \times ۲/۳۶۸۵۰ m^۲}{۱۰۰}$

$M_V = ۰/۲۸۴ m^۲$

$M_R = M_F + M_V$

$M_R = ۲/۳۶۲۸۵۰ + ۰/۲۸۴ = ۴/۶۴۶۸۵ m^۲$

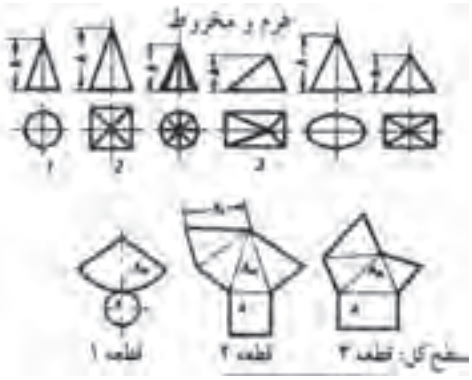
محاسبه سطح جانبی و سطح کل: هرم‌های مربع القاعده، مستطیل القاعده، .... و مخروط

نصف ارتفاع وجه × محیط قاعده = سطح جانبی

$$A_M = U_g \times \frac{h_s}{۲}$$

سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل

$$A_o = A + A_M$$



مثال: سطح جانبی و سطح کل مخروط به قطر ۱۰ cm و ارتفاع وجه ۵ cm را بر حسب سانتی‌متر مربع به دست آورید.

حل:

محیط قاعده

$$U_g = \pi d = \pi \times ۱۰ = ۳/۱۴ \times ۱۰ = ۳۱/۴ cm$$

نصف ارتفاع وجه × محیط قاعده = سطح جانبی

$$A_M = ۳۱/۴ \times \frac{۵}{۲} = ۷۸/۵ cm^۲$$

سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل

سطح قاعده

$$= A = p \times \frac{d^۲}{۴} = ۳/۱۴ \times \frac{۱۰^۲}{۴} = ۳/۱۴ \times ۲۵ = ۷۸/۵ cm^۲$$

سطح کل

$$A_o = A + A_M = ۷۸/۵ + ۳۱/۴ = ۱۰۹/۹ cm^۲$$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل مخروط به قطر ۱۵ cm و ارتفاع وجه ۷ cm را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید.

حل:

مثال: سطح جانبی و سطح کل هرم مربع القاعده به ضلع ۱۰ cm و ارتفاع وجه ۸ cm را به دست آورید

حل:

نصف ارتفاع وجه × محیط قاعده = سطح جانبی

U_g = محیط قاعده = ۴× ضلع مربع = ۴×۱۰cm = ۴۰cm

A_M = سطح جانبی $= ۴۰\times\frac{۸}{۲} = ۴۰\times۴ = ۱۶۰cm^۲$

سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل

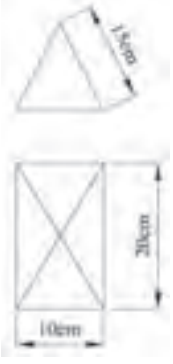
A = سطح قاعده = (ضلع)^۲ = $(۱۰)^۲ = ۱۰۰cm^۲$

$A_o = A + A_M = ۱۰۰ + ۱۶۰ = ۲۶۰cm^۲$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم مربع القاعده به ضلع ۱۵ cm و ارتفاع ۱۰ cm را به دست آورید.

حل:

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم مستطیل القاعده زیر را به دست آورید.

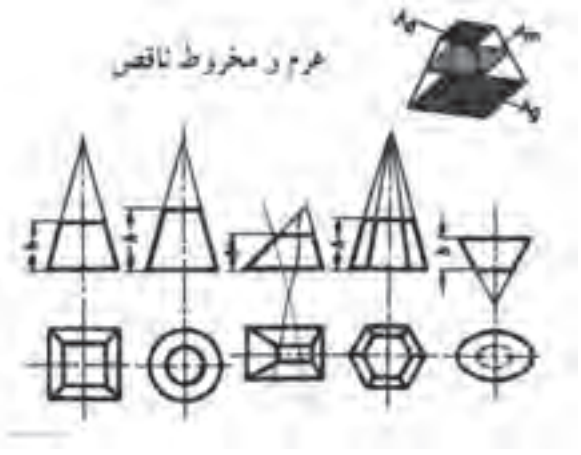


حل

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم مستطیل القاعده زیر را به دست آورید.

حل:

محاسبه سطح جانبی و سطح کل هرم و مخروط ناقص



ارتفاع وجه × محیط قاعده متوسط = سطح جانبی

$$A_M = \frac{U_1 + U_2}{2} \times h_s$$

سطح سقف + سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل

$$A_o = A_1 + A_M + A_2$$

(نصف مجموع محیط قاعده پایینی و قاعده بالایی) = محیط قاعده متوسط

A_1 = سطح قاعده پایینی

A_2 = سطح سقف قاعده بالایی

مثال: سطح جانبی و سطح کل مخروط ناقص زیر را به دست آورید.

$d_1 = ۱۰cm$

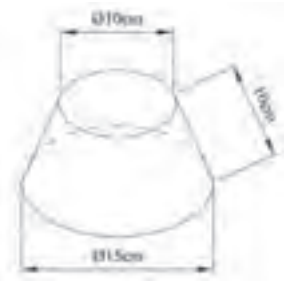
$d_2 = ۸cm$

$h_s = ۵cm$

حل:

$$A_M = \frac{U_1 + U_2}{2} \times h_s$$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل مخروط ناقص زیر را به دست آورید.



حل:

$V_1 = \pi d_1 = ۳/۱۴ \times ۱۰ = ۳۱/۴cm$

$V_2 = \pi d_2 = ۳/۱۴ \times ۸ = ۲۵/۱۲cm$

$A_M = \frac{۳۱/۴ + ۲۵/۱۲}{۲} \times ۵ = ۱۴۱/۳cm^2$

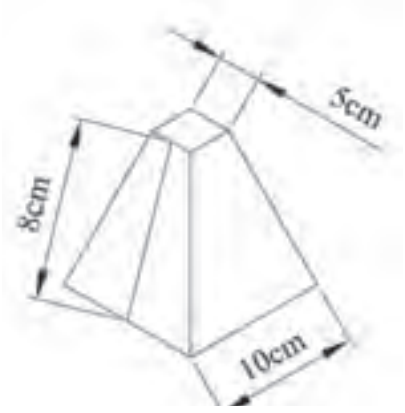
$A_o = A_1 + A_M + A_2$

$A_1 = \frac{p d_1^2}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times ۱۰^2}{۴} = ۷۸/۵cm^2$

$A_2 = \frac{\pi d_1^2}{۴} = ۳/۱۴ \times \frac{۸^2}{۴} = ۳/۱۴ \times \frac{۶۴}{۴} = ۵۰/۲۴cm^2$

$A_o = ۷۸/۵ + ۱۴۱/۳ + ۵۰/۲۴ = ۲۷۰/۰۴cm^2$

مثال: سطح جانبی و سطح کل هرم ناقص مربع القاعده زیر را به دست آورید.



$a_1 = ۱۰cm$

$a_2 = ۸cm$

$h_s = ۵cm$

حل:

$A_M = \frac{U_1 + U_2}{۲} \times h_s$

$U_1 = ۴ \times a_1 = ۴ \times ۱۰ = ۴۰cm$

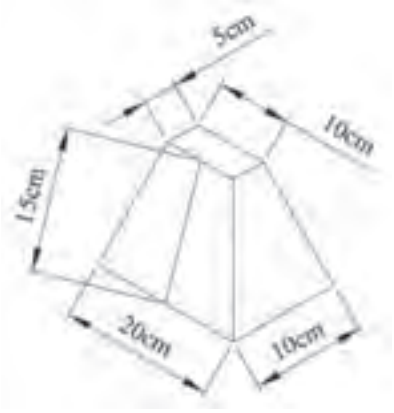
$U_2 = ۴ \times a_2 = ۴ \times ۵ = ۲۰cm$

$A_M = \frac{۴۰ + ۲۰}{۲} \times ۸ = ۳۰ \times ۸ = ۲۴۰cm^2$

$A_o = A_1 + A_M + A_2$

$A_1 = a_1^2 = ۱۰^2 = ۱۰۰cm^2$

تمرین: سطح جانبی و سطح کل هرم ناقص مستطیل القاعده زیر را به دست آورید.



حل:

$A_{۲} = a_{۲}^{۲} = ۵^{۲} = ۲۵cm^{۲}$

$A_{o} = ۱۰۰ + ۲۴۰ + ۲۵ = ۳۶۵cm^{۲}$

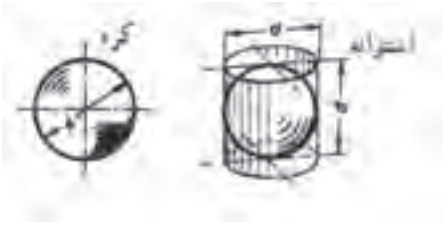
کره:

سطح جانبی استوانه محیطی = سطح کل

$A_{o} = \pi \times d \times d = \pi d^{۲} = ۴\pi r^{۲}$

ارتفاع × محیط قاعده = سطح جانبی

$A_{M} = ۲\pi r \times h$



$A_{o} = \pi \times d \times d = \pi d^{۲} = \pi(۲r)^{۲} = ۴\pi r^{۲}$

مثال: مطلوب است محاسبه سطح کره به شعاع ۵ cm؟

حل:

$r = ۵cm$

$A = ۴\pi r^{۲}$

$A = ۴ \times ۳/۱۴ \times (۵)^{۲}$

$A = ۳۱۴cm^{۲}$

تمرین: سطح کل کره به شعاع ۷/۵ سانتی‌متر را به دست آورید.

حل:

عرقچین کروی:

سطح عرقچین $= A = \frac{p}{۲} D(D - \sqrt{D^{۲} - d^{۲}})$

D قطر کره و d قطر عرقچین

مثال: سطح عرقچین کروی با قطر عرقچین ۶ cm و قطر کره ۱۰ cm چقدر خواهد شد؟

حل:

$A = \frac{p}{۲} D(D - \sqrt{D^{۲} - d^{۲}})$

$A = \frac{۳/۱۴}{۲} \times ۱۰(۱۰ - \sqrt{۱۰۰ - ۳۶})$

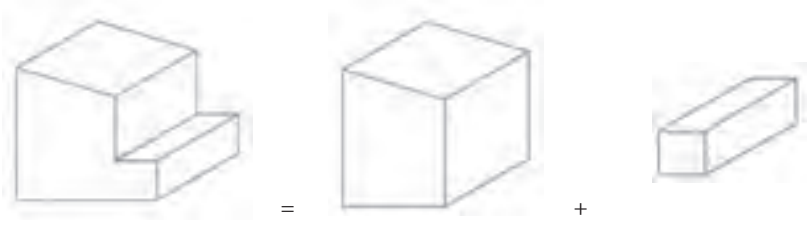
تمرین: سطح عرقچین کروی با قطر ۱۵ cm و قطر کره ۲۵ cm چقدر خواهد شد؟

حل:

$= ۳/۱۴ \times ۵ \times (۱۰ - \sqrt{۶۴}) = ۳/۱۴ \times ۵ \times (۱۰ - ۸)$ $= ۳/۱۴ \times ۵ \times ۲ = ۳/۱۴ \times ۱۰ = ۳۱/۴ cm^۲$	

۱-۲-۴- محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام مرکب:

برای محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام مرکب کافی است آنها را به احجام هندسی تفکیک کرده و سطح هریک را جداگانه محاسبه کنیم. در این صورت سطح حجم مرکب از جمع بندی سطوح احجام هندسی به دست می‌آید.



$$A_M = A_{M_۱} + A_{M_۲}$$

$$A = A_۱ + A_۲$$

مثال: سطح جانبی قطعه زیر را به دست آورید.

حل: این قطعه از دو قسمت تشکیل شده است: قطعه ۱ مخروط ناقص، قطعه ۲ استوانه

مساحت جانبی

$$A_{M_1} = \frac{\text{محیط قاعده پایینی} + \text{محیط قاعده بالایی}}{۲} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{مخروط ناقص } A_{M_1} = \frac{U_1 + U_2}{۲} \times h_s$$

$$A_{M_1} = \frac{p \times ۳۰۰ + p \times ۱۵۰}{۲} \times ۱۰۰$$

$$A_{M_1} = ۳/۱۴(\frac{۳۰۰+۱۵۰}{۲}) \times ۱۰۰ = ۷۰۶۵۰ cm^۲$$

A_{M_2} = مساحت جانبی استوانه = محیط قاعده × ارتفاع

$$A_{M_2} = \pi \times ۱۵۰ \times ۲۰۰$$

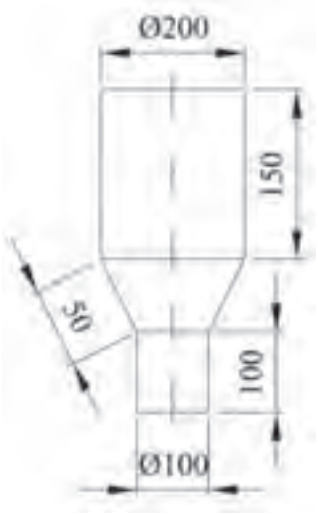
$$A_{M_2} = ۳/۱۴ \times ۱۵۰ \times ۲۰۰ = ۹۴۲۰۰ cm^۲$$

$$\text{سطح جانبی حجم مرکب} = A_M = A_{M_1} + A_{M_2} = ۷۰۶۵۰ + ۹۴۲۰۰$$

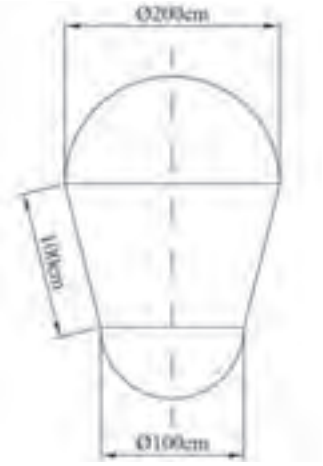
$$= ۱۶۴۸۵۰ cm^۲$$

تمرین: سطح جانبی قطعه زیر را به دست آورید.

حل:



مثال: سطح کل مخزن به شکل زیر را به دست آورید.



حل: این مخزن از سه قسمت تشکیل شده است:

قسمت ۱: نیمکره به قطر $d_1 = ۲۰۰cm$

قسمت ۲: مخروط ناقص

قسمت ۳: نیمکره به قطر $d_2 = ۱۰۰cm$

سطح کل قطعه ۱ عبارت است از:

$$A_1 = \frac{۱}{۲}\pi d_1^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۳/۱۴ \times (۲۰۰)^۲$$

$$A_1 = ۶۲۸۰۰cm^۲$$

مساحت جانبی مخروط ناقص

$$A_2 = \frac{\text{محیط قاعده بالا} + \text{محیط قاعده پایین}}{۲} \times \text{ارتفاع وجه}$$

$$A_2 = \frac{U_1 + U_2}{۲} \times h_s$$

$$A_2 = \frac{pd_1 + pd_2}{۲} \times h$$

$$A_2 = \frac{p \times ۲۰۰ + p \times ۱۰۰}{۲} \times ۱۰۰$$

$$= ۳/۱۴ \times ۱۵۰ \times ۱۰۰ = ۴۷۱۰۰cm^۲$$

تمرین: سطح کل مخزن به شکل زیر را به دست آورید.

حل:

مساحت کل قطعه ۳ عبارت است از:

$$A_{۳} = \frac{۱}{۲} p d_{۲}^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۳/۱۴ \times (۱۰۰)^{۲}$$

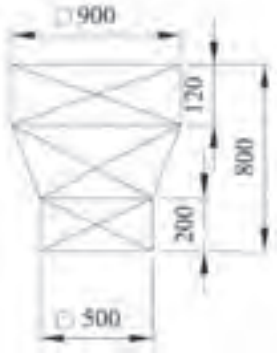
$$A_{۳} = ۱۵۷۰۰ cm^{۲}$$

سطح کل

$$A = A_{۱} + A_{۲} + A_{۳} = ۶۲۸۰۰ + ۴۷۱۰۰ + ۱۵۷۰۰ =$$

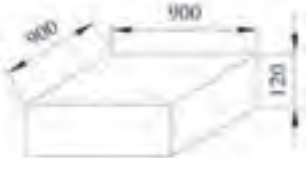
$$= ۱۲۵۶۰۰ cm^{۲}$$

مثال: مطلوبست محاسبه سطح کل قطعه‌ای مطابق شکل؟



حل: این قطعه را به سه قسمت تقسیم می‌کنیم و مساحت جانبی این سه قطعه را به دست می‌آوریم.

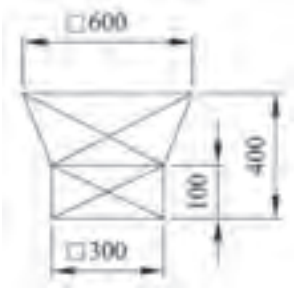
قطعه ۱: مکعب مستطیل



$$A_{M_{۱}} = U_{g_{۱}} \times h$$

محیط $U_g = ۴ \times ۹۰۰ = ۳۶۰۰$

تمرین: مطلوب است محاسبه سطح جانبی و سطح کل قطعه مطابق شکل؟

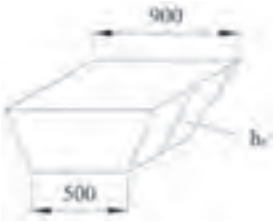


حل:

$h = ۱۲۰$

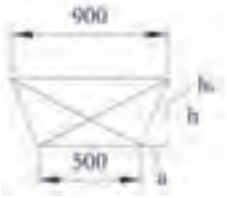
$A_{M_۱} = ۳۶۰۰ \times ۱۲۰ = ۴۳۲۰۰۰ mm^۲$

قطعه ۲: هرم ناقص



$A_{M۲} = \frac{U_۱ + U_۲}{۲} \times h_s$

برای به دست آوردن h_s یا ارتفاع وجه به صورت زیر عمل می‌کنیم:



ارتفاع هرم $h = ۸۰۰ - ۱۲۰ - ۲۰۰ = ۴۸۰ mm$

$a = \frac{۹۰۰ - ۵۰۰}{۲} = ۲۰۰ mm$

$h_s^۲ = ۴۸۰^۲ + ۲۰۰^۲$

$h_s = \sqrt{۴۸۰^۲ + ۲۰۰^۲}$

$h_s = ۵۲۰ mm$

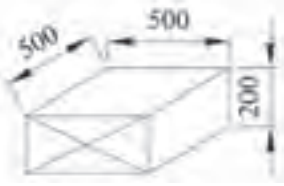
محاسبه محیط‌های قاعده هرم ناقص

$U_۱ = ۴ \times ۹۰۰ = ۳۶۰۰ mm$

$U_۲ = ۴ \times ۵۰۰ = ۲۰۰۰ mm$

$A_{M۲} = \frac{۳۶۰۰ + ۲۰۰۰}{۲} \times ۵۲۰ = ۱۴۵۶۰۰۰ mm^۳$

قطعه ۳: مکعب مستطیل



$A_{M_۳} = U_{g_۳} \times h$

$U_{g_۳} = ۴ \times ۵۰۰ = ۲۰۰۰mm$

$A_{M_۳} = ۲۰۰۰ \times ۲۰۰$

$A_{M_۳} = ۴۰۰۰۰۰mm^۲$

سطح جانبی کل $A_M = A_{M_۱} + A_{M_۲} + A_{M_۳}$

$A_M = ۴۳۲۰۰۰ + ۱۴۵۶۰۰۰ + ۴۰۰۰۰$

$A_M = ۲۲۸۸۰۰۰mm^۲$

برای محاسبه سطح کل کافی است مساحت قاعده بالا و پایین قطعه را نیز به مساحت جانبی کل قطعه حساب کنید.

مساحت قاعده بالایی $A_۱ = ۹۰۰ \times ۹۰۰ = ۸۱۰۰۰۰mm^۲$

مساحت قاعده پایینی $A_۲ = ۵۰۰ \times ۵۰۰ = ۲۵۰۰۰۰mm^۲$

مساحت کل قطعه $A_o = A_۱ + A_M + A_۲$

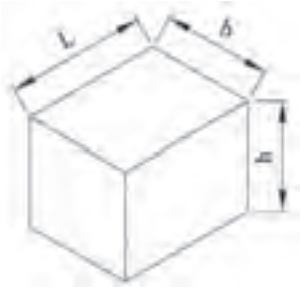
$A_o = ۸۱۰۰۰۰ + ۲۲۸۸۰۰۰ + ۲۵۰۰۰۰$

$A_o = ۳۳۴۸۰۰۰mm^۲$

۳-۴- محاسبه حجم احجام هندسی:

۱-۳-۴- منشور و استوانه: حجم منشور و استوانه برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع

منشور مکعب مستطیل:



ارتفاع × سطح قاعده مستطیل = حجم

$$V = A \times h$$

$$V = (L \times b) \times h$$

قطر دایره $d =$

ارتفاع استوانه $h =$

ارتفاع × سطح قاعده دایره‌ای = حجم

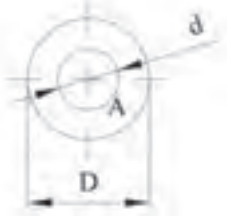
$$V = A \times h$$

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \times h$$

ارتفاع × سطح قاعده = حجم

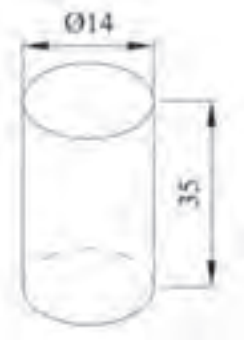
مساحت دایره کوچک – مساحت دایره بزرگ = سطح قاعده

$$\text{سطح قاعده} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$$



$$\text{حجم} = \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) \times h$$

مثال: حجم قطعه داده شده را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید.



حل:

$$V = A \times h$$

$$V = \frac{p \times d^{۲}}{۴} \times h$$

$$V = \frac{۳/۱۴ \times (۱۴mm)^{۲}}{۴} \times ۳۵mm$$

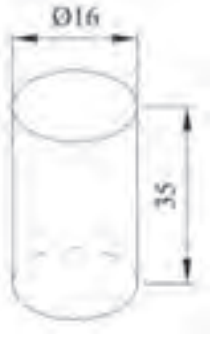
$$V = \frac{۲۱۵۴۰/۴}{۴}$$

$$V = ۵۳۸۵/۱mm^{۳}$$

$$V = ۵۳۸۵/۱ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} cm^{۳})$$

$$V = ۵/۴cm^{۳}$$

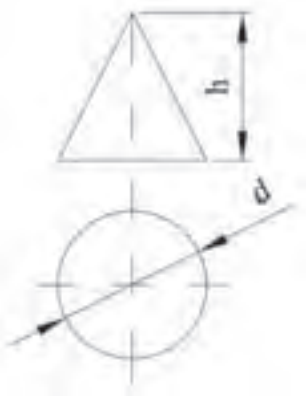
تمرین: حجم قطعه داده شده را بر حسب دسی‌متر مکعب به دست آورید.



حل:

۲-۳-۴- مخروط و هرم:

مخروط



ارتفاع قطر دایره $\begin{cases} h = \\ d = \end{cases}$

$$\text{حجم} = \frac{\text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۳}$$

$$V = \frac{A \times h}{۳}$$

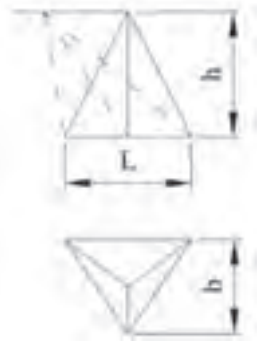
$$\text{مساحت قاعده دایره} = \frac{p d^{۲}}{۴}$$

$$\text{حجم مخروط } V = \frac{p d^{۲}}{۴} \times \frac{h}{۳}$$

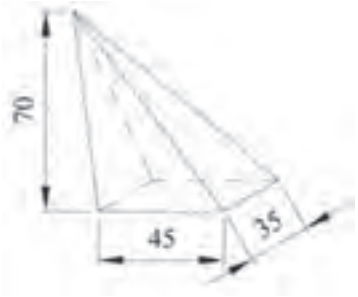
هرم $V=\frac{A\times h}{3}$

مساحت $A=\frac{1}{2}\times$ ضلع $\times$ ارتفاع $=\frac{1}{2}Lb$

قاعده (مثلث)



مثال: حجم قطعه‌ای مطابق شکل زیر را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید.



حل:

$$V=\frac{A\times h}{3}$$

$$V=\frac{L\times b\times h}{3}$$

$$V=\frac{45mm\times 35mm\times 70mm}{3}$$

$$V=\frac{110250mm^3}{3}$$

$$V=36750mm^3$$

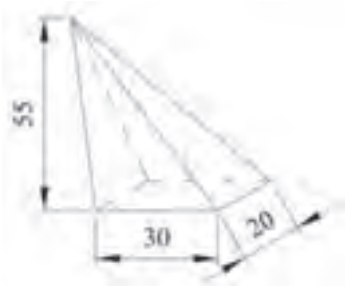
mm^3 را به cm^3 تبدیل می‌کنیم

$$V=36750(1mm^3)$$

$$V=36750\times(\frac{1}{1000}cm^3)$$

$$V=36/75cm^3$$

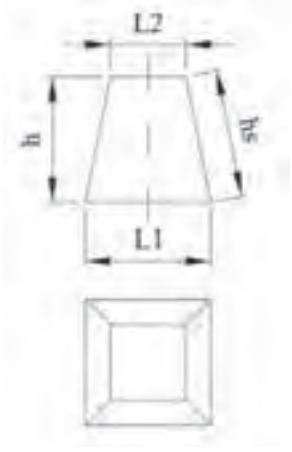
تمرین :حجم قطعه‌ای به شکل زیر را بر حسب دسی‌متر مکعب به دست آورید.



حل:

۳-۳-۴- مخروط و هرم ناقص:

رابطه تقریبی



ضلع مربع قاعده پایینی $= L_1$

ضلع مربع قاعده بالایی $= L_2$

طول یال هرم ناقص $= h_s$

ارتفاع بین دو قاعده $= h$

$$\text{حجم} \approx \text{ارتفاع} \times \frac{\text{مساحت قاعده پایینی} + \text{مساحت قاعده بالایی}}{2}$$

$$V \approx \frac{A_1 + A_2}{2} \times h$$

$$V \approx \frac{L_1^2 + L_2^2}{2} \times h$$

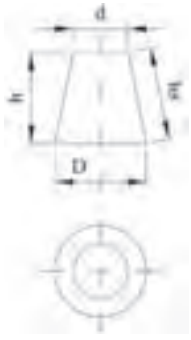
رابطه دقیق:

$$\text{حجم} = \frac{\text{ارتفاع}}{3} \times (\text{مساحت قاعده بالایی} + \text{مساحت قاعده پایینی} + \sqrt{\text{مساحت قاعده بالایی} \times \text{مساحت قاعده پایینی}})$$

$$V = \frac{h}{3}\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2}\right)$$

هرم ناقص مربع القاعده $V = \frac{h}{3}\left(L_1^2 + L_2^2 + \sqrt{L_1^2 \times L_2^2}\right)$

هرم ناقص مربع القاعده $V = \frac{h}{3}\left(L_1^2 + L_2^2 + L_1 L_2\right)$



قطر دایره قاعده بالایی $= d$

قطره دایره قاعده پایینی $= D$

طول یال مخروط ناقص $= h_s$

مخروط ناقص

رابطه تقریبی:

$$V \approx \frac{A_1 + A_2}{2} \times h$$

$$V \approx \frac{\frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4}}{2} \times h$$

$$V \approx \frac{\pi (d_1^2 + D^2)}{8} \times h$$

رابطه دقیق:

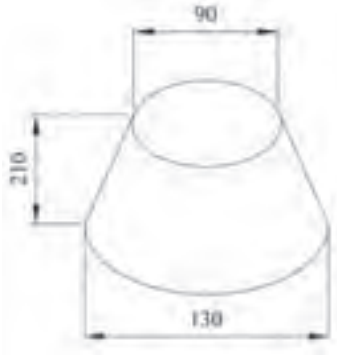
$$V = \frac{h}{3}\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2}\right)$$

$$V = \frac{h}{3}\left(\frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4} + \sqrt{\frac{\pi d^2}{4} \times \frac{\pi D^2}{4}}\right)$$

$$V = \frac{h}{3}\left(\frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4} + \frac{\pi dD}{4}\right)$$

$$V = \frac{\pi h}{12}(d^2 + D^2 + dD)$$

مثال: حجم قطعه داده شده را به دست آورید.

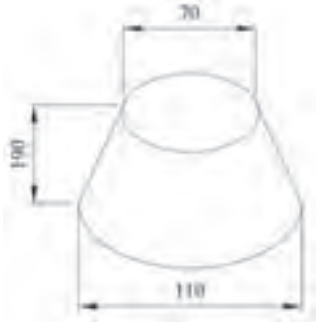


حل:

$$V = \frac{\pi \times h}{12}(D^2 + d^2 + D \times d)$$

$$V = \frac{3/14 \times 210mm}{12}(130^2 mm^2 + 90^2 mm^2 + 130mm \times 90mm)$$

تمرین :حجم قطعه داده شده را به دست آورید.



حل:

$$V=\frac{۳/۱۴\times۲۱۰}{۱۲}(۱۶۹۰۰mm^۲+۸۱۰۰mm^۲+۱۱۷۰۰mm^۲)$$

$$V=\frac{۳/۱۴\times۲۱۰\times۳۶۷۰۰mm^۲}{۱۲}$$

$$V=\frac{۲۴۱۹۹۹۸}{۱۲}$$

$$V=۲۰۱۶۶۶۵mm^۳$$

$mm^۳$ را به $cm^۳$ تبدیل می‌کنیم

$$V=۲۰۱۶۶۶۵\times(۱mm^۳)$$

$$V=۲۰۱۶۶۶۵\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}cm^۳)$$

$$V=۲۰۱۶/۶۶۵cm^۳$$

۴-۳-۴- کره و بوته ریخته‌گری:

بوته

$D=$ قطر دایره قاعده بالایی

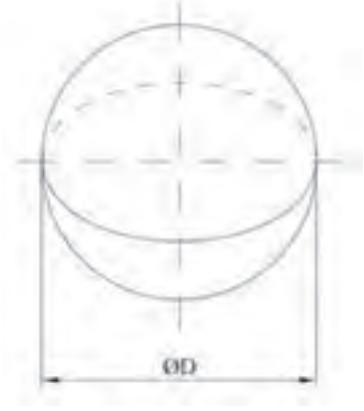
$d=$ قطر دایره قاعده پایینی

$h=$ ارتفاع بوته

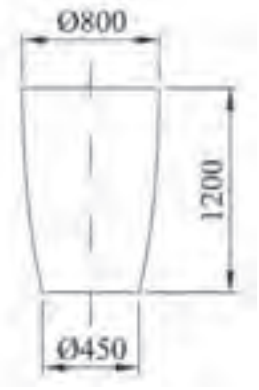
$$V\approx\frac{\pi\times h}{۱۲}(۲D^۲+d^۲)$$

کره

$$V=\frac{d^۳\times p}{۶}$$



مثال: بوته ریخته‌گری مطابق شکل زیر در دسترس است مطلوب است محاسبه حجم آن بر حسب متر مکعب و لیتر؟



حل:

تبدیل واحد: mm را به m تبدیل می‌کنیم.

$$D = ۸۰۰mm = ۸۰۰ \times (۱mm)$$

$$D = ۸۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} m) \Rightarrow D = ۰/۸m$$

$$d = ۴۵۰mm = ۴۵۰ \times (۱mm)$$

$$d = ۴۵۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} m) \Rightarrow d = ۰/۴۵m$$

$$h = ۱۱۰۰mm = ۱۱۰۰ \times (۱mm)$$

$$h = ۱۱۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} m) \Rightarrow h = ۱/۱m$$

$$V \approx= \frac{p \times h}{۱۲} \times (۲D^۲ + d^۲)$$

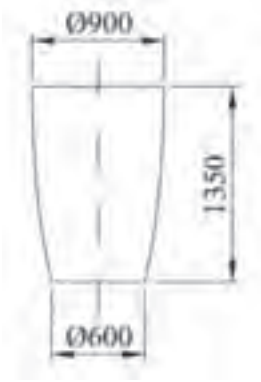
$$V \approx \frac{۳/۱۴ \times ۱/۱m}{۱۲} \times \left(۲(۰/۸)^۲ + (۰/۴۵)^۲\right)$$

$$V \approx \frac{۳/۴۵۴}{۱۲} \times (۱/۲۸ + ۰/۲۰۲۵)$$

$$V \approx \frac{۳/۴۵۴ \times ۱/۴۸۲۵}{۱۲}$$

$$V \approx \frac{۵/۲۴۸۰۵}{۱۲}$$

تمرین :بوته ریخته‌گری مطابق شکل زیر در دسترس است حجم آن را بر حسب متر مکعب و لیتر به دست آورید.



حل:

$V \approx ۰/۴۳۷m^۳$

$m^۳$را به لیتر تبدیل می‌کنیم.

$V \approx ۰/۴۳۷۳۳۷۵ \times ۱۰۰۰L$

$V \approx ۴۳۷/۳۳۷۵lit$

مثال :سطح جانبی و حجم مکعبی با طول ضلع۴۸ میلی‌متر را به دست آورید.

حل:

$A = ۴L^۲$

$A = ۴ \times (۴۸)^۲$

$A = ۹۲۱۶mm^۲$

$V = L^۳$

$V = (۴۸)^۳ \Rightarrow V = ۱۱۰۵۹۲mm^۳$

تمرین :سطح جانبی و حجم مکعبی با طول ضلع۵۲ میلی‌متر را به دست آورید.

حل:

مثال :حجم ظرفی مطابق شکل زیر را بر حسب لیتر به دست آورید.

حل:

$V = A \times h$

$A = \frac{p \times d^۲}{۴}$

$V = \frac{p \times d^۲ \times h}{۴}$

$V = \frac{۳/۱۴ \times (۱۳۶)^۲ \times ۲۲۰}{۴}$

تمرین :حجم ظرفی مطابق شکل زیر را بر حسب لیتر به دست آورید.

حل:

$$V = \frac{۱۲۷۷۷۰۳۶/۸}{۴}$$

$$V = ۳۱۹۴۲۵۹/۲ mm^۳$$

$mm^۳$را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم.

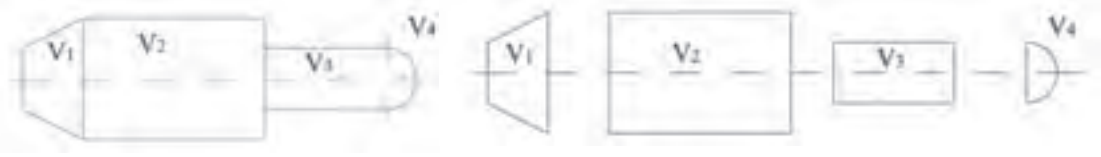
$$V = ۳۱۹۴۲۵۹/۲ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$$

$$V = ۳/۱۹۴۲ dm^۳$$

$$V = ۳/۱۹۴۲ lit$$

۴-۴- محاسبه حجم احجام مرکب:

برای محاسبه حجم احجام مرکب کافی است حجم هر مکعبی را به احجام هندسی معین تفکیک کنیم و پس از محاسبه حجم تک تک احجام هندسی آنها را با یکدیگر جمع جبری کنیم.



$$V = V_۱ + V_۲ + V_۳ + V_۴$$

مثال: نسبت حجم دو مکعب $V_۱ : V_۲ = ۳ : ۴$ است. اگر طول ضلع مکعب اولی $a_۱ = ۶۵ mm$ باشد. حجم $V_۱$ و $V_۲$ را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید.

حل:

تبدیل واحد:

$$a_۱ = ۶۵ mm$$

$$a_۱ = ۶۵ \times \frac{۱}{۱۰} cm$$

$$a_۱ = ۶/۵ cm$$

تمرین: نسبت حجم دو مکعب $V_۱ : V_۲ = ۲ : ۵$ است. اگر طول ضلع مکعب اولی $s_۱ = ۶۱ mm$ باشد. حجم $V_۱$ و $V_۲$ را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید.

حل:

$V_1 = S_1^3 = (۶/۵)^3$

$V_1 = ۲۷۴/۶۲۵ cm^3$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{۳}{۴}$

$\frac{۲۷۴/۶۲۵}{V_2} = \frac{۳}{۴}$

طرفین وسطین انجام می‌دهیم

$۳ \times V_2 = ۲۷۴/۶۲۵ \times ۴$

$۳V_2 = ۱۰۹۸/۵$

طرفین را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$\frac{۳V_2}{۳} = \frac{۱۰۹۸/۵}{۳}$

$V_2 = ۳۶۶/۱۷ cm^3$

مثال: بونکر ماسه (شکل زیر) باید ۳۵ تن ماسه را در خود جای دهد .اگر هر تن ماسه به یک متر مکعب فضا نیاز داشته باشد ،ارتفاع بونکر را به دست آورید.

حل:

m^3

۱ ۱m

۳۵ $x = \frac{۳۵ \times ۱}{۱} = ۳۵$

تمرین: بونکر ماسه (شکل زیر) باید ۴۵ تن ماسه را در خود جای دهد .اگر هر تن ماسه به یک متر مکعب فضا نیاز داشته باشد ،ارتفاع بونکر را به دست آورید.

حل:

$V = ۳۵m^۳$

$A_۱ = ۱۵۰۰ \times ۱۵۰۰ = ۲۲۵۰۰۰۰mm^۲$

$A_۱ = ۲۲۵۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}) = ۲/۲۵m^۲$

$A_۲ = ۳۵۰۰ \times ۳۵۰۰ = ۱۲۲۵۰۰۰۰mm^۲$

$A_۲ = ۱۲۲۵۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}) = ۱۲/۲۵$

$A = \frac{A_۱ + A_۲}{۲} \times h$

$۳۵ = \frac{۲/۲۵ + ۱۲/۲۵}{۲} \times h$

$۳۵ \times ۲ = ۱۴/۵h$

$\frac{۲ \times ۳۵}{۱۴/۵} = \frac{۱۴/۵h}{۱۴/۵}$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$h = \frac{۷۰}{۱۴/۵} \Rightarrow h = ۴/۸۳m$

مثال :حجم مخزن گاز کروی شکل ۲۵۰۰۰ متر مکعب می‌باشد .قطر و سطح کل آن را محاسبه کنید.

حل:

$V = ۲۵۰۰۰m^۳ , d = ? , A_o = ?$

$V = \frac{p \times d^۳}{۶}$

$۲۵۰۰۰ = \frac{۳/۱۴ \times d^۳}{۶}$

طرفین وسطین انجام می‌دهیم

$۶ \times ۲۵۰۰۰ = ۳/۱۴d^۲$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$\frac{۱۵۰۰۰۰}{۳/۱۴} = \frac{\cancel{۳/۱۴}d^۳}{\cancel{۳/۱۴}}$

تمرین: حجم مخزن گاز کروی شکل ۳۰۰۰۰ متر مکعب می‌باشد. قطر و سطح کل آن را محاسبه کنید.

حل

$d^{۳} = ۴۷۷۷۰/۷$

$d = ۳۶/۲۸m$

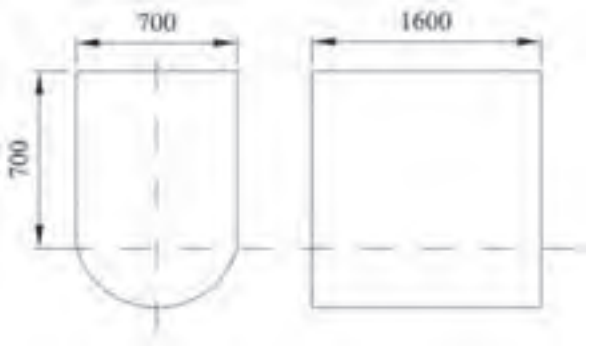
$A_o = \pi \times d^{۲}$

$A_o = ۳/۱۴ \times (۳۶/۲۸)^{۲}$

$A_o = ۳/۱۴ \times ۱۳۱۶/۲۴m^{۲}$

$A_o = ۴۱۳۲/۹۹m^{۲}$

مثال: برای حمل زغال سنگ در معادن، از واگن‌هایی که ظرف آنها مطابق شکل می‌باشد استفاده می‌گردد. حجم آن را بر حسب متر مکعب حساب کنید.



حل: مرحله اول: حجم استوانه

$V_۱ = a \times b \times h$

$V_۱ = ۷۰۰ \times ۱۶۰۰ \times ۷۰۰$

$V_۱ = ۷۸۴۰۰۰۰۰۰mm^{۳}$

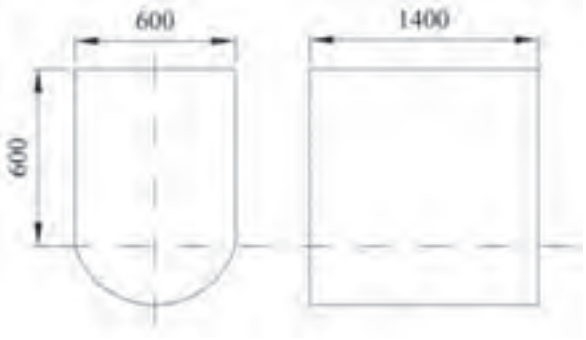
$V_۱ = ۷۸۴۰۰۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰} m^{۳})$

$V_۱ = ۰/۷۸۴m^{۳}$

مرحله دوم: حجم نیم کره

$V_۲ = \frac{p \times d^{۲} \times h}{۸}$

تمرین: برای حمل زغال سنگ در معادن، از واگن‌هایی که ظرف آنها مطابق شکل می‌باشد استفاده می‌گردد. حجم آن را بر حسب متر مکعب حساب کنید.



$$V_{۲} = \frac{۳/۱۴ \times (۷۰۰)^{۲} \times ۱۶۰۰}{۸}$$

$$V_{۲} = \frac{۲۴۶۱۷۶۰۰۰۰}{۸}$$

$$V_{۲} = ۳۰۷۷۲۰۰۰۰mm^{۳}$$

$$V_{۲} = ۳۰۷۷۲۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰} m^{۳})$$

$$V_{۲} = ۰/۳۰۷۷۲m^{۳}$$

$$V = V_{۱} + V_{۲}$$

$$V = ۰/۷۸۴ + ۰/۳۰۷۷۲$$

$$\boxed{V = ۱/۰۹۱۷۲m^{۳}}$$

سیمای فصل پنجم

۵- جرم و چگالی

۵-۱- تعریف جرم

۵-۲- واحد جرم

۵-۳- اجزا و اضعاف واحد جرم

۵-۴- روابط اجزا و اضعاف واحد جرم

۵-۵- واحدهای جرم در سیستم‌های دیگر اندازه‌گیری

۵-۶- تعریف چگالی

۵-۷- واحد چگالی در سیستم SI

۵-۸- رابطه ریاضی بین جرم، حجم و چگالی

۵- جرم و چگالی

۵-۱- تعریف جرم:

مقدار ماده موجود در یک جسم را جرم جسم می‌گویند. به عبارت دیگر مجموعه اتم‌هایی که در جسم به حالت‌های فیزیکی جامد، مایع و گاز وجود دارد.

جرم جسم ثابت است و تغییر نمی‌کند. اما در سرعت‌های بسیار زیاد و نزدیک به سرعت نور جرم جسم به طور محسوسی افزایش می‌یابد. جرم جسم را با حرف m نشان می‌دهند.

ویژگی‌های جرم هر جسم : - مقاومت در مقابل تغییر حرکت

- جاذبه

- **مقاومت در مقابل تغییر حرکت:** هر چقدر جرم جسم بیشتر باشد برای به حرکت درآوردن آن نیروی زیادی لازم است. از طرف دیگر هرچقدر جرم جسم کوچک باشد برای تغییر سرعت آن احتیاج به نیروی کمتری است.

- **جاذبه:** اجسام متناسب با جرم‌های خود همدیگر را جذب می‌کنند. مثل زمین که همه اجسام را به خود جذب می‌کند.

تفاوت جرم و وزن: جرم عبارت است از ذرات متشکله جسم که با ترازو اندازه‌گیری می‌شود و برحسب کیلوگرم بیان می‌شود. اما وزن نیروی وارد از طرف زمین بر جسم بوده و با نیروسنج اندازه‌گیری می‌شود. واحد وزن نیوتن (N) است. جرم جسم در تمام نقاط زمین ثابت است اما وزن جسم در نقاط مختلف زمین نسبت به ارتفاع متغیر است.

۵-۲- واحد جرم:

واحد جرم در سیستم SI کیلوگرم است و با kg نشان داده می‌شود.

تعریف کیلوگرم: کیلوگرم استاندارد جرم استوانه‌ای از آلیاژ پلاتین ـ ایریدیم است که در اداره استاندارد بین المللی نگهداری می‌شود.

یک کیلوگرم برابر است با جرم ۱۰۰۰/۰۱۸ سانتی‌متر مکعب آب خالص $4^{\circ}c$ است که در محاسبات فنی یک کیلوگرم تقریباً معادل ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب آب خالص است.

۵-۳- اجزا و اضعاف واحد جرم:

اجزای کیلوگرم عبارتند از: گرم (g) ، میلی‌گرم (mg)

اضعاف کیلوگرم عبارتند از: تُن (t) ، مگاتن (Mt)

۴-۵- روابط اجزا و اضعاف واحد جرم:

- هر کیلوگرم برابر ۱۰۰۰ گرم است و برعکس. $1kg = 1000g \Leftrightarrow 1gr = \frac{1}{1000}kg = 10^{-3}gr$

- هر گرم برابر ۱۰۰۰ میلی‌گرم است و برعکس. $1gr = 1000mg \Leftrightarrow 1mg = \frac{1}{1000}gr = 10^{-3}gr$

- هر کیلوگرم برابر ۱۰۰۰۰۰۰ میلی‌گرم است و برعکس.

$$1kg = 1000000mg = 10^{+6}mg \Leftrightarrow 1mg = \frac{1}{1000000}kg = 10^{-6}kg$$

- هر تن برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است و برعکس. $1t = 1000kg \Leftrightarrow 1kg = \frac{1}{1000}t = 10^{-3}t$

- هر مگاتن برابر 10^6 تن است و برعکس. $1Mt = 10^6 t \Leftrightarrow 1t = \frac{1}{10^6}Mt = 10^{-6}t$

- هر مگاتن برابر 10^9 کیلوگرم است و برعکس. $1Mt = 10^9 kg \Leftrightarrow 1kg = 10^{-9}Mt$

مثال: جرم‌های ۱۰۰ kg و ۳۵۳۰ kg را بر حسب تن به دست آورید.

حل:

$100kg = ?t$

$100 \times (\frac{1}{1000}t) = 0/1t$

$3530kg = ?t$

$3530 \times (\frac{1}{1000}t)$

$3530 \times \frac{1}{1000}t = 3/530t$

تمرین: جرم‌های ۱۲۰ kg و ۲۲۴۵ kg را بر حسب تن به دست آورید.

حل:

مثال: جرم‌های ۴۲۵ kg ، ۰/۰۷۲ kg را بر حسب گرم به دست آورید.

حل:

تمرین: جرم‌های ۳۶۴ kg و ۰/۰۰۶۷ kg را بر حسب گرم به دست آورید.

حل:

$۴۲۵kg = ?g$ $۴۲۵ \times (۱kg)$ $۴۲۵ \times ۱۰۰۰g = ۴۲۵۰۰۰g$ $۰/۰۷۲kg = ?g$ $۰/۰۷۲ \times (۱kg) =$ $۰/۰۷۲ \times ۱۰۰۰g = ۷۲g$	
مثال: جرم‌های $\frac{۱}{۲}kg$ و $۲\frac{۱}{۴}kg$ را بر حسب گرم به دست آورید. حل: $\frac{۱}{۲}kg = ?g$ $\frac{۱}{۲}(۱kg)$ $\frac{۱}{۲}(۱۰۰۰g) = ۵۰۰g$ $۲\frac{۱}{۴}kg = ?g$ $\frac{۹}{۴}(۱kg)$ $\frac{۹}{۴}(۱۰۰۰g) = ۲۲۵۰g$	تمرین: جرم‌های $\frac{۲}{۳}kg$ و $۵\frac{۲}{۳}kg$ را بر حسب گرم به دست آورید. حل:
مثال: جرم یک قطعه کوچک فلزی توسط یک ترازوی دقیق برابر ۵۲۵ میلی‌گرم تعیین شده است. جرم این قطعه را بر حسب kg با نماد علمی مشخص کنید. حل : $۵۲۵mg = ?kg$ $۵۲۵ \times (۱mg)$ $۵۲۵ \times (۱۰^{-۶}kg)$	تمرین: جرم یک قطعه کوچک فلزی توسط یک ترازوی دقیق برابر ۶۲۸ میلی‌گرم تعیین شده است. جرم این قطعه را بر حسب kg با نماد علمی مشخص کنید. حل:

$۵۲۵\times۱۰^{-۶}kg = ۵/۲۵\times۱۰^{-۴}kg$	

۵-۵- واحدهای جرم در سیستم‌های دیگر اندازه‌گیری:

- **واحد جرم اتمی:** برابر است با $\frac{۱}{۱۲}$ جرم اتم کربن ($c^{۱۲}$) ر ابطه بین واحد جرم اتمی و کیلوگرم چنین است.

$$۱U = ۱/۶۶۰۵\times۱۰^{-۲۷}kg$$

- **واحد جرم در سیستم انگلیسی:**

۱ اسلاگ $(slug) = ۱۴/۵۹kg \Leftrightarrow ۱kg = \frac{۱}{۱۴/۵۹}$ اسلاگ

۱ اُنس $(oz) = ۲۸/۳۵g \Leftrightarrow ۱g = \frac{۱}{۲۸/۳۵}$ اُنس

۱ پوند $(Lb) = ۰/۴۵۴kg \Leftrightarrow ۱kg = \frac{۱}{۰/۴۵۴}$ پوند

۱ پوند $(Lb) = ۴۵۴g \Leftrightarrow ۱g = \frac{۱}{۴۵۴}$ پوند

۱ قیراط $(carat) = ۲\times۱۰^{-۴}kg \Leftrightarrow ۱kg = \frac{۱}{۲\times۱۰^{-۴}} = ۲\times۱۰^{۴}$ قیراط

۱ قیراط $(carat) = ۰/۲g \Leftrightarrow ۱gr = \frac{۱}{۰/۲} = ۵$ قیراط

$۱\ (cwt) = ۵۰/۸۰kg \Leftrightarrow ۱kg = \frac{۱}{۵۰/۸۰}(cwt)$

۱ t تُن کوچک $= ۲۰۰۰Lb \Leftrightarrow ۱Lb = \frac{۱}{۲۰۰۰}t$ تن کوچک

۱ t تن کوچک $= ۹۰۷/۱۸۴kg \Leftrightarrow ۱kg = \frac{۱}{۹۰۷/۱۸۴}t$ تُن کوچک

تُن بزرگ $1kg = \frac{1}{1016/5}t \Leftrightarrow 1016/05kg = 1$ تن بزرگ $1\ t$

تذکر: واحدهای اُنس (oz) ، پوند (Lb) ، قیراط (carat) ، cwt ، تُن کوچک و تُن بزرگ برای وزن به کار می‌روند و واحد جرم نیستند. مثلاً وقتی نوشته می‌شود $1Lb = 0/454kg$ است یعنی در شرایط متعارف جاذبه زمین ۰/۴۵۴ کیلوگرم، یک پوند وزن دارد یا زمانی که نوشته می‌شود $2\times10^{-4}kg$ =قیراط ۱ یعنی در شرایط متعارف جاذبه زمین 2×10^{-4} کیلوگرم، یک قیراط وزن دارد.

نکته: برای تبدیل واحدهای جرم در سیستم انگلیسی به یکدیگر باید ابتدا معادل آنها را بر حسب کیلوگرم یا گرم به دست آوریم و سپس تبدیل آنها را انجام دهیم. مثلاً برای تبدیل پوند به انس، ابتدا مقدار هر کدام را بر حسب گرم به دست می‌آوریم.

$$1Lb = 454g$$

$$1oz = 28/3g$$

بنابراین برای به دست آوردن رابطه تبدیل انس به پوند کافی است مقدار معادل پوند بر حسب گرم را به مقدار معادل انس بر حسب گرم تبدیل کنیم. یعنی:

$$\frac{1Lb}{1oz} = \frac{454}{28/35} \Rightarrow \frac{1Lb}{1oz} = \frac{16}{1}$$

$$\frac{1Lb}{1oz} = \frac{454}{28/35} \Rightarrow \frac{1Lb}{1oz} = \frac{16}{1} \longrightarrow \text{طرفین وسطین انجام می‌دهیم} \longrightarrow 1Lb\times1 = 1oz\times16 \Rightarrow \boxed{1Lb = 16oz}$$

به همین ترتیب برای تبدیل انس به پوند داریم:

$$\frac{1oz}{1Lb} = \frac{28/35}{454} \Rightarrow \frac{1oz}{1Lb} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1oz}{1Lb} = \frac{28/35}{454} \Rightarrow \frac{1oz}{1Lb} = \frac{1}{16} \longrightarrow \text{طرفین و وسطن انجام می‌دهیم.} \longrightarrow 1oz\times16 = 1\times1Lb \Rightarrow \boxed{1oz = \frac{1}{16}Lb}$$

برای تبدیل cwt به قیراط داریم:

$$\left.\begin{matrix} 1cwt = 50/80kg \\ 1 \quad\ = 2\times10^{-4}kg \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{1cwt}{1} = \frac{50/80}{2\times10^{-4}} = 101/6\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow 1cwt = 101/6\times10^{4} \text{ قیراط}$$

مثال: ۵/۵ اسلاگ چند کیلوگرم است؟ حل: $۵/۵ \text{ اسلاگ} = ? \text{kg}$ $۵/۵(۱\times۱۴/۵۹\text{kg}) = ۸۰/۲۴۵\text{kg}$	تمرین: ۴/۷۵ اسلاگ چند کیلوگرم است؟ حل:
مثال: ۹۶ کیلوگرم چند اسلاگ است؟ حل: $۹۶\text{kg} = ? \text{ اسلاگ}$ $۹۶\times(\frac{۱}{۱۴/۵۹} \text{ اسلاگ})$ $۹۶\times\frac{۱}{۱۴/۵۹} = ۶/۵۸ \text{ اسلاگ}$	تمرین: ۹۸/۵ کیلوگرم چند اسلاگ است؟ حل:
مثال: ۵۰ انس چند گرم است؟ $۵۰\text{oz} = ? \text{g}$ $۵۰\times(۲۸/۳۵\text{g})$ $۵۰\times۲۸/۳۵ = ۱۴۱۷/۵\text{g}$	تمرین: ۶۵ انس چند گرم است؟ حل:
مثال: ۴۵۶ گرم چند انس است؟ $۴۵۶\text{g} = ? \text{oz}$ $۴۵۶\times(\frac{۱}{۲۸/۳۵}\text{oz})$ $۴۵۶\times\frac{۱}{۲۸/۳۵} = ۱۶/۰۸ \text{ انس}$	تمرین: ۱۴۵۶ گرم چند انس است؟ حل:
مثال: ۱۲/۵ پوند چند کیلوگرم است؟ حل: $۱۲/۵\text{Lb} = ? \text{kg}$ $۱۲/۵\times(۱\text{Lb})$ $۱۲/۵\times۰/۴۵۴\text{kg}$ $۱۲/۵\times۰/۴۵۴ = ۵/۶۷۵\text{kg}$	تمرین: ۱۴/۵ پوند چند کیلوگرم است؟ حل:

مثال: ۱۰/۷۵ کیلوگرم چند پوند است؟ حل: $۱۰/۷۵kg = ?Lb$ $۱۰/۷۵ \times \frac{۱}{۰/۴۵۴} Lb$ $۱۰/۷۵ \times \frac{۱}{۰/۴۵۴} = ۲۳/۶۸Lb$	تمرین: ۱۸/۲۵ کیلوگرم چند پوند است؟ حل:
مثال: ۱۲۶ پوند چند گرم است؟ حل: $۱۲۶Lb = ?g$ $۱۲۶ \times (۴۵۴g) =$ $۱۲۶ \times ۴۵۴ = ۲۷۲۰۴g$	تمرین: ۱۴۸ پوند چند گرم است؟ حل:
مثال: ۱۷۵۶ گرم چند پوند است؟ حل: $۱۷۵۶g = ?Lb$ $۱۷۵۶ \times (۱g)$ $۱۷۵۶ \times \frac{۱}{۴۵۴} Lb$ $۱۷۵۶ \times \frac{۱}{۴۵۴} = ۳/۸۸Lb$	تمرین: ۲۶۵۰ گرم چند پوند است؟ حل:
مثال: ۱۲ قیراط چند کیلوگرم است؟ حل: $۱۲ \text{ قیراط} = ?kg$ $۱۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۴} kg$ $۱۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۴} = ۲۴ \times ۱۰^{-۴} kg$	تمرین: ۱۳/۵ قیراط چند کیلوگرم است؟ حل:

مثال: ۶۰۰۰۰ کیلوگرم چند قیراط است؟ حل: $۶۰۰۰۰kg = ?$ قیراط $۶۰۰۰۰ \times (۱kg)$ $۶۰۰۰۰ \times \frac{۱}{۲ \times ۱۰^{-۴}}$ $۶۰۰۰۰ \times ۲ \times ۱۰^{+۴} = ۱۲ \times ۱۰^{۸}$ قیراط	تمرین: ۰/۰۰۰۰۶ کیلوگرم چند قیراط است؟ حل:
مثال: ۲۰ قیراط چند گرم است؟ حل: $۲۰ \text{ قیراط} = ?g$ $۲۰ \times ۰/۲g$ $۲۰ \times ۰/۲ = ۴g$	تمرین: ۵۰۰ گرم چند قیراط است؟ حل:
مثال: ۶۰۰ گرم چند قیراط است؟ حل: $۶۰۰g = ?$ قیراط ۶۰۰×۵ قیراط $۶۰۰ \times ۵ = ۳۰۰۰$ قیراط	تمرین: ۲۲/۵ قیراط چند گرم است؟ حل:
مثال: ۱۲ cwt چند کیلوگرم است؟ حل: $۱۲cwt = ?kg$ $۱۲ \times (۵۰/۸۰kg)$ $۱۲ \times ۵۰/۸۰ = ۶۰۹/۶kg$	تمرین: ۱۵۰۰ کیلوگرم چند cwt است؟ حل

مثال: ۲۲۰۰ کیلوگرم چند cwt است؟ حل: $۲۲۰۰kg = ?cwt$ $۲۲۰۰\times(\frac{۱}{۵۰/۸۰}cwt)$ $۲۲۰۰\times\frac{۱}{۵۰/۸۰}=۴۳/۳۱cwt$	تمرین: ۲۷/۵ cwt چند کیلوگرم است؟ حل:
مثال: ۵ تن کوچک چند پوند است؟ حل: $۵t = ?Lb$ $۵\times(۱t)$ $۵\times(۲۰۰۰Lb)$ $۵\times۲۰۰۰=۱۰۰۰۰Lb$	تمرین: ۹/۲۵ تن کوچک چند پوند است؟ حل:
مثال: ۲۵۰۰ پوند چند تن کوچک است؟ حل: $۲۵۰۰Lb = ?t$ $۲۵۰۰(۱\times Lb)$ $۲۵۰۰\times\frac{۱}{۲۰۰۰}t$ $۲۵۰۰\times\frac{۱}{۲۰۰۰}=۱/۲۵t$	تمرین: ۳۵۰۰ پوند چند تن کوچک است؟ حل:
مثال: ۱۶/۵ تن کوچک چند کیلوگرم است؟ حل: $۱۶/۵t = ?kg$ $۱۶/۵(۹۰۷/۱۸۴kg)$ $۱۶/۵\times۹۰۷/۱۸۴=۱۴۹۶۸/۵۳۶kg$	تمرین: ۱۱/۵ تن کوچک چند کیلوگرم است؟ حل:

مثال: ۱۴۵۶۱ کیلوگرم چند تن کوچک است؟ حل: $۱۴۵۶۱kg = ?t$ $۱۴۵۶۱ \times (\frac{۱}{۹۰۷/۱۸۴} t)$ $۱۴۵۶۱ \times \frac{۱}{۹۰۷/۱۸۴} = ۱۶t$	تمرین: ۴۵۶۶۰ کیلوگرم چند تن کوچک است؟ حل:
مثال: ۷/۵ تن بزرگ چند کیلوگرم است؟ حل: $۷/۵t = ?kg$ $۷/۵ \times (۱۰۱۶/۰۵kg) =$ $۷/۵ \times ۱۰۱۶/۰۵ = ۷۶۲۰/۳۷۵t$	تمرین: ۲۹۵۰ کیلوگرم چند تن بزرگ است؟ حل
مثال: ۶۵۵۰۰ کیلوگرم چند تن بزرگ است؟ حل: $۶۵۵۰۰kg = ?t$ $۶۵۵۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۱۶/۰۵} t)$ $۶۵۵۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۱۶/۰۵} = ۶۴/۴۷t$	تمرین: ۳/۲۷۵ تن بزرگ چند کیلوگرم است؟ حل:
مثال: ۷/۵ پوند چند انس (oz) است؟ حل $۷/۵Lb = ?oz$ ۷/۵ (۱۶ oz) $۷/۵ \times ۱۶ = ۱۲۰oz$	تمرین: ۶۹۵۰۰ کیلوگرم چند تن بزرگ است؟ حل:

مثال: ۱۸۰ انس (oz) چند پوند است؟ حل: $۱۸۰oz = ?Lb$ $۱۸۰\times(\frac{۱}{۱۶}Lb)$ $۱۸۰\times\frac{۱}{۱۶}=۱۱/۲۵Lb$	تمرین: ۱۲۰۰ انس (oz) چند پوند است؟ حل:

۶-۵- تعریف چگالی (جرم حجمی یا جرم مخصوص):

جرم واحد حجم یک جسم را چگالی، جرم حجمی یا جرم مخصوص می‌نامند. چگالی را معمولاً با حرف یونانی r نشان می‌دهند.

رابطه چگالی با جرم و حجم یک جسم به صورت زیر است:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}} \Rightarrow \text{جرم} = \text{حجم} \times \text{چگالی}$$

$$r = \frac{m}{V} \qquad \begin{cases} r = & \text{چگالی} \\ m = & \text{جرم} \\ V = & \text{حجم} \end{cases}$$

۷-۵- واحد چگالی در سیستم SI:

با توجه به اینکه در سیستم SI واحد جرم، کیلوگرم (kg) و واحد حجم متر مکعب (m^3) است و چگالی از تقسیم جرم بر حجم جسم به دست می‌آید .بنابراین واحد چگالی برابر است با حاصل تقسیم کیلوگرم بر متر مکعب .بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{واحد چگالی} = \frac{\text{واحد جرم}}{\text{واحد حجم}} \Rightarrow$$

$$\text{واحد چگالی} = \frac{۱kg}{۱m^3}$$

$$\text{واحد چگالی} = kg/m^3$$

به عنوان مثال چگالی آلومینیم جامد $۲۷۰۰\ ^{kg}/_{m^۳}$ است .یعنی جرم یک متر مکعب آلومینیم جامد برابر ۲۷۰۰کیلوگرم است.

واحد دیگر چگالی در سیستم SI ، $\frac{\text{گرم}}{\text{سانتی‌متر مکعب}}$ یا $^{gr}/_{cm^۳}$است .مثلاً جرم حجمی آلومینیم جامد ۲/۷ گرم بر سانتی‌متر مکعب است .یعنی هر سانتی‌متر مکعب آلومینیم ۲/۷ گرم جرم دارد.

-برای تبدیل واحد $^{kg}/_{m^۳}$ به $^{gr}/_{cm^۳}$خواهیم داشت:

$$۱kg = ۱۰۰۰gr$$

$$۱m^۳ = ۱۰۰۰۰۰۰cm^۳$$

$$۱\frac{kg}{m^۳} = \frac{۱kg}{۱m^۳} = \frac{۱۰۰۰gr}{۱۰۰۰۰۰۰cm^۳} = \frac{۱gr}{۱۰۰۰cm^۳} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\ ^{gr}/_{cm^۳}$$

$$۱\frac{kg}{m^۳} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\ ^{gr}/_{cm^۳}$$

بنابراین : $۱\frac{gr}{cm^۳} = ۱۰۰۰ \times \frac{kg}{m^۳}$و برعکس.

-واحد دیگر جرم حجمی $^{kg}/_{dm^۳}$است که برای تبدیل آن به $^{gr}/_{cm^۳}$خواهیم داشت:

$$۱kg = ۱۰۰۰gr$$

$$۱dm^۳ = ۱۰۰۰cm^۳$$

$$\frac{۱kg}{۱dm^۳} = \frac{\cancel{۱۰۰۰}gr}{\cancel{۱۰۰۰}cm^۳} = ۱\ ^{gr}/_{cm^۳}$$

$$۱\frac{kg}{dm^۳} = ۱\frac{gr}{cm^۳}$$

به عنوان مثال چگالی آهن جامد $۷۸\,gr/cm^۳$ است که بر حسب $kg/dm^۳$ به صورت زیر خواهد بود.

$$۱\frac{kg}{dm^۳}=۱\frac{gr}{cm^۳}$$

$$۷/۸\frac{gr}{cm^۳}=۷/۸(۱\frac{gr}{cm^۳})=۷/۸(۱\frac{kg}{dm^۳})=۷/۸\frac{kg}{dm^۳}$$

از طرف دیگر برای تبدیل واحد $kg/m^۳$ به $kg/dm^۳$ خواهیم داشت:

$$۱m^۳=۱۰۰۰dm^۳$$

$$۱\frac{kg}{m^۳}=\frac{۱kg}{۱۰۰۰dm^۳}$$

$$\frac{kg}{m^۳}=\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kg}{dm^۳}$$

$$\boxed{۱\frac{kg}{m^۳}=\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kg}{dm^۳}\Leftrightarrow ۱\frac{kg}{dm^۳}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}}$$

به عنوان مثال چگالی آهن جامد $۷۸۰۰\,kg/m^۳$ است که بر حسب کیلوگرم بر حسب $kg/dm^۳$ (به صورت زیر خواهد بود.

$$۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳}=۷۸۰۰\times(۱\frac{kg}{m^۳})$$

$$=۷۸۰۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kg}{dm^۳})$$

$$\frac{۷۸۰۰}{۱۰۰۰}kg/dm^۳$$

$$۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳}=۷/۸\frac{kg}{dm^۳}$$

در مورد مایعات حجم بر حسب لیتر (lit) بیان می‌شود .در این صورت واحد چگالی kg/lit می‌باشد .مثلاً چگالی نفت $۰/۸\ kg/lit$ و چگالی آب خالص $۱\ kg/lit$ است.

با توجه به اینکه هر متر مکعب هزار لیتر است .خواهیم داشت:

$$۱m^۳=۱۰۰۰lit$$

$$۱\frac{kg}{m^۳}=۱\frac{kg}{۱۰۰۰lit}$$

$$۱\frac{kg}{m^۳}=\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kg}{lit}\Leftrightarrow ۱\frac{kg}{lit}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

مثال :جرم جسمی ۱۰۰ گرم و حجم آن۲۵ سانتی‌متر مکعب است .چگالی آن چقدر است؟

حل:

$$r=\frac{m}{V}$$

$$r=\frac{۱۰۰gr}{۲۵cm^۳}=\frac{۱۰۰}{۲۵}\frac{gr}{cm^۳}=۴\frac{gr}{cm^۳}$$

تمرین :چگالی جسمی $۵\ gr/cm^۳$ است .در صورتی که جرم آن ۲۰ گرم باشد .حجم آن چقدر است؟

حل:

مثال :جرم جسمی ۱۰۰ کیلوگرم و حجم آن ۴۰ متر مکعب است .چگالی آن چقدر است؟

حل:

$$V=۴۰m^۳$$

$$m=۱۰۰kg$$

تمرین :چگالی جسمی $۴/۵\ kg/m^۳$ است .در صورتی که حجم آن $۸m^۳$ باشد .جرم آن چقدر است؟

حل:

$\rho = \frac{m}{V}$ $\rho = \frac{۱۰۰kg}{۴۰m^۳} = \frac{۱۰۰}{۴}\frac{kg}{m^۳} = ۲/۵\frac{kg}{m^۳}$	
مثال $۱۵\frac{kg}{m^۳}$ چند $\frac{gr}{cm^۳}$ است؟ حل: $۱\frac{kg}{m^۳} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{gr}{cm^۳}$ $۱۵\frac{kg}{m^۳} = ۱۵\times(۱\frac{kg}{m^۳})$ $= ۱۵\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{gr}{cm^۳})$ $= \frac{۱۵}{۱۰۰۰}\frac{gr}{cm^۳} = ۰/۰۱۵\frac{gr}{cm^۳}$	تمرین : $۸۵\frac{kg}{m^۳}$ چند $\frac{gr}{cm^۳}$ است؟ حل:
مثال $۲۰\frac{gr}{cm^۳}$ چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ حل: $۱\frac{gr}{cm^۳} = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ $۲۰\frac{gr}{cm^۳} = ۲۰\times(۱\frac{gr}{cm^۳})$ $= ۲۰\times(۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$ $= ۲۰۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$	تمرین : $۲۵/۸\frac{gr}{cm^۳}$:چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ حل:
مثال : $۱۵\frac{kg}{m^۳}$چند گرم بر دسی‌متر مکعب است؟ حل: $۱\frac{gr}{cm^۳} = ۱\frac{kg}{dm^۳}$	تمرین :۸ / ۴۷گرم بر دسی‌متر مکعب چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ حل:

$$۱۵\frac{kg}{m^۳}=۱۵\times(۱\frac{kg}{m^۳})$$

$$=۱۵\times(۱\frac{gr}{cm^۳})$$

$$=۱۵\ {kg}/{dm^۳}$$

مثال : ${gr}/{cm^۳}\ ۳۸$ چند کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب است؟

حل:

$$۱\frac{gr}{cm^۳}=۱\frac{kg}{dm^۳}$$

$$۳۸\frac{gr}{cm^۳}=۳۸\times(۱\frac{gr}{cm^۳})$$

$$=۳۸\times(۱\frac{kg}{dm^۳})$$

$$=۳۸\ {kg}/{dm^۳}$$

تمرین :۵ / ۵۷کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

حل:

مثال ۲۵ :کیلوگرم بر متر مکعب چند کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب است؟

حل:

$$۱\frac{kg}{m^۳}=\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kg}{dm^۳}$$

$$۲۵\frac{kg}{m^۳}=۲۵\times۱\frac{kg}{m^۳}$$

$$=۲۵\times\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kg}{dm^۳}$$

$$=۰/۰۲۵\ {kg}/{dm^۳}$$

تمرین :۱۰/۸کیلوگرم بر متر مکعب چند کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب است؟

حل:

مثال :۰/۱۳کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب چند کیلوگرم متر مکعب است؟ حل: $۱\frac{kg}{dm^۳}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ $۰/۱۳\frac{kg}{dm^۳}=۰/۱۳\times۱\frac{kg}{dm^۳}$ $=۰/۱۳\times(۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$ $=۱۳۰\,kg/m^۳$	تمرین: ۱/۲کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ حل:
مثال :چگالی مایعی ۵ کیلوگرم بر لیتر است .مقدار آن بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب چقدر است؟ حل: $۱\frac{kg}{lit}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ $۵\frac{kg}{lit}=۵\times۱\frac{kg}{lit}$ $=۵\times۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ $=۵۰۰۰\,kg/m^۳$	تمرین :چگالی مایعی ۲۳۰ کیلوگرم بر متر مکعب است .چگالی آن بر حسب کیلوگرم چقدر است؟ حل:
مثال: ۵ تن بر متر مکعب چند کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب است؟ حل: $۱\frac{t}{m^۳}=۱\frac{kg}{dm^۳}$ $۵\frac{t}{m^۳}=۵\times۱\frac{t}{m^۳}$ $=۵\times۱\frac{kg}{m^۳}=۵\frac{kg}{m^۳}$	تمرین : ۱۸ کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب چند تن بر متر مکعب است؟ حل:

مثال: ۱۲ تن بر متر مکعب چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

حل:

$$۱\frac{t}{m^۳}=۱\frac{gr}{cm^۳}$$

$$۱۲\frac{t}{m^۳}=۱۲\times\frac{t}{m^۳}$$

$$=۱۲\times۱\frac{gr}{cm^۳}=۱۲\frac{gr}{cm^۳}$$

تمرین : ۸ / ۷گرم بر سانتی‌متر مکعب چند تن بر متر مکعب است؟

حل:

مثال :چگالی آب $۱\frac{kg}{lit}$است .چگالی آب بر حسب $\frac{kg}{m^۳}$ چقدر است؟

حل:

$$\text{چگالی آب}=۱\frac{kg}{lit}=۱\quad(۱\frac{kg}{lit})=۱\times(۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

-واحد دیگر جرم حجمی یا چگالی تن بر متر مکعب $(\frac{t}{m^۳})$است که روابط تبدیل آن به $\frac{kg}{dm^۳}$ و $\frac{gr}{cm^۳}$ به صورت زیر است:

$$\left.\begin{array}{l}۱t=۱۰۰۰kg\\ ۱kg=۱۰۰۰g\end{array}\right\}\Rightarrow ۱t=۱۰۰۰۰۰۰g$$

$$۱m^۳=۱۰۰۰dm^۳$$

$$۱m^۳=۱۰۰۰۰۰۰cm^۳$$

$$۱\frac{t}{m^۳}=۱\frac{۱۰۰۰kg}{۱۰۰۰dm^۳}=۱\frac{kg}{dm^۳}$$

$$\boxed{۱\frac{t}{m^۳}=۱\frac{kg}{dm^۳}}$$

$$۱\frac{t}{m^۳}=۱\frac{۱۰۰۰۰۰۰gr}{۱۰۰۰۰۰۰cm^۳}=۱\frac{gr}{cm^۳}$$

$$\boxed{۱\frac{t}{m^۳}=۱\frac{gr}{cm^۳}}$$

۸-۵- رابطه ریاضی بین جرم، حجم و چگالی:

با توجه به اینکه چگالی، جرم موجود در واحد حجم جسم می‌باشد. در صورتی که جرم جسم برابر m بر حسب گرم و حجم آن برابر v بر حسب $cm^۳$ باشد می‌توان نوشت:

حجم	جرم	
$V(cm^۳)$	$m(g)$	$\Rightarrow r \times V = m \times ۱$
$۱cm^۳$	r	

$$\Rightarrow m = r.V$$

$$\boxed{r = \frac{m}{V}}$$

- چگالی نسبی:

نسبت چگالی یک جسم به چگالی جسم دیگر را چگالی نسبی می‌گویند. به عنوان مثال چگالی جامدات و مایعات را با آب خالص ۴ درجه سانتی‌گراد مقایسه می‌کنند.

به عنوان مثال چگالی فولاد نسبت به آب ۷/۸ است. یعنی جرم یک سانتی‌متر مکعب فولاد ۷/۸ برابر جرم یک سانتی‌متر مکعب آب است. به عبارت دیگر فولاد ۷/۸ برابر نسبت به آب چگال‌تر است.

بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{چگالی نسبی فولاد} = \frac{\text{چگالی فولاد}}{\text{چگالی آب}} = \frac{۷/۸\ gr/cm^۳}{۱\ gr/cm^۳} = ۷/۸ \text{ بدون واحد}$$

بنابراین چگالی یک جسم نسبت به آب عددی است که با چگالی آن برابر است. در صورتی که حجم جسم و آب یکسان باشد خواهیم داشت:

$$r = \frac{m}{V} \quad \text{(چگالی جسم)}$$

$$r' = \frac{m'}{V} \quad \text{(چگالی آب)}$$

چگالی نسبی $d=\frac{\rho_{\text{(چگالی جسم)}}}{\rho'_{\text{(چگالی آب)}}}=\frac{\frac{m}{V}}{\frac{m'}{V}}=\frac{mV}{m'V}=\frac{m}{m'}$ $\frac{\text{جرم جسم}}{\text{جرم آب هم حجم جسم}}$

$$\boxed{d=\frac{r}{r'}=\frac{m}{m'}}$$

آب $r'=1\frac{g}{cm^3}$

$$d=\frac{r}{1}=\frac{m}{m'}$$

بدون واحد. $d=r=\frac{m}{m'}$

مثال: درصورتی که چگالی نسبی فولاد به آب ۷/۸ و جرم آب ۵۰ گرم باشد. جرم فولاد چقدر است؟

آب $m'=50gr$

فولاد / آب $\frac{r}{r'}=7/8$

فولاد $m=?$

حل :

فولاد / آب $\frac{r}{r'}=\frac{m}{m'}\Rightarrow\frac{7/8}{1}=\frac{m}{50}\Rightarrow 1\times m=7/5\times 50$

$m=375gr$

تمرین: در صورتی که چگالی نسبی آلومینیم به آب ۲/۷ و جرم آلومینیم ۲۰۰ گرم باشد. جرم آب چقدر است؟

حل:

مثال: جرم شمش فولادی با مقطع مربی به ضلع ۴۵ میلی‌متر و طول ۱۲۵ میلی‌متر را به دست آورید.

$(r=7/85\ kg/dm^3)$

حل:

$V=A\times h$

$V=(45mm)^2\times 125mm$

$V=45\times 45\times 125$

تمرین: جرم شمش آلومینیم با مقطع مربعی به ضلع ۳۵ میلی‌متر و طول ۱۱۵ میلی‌متر را به دست آورید.

$(r=2/7\ kg/dm^3)$

حل:

$V = ۲۵۳۱۲۵ mm^۳$

$V = ۲۵۳۱۲۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

$V = ۰/۲۵۳۱۲۵ dm^۳$

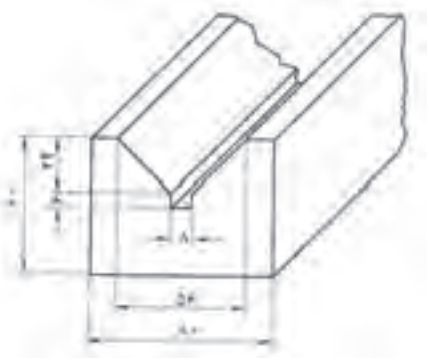
$m = r \times V$

$m = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳} \times ۰/۲۵۳۱۲۵ dm^۳$

$m = ۷/۸۵ \times ۰/۲۵۳۱۲۵$

$m = ۱/۹۸۷ kg$

مثال: جرم منشوری از فولاد به طول ۱۳۰ میلی‌متر با سطح مقطعی مطابق شکل بر حسب کیلوگرم حساب کنید. $(r = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$



$m = r \times V$

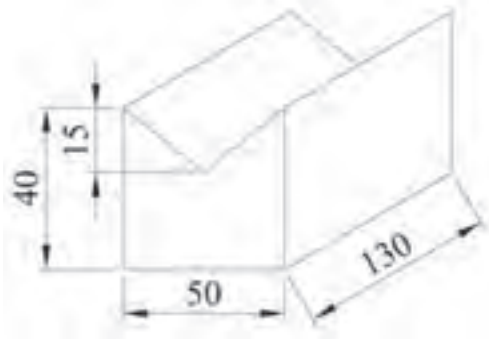
$V = A \times h$

$A = A_۱ - A_۲ - A_۳$

$A_۱ = L \times b$

$A_۱ = ۸۰ \times ۶۰ \Rightarrow A_۱ = ۴۸۰۰ mm^۲$

تمرین :جرم منشوری از مس به طول ۱۴۰ میلی‌متر با سطح مقطعی مطابق شکل بر حسب کیلوگرم حساب کنید $(r = ۸/۹ \frac{kg}{dm^۳})$



حل:

$A_۲ = L_۱ \times b_۱$

$A_۲ = ۸ \times ۶ \Rightarrow A_۲ = ۴۸mm^۲$

$A_۳ = \frac{L_۲ + L_۳}{۲} \times b_۲$

$A_۳ = \frac{۵۶ + ۸}{۲} \times ۲۴$

$A_۳ = ۳۲ \times ۲۴ \Rightarrow A_۳ = ۷۶۸mm^۲$

$A = A_۱ - A_۲ - A_۳$

$A = ۴۸۰۰ - ۴۸ - ۷۶۸$

$A = ۳۹۸۴mm^۲$

$V = A \times h$

$V = ۳۹۸۴ \times ۱۳۰$

$V = ۵۱۷۹۲۰mm^۳$

با توجه به واحد چگالی باید حجم بر حسب $dm^۳$ محاسبه شود.

$V = ۵۱۷۹۲۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰})dm^۳$

$V = ۰/۵۱۷۹۲dm^۳$

$m = ρ \times V$

$m = ۷/۸۵ \frac{kg}{\cancel{dm^۳}} \times ۰/۵۱۷۹۲ \cancel{dm^۳}$

$m = ۷/۸۵ \times ۰/۵۱۷۹۲$

$\boxed{m = ۴/۱kg}$

مثال: جرم ورق آلومینیمی به ابعاد $۱۵۰۰ \times ۳۰۰۰ \times ۲mm$ را بر حسب کیلوگرم حساب کنید. $(ρ = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳})$

حل:

تمرین: جرم ورق آلومینیمی به ابعاد $۱۸۰۰ \times ۳۵۰۰ \times ۴mm$ را بر حسب کیلوگرم حساب کنید. $(ρ = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳})$

حل:

$m = r \times V$

$V = A \times h$

$V = ۱۵۰۰ \times ۳۰۰۰ \times ۲mm$

$V = ۹۰۰۰۰۰۰mm^۳$

با توجه به واحد چگالی لازم است که حجم بر حسب $dm^۳$ محاسبه شود.

$V = ۹۰۰۰۰۰۰mm^۳$

$V = ۹۰۰۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

$V = ۹dm^۳$

$m = r \times V$

$m = ۲/۷ \frac{kg}{\cancel{dm^۳}} \times ۹\cancel{dm^۳}$ ضلع

$m = ۲/۷ \times ۹$

$m = ۲۴/۳kg$

مثال: جرم ورق مسی به ابعاد ۱۲۰۰×۱۴۰۰×۰/۹ میلی‌متر را بر حسب کیلوگرم حساب کنید. $(r = ۸/۹ \frac{kg}{dm^۳})$

حل:

$m = r \times V$

$V = A \times h$

$V = ۰/۹mm \times ۱۴۰۰mm \times ۱۲۰۰mm$

$V = ۰/۹ \times ۱۴۰۰ \times ۱۲۰۰$

$V = ۱۵۱۲۰۰۰mm^۳$

چون جرم بر حسب kg خواسته شده است .بنابراین لازم است که حجم بر حسب $dm^۳$ محاسبه شود.

$V = ۱۵۱۲۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

تمرین :جرم ورق به ابعاد ۸۰۰×۱۹۰۰×۰/۵۴ میلی‌متر برابر ۱۶ کیلوگرم است چگالی آن را به دست آورید.

حل:

$$V = ۱۵۱۲۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$$

$$V = ۱/۵۱۲ dm^۳$$

$$m = r \times V$$

$$m = ۸/۹ \frac{kg}{dm^۳} \times ۱/۵۱۲ dm^۳$$

$$m = ۸/۹ \times ۱/۵۱۲$$

$$m = ۱۳/۴۵۶۸ kg$$

مثال: جرم هرمی از جنس آلومینیم با سطح قاعده مربع و به ضلع ۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۸۵ میلی‌متر را بر حسب kg به دست آورید. ($r = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳}$)

حل:

$$m = r . V$$

$$V = \frac{A \times h}{۳}$$

$$A = L^۲$$

$$V = \frac{L^۲ \times h}{۳}$$

$$V = \frac{(۶۰)^۲ \times ۸۵}{۳}$$

$$V = ۱۰۲۰۰۰ mm^۳$$

با توجه به واحد چگالی لازم است که حجم بر حسب $dm^۳$ محاسبه شود.

تمرین: جرم هرمی از جنس آلومینیم با سطح قاعده مربع و به ضلع ۷۵ میلی‌متر و ارتفاع ۹۰ میلی‌متر را بر حسب kg را به دست آورید. ($r = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳}$)

حل:

$V = ۱۰۲۰۰۰ mm^۳$

$V = ۱۰۲۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

$V = ۰/۱۰۲ dm^۳$

$m = r . V$

$m = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳} \times ۰/۱۰۲ \cancel{dm^۳}$

$m = ۲/۷ \times ۰/۱۰۲$

$m = ۰/۲۷۴۵ kg$

مثال: جرم مخروط ناقص مطابق شکل را به دست آورید. $h=۱۳۰$ $(r = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$

حل:

$m = r . V$

$V = \frac{\pi \times h}{۱۲}(D^۲ + d^۲ + D \times d)$

$V = \frac{۳/۱۴ \times ۱۳۰}{۱۲}((۱۲۵)^۲ + (۶۵)^۲ + ۱۲۵ \times ۶۵)$

$V = \frac{۳/۱۴ \times ۱۳۰}{۱۲} \times (۱۵۶۲۵ + ۴۲۲۵ + ۸۱۲۵)$

$V = \frac{۳/۱۴ \times ۱۳۰ \times ۲۷۹۷۵}{۱۲}$

$V = \frac{۱۱۴۱۹۳۹۵}{۱۲}$

تمرین: جرم مخروط ناقص مطابق شکل را به دست آورید. $h=۱۵۰$ $(r = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳})$

حل:

$$V = \frac{۱۱۴۱۹۳۹۵}{۱۲}$$

$$V = ۹۵۱۶۱۶/۲۵ mm^۳$$

واحد $mm^۳$ را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم.

$$V = ۹۵۱۶۱۶/۲۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$$

$$V = ۹۵۱۶۱۶/۲۵ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$$

$$V = ۰/۹۵۱۶۱۶۲۵ dm^۳$$

$$m = r . V$$

$$m = ۷/۸۵ \frac{kg}{\cancel{dm^۳}} \times ۰/۹۵۱۶۱۶۲۵ \cancel{dm^۳}$$

$$m = ۷/۸۵ \times ۰/۹۵۱۶۱۶۲۵ kg$$

$$m = ۷/۴۷ kg$$

مثال: جرم ۲۰۰۰ عدد ساچمه فولادی با قطر ۳ میلی‌متر را بر حسب kg به دست آورید.

$(r = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$

حل :

$$m = r . V$$

$$V = \frac{p \times d^۳}{۶}$$

$$V = \frac{۳/۱۴ \times (۳)^۳}{۶}$$

$$V = \frac{۸۴/۷۸}{۶} \Rightarrow V = ۱۴/۱۳ mm^۳$$

واحد $mm^۳$ را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم.

$$V = ۱۴/۱۳ mm^۳$$

$$V = ۱۴/۱۳ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$$

تمرین: جرم ۳۵۰۰ عدد ساچمه فولادی با قطر ۴ میلی‌متر را بر حسب kg به دست آورید.

$(r = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$

حل:

$V = ۰/۰۰۰۰۱۴۱۳ dm^۳$

$m = r . V$

$m = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳} \times ۰/۰۰۰۰۱۴۱۳ dm^۳$

$m = ۷/۸۵ \times ۰/۰۰۰۰۱۴۱۳$

$m = ۱/۱۰۹۲۰۵ \times ۱۰^{-۴} kg$ جرم یک ساچمه

$m = ۲۰۰۰ \times ۱/۰۹۲۰۵ \times ۱۰^{-۴} kg$

$m = ۰/۲۲۱۸۴۱ kg$ جرم ۲۰۰۰ ساچمه

مثال: جرم قطعه کره‌ای با قطر ۴/۵ متر از جنس پلی استیرول با جرم مخصوص حساب کنید.

$r = ۰/۲۴ \frac{kg}{dm^۳}$

حل:

$m = r . V$

$V = \frac{p \times d^۳}{۶}$

$V = \frac{۳/۱۴ \times (۴/۵)^۳}{۶}$

$V = \frac{۲۸۶/۱۳۲۵}{۶}$

$V = ۴۷/۶۸۸۷۵ m^۳$

واحد $m^۳$ را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم.

$V = ۴۷/۶۸۸۷۵ m^۳$

$V = ۴۷/۶۸۸۷۵ \times (۱۰۰۰ dm^۳)$

$V = ۴۷۶۸۸/۷۵ dm^۳$

$m = r . V$

$m = ۰/۲۴ \frac{kg}{dm^۳} \times ۴۷۶۸۸/۷۵ dm^۳$

تمرین: جرم قطعه کروی با چگالی $۰/۲۴ \frac{kg}{dm^۳}$ برابر ۱۲۰ کیلوگرم است قطر کره چقدر است؟ $(p = ۳)$

حل:

$m = ۰/۲۴ \times ۴۷۶۸۸/۷۵$

$m = ۱۱۴۴۵/۳kg$

مثال: از تسمه فولادی ۱۵×۶۵ میلی‌متر با طول ۱۵۰۰میلی‌متر قطعاتی با طول‌های ۹۵ میلی‌متر بریده خواهد شد حساب کنید. $(r = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$

الف ـ جرم هر قطعه را

ب ـ چند قطعه به دست خواهد آمد ،اگر شکاف اره ۳میلی‌متر منظور شود.

$m = r.V$

$V = L \times b \times h$

$V = ۶۵ \times ۱۵ \times ۹۵mm$

$V = ۹۲۶۲۵mm^۳$

واحد $mm^۳$ را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم.

$V = ۹۲۶۲۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

$V = ۰/۰۹۲۶۲۵dm^۳$

$m = r.V$

$m = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳} \times ۰/۰۹۲۶۲۵ \cancel{dm^۳}$

$m = ۷/۸۵ \times ۰/۰۹۲۶۲۵$

$m = ۰/۷۲۷۱۰۶۲۵kg$

$n = \frac{۱۵۰۰}{۹۵+۳} = \frac{۱۵۰۰}{۹۸}$

$n = ۱۵/۳۱ \approx ۱۵$ تعداد قطعه

تمرین: از تسمه فولادی ۸×۵۵میلی‌متر با طول ۱۲۰۰ میلی‌متر قطعاتی با طول‌های ۷۵ میلی‌متر بریده خواهد شد .حساب کنید. $(r = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$

الف ـ جرم هر قطعه را

ب ـ چند قطعه به دست خواهد آمد ،اگر شکاف اره ۴میلی‌متر منظور شود.

حل:

مثال :قطر سیم مسی ۶ میلی‌متر است .جرم ۱۵۰ متر از این سیم را بر حسب g و kg حساب کنید.

$(r = ۸/۹ \frac{g}{cm^۳})$

حل:

واحدها میلی‌متر و ۱۵۰ متر را به cm تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} d = ۶mm \\ d = ۶ \times (\frac{۱}{۱۰} cm) \\ d = ۰/۶cm \end{cases}$$

$$\begin{cases} L = ۱۵۰m \\ L = ۱۵۰ \times ۱۰۰cm \\ L = ۱۵۰۰۰cm \end{cases} \qquad \begin{cases} d = ۶mm \\ d = ۶ \div ۱۰ \\ d = ۰/۶cm \end{cases}$$

$$m = r.V$$

$$V = \frac{p d^۲}{۴} \times L$$

$$V = \frac{۳/۱۴ \times (۰/۶)^۲}{۴} \times ۱۵۰۰۰$$

$$V = \frac{۳/۱۴ \times ۰/۶ \times ۰/۶ \times ۱۵۰۰۰}{۴}$$

$$V = \frac{۱۶۹۵/۶}{۴}$$

$V = ۴۲۳/۹cm^۳$ حجم سیم مسی

$$m = r.V$$

$$m = ۸/۹ \frac{g}{cm^۳} \times ۴۲۳/۹ cm^۳$$

$$m = ۸/۹ \times ۴۲۳/۹$$

$$m = ۳۷۷۲/۷ ۱g$$

تمرین: قطر سیم مسی ۷/۵ میلی‌متر است. جرم ۱۸۰ متر از این سیم را بر حسب g و kg حساب کنید.

$(r = ۸/۹ \frac{g}{cm^۳})$

حل:

گرم را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$m = ۳۷۷۲/۷۱ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} kg)$$

$$m = ۳/۷۷۲۷۱ kg$$

سیمای فصل ششم

۶- وزن

۶-۱- تعریف وزن

۶-۱-۱- شدت میدان جاذبه زمین

۶-۲- شتاب ثقل زمین در نقاط مختلف

۶-۳- واحدهای وزن و شتاب ثقل

۶-۳-۱- واحدهای وزن

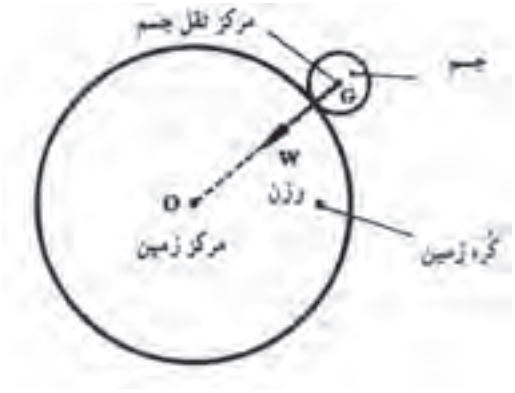
۶-۳-۲- واحدهای شتاب ثقل

۶-۴- رابطه وزن، جرم و شتاب ثقل

۶-۵- رابطه وزن مخصوص و جرم مخصوص

۱-۶- تعریف وزن:

نیرویی که از طرف زمین بر اجسام وارد می‌شود را وزن می‌گویند، نقطه اثر آن مرکز ثقل جسم است و جهت آن به طرف مرکز زمین است (شکل ۱-۶)



شکل ۱-۶- اثر میدان جاذبه زمین بر یک جسم (وزن)

وزن مانند نیرو کمیتی برداری است یعنی علاوه بر اندازه دارای جهت نیز می‌باشد که جهت آن به سمت مرکز زمین می‌باشد. کمیت وزن را با W نمایش می‌دهند.

وزن هر جسم به جرم و شتاب جاذبه در آن نقطه بستگی دارد. بنابراین عوامل موثر در وزن، جرم و شتاب می‌باشند. طبق رابطه زیر:

$$\boxed{w = mg}$$

۱-۶-۳- واحدهای وزن: واحد وزن در سیستم SI ، نیوتن نام دارد.

یک نیوتن نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود سبب می‌شود جسم با شتاب $1\,m/s^2$ حرکت کند و نیوتن با N نمایش داده می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$\boxed{1N = 1kg \times 1\,m/s^2 \Rightarrow 1N = 1kg.\,m/s^2}$$

واحدهای فرعی و بزرگ‌تر از نیوتن عبارتند از: دکانیوتن (daN) ، کیلونیوتن (kN) و مگانیوتن (MN) که رابطه آنها با نیوتن به صورت زیر است:

$$1dan = 10N \Leftrightarrow 1N = \frac{1}{10}daN \quad \text{(دکانیوتن)}$$

$$1kN = 1000N \Leftrightarrow 1N = \frac{1}{1000}kN = 10^{-3}kN \quad \text{(کیلونیوتن)}$$

$$۱MN = ۱۰۰۰۰۰۰N \Leftrightarrow ۱N = \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} MN = ۱۰^{-۶} MN$$ (مگانیوتن)

برای تبدیل واحدهای فرعی بزرگ‌تر از نیوتن به یکدیگر کافی است که مقادیر آنها را بر حسب نیوتن بر یکدیگر تقسیم کنیم مثلاً برای تبدیل کیلونیوتن به دکانیوتن داریم:

$$\left.\begin{array}{l} ۱kN = ۱۰۰۰N \\ ۱dan = ۱۰N \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱kN}{۱dan} = \frac{۱۰۰۰N}{۱۰} = ۱۰۰$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم $\frac{۱kN}{۱dan} = \frac{۱۰۰}{۱}$

$$۱kN = ۱۰۰dan \Leftrightarrow ۱dan = \frac{۱}{۱۰۰} kN$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

$$۱MN = ۱۰^{۵} daN \Leftrightarrow ۱daN = ۱۰^{-۵} MN$$

$$۱MN = ۱۰^{۳} kN \Leftrightarrow ۱kN = ۱۰^{-۳} MN$$

واحد کوچک‌تر از نیوتن که برای وزن اجسام سبک به کار می‌رود دین (dyn) نام دارد.

یک دین (dyn) نیرویی است که اگر به جسمی با جرم ۱ گرم وارد شود باعث می‌شود که آن با شتابی برابر یک سانتی‌متر بر مجذور ثانیه ($cm/s^۲$) حرکت کند. به عبارت دیگر:

$$۱dyn = ۱gr \times ۱ cm/s^۲$$

$$۱dyn = ۱ \frac{gr.cm}{s^۲}$$

برای تبدیل نیوتن به دین خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} ۱N = ۱kg \times ۱ \frac{m}{s^۲} \\ ۱kg = ۱۰۰۰gr \\ ۱ \frac{m}{s^۲} = ۱۰۰ \frac{cm}{s^۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۱N = ۱۰۰۰g \times ۱۰۰ \frac{cm}{s^۲} \\ ۱N = ۱۰۰۰۰۰gr \times \frac{cm}{s^۲} \\ ۱N = ۱۰۰۰۰۰dyn \end{array}\right.$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$۱N = ۱۰^{۵} dan \Leftrightarrow ۱dyn = ۱۰^{-۵} N$$

- واحد فرعی دیگر وزن که کاربرد کمتری دارد کیلوگرم نیرو (kgf) است که مقدار آن برابر است با:

$$۱kgf = ۹/۸۰۶۶۵N = ۹/۸N$$

$$۱kgf = ۹/۸N \Leftrightarrow ۱N = \frac{۱}{۹/۸} kgf$$

بنابراین یک گرم نیرو برابر یک هزارم کیلوگرم نیرو خواهد بود.

$$۱kgf = ۱۰۰۰gf \Leftrightarrow ۱gf = \frac{۱}{۱۰۰۰} kgf = ۱۰^{-۳} kgf$$

نکته: کیلو پوند (kp) یکی از واحدهای وزن است که برابر همان کیلوگرم نیرو (kgf) می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$۱kp = ۱kgf \Leftrightarrow ۱p = ۱gf$$

به عبارت دیگر در صورتی که شتاب ثقل $۱۰ \frac{m}{s^۲}$ فرض شود.

$$۱kp = ۹/۸N \approx ۱۰N = ۱daN$$

$$۱kp = ۱dan \quad , \quad ۱N = \frac{۱}{۱۰} kp$$

واحد وزن در سیستم انگلیسی پوند نیرو (Lbf) است که رابطه آن با نیوتن به صورت زیر است:

$$۱Lbf = ۰/۴۵۳۶ \times ۹/۸۰۶۶۵ = ۴/۴۴۸N$$

$$۱Lbf = ۴/۴۴۸N \Leftrightarrow ۱N = \frac{۱}{۴/۴۴۸} Lbf$$

مثال: ۳۷۵ نیوتن را بر حسب کیلونیوتن و مگانیوتن به دست آورید. حل: $۳۷۵N = ?kN$ $۳۷۵ \times (۱N) =$ $۳۷۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} kN)$ $۳۷۵ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۰/۳۷۵kN$ $۳۷۵N = ?MN$ $۳۷۵ \times (۱N)$ $۳۷۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} MN)$ $۳۷۵ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} = ۰/۰۰۰۳۷۵MN$	تمرین: ۱۵۵۵۰۰ نیوتن را بر حسب کیلونیوتن و مگانیوتن به دست آورید. حل:
مثال: ۲۷۵ مگانیوتن را بر حسب کیلونیوتن و نیوتن به دست آورید. حل: $۲۷۵MN = ?kN$ $۲۷۵ \times (۱MN)$ $۲۷۵ \times (۱۰۰۰kN)$ $۲۷۵ \times ۱۰۰۰ = ۲۷۵۰۰۰kN$ $۲۷۵MN = ?N$ $۲۷۵ \times (۱MN)$ $۲۷۵ \times (۱۰۰۰۰۰۰N) = ۲۷۵۰۰۰۰۰۰N$	تمرین: ۰/۰۰۰۶۸ نیوتن را بر حسب کیلونیوتن و مگانیوتن به دست آورید. حل

مثال: ۷/۵ کیلونیوتن را بر حسب دین به دست آورید. حل: $۷/۵kN = ?dyn$ $۷/۵ \times (۱kN)$ $۷/۵ \times (۱۰۰۰N)$ $۷/۵ \times ۱۰۰۰$ $۱N = ۱۰^{۵}dyn$ ($۷۵۰۰N = ?dyn$) $۷۵۰۰ \times (۱N)$ $۷۵۰۰ \times (۱۰^{۵}dyn) =$ $۷۵۰۰ \times ۱۰^{۵} = ۷/۵ \times ۱۰^{۸}dyn$	تمرین: ۰/۴۹۵۶ مگانیوتن را بر حسب کیلونیوتن و نیوتن به دست آورید. حل: :
مثال: ۹۸۷۶۵ دین را بر حسب نیوتن به دست آورید. حل: $۱dyn = ۱۰^{-۵}N$ $۹۸۷۶۵dyn = ?N$ $۹۸۷۶۵ \times (۱dyn)$ $۹۸۷۶۵ \times (۱۰^{-۵}N)$ $۹۸۷۶۵ \times ۱۰^{-۵} = ۰/۹۸۷۶۵ \times N$	تمرین: ۱۲۴۶۵۷ دین را بر حسب نیوتن به دست آورید. حل:
مثال: ۰/۰۰۳۹۵ نیوتن را بر حسب دین به دست آورید. حل: $۰/۰۰۳۹۵N = ?dyn$ $۰/۰۰۳۹۵ \times (۱N)$ $۰/۰۰۳۹۵ \times (۱۰^{۵}dyn)$	تمرین: ۰/۰۰۰۴۹۶ نیوتن را بر حسب دین به دست آورید. حل:

	$۰/۰۰۳۹۵\times۱۰^{۵}=۳۹۵\text{dyn}$

۲-۳-۶- واحدهای شتاب ثقل:

واحد شتاب ثقل (g) در سیستم SI برابر متر بر مجذور ثانیه است. البته از واحد فرعی $\text{cm}/\text{s}^{۲}$ نیز استفاده می‌شود.

$$۱\,\text{m}/\text{s}^{۲}=۱۰۰\,\text{cm}/\text{s}^{۲}\Leftrightarrow ۱\,\text{cm}/\text{s}^{۲}=\frac{۱}{۱۰۰}\,\text{m}/\text{s}^{۲}$$

بنابراین در مورد شتاب ثقل داریم:

$$۹/۸\,\text{m}/\text{s}^{۲}=۹/۸(۱۰۰\,\text{cm}/\text{s}^{۲})=۹۸۰\,\text{cm}/\text{s}^{۲}$$

$$۹/۸\,\text{m}/\text{s}^{۲}=۹۸۰\,\text{cm}/\text{s}^{۲}$$

۴-۶- رابطه وزن، جرم و شتاب ثقل:

هرگاه جسمی تحت نیروی ثابت F از لحاظ مقدار و جهت قرار گیرد، آن جسم با شتابی ثابت حرکت خواهد کرد، که این شتاب برابر است با نسبت نیرو به جرم جسم یا : $a=\frac{F}{m}$

حال اگر نیروی ثابت وزن جسم (w) باشد و جسم فقط تحت تأثیر نیروی وزن قرار گیرد، جسم با شتاب ثقل (g) سقوط خواهد کرد. بنابراین شتاب ثقل برابر خواهد بود با نسبت وزن به جرم جسم:

$$g=\frac{w}{m}\Rightarrow \boxed{w=m\times g}$$

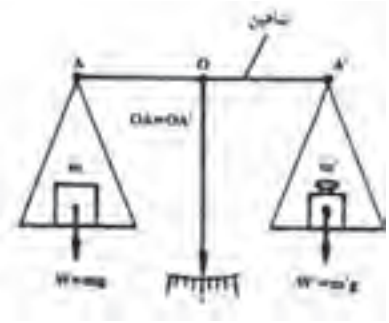
وزن برابر خواهد بود با حاصل ضرب جرم در شتاب ثقل.

با توجه به رابطه وزن و جرم و ثابت در نظر گرفته شدن شتاب ثقل می‌توان گفت که نسبت وزن دو جسم برابر است با نسبت جرم دو جسم:

$$\left.\begin{matrix}w=m\times g\\ w'=m'\times g\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{w}{w'}=\frac{m\times g}{m'\times g}\Rightarrow\boxed{\frac{w}{w'}=\frac{m}{m'}}$$

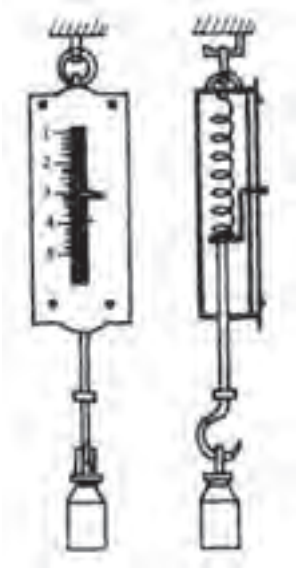
بنابراین جرم جسم را می‌توان از مقایسه وزن جسم با وزن یک وزنه مشخص با استفاده از یک ترازوی شاهین

دار تعیین نمود. (شکل ۲-۶)



شکل ۲-۶- تعیین جرم اجسام توسط ترازوی شاهین دار

برای تعیین وزن جسم از نیروسنج فنری استفاده می‌شود که بر حسب وزن جسم طول فنر آن بر حسب نیروی کششی تغییر می‌کند. (شکل ۳-۶)



شکل ۳-۶- نیروسنج و اندازه‌گیری وزن اجسام (سمت چپ در نما و سمت راست در برش)

۵-۶- رابطه وزن مخصوص و جرم مخصوص:

وزن مخصوص: وزن واحد حجم یک جسم را وزن مخصوص یا وزن حجمی می‌نامند و با حرف D نشان می‌دهند. بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{(وزن مخصوص)}\ D = \frac{\text{(وزن)}\ W}{\text{(حجم)}\ V}$$

از طرفی داریم:

$$w = m \times g \quad \text{(وزن جسم)}$$

$$r = \frac{m}{V} \quad \text{(چگالی جسم)}$$

$$m = r \times V$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$D = \frac{W}{V}$$

$$D = \frac{m \times g}{V}$$

$$D = \frac{\rho \times \cancel{V} \times g}{\cancel{V}}$$

$$D = r\, g$$

یعنی: وزن حجمی برابر است با حاصل ضرب چگالی (جرم حجمی) در شتاب ثقل.

با توجه به اینکه واحد چگالی (جرم حجمی) برابر $\frac{kg}{m^3}$ و واحد شتاب ثقل (g) برابر m/s^2 است. واحد D برابر خواهد شد با:

$$\text{واحد } D = \text{واحد } r \times \text{واحد } g$$

$$\text{واحد } D = kg/m^3 \times m/s^2$$

$$\text{واحد } D \frac{kg \quad m/s^2}{m^3}$$

$$\text{واحد } \boxed{D = \frac{N}{m^3}}$$

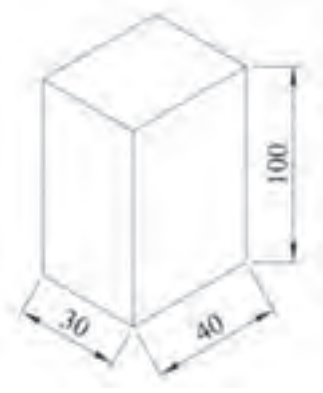
$$1N = 1kg\, m/s^2$$

بنابراین واحد وزن حجمی برابر است با: $\frac{N}{m^3}$

مثال: شکل زیر ابعاد و چگالی قطعه‌ای از یک نوع برنز را نشان می‌دهد. مطلوب است محاسبه:

الف ـ جرم جسم بر حسب کیلوگرم $(r = ۸/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$

ب ـ وزن جسم بر حسب واحدهای dyn ، N و kgf



الف:

$m = r . V$

$V = a \times b \times h$

$V = ۴۰mm \times ۳۰mm \times ۱۰۰mm$

$V = ۴۰ \times ۳۰ \times ۱۰۰$

$V = ۱۲۰۰۰۰mm^۳$

واحد $mm^۳$ را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم.

$V = ۱۲۰۰۰۰ \times (۱mm^۳)$

$V = ۱۲۰۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

$V = ۱۲۰۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$

$V = ۰/۱۲dm^۳$

$m = r \times V$

$m = ۸/۸۵ \frac{kg}{dm^۳} \times ۰/۱۲ dm^۳$

تمرین :شکل زیر ابعاد و چگالی قطعه‌ای از یک نوع برنز را نشان می‌دهد .مطلوب است محاسبه:

الف ـ جرم جسم بر حسب گرم و کیلوگرم

ب ـ وزن جسم بر حسب واحدهای dyn ، N وkgf

$(r = ۱۱/۳۵ \frac{g}{cm^۳})$

$m = ۸/۸۵ \times ۰/۱۲$

$m = ۱/۰۶۲ kg$

ب:

$w = m \times g$

$w = ۱/۰۶۲ kg \times ۹/۸ \, {}^{m}/_{s^۲}$

$w = ۱/۰۶۲ \times ۹/۸ kg \, {}^{m}/_{s^۲}$

$\boxed{w = ۱۰/۴۰۷۶ N}$

$w = ۱۰/۴۰۷۶(۱ \times N)$

$۱N = ۱۰^{۵} dyn$

$w = ۱۰/۴۰۷۶(۱۰۰۰۰۰ dyn)$

$w = ۱۰۴۰۷۶ = ۱/۰۴۰۷۶۰ \times ۱۰^{۶} dyn$

$w = ۱۰/۴۰۷۶ N$

$w = ۱۰/۴۰۷۶ \times (۱N)$

$۱N = \frac{۱}{۹/۸} kgf$

$w = ۱۰/۴۰۷۶ \times (\frac{۱}{۹/۸} kgf)$

$w = ۱/۰۶۲ kgf$

مثال: جرم و نیروی وزن شمش فولادی با مقطع مربع به ضلع ۶۵ میلی‌متر و طول ۱۴۵ میلی‌متر را به دست آورید. $(r = ۷/۸۵ \, {}^{kg}/_{dm^۳})$

حل:

$m = r . V$

$V = A \times h$

$V = (۶۵ mm)^۲ \times ۱۴۵ mm$

$V = ۶۵ \times ۶۵ \times ۱۴۵$

$V = ۶۱۲۶۲۵ mm^۳$

تمرین: جرم و نیروی وزن شمش فولادی با مقطع مربع به ضلع ۵۵ میلی‌متر و طول ۱۲۵ میلی‌متر را به دست آورید.

حل:

$V = ۶۱۲۶۲۵ \times (۱mm^۳)$

$V = ۶۱۲۶۲۵ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

$V = ۶۱۲۶۲۵ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$

$V = ۰/۶۱۲۶۲۵ dm^۳$

$m = r \times V$

$m = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳} \times ۰/۶۱۲۶۲۵ dm^۳$

$m = ۷/۸۵ \times ۰/۶۱۲۶۲۵ kg$

$m = ۴/۸۰۹۱۰۶۲۵ kg$

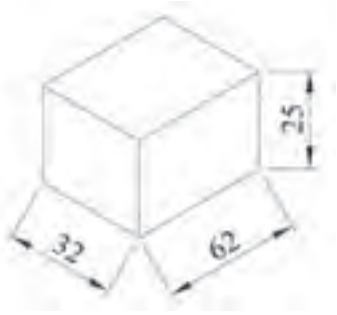
$w = m \times g$

$w = ۴/۸۰۹۱۰۶۲۵ kg \times ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$

$w = ۴/۸۰۹۱۰۶۲۵ \times ۹/۸ kg \times \frac{m}{s^۲}$

$w = ۴۷/۱۲۹۲۴۱۲۵ N$

مثال :جرم و نیروی وزن قطعه مطابق شکل را در صورتی که جنس آن از برنج باشد ($r = ۸/۵ \frac{kg}{dm^۳}$) را به دست آورید.

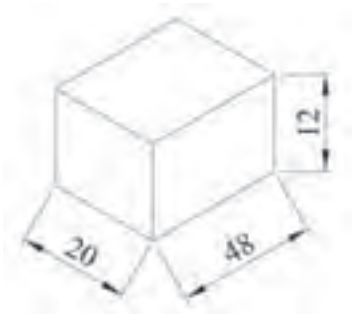


حل:

$m = r \times V$

$V = L \times b \times h$

تمرین :جرم و نیروی وزن قطعه مطابق شکل را در صورتی که جنس آن از چدن باشد ($r = ۷/۲۵ \frac{kg}{dm^۳}$) را به دست آورید.



حل:

$V = ۶۲mm \times ۳۲mm \times ۲۵mm$

$V = ۶۲ \times ۳۲ \times ۲۵ mm^۳$

$V = ۴۹۶۰۰ mm^۳$

واحد $mm^۳$ را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم

$V = ۴۹۶۰۰ \times (۱ mm^۳)$

$V = ۴۹۶۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} dm^۳)$

$V = ۴۹۶۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$

$V = ۰/۰۴۹۶ dm^۳$

$m = r \times V$

$m = ۸/۵ \frac{kg}{dm^۳} \times ۰/۰۴۹۶ \cancel{dm^۳}$

$m = ۸/۵ \times ۰/۰۴۹۶ kg$

$m = ۰/۴۲۱۶ kg$

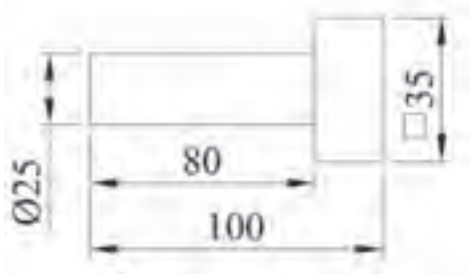
$w = m \times g$

$w = ۰/۴۲۱۶ kg \times ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$

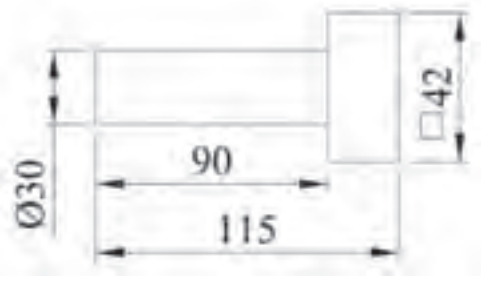
$w = ۰/۴۲۱۶ \times ۹/۸ kg \frac{m}{s^۲}$

$w = ۴/۱۳۱۶۸ N$

مثال :نیروی وزن قطعه فولادی را مطابق شکل حساب کنید $(r = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳})$



تمرین :نیروی وزن قطعه برنجی را مطابق شکل حساب کنید $(r = ۸/۵ \frac{kg}{m^۳})$



حل:

$w = m \times g$

$m = \rho \times V$

$V = V_1 + V_2$

$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \times h$

$V_1 = \frac{3/14 \times (25mm)^2}{4} \times 80mm$

$V_1 = \frac{3/14 \times 25 \times 25 \times 80}{4}$

$V_1 = \frac{157000}{4}$

$V_1 = 39250mm^3$

$V_2 = L^2 \times h$

$V_2 = (35mm)^2 \times 20mm$

$V_2 = 35 \times 35 \times 20$

$V_2 = 24500mm^3$

$V = V_1 + V_2$

$V = 39250 + 24500$

$V = 63750mm^3$

واحد mm^3 را به dm^3 تبدیل می‌کنیم.

$V = 63750 \times (\frac{1}{1000000} dm^3)$

$V = 0/063750dm^3$

$m = \rho \times V$

$m = 7/85 \frac{kg}{dm^3} \times 0/063750 \cancel{dm^3}$

$m = 7/85 \times 0/063750kg$

$m = 0/500437 5kg$

حل:

$$w = m \times g$$

$$w = ۰/۵۰۰۴۳۷۵ kg \times ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$$

$$w = ۰/۵۰۰۴۳۷۵ \times ۹/۸ kg \frac{m}{s^۲}$$

$$w = ۴/۹۰۴۲۸۷۵ N$$

مثال: نیروی وارد از طرف روغن به کف مخزن استوانه‌ای شکل را در صورتی که قطر آن ۱۴/۵ متر، ارتفاع ۱۰/۸ متر و جرم مخصوص روغن محتوی آن $r = ۰/۸۸ \frac{kg}{dm^۳}$ باشد را حساب کنید $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

حل:

$$w = m \times g$$

$$m = r \times V$$

$$V = A \times h$$

$$A = \frac{p \times d^۲}{۴}$$

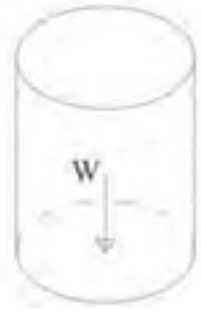
$$V = \frac{p \times d^۲}{۴} \times h$$

$$V = \frac{۳/۱۴ \times (۱۴/۵ m)^۲}{۴} \times ۱۰/۸ m$$

$$V = \frac{۳/۱۴ \times ۱۴/۵ \times ۱۴/۵ \times ۱۰/۸}{۴} m^۳$$

$$V = \frac{۷۱۲۹/۹۹۸}{۴}$$

تمرین: نیروی وارد از طرف روغن به کف مخزن استوانه‌ای شکل را در صورتی که قطر آن ۱۱/۵ متر ،ارتفاع ۸/۹ متر و جرم مخصوص روغن محتوی آن $r = ۰/۸۸ \frac{kg}{dm^۳}$ باشد را حساب کنید. $(g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲})$



حل:

$V = ۱۷۸۲/۴۹۹۵ m^۳$

چون ۲ بر حسب $\frac{kg}{dm^۳}$ می‌باشد لذا $m^۳$ را به $dm^۳$ تبدیل می‌کنیم.

$V = ۱۷۸۲/۴۹۹۵ \times ۱۰۰۰$

$V = ۱۷۸۲۴۹۹/۵ dm^۳$

$m = r \times V$

$m = ۰/۸۸ \frac{kg}{dm^۳} \times ۱۷۸۲۴۹۹/۵ dm^۳$

$m = ۰/۸۸ \times ۱۷۸۲۴۹۹/۵ kg$

$m = ۱۵۶۸۵۹۹/۵۶ kg$

$w = m \times g$

$w = ۱۵۶۸۵۹۹/۵۶ kg \times ۱۰ \frac{m}{s^۲}$

$w = ۱۵۶۸۵۹۹/۵۶ \times ۱۰ kg \frac{m}{s^۲}$

$w = ۱/۵۶۸۵۹۹۵۶ \times ۱۰^۷ N$

مثال :جرم و وزن هوای یک کارگاه ریخته‌گری که کف آن $۴۰m \times ۳۰m$ و ارتفاع آن ۳ / ۵متر می‌باشد را حساب کنید ($r = ۱/۲۹۳ \frac{kg}{m^۳}$) .

حل:

$w = m \times g$

$m = r \times V$

$V = A \times h$

$V = ۴۰m \times ۳۰m \times ۵/۳m$

$V = ۶۳۶۰ m^۳$

$m = r \times V$

$m = ۱/۲۹۳ \frac{kg}{m^۳} \times ۶۳۶۰ \cancel{m^۳}$

تمرین :جرم و وزن هوای یک کارگاه ریخته‌گری که کف آن $۶۵mm \times ۳۵mm$ و ارتفاع آن۸ / ۴متر می‌باشد را حساب کنید ($r = ۱/۲۹۳ \frac{kg}{m^۳}$).

حل:

$m = ۱/۲۹۳ \times ۶۳۶۰ kg$

$m = ۸۲۲۳/۴۸ kg$

$w = m \times g$

$w = ۸۲۲۳/۴۸ kg \times ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$

$w = ۸۲۲۳/۴۸ \times ۹/۸ kg \frac{m}{s^۲}$

$w = ۸۰۵۹۰/۱۰۴ N$

مثال :وزن یک جسم بر روی سطح کره زمین N ۱۶۵است:

الف ـ جرم آن را تعیین کنید.

ب ـ وزن جسم را بر روی سطح کره ماه بر حسب نیوتن به دست آورید. $g = ۱/۶۷ \frac{m}{s^۲}$ ماه و $g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$ زمین.

حل

واحد وزن که N می‌باشد ،لازم است به kg تبدیل شود.

$$\begin{cases} w = m \times g \\ m = \frac{w}{g} \\ m = \frac{۱۶۵ N}{۹/۸ \frac{m}{s^۲}} \\ m = \frac{۱۶۵ N \frac{m}{s^۲}}{۹/۸ \frac{m}{s^۲}} \\ m = ۱۶/۸۴ kg \end{cases}$$

جرم جسم بر روی سطح کره زمین

تمرین :وزن یک جسم بر روی سطح کره زمین N ۱۸۵است:

الف ـ جرم آن را تعیین کنید.

ب ـ وزن جسم را بر روی سطح کره ماه بر حسب نیوتن به دست آورید $g = ۱/۶۷ \frac{m}{s^۲}$ ماه و $g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$ زمین.

حل.

$\begin{cases} w = m \times g \\ w = ۱۶/۸۴kg \times ۱/۶۷ \, m/s^۲ \\ w = ۱۶/۸۴ \times ۱۶۷kg \times m/s^۲ \\ w = ۲۸/۱۲۲۸N \end{cases}$ وزن در کره ماه	
مثال :قطر و ارتفاع داخلی یک منبع به شکل استوانه به ترتیب ۶۵ و ۸۵ سانتی‌متر است .چنانچه ۹۱ درصد این منبع با سوخت مایعی به چگالی ۰/۸۵ پر شود، حجم آن را بر حسب لیتر و وزن آن را بر حسب نیوتن به دست آورید. حل: $V = \frac{p d^۲}{۴} \times h$ $V = \frac{۳/۱۴ \times (۶۵cm)^۲}{۴} \times ۸۵cm$ $V = \frac{۳/۱۴ \times ۶۵ \times ۶۵ \times ۸۵}{۴}$ $V = ۲۸۱۹۱۳/۱۲۵cm^۳$ حجم استوانه $V' = ۲۸۱۹۱۳/۱۲۵ \times \frac{۹۱}{۱۰۰} =$ $V' = ۲۵۶۵۴۰/۹۴۳۸cm^۳$ حجم سوخت چون حجم را بر حسب لیتر خواسته لذا واحد $cm^۳$ را تبدیل به لیتر می‌کنیم. $V' = ۲۵۶۵۴۰/۹۴۳۸ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} lit)$ $V' = ۲۵۶/۵۴۰۹۴۳۸lit$ $m = r \times V'$ $m = ۰/۸۵ \times ۲۵۶/۵۴۰۹۴۳۸$	تمرین :قطر و ارتفاع داخلی یک منبع به شکل استوانه به ترتیب ۷۵ و ۸۲ سانتی‌متر است. چنانچه ۸۹ درصد این منبع با سوخت مایعی به چگالی ۰/۹۳ پر شود ،حجم آن را بر حسب لیتر و وزن آن را بر حسب کیلوگرم نیرو به دست آورید حل :

جرم سوخت $m = ۲۱۸/۰۵۹۸۰۲۲kg$

$w = m \times g$

$w = ۲۱۸/۰۵۹۸۰۲۲ \times ۹/۸$

وزن سوخت $w = ۲۱۳۶/۹۸۶۰۶۲(N)$

سیمای فصل هفتم

۷- کار و توان

۷-۱- کار

۷-۱-۱- واحد کار در سیستم SI

۷-۲- توان

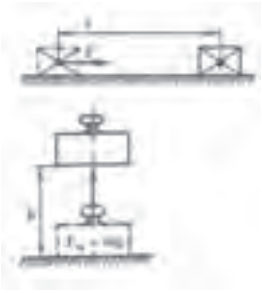
۷-۲-۱- واحد توان

۷-۳- ضریب بهره

۷- کار و توان

۷-۱- کار:

برای انجام کار باید نیرویی مانند وزن و... سبب ایجاد جابجایی در جهت نیرو شود مثلاً نیرویی که سبب بلند کردن بوته ریخته‌گری یا کشیدن یک چهار چرخه و یا رندیدن تخته چوب می‌شود، کار انجام می‌دهد. شکل (۷-۱)



شکل ۷-۱

مقدار کار برابر است با حاصل ضرب نیرو در جابجایی ایجاد شده در راستای نیرو

ارتفاع × نیروی وزن = کار در راستای قائم

$$W = F_w \times h$$

که در آن:

F_w = نیروی وزن

W = کار در راستای قائم

h = ارتفاع

با توجه به اینکه نیروی وزن برابر با حاصل ضرب جرم در شتاب ثقل است داریم:

$$F_w = m \times g$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$W = F_w \times h$$

$$\boxed{w = mg \times h}$$

۱-۱-۷- واحد کار در سیستم SI :

واحد کار در سیستم SI ژول است و با j نشان داده می‌شود. هر ژول برابر است با کاری که نیروی یک نیوتن جسم را به اندازه یک متر در راستای نیرو جابجا می‌کند.

واحد کار الکتریکی برابر است با وات ثانیه که وات ثانیه برابر با ژول است.

اضعاف ژول عبارت است از kj که رابطه تبدیل آن به ژول به صورت زیر است:

$$۱kj = ۱۰۰۰j \Leftrightarrow ۱j = \frac{۱}{۱۰۰۰} kj$$

اجزاء ژول عبارت است از mj که رابطه تبدیل آن به ژول به صورت زیر است:

$$۱j = ۱۰۰۰mj \Leftrightarrow ۱mg = \frac{۱}{۱۰۰۰} j$$

از طرف دیگر هر ژول برابر یک وات ثانیه و یک نیوتن متر است.

$$۱j = ۱ws$$

$$۱j = ۱Nm$$

به طور کلی رابطه بین اجزا و اضعاف ژول به صورت زیر است:

$$kj \underset{\div ۱۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} \underset{Nm \quad Ws}{j} \underset{\div ۱۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} mj$$

مثال: ۱۴/۵ کیلو ژول را بر حسب ژول به دست آورید.

حل:

$۱۴/۵kj = ?j$

$۱۴/۵ \times (۱kj)$

$۱۴/۵ \times ۱۰۰۰j = ۱۴۵۰۰j$

تمرین: ۱۸/۵ کیلوژول را بر حسب ژول به دست آورید.

حل:

مثال: ۱۸۷۰۰ ژول را بر حسب کیلوژول به دست آورید. حل: $۱۸۷۰۰j = ?kj$ $۱۸۷۰۰ \times (۱j)$ $۱۸۷۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} kj)$ $= ۱۸۷۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۱۸/۷kj$	تمرین: ۱۹۸۰۰ ژول را بر حسب کیلوژول به دست آورید. حل:
مثال: ۵۹۶۷۰ میلی ژول را بر حسب ژول به دست آورید. حل: $۵۹۶۷۰mj = ? j$ $۵۹۶۷۰ \times (۱mj)$ $۵۹۶۷۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} j)$ $۵۹۶۷۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۵۹/۶۷j$	تمرین: ۰/۷۸۹۶ ژول را بر حسب میلی ژول به دست آورید. حل:

۲-۷- توان:

توان عبارت است از مقدار کار انجام شده در واحد زمان. به طوری که هر چقدر کار در زمان کوتاه‌تری انجام شده باشد توان بیشتر است و برعکس.

شکل ۲-۷- توان

رابطه توان با کار و زمان به صورت زیر است:

$$\text{سرعت} \times \text{نیرو} = \text{توان} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \text{توان} = \dfrac{\text{تغییر مکان} \times \text{نیرو}}{\text{زمان}} \\ \text{توان} = \text{نیرو} \times \dfrac{\text{تغییر مکان}}{\text{زمان}} \\ \text{سرعت} = \dfrac{\text{تغییر مکان}}{\text{زمان}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \text{توان} = \dfrac{\text{کار}}{\text{زمان}} \\ \text{کار} = \text{نیرو} \times \text{تغییر مکان} \end{array}\right.$$

توان را با p نشان می‌دهند. بنابراین توان در راستای افق عبارت است از:

$$\left.\begin{array}{l} P = \dfrac{W}{t} \\ W = F \times s \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} P = \dfrac{F.s}{t} = F \times \dfrac{s}{t} \\ V = \dfrac{s}{t} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{P = F \times V}$$

توان در راستای عمودی:

$$\left.\begin{array}{l} P = \dfrac{W}{t} \\ W = F_w \times h \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} P = \dfrac{F_w \times h}{t} \\ F_w = m.g \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{P = \dfrac{m.g.h}{t}}$$

۱-۲-۷- واحد توان:

واحد توان در سیستم SI وات است که با w نشان داده می‌شود.

یک وات عبارت است از یک ژول کار انجام شده در یک ثانیه به عبارت دیگر:

$$1w = \frac{1j}{1s}$$

- اضعاف وات عبارت است از kw.

رابطه تبدیل w و kw عبارت است از:

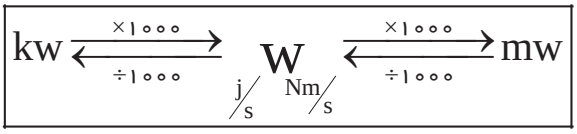
$$1kw = 1000w \Leftrightarrow 1w = \frac{1}{1000}kw$$

اجزاء وات عبارت از mw (میلی وات).

$$1W = 1000mW \Leftrightarrow 1mW = \frac{1}{1000}W$$

از طرفی هر وات برابر $1\,^{j}/_{s}$ و $N\,^{m}/_{s}$ است.

به طور کلی می‌توان نوشت:



مثال: ۰/۶۵ کیلووات را بر حسب وات به دست آورید. حل: $0/65kw = ?w$ $0/65(1kw) =$ $0/65(1000w)$ $0/65 \times 1000 = 650w$	تمرین: ۰/۷۵۹ کیلووات را بر حسب وات به دست آورید. حل:
مثال: ۱۲۵۰۰۰ وات چند کیلووات است؟ حل: $125000w = ?kw$ $125000(1w) =$ $125000 \times (\frac{1}{1000}kw)$ $125000 \times \frac{1}{1000} = 125kN$	تمرین: ۱۴۶۰۰ وات چند کیلووات است؟ حل:
مثال: ۵۶ وات چند میلی وات است؟ حل: $56w = ?mV$ $56 \times (1w)$	تمرین: ۶۵/۶ وات چند میلی وات است؟ حل:

۵۶×(۱۰۰۰mV) ۵۶×۱۰۰۰=۵۶۰۰۰mV	

۳-۷- ضریب بهره:

ضریب بهره برابر است با نسبت توان مفید یا توان گرفته شده از ماشین‌ها نسبت به توان داده شده. لذا هر چقدر توان مفید بیشتر باشد ضریب بهره بیشتر است. بنابراین مقداری از توان که صرف برطرف کردن اصطکاک و مقاومت الکتریکی می‌شود، کمتر خواهد بود. بنابراین رابطه ضریب بهره به صورت زیر است:

$$\text{ضریب بهره} = \frac{\text{توان گرفته شده (مفید)}}{\text{توان داده شده}}$$

ضریب بهره را با h نشان می‌دهند بنابراین:

$$h = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \text{ یا } h = \frac{P_e}{P_i}$$

که در آن:

P_{ab} : توان گرفته شده

P_{zu} : توان داده شده

P_i : توان اولیه

P_e : توان مفید

مثال: الکتروموتوری باری به وزن ۲۵/۴ کیلونیوتن را در مدت ۵۴ ثانیه به ارتفاع ۶ متری می‌رساند:

الف ـ کار انجام شده بر حسب کیلوژول

ب ـ توان گرفته شده موتور

ج ـ توان داده شده به موتور اگر ضریب بهره ۰/۹ باشد.

خواسته‌ها	داده‌ها
$W = ?\,kj$	$F_w = ۲۵/۴kN$
$P_{ab} = ?$	$t = ۵۴$
$P_{zu} = ?$	$h = ۶$
	$h = ۰/۹$

تمرین: الکتروموتوری باری به وزن ۲۸/۶ کیلونیوتن را در مدت ۴۸ ثانیه به ارتفاع ۹ متری می‌رساند:

الف ـ کار انجام شده بر حسب کیلوژول

ب ـ توان گرفته شده موتور

ج ـ توان داده شده به موتور اگر ضریب بهره ۰/۷ باشد.

حل:

حل:

الف:

$$W = F_w \times h$$

$$W = ۲۵/۴kN \times ۶m$$

$$W = ۲۵/۴ \times (۱kN) \times ۶m$$

$$W = ۲۵/۴ \times (۱۰۰۰N) \times ۶m$$

$$W = ۲۵۴۰۰N \times ۶m$$

$$W = ۱۵۲۴۰۰Nm = j$$

$$W = ۱۵۲۴۰۰ \times (۱j)$$

$$۱j = \frac{۱}{۱۰۰۰}kj$$

$$w = ۱۵۲۴۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}kj)$$

$$W = ۱۵۲/۴kj$$

ب:

$$P_{ab} = \frac{w}{t}$$

$$P_{ab} = \frac{۱۵۲/۴kj}{۵۴s}$$

$$P_{ab} = ۲/۸\frac{kj}{s}(kw)$$

ج:

$$h = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{h}$$

$$P_{zu} = \frac{۲/۵\ kj/s}{۰/۹}$$

$$P_{zu} = ۳/۱\frac{kj}{s}(kw)$$

مثال: نیروی ۲۰۰ نیوتن با سرعت ثابت $۶\,m/s$ اعمال می‌گردد. توان مورد نیاز را به دست آورید.

خواسته	داده‌ها
$P = ?$	$F = ۲۰۰N$ $V = ۶\,m/s$

حل:

$$P = F \times V$$

$$P = ۲۰۰N \times ۶\,m/s$$

$$P = ۱۲۰۰N\,m/s$$

$$P = ۱۲۰۰W$$

تمرین: نیروی ۱۰۰ نیوتن با سرعت ثابت $۴\,m/s$ اعمال می‌گردد. توان مورد نیاز را به دست آورید.

حل:

مثال: سیستم هیدرولیک لیفتراکی جسمی را به جرم ۲۴۰۰ کیلوگرم را در مدت ۳ ثانیه به ارتفاع ۶۰ سانتی‌متر بالا می‌برد. توان گرفته شده (مفید) را برحسب کیلووات حساب کنید.

خواسته‌ها	داده‌ها
$W = ?$ $P = ?$	$m = ۲۴۰۰kg$ $t = ۳s$ $h = ۶۰cm$ $g = ۹/۸\,m/s^۲$

حل:

$$m = ۲۴۰۰kg$$

$$F_w = mg$$

$$F_w = ۲۴۰۰ \times ۹/۸$$

$$F_w = ۲۳۵۲۰N$$

تمرین: سیستم هیدرولیک لیف تراکی جسمی را به جرم ۳۸۰۰ کیلوگرم را در مدت ۸ ثانیه به ارتفاع ۸۰ متر بالا می‌برد. توان گرفته شده (مفید) را برحسب کیلووات حساب کنید.

حل:

$$W = F_w \times h$$

$$W = ۲۳۵۲۰N \times ۰/۶۰m$$

$$W = ۲۳۵۲۰ \times ۰/۶Nm$$

$$W = ۱۴۱۱۲j$$

$$P = \frac{w}{t}$$

$$P = \frac{۱۴۱۱۲j}{۳s}$$

$$P = ۴۷۰۴w$$

$$P = ۴۷۰۴ \times (۱w)$$

$$P = ۴۷۰۴ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}kw)$$

$$P = ۴/۷۰۴kw$$

مثال: یک کولیل از جنس فولاد ریختگی دارای طول ۶۲۰ میلی‌متر ، پهنای ۵۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۲۸۰ میلی‌متر است. برای بلند کردن آن تا ارتفاع ۴/۲۵ متری چه مقدار کار مکانیکی بر حسب ژول مورد نیاز است. $g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$ $r = ۷/۸ \frac{kg}{dm^۳}$

خواسته‌ها	داده‌ها
$W = ?$	$a = ۶۲۰mm$ $b = ۵۶۰mm$ $L = ۱۲۸۰mm$ $h = ۴/۲۵m$ $r = ۷/۸ \frac{kg}{dm^۳}$ $g = ۹/۸$

حل:

واحدهای mm را به dm تبدیل می‌کنیم.

تمرین: یک کولیل از جنس فولاد ریختگی دارای طول ۴۲۰ میلی‌متر ، پهنای ۳۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۱۸۰ میلی‌متر است. برای بلند کردن آن تا ارتفاع ۲/۲۵ متری چه مقدار کار مکانیکی بر حسب ژول مورد نیاز است.

حل:

$$\begin{cases} a = ۶۲۰mm \\ a = ۶۲۰ \times (۱mm) \\ a = ۶۲۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰} dm) \\ a = ۶/۲dm \end{cases} \qquad \begin{cases} b = ۵۶۰mm \\ b = ۵۶۰ \times (۱mm) \\ b = ۵۶۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰} dm) \\ b = ۵/۶dm \end{cases}$$

$h = ۴/۲۵m =$

$h = ۴/۲۵(۱۰dm)$

$h = ۴۲/۵dm$

$V = ۶/۲dm \times ۵/۶dm \times ۴۲/۵dm$

$V = ۶/۲ \times ۵/۶ \times ۴۲/۵$

$V = ۱۴۷۵/۶dm^{۳}$

$m = ۲ \times V$

$m = ۷/۸ \frac{kg}{\cancel{dm^{۳}}} \times ۱۴۷۵/۶ \cancel{dm^{۳}}$

$m = ۷/۸ \times ۱۴۷۵/۶kg$

$m = ۱۱۵۰۹/۶۸kg$

$W = mg.h$

$w = ۱۱۵۰۹/۶۸kg \times ۹/۸ \frac{m}{s^{۲}} \times ۴/۲۵m$

$w = ۱۱۵۰۹/۶۸ \times ۹/۸ \times ۴/۲۵kg \frac{m}{s^{۲}}$

$W = ۷۰۴۹/۲۶۲۵Nm(j)$

مثال: برای خرد کردن قراضه‌های ریخته‌گری، وزنه کروی شکل به جرم ۴/۵ تن را ۶ مرتبه از ارتفاع ۵ متری رها می‌کنیم. کار انجام شده بر حسب کیلوژول را به دست آورید. $(g = ۹/۸ \frac{m}{s^{۲}})$

حل:

تمرین: برای خرد کردن قراضه‌های ریخته‌گری، وزنه کروی شکل به جرم ۳/۵ تن را ۸ مرتبه از ارتفاع ۳/۵ متری رها می‌کنیم. کار انجام شده بر حسب کیلوژول را به دست آورید. $(g = ۱۰ \frac{m}{s^{۲}})$

حل:

خواسته	داده‌ها
$W = ?kj$	$m = ۴/۵t$ $h = ۵m$ $g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$

$m = ۴/۵ton$

$۱ton = ۱۰۰۰kg$

$m = ۴/۵ \times (۱t)$

$m = ۴/۵(۱۰۰۰kg)$

$m = ۴۵۰۰kg$

$w = mgh \Rightarrow ۴۵۰۰kg \times ۹/۸ \frac{m}{s^۲} \times ۵^{m} = ۲۲۰۵۰۰j$

کار یک مرتبه

$W = ۲۲۰۵۰۰ \times ۶ =$

$W = ۱۳۲۳۰۰۰Nm(j)$ کار ۶ مرتبه

$w = ۱۳۲۳۰۰۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} kj) \Rightarrow w = ۱۳۲۳kj$

سیمای فصل هشتم

۸- انتقال حرکت

- تعریف حرکت

۸-۱- سرعت در حرکت یکنواخت مستقیم الخط

۸-۱-۱- واحد سرعت

۸-۲- سرعت در حرکت یکنواخت دورانی

۸-۳- انتقال حرکت به وسیله تسمه و چرخ تسمه

۸- انتقال حرکت

برای انتقال حرکت و نیرو در ماشین‌هایی مانند اره، رنده، فرز و... همچنین انتقال مواد، پاتیل مذاب و... توسط جرثقیل‌ها و نوارهای نقاله از وسایلی مانند چرخ تسمه‌ها، چرخ لنگ‌ها، چرخ دنده‌ها، حلزون و چرخ حلزون برای انتقال حرکت استفاده می‌شود.

حرکت:

اگر محل قرار گرفتن جسم تغییر کند آن گاه جسم حرکت کرده است. حرکت به صورت‌های مختلف دیده می‌شود:

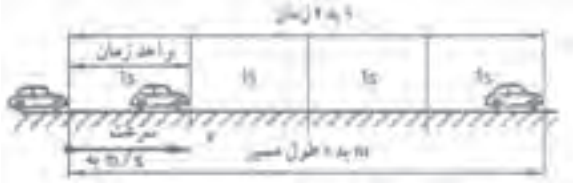
۱- حرکت مستقیم (خطی): که تغییر مکان جسم در مسیر مستقیم انجام می‌شود.

۲- حرکت دایره‌ای (محیطی): که تغییر مکان جسم در مسیر دایره‌ای انجام می‌شود.

حرکت یکنواخت و غیریکنواخت: اگر وسیله نقلیه یا ابزار در زمان‌های مساوی، مسافت‌های برابر طی کند مثلاً دهر دقیقه ۶۰ متر را طی کند. حرکت یکنواخت است. در غیر این صورت حرکت غیریکنواخت است.

۸-۱- سرعت در حرکت یکنواخت مستقیم الخط

مسافت پیموده شده بر زمان را سرعت متحرک می‌گوید. شکل (۸-۱)



شکل ۸-۱

در صورتی که سرعت وسیله نقلیه یا ابزار در مسیر مستقیم در زمان‌های مساوی ثابت بماند، سرعت در حرکت یکنواخت مستقیم الخط مطرح می‌شود.

رابطه سرعت به صورت زیر است:

$$\text{سرعت} = \frac{\text{طول مسیر}}{\text{زمان}} \Rightarrow v = \frac{s}{t}$$

۸-۱-۱- واحد سرعت: واحد سرعت در سیستم SI متر بر ثانیه است.

هر متر بر ثانیه برابر است با سرعت متحرکی که در هر ثانیه مسافتی برابر یک متر را طی کند.

واحدهای دیگر سرعت عبارتند از:

$\frac{mm}{s}$: برابر است با سرعت متحرکی که در هر ثانیه مسافتی برابر mm ۱ را طی کند.

$\frac{m}{min}$: برابر است با سرعت متحرکی که در هر دقیقه مسافتی برابر m ۱ را طی کند.

$\frac{km}{h}$: برابر است با سرعت متحرکی که در هر ساعت مسافتی برابر km ۱ را طی کند.

مثال: یک جرثقیل سقفی حمل کننده مذاب با سرعت ۰/۶۲ متر بر ثانیه حرکت کرده و به طور همزمان یک پاتیل ریخته‌گری را با سرعت ۶ متر بر دقیقه بلند می‌کند. اگر زمان حرکت ۴۸ ثانیه باشد. مطلوب است محاسبه:

الف ـ مسافت پیموده شده افقی

ب ـ مسافت پیموده شده عمودی

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$S_1 = ?$ $S_2 = ?$	$V_1 = ۰/۶۲ \frac{m}{s}$ $V_2 = ۶ \frac{m}{min}$ $t = ۳۶s$

الف:

$$V = \frac{s}{t}$$

$$S_1 = V_1 \times t$$

$$s_1 = ۰/۶۲ \frac{m}{s} \times ۴۸s$$

$$S_1 = ۰/۶۲ \times ۴۸m$$

$$S_1 = ۲۹/۷۶m$$

ب:

$$S_2 = V_2 \times t$$

تمرین: یک جرثقیل سقفی حمل کننده مذاب با سرعت ۰/۸۲ متر بر ثانیه حرکت کرده و به طور همزمان یک پاتیل ریخته‌گری را با سرعت ۸ متر بر دقیقه بلند می‌کند. اگر زمان حرکت ۵۸ ثانیه باشد. مطلوب است محاسبه:

الف ـ مسافت پیموده شده افقی

ب ـ مسافت پیموده شده عمودی

حل:

در اینجا واحد زمان را از ثانیه به دقیقه تبدیل می‌کنیم.

$t = ۴۸s$

$t = ۴۸ \times (۱s)$

$t = ۴۸ \times (\frac{۱}{۶۰} min)$

$t = ۰/۸ min$

$S_۲ = V_۲ \times t$

$s_۲ = ۶ \frac{m}{min} \times ۰/۸ min$

$S_۲ = ۶ \times ۰/۸$

$S_۲ = ۴/۸ m$

مثال: جرثقیل سقفی کارگاهی دارای سرعت ۱۲/۴ متر بر دقیقه می‌باشد. برای طی مسافت ۴/۶ متر چه زمانی مورد نیاز می‌باشد.

حل:

خواسته	داده‌ها
$t = ?$	$V = ۱۲/۴ \frac{m}{min}$ $S = ۴/۶ m$

$V = \frac{s}{t}$

$t = \frac{s}{v}$

$t = \frac{۴/۶ m}{۱۲/۴ m/min}$

$t = ۰/۳۷ min$

تمرین: جرثقیل سقفی کارگاهی دارای سرعت ۱۸/۶ متر بر دقیقه می‌باشد. برای طی مسافت ۵/۸ متر چه زمانی مورد نیاز می‌باشد.

حل:

مثال: قطاری در طول مسافت ۴۸ دقیقه‌ای با سرعت متوسط ۲۸ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند. مسافت طی شده در این مدت را به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$S=?$	$V=۲۸\frac{km}{h}$ $t=۴۸min$

$$V=\frac{s}{t}$$

$$S=V\times t$$

$$V=۲۸\frac{km}{h}\times ۴۸min$$

دقیقه را به ساعت تبدیل می‌کنیم.

$$s=۲۸\frac{km}{h}\times\frac{۴۸}{۶۰}h$$

$$s=۲۸\times\frac{۴۸}{۶۰}\frac{km}{h}\times h$$

$$S=۲۲/۴km$$

تمرین: قطاری در طول مسافت ۵۴ دقیقه‌ای با سرعت متوسط ۳۴ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند. مسافت طی شده در این مدت را به دست آورید.

حل:

مثال: جک هیدرولیک تعمیرگاهی در زمان ۱۵ ثانیه اتومبیلی را به ارتفاع ۱/۶۵ متر می‌رساند، سرعت پیستون آن را بر حسب متر بر دقیقه حساب کنید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$V=?m/min$	$t=۱۵s$ $S=۱/۶۵m$

$$V=\frac{s}{t}$$

$$V=\frac{۱/۶۵m}{۱۵s}$$

تمرین: جک هیدرولیک تعمیرگاهی در زمان ۲۸ ثانیه اتومبیلی را به ارتفاع ۲/۴ متر می‌رساند، سرعت پیستون آن را بر حسب متر بر دقیقه حساب کنید.

حل:

$V = ۰/۱۱ \frac{m}{s}$

$\frac{m}{s}$ را به $\frac{m}{min}$ تبدیل می‌کنیم.

$$V = ۰/۱۱ \frac{m}{\frac{۱}{۶۰} min}$$

$$V = ۰/۱۱ \times ۶۰ \frac{m}{min}$$

$$V = ۶/۶ \frac{m}{min}$$

مثال: سرعت آسانسور ساختمانی ۲۵۶ متر بر دقیقه می‌باشد در زمان ۱۸/۶ ثانیه چه ارتفاعی بالا می‌رود.

حل:

مرحله اول:

خواسته	داده‌ها
$S = ?$	$V = ۲۵۶ \frac{m}{min}$ $t = ۱۸/۶ s$

مرحله دوم:ثانیه به دقیقه تبدیل می‌شود.

$$t = \frac{۱۸/۶}{۶۰} = ۰/۳۱ \text{دقیقه}$$

مرحله سوم: نوشتن رابطه و جایگذاری و محاسبه

$$V = \frac{s}{t}$$

$$S = Vt$$

$$s = ۲۵۶ \frac{m}{\cancel{min}} \times ۰/۳۱ \cancel{min}$$

$$S = ۷۹/۳۶ m$$

تمرین: سرعت آسانسور ساختمانی ۳۴۶ متر بر دقیقه می‌باشد در زمان ۱۶/۴ ثانیه چه ارتفاعی بالا می‌رود.

حل:

مثال: اتومبیلی برای طی مسافت ۴۸۲/۵ کیلومتر در اتوبانی ۶ ساعت و ۱۵ دقیقه وقت صرف می‌کند.

تمرین: اتومبیلی برای طی مسافت ۳۹۲/۵ کیلومتر در اتوبانی ۵ ساعت و ۲۵ دقیقه وقت صرف می‌کند.

سرعت متوسط آن چند کیلومتر بر ساعت و چند متر بر ثانیه است؟

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$V = ? \frac{km}{h}$ $V = ? \frac{m}{s}$	$S = ۴۸۲/۵ km$ $t = ۶h$ و $۱۵ min$

$۱۵ min$ را به ساعت تبدیل می‌کنیم.

$$V = \frac{s}{t}$$

$$t = ۶h + \frac{۱۵}{۶۰}h$$

$$t = ۶ + \frac{۱}{۴}h \Rightarrow t = \frac{۲۵}{۴}h = ۶/۲۵h$$

$$V = \frac{s}{t}$$

$$V = \frac{۴۸۲/۵km}{۶/۲۵h}$$

$$V = ۷۷/۲ \frac{km}{h}$$

کیلومتر را به متر و ساعت را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$V = ۷۷/۲ \times \frac{۱۰۰m}{۳۶۰۰s}$$

$$V = ۲۱/۴۴ \frac{m}{s}$$

سرعت متوسط آن چند کیلومتر بر ساعت و چند متر بر ثانیه است؟

حل:

مثال: در یک ماشین رنده یک صفحه فرم به طول ۲/۴ متر رنده کاری خواهد شد. زمان کورس رفت ۸ ثانیه و زمان کورس برگشت ۳/۸ ثانیه می‌باشد. مطلوب است محاسبه:

الف ـ سرعت کاری $V_۱$

تمرین: در یک ماشین رنده یک صفحه فرم به طول ۳/۸ متر رنده کاری خواهد شد. زمان کورس رفت ۱۲/۴ ثانیه و زمان کورس برگشت ۶ ثانیه می‌باشد. مطلوب است محاسبه:

الف ـ سرعت کاری $V_۱$

ب ـ سرعت برگشت $V_{۲}$

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_{۱}=?$	$S_{۱}=۲/۴m$
$V_{۲}=?$	$t_{۱}=۸s$
	$t_{۲}=۳/۸s$

الف:

$$V_{۱}=\frac{s}{t_{۱}}$$

$$V_{۱}=\frac{۲/۴m}{۸s}$$

$$V_{۱}=۰/۳\frac{m}{s}$$

ب:

$$V_{۲}=\frac{s}{t_{۲}}$$

$$V_{۲}=\frac{۲/۴m}{۳/۸s}$$

$$V_{۲}=۰/۶۳\frac{m}{s}$$

ب ـ سرعت برگشت $V_{۲}$

حل:

مثال :جرثقیل سقفی یک بوته ریخته‌گری را با سرعت ۴/۸ متر بر ثانیه به ارتفاع ۹/۶ متر حمل می‌کند. مطلوب است محاسبه:

الف ـ زمان لازم برای انجام کار

ب ـ سرعت افقی جرثقیل را بر حسب متر بر ثانیه اگر $S_{۲}=۶۴m$ باشد.

حل:

تمرین: جرثقیل سقفی یک بوته ریخته‌گری را با سرعت ۶/۹ متر بر ثانیه به ارتفاع ۱۳/۸ متر حمل می‌کند. مطلوب است محاسبه:

الف ـ زمان لازم برای انجام کار

ب ـ سرعت افقی جرثقیل را بر حسب متر بر ثانیه اگر $S_{۲}=۹۶m$ باشد.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$t = ?$ $V_۲ = ?$	$V_۱ = ۴/۸ \frac{m}{s}$ $S_۱ = ۹/۶m$ $S_۲ = ۶۴m$

الف :

$$V_۱ = \frac{S_۱}{t}$$

$$t = \frac{S_۱}{V_۱}$$

$$t = \frac{۹/۶m}{۴/۸ \frac{m}{s}}$$

$$t = ۲s$$

ب :

$$V_۲ = \frac{S_۲}{t}$$

$$V_۲ = \frac{۶۴m}{۲s}$$

$$V_۲ = ۳۲ \frac{m}{s}$$

۲-۸- سرعت در حرکت یکنواخت دورانی:

در حرکت یکنواخت دورانی هر نقطه با سرعت یکنواخت روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند مانند لبه برنده ابزار برش دورانی، در حرکت یکنواخت دورانی سرعت از حاصل ضرب طول مسیری که در حرکت دایره‌ای طی شد، در تعداد دوران (n) به دست می‌آید. به عبارت دیگر:

$$\left.\begin{array}{l} \text{سرعت برش یا سرعت محیطی} = \text{محیط دایره} \times \text{تعداد دوران} \Rightarrow V = s.n \\ \text{محیط دایره} = \text{عدد قطر دایره} \times p \Rightarrow s = pd \end{array}\right\} \Rightarrow V = pdn$$

که در آن:

V : سرعت برش یا سرعت محیطی

d : قطر دایره

n : تعداد دوران

واحدهای سرعت دورانی عبارتند از: $\frac{m}{s}$، $\frac{m}{min}$

مثال: یک اره مجموعه‌ای به قطر ۳۶۰ میلی‌متر با تعداد دوران ۳۸۰۰ دور در دقیقه کار می‌کند. سرعت برش آن را بر حسب متر بر ثانیه به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$V = ? \frac{m}{s}$	$d = ۳۶۰ mm$ $n = ۳۸۰۰ \frac{۱}{min}$

$$V = \pi dn$$

$$V = ۳/۱۴ \times ۳۶۰ mm \times ۳۸۰۰ \frac{۱}{min}$$

میلی‌متر را به متر و دقیقه را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$V = ۳/۱۴ \times ۳۶۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}) \times ۳۸۰۰ (\frac{۱}{۶۰})$$

$$V = ۷۱/۵۹۲$$

$$V = ۷۱/۵۹۲ \frac{m}{s}$$

مثال: یک اره مجموعه‌ای به قطر ۴۸۰ میلی‌متر با تعداد دوران ۲۶۰۰ دور در دقیقه کار می‌کند. سرعت برش آن را بر حسب متر بر ثانیه به دست آورید.

حل:

مثال: میله‌ای به قطر ۵۰ میلی‌متر روی ماشین تراش با چه سرعت برشی (بر حسب متر بر دقیقه) تراشیده می‌شود؟ اگر تعداد دوران آن ۳۸۰ دور بر دقیقه باشد.

حل:

تمرین: میله‌ای به قطر ۶۵ میلی‌متر روی ماشین تراش با چه سرعت برشی (بر حسب متر بر دقیقه) تراشیده می‌شود؟ اگر تعداد دوران آن ۲۵۰ دور بر دقیقه باشد.

حل:

خواسته	داده‌ها
$V = ?$	$d = ۵۰mm$ $n = ۳۸۰\frac{۱}{min}$

$V = p.d.n$

$V = ۳/۱۴ \times ۵۰mm \times ۳۸۰\frac{۱}{min}$

واحد mm را به m تبدیل می کنیم

$V = ۵۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}m) \times ۳/۱۴ \times ۳۸۰$

$V = ۰/۰۵ \times ۳/۱۴ \times ۳۸۰\frac{m}{min}$

$V = ۵۹/۶۶\frac{m}{min}$

مثال: کارخانه سازنده سنگ سنباده‌ای سرعت ۱۶/۵ متر بر ثانیه را برای سنگ سنباده توصیه کرده است. اگر تعداد دوران محور ۲۴۰۰ دور بر دقیقه باشد. قطر سنگ سنباده چند میلی‌متر باید انتخاب شود.

حل:

خواسته	داده‌ها
$d = ?mm$	$V = ۱۶/۵ m/s$ $n = ۲۴۰۰\frac{۱}{min}$

$V = pdn$

واحد سرعت را به $\frac{mm}{min}$ تبدیل می‌کنیم.

واحد m را به mm تبدیل می‌کنیم.

تمرین: کارخانه سازنده سنگ سنباده‌ای سرعت ۱۸/۵ متر بر ثانیه را برای سنگ سنباده توصیه کرده است. اگر تعداد دوران محور ۲۸۰۰ دور بر دقیقه باشد. قطر سنگ سنباده چند میلی‌متر باید انتخاب شود.

حل:

$$V = ۱۶/۵ \times \frac{۱۰۰۰mm}{\frac{۱}{۶۰}\min} =$$

$$V = ۱۶/۵ \times ۱۰۰۰ \times ۶۰ \frac{mm}{\min}$$

$$V = ۹۹۰۰۰۰ \frac{mm}{\min}$$

$$d = \frac{V}{p \times n}$$

$$d = \frac{۹۹۰۰۰۰}{۳/۱۴ \times ۲۴۰۰}$$

$$d = ۱۳۱/۳۷mm$$

مثال: قطر میز یک دستگاه تمیز کننده قطعات ریخته‌گری ۴/۸ متر است. تعداد دوران آن چند دور بر دقیقه انتخاب شود تا سرعت محیطی آن ۱/۸ متر بر ثانیه باشد.

حل:

خواسته	داده‌ها
$n = ? \frac{۱}{\min}$	$d = ۴/۸m$ $V = ۱/۸ \frac{m}{s}$

واحد ثانیه را به دقیقه تبدیل می‌کنیم.

$$V = ۱/۸ \frac{m}{\frac{۱}{۶۰}\min}$$

$$V = ۱/۸ \times ۶۰ \frac{m}{\min}$$

$$V = ۱۰۸ \frac{m}{\min}$$

$$V = pdn$$

تمرین: قطر میز یک دستگاه تمیز کننده قطعات ریخته‌گری ۲/۸ متر است. تعداد دوران آن چند دور بر دقیقه انتخاب شود تا سرعت محیطی آن ۱/۲ متر بر ثانیه باشد.

حل:

$$n = \frac{V}{pd}$$

$$n = \frac{108 \frac{m}{min}}{3/14 \times 4/8 m}$$

$$n = 7/16 \frac{1}{min}$$

مثال: چرخ تسمه‌ای به قطر ۵۲۰ میلی‌متر در هر دقیقه ۶۴۰ دور می‌زند. سرعت محیطی آن را که معادل سرعت تسمه می‌باشد به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$V = ?$	$d = 520 mm$ $n = 640 \frac{1}{min}$

$$V = pdn$$

$$V = 520 mm \times 3/14 \times 640 \frac{1}{min}$$

min را به s و mm را به m تبدیل می‌کنیم.

$$V = 520 \times (\frac{1}{1000} m) \times 3/14 \times 640 \times \frac{1}{60 s}$$

$$V = 0/52 m \times 3/14 \times 10/67 \frac{1}{s}$$

$$V = 17/42 \frac{m}{s}$$

تمرین: چرخ تسمه‌ای به قطر ۸۴۰ میلی‌متر در هر دقیقه ۵۸۰ دور می‌زند. سرعت محیطی آن را که معادل سرعت تسمه می‌باشد به دست آورید.

حل:

تمرین: سوراخی به قطر ۲۵ میلی‌متر با تعداد دوران ۵۶۴ دور بر دقیقه با مته ایجاد می‌شود. سرعت برش سوراخکاری را بر حسب ($\frac{m}{s}$) به دست آورید.

حل:

تمرین: چرخ محرک نوار نقاله‌ای در هر دقیقه ۴۲۵ دور می‌زند. اگر لازم باشد نوار با سرعت ۶۵ متر بر دقیقه حرکت کند، قطر آن بایستی چند میلی‌متر انتخاب شود.

حل:

مثال: ماشین مته رومیزی در حداقل دوران ۳۵۰ دور بر دقیقه تنظیم شده است. حداکثر قطر مته‌ای را که در این حالت می‌توان با سرعت برش ۵۶ متر بر دقیقه به کار برد، به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$d = ?$	$n = ۳۵۰ \frac{۱}{min}$ $V = ۵۶ \frac{m}{min}$

$$V = p\,d\,n$$

$$d = \frac{V}{p \times n}$$

$$d = \frac{۵۶ \frac{m}{min}}{۳/۱۴ \times ۳۵۰ \frac{۱}{min}}$$

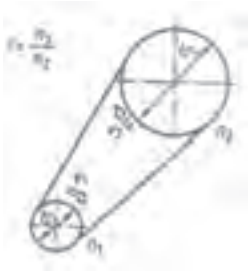
$$d = ۰/۰۵۱ m$$

تمرین: ماشین مته رومیزی در حداقل دوران ۳۲۰ دور بر دقیقه تنظیم شده است. حداکثر قطر مته‌ای را که در این حالت می‌توان با سرعت برش ۶۷ متر بر دقیقه به کار برد، به دست آورید.

حل:

۳-۸- انتقال حرکت به وسیله تسمه و چرخ تسمه:

نسبت ساده: در دستگاه تسمه و چرخ تسمه در صورتی که از لغزش بین تسمه و چرخ تسمه صرف نظر شود، سرعت محیطی دو چرخ با قطرهای مختف با هم برابرند.



تعداد دور چرخ محرک × قطر چرخ محرک × عددپی = سرعت محیطی چرخ محرک

$$V_1 = p\,d_1 n_1$$

تعداد دور چرخ متحرک × قطر چرخ متحرک × عددپی = سرعت محیطی چرخ متحرک

$$V_2 = p\,d_2 n_2$$

سرعت چرخ متحرک = سرعت چرخ متحرک

$$V_1 = V_2$$

$$p \times d_1 \times n_1 = p \times d_2 \times n_2$$

$$\boxed{d_1 \times n_1 = d_2 \times n_2}$$

$$\frac{\text{قطر چرخ متحرک}}{\text{قطر چرخ محرک}} = \frac{\text{تعداد دور چرخ محرک}}{\text{تعداد دور چرخ متحرک}}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

نسبت انتقال حرکت: نسبت دورها و یا نسبت قطرها را نسبت انتقال حرکت می‌نامند و با حرف i نمایش می‌دهند.

$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{تعداد دور چرخ محرک}}{\text{تعداد دور چرخ متحرک}} \Rightarrow \boxed{i = \frac{n_1}{n_2}}$$

$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{قطر چرخ متحرک}}{\text{قطر چرخ محرک}} \Rightarrow \boxed{i = \frac{d_2}{d_1}}$$

مثال: نسبت انتقال حرکت در دستگاه چرخ تسمه‌ای را به دست آورید که قطر چرخ محرک آن ۸۰ میلی‌متر و قطر چرخ متحرک آن ۲۴۰ میلی‌متر باشد.

حل:

خواسته	داده‌ها
$i = ?$	$d_۲ = ۲۴۰mm$ $d_۱ = ۸۰mm$

$$i = \frac{d_۲}{d_۱}$$

$$i = \frac{۲۴۰mm}{۸۰mm}$$

$$i = ۳$$

تمرین: نسبت انتقال حرکت در دستگاه چرخ تسمه‌ای را به دست آورید که قطر چرخ محرک آن ۸۰ میلی‌متر و قطر چرخ متحرک آن ۳۸۰ میلی‌متر باشد.

حل:

مثال: در یک دستگاه چرخ تسمه ذوزنقه‌ای نسبت انتقال حرکت ۳/۵:۱ و قطر موثر چرخ محرک ۱۸۰ میلی‌متر است. قطر موثر چرخ متحرک را به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$d_۲ = ?$	$i = ۳/۵$ $d_۱ = ۱۸۰$

$$i = \frac{d_۲}{d_۱}$$

$$\frac{۳/۵}{۱} = \frac{d_۲}{۱۸۰}$$

$$d_۲ = \frac{۱۸۰ \times ۳/۵}{۱}$$

$$d_۲ = ۶۳۰mm$$

تمرین: در یک دستگاه چرخ تسمه ذوزنقه‌ای نسبت انتقال حرکت ۴/۵:۱ و قطر موثر چرخ محرک ۲۴۰ میلی‌متر است. قطر چرخ متحرک را به دست آورید.

حل:

مثال: تعداد دوران چرخ تسمه محرک دستگاه انتقال حرکتی ۴۲۰ دور بر دقیقه و قطر چرخ متحرک آن ۱۲۰ میلی‌متر می‌باشد. اگر برای چرخ متحرک تعداد دوران ۲۴۰۰ دور بر دقیقه مورد نیاز باشد. حساب کنید:

الف ـ قطر چرخ محرک را

ب ـ نسبت انتقال حرکت را

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$d_1 = ?$ $i = ?$	$n_1 = ۴۲۰ \frac{۱}{min}$ $d_2 = ۱۲۰ mm$ $n_2 = ۲۴۰۰ \frac{۱}{min}$

الف :

$$n_1 \times d_1 = n_2 \times d_2$$

$$d_1 = \frac{n_2 \times d_2}{n_1}$$

$$d_1 = \frac{۲۴۰۰ \frac{۱}{min} \times ۱۲۰ mm}{۴۲۰ \frac{۱}{min}}$$

$$d_1 = \frac{۲۴۰۰ \times ۱۲۰}{۴۲۰}$$

$$d_1 = ۶۸۵/۷ mm$$

ب:

راه اول

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

$$i = \frac{۴۲۰ \frac{۱}{min}}{۲۴۰۰ \frac{۱}{min}}$$

$$\boxed{i = ۰/۱۷۵}$$

تمرین: تعداد دوران چرخ تسمه محرک دستگاه انتقال حرکتی ۵۳۰ دور بر دقیقه و قطر چرخ متحرک آن ۱۴۰ میلی‌متر می‌باشد. اگر برای چرخ متحرک تعداد دوران ۳۶۰۰ دور بر دقیقه مورد نیاز باشد. حساب کنید:

الف ـ قطر چرخ محرک را

ب ـ نسبت انتقال حرکت را

حل:

راه دوم

$$\begin{cases} i = \frac{d_2}{d_1} \\ i = \frac{120mm}{685/7mm} \\ \boxed{i = 0/175} \end{cases}$$

مثال: قطر موثر چرخ تسمه محرک (از نوع معمولی) ۱۲۵ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۱۲۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد قطر موثر چرخ متحرک و نسبت انتقال حرکت را اگر تعداد دوران آن ۶۴۰ دور بر دقیقه باشد حساب کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$d_2 = ?$ $i = ?$	$n_1 = 1200\frac{1}{min}$ $d_1 = 125mm$ $n_2 = 640\frac{1}{min}$

$$n_1 \times d_1 = n_2 \times d_2$$

$$d_2 = \frac{n_1 \times d_1}{n_2}$$

$$d_2 = \frac{1200\frac{1}{min} \times 125mm}{640\frac{1}{min}}$$

$$d_2 \frac{1200 \times 125}{640}$$

$$\boxed{d_2 = 234/375mm}$$

تمرین: قطر موثر چرخ تسمه محرک (از نوع معمولی) ۱۴۵ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۱۴۵۰ دور بر دقیقه می‌باشد قطر موثر چرخ متحرک و نسبت انتقال حرکت را اگر تعداد دوران آن ۷۲۰ دور بر دقیقه باشد حساب کنید.

حل:

راه اول

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

$$i = \frac{1200 \frac{1}{min}}{640 \frac{1}{min}}$$

$$i = 1/875$$

راه دوم

$$i = \frac{d_2}{d_1}$$

$$i = \frac{234/375 mm}{125 mm}$$

$$i = 1/875$$

مثال: الکتروموتوری با تعداد دوران ۱۶۸۵ دور بر دقیقه مفروض است. اگر چرخ تسمه‌ای به قطر ۲۳۰ میلی‌متر روی محور الکتروموتور آن سوار شده باشد و قطر چرخ تسمه متحرک ۶۴۰ میلی‌متر باشد حساب کنید.

الف ـ تعداد دوران چرخ متحرک را

ب ـ نسبت انتقال حرکت را

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$n_2 = ?$	$n_1 = 1685 \frac{1}{min}$
$i = ?$	$d_1 = 230 mm$
	$d_2 = 640 mm$

$$n_1 \times d_1 = n_2 \times d_2$$

$$n_2 = \frac{n_1 \times d_1}{d_2}$$

تمرین: الکتروموتوری با تعداد دوران ۱۹۷۵ دور بر دقیقه مفروض است. اگر چرخ تسمه‌ای به قطر ۱۴۵ میلی‌متر روی محور الکتروموتور آن سوار شده باشد و قطر چرخ تسمه متحرک ۴۸۰ میلی‌متر باشد حساب کنید.

الف ـ تعداد دوران چرخ متحرک را

ب ـ نسبت انتقال حرکت را

حل:

$$n_2 = \frac{1685 \frac{1}{min} \times 230mm}{640mm}$$

$$n_2 = 605/55 \frac{1}{min}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

$$i = \frac{1685}{605/5}$$

$$i = 2/78$$

مثال: سنگ سنباده‌ای به قطر ۶۵۰ میلی‌متر توسط دستگاه چرخ تسمه‌ای به گردش در می‌آید. این سنگ لازم است دارای سرعت محیطی ۴۵ متر بر ثانیه باشد. قطر چرخ تسمه الکتروموتور ۸۴ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۳۲۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد. حساب کنید:

الف ـ قطر چرخ تسمه سوار شده روی محور سنگ سنباده را

ب ـ نسبت انتقال حرکت را

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$d_2 = ?$ $i = ?$	$D = 650$ $V = 45 \frac{m}{s}$ $d_1 = 84$ $n_1 = 3200 \frac{1}{min}$

$$V = p D n_2$$

$$n_2 = \frac{V}{p D}$$

$$n_2 = \frac{45 \frac{m}{s}}{31/4 \times 650mm}$$

تمرین: سنگ سنباده‌ای به قطر ۵۵۰ میلی‌متر توسط دستگاه چرخ تسمه‌ای به گردش در می‌آید. این سنگ لازم است دارای سرعت محیطی ۳۲ متر بر ثانیه باشد. قطر چرخ تسمه الکتروموتور ۷۶ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۲۴۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد. حساب کنید:

الف ـ قطر چرخ تسمه سوار شده روی محور سنگ سنباده را

ب ـ نسبت انتقال حرکت را

حل:

$$n_۲ = \frac{۴۵ \times ۶۰ (m/min)}{۳۱/۴ \times ۶۵۰ (\frac{۱}{۱۰۰۰}) m}$$

$$n_۲ = ۱۳۲۲/۸۸ \frac{۱}{min}$$

$$\frac{n_۱}{n_۲} = \frac{d_۲}{d_۱}$$

$$d_۲ = \frac{n_۱ d_۱}{n_۲}$$

$$d_۲ = \frac{۳۲۰۰ \times ۸۴}{۱۳۲۲/۸۸} =$$

$$\boxed{d_۲ = ۲۰۳/۱۹ mm}$$

$$i = \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{۳۲۰۰}{۱۳۲۲/۸۸} = \boxed{۲/۴۲}$$

سیمای فصل نهم

۹- حرارت

۹-۱- ماهیت حرارت

۹-۲- درجه حرارت

۹-۳- اساس و نحوه اندازه‌گیری درجه حرارت

۹-۴- واحدهای درجه حرارت
- ۹-۴-۱- درجه‌بندی سلسیوس
- ۹-۴-۲- درجه‌بندی فارنهایت
- ۹-۴-۳- درجه‌بندی کلوین

۹-۵- رابطه تبدیل واحدهای درجه حرارت

۹-۶- تعریف مقدار حرارت

۹-۷- واحدهای مقدار حرارت
- ۹-۷-۱- تعریف مقدار کالری
- ۹-۷-۲- کیلوکالری
- ۹-۷-۳- بی‌تی‌یو

۹-۸- رابطه کالری و واحد مکانیکی کار و انرژی

۹-۹- تعریف ظرفیت حرارتی

۹-۱۰- تعریف گرمای
- ۹-۱۰-۱- واحد گرمای ویژه

۹-۱۱- تعریف نقطه ذوب

۹-۱۲- تعریف گرمای نهان گداز
- ۹-۱۲-۱- واحد گرمای نهان گداز

۹-۱۳- تعریف گرمای نهان تبخیر
- ۹-۱۳-۱- واحد گرمای نهان تبخیر

۹-۱۴- رابطه مقدار گرما

۹-۱۵- قدرت حرارتی (ارزش گرمایی)

۹-۱۶- راندمان حرارتی کوره

۹- حرارت

۹-۱- ماهیت حرارت:

حرارت یا گرما شکل خاصی از انرژی است که بر اثر حرکت و جنبش نامنظم مولکول‌های جسم به دست می‌آید. در صورتی که در اثر عوامل خارجی دامنه نوسان‌ها و ارتعاشات درونی بین اتمی افزایش یابد در آن صورت جسم ذوب می‌شود. در صورت تأثیر بیشتر عوامل خارجی و افزایش انرژی جنبشی و ارتعاشی ذرات، جسم به حالت گاز در می‌آید.

۹-۲- درجه حرارت:

دما یا درجه حرارت کمیتی است که میزان گرمی و سردی جسم را نشان می‌دهد. هرچقدر تحرک و شدت ارتعاش اتم‌ها یا مولکول‌های یک جسم زیاد شود در آن صورت جسم گرم‌تر شده است. بنابراین دمای آن بالا می‌رود. دمای جسم مربوط به انرژی متوسط حرکت گرمایی مولکلول‌های آن است.

برای اندازه‌گیری دما باید میزان حرارت درونی یا بیرونی جسم را به وسیله مقایسه آن با حرارت یک جسم معین و مشخص نمود.

۹-۳- اساس و نحوه اندازه‌گیری درجه حرارت:

برای اندازه‌گیری درجه حرارت از تأثیر حرارت بر اجسام استفاده می‌شود. حرارت سبب انبساط حجمی مایعات به خصوص جیوه و الکل و انبساط طولی فلزات و آلیاژها و تغییر اجسام مانند نقطه ذوب، جوش و... می‌شود. با توجه به میزان انبساط جیوه و الکل دماسنج یا ترومتر طراحی و ساخته شده است. درجه‌بندی دماسنج‌ها بر مبنای دو نقطه اصلی و ثابت مانند نقطه ذوب یخ و نقطه جوش آن در فشار ۱ اتمسفر در سطح دریای آزاد است. البته درجه‌بندی‌های دماسنج یکسان نیست. در شکل (۱-۹) تأثیر حرارت بر انبساط جیوه در طول لوله باریک دماسنج نشان داده شده است.

شکل ۱-۹- اندازه‌گیری درجه حرارت در یک دماسنج جیوه‌ای

۹-۴- واحدهای درجه حرارت:

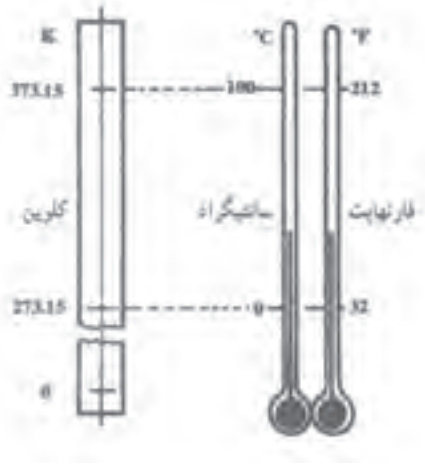
واحدهای مهم درجه حرارت عبارتند از:

۹-۴-۱- درجه بندی سلسیوس: در این درجه‌بندی در فشار ۱ اتمسفر نقطه ذوب یخ صفر و نقطه جوش آن ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود، در این صورت فاصله بین نقطه ذوب یخ و نقطه جوش ۱۰۰ قسمت خواهد بود و با علامت $^{\circ}c$ نشان داده می‌شود.

۹-۴-۲- درجه‌بندی فارنهایت: در این درجه‌بندی نقطه ذوب یخ ۳۲ و نقطه جوش آب ۲۱۲ در نظر گرفته می‌شود. در این صورت فاصله بین ذوب یخ و نقطه جوش، ۱۸۰ قسمت خواهد بود و با علامت $^{\circ}F$ نشان داده می‌شود.

فاصله بین نقطه جوش آب و نقطه ذوب یخ ۱۸۰=۳۲−۲۱۲ می باشد .

۹-۴-۳- درجه بندی کلوین: در این درجه‌بندی صفر معادل ۲۷۳/۱۵- درجه سلسیوس است و فاصله بین درجه‌های کلوین مانند درجه سلسیوس است. درجه‌بندی کلوین با k نشان داده می‌شود. در صفر مطلق ($-۲۷۳/۱۵^{\circ}c$)انرژی داخلی ماده به حداقل ممکن می‌رسد. شکل (۲-۹) مقایسه درجه‌بندی‌های سانتی‌گراد، فارنهایت و کلوین را نشان می‌دهد. به طوری که $۱۸۰^{\circ}F$ برابر $۱۰۰^{\circ}c$ و برابر ۱۰۰۰ کلوین است.



شکل ۲-۹- مقایسه درجه‌بندی‌های کلوین، سانتی گراد و فارنهایت

۹-۵- رابطه تبدیل واحدهای درجه حرارت:

رابطه تبدیل واحدهای سلسیوس و فارنهایت عبارتند از:

درجه حرارت ذوب یخ بر حسب سلسیوس درجه حرارت یخ بر حسب فارنهایت

$$\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c - ۰}{۱۰۰} \Rightarrow \boxed{\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}}$$

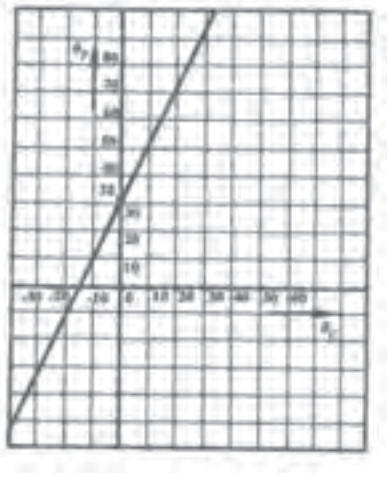
قسمت قسمت

رابطه تبدیل واحدهای سلسیوس و کلوین عبارتند از:

$$T_k = \theta_c + ۲۷۳/۱۵ \Rightarrow \boxed{T_k = \theta_c + ۲۷۳/۱۵}$$

درجه حرارت سلسیوس درجه حرارت کلوین

در صورتی که نمودار θ_F (درجه حرارت فارنهایت) بر حسب θ_c (درجه حرارت سلسیوس) رسم شود. نمودار آن مطابق شکل (۳-۹) خواهد بود.



شکل ۳-۹

مثال: نقطه ذوب سرب $۳۲۷^{\circ}c$ است. نقطه ذوب آن را بر حسب درجه فارنهایت و درجه کلوین به دست آورید.

حل:

خواسته‌ها	داده
$\theta_F = ?$ $T_k = ?$	$\theta_{pb} = ۳۲۷^{\circ}$

$$\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$$

تمرین: نقطه ذوب آلومینیم $۶۵۹^{\circ}c$ است، نقطه ذوب آن را بر حسب درجه فارنهایت و درجه کلوین به دست آورید.

حل:

$$\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{۳۲۷}{۱۰۰}$$

$$\theta_F - ۳۲ = \frac{۳۲۷ \times ۱۸۰}{۱۰۰}$$

$$\theta_F - ۳۲ = ۵۸۸/۶$$

$$\theta_F = ۵۸۸/۶ + ۳۲$$

$$\theta_F = ۶۲۰/۶^\circ F$$

$$T_k = \theta_F + ۲۷۳/۱۵$$

$$T_k = ۳۲۷ + ۲۷۳/۱۵$$

$$T_k = ۶۰۰/۱۵k$$

مثال: نقطه ذوب طلا k ۱۳۳۷ است. نقطه ذوب آن را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه فارنهایت حساب کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده
$\theta_c = ?$ $\theta_F = ?$	$T_k = ۱۳۳۷k$

$$T_k = \theta_c + ۲۷۳/۱۵$$

$$۱۳۳۷ = \theta_c + ۲۷۳/۱۵$$

$$\theta_c = ۱۳۳۷ - ۲۷۳/۱۵$$

$$\theta_c = ۱۰۶۳/۸۵^\circ c$$

$$\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$$

$$\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{۱۰۶۳/۸۵}{۱۰۰}$$

$$\theta_F - ۳۲ = \frac{۱۰۶۳/۸۵ \times ۱۸۰}{۱۰۰}$$

$$\theta_F - ۳۲ = ۱۹۱۴/۹۳$$

تمرین: نقطه ذوب آهن k ۱۸۰۳ است. نقطه ذوب آن را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه فارنهایت حساب کنید.

حل:

$\theta_F = ۱۹۱۴/۹۳ + ۳۲$ $\theta_F = ۱۹۴۶/۹۳^\circ F$	
مثال: ۱۰۰ درجه فارنهایت را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه کلوین حساب کنید. حل: $\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$ $\frac{۱۰۰ - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$ $\frac{۶۸}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$ $\theta_c = \frac{۶۸ \times ۱۰۰}{۱۸۰}$ $\theta_c = ۳۷/۷۷^\circ c$ $T_k = \theta_c + ۲۷۳/۱۵$ $T_k = ۳۷/۷۷ + ۲۷۳/۱۵$ $T_k = ۳۱۰/۹۲k$	تمرین: ۱۲۰ درجه فارنهایت را بر حسب درجه سانتی‌گراد و درجه کلوین حساب کنید. حل:
مثال: نقطه ذوب فلز A، ۸۵۰/۵ درجه کلوین و نقطه ذوب فلز B، ۵۵۹/۳ درجه فارنهایت است. کدام یک از آنها دیر ذوب‌تر هستند. حل: $T_k = \theta_c + ۲۷۳/۱۵$ نقطه ذوب فلز A : $۸۵۰/۵ = \theta_c + ۲۷۳/۱۵$ $\theta_c = ۸۵۰/۵ - ۲۷۳/۱۵$ $\boxed{\theta_c = ۵۷۷/۳۵^\circ c}$	تمرین: نقطه ذوب فلز A، ۷۶۹/۴ درجه کلوین و نقطه ذوب فلز B، ۶۵۲/۵ درجه فارنهایت است. کدام یک از آنها دیر ذوب‌تر هستند. حل:

$$\frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$$

نقطه ذوب فلز B :

$$\frac{۵۵۹/۳ - ۳۲}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$$

$$\frac{۵۲۷/۳}{۱۸۰} = \frac{\theta_c}{۱۰۰}$$

$$\theta_c = \frac{۵۲۷/۳ \times ۱۰۰}{۱۸۰}$$

$$\boxed{\theta_c = ۲۹۲/۹^\circ c}$$

نقطه ذوب فلز A بیشتر است

$$\theta_A > \theta_B$$

مثال: $۱۰۰^{\circ F}$ چند درجه کلوین است؟

حل: ابتدا $۱۰۰^{\circ F}$ را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{\theta_c}{۱۰۰} = \frac{\theta_F - ۳۲}{۱۸۰}$$

$$\frac{\theta_c}{\cancel{۱۰۰}^{۵}} = \frac{\theta_F - ۳۲}{\cancel{۱۸۰}^{۹}}$$

$$\frac{\theta_c}{۵} = \frac{۶۸}{۹}$$

$$۹ \times c = ۵ \times ۶۸$$

$$\theta_c = \frac{۵ \times ۶۸}{۹} = ۳۷/۸^\circ c$$

حالا درجه سانتی‌گراد را به کلوین تبدیل می‌کنیم.

$$T_k = \theta_c + ۲۷۳$$

$$T_k = ۳۷/۸ + ۲۷۳$$

$$T_k = ۳۱۰/۸$$

تمرین: $۲۵۰^{\circ F}$ چند درجه کلوین است؟

حل:

مثال: اگر $\theta_{F_2}=140^\circ F$ و $\theta_{F_1}=50^\circ F$ باشد. اختلاف دمای θ_{F_1} و θ_{F_2} را بر حسب سلسیوس و کلوین به دست آورید.

حل:

ابتدا θ_{F_1} و θ_{F_2} را بر حسب سلسیوس به دست می‌آوریم.

$$\frac{\theta_c}{100}=\frac{\theta_F-32}{180}$$

$$\frac{\theta_c}{5}=\frac{\theta_F-32}{9}$$

$$9\theta_c=5(\theta_F-32)$$

$$\frac{9}{5}\theta_c=\theta_F-32$$

$$\frac{9}{5}\theta_c+32=\theta_F \Rightarrow \theta_F=1/8\theta_c+32$$

$$\theta_{F_1}=1/8\theta_{c_1}+32$$

$$\theta_{F_2}=1/8\theta_{c_2}+32$$

$$\Delta\theta_F=\theta_{F_2}-\theta_{F_1}$$

$$\Delta\theta_F=1/8\theta_{c_2}+32-(1/8\theta_{c_1}+32)$$

$$\Delta\theta_F=1/8\theta_{c_2}+32-1/8\theta_{c_1}-32$$

$$\Delta\theta_F=1/8\theta_{c_2}-1/8\theta_{c_1}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\theta_F=1/8(\theta_{c_2}-\theta_{c_1})\\ \theta_{c_2}-\theta_{c_1}=\Delta\theta_c\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta\theta_F=1/8\theta_c$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_c \square 0/56\Delta\theta_F$$

$$\Delta\theta_F=\theta_{F_2}-\theta_{F_1}=140-50=90^{\circ c}$$

تمرین: اگر اختلاف دمای دو جسم بر حسب کلوین ۸۰ k باشد. این اختلاف دما را بر حسب فارنهایت به دست آورید.

حل:

$\Rightarrow \Delta\theta_c = ۰/۵۶\Delta\theta_F$

$\Delta\theta_c = ۰/۵۶ \times ۹۰$

$\Delta\theta_c = ۵۰/۴^{\circ c}$

برای تبدیل $\Delta\theta_c$ به ΔT_k داریم:

$\Delta T_k = \Delta\theta_c$

$\Rightarrow \Delta T_k = ۵۰/۴k$

۹-۶- تعریف مقدار حرارت:

با گرم شدن جسم (جامد، مایع و گاز) سرعت و شدت حرکت مولکول‌های آن زیاد شده و در نتیجه باعث تغییر در جسم می‌شود. بنابراین مقدار حرارت اندازه‌ای است از انرژی مکانیکی که می‌تواند باعث تغییرات دمایی یا حالت‌های فیزیکی مختلف در اجسام شده و انرژی داخلی آنها را تغییر دهد.

۹-۷- واحدهای مقدار حرارت:

در سیستم SI واحد حرارت ژول است. ۱ ژول برابر مقدار کاری است که نیروی ۱ نیوتن سبب جابجایی جسم به اندازه ۱ متر می‌شود.

واحدهایی که قبلاً برای اندازه‌گیری حرارت متداول بوده و هنوز نیز رایج است عبارتند از:

کالری (cal) ، کیلوکالری (kcal) ، و بی‌تی‌یو (B.T.U)

۹-۷-۱- تعریف مقدار کالری: یک کالری مقدار حرارتی است که دمای یک گرم آب خالص را از $۱۴/۵^{\circ}c$ به $۱۵/۵^{\circ}c$ افزایش دهد.

۹-۷-۲- کیلوکالری: کیلوکالری مقدار حرارتی است که دمای یک کیلوگرم آب خالص را از $۱۴/۵^{\circ}c$ به $۱۵/۵^{\circ}c$ افزایش دهد.

۹-۷-۳- بی‌تی‌یو (B.T.U) : مقدار حرارتی است که دمای یک پوند (۴۵۳/۵۹ گرم) آب خالص را از $۶۳^{\circ}F$ به $۶۴^{\circ}F$ برساند. به عبارت دیگر هر بی‌تی‌یو ۲۵۲ کالری است. بنابراین خواهیم داشت:

$$۱kcal = ۱۰۰۰cal \Leftrightarrow ۱cal = \frac{۱}{۱۰۰۰}kcal$$

$$۱BTU = ۲۵۲cal \Leftrightarrow ۱cal = \frac{۱}{۲۵۲}BTU$$

$$1kcal = 1000cal$$

$$= 1000 \times (1cal)$$

$$= 1000 \times (\frac{1}{252} BTU)$$

$$= \frac{1000}{252} BTU$$

$$= 3/97 B.T.U$$

$$1kcal = 3/97 B.T.U \Leftrightarrow 1B.T.U = \frac{1}{3/97} kcal$$

$$B.T.U \approx \frac{1}{4} kcal$$

مثال: ۷/۵ بی‌تی‌یو برابر چند کالری می‌باشد؟

حل:

$$7/5 B.T.U = ? cal$$

$$7/5 \times (1B.T.U) =$$

$$7/5 \times 252(cal) = 1890cal$$

تمرین: ۹/۲۵ بی‌تی‌یو برابر چند کالری است؟

حل:

مثال: ۴۱۶/۲۵ کالری چند B.T.U است؟

$$416/25(cal) = ? BTU$$

$$416/25 \times (1cal) =$$

$$416/25 \times (\frac{1}{252} BTU) = 1/65 BTU$$

تمرین: ۸۲۵/۲۵ کالری چند B.T.U می‌باشد؟

حل:

مثال: ۳۶۵۰۰ کالری چند کیلوکالری است؟

حل:

$$36500cal = ? kcal$$

$$36500 \times (1cal)$$

$$36500 \times (\frac{1}{1000} kcal) = 36/5 kcal$$

تمرین: ۸۴۶۵۰ کالری چند کیلوکالری می‌شود؟

حل

مثال: ۶/۷۵۰ کیلوکالری را بر حسب کالری حساب کنید. حل: $۶۷۵۰kcal = ?cal$ $۶۷۵۰\times(۱kcal)$ $۶۷۵۰\times(\frac{۱}{۱۰۰۰}cal) = ۶/۷۵cal$	تمرین: ۱۲۲۵۰ کیلوکالری را بر حسب کالری حساب کنید. حل:
مثال: ۳۵/۲۵ کیلوکالری را بر حسب بی‌تی‌یو حساب کنید. حل: $۳۵/۲۵kcal = ?BTU$ $۳۵/۲۵\times(۱kcal) =$ $۳۵/۲۵\times(۳/۹۷B.T.U) = ۱۲/۹۰۲۵BTU$	تمرین: ۱۱۲/۲۵ کیلوکالری را بر حسب بی‌تی‌یو حساب کنید. حل:
مثال: ۴۶۹/۲۵ بی‌تی‌یو را بر حسب کیلوکالری حساب کنید. حل: $۴۶۹/۲۵BTU = ?kcal$ $۴۶۹/۲۵\times(۱BTU)$ $۴۶۹/۲۵(\frac{۱}{۳/۹۷}kcal)$ $\frac{۴۶۹/۲}{۳/۹۷}kcal = ۱۱۸/۱۸۶kcal$	تمرین: ۸۹۶/۲۵ بی‌تی‌یو را بر حسب کیلوکالری حساب کنید. حل:

۸-۹- رابطه کالری و واحد مکانیکی کار و انرژی:

واحد مکانیکی کار و انرژی ژول است. که برابر کاری است که نیروی ۱ نیوتنی جسم را به اندازه ۱ متر جابجا کند. آزمایشات نشان داده که اگر انرژی یک کالری به کار تبدیل شود،این کار می‌تواند وزنه ۴/۱۸۶۸ نیوتنی را به اندازه یک متر به طور قائم بالا ببرد. بنابراین خواهیم داشت:

$$۱cal = ۴/۱۸۶۸j \Rightarrow \boxed{۱cal \approx ۴/۱۹j} \Leftrightarrow \boxed{۱j = \frac{۱}{۴/۱۹}cal}$$

از طرفی برای تبدیل kcal به j خواهیم داشت:

$$۱kcal = ۱۰۰۰cal$$

$$= ۱۰۰۰ \times (۱cal)$$

$$= ۱۰۰۰ \times ۴/۱۸۶۸j$$

$$\boxed{۱kcal = ۴۱۸۶/۸j}$$

$$۱kcal = ۴۱۸۶/۸j$$

$$= ۴۱۸۶/۸ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰}kj)$$

$$= ۴/۱۸۶۸kj$$

$$۱kcal = ۴/۱۸۶۸kj \Rightarrow ۱kcal = ۴/۱۹kj \Leftrightarrow ۱kj = \frac{۱}{۴/۱۹}kcal$$

$$۱B.T.U \approx \frac{۱}{۴}kcal$$

$$\approx \frac{۱}{۴} \times (۴/۱۹kj)$$

$$\approx \frac{۴/۱۹}{۴}kj$$

$$\approx ۱/۰۵kj$$

$$\boxed{۱B.T.U \approx ۱/۰kj \Leftrightarrow ۱kj \approx \frac{۱}{۱/۰۵}B.T.U}$$

مثال: ۷/۳۵ کالری را بر حسب ژول به دست آورید.

حل:

$$۷/۳۵cal = ?\ j$$

$$۷/۳۵ \times (۱cal) =$$

$$۷/۳۵ \times ۴/۱۹j = ۳۰/۷۹۶۵j$$

تمرین: ۱۱۲۵/۲۵ کالری را بر حسب ژول به دست آورید.

حل:

مثال: ۵۶۹/۷ ژول را بر حسب کالری به دست آورید. حل: $۵۶۹/۷j = ?cal$ $۵۶۹/۷ \times (۱j)$ $۵۶۹/۷ \times (\frac{۱}{۴/۱۹} cal)$ $\frac{۵۶۹/۷}{۴/۱۹} = ۱۳۵/۹۷cal$	تمرین: ۶۵۹/۳ ژول را بر حسب کالری به دست آورید. حل: :
مثال: ۰/۰۰۹۷ کیلوکالری را بر حسب ژول به دست آورید. حل: $۰/۰۰۹۷kcal = ?j$ $۰/۰۰۹۷ \times (۱kcal)$ $۰/۰۰۹۷ \times (۴۱۸۶/۸j) = ۴/۰۶j$	تمرین: ۰/۰۰۰۸۵ کیلوکالری را بر حسب ژول به دست آورید. حل:
مثال: ۱۲۵/۸ بی‌تی‌یو را بر حسب کیلوکالری به دست آورید. حل: $۱۲۵/۸B.T.U = ?kcal$ $۱۲۵/۸ \times (۱B.T.U)$ $۱۲۵/۸ \times (\frac{۱}{۴} kcal)$ $۱۲۵/۸ \times \frac{۱}{۴} = ۳۱/۴۵kcal$	تمرین: ۲۵۶/۹ بی‌تی‌یو را بر حسب کیلوکالری به دست آورید. حل
مثال: ۷۹۸ کیلوژول را بر حسب کیلوکالری به دست آورید. حل: $۷۹۸kj = ?kcal$	تمرین: ۱۵۳۶ کیلوژول را بر حسب کیلوکالری به دست آورید. حل:

$۷۹۸\times(kj)=$ $۷۹۸\times(\frac{۱}{۴/۱۹}kcal)$ $\frac{۷۹۸}{۴/۱۹}=۱۹۰/۴۵kcal$	
مثال: ۱۱۲/۹ بی‌تی‌یو را بر حسب کیلوژول به دست آورید. حل: $۱۱۲/۹B.T.U=?kj$ $۱۱۲/۹\times(۱B.T.U)=$ $۱۱۲/۹\times(۱/۰۵kj)$ $۱۱۲/۹\times۱/۰۵=۱۱۸/۵۴۵kj$	تمرین: ۲۱۵/۳ بی‌تی‌یو را بر حسب کیلوژول حساب کنید. حل:
مثال: ۷۶/۲۵ کیلوژول را بر حسب بی‌تی‌یو را به دست آورید. حل: $۷۶/۲۵kj=?B.T.U$ $۷۶/۲۵\times(۱kj)=$ $۷۶/۲۵\times(\frac{۱}{۱/۰۵}B.T.U)$ $\frac{۷۶/۲۵}{۱/۰۵}=۷۶/۶۲B.T.U$	تمرین: ۲۵۲/۱۲۵ کیلوژول را بر حسب بی‌تی‌یو به دست آورید. حل:

۹-۹- تعریف ظرفیت حرارتی:

مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک جسم به اندازه یک درجه سلسیوس را ظرفیت حرارتی جسم می‌نامند و با A نشان می‌دهند. در این صورت اگر Q مقدار گرمایی باشد که دمای جسم را از $\theta_۱$ به $\theta_۲$ برساند، در آن صورت ظرفیت حرارتی برابر خواهد بود با:

$$\left.\begin{array}{l} A=\frac{Q}{\theta_۲-\theta_۱} \\ \Delta\theta=\theta_۲-\theta_۲ \end{array}\right\}\Rightarrow A=\frac{Q}{\Delta\theta}\Rightarrow Q=A.\Delta\theta$$

مثال: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه مسی از $۲۵^\circ c$ به $۵۱۰^\circ c$ ، ۱۸/۶ کیلوکالری است. ظرفیت حرارتی آن را بر حسب کالری بر درجه سانتی‌گراد و همچنین ژول بر درجه کلوین حساب کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$A = ?\frac{cal}{^\circ c}$	$Q = ۱۸/۶ kcal$
$A = ?\frac{j}{^\circ kg}$	$\theta_۱ = ۲۵^\circ c$
	$\theta_۲ = ۵۱۰^\circ c$

- کیلوکالری را به کالری تبدیل می‌کنیم.

$$Q = ۱۸/۶ kcal$$

$$Q = ۱۸/۶(۱۰۰۰ cal)$$

$$Q = ۱۸۶۰۰ cal$$

$$A = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

$$A = \frac{Q}{\theta_۲ - \theta_۱}$$

$$A = \frac{۱۸۶۰۰}{۵۱۰ - ۲۵}$$

$$A = \frac{۱۸۶۰۰}{۴۸۵}$$

$$A = ۳۸/۳۵ \frac{cal}{^\circ c}$$

چون اختلاف درجه حرارت کلوین و سانتی‌گراد با هم برابر است $(\Delta T = \Delta\theta)$ لذا خواهیم داشت:

$(۱cal = ۴/۱۹ j)$

$$A = \frac{۱۸۶۰۰ \times ۴/۱۹}{۵۱۰ - ۲۵}$$

تمرین: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه مسی از $۲۵^\circ c$ به $۶۵۴^\circ c$ ، ۲۲/۴ کیلوکالری است. ظرفیت حرارتی آن را بر حسب کالری بر درجه سانتی‌گراد و همچنین ژول بر درجه کلوین حساب کنید.

حل:

$$A = \frac{۷۷۹۳۴}{۴۸۵}\frac{j}{k}$$

$$A = ۱۶۰/۶۹\frac{j}{k}$$

مثال: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه فولادی از $۷۵^\circ c$ به $۸۶۵^\circ c$ ، در صورتی که ظرفیت حرارتی آن برابر ۱۲۵/۶۵ کالری بر درجه سانتی‌گراد باشد، حساب کنید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$Q = ?$	$\theta_۱ = ۷۵^\circ c$ $\theta_۲ = ۸۶۵^\circ c$ $A = ۱۲۵/۶۵\frac{cal}{^\circ c}$

$$A = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

$$Q = A \times (\theta_۲ - \theta_۱)$$

$$Q = ۱۲۵/۶۵\frac{cal}{^\circ c} \times (۸۶۵ - ۷۵)^\circ c$$

$$Q = ۱۲۵/۶۵ \times ۷۹۰$$

$$Q = ۹۹۲۶۳/۵ cal$$

تمرین: گرمای لازم برای بالا بردن درجه حرارت یک قطعه فولادی از $۵۳^\circ c$ به $۵۸۵^\circ c$ ، در صورتی که ظرفیت حرارتی آن برابر ۱۰۵/۲۵ کالری بر درجه سانتی‌گراد باشد، حساب کنید.

حل:

مثال: جسمی به میزان ۵۰۰ کالری حرارت داده می‌شود. در صورتی که دمای اولیه جسم $۲۵^\circ c$ باشد. دمای نهایی آن چقدر خواهد شد؟ ظرفیت حرارتی جسم $۱۰\frac{cal}{^\circ c}$

حل:

تمرین: جسمی به میزان ۱۲۰۰ کالری حرارت داده می‌شود تا به دمای $۱۰۰^\circ c$ برسد. در صورتی که ظرفیت گرمایی جسم $۲۰\frac{cal}{^\circ c}$ باشد. دمای اولیه جسم را حساب کنید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$Q = ?$	$Q = ۵۰۰ cal$ $\theta_۱ = ۲۵^\circ c$ $A = ۱۰ \frac{cal}{^\circ c}$ $A = \frac{Q}{\Delta\theta}$

نوشتن رابطه:

$$Q = A \times \Delta\theta$$

جای گذاری در رابطه

$$۵۰۰ = ۱۰\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{۵۰۰}{۱۰} = ۵۰$$

$$\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$$

$$۵۰ = \theta_۲ - ۲۵$$

$$۵۰ + ۲۵ = \theta_۲$$

$$\theta_۲ = ۷۵^\circ c$$

مثال: گرمای لازم برای افزایش درجه حرارت یک قطعه فلزی از $۲۰^\circ c$ به $۱۰۰۰^\circ c$ برابر $۴۰۰۰۰ cal$ است. ظرفیت حرارتی را بر حسب کیلوکالری بر درجه سانتی‌گراد و همچنین ژول بر درجه کلوین تعیین کنید.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$A = ? \frac{kcal}{^\circ c}$ $A = ? \frac{j}{^\circ k}$	$\theta_۱ = ۲۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۱۰۰۰^\circ c$ $Q = ۴۰۰۰۰ cal$

نوشتن رابطه:

$$A = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

تمرین: گرمای لازم برای افزایش درجه حرارت یک قطعه فلزی از $۱۰^\circ c$ به $۸۵۰^\circ c$ ، $۱۵۰۰۰۰ j$ است. ظرفیت حرارتی را بر حسب کالری بر درجه سانتی‌گراد را به دست آورید.

حل:

$$A = \frac{Q}{\theta_2 - \theta_1}$$

جایگذاری در رابطه

$$A = \frac{40000}{1000-20} = \frac{40000}{980} = 40/8 \frac{cal}{^\circ c}$$

$$1kcal = 1000cal \Rightarrow 1cal = \frac{1}{1000} kcal$$

$$40/8 \frac{cal}{^\circ c} = 40/8 \frac{1cal}{^\circ c} = 40/8 \frac{\frac{1}{1000} kcal}{^\circ c}$$

$$\frac{40/8}{1000} \frac{kcal}{^\circ c} = 0/00408 \frac{kcal}{^\circ c}$$

$$1cal = 4/19 j$$

$$\Delta\theta^{\circ c} = \Delta\theta^{\circ k}$$

تبدیل به ژول بر درجه $40/8 \frac{kcal}{^\circ c} = 40/8 \frac{1cal}{1^\circ c}$

$$= 40/8 \frac{4/19 j}{1^\circ k}$$

$$= 40/8 \times 4/19 \frac{j}{^\circ k}$$

$$= 17/09 \frac{j}{^\circ k}$$

۱۰-۹- تعریف گرمای ویژه:

مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای واحد جرم جسم (گرم یا کیلوگرم) به اندازه یک درجه سلسیوس را گرمای ویژه می‌نامند و آن را با C نمایش می‌دهند. گرمای ویژه در درجه حرارت‌های مختلف برابر نیست. بنابراین برای محاسبات متوسط یا میانگین آنها را در نظر می‌گیرند.

۱-۱۰-۹- واحد گرمای ویژه : در صورتی که Q مقدار گرمایی باشد که دمای جسم به جرم m را از θ_1 به $\theta_2 (\Delta\theta)$ برساند. در آن صورت گرمای ویژه آن برابر خواهد بود با:

$$\left.\begin{array}{l} \text{گرمای ویژه } c = \dfrac{Q}{m(\theta_2 - \theta_1)} \\ \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{c = \frac{Q}{m\Delta\theta}} \Rightarrow Q = mc\Delta\theta$$

با استفاده از رابطه گرمای ویژه اگر Q بر حسب cal ، m بر حسب gr و (۴۸۴-۹) بر حسب $^\circ c$ باشد بنابراین واحد گرمای ویژه برابر خواهد بود با :

$$\text{واحد گرمای ویژه} = \frac{\text{واحد گرما}}{\text{واحد درجه حرارت} \times \text{واحد جرم}} = \frac{cal}{gr.^\circ c}$$

بنابراین واحد گرمای ویژه عبارت خواهد بود با:

$$\boxed{\frac{cal}{gr.^\circ c}}$$

- در صورتی که واحد گرما kcal ، واحد جرم kg و واحد دما $^\circ c$ باشد. واحد گرمای ویژه عبارت است از:

$$\frac{kcal}{kg.^\circ c}$$

- در صورتی که واحد گرما j ، واحد جرم kg و واحد دما k باشد. واحد گرمای ویژه عبارت است از:

$$\frac{j}{kg.k}$$

- در صورتی که واحد گرما j ، واحد جرم kg و واحد دما $^\circ c$ باشد. واحد گرمای ویژه عبارت است از:

$$\frac{j}{kg.^\circ c}$$

- تبدیل واحدهای گرمای ویژه:

$$\left.\begin{array}{l} ۱\dfrac{kcal}{kg.^{\circ}c} \\ ۱kcal = ۱۰۰۰cal \\ ۱kg = ۱۰۰۰g \end{array}\right\} \Rightarrow ۱\frac{kcal}{kg.^{\circ}c} = ۱\frac{\cancel{۱۰۰۰}cal}{\cancel{۱۰۰۰}g.^{\circ}c} = ۱\frac{cal}{g.^{\circ}c}$$

$$\Rightarrow \boxed{۱\frac{kcal}{kg.^{\circ}c} = ۱\frac{cal}{g.^{\circ}c}}$$

$$۱^{\circ}c = ۱^{k} \quad \boxed{۱\frac{j}{kg.k}N = ۱\frac{j}{k.^{\circ}c}}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱\dfrac{cal}{g.^{\circ}c} \\ ۱cal = ۴/۱۸۶۸j \\ ۱g = \dfrac{۱}{۱۰۰۰}kg \\ ۱^{\circ}c = ۱k \end{array}\right\} \Rightarrow ۱\frac{cal}{g.^{\circ}c} = \frac{۴/۱۸۶۸j}{\frac{۱}{۱۰۰۰}kg.\,۱k} = ۱۰۰۰ \times ۴/۱۸۶۸\frac{j}{kg.k}$$

$$\Rightarrow \boxed{۱\frac{cal}{g.^{\circ}c} = ۴۱۸۶/۸\frac{j}{kg.k}}$$

واحد گرمای ویژه در سیستم انگلیسی بر حسب بی‌تی‌یو بر پوند درجه فارنهایت است:

$$\frac{B.T.U}{Lb.^{\circ}F}$$

جدول ۱-۹- گرمای ویژه پاره‌ای از مواد

فلز	گرمای ویژه $cal/g.^{\circ}c$	گرمای ویژه $kJ / K.kg$	آلیاژ[1]	گرمای ویژه $cal/g.^{\circ}c$	گرمای ویژه $kJ / K.kg$
آلومینیم	۰/۲۱۷	۰/۹۰۸	چدن	۰/۱۱۶	۰/۴۸۵
آهن	۰/۱۱۳	۰/۴۷۳	فولاد	۰/۱۱۵	۰/۴۸۱
مس	۰/۰۹۳	۰/۳۹۰	برنج	۰/۰۹۴	۰/۳۹۳
منیزیم	۰/۲۳۴	۰/۹۸۰	برنز	۰/۰۸۲	۰/۳۴۳
سرب	۰/۰۳۱	۰/۱۳۰	سرب خشک	۰/۰۳۵	۰/۱۴۶
روی	۰/۰۹۱	۰/۳۸۱	دور آلومین	۰/۲۱۱	۰/۸۸۳
قلع	۰/۰۵۴	۰/۲۲۶	آب	۱	۴/۱۸۶

۱- در مورد آلیاژها ترکیب آنها حائز اهمیت است و در هر مورد با نسبت‌های ترکیبی، گرمای ویژه تغییر می‌کند.

مثال: مطلوب است میزان حرارت لازم جهت افزایش درجه حرارت قطعه آهنی به جرم ۱۰۰ گرم از $۲۰^{\circ}c$ تا $۴۰۰^{\circ}c$ در صورتی که گرمای ویژه آهن ۰/۱۲ کالری بر گرم درجه سلسیوس است.

حل:

خواسته	داده‌ها
$Q = ?$	$\theta_۱ = ۲۰^{\circ}c$ $\theta_۲ = ۴۰۰^{\circ}c$ $c = ۰/۱۲ \frac{cal}{gr.^{\circ}c}$ $m = ۱۰۰gr$

نوشتن رابطه

$$Q = mc(\theta_۲ - \theta_۱)$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

تمرین: قطعه‌ای آلومینیمی به جرم ۵۰۰ گرم به میزان ۲۰۰۰ کالری حرارت داده می‌شود تا دمای آن به $۴۰۰^{\circ}c$ برسد. مطلوبست دمای اولیه قطعه در صورتی که گرمای ویژه آلومینیم ۰/۲۲ کالری بر گرم درجه سلسیوس باشد؟

حل:

جایگذاری در رابطه $Q = ۱۰۰ \times ۰/۱۲(۴۰۰ - ۲۰)$ $Q = ۱۲ \times ۳۸۰ = \boxed{۴۵۶۰ cal}$	
مثال: ۷/۵ کالری بر گرم درجه سانتی‌گراد را بر حسب ژول بر کیلوگرم کلوین به دست آورید. حل: $۷/۵ \frac{cal}{g.^\circ c} = ? \frac{j}{kg.k}$ $۷/۵ \times (۱ \frac{cal}{g.^\circ c})$ $۷/۵ \times ۴۱۸۶/۸ \frac{j}{kg.k} = ۳۱۴۰۱ \frac{j}{kg.k}$	تمرین: ۱۱/۲ کالری بر گرم سانتی‌گراد را بر حسب ژول بر کیلوگرم به دست آورید. حل:
مثال: ۵۶۴۹۸۰/۵ ژول بر کیلوگرم کلوین را بر حسب کالری بر گرم سانتی‌گراد به دست آورید. حل: $۵۶۴۹۸۰/۵ \frac{j}{kg.k} = ? \frac{cal}{g.^\circ c}$ $۵۶۴۹۸۰/۵ \times (۱ \frac{j}{kg.k})$ $۵۶۴۹۸۰/۵ \times ۱ \frac{j}{۴۱۸۶/۸} \frac{cal}{g.^\circ c}$ $\frac{۵۶۴۹۸۰/۵}{۴۱۸۶/۸} = ۱۳۴/۹ \frac{cal}{g.^\circ c}$	تمرین: ۱۵۷۹۴۶/۴ ژول بر کیلوگرم کلوین را بر حسب کالری بر گرم سانتی‌گراد به دست آورید. حل:
مثال: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای فلزی ۰/۲۳۴ کالری بر گرم درجه سلسیوس باشد. میزان گرمای ویژه بر حسب کیلوکالری بر کیلوگرم درجه سلسیوس چقدر خواهد بود؟ حل:	تمرین: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای فلزی ۰/۰۳ کیلوکالری بر کیلوگرم درجه سلسیوس باشد. میزای گرمای ویژه بر حسب کالری بر گرم درجه سلسیوس چقدر خواهد بود؟ حل:

$۱\frac{cal}{g.^{\circ}c}=۱\frac{kcal}{kg.^{\circ}c}$ $۰/۲۳۴\frac{cal}{g.^{\circ}c}=۰/۲۳۴\times(۱\frac{cal}{g.^{\circ}c})$ $=۰/۲۳۴\times(۱\frac{kcal}{kg.^{\circ}c})$ $=۰/۲۳۴\times\frac{kcal}{kg.^{\circ}c}$	
مثال: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای فلزی ۹۰۰ ژول بر کیلوگرم درجه سانتی‌گراد باشد. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر خواهد بود؟ حل: $۱\frac{j}{kg.^{\circ}c}=۱\frac{j}{kg.k}$ $۹۰۰\frac{j}{kg.^{\circ}c}=۹۰۰\times(۱\frac{j}{kg.^{\circ}c})$ $=۹۰۰\times(۱\frac{j}{kg.k})$ $=۹۰۰\frac{j}{kg.k}$	تمرین: در صورتی که گرمای ویژه قطعه‌ای ۴۵۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلوین باشد. میزان آن برحسب ژول بر کیلوگرم درجه سانتی‌گراد چقدر خواهد بود؟ حل:
مثال: گرمای ویژه فلزی ۰/۳۳ کالری بر گرم درجه سلسیوس است. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر است؟ حل: $۱\frac{cal}{g.^{\circ}c}=۴۱۸۶/۸\frac{j}{kg.k}$: $۰/۳۳\frac{cal}{g.^{\circ}c}=۰/۳۳(۱\frac{cal}{g.^{\circ}c})$	تمرین: گرمای ویژه فلزی ۰/۰۹ کالری برگرم درجه سلسیوس است. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر است؟ حل:

$= ۰/۳۳(۴۱۸۶/۸\frac{j}{kg.k})$ $= ۱۳۸۱/۶۴\frac{j}{kg.k}$	
مثال: گرمای ویژه فلزی ۱۳۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلوین است. میزان آن بر حسب کالری بر گرم درجه سلسیوس چقدر است؟حل: $۱\frac{j}{kg.k} = \frac{۱}{۴۱۸۶/۸}\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ $۱۳۰\frac{j}{kg.k} = ۱۳۰\times(۱\frac{j}{kg.k})$ $= ۱۳۰\times(\frac{۱}{۴۱۸۶/۸}\frac{cal}{g.^{\circ}c})$ $= \frac{۱۳۰}{۴۱۸۶/۸}\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ $= ۰/۰۳۱\frac{cal}{g.^{\circ}c}$	تمرین: گرمای ویژه فلزی ۳۸۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلوین است. میزان آن بر حسب کالری بر گرم درجه سلسیوس چقدر است؟ حل:
مثال: گرمای ویژه فلزی ۲۰۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلوین است. میزان آن بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر است؟حل: $۱\frac{j}{kg.k} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kj}{kg.k}$ $۲۰۰\frac{j}{kg.k} = ۲۰۰\times(۱\frac{j}{kg.k})$ $= ۲۰۰(\frac{۱}{۱۰۰۰}\frac{kj}{kg.k})$ $= \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}\frac{kj}{kg.k}$ $= ۰/۲\frac{kj}{kg.k}$	تمرین: گرمای ویژه فلزی ۱ کیلوژول بر کیلوگرم درجه کلوین است. میزان آن بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین چقدر است؟ حل:

مثال: قطعه‌ای به جرم ۵۰۰ گرم به میزان ۱۰۰۰۰ ژول حرارت داده می‌شود تا دمای آن از $25^\circ c$ به $200^\circ c$برسد. میزان گرمای ویژه آن را بر حسب کالری بر گرم درجه سانتی‌گراد به دست آورید.

حل:

خواسته	داده‌ها
$c = ?$	$m = 500 gr$ $Q = 10000 j$ $\theta_1 = 25^\circ c$ $\theta_2 = 200^\circ c$

تبدیل واحد:

$$1j \approx \frac{1}{4/19} cal$$

$$10000j = 10000 \times (1j)$$

$$= 10000 \times (\frac{1}{4/19} cal)$$

$$= \frac{10000}{4/19} cal$$

$$= 2386/63 cal$$

نوشتن رابطه

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

جایگذاری در رابطه

$$2386/63 = 500 \times c(200 - 25)$$

$$2386/63 = 500 \times 175 \times c$$

$$2386/63 = 87500 \times c$$

$$\frac{2386/63}{87500} = \frac{\cancel{87500}c}{\cancel{87500}}$$

$$c = 0/027 \frac{cal}{g.^\circ c}$$

تمرین: قطعه‌ای به جرم ۹۰۰ گرم به میزان ۵۰۰۰ کالری حرارت داده می‌شود تا دمای آن از $10^\circ c$ به $250^\circ c$ برسد. میزان گرمای ویژه آن را بر حسب ژول بر کیلوگرم درجه کلوین به دست آورید.

حل:

۹-۱۱- تعریف نقطه ذوب:

نقطه ذوب دمایی است که در فشار یک اتمسفر جسم از حالت جامد به مایع تبدیل می‌شود. نقطه ذوب و انجماد با یکدیگر برابرند. نقطه انجماد دمایی است که در فشار یک اتمسفر جسم از حالت مایع به جامد تبدیل می‌شود. دمای اجسام خالص در حین انجماد یا ذوب ثابت می‌ماند.

۹-۱۲- تعریف گرمای نهان گداز:

مقدار گرمایی است که در نقطه ذوب و در فشار یک اتمسفر به واحد جرم جسم داده می‌شود تا از حالت جامد به مایع تبدیل شود. گرمای نهان گداز را با λ نشان می‌دهند.

۹-۱۲-۱- واحدهای گرمای نهان گداز: در صورتی که جرم جسم برابر m و گرمای نهان گداز آن برابر λ باشد. گرمای مورد نیاز جهت ذوب جسم (Q_λ) در نقطه ذوب برابر خواهد بود با:

$$Q_\lambda = m\lambda$$

بنابراین گرمای نهان ذوب برابر خواهد بود با:

$$\lambda = \frac{Q_\lambda}{m}$$

$$\lambda \text{ واحد} = \frac{Q_\lambda \text{ واحد}}{m \text{ واحد}}$$

در صورتی که واحد Q_λ ، cal و واحد جرم گرم باشد. واحد گرمای نهان گداز به این صورت می‌باشد:

$$\text{واحد گرمای نهان گداز } (\lambda) = \frac{cal}{g}$$

واحدهای دیگر گرمای نهان گداز عبارتند از:

$$\frac{B.T.U}{Lb}, \frac{kj}{kg}, \frac{j}{kg}, \frac{kcal}{kg}, \frac{cal}{g}$$

- تبدیل واحد $\frac{cal}{g}$ به واحد $\frac{j}{kg}$ در سیستم SI :

$$\left.\begin{array}{l} 1cal = ۴/۱۸۶۸ j \\ 1g = \frac{1}{1000} kg \end{array}\right\} 1\frac{cal}{g} = \frac{۴/۱۸۶۸ j}{\frac{1}{1000} kg}$$

$$= ۴/۱۸۶۸ \times ۱۰۰۰ \frac{j}{kg}$$

$$\boxed{۱\frac{cal}{g} = ۴/۱۸۶۸ \times ۱۰^{۳} \frac{j}{kg}}$$

$$\boxed{۱\frac{cal}{g} = ۴/۱۸۶۸ \times ۱۰^{۳} \frac{j}{kg} \Leftrightarrow ۱\frac{j}{kg} = \frac{۱}{۴/۱۸۶۸ \times ۱۰^{۳}} \frac{j}{kg}}$$

$$۱kj = ۱۰۰۰j = ۱۰^{۳} j \Rightarrow ۱\frac{cal}{g} = ۴/۱۸۶۸ \times ۱۰^{۳} \frac{j}{kg}$$

$$۱\frac{cal}{g} = ۴/۱۸۶۸ \frac{j}{kg}$$

$$\boxed{۱\frac{cal}{g} = ۴/۱۸۶ \frac{kj}{kg} \Leftrightarrow ۱\frac{kj}{kg} = \frac{۱}{۴/۱۸۶۸} \frac{cal}{g}}$$

جدول ۲-۹- گرمای نهان گداز و نقطه ذوب پاره‌ای از مواد

جسم	نقطه ذوب T_m [K]	گرمای نهان گداز λ[J/kg]	جسم	نقطه ذوب T_m [K]	گرمای نهان گداز λ[J/kg]
آلومینیم	۹۳۲	$۳/۸ \times ۱۰^{۵}$	نقره	۱۲۳۳	$۸/۸ \times ۱۰^{۴}$
مس	۱۳۵۶	$۱/۸ \times ۱۰^{۵}$	فولاد	۱۶۷۳	$۲/۱ \times ۱۰^{۵}$
طلا	۱۳۳۷	$۶/۶ \times ۱۰^{۴}$	گوگرد	۳۵۸/۸	$۵/۵ \times ۱۰^{۴}$
آهن	۱۸۰۳	$۲/۷ \times ۱۰^{۵}$	قلع	۵۰۵	$۵/۸ \times ۱۰^{۴}$
چدن سفید	۱۴۷۳	$۱/۳ \times ۱۰^{۵}$	تنگستن	۳۶۸۳	$۲/۶ \times ۱۰^{۴}$
چدن خاکستری	۱۴۲۳	$۹/۷ \times ۱۰^{۴}$	یخ	۲۷۳	$۳/۳۵ \times ۱۰^{۵}$
سرب	۶۰۰	$۲/۵ \times ۱۰^{۴}$	روی	۶۹۲	$۱/۱۸ \times ۱۰^{۵}$
جیوه	۲۳۴	$۱/۲۵ \times ۱۰^{۴}$			

مثال: مطلوبست میزان حرارت لازم برای ذوب شدن ۵ کیلوگرم آلومینیم در نقطه ذوب خود در صورتی که گرمای نهان ذوب آن $۳/۸\times۱۰^{۵}\ \frac{j}{kg}$ باشد.

حل:

خواسته	داده‌ها
$Q_{\lambda}=?$	$m=۵kg$ $\lambda=۳/۸\times۱۰^{۵}\ \frac{j}{kg}$

نوشتن رابطه

$$Q_{\lambda}=m\lambda$$

$$Q_{\lambda}=۵\times۳/۸\times۱۰^{۵}$$

$$=۱۹\times۱۰^{۵}\ j$$

تمرین: حرارتی معادل ۳۰۰۰ kj چند کیلوگرم مس را در نقطه ذوب ، ذوب خواهد کرد. در صورتی که گرمای نهان ذوب مس برابر $۱/۸\times۱۰^{۵}$ ژول بر کیلوگرم باشد.

حل:

مثال: ۰/۰۰۱۲ کیلوکالری بر g را بر حسب ژول بر کیلوگرم به دست آورید.

حل:

$$۰/۰۰۱۲\frac{cal}{g}=?\frac{j}{kg}$$

$$۰/۰۰۱۲\times(\frac{cal}{g})$$

$$۰/۰۰۱۲\times۴/۱۸۶۸\times۱۰^{۳}\ \frac{j}{kg}$$

$$۰/۰۰۱۲\times۴۱۸۶/۸\frac{j}{kg}=۵/۰۲۴۱۶\frac{j}{kg}$$

تمرین: ۳/۴۹۷ کالری بر گرم را بر حسب ژول بر کیلوگرم به دست آورید.

حل:

مثال: ۴۵۶/۸ ژول بر کیلوگرم را بر حسب کالری بر گرم به دست آورید.

حل:

$$۴۵۶/۸\frac{j}{kg}=?\frac{cal}{g}$$

تمرین: ۱۷۴۵۶ ژول بر کیلوگرم را بر حسب کالری بر گرم به دست آورید.

حل:

$۴۵۶/۸\times(۱\frac{j}{kg})$ $۴۵۶/۸\times\frac{۱}{۴/۱۸۶۸\times۱۰^{۳}}\frac{cal}{g}$ $\frac{۴۵۶/۸}{۴۱۸۶/۸}\frac{cal}{g}=۰/۱۰۹\frac{cal}{g}$	
مثال: ۱۶۸۵۰ کالری بر گرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم به دست آورید. حل: $۱۶۸۵۰\frac{cal}{g}=?\frac{kj}{kg}$ $۱۶۸۵۰\times(۱\frac{cal}{g})=$ $۱۶۸۵۰\times۴/۱۸۶۸\frac{kj}{kg}$ $۱۶۸۵۰\times۴/۱۸۶۸=۷۰۵۴۷/۵۸\frac{kj}{kg}$	تمرین: ۴۵۶/۷ کالری بر گرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم به دست آورید. حل:
مثال: در صورتی که گرمای نهان ذوب جسمی $۸۰\frac{cal}{g}$ باشد. میزان آن بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم چقدر است؟ حل: $۱\frac{cal}{g}=۴/۱۹\frac{kj}{kg}$ $۸۰\frac{cal}{g}=۸۰(۱\frac{cal}{g})$ $=۸۰\times(۴/۱۹\frac{kj}{kg})$ $=۳۳۵/۲\frac{kj}{kg}$	تمرین: در صورتی که گرمای نهان ذوب جسمی $۲۰۰\frac{kj}{kg}$ باشد. میزان آن بر حسب کالری بر گرم چقدر است؟ حل:

۱۳-۹- تعریف گرمای نهان تبخیر:

مقدار گرمایی است که در نقطه جوش جسم و در فشار یک اتمسفر به واحد جرم جسم داده می‌شود تا از حالت مایع به حالت بخار تبدیل شود. گرمای نهان تبخیر را با حرف L نشان می‌دهند.

۱-۱۳-۹- واحدهای گرمای نهان تبخیر: در صورتی که جرم جسم برابر m و گرمای نهان تبخیر آن L باشد، گرمای مورد نیاز جهت تبخیر آن برابر خواهد بود با:

$$Q_L = m.L$$

در این صورت گرمای نهان تبخیر آن به صورت زیر است:

$$\boxed{L = \frac{Q_L}{m}}$$

که واحدهای گرمای نهان تبخیر با واحدهای گرمای نهان گداز برابرند.

مثال: در صورتی که برای تبخیر مایعی به جرم ۵۰۰ گرم ۵۳۷ cal در نقطه تبخیر حرارت مورد نیاز باشد. گرمای نهان تبخیر آن چقدر خواهد بود؟

حل:

خواسته	داده‌ها
$L = ?$	$m = ۵۰۰g$ $Q_L = ۵۳۷$

نوشتن رابطه:

$$L = \frac{Q_L}{m}$$

$$L = \frac{۵۳۷}{۵۰۰} = ۱/۰۷۴ \frac{cal}{g}$$

تمرین: در صورتی که برای تبخیر مایعی به جرم ۸۰۰ گرم، ۴۰۰۰ j گرمای نهان تبخیر آن چقدر خواهد بود؟

حل:

۱۴-۹- رابطه مقدار گرما:

هنگامی که فلز حرارت داده می‌شود برای ذوب شدن ابتدا گرما سبب بالا رفتن دما تا نقطه ذوب می‌شود سپس در نقطه ذوب سبب ذوب شدن آن و پس از ذوب شدن سبب بالا رفتن دمای آن تا دمای فوق ذوب می‌شود.

بنابراین مقدار حرارت لازم برای حرارت دادن فلز تا دمای فوق ذوب برابر Q است.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

که در آن:

Q_1 گرمای لازم برای بالا رفتن دمای جسم تا نقطه ذوب

Q_2 گرمای لازم برای ذوب شدن قطعه در نقطه ذوب (گرمای نهان گداز)

Q_3 گرمای لازم برای بالا رفتن دمای جسم از نقطه ذوب تا دمای فوق ذوب

در صورتی که جرم جسم m باشد ،مقدار گرمای لازم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= m\bar{c}(\theta_m - \theta_i) \\ Q_2 &= m\lambda \\ Q_3 &= m\bar{c}'(\theta_p - \theta_m) \end{aligned}\right\} Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = m\bar{c}(\theta_m - \theta_i) + m\lambda + m\bar{c}'(\theta_p - \theta_m)}$$

که در آن:

$\bar{c}$: گرمای ویژه متوسط جسم جامد

$\bar{c}'$: گرمای ویژه متوسط جسم مذاب

λ : گرمای نهان گداز

θ_m : نقطه ذوب

θ_i : دمای محیط (معمول $25^\circ c$ انتخاب می‌شود)

θ_p : دمای فوق گداز (دمای مناسب ریختن)

مثال: برای ذوب ۹۵ کیلوگرم مس و رسانیدن درجه حرارت مذاب به $1050^\circ c$ فوق ذوب، چند ژول و کیلوژول و کیلوکالری حرارت مورد نیاز است. دمای	تمرین: برای ذوب ۸۵ کیلوگرم مس و رسانیدن درجه حرارت مذاب به $1450^\circ c$ فوق ذوب، چند ژول و کیلوژول و کیلوکالری حرارت مورد نیاز است.

محیط $30^{\circ}c$ ، گرمای ویژه متوسط مس جامد $400\frac{j}{kg.k}$ گرمای ویژه متوسط مذاب $460\frac{j}{kg.k}$ و گرمای نهان گداز مس $1/8\times10^{5}\frac{j}{kg}$ و نقطه ذوب مس $1083^{\circ}c$ است.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q=?j$ $Q=?kj$ $Q=?kcal$	$m=95kg$ $(\theta_p-\theta_m)=150^{\circ}c$ $\theta_i=30^{\circ}c$ $\theta_m=1083^{\circ}c$ $\overline{c}'=460\frac{j}{kg.k}$ $\overline{c}=400\frac{j}{kg.k}$ $\lambda=1/8\times10^{+5}\frac{j}{kg}$)

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3$$

$$Q=m\overline{c}(\theta_m+\theta_i)+m\lambda+m\overline{c}'(\theta_p-\theta_m)$$

$$Q=95\times400(1083-30)+95\times1/8\times10^{5}+95\times460\times150$$

$$Q=95\times400\times1053+95\times1/8\times10^{5}+95\times460\times150$$

$$Q=400140000+171000000+65550000$$

$$Q=636690000j$$

ژول را به کیلوژول تبدیل می‌کنیم

$$Q=636690000\times(\frac{1}{1000}kj)$$

$$Q=63669kj$$

کیلوژول را به کیلوکالری تبدیل می‌کنیم

$$Q=63669\times(\frac{1}{4/1868}kcal)$$

.

دمای محیط $25^{\circ}c$، گرمای ویژه متوسط مس جامد $400\frac{j}{kg.k}$ گرمای ویژه $460\frac{j}{kg.k}$ و گرمای نهان گداز مس $1/8\times10^{5}\frac{j}{kg}$ و نقطه ذوب مس $1083^{\circ}c$ است.

حل:

$$Q = \frac{۶۳۶۶۹}{۴/۱۸۶۸}\,kcal$$

$$Q = ۱۵۲۰۷/۰۷۹kcal$$

مثال: می‌خواهیم ۷۵ کیلوگرم چدن را در کوره ذوب به نقطه فوق ذوب $۱۴۵۰^{\circ}c$ برسانیم، حساب کنید: مقدار حرارت لازم را بر حسب کیلوژول و کیلوکالری در صورتی که گرمای ویژه چدن جامد $۰/۶۸\frac{kj}{kg.k}$ ، گرمای ویژه چدن مذاب $۰/۸۲\frac{kj}{kg.k}$ ، گرمای نهان ذوب $\lambda = ۱۳۵\frac{kj}{kg.k}$ و نقطه ذوب آن $۱۲۵۰^{\circ}c$ باشد.

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?\,kj$	$m = ۷۵kg$
$Q = ?\,kcal$	$\theta_i = ۳۰^{\circ}c$
	$(\theta_p - \theta_m) = ۲۰۰^{\circ}c$
	$c = ۰/۶۸\frac{kj}{kg.k}$
	$c' = ۰/۸۲\frac{kj}{kg.k}$
	$\lambda = ۱۳۵\frac{kj}{kg.k}$
	$\theta_m = ۱۲۵۰^{\circ}c$

$$Q = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳$$

$$Q = m\bar{c}(\theta_m - \theta_i) + m\lambda + mc'(\theta_p - \theta_m)$$

$$Q = ۷۵\times ۰/۶۸(۱۲۵۰-۲۵) + ۷۵\times ۱۳۵ + ۷۵\times ۰/۸۲(۱۴۵۰-۱۲۵۰)$$

$$Q = ۷۵\times ۰/۶۸\times ۱۲۲۵ + ۷۵\times ۱۳۵ + ۷۵\times ۰/۸۲\times ۲۰۰$$

$$Q = ۶۲۴۷۵ + ۱۰۱۲۵ + ۱۲۳۰۰$$

$$Q = ۸۴۹۰۰kj$$

تمرین: می‌خواهیم ۸۲ کیلوگرم چدن را در کوره ذوب به نقطه فوق ذوب $۱۳۸۰^{\circ}c$برسانیم، حساب کنید: مقدار حرارت لازم را بر حسب کیلوژول و کیلوکالری ، در صورتی که گرمای ویژه چدن جامد $۰/۷۲\frac{kj}{kg.k}$ ، گرمای ویژه چدن مذاب $۰/۹۳\frac{kj}{kg.k}$ ، گرمای نهان ذوب $\lambda = ۱۴۵\frac{kj}{kg.k}$ و نقطه ذوب آن $۱۱۸۰^{\circ}c$ باشد.

حل:

کیلوژول را به کیلوکالری تبدیل می‌کنیم

$$Q = ۸۴۹۰۰ \times (۱kj)$$

$$Q = ۸۴۹۰۰ \times (\frac{۱}{۴/۱۸۶۸} kcal)$$

$$Q = \frac{۸۴۹۰۰}{۴/۱۸۶۸} kcal$$

$$Q = ۲۰۲۷۸/۰۲kcal$$

مثال: برای ذوب ۵۰ کیلوگرم آلومینیم از درجه حرارت $۲۵^{\circ}c$ تا پایان ذوب آن چقدر حرارت بر حسب ژول لازم است. در صورتی که گرمای نهان ذوب آلومینیم و گرمای ویژه آن به ترتیب $۳/۸ \times ۱۰^{۵} \frac{j}{kg}$ و $۹۰۸ \frac{j}{kg.^{\circ}c}$ باشد. $T_{M(AL)} = ۶۶۰^{\circ}c$

حل:

خواسته	داده‌ها
$Q = ?$	$m = ۵۰kg$ $\theta_۱ = ۲۵^{\circ}c$ $\theta_۲ = ۶۶۰^{\circ}c$ $c = ۹۰۸ \frac{j}{kg.^{\circ}c}$ $\lambda = ۳/۸ \times ۱۰^{۵} \frac{j}{kg}$

در این حالت که مقداری از حرارت صرف افزایش دمای آلومینیم از $۲۵^{\circ}c$ تا $۶۶۰^{\circ}c$ می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_۱ = mc(\theta_۲ - \theta_۱)$$

مقدار دیگر حرارت صرف ذوب کردن آلومینیم در نقطه ذوب آلومینیم می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

تمرین: برای ذوب ۱۰ کیلوگرم آهن از درجه حرارت $۲۰^{\circ}c$ تا نقطه ذوب آن چقدر حرارت بر حسب کالری لازم است. در صورتی که گرمای ویژه و گرمای نهان ذوب آهن به ترتیب $۰/۱۱۳ \frac{cal}{g.^{\circ}c}$ و $۲/۷ \times ۱۰^{۵} \frac{cal}{kg}$ باشد. $T_{M(AL)} = ۶۶۰^{\circ}c$

حل:

$Q_۲ = m\lambda$

محاسبه $Q_۱$

$Q_۱ = mc(\theta_۲ - \theta_۱)$

$Q_۱ = ۵۰ \times ۹۰۸(۶۶۰ - ۲۵)$

$Q_۱ = ۲۸۸۲۹۰۰۰$

محاسبه $Q_۲$

$Q_۲ = m\lambda$

$Q_۲ = ۸۰ \times ۳/۸ \times ۱۰^{۵}$

$= ۳/۰۴ \times ۱۰^{۷}\, j$

حرارت مورد نیاز:

$Q = Q_۱ + Q_۲$

$Q = ۲/۸۸۲۹ \times ۱۰^{۷} + ۳/۰۴ \times ۱۰^{۷}$

$Q = ۵/۹۲۲۹ \times ۱۰^{۷}\, j$

تمرین: مطلوب است محاسبه حرارت مورد نیاز بر حسب کالری جهت ذوب ۱۰۰ کیلوگرم چدن خاکستری در دمای $۲۵^{\circ}c$ و رساندن آن تا دمای $۱۳۰۰^{\circ}c$در صورتی که نقطه ذوب چدن $۱۱۵۰^{\circ}c$ ، گرمای ویژه چدن جامد به طور متوسط $۰/۴۸۵ \frac{kj}{kg.^{\circ}c}$، گرمای ویژه چدن مذاب به طور متوسط $۰/۱۶ \frac{cal}{g.^{\circ}c}$ و گرمای نهان ذوب چدن $۲۳ \frac{cal}{g}$باشد.

حل:

تمرین: مطلوب است محاسبه حرارت مورد نیاز بر حسب کیلوژول جهت ذوب ۸۰ کیلوگرم فولاد از دمای $۳۰^{\circ}c$و رساندن آن به $۲۰۰\ k$ فوق ذوب در صورتی که نقطه ذوب فولاد $۱۶۷۳\ k$ ، گرمای ویژه فولاد جامد $۰/۱۱۵ \frac{cal}{g.^{\circ}c}$ ، گرمای ویژه فولاد مذاب $۰/۱۵ \frac{cal}{g.^{\circ}c}$ و گرمای نهان ذوب فولاد $۲/۱ \times ۱۰^{۵} \frac{j}{kg}$ باشد.

حل:

مثال: برای ذوب ۱۰۰ کیلوگرم آلومینیم و رسانیدن درجه حرارت آن به $700^{\circ}c$ چند کیلوکالری گرما لازم است؟ منحنی تغییرات درجه حرارت نسبت به گرمای داده شده را نیز رسم کنید. گرمای ویژه آلومینیم جامد و مذاب به طور متوسط $0/24\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ و $0/26\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ ، گرمای نهان گداز آلومینیم $91\frac{cal}{g}$ و نقطه ذوب آلومینیم $660^{\circ}c$ است. دمای	تمرین: برای ذوب ۸۰ کیلوگرم چدن از درجه حرارت آن به $150^{\circ}c$ تا پایان ذوب آن چقدر حرارت لازم است؟ منحنی تغییرات درجه حرارت نسبت به گرمای داده شده را نیز رسم کنید. گرمای ویژه چدن جامد و مذاب به طور متوسط $0/132\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ و $0/17\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ ، گرمای نهان گداز چدن $23\frac{cal}{g}$ و نقطه انجماد چدن $1150^{\circ}c$ است.

محیط $20^\circ c$

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?$	$m = 100kg$
منحنی تغییرات درجه حرارت نسبت به گرما	$\theta_1 = 20^\circ c$
	$\theta_m = 660^\circ c$
	$\theta_2 = 700^\circ c$
	$c = 0/24 \frac{cal}{g}$
	$c' = 0/26 \frac{cal}{g}$ مذاب
	$\lambda = 91 \frac{cal}{g}$

در این حالت که مقداری از گرما صرف افزایش درجه حرارت آلومینیم از $20^\circ c$ به $660^\circ c$ می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_1 = mc(\theta_m - \theta_1)$$

مقدار دیگر حرارت صرف ذوب کردن آلومینیم در نقطه ذوب می‌شود بدون افزایش درجه حرارت

$$Q_2 = m\lambda$$

مقدار دیگر حرارت صرف افزایش درجه حرارت مذاب آلومینیم از $660^\circ c$ به $700^\circ c$ می‌شود.

$$Q_3 = mc'(\theta_2 - \theta_m)$$

تبدیل: جرم از کیلوگرم به گرم تبدیل می‌شود.

$$m = 100kg = 100 \times (1kg)$$

$$= 100 \times 1000g$$

$$= 100000g$$

محاسبه Q_1

$$Q_1 = mc(\theta_m - \theta_1)$$

حل:

$Q_1 = ۱۰۰۰۰۰ \times ۰/۲۴(۶۶۰ - ۲۰)$

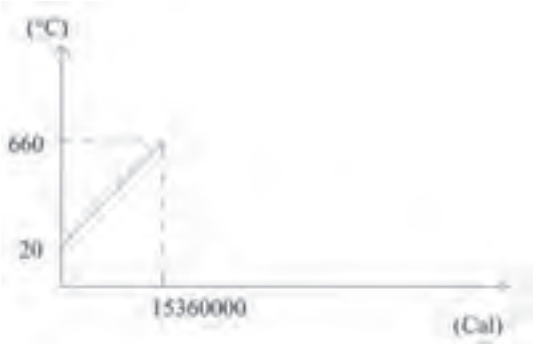
$Q_1 = ۱۵۳۶۰۰۰۰ cal$

رسم نمودار

نقطه اول $\theta_1 = ۲۰^\circ c \Rightarrow Q = ۰$

نقطه دوم $\theta_m = ۶۶۰^\circ c \Rightarrow Q_1 = ۱۵۳۶۰۰۰۰ cal$

این نقاط را به نمودار منتقل می‌کنیم و به هم وصل می‌کنیم) .دما $^\circ c$



محاسبه Q_2

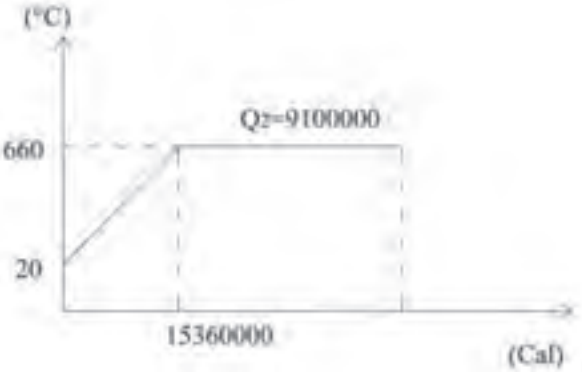
$Q_2 = m\lambda$

$Q_2 = ۱۰۰۰۰۰ \times ۹۱$

$Q_2 = ۹۱۰۰۰۰۰ cal$

ادامه رسم نمودار

با توجه به اینکه در هنگام ذوب ،نقطه ذوب ثابت است از نقطه دوم به میزان $Q_2 = ۹۱۰۰۰۰۰ cal$ موازی محور حرارت رسم می‌شود تا نقطه سوم به دست آید.



محاسبه Q_3

$$Q_3 = mc'(\theta_2 - \theta_m)$$

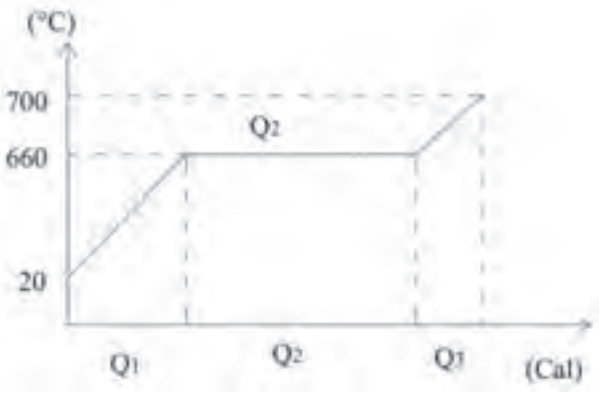
$$Q_3 = 100000 \times 0/26(700-660)$$

$$Q_3 = 100000 \times 0/26 \times 40$$

$$Q_3 = 1040000 cal$$

ادامه رسم منحنی

از نقطه سوم به اندازه ۱۰۴۰۰۰۰ cal موازی محور حرارت جلو می‌رویم و از آن نقطه موازی محور دما رسم می‌کنیم تا به دمای $700^{\circ}c$ برسیم تا نقطه چهارم به دست آید .نقطه سوم را به چهارم وصل می‌کنیم.



حرارت کل

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = 15360000 + 9100000 + 1040000$$

$$Q = 25500000 cal$$

۱۵-۹- قدرت حرارتی (ارزش گرمایی)

قدرت حرارتی یا ارزش گرمایی یک سوخت عبارت است از مقدار حرارتی که واحد جرم یا واحد حجم یک سوخت هنگام احتراق کامل ایجاد می‌کند.

واحد ارزش گرمایی برای سوخت‌های جامد و مایع بر حسب واحد جرم عبارتند از: $\frac{cal}{g}$ یا $\frac{kcal}{kg}$

واحد ارزش گرمایی برای سوخت گاز بر حسب واحد حجم عبارتند از: $\frac{cal}{lit}$ یا $\frac{kcal}{m^3}$

- برای تبدیل واحد $\frac{kcal}{kg}$ به واحد $\frac{kj}{kg}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} 1\dfrac{kcal}{kg} \\ 1kcal = 4/1868kj \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{1\frac{kcal}{kg} = 4/1868\frac{kj}{kg}}$$

$$\boxed{1\frac{kcal}{kg} = 4/1868\frac{kj}{kg} \Leftrightarrow 1\frac{kj}{kg} = \frac{1}{4/1868}\frac{kcal}{kg}}$$

$$\boxed{1\frac{kj}{kg} \approx 0/24\frac{kcal}{kg}}$$

در صورتی که جرم سوخت جامد یا مایع بر حسب کیلوگرم M باشد و مقدار Q' کیلوکالری گرما آزاد و ارزش گرمایی برابر q_m باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$\boxed{Q' = Mq_m}$$

در صورتی که حجم سوخت گاز بر حسب m^3، V باشد و مقدار Q' کیلوکالری گرما آزد کند و ارزش گرمایی برابر q_v باشد در این صورت داریم:

$$\boxed{Q' = V.q_v}$$

واحد q_v در سیستم SI برابر $\frac{j}{m^3}$ است که برای تبدیل آن به $\frac{kcal}{m^3}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} 1\dfrac{kcal}{m^3} \\ 1kcal = 4/1868kj \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{1\frac{kcal}{m^3} = 4/1868\frac{kj}{m^3}}$$

$$۱\frac{kcal}{m^۳}=۴/۱۸۶۸\frac{kj}{m^۳}\Leftrightarrow ۱\frac{kj}{m^۳}=\frac{۱}{۴/۱۸۶۸}\frac{kcal}{m^۳}$$

$$\boxed{۱\frac{kj}{m^۳}\approx ۰/۲۴\frac{kcal}{m^۳}}$$

مثال: ۷۵/۸ کیلوکالری بر کیلوگرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم حساب کنید.

حل:

$$۷۵/۸\frac{kcal}{kg}=?\frac{kj}{kg}$$

$$۷۵/۸\times(۱\frac{kcal}{kg})$$

$$۷۵/۸\times۴/۱۸۶۸\frac{kj}{kg}$$

$$۷۵/۸\times۴/۱۸۶۸=۳۱۷/۳۴\frac{kj}{kg}$$

تمرین: ۶۸/۹ کیلوکالری بر کیلوگرم را بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم حساب کنید.

حل:

مثال: **۴۱۵/۹** کیلوژول بر کیلوگرم را بر حسب کیلوکالری بر کیلوگرم حساب کنید.

حل:

$$۴۱۵/۹\frac{kj}{kg}=?\frac{kcal}{kg}$$

$$۴۱۵/۹\times(۱\frac{kj}{kg})$$

$$۴۱۵/۹\times\frac{۱}{۴/۱۸۶۸}\frac{kcal}{kg}$$

$$\frac{۴۱۵/۹}{۴/۱۸۶۸}=۹۹/۳۴\frac{kcal}{kg}$$

تمرین: ۳۱۲۰/۸ کیلوژول بر کیلوگرم را بر حسب کیلوکالری بر کیلوگرم حساب کنید.

حل:

مثال: ۸۴ کیلوکالری بر مترمکعب را بر حسب کیلوژول بر مترمکعب حساب کنید. حل: $۸۴\frac{kcal}{m^۳}=?\frac{kj}{m^۳}$ $۸۴\times(۱\frac{kcal}{m^۳})$ $۸۴\times(۴/۱۸۶۸\frac{kj}{m^۳})$ $۸۴\times۴/۱۸۶۸=۳۵۱/۶۹\frac{kj}{m^۳}$	تمرین: ۹۵/۵ کیلوکالری بر مترمکعب را بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب حساب کنید. حل:
مثال: **۲۴۵** کیلوژول بر مترمکعب را بر حسب کیلوکالری بر متر مکعب به دست آورید. حل: $۲۴۵\frac{kj}{m^۳}=?\frac{kcal}{m^۳}$ $۲۴۵\times(۱\frac{kj}{m^۳})$ $۲۴۵\times(\frac{۱}{۴/۱۸۶۸}\frac{kcal}{m^۳})$ $\frac{۲۴۵}{۴/۱۸۶۸}=۵۸/۵۲\frac{kcal}{m^۳}$	تمرین: ۳۶۵ کیلوژول بر مترمکعب را بر حسب کیلوکالری بر مترمکعب به دست آورید. حل:
مثال: گرمای حاصل از سوختن ۵ کیلوگرم سوخت جامد ۷۰۰۰ kcal است ارزش گرمایی سوخت چقدر است؟ حل: نوشتن رابطه: $Q'=m.q_m$ جاگذاری در رابطه:	تمرین: گرمای حاصل از سوختن ۱۰۰ مترمکعب سوخت گازی ۲۶۰۰۰۰ kcal است. ارزش گرمایی سوخت چقدر است؟ حل:

$۷۰۰ = ۵.q_m$

$\frac{۷۰۰۰}{۵} = \frac{۵۰q_m}{۵}$

$q_m = ۱۴۰۰kcal$

مثال: ارزش حرارتی سوخت جامد $۷۰۰۰\frac{kcal}{kg}$ است میزان آن بر حسب $\frac{kj}{kg}$ چقدر است؟

$۱\frac{kcal}{kg} = ۴/۱۹\frac{kj}{kg}$

$۷۰۰۰\frac{kcal}{kg} = ۷۰۰۰\times(۱\frac{kcal}{kg})$

$= ۷۰۰۰\times(۴/۱۹\frac{kj}{kg})$

$= ۲۹۳۳۰\frac{kj}{kg}$

تمرین: ارزش حرارتی سوخت گازی $۱۶۸۰۰\frac{kcal}{m^۳}$ است مقدار آن بر حسب $\frac{kj}{m^۳}$ چقدر است؟

حل:

۱۶-۹- راندمان کوره حرارتی:

راندمان حرارتی کوره عبارت است از نسبت گرمای گرفته شده از کوره یا گرمای مفید به گرمای داده شده به کوره توسط سوخت که با درصد بیان می‌شود.

$$\text{راندمان حرارتی کوره } R = \frac{\text{گرمای گرفته شده از کوره (گرمای مفید)}}{\text{گرمای داده شده به کوره توسط سوخت}} \times ۱۰۰$$

در صورتی که گرمای گرفته شده از کوره برابر Q و گرمای داده شده به کوره از جانب سوخت Q' (سوخت جامد یا مایع $M.q_m$ و برای سوخت گازی $V.q_V$) باشد خواهیم داشت:

$$\text{راندمان حرارتی کوره با سوخت جامد یا مایع } R = \frac{Q}{M.q_m} \times ۱۰۰$$

$$\text{راندمان حرارتی کوره با سوخت گاز } R = \frac{Q}{V.q_v} \times ۱۰۰$$

- واحد ارزش گرمایی در سیستم انگلیسی برابر است با بی‌تی‌یو بر پوند(BTU /lb) که معادل آن برابر واحدهای

$\frac{kcal}{kg}$ و $\frac{kj}{kg}$ چنین است:

$$1\frac{BTU}{Lb} = 0/556\frac{kcal}{kg} \Leftrightarrow 1\frac{kcal}{kg} = \frac{1}{0/556}\frac{BTU}{Lb}$$

$$1\frac{BTU}{Lb} = 2/326\frac{kj}{kg} \Rightarrow 1\frac{kj}{kg} = \frac{1}{2/326}\frac{BTU}{Lb}$$

مثال: در صورتی که برای ذوب فلزی kcal ۲۰۰۰۰۰ حرارت مورد نیاز باشد و این حرارت از احتراق ۳۰ کیلوگرم سوخت باشد با انرژی حرارتی $q_m = 8000\frac{kcal}{kg}$ در کوره حاصل شود. راندمان حرارتی کوره چقدر است؟

حل:

خواسته	داده‌ها
$R = ?$	$Q = 200000kcal$ $M=30kg$ $q_m = 8000$

گرمای گرفته شده (مفید) = حرارت ذوب فلز

$Q = 200000kcal =$

گرمای داده شده = میزان حرارت ایجاد شده از احتراق سوخت

$$R = \frac{Q}{q_m \times M} \times 100$$

$$R = \frac{200000 \times 100}{8000 \times 30}$$

$$R = 83/33\%$$

تمرین: در صورتی که برای ذول فلزی kcal ۱۵۰۰۰۰ حرارت مورد نیاز باشد و این حرارت از احتراق ۲۰ مترمکعب سوخت گازی با ارزش حرارتی $8500\frac{kcal}{m^3}$ در کوره حاصل شود. راندمان حرارتی کوره چقدر است؟

حل:

مثال: مطلوب است محاسبه مقدار حرارت لازم بر حسب kcal جهت افزایش درجه حرارت ۱۰ کیلوگرم آهن از $۲۵^\circ c$ تا $۸۰۰^\circ c$ در صورتی که گرمای ویژه آهن $۰/۱۱۳\frac{cal}{g.^\circ c}$ باشد. در صورتی که برای حرارت دادن این آهن از ۲ کیلوگرم سوخت با قدرت حرارتی $۱۶۰۰\frac{kcal}{kg}$ استفاده شود. راندمان حرارتی کوره چقدر است؟

حل:

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q' = ?$	$m = ۱۰kg$
$Q = ?$	$\theta_۱ = ۲۵^\circ c$
$R = ?$	$\theta_۲ = ۸۰۰^\circ c$
	$c = ۰/۱۱۳\frac{cal}{g.^\circ c}$
	$M = ۲kg$
	$q_m = ۱۶۰۰\frac{kcal}{kg}$

تبدیل واحد: جرم آهن از kg به g

$$m = ۱۰kg = ۱۰\times(۱kg)$$
$$= ۱۰\times ۱۰۰۰g$$
$$= ۱۰۰۰۰g$$

- محاسبه مقدار حرارت لازم جهت افزایش دمای آهن

نوشتن رابطه:

$$Q_۱ = mc(\theta_۲ - \theta_۱)$$
$$Q = ۱۰۰۰۰\times ۰/۱۱۳\times(۸۰۰-۲۵)$$
$$Q = ۸۷۵۷۵۰cal$$

حرارت بر حسب کیلوکالری

$$Q = ۸۷۵۷۵۰\times(۱cal)$$

تمرین: مطلوب است محاسبه مقدار حرارت لازم بر حسب kJ جهت ذوب ۲۰ کیلوگرم مس از $۲۰^\circ c$ تا نقطه ذوب مس در صورتی که گرمای ویژه مس $۰/۰۹۳\frac{cal}{g.^\circ c}$ ، گرمای نهان ذوب مس $۱/۸\times۱۰^۵\frac{j}{kg}$ و نقطه ذوب مس $۱۰۸۳^\circ c$ باشد. در صورتی که برای حرارت دادن ۲۵۰۰ لیتر از سوختن گازی با قدرت حرارتی $۲۶۰۰\frac{kcal}{m^۳}$ استفاده شود راندمان حرارتی کوره را محاسبه کنید؟

حل:

$$Q = ۸۷۵۷۵۰ \times (\frac{۱}{۱۰۰۰} kcal)$$

$$Q = ۸۷۵/۷۵۰ kcal$$

- محاسبه حرارتی حاصله از سوخت

نوشتن رابطه

$$R = \frac{Q}{q_m \times M} \times ۱۰۰$$

$$R = \frac{۸۷۵/۷۵ \times ۱۰۰}{۱۶۰۰ \times ۲} = ۲۷/۳۷\%$$

تمرین: برای ذوب ۱۲۵ کیلوگرم مس و رسانیدن درجه حرارت مذاب به $۱۸۰^{\circ}c$ فوق ذوب، اگر درجه حرارت محیط $۲۰^{\circ}c$، گرمای ویژه متوسط مس جامد $۴۲۰\frac{j}{kg.k}$ ، گرمای ویژه نقطه ذوب مس $۴۸۰\frac{j}{kg.k}$ ، گرمای نهان گداز مس $۱/۸ \times ۱۰^{۵}\frac{j}{kg}$ و نقطه ذوب مس $۱۰۸۳^{\circ}c$ باشد، چند کیلوژول و کیلوکالری حرارت مورد نیاز است. چنانچه برای این مقدار مس از یک نوع سوخت با قدرت حرارتی $۸۰۰۰\frac{kcal}{kg}$ استفاده شود و راندمان حرارتی کوره ۲۵ درصد منظور شود. چه مقدار سوخت لازم است؟

حل:

تمرین: برای ذوب ۱۲۰ کیلوگرم آلومینیم و رساندن آن به ۵۵ درجه سانتی‌گراد فوق ذوب، اگر نقطه ذوب آلومینیم $۶۵۸^{\circ}c$ و گرمای ویژه متوسط آلومینیم جامد $۰/۲۸\frac{kcal}{kg.^{\circ}c}$ و گرمای ویژه متوسط آلومینیم مذاب $۰/۳۲\frac{kcal}{kg.^{\circ}c}$ ، گرمای نهان گداز آلومینیم $۹۸\frac{kcal}{kg}$ و درجه حرارت $۲۰^{\circ}c$ باشد، چه مقدار حرارت مورد نیاز است. چنانچه برای این مقدار آلومینیم از یک نوع سوخت با قدرت حرارتی $۱۲۰۰۰\frac{kcal}{kg}$ استفاده شود و راندمان حرارتی کوره ۳۲ درصد منظور شود. چه مقدار سوخت لازم است؟

حل:

تمرین: در صورتی که درجه حرارت اولیه و ثانویه جسمی بر حسب درجه سانتی‌گراد به ترتیب $۳۵۰^{\circ}c$ و $۶۸۰^{\circ}c$ باشد مطلوب است :

الف ـ اختلاف این دو درجه حرارت بر حسب تقسیم بندی سانتی‌گراد

ب ـ اختلاف آن دو بر حسب تقسیم بندی کلوین

ج ـ اختلاف آن دو بر حسب تقسیم بندی فارنهایت

حل:

تمرین: مطلوب است تعیین ظرفیت حرارتی یک قطعه فولاد به طوری که برای افزایش درجه حرارت از $۳۵۰^{\circ}c$ به $۷۵۰^{\circ}c$ ، ۱۳۵۰ kcal انرژی حرارتی مصرف شده باشد جواب را بر حسب واحدهای $\frac{cal}{^{\circ}c}$ و $\frac{j}{^{\circ}c}$ به دست آورید.

حل:

تمرین: در یک کوره عملیات حرارتی، لازم است دمای یک میله فولادی به قطر ۲۵ میلی‌متر و به طول ۲۸ سانتی‌متر از $۴۲۰^{\circ}c$ به $۹۶۰^{\circ}c$ برسد. در صورتی که چگالی این فولاد $۷/۶\frac{g}{cm^{۳}}$ و گرمای ویژه متوسط آن در این فاصله دمایی $۰/۱۵\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ باشد، چه مقدار انرژی حرارتی بر حسب کیلوکالری و کیلوژول توسط میله جذب خواهد شد. همچنین ظرفیت حرارتی آن را بر حسب $\frac{kj}{^{\circ}c}$ تعیین کنید.

حل:

تمرین: یک کوره بوته‌ای می‌تواند ۹۵ کیلوگرم از یک نوع چدن خاکستری را از درجه حرارت محیط $(۲۵^{\circ}c)$ به درجه حرارت فوق ذوب (۱۴۵۰°) برساند. سوخت مصرفی برای این عمل ۸/۵ لیتر است. احتراق هر لیتر از این سوخت ۸۹۵۰ کیلوکالری گرما تولید می‌کند. گرمای ویژه چدن جامد $۰/۱۸\frac{cal}{g.^{\circ}c}$ ، گرمای ویژه چدن مذاب $۰/۲۴\frac{cal}{g.^{\circ}c}$، گرمای نهان گداز چدن $۳۲\frac{cal}{g}$ و نقطه ذوب آن $۱۱۲۰^{\circ}c$ است مطلوب است:

الف ـ میزان مصرف سوخت برای هر کیلوگرم چدن مذکور بر حسب سانتی‌متر مکعب

ب ـ راندمان حرارتی کوره

حل:

تمرین: جرم یک قطعه برنزی ۷۲/۵ kg و گرمای ویژه متوسط آن در فاصله دمایی ۶۰۰ تا ۸۵۰ درجه سانتی‌گراد، $۰/۹۹\frac{kcal}{kg.^{\circ}c}$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه:

الف ـ ظرفیت حرارتی بر حسب $\frac{kcal}{^{\circ}c}$

ب ـ گرمای لازم بر حسب kj در این فاصله دمایی

حل:

تمرین: یک قطعه آلومینیم به حجم $۶/۵dm^{۳}$ را از $۶۵۹^{\circ}c$ تا $۲۵^{\circ}c$ سرد کرده‌ایم. چه مقدار گرما بر حسب کیلوکالری از دست داده است (از انقباض آلومینیم صرف نظر شود).

$\rho_{Al}=۲/۷\frac{g}{cm^{۳}}$ و $\overline{c}_{Al}=۰/۲۶\frac{cal}{g.^{\circ}c}$

حل:

تمرین: برای ذوب کامل ۳۲ kg سرب (در نقطه انجماد)، ۶۲۰ کیلوژول انرژی گرمایی لازم است. گرمای نهان گداز سرب را بر حسب $\frac{kj}{kg}$ و $\frac{kcal}{kg}$ حساب کنید.

حل:

تمرین: گرمای نهان گداز (یاگرمای نهان ذوب) یخ و چدن خاکستری به ترتیب برابرند با (۳۱۹-۹) و (۳۲۰-۹) مطلوب است: تعیین انرژی حرارتی لازم بر حسب kj برای ذوب کامل ۱۲۰kg یخ و ۱۲۰kg چدن.

حل:

منابع و مآخذ

۱- محاسبات فنی عمومی، شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی، ۱۳۸۹.