فصل پنجم

محاسبهٔ حجم

خلاصه فصل

دانش‌آموزان عزیز در این فصل با نحوهٔ محاسبه احجام منشوری و مرکب آشنا می‌شوند و با به‌کارگیری روابط احجام منشوری می‌توانند حجم اشکال مرکب را محاسبه کنند. تعیین احجام در مباحثی نظیر متره و برآورد و بارگذاری بسیار حائز اهمیت است و توصیه می‌شود با دقت مباحث این فصل مطالعه شود.

اهداف فصل

دانشی	مهارتی	نگرشی
۱ــ آشنایی با واحد اندازه گیری حجم ۲ــ تبدیل واحدهای حجم به یکدیگر ۳ــ آشنایی با روابط احجام منشوری شکل ۴ــ آشنایی با روابط احجام هرمی شکل ۵ــ آشنایی با روابط احجام مخروطی شکل ۶ــ آشنایی با روابط احجام کروی شکل	۱ــ واحدهای اندازه گیری را توضیح دهد ۲ــ با استفاده از روش مستقیم و یا جدول ضرایب واحدهای حجم به یکدیگر تبدیل نماید ۳ــ حجم انواع اشکال منشوری شکل را محاسبه کند ۴ــ حجم انواع اشکال هرمی شکل را محاسبه کند ۵ــ حجم انواع اشکال مخروطی شکل را محاسبه کند ۶ــ حجم انواع اشکال کروی شکل را محاسبه کند	۱ــ تقویت تولید حجم با استفاده از سطح ۲ــ شناخت انواع احجام انتقالی ۳ــ شناخت انواع احجام دورانی ۴ــ تقویت بینش سه‌بعدی دانش‌آموزان ۵ــ شناخت جهان فیزیکی سه‌بعدی

جدول بودجه‌بندی فرآیند اجرای برنامه درسی فصل پنجم

جلسه آموزشی	موضوعات و عناوین	شماره صفحه کتاب درسی	مواد آموزشی	امکانات و تجهیزات مورد نیاز
۱۴	۱ــ واحد اندازه‌گیری حجم o واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI o اجزای واحد حجم در سیستم SI o اضعاف واحد حجم در سیستم SI o تبدیل واحدهای حجم به یکدیگر در سیستم SI ۲ــ محاسبهٔ حجم اشکال منشوری ۳ــ محاسبه حجم هرم و مخروط ۴ــ محاسبهٔ حجم کره	۷۱ ۷۱ ۷۱ ۷۲ ۷۲ ۷۴ ۷۵ ۷۶		ماکت‌های چوبی و ساخته شده از فوم خط‌کش طناب
۱۵	۱ــ حل مثال‌های کتاب و آموزش مباحث مرتبط ۲ــ حل تمرین، مبتنی بر کاربردمباحث درسی در فصل	۷۶ تا ۷۷ ۷۷ تا ۸۳		ماکت خط‌کش

جدول زمان‌بندی فرآیند تدریس در جلسات آموزشی

جلسه آموزشی	موضوعات و عناوین	مدت تدریس (دقیقه)	اقدامات لازم برای جلسه بعدی	شماره صفحه کتاب
جلسه چهاردهم	مروری بر مطالب جلسه گذشته		تکرار مختصر مطالب جمع‌بندی شده در جلسه قبل	
	تشریح مقدمه جهت ورود به موضوع		تشریح اهمیت و ضرورت موضوع جهت ایجاد انگیزه و افزایش تمرکز دانش‌آموزان	
	تحلیل محتوای کتاب درسی		با پرورش مهارت و آموختن راه یادگیری از طریق مشارکت دانش‌آموزان سعی در انتقال مطالب شود	
	تشریح مثال‌های کتاب درسی		مثال‌ها به بحث گذاشته تا راه حل‌های دیگر هم مشخص شوند	
	حل مثال‌های پیشنهادی و ضروری		با هدف انگیزش و ایجاد توسعه فکری دانش‌آموز مثال‌های اضافی حل شوند	
	تشریح مطالب فوق برنامه		فعالیت‌های متناسب با موضوع تدریس شده به دانش‌آموزان واگذار شود و در جلسه بعدی به بحث گذاشته شوند	
	حل تمرینات مربوط و خارج ازکلاس		تمرینات کتاب و یا طراحی شده توسط معلم، با مشارکت دانش‌آموزان حل می‌شوند	
	جمع‌بندی مطالب تدریس شده		با یک نگاه کلی مطالب تدریس شده را بار دیگر جمع بندی تا باعث افزایش تمرکز دانش‌آموزان شود	
	ارزیابی مطالب تدریس شده از دانش‌آموزان		با سؤالات کوتاه از دانش‌آموزان سعی شود که تعداد بیشتری از آنها مورد ارزیابی قرارگیرند تا مطالب درسی در حافظه آنان ماندگار گردد	

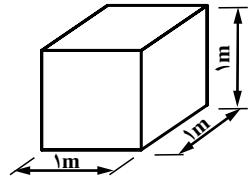
جلسه پانزدهم	مروری بر مطالب جلسه گذشته		تکرار مختصر مطالب جمع‌بندی شده در جلسه قبل	
	تشریح مقدمه جهت ورود به موضوع		تشریح اهمیت و ضرورت موضوع جهت ایجاد انگیزه و افزایش تمرکز دانش‌آموزان	
	تحلیل محتوای کتاب درسی		با پرورش مهارت و آموختن راه یادگیری از طریق مشارکت دانش‌آموزان سعی در انتقال مطالب شود	
	تشریح مثال‌های کتاب درسی		مثال‌ها به بحث گذاشته تا راه حل‌های دیگر هم مشخص شوند	
	حل مثال‌های پیشنهادی و ضروری		با هدف انگیزش و ایجاد توسعه فکری دانش‌آموز مثال‌های اضافی حل شوند	
	تشریح مطالب فوق برنامه		فعالیت‌های متناسب با موضوع تدریس شده به دانش‌آموزان واگذار شود و در جلسه بعدی به بحث گذاشته شوند	
	حل تمرینات مربوط و خارج از کلاس		تمرینات کتاب و یا طراحی شده توسط معلم، با مشارکت دانش‌آموزان حل می‌شوند	
	جمع‌بندی مطالب تدریس شده		با یک نگاه کلی مطالب تدریس شده را بار دیگر جمع بندی تا باعث افزایش تمرکز دانش‌آموزان شود	
	ارزیابی مطالب تدریس شده از دانش‌آموزان		با سؤالات کوتاه از دانش‌آموزان سعی شود که تعداد بیشتری از آنها مورد ارزیابی قرارگیرند تا مطالب درسی در حافظه آنان ماندگار گردد	

جلسه چهاردهم: محاسبهٔ حجم

در این جلسه دانش‌آموزان با واحدهای اندازه‌گیری حجم در سیستم SI آشنا می‌شوند و توانایی تبدیل واحدهای مختلف به هم را پیدا می‌کنند. همکاران گرامی با نمونه احجامی که از قبل آماده شده‌اند روابط مختلف مربوط به احجام را توضیح می‌دهند و تکلیف لازم برای جلسه بعد که تسلط بر روابط احجام مختلف است به دانش‌آموزان داده می‌شود.

۵ــ۱ــ واحد اندازه‌گیری حجم

۵ــ۱ــ۱ــ واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI : این واحد مترمکعب است، که دیمانسیون آن حاصلضرب طول در عرض در ارتفاع می‌باشد و با m^3 نمایش داده می‌شود.



یک متر مکعب عبارت است از حجم مکعبی که هریک از ابعاد آن یک متر باشد.

۵ــ۱ــ۲ــ اجزای واحد حجم در سیستم SI : این اجزا عبارت‌اند از : دسی‌متر مکعب dm^3 (لیتر ــ برای مایعات)، سانتی‌متر مکعب cm^3 و میلی‌متر مکعب mm^3. که در بسته‌بندی مایعات و داروها از آنها استفاده می‌شود.

۵ــ۱ــ۳ــ اضعاف واحد حجم در سیستم SI : این اضعاف عبارت‌اند از : دکامتر مکعب dam^3، هکتومترمکعب hm^3 و کیلومتر مکعب km^3.

۵ــ۱ــ۴ــ تبدیل واحدهای حجم به یکدیگر در سیستم SI : برای تبدیل واحدهای حجم به یکدیگر می‌توان از واحدهای طول کمک گرفت. برای سهولت می‌توان از جدول تبدیل واحدهای حجم استفاده نمود.

جدول ۵ــ۱

اجزاء

اضعاف

اجزا و اضعاف واحد حجم مکعب	میلی‌متر مکعب mm^3	سانتی‌متر مکعب cm^3	دسی‌متر مکعب dm^3	مترمکعب m^3	دکامتر مکعب dam^3	هکتومتر مکعب hm^3	کیلومتر مکعب km^3
mm^3 (یک میلی‌متر مکعب)	۱	$۱^{-۳}$	$۱^{-۶}$	$۱^{-۹}$	$۱^{-۱۲}$	$۱^{-۱۵}$	$۱^{-۱۸}$
cm^3 (سانتی‌متر مکعب)	$۱^{۳}$	۱	$۱^{-۳}$	$۱^{-۶}$	$۱^{-۹}$	$۱^{-۱۲}$	$۱^{-۱۵}$
dm^3 (یک دسی‌متر مکعب) یا یک لیتر	$۱^{۶}$	$۱^{۳}$	۱	$۱^{-۳}$	$۱^{-۶}$	$۱^{-۹}$	$۱^{-۱۲}$
m^3 (یک متر مکعب)	$۱^{۹}$	$۱^{۶}$	$۱^{۳}$	۱	$۱^{-۳}$	$۱^{-۶}$	$۱^{-۹}$
dam^3 (یک دکامتر مکعب)	$۱^{۱۲}$	$۱^{۹}$	$۱^{۶}$	$۱^{۳}$	۱	$۱^{-۳}$	$۱^{-۶}$
hm^3 (یک هکتومتر مکعب)	$۱^{۱۵}$	$۱^{۱۲}$	$۱^{۹}$	$۱^{۶}$	$۱^{۳}$	۱	$۱^{-۳}$
km^3 (یک کیلومتر مکعب)	$۱^{۱۸}$	$۱^{۱۵}$	$۱^{۱۲}$	$۱^{۹}$	$۱^{۶}$	$۱^{۳}$	۱

اجزاء

اضعاف

تحلیل مثال‌های صفحه ۷۳ کتاب درسی

مثال : ۶۷۰۰۰ سانتی‌متر مکعب چند لیتر است؟

حل : با توجه به جدول لیتر $۶۷dm^3$ $۶۷۰۰۰\times ۱۰^{۳}dm^3$ $۶۷۰۰۰cm^3$

تحلیل و بررسی : با استفاده از روش مستقیم داریم :

$$* \quad ۱cm=\frac{۱}{۱۰}dm$$

$$cm^3=cm\times cm\times cm=(\frac{۱}{۱۰}dm)(\frac{۱}{۱۰}dm)(\frac{۱}{۱۰}dm)=\frac{۱}{۱۰۰۰}dm^3$$

$$۱cm^3=\frac{۱}{۱۰^3}dm^3=۱۰^{-۳}dm^3 \Rightarrow ۶۷۰۰۰cm^3=۶۷۰۰۰\times ۱۰^{-۳}dm^3=۶۷dm^3$$

مثال : یک منبع آب با چندین لوله، از آب پر می‌شود. لولهٔ اوّل ۵۹ لیتر، لولهٔ دوم ۰/۲۱ متر مکعب، لولهٔ سوم ۱۰۷ دسی‌متر مکعب و لولهٔ چهارم ۲۴۰۰۰ سانتی‌متر مکعب در هر دقیقه آب به منبع وارد می‌کنند. تعیین کنید :

چند لیتر آب در هر دقیقه از این لوله‌ها وارد منبع می‌شود؟

حل :

لولهٔ اوّل در هر دقیقه ۵۹Lit

لولهٔ دوم در هر دقیقه ۲۱۰Lit $0/21 \times 10^3 dm^3$

لولهٔ سوم ۱۰۷Lit $107 dm^3$ در هر دقیقه

لولهٔ چهارم ۲۴Lit $24000 \times 10^{-3} dm^3$ در هر دقیقه

مجموع آب لوله‌ها ۵۹ ۲۱۰ ۱۰۷ ۲۴ ۴۰۰Lit در هر دقیقه

تحلیل و بررسی : تبدیل واحدهای حجم مورد اشاره به لیتر

* ۱Lit ۱Lit
* $1 m^3$ ۱۰۰۰Lit (dm^3)
* $1 dm^3$ ۱Lit (dm^3)

از مثال بالایی داریم :

* $1 cm^3$ $10^{-3} dm^3$(Lit)

توجه : به حجم مکعبی به ابعاد ۱۰ سانتی‌متر، یک دسیمتر مکعب یا لیتر گفته می‌شود.

مثال : حجم پی یک ستون برابر است با ۱/۸ متر مکعب. حجم این پی چند سانتی‌متر مکعب و چند دسی‌متر مکعب است؟

حل :

$1 m^3$ $10^6 cm^3$ $10^3 dm^3$

حجم پی برحسب سانتی‌متر مکعب $1800000 cm^3$ $1/8 \times 10^6 cm^3$

حجم پی برحسب دسی‌متر مکعب ۱۸۰۰ $1/8 \times 10^3 dm^3$

تحلیل و بررسی : از طریقه مستقیم داریم :

* $۱m^۳$ $m \times m \times m$ $(۱۰۰cm)(۱۰۰cm)(۱۰۰cm)$ $(۱۰^۲)^۳ cm^۳$

$۱m^۳$ $۱۰^۶cm^۳$

* $۱m^۳$ $m \times m \times m$ $(۱۰dm)(۱۰dm)(۱۰dm)$ $۱۰^۳dm^۳$

مثال : در فصل زمستان مقداری مواد ترکیبی ــ مثل ضدیخ ــ به ترتیب زیر به یک کارگاه ساختمان‌سازی حمل شده است :

بار اوّل ۶۵۰۰ لیتر، بار دوم ۷۳۰۰ دسی‌متر مکعب، بار سوم ۴/۲ متر مکعب، بار چهارم ۶×۱۰^۶ سانتی‌متر مکعب. مجموع مواد ترکیبی حمل شده به کارگاه را برحسب مترمکعب و لیتر محاسبه کنید.

حل : در جدول واحدهای حجم داریم :

$۱Lit$ $۱۰^{-۳}m^۳$

بار اوّل ۶۵۰۰×۱۰^{-۳} $۶/۵m^۳$

بار دوم $۷۳۰۰dm^۳ \times ۱۰^{-۳}$ $۷/۳m^۳$

بار سوم $۴/۲m^۳$

بار چهارم $۶ \times ۱۰^۶ cm^۳ \times ۱۰^{-۶}$ $۶m^۳$

مجموع مواد حمل شده $۶/۵$ $۷/۳$ $۴/۲$ ۶ برحسب متر مکعب $۲۴m^۳$

$۱m^۳$ $۱۰^۳Lit$

مجموع مواد حمل شده ۲۴×۱۰^{-۳} $۲۴۰۰۰Lit$ برحسب لیتر

تحلیل و بررسی : برای تعیین حجم برحسب متر مکعب از تبدیلات زیر استفاده می‌شود.

* $Lit\ (dm^۳)$ $dm \times dm \times dm$

$$۱dm = \frac{۱}{۱۰}m$$

$$dm^۳ = (\frac{۱}{۱۰}m)(\frac{۱}{۱۰}m)(\frac{۱}{۱۰}m) = \frac{۱}{۱۰۰۰}m^۳ = ۱۰^{-۳}m^۳$$

$* \ 1cm^3 = cm \times cm \times cm = (\frac{1}{100}m)(\frac{1}{100}m)(\frac{1}{100}m)$

$= \frac{1}{1000000}m^3 = \frac{1}{10^6}m^3 = 10^{-6}m^3$

برای تعیین احجام برحسب لیتر (دسی‌متر مکعب) داریم :

$* \ 1Lit \quad 1dm^3$

$* \ 1dm^3 \quad 1dm^3$

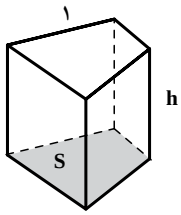
$* \ 1m^3 \quad m \times m \times m \quad (10dm)(10dm)(10dm) \quad 1000dm^3 \quad 10^3dm^3 \quad 10^3(Lit)$

$* \ 1cm^3 = cm \times cm \times cm = (\frac{1}{10}dm)(\frac{1}{10}dm)(\frac{1}{10}dm)$

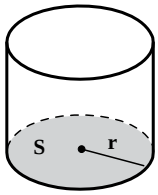
$= \frac{1}{1000}dm^3 = 10^{-3}dm^3 = 10^{-3}(Lit)$

۵ـ۲ـ محاسبهٔ حجم احجام منشوری

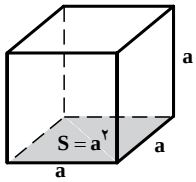
حجم احجام منشوری مساحت قاعده × ارتفاع



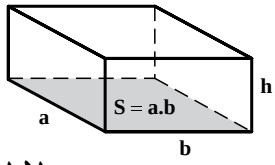
- حجم منشور با مساحت قاعدهٔ S و ارتفاع h sh



- حجم استوانه با شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h $\pi r^2 h$



- حجم مکعب به ضلع a a^3

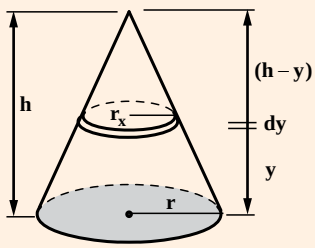


- حجم مکعب مستطیل به اضلاع قاعدهٔ a و b و ارتفاع h $a.b.h$

۵ـ۳ـ محاسبهٔ حجم هرم و مخروط

حجم هرم و حجم مخروط $=\frac{۱}{۳}$ مساحت قاعده × ارتفاع

بیشتر بدانید



حجم هرم و مخروط : برای رسیدن به رابطهٔ معین مخروطی مطابق شکل درنظر می گیریم. اگر دیسکی به ضخامت dy و موقعیت y' از قاعده تعیین نماییم بدیهی است که حجم این دیسک با صرفنظر از تغییرات جزیی بدنه آن (به دلیل کوچک بودن ضخامت dy) خواهیم داشت.

شعاع دیسک از تشابه مثلث به‌دست می‌آید. $\frac{h}{r}=\frac{(h-y)}{r_x}$ $\quad r_x=\frac{r}{h}(h-y)$

حجم دیسک $dV=\pi.r_x^{۲}.dy=\pi\left[\frac{r}{h}(h-y)\right]^{۲}.dy$

$$dV=\frac{\pi.r^{۲}}{h^{۲}}(h-y)^{۲}dy$$

$$V=\int_{۰}^{h} dV=\int_{۰}^{h}\frac{\pi.r^{۲}}{h^{۲}}(h-y)^{۲}dy$$

با تغییر متغیر u y h و یا تجزیهٔ $y^{۲}$ ۲hy $h^{۲}$ $(h-y)^{۲}$ داریم :

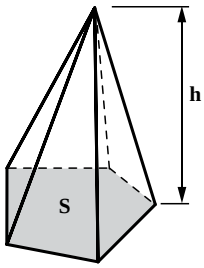
$$V=\frac{\pi.r^{۲}}{h^{۲}}\int_{۰}^{h}(h^{۲}-۲hy+y^{۲})dy$$

$$V=\frac{\pi.r^{۲}}{h^{۲}}\left[h^{۲}y-hy^{۲}+\frac{۱}{۳}y^{۳}\right]_{۰}^{h}$$

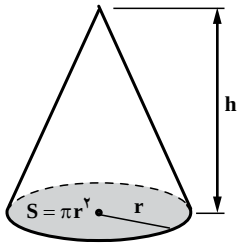
$$V=\frac{\pi.r^{۲}}{h^{۲}}\left[\cancel{h^{۳}}-\cancel{h^{۳}}+\frac{۱}{۳}h^{۳}\right]=\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}.$$

$$V=\frac{۱}{۳}(\pi r^{۲})h=\frac{۱}{۳}\text{ (مساحت قاعده) × ارتفاع}$$

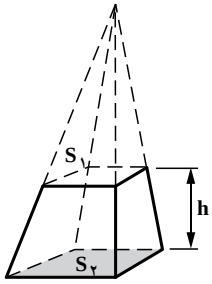
رابطهٔ مذکور برای هرم و مخروط کامل استفاده می‌شود.



- **حجم هرم با مساحت قاعدهٔ S و ارتفاع h** $\frac{۱}{۳}sh = h$



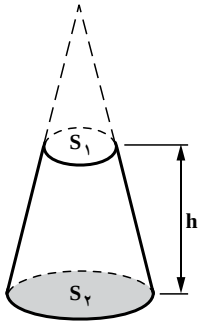
- **حجم مخروط با شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h** $\frac{۱}{۳}\pi r^۲h = h$



- **حجم هرم ناقص با سطوح قاعدهٔ $S_۱$ و $S_۲$ و ارتفاع h**

فرمول دقیق $V = \frac{۱}{۳}h(S_۱ + S_۲ + \sqrt{S_۱ \times S_۲})$

فرمول تقریبی $V = \frac{S_۱ + S_۲}{۲} \times h$

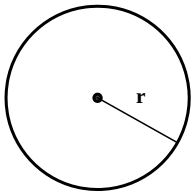


- **حجم مخروط ناقص با سطوح قاعدهٔ $S_۱$ و $S_۲$ و ارتفاع h**

فرمول دقیق $V = \frac{۱}{۳}h(S_۱ + S_۲ + \sqrt{S_۱ \times S_۲})$

فرمول تقریبی $V = \frac{S_۱ + S_۲}{۲} \times h$

۵ـ۴ـ محاسبهٔ حجم کره



حجم کره به شعاع r $\frac{۴}{۳}\pi r^۳ = r$

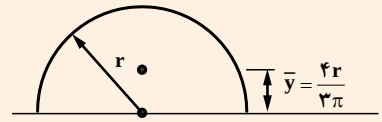
بیشتر بدانید

برای محاسبهٔ حجم کره از قضیه دوم وارینیون استفاده می‌کنیم. بدیهی است که کره از چرخش سطح نیم‌دایره‌ای به اندازهٔ ۲π رادیان حول محور مار بر قاعده حاصل می‌شود و می‌توان ثابت کرد که فاصله مرکز یک نیم‌دایره از محور قاعده برابر

$\bar{y} = \frac{۴r}{۳\pi}$ نیم‌دایره و $A = \frac{۱}{۲}\pi r^۲$ نیم‌دایره

$$V = ۲\pi A.\bar{y} = ۲\pi(\frac{۱}{۲}\pi r^۲ \times \frac{۴r}{۳\pi}) = ۲\pi(\frac{۲}{۳}r^۳) = \frac{۴}{۳}\pi r^۳$$

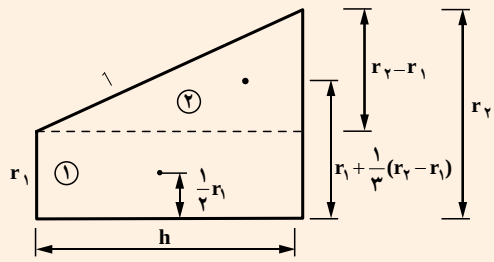
حجم کره به شعاع r برابر است با $\frac{۴}{۳}\pi r^۳$



بیشتر بدانید

برای محاسبه حجم هرم و مخروط ناقص می‌توان از طریق انتگرال‌گیری و یا با استفاده از قضیهٔ دوم وارینیون کمک گرفت. به‌دلیل اینکه رابطهٔ هردو شکل یکسان است برای محاسبه حجم مخروط ناقص از طریق قضیه وارینیون داریم. این حجم حاصل دوران سطحی ذوزنقه‌ای شکل به اندازهٔ (۳۶۰ درجه) ۲π رادیان می‌باشد.

$$V = ۲\pi \sum_{۱}^{n} A_i \bar{y}_i$$



$$V = ۲\pi\left[A_۱\bar{y}_۱ + A_۲\bar{y}_۲\right]$$

$$V = ۲\pi\left\{\left[r_۱h(\frac{۱}{۲}r_۱)\right] + \left[\frac{۱}{۲}(r_۲ - r_۱)h \times (r_۱ + \frac{r_۲ - r_۱}{۳})\right]\right\}$$

$$V = ۲\pi\left\{\left[\frac{۱}{۲}hr_۱^۲\right] + \left[\frac{۱}{۲}(r_۲ - r_۱)r_۱h + \frac{۱}{۶}(r_۲ - r_۱)^۲h\right]\right\}$$

$$V = h\left\{\left[\pi r_۱^۲\right] + \left[(\pi r_۱r_۲ - \pi r_۱^۲) + \frac{\pi}{۳}(r_۲^۲ + r_۱^۲ - ۲r_۱r_۲)\right]\right\}$$

$$V = h\left\{\pi r_۱^۲ + \pi r_۱r_۲ - \pi r_۱^۲ + \frac{۱}{۳}\pi r_۲^۲ + \frac{۱}{۳}\pi r_۱^۲ - \frac{۲}{۳}\pi r_۱r_۲\right\}$$

$$V_۲ = h\left\{\frac{۱}{۳}\pi r_۱^۲ + \frac{۱}{۳}\pi r_۲^۲ + \frac{۱}{۳}\pi r_۱r_۲\right\}$$

$$V_۲ = \frac{h}{۳}\left\{\pi r_۱^۲ + \pi r_۲^۲ + \pi r_۱r_۲\right\}$$

از آنجایی که $\pi r_۱^۲$ $S_۱$ و $\pi r_۲^۲$ $S_۲$ داریم :

$$V = \frac{h}{۳}\left[S_۱ + S_۲ + \sqrt{(\pi r_۱r_۲)^۲}\right]$$

$$V = \frac{h}{۳}\left[S_۱ + S_۲ + \sqrt{\pi r_۱^۲ \times \pi r_۲^۲}\right]$$

$$\boxed{V = \frac{h}{۳}\left[S_۱ + S_۲ + \sqrt{S_۱ \times S_۲}\right]}$$

جلسه پانزدهم: ادامهٔ محاسبهٔ حجم

در جلسهٔ چهاردهم روابط مربوط به انواع حجم‌های هندسی ساده ارائه گردید و ضرورت دارد همکاران محترم برای این جلسه (جلسه پانزدهم) به عنوان تکلیف منزل از دانش‌آموزان خواسته شود که نسبت به حفظ آنها و پیدا کردن رابطهٔ متقابل حجم‌ها اقدام نمایند.

تلاش شود که از روابط دقیق استفاده شود و به ندرت (مگر در شرایط خاص) از روابط تقریبی استفاده گردد.

برای ایجاد ذهنیت مثبت در دانش‌آموزان می‌توان احجام نظیر هرم یا مخروط را در آب فروبرد و سپس حجم آب جابه‌جا شده را به حجم جسم تعمیم داد. دانشمند ایرانی ابوریحان بیرونی از این شیوه برای تعیین حجم اشیاء استفاده می‌نمود و نتایج آن با نتایج حاصل از آزمایشگاه‌ها و ابزارهای دقیق امروزی برابری می‌کند.

به دلیل تنوع روش‌ها در محاسبه احجام، احتمال دارد که دانش‌آموزان به شیوه‌های مختلفی، تمرین‌ها را حل کنند که بهتر است همکاران محترم با دقت نسبت به اقدامات انجام شده، بررسی لازم را به‌عمل آورند تا ضمن رعایت حقوق دانش‌آموزی، از خلاقیت آنان بهره کافی را ببریم.

فصل ششم

محاسبهٔ وزن و مقدار مصالح

خلاصه فصل

مفاهیم جرم، چگالی و وزن از مباحث اصلی و پایه فیزیک مکانیک بوده و در مهندسی عمران از مباحث اصلی درسی می‌باشد. زیرا پایداری هر سازه بستگی به عواملی نظیر بارهای وارده، وزن سازه، استحکام آن و نحوهٔ توزیع بارها دارد. به‌طور یقین بدون داشتن دانش کافی در زمینه میزان بارهای وارده و مسیر پخش آنها نمی‌توان سازهٔ ایمنی را طراحی نمود. توصیه می‌شود دانش‌آموزان دقت کافی در مفاهیم و کاربرد موضوعات این فصل داشته باشند.

اهداف فصل

دانشی	مهارتی	نگرشی
۱ــ بیان واحدهای اندازه‌گیری جرم ۲ــ بیان واحدهای اندازه گیری چگالی ۳ــ بیان واحدهای اندازه‌گیری وزن ۴ــ توانایی تبدیل واحدهای مختلف به یکدیگر	۱ــ مفهوم جرم را توضیح دهد و محاسبات مربوط به آن را انجام دهد ۲ــ مفهوم چگالی را توضیح دهد و محاسبات مربوط به آن را انجام دهد ۳ــ مفهوم وزن را توضیح دهد و محاسبات مربوط به آن را انجام دهد ۴ــ دید دقیقی از مفاهیم، در زندگی روزمره را داشته باشد	۱ــ شناخت فلسفی جرم و وزن ۲ــ ارتباط جرم و وزن در کرهٔ زمین با سایر کرات نظیر ماه ۳ــ ایجاد انگیزه در خصوص جاذبه زمین و سایر اجرام آسمانی به منظور پی بردن به عظمت فضای بیکران خدادادی ۴ــ پی‌بردن به نظم آفرینش و تقویت ایمان و اعتقاد دانش‌آموزان

روابط و فرمول‌های کلی فصل ششم

روابط و فرمول‌ها	تعریف اجزاء روابط و فرمول‌ها	روابط پایه مورد نیاز
۱ــ چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ ۲ــ کیلوگرم (kg) : واحد جرم است ۳ــ کیلوگرم نیرو (kgf) : واحد وزن است	ρ ــ چگالی m ــ جرم V ــ حجم	

جدول بودجه‌بندی فرآیند اجرای برنامه درسی فصل ششم

جلسه آموزشی	موضوعات و عناوین	شماره صفحه کتاب درسی	مواد آموزشی	امکانات و تجهیزات مورد نیاز
۱۶	۱ــ جرم و واحد اندازه‌گیری آن	۸۴	تعریف جرم واحد اندازه‌گیری جرم اجزاءواضعاف‌واحداندازه‌گیری‌جرم	
	۲ــ چگالی و واحد اندازه‌گیری آن	۸۵	مفهوم چگالی واحد چگالی	
	۳ــ وزن و واحد اندازه‌گیری آن	۸۵	تعریف وزن واحد وزن	
	۴ــ محاسبات جرم، چگالی و حجم	۸۷		
۱۷	حل تمرینات مربوطه		کاربرد جرم کاربرد چگالی کاربرد وزن	

جدول زمان‌بندی فرآیند تدریس در جلسات آموزشی

جلسه آموزشی	موضوعات و عناوین	مدت تدریس (دقیقه)	اقدامات لازم برای جلسه بعدی	شماره صفحه کتاب
جلسه شانزدهم	مروری بر مطالب جلسه گذشته		تکرار مختصر مطالب جمع‌بندی شده در جلسه قبل	
	تشریح مقدمه جهت ورود به موضوع		تشریح اهمیت و ضرورت موضوع جهت ایجاد انگیزه و افزایش تمرکز دانش‌آموزان	
	تحلیل محتوای کتاب درسی		با پرورش مهارت و آموختن راه یادگیری از طریق مشارکت دانش‌آموزان سعی در انتقال مطالب شود	
	تشریح مثال‌های کتاب درسی		مثال‌ها به بحث گذاشته تا راه حل‌های دیگر هم مشخص شوند	
	حل مثال‌های پیشنهادی و ضروری		با هدف انگیزش و ایجاد توسعه فکری دانش‌آموز مثال‌های اضافی حل شوند	
	تشریح مطالب فوق برنامه		فعالیت‌های متناسب با موضوع تدریس شده به دانش‌آموزان واگذار شود و در جلسه بعدی به بحث گذاشته شوند	
	حل تمرینات مربوط و خارج از کلاس		تمرینات کتاب و یا طراحی شده توسط معلم، با مشارکت دانش‌آموزان حل می‌شوند	
	جمع‌بندی مطالب تدریس شده		با یک نگاه کلی مطالب تدریس شده را بار دیگر جمع‌بندی تا باعث افزایش تمرکز دانش‌آموزان شود	
	ارزیابی مطالب تدریس شده از دانش‌آموزان		با سؤالات کوتاه از دانش‌آموزان سعی شود که تعداد بیشتری از آنها مورد ارزیابی قرارگیرند تا مطالب درسی در حافظه آنان ماندگار گردد	

جلسه هفدهم	مروری بر مطالب جلسه گذشته		تکرار مختصر مطالب جمع‌بندی شده در جلسه قبل	
	تشریح مقدمه جهت ورود به موضوع		تشریح اهمیت و ضرورت موضوع جهت ایجاد انگیزه و افزایش تمرکز دانش‌آموزان	
	تحلیل محتوای کتاب درسی		با پرورش مهارت و آموختن راه یادگیری از طریق مشارکت دانش‌آموزان سعی در انتقال مطالب شود	
	تشریح مثال‌های کتاب درسی		مثال‌ها به بحث گذاشته تا راه حل‌های دیگر هم مشخص شوند	
	حل مثال‌های پیشنهادی و ضروری		با هدف انگیزش و ایجاد توسعه فکری دانش‌آموزان مثال‌های اضافی حل شوند	
	تشریح مطالب فوق برنامه		فعالیت‌های متناسب با موضوع تدریس شده به دانش‌آموزان واگذار شود و در جلسه بعدی به بحث گذاشته شوند	
	حل تمرینات مربوط و خارج از کلاس		تمرینات کتاب و یا طراحی شده توسط معلم، با مشارکت دانش‌آموزان حل می‌شوند	
	جمع‌بندی مطالب تدریس شده		با یک نگاه کلی مطالب تدریس شده را بار دیگر جمع‌بندی تا باعث افزایش تمرکز دانش‌آموزان شود	
	ارزیابی مطالب تدریس شده از دانش‌آموزان		با سؤالات کوتاه از دانش‌آموزان سعی شود که تعداد بیشتری از آنها مورد ارزیابی قرارگیرند تا مطالب درسی در حافظه آنان ماندگار گردد	

جلسهٔ شانزدهم: محاسبه وزن و مقدار مصالح

در این جلسه مطالب مربوط به جرم، چگالی، وزن و واحدهای آنها، به‌خصوص نحوهٔ تبدیل آنها به هم تدریس می‌شوند. اهمیت این مسائل بسیار زیاد است، به‌گونه‌ای که اگر مهندسین عمران فاقد دانش لازم در این زمینه باشند، امکان طراحی ایمن یک سازه نخواهند داشت. از مباحث این فصل علاوه برای استفاده در محاسبه وزن ساختمان‌ها، بارگذاری اجزای سازه‌ای بلکه برای تعیین وزن مصالح مصرفی استفاده می‌شود. لذا توصیه می‌شود مطالب با دقت زیاد و با مثال‌های جذاب تدریس شود تا موجب افزایش اطلاعات دانش‌آموزان و اهمیت درس شود.

۶ـ۱ـ جرم و واحد اندازه‌گیری آن

۶ـ۱ـ۱ـ مقدار مادهٔ موجود در یک جسم را جرم آن جسم می‌گویند.

۶ـ۱ـ۲ـ واحد اصلی اندازه‌گیری جرم در سیستم SI، کیلوگرم (kg) است.

یک کیلوگرم برابر است با جرم یک لیتر آب مقطر ۴/۵ درجه سانتی‌گراد در فشار یک آتمسفر.

۶ـ۱ـ۳ـ واحد کوچکتر اندازه‌گیری جرم گرم (g) است.

$$1kg \quad 1000g$$

۶ـ۱ـ۴ـ واحد بزرگتر اندازه‌گیری جرم تن (t) است.

$$1t \quad 1000kg$$

۶ـ۱ـ۵ـ واحد اندازه‌گیری جرم در دستگاه انگلیسی پوند (Ibm) است.

$$1Ibm \quad 453g \quad 0/453kg$$

۶ـ۱ـ۶ـ سانتی‌گرم برابر یک صدم گرم است. $1(cg) = \frac{1}{100}(g)$

۶ـ۱ـ۷ـ میلی‌گرم برابر یک هزارم گرم است. $1(mg) = \frac{1}{1000}(g)$

۶ـ۲ـ چگالی و واحد اندازه‌گیری آن

۶ـ۲ـ۱ـ چگالی یک ماده، جرم واحد حجم آن ماده است. چگالی را با حرف یونانی ρ (با تلفظ «رُ») نمایش می‌دهند.

$$\text{چگالی} \quad \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \quad \text{یا} \quad \boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

۶ـ۲ـ۲ـ واحد اصلی اندازه‌گیری چگالی در سیستم SI کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3)

است. عموماً چگالی را برحسب (g/cm^3) نمایش می‌دهند که این موضوع برای سهولت و کوچک کردن ارقام می‌باشد.

۶ــ۲ــ۳ــ واحدهای دیگر چگالی گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) و تن بر متر مکعب (t/m^3) است.

تحلیل مثال‌های صفحه ۸۵ کتاب درسی :

مثال : یک کیلوگرم بر متر مکعب چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

حل :

$$1\frac{kg}{m^3}=1\frac{1000g}{1000000cm}=10^{-3}\,g/cm^3$$

تحلیل :

$1kg \quad 1000g$

$1m^3 \quad (100cm)^3 \quad 100^3cm^3 \quad (10^2)^3cm^3 \quad 10^6cm^3$

$$1\frac{kg}{m^3}=\frac{1000g}{10^6cm^3}=\frac{10^3}{10^6}g/cm^3=10^{3-6}\,g/cm^3=10^{-3}\,g/cm^3$$

مثال : یک تن بر متر مکعب چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

حل :

$$1\frac{t}{m^3}=\frac{1\times1000kg}{m^3}=1000\frac{kg}{m^3}$$

تحلیل :

$$1t=1000kg\Rightarrow1\frac{t}{m^3}=\frac{1000kg}{m^3}=1000kg/m^3$$

۶ـ۳ـ وزن و واحد اندازه‌گیری آن

۶ـ۳ـ۱ـ نیروی جاذبه‌ای را که از طرف زمین بر جرم یک جسم وارد می‌شود، «وزن» آن جسم می‌گویند.

۶ـ۳ـ۲ـ واحد اندازه‌گیری وزن در دستگاه SI «نیوتن» (N) است.

یک نیوتن مقدار نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود، شتابی برابر با یک متر بر مجذور ثانیه به آن می‌دهد.

۶ـ۳ـ۳ـ برای محاسبهٔ وزن یک جسم برحسب نیوتن کافی است که جرم آن را در عدد ۹/۸۱ ضرب کنید.

۶ـ۴ـ محاسبات جرم، چگالی و حجم

۶ـ۴ـ۱ـ برای محاسبات مربوط به جرم، چگالی و حجم از رابطهٔ $\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$ استفاده می‌کنیم.

تحلیل مثال‌های صفحه ۸۷ کتاب درسی :

مثال : حجم بتن مصرفی در یک ستون ۲/۵ متر مکعب است. اگر چگالی آن $۲۴۰۰ kg/m^۳$ باشد، وزن این ستون چند نیوتن است؟

حل :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۲۴۰۰ \frac{kg}{m^۳} = \frac{m}{۲/۵ m^۳}$$

جرم ستون (m) $۲۴۰۰ kg/m^۳ \times ۲/۵ m^۳$ $۶۰۰۰ kg$

وزن ستون $۶۰۰۰ kg \times ۹/۸۱$ $۵۸۸۶۰ N$

تحلیل : ابتدا از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ جرم ستون محاسبه می‌شود.

$m \quad \rho.V \quad ۲۴۰۰ \times ۲/۵ \quad ۶۰۰۰ kg$

سپس با ضرب جرم به‌دست آمده در عدد ۹/۸۱ می‌توان وزن را به سادگی تعیین نمود.

وزن ستون W $۹/۸۱ \times m$ $۹/۸۱ \times ۶۰۰۰$ $۵۸۸۶۰ N$ (نیوتن)

مثال : جرم یک قطعه چوب بلوط ۳۷۸ kg است. اگر جرم حجمی آن $۹۰۰ kg/m^۳$ باشد، حجم آن چند متر مکعب است؟

حل : حجم قطعه چوب $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{۳۷۸kg}{۹۰۰\frac{kg}{m^۳}} = ۰/۴۲m^۳$

تحلیل : برای حل کافی است رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ را برحسب مجهول (مورد خواسته شده) که در این مثال حجم است به‌دست آوریم و سپس مقادیر را جایگزین نماییم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{۳۷۸kg}{۹۰۰\frac{kg}{m^۳}} = ۰/۴۲m^۳$$

۶ــ۵ــ بارهای وارد بر ساختمان

بارهای وارد بر ساختمان شامل بارهای ثقلی (مرده و زنده) و بارهای جانبی (باد و زلزله) هستند، که برای تعیین مقادیر آنها از آیین‌نامه‌های مختلف و موجود در کشور استفاده می‌شود.

تعیین بارهای ثقلی به کاربرد ساختمان و نوع مواد و مصالح مصرفی آن بستگی دارد. برای افزایش دقت در تعیین بارهای مرده که عمدتاً وزن قطعات، مواد و مصالح مصرفی غیرمنقول است، از استانداردهای مربوطه که مبتنی بر تعیین احجام و اوزان مواد و مصالح است، استفاده می‌شود. در جداول زیر چگالی مواد، مصالح و برخی اجزای ساختمانی جهت بهره‌برداری ارائه شده‌اند.

جلسه هفدهم: ادامهٔ محاسبهٔ وزن و مقدار مصالح

در این جلسه با استفاده از دانسته‌های قبلی، تمرین‌های کتاب حل می‌شوند. برای درک و آمادگی بیشتر باید از دانش‌آموزان خواسته شود که تمرینات را در منزل حل کنند تا تسلط بیشتری به منظور آگاهی از جزئیات تمرین و شیوه‌های حل آن داشته باشند. به‌طور یقین استفاده از ماکت اشکال مربوط به تمرین‌ها می‌تواند درک فیزیکی صحیحی را از مسئله در ذهن دانش‌آموزان ایجاد نماید.