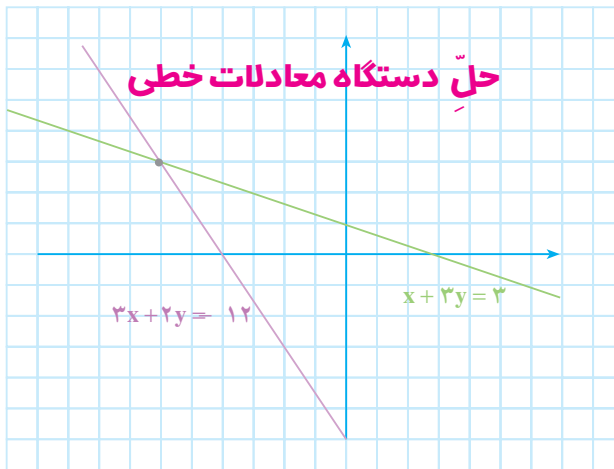




دستگاه معادله‌های خطی



$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad (1) \quad \text{دو معادله‌ی خطی}$$

یک دستگاه معادله‌های خطی را تشکیل می‌دهند. منظور از حل کردن چنین دستگاهی، پیدا کردن مقادیری برای x و y است که به ازای آن‌ها، این معادله‌ها برقرار باشند؛ مثلاً به ازای $x = 6$ و $y = 3$ هر دو معادله برقرارند.

$$\text{جواب دستگاه (۱) است.} \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$$

برای حل کردن دستگاهی مانند (۱)، کافی است طرفین یکی از معادله‌ها یا هر دو را در عددهایی ضرب کنیم که ضرایب یکی از متغیرهای x و y در دو معادله قرینه شود.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} -3x - 2y = 12 \\ 3x + 9y = 9 \end{cases}$$

طرفین دو معادله‌ی جدید را با هم جمع می‌کنیم؛ $-3x$ با $3x$ حذف می‌شود و پس از خلاصه

$$7y = 21 \quad \rightarrow \quad y = 3 \quad \text{کردن، خواهیم داشت:}$$

با جایگزینی y در یکی از دو معادله - مثلاً معادله‌ی دوم از دستگاه (۱) - داریم:

$$x + 9 = 3 \quad \rightarrow \quad x = 6$$

هریک از معادله‌های بالا، معادله‌ی یک خط است. $x = 6$ و $y = 3$ در واقع طول و عرض

نقطه‌ی تقاطع این دو خط‌اند. از این نظر، گاهی جواب دستگاه (۱) را به صورت $\begin{bmatrix} -۶ \\ ۳ \end{bmatrix}$ نیز می‌نویسیم.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases} \quad \text{اکنون، دستگاه زیر را حل می‌کنیم.}$$

راه حل: طرفین معادله‌ی اول را در ۳ و طرفین معادله‌ی دوم را در (-۲) ضرب می‌کنیم.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 6x + 15y = 12 \\ -6x - 14y = -10 \end{cases}$$

$$y = 2$$

$$2x + 5 \times 2 = 4 \quad , \quad 2x = -6 \quad , \quad x = -3$$

بنابراین $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ جواب دستگاه است.

کار در کلاس

۱- دستگاه‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} -2x - 7y = 1 \\ 3x + 10y = 2 \end{cases} \quad \text{الف -} \quad \begin{cases} 3x + 8y = 2 \\ 5x - 2y = 12 \end{cases} \quad \text{ب -}$$

$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ -3x + 2y = 11 \end{cases} \quad \text{پ -} \quad \begin{cases} 7x + 9y = 10 \\ x - 5y = 8 \end{cases} \quad \text{ت -}$$

۲- ابتدا، از طریق حل دستگاه، محل تقاطع خط‌های زیر را پیدا کنید؛

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

سپس، خط‌های مربوط را رسم کنید و مختصات نقطه‌ی تقاطع را به دست آورید.

نتیجه را با قسمت پیش مقایسه کنید.

راهبرد تشکیل معادله (دستگاه معادلات)

حسن و رضا به فروشگاه تعاونی مدرسه رفتند و تعدادی دفتر و مداد خریدند. حسن ۵ دفتر و ۳ مداد خرید و ۳۱۰ تومان پول داد. رضا ۲ دفتر و ۱ مداد خرید و ۱۲۰ تومان پول داد. قیمت هر دفتر و مداد چند تومان است؟

قیمت یک دفتر را x تومان و قیمت یک مداد را y تومان می‌گیریم؛ بنابراین،

$$\begin{cases} 5x + 3y = 310 \\ 2x + y = 120 \end{cases}$$

با توجه به خرید حسن،
و با توجه به خرید رضا،

این دستگاه معادله‌ها را حل می‌کنیم؛ جواب $x = 50$ و $y = 20$ به دست می‌آید؛ پس، قیمت هر دفتر ۵۰ تومان و قیمت هر مداد ۲۰ تومان است.

کار در کلاس

۱- علی تعدادی گلوله‌ی چوبی کوچک و بزرگ دارد. وزن ۴ گلوله‌ی کوچک و ۴ گلوله‌ی بزرگ ۶۰۰ گرم است. وزن ۵ گلوله‌ی کوچک و ۲ گلوله‌ی بزرگ ۴۲۰ گرم است. وزن هر گلوله را حساب کنید.



۲- سن خواهر مریم ۳ برابر سن اوست و اختلاف سن آن‌ها ۱۲ سال است. سن هریک را تعیین کنید.

سن مریم را x و سن خواهرش را y بگیرید. با توجه به صورت مسئله، دو معادله بنویسید و دستگاه حاصل را حل کنید.

۳- احمد یک روز ۱۲ صندلی و ۵ میز تحریر را رنگ کرد و ۲۶۰۰ گرم رنگ مصرف شد. روز دیگر، ۶ صندلی و ۴ میز از همان نوع را رنگ کرد و ۱۵۴۰ گرم رنگ مصرف شد. مقدار رنگ مصرفی برای هر صندلی و هر میز چند گرم است؟

مقدار رنگ مصرفی را برای یک صندلی x و برای یک میز y بگیرید و دو معادله

بنویسید.

۱- دستگاه‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ -7x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 9y = 5 \\ -3x + 7y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y = 3 \\ \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{5}x + y = 12 \\ \frac{3}{5}x + 4y = 13 \end{cases}$$

۲- ابتدا از طریق حل دستگاه‌ها، مختصات تقاطع خط‌های زیر را به دست آورید، سپس، خط‌ها را رسم کنید و مختصات به دست آمده را با شکل مقایسه کنید.

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$$

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

حل مسئله

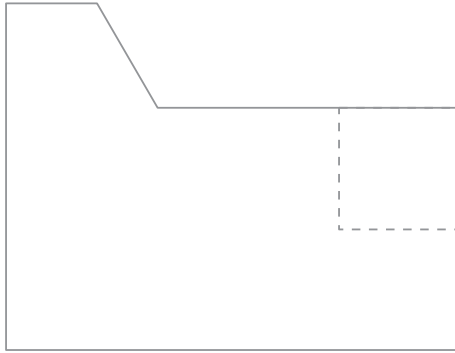
۱- دو پیمانه‌ی کوچک و بزرگ داریم که گنجایش آن‌ها را نمی‌دانیم. ۲ پیمانه‌ی کوچک و ۳ پیمانه‌ی بزرگ، یک ظرف ۲۱ لیتری را پر می‌کنند. ۶ پیمانه‌ی کوچک و ۵ پیمانه‌ی



بزرگ، یک ظرف ۴۳ لیتری را پر می‌کنند. گنجایش هریک از پیمانه‌ها چند لیتر است؟
 ۲- لاله به دوستش گفت که سن پدرش هنگام تولد او ۲۴ سال بوده است (اختلاف سن آن‌ها ۲۴ است) و حالا سن پدرش ۳ برابر سن اوست. لاله حالا چند سال دارد؟
 ۳- محیط یک مستطیل ۷۴ سانتی‌متر است و طول مستطیل ۱۵ سانتی‌متر از عرض آن بیشتر است. طول و عرض مستطیل را حساب کنید.

۴- دو زاویه مکمل‌اند و اندازه‌ی یکی ۴ برابر دیگری است. اندازه‌ی هریک از این زاویه‌ها را پیدا کنید.

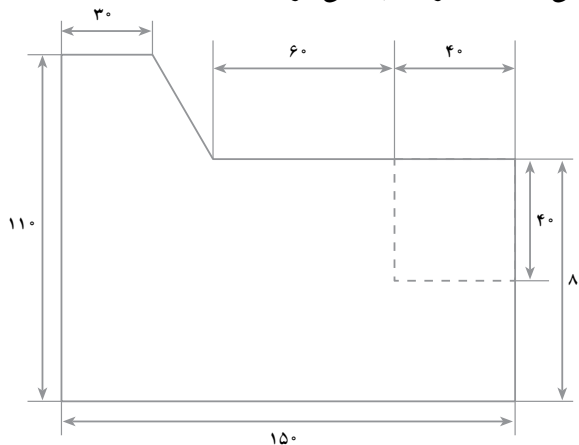
الف - شکل زیر را با توجه به شکل نهایی اندازه‌گذاری کنید. ابتدا خطوط مربوط به اندازه را رسم کنید و سپس، اندازه‌ها را بنویسید.



ب -

- ۱- یک مستطیل ۱۱×۱۵ سانتی‌متری در وسط کاغذ رسم کنید.
- ۲- با توجه به اندازه‌های شکل، رسم را انجام دهید. (ابتدا اندازه‌ی ضلع‌های داده نشده را پیدا کنید)

- ۳- خطوط مربوط به اندازه‌گذاری را رسم کنید.
 - ۴- اندازه‌ها را مطابق شکل نهایی روی آن بنویسید.
- پ -** شکل نهایی (اندازه‌ها برحسب میلی‌متر است)



ت - دقیق بودن اندازه‌ها در این رسم بسیار اهمیت دارد. رعایت دقت در کشیدن خطوط مربوط به اندازه‌گذاری و تمیزی رسم نیز مهم است.