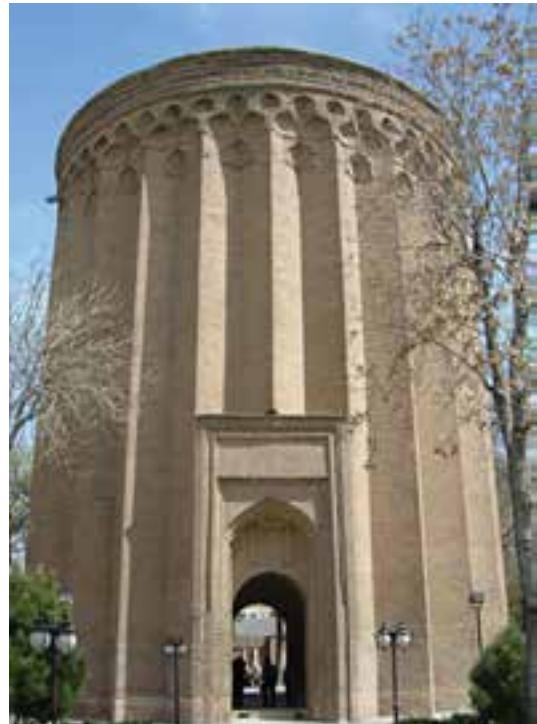


فصل هشتم



برج طغرل شهر ری

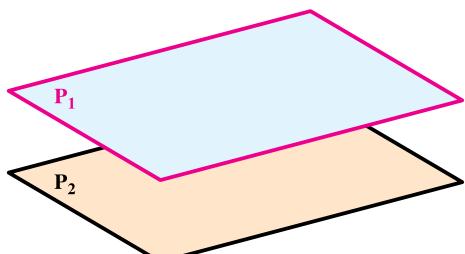


از برخورد صفحات با یکدیگر در فضا، احجام هندسی می‌توانند به وجود آیند.

چگونگی وضعیت دو صفحه نسبت به هم

هدفهای رفتاری: در پایان این فصل از فرآگیر انتظار می‌رود :

- وضعیت دو صفحه را نسبت به هم بررسی کند.

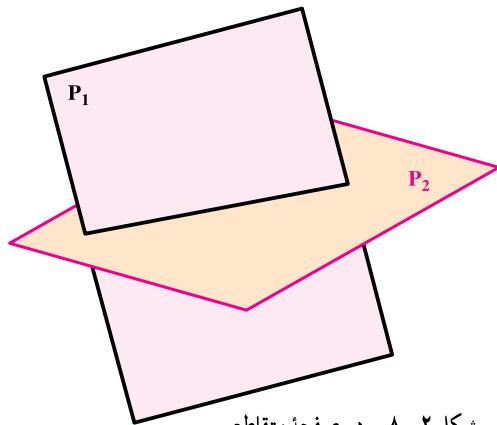


شکل ۱-۸-۱ - دو صفحه متوازی

۱-۸-۱- حالات مختلف دو صفحه

دو صفحه نسبت به هم تنها دو حالت می‌توانند داشته باشند^۱.

دو صفحه متوازی هستند (شکل ۱-۸-۱).

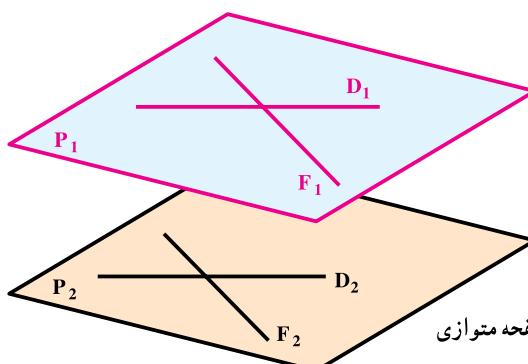


شکل ۱-۸-۲ - دو صفحه متقاطع

دو صفحه متقاطع هستند (شکل ۱-۸-۲).

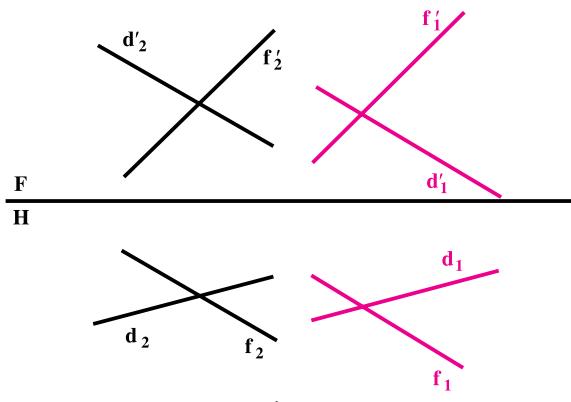
۱-۸-۲- دو صفحه متوازی

برای آن که دو صفحه متوازی باشند شرط لازم و کافی این است که دو خط متقاطع از یکی با دو خط متقاطع از دیگری موازی باشند. در شکل ۱-۸-۳ دو خط متقاطع به نام‌های D_1 و F_1 از صفحه P_1 به ترتیب با دو خط متقاطع به نام‌های D_2 و F_2 از صفحه P_2 موازی هستند.



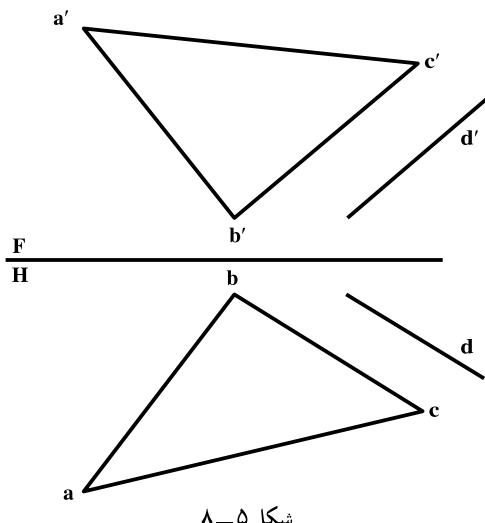
شکل ۱-۸-۳ - دو صفحه متوازی

۱- این مطلب برای زمانی است که دو صفحه نامحدود باشند، اما برای صفحات محدود ممکن است حالت سومی هم باشد که دو صفحه نه متوازند و نه متقاطع.



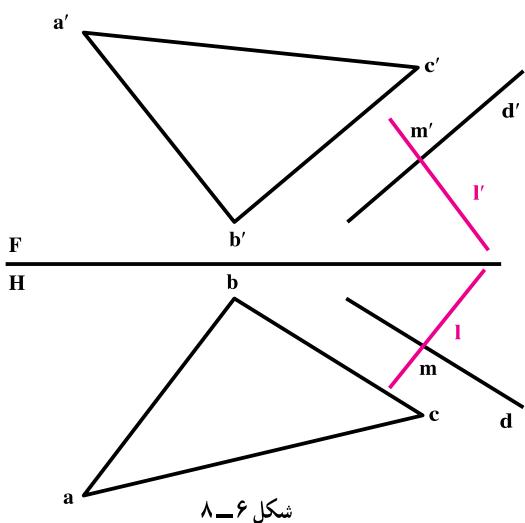
شکل ۸-۴

در هندسه ترسیمی نیز با رعایت شرط یاد شده دو صفحه متوازی خواهد بود. در شکل ۸-۴ دو صفحه که به وسیله دو خط متقاطع نمایش داده شده‌اند با یکدیگر متوازی هستند.



شکل ۸-۵

تمرین: خط $d'd$ با صفحه ABC ، موازی است. صفحه‌ای بر D بگذرانید که با ABC موازی باشد (شکل ۸-۵).



شکل ۸-۶

حل: ابتدا نقطه‌ای از $d'd$ مثل mm' را در نظر می‌گیریم (شکل ۸-۶).

- از mm' خطی موازی با صفحه ABC رسم می‌کنیم. برای نمونه از mm' به موازات aa' bb' رسم می‌کنیم.
- این خط را ll' می‌نامیم. صفحه گذرنده بر خطوط ll' و dd' موازی با ABC است.

۱- چون در نمای رو به رو، $b'c'$ و d' در نمای افقی d با bc موازی است، پس dd' که با یک خط از ABC موازی است، با خود آن موازی خواهد بود.

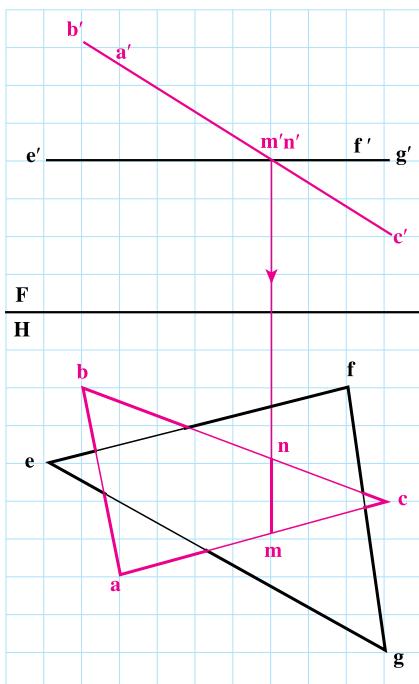
۳-۸- دو صفحه متقاطع

اگر دو صفحه با هم موازی نباشند، متقاطع خواهند بود.

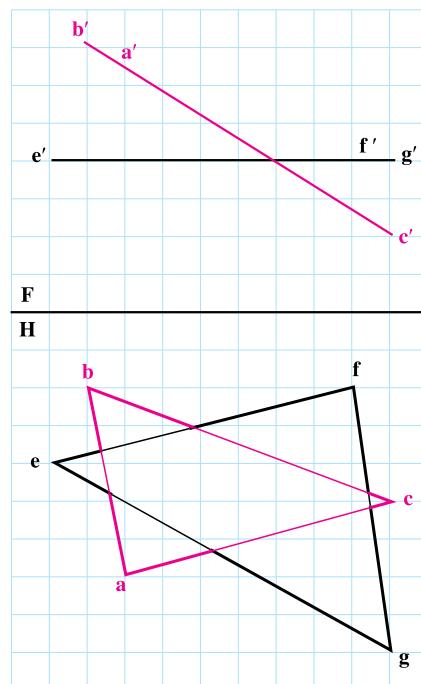
اگر دو صفحه تخت باشند، خط حاصل از برخورد آنها، یک خط مستقیم است که آن را «برخورد» یا «فصل مشترک دو صفحه» نامند.

برخورد دو صفحه در حالت خاص: در برخورد دو صفحه، ممکن است یکی از صفحات حالت خاص داشته باشد، مانند صفحات تصویر، صفحه قائم، منتصب، رو به رو و افقی. در این صورت تعیین فصل مشترک آن با صفحه دوم بسیار آسان است.

تمرین اول: دو صفحه ABC (منتصب) و EFG (افقی) برخورد کرده‌اند. شکل ۷-۸ فصل مشترک یک خط منتصب است که به سادگی به کمک رابط مشخص می‌شود (mm' , nn' , ee' , ff' , gg').



شکل ۷



شکل ۸

تمرین دوم: صفحه ABCD و صفحه efg، مفروضند، مطلوب است برخورد آنها (شکل ۸-۸).

حل: تنها ضلع از صفحه ABCD که احتمال برخورد آن با صفحه efg دارد، ضلع AB است که از نقطه برخورد

آن در تصویر رو به رو رابط می‌کنیم تا به ab در تصویر افقی برسیم؛ (شکل ۹-۸ ب)

- اگر m در داخل سطح مثلث efg واقع شد، یک نقطه از فصل مشترک است و اگر mm' بیرون از سطح efg قرار

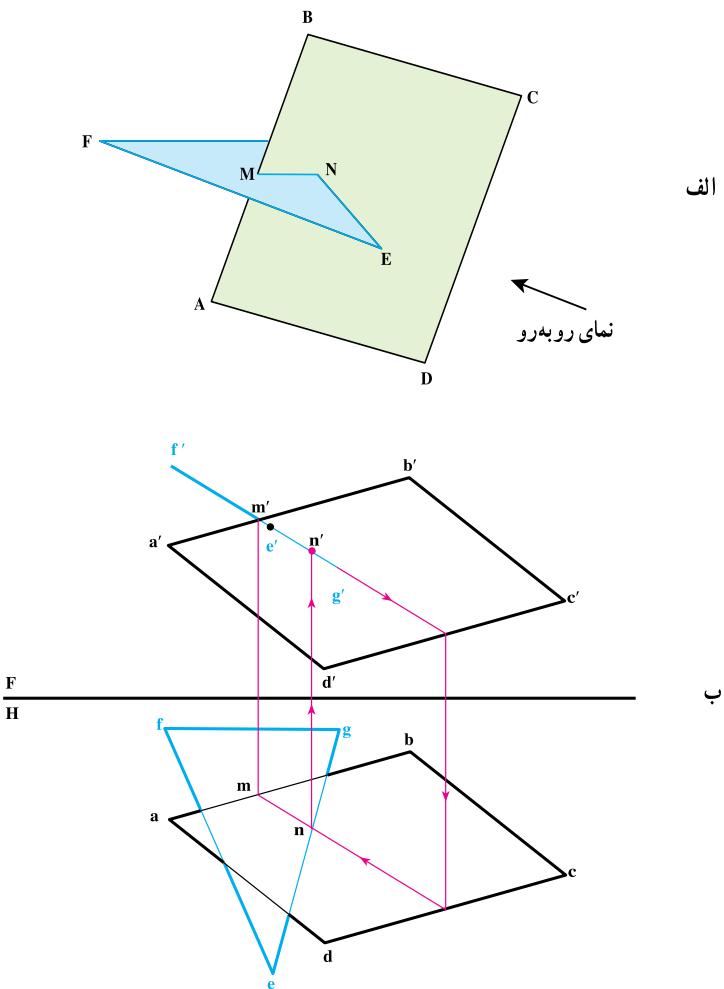
گرفت، aba, b'ba، نقطه اشتراکی با مثلث ندارد؛

- طبق شکل روشن است که اضلاع دیگر چهارضلعی اشتراکی با مثلث ندارند؛ پس باید این نکته را بررسی کرد که آیا اضلاع

مثلث با صفحه برخورد می‌کنند یا نه؟

- خط eg' را خطی از صفحه چهارضلعی فرض می‌کنیم و برخورد آن را معین می‌کنیم که nn' خواهد شد.

– بنابراین، پاره خط 'nn' جواب مسئله است (شکل ۸-۹).



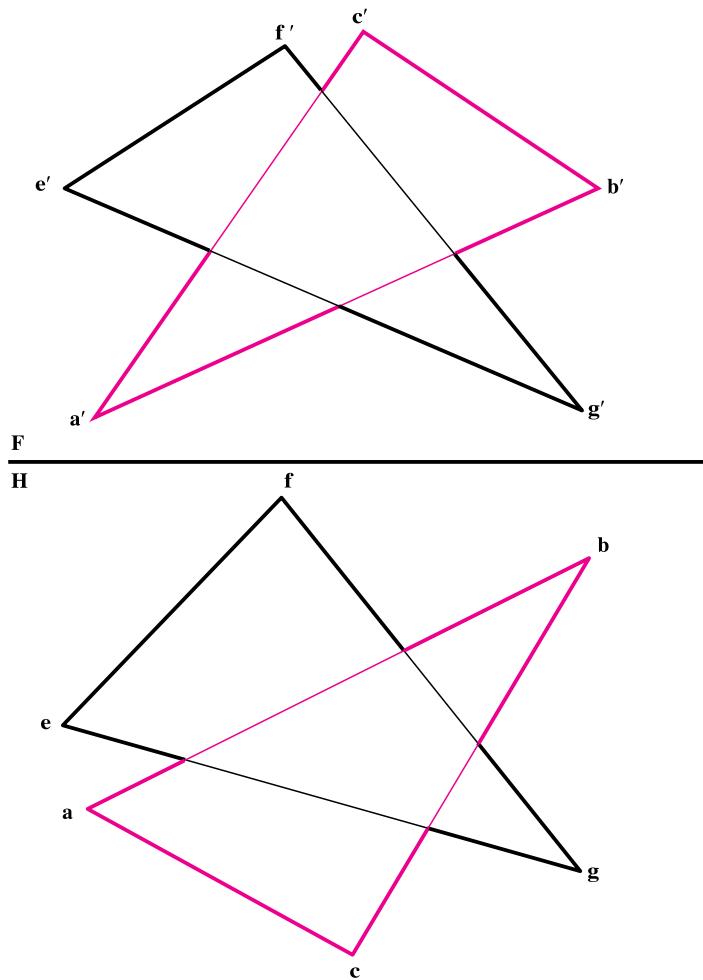
شکل ۸-۹

حل مسئله برخورد یک صفحه غیرخاص با صفحات خاص دیگر به عهده هنرجویان است.

۴-۸- برخورد دو صفحه دلخواه

دو صفحه abc و gef را که هر دو با قسمتی از خود معرفی شده‌اند در نظر بگیرید. تعیین فصل مشترک آنها مورد نظر است (شکل ۸-۱). مطابق آنچه که از دو تصویر درک می‌شود، برای خطوط bc و fe و ac برخوردی وجود ندارد. پس برخورد احتمالی بین خطوط eg و fg از صفحه abc با صفحه gef خواهد بود. یکی از روش‌های حل مسئله این است که به دلخواه یکی از خطوط مانند eg را انتخاب و برخورد آن را با abc (اگر وجود داشته باشد) تحقیق کنیم.

۱- چگونه صفحه‌ای است؟ آیا می‌توانید راه حل دیگری برای این مسئله پیشنهاد کنید؟

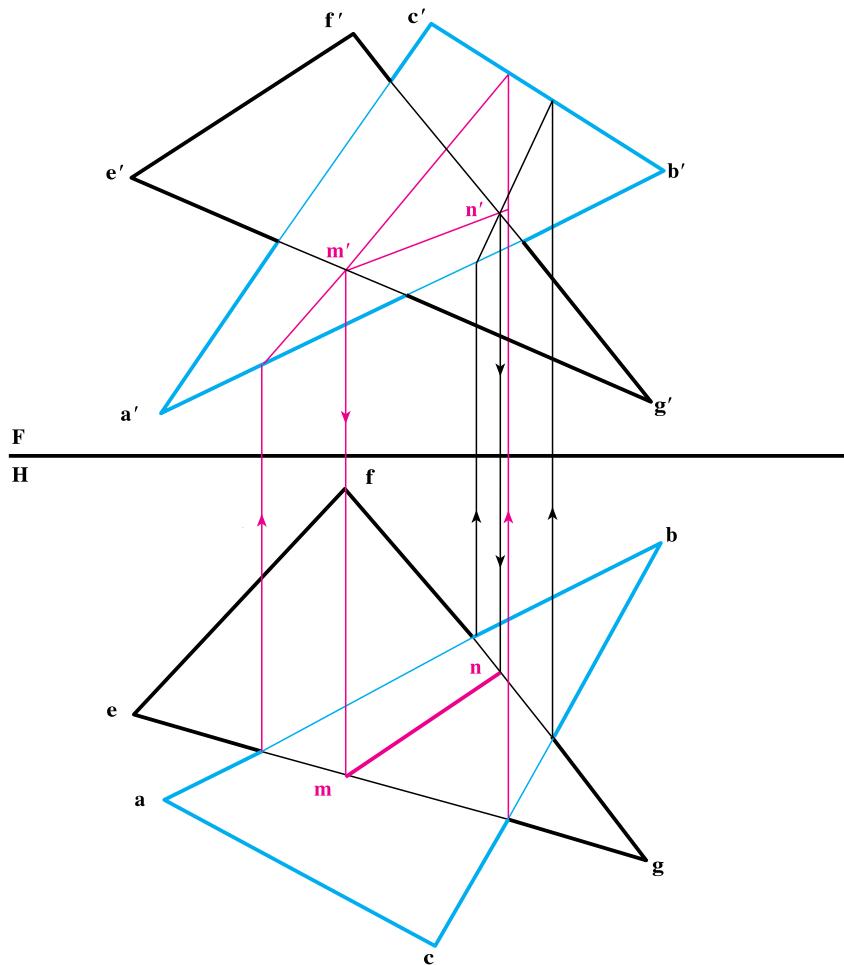


شکل ۸-۱۱

خلاصه عملیات انجام شده در شکل ۸-۱۱ به این شرح است :

- با فرض آن که eg در صفحه abc است، تصویر رو به رو را به دست می آوریم که در نتیجه m' معین می شود؛
- با رابط از m'، m را در تصویر افقی تعیین می کنیم.
- اینک خط fg را انتخاب و برخورد آن را با abc تحقیق می کنیم.
- ملاحظه می شود که fg در a' با abc برخورد دارد.
- بنابراین به کمک رابط n را معین می کنیم.
- چون دو خط از abc برخورد دارند، دیگر کار را ادامه نمی دهیم زیرا مسلم است که ab برخوردی نخواهد داشت. (البته در محدوده شکل موجود).
- اکنون m' را به n' و m را به n وصل می کنیم. پاره خط mn یا m'n'mn پاسخ است.

۱- البته روشی هم وجود دارد که پیش از حل مستقله می توان تعیین کرد که کدام یک از خطوط با کدام یک از صفحات برخورد دارد که به آن نمی پردازیم.



شکل ۱۱-۸

ارزشیابی

- ۱- جملات زیر را کامل کنید :
- فصل مشترک دو صفحه نیمrix و قائم خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه نیمrix و منتصب خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و جبهی خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و منتصب خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه جبهی و قائم خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و نیمrix خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه جبهی و نیمrix خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و غیرخاص خطی است چرا؟

- فصل مشترک دو صفحه جبهی و غیرخاص خطی است چرا؟

- فصل مشترک دو صفحه غیرخاص و نیمrix خطی است چرا؟

- فصل مشترک دو صفحه غیرخاص مواجه خطی است چرا؟

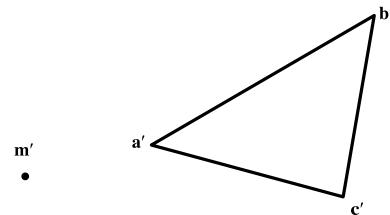
- فصل مشترک دو صفحه غیرخاص خطی است چرا؟

- آیا می‌توانید تمام حالات ممکنه برای فصل مشترک

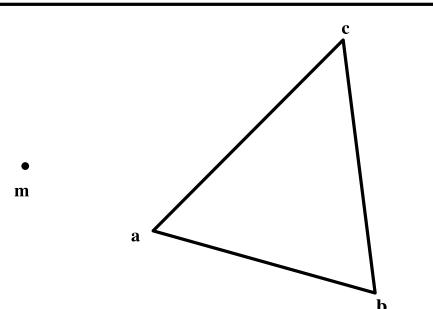
صفحات را بگویید، خطها چگونه‌اند؟

راهنمایی : بهتر است با تشکیل یک جدول پاسخ

را معین کنید.



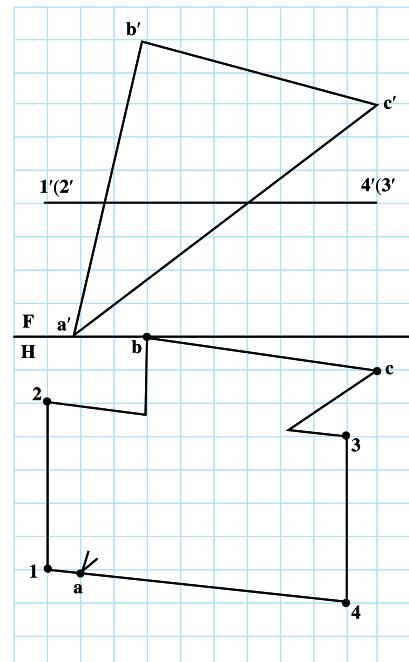
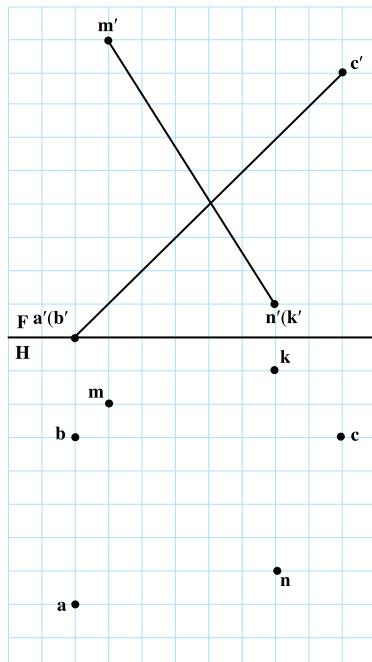
۲ - از نقطه m صفحه‌ای به موازات صفحه abc رسم کنید که با دو خط متقاطع نمایش داده شود (شکل ۸-۱۲).

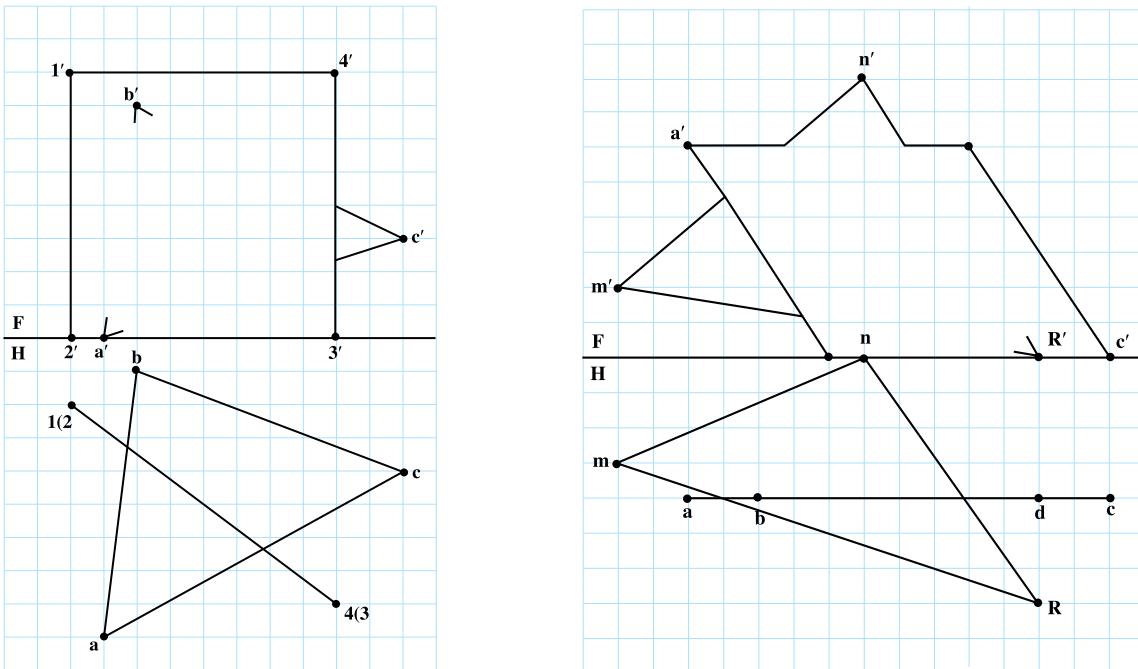


شکل ۸-۱۲

۳ - برخورد صفحات زیر را تعیین کنید.

هر شکل با در نظر گرفتن هر مربع برابر 1° ، روی یک برگ کاغذ A_4 کشیده شود.





شکل ۸-۱۳

۴- سه نقطه $(1^\circ, 5^\circ, N)$ و $(h, 8^\circ, 3^\circ)$ و $(K, 3^\circ, 8^\circ)$ معرف یک صفحه متوatzی هستند. تقاطع

این صفحه را با صفحه متوatzی الاصل ABCD به مشخصات $(4^\circ, 1^\circ, A)$ و $(10^\circ, 6^\circ, B)$ و $(2^\circ, 3^\circ, C)$ تعیین کید. فصل مشترک چه نوع خطی است و طول حقیقی آن چیست؟

۵- صفحه متوatzی الاصل پرسش بالا را دوباره رسم کنید و برخورد صفحه MNK را با آن معین کنید. در

صورتی که داشته باشیم :

$(1^\circ, 3^\circ, N)$ و $(0^\circ, 3^\circ, M)$ و $(0^\circ, 6^\circ, K)$

۶- الف- ابتدا ذوزنقه متساوی الساقین ABCD را رسم کنید با شرایط $(2^\circ, 1^\circ, A)$ و $(7^\circ, 4^\circ, B)$ و $(0^\circ, 1^\circ, C)$ به گونه‌ای که AC قاعده بزرگ و AB یک ساق آن باشد.

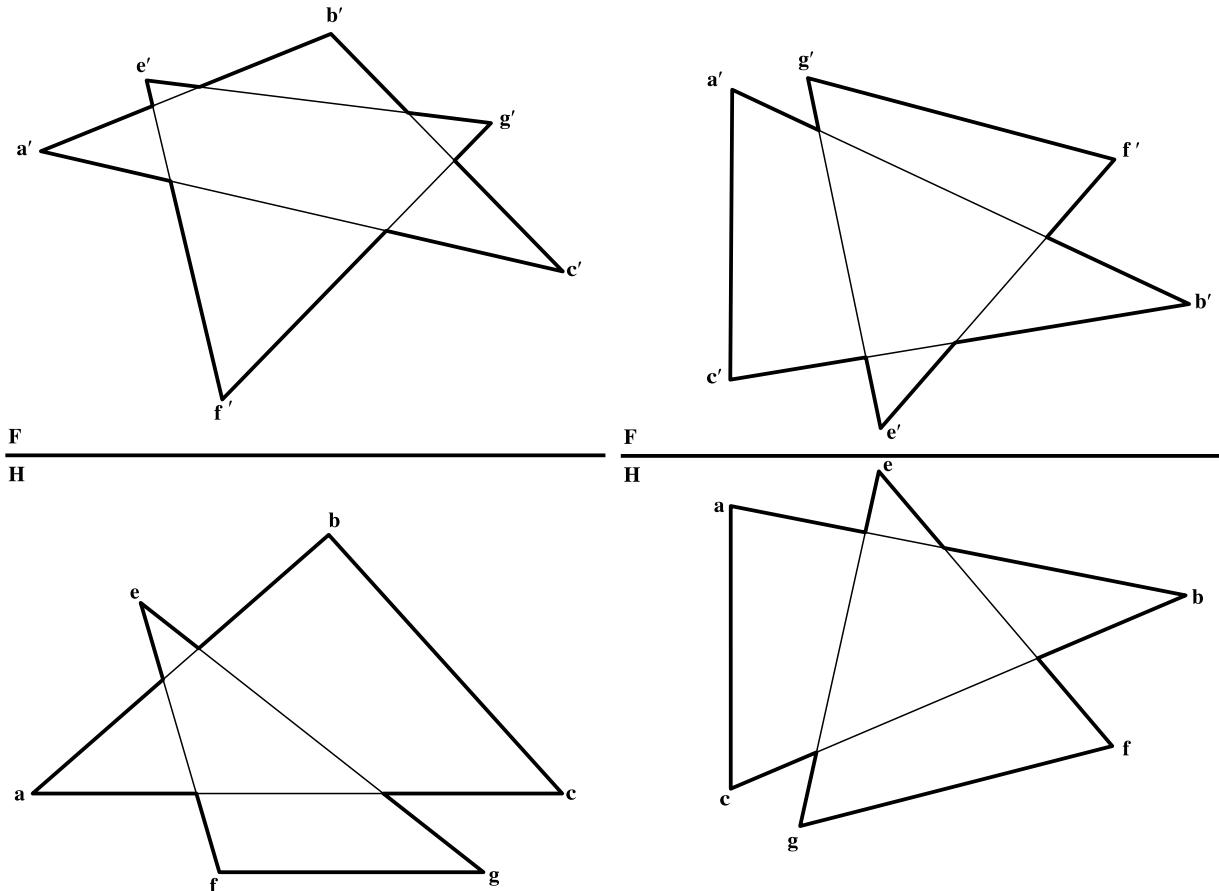
ب- برخورد این صفحه را با صفحه MNK با شرایط $(0^\circ, 8^\circ, M)$ و $(0^\circ, 7^\circ, N)$ و $(1^\circ, 7^\circ, K)$ تعیین کنید. طول حقیقی فصل مشترک چیست؟

پ- به دلایلی می‌خواهیم اندازه حقیقی سطوح ABCD و MNK را برحسب میلی متر مربع داشته باشیم، آیا می‌توانید راه حل‌هایی ارائه کنید؟

۷- با اندازه برداری از شکل ۸-۱ یک بار مسئله را با دقت حل کنید. (با مقیاس ۲:۱)

۱- می‌توان شکل‌ها را با اندازه دو برابر کی کرد.

۸- فصل مشترک صفحات abc و efg را تعیین کنید. (مقیاس ۱: ۲ با اندازه برداری از شکل ۸-۱۴)



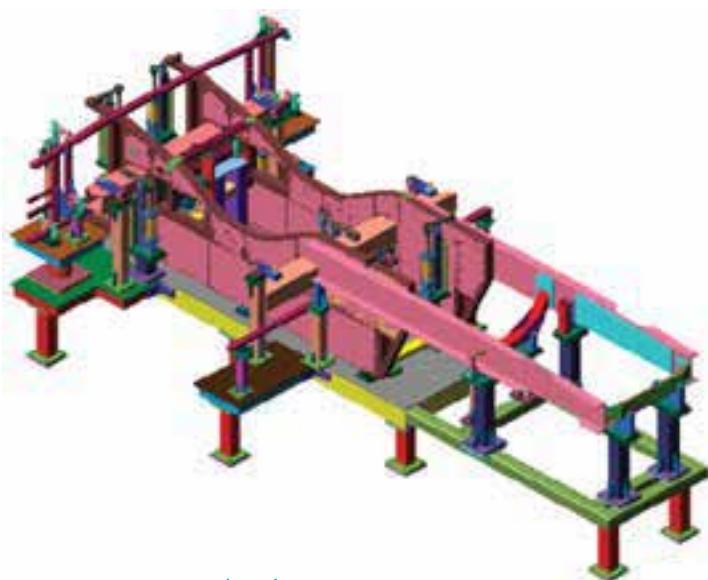
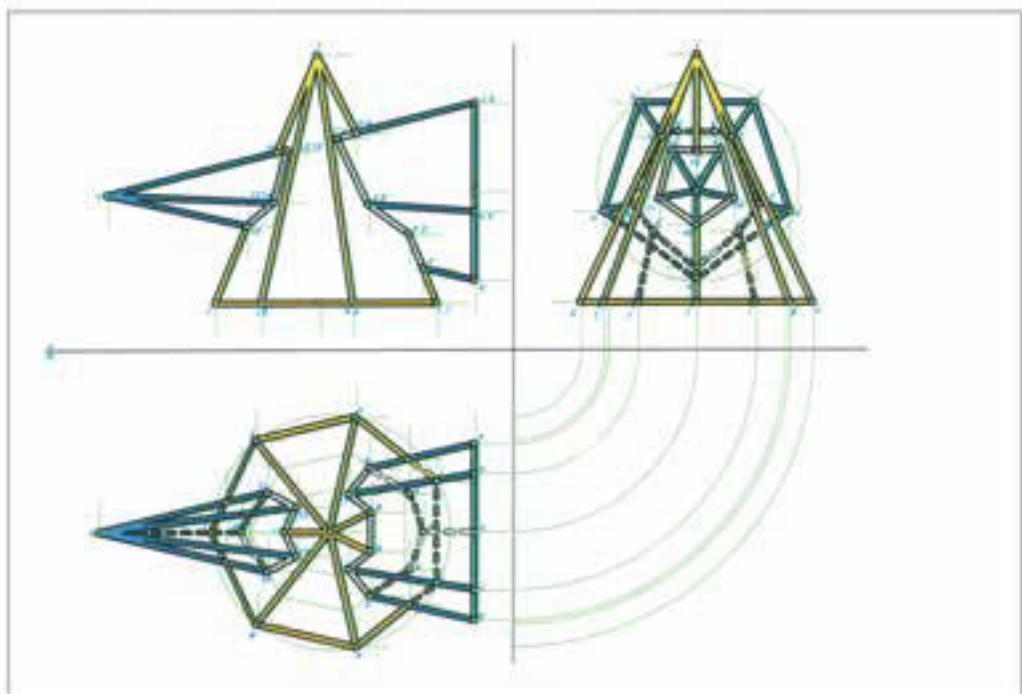
شکل ۸-۱۴

۹- برخورد دو صفحه $ABCD$ (متوازی الاضلاع) را با EFG تعیین کنید و طول حقیقی آن را به دست آورید.
مشخصات برای سه گوش $ABCD$ عبارت است از: $(0^\circ, 1^\circ, 6^\circ, 7^\circ)$, $A(7^\circ)$, $B(11^\circ)$, $C(17^\circ)$ و $D(1^\circ)$.
برای مثلث EFG , $E(30^\circ), F(110^\circ), G(130^\circ)$ با فرض D در سمت راست A .

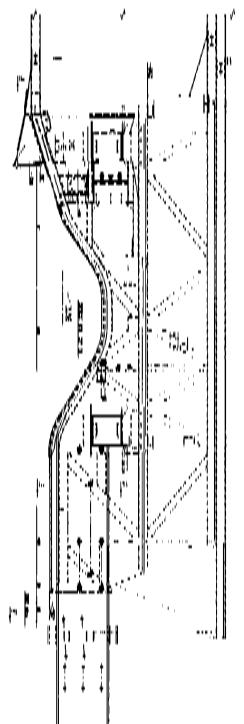
برای مطالعه

- ۱- بر خط AB، صفحه‌ای موازی با خط CD رسم کنید و آن را با یک مثلث نشان دهید. جزئیاتی که در دست داریم عبارتند از : (۲۰، ۱۰، ۵۰)، A(۰، ۵۰، ۲۰)، B(۲۰، ۵۰، ۲۰)، C(۳۰، ۳۰، ۵۰) و D(۸۰، ۳۰، ۲۰)
- ۲- بر نقطه S صفحه‌ای بگذرانید که با صفحه MNK موازی باشد. نیاز به مشخص کردن این صفحه با یک مثلث باسه گوش آن هست. جزئیاتی که داریم : (۴۰، ۶۰، ۱۰)، S(۰، ۴۰، ۶۰)، M(۹۰، ۱۰، ۱۰)، N(۴۰، ۶۰، ۰) و K(۱۰، ۲۰، ۰).
- ۳- دو صفحه ABC و MNK نسبت به هم چگونه اند؟ داریم : (۰، ۹۰، ۹۰)، A(۰، ۹۰، ۰)، B(۶۰، ۰، ۰)، C(۱۲۰، ۷۵، ۳۰)، M(۱۲۰، ۶۰، ۰)، N(۹۰، ۰، ۰) و K(۱۵، ۷۵، ۷۵)
- ۴- نقطه B و α از نمای رو به روی خط AB را داریم . اگر این خط با صفحه MNK موازی باشد، نمای افقی خط را کامل کنید. داریم : (۰، ۱۰، ۱۰)، M(۶۰، ۷۰، ۶۰)، N(۱۱۰، ۲۰، ۴۰)، K(۱۵۰، ۱۰، ۱۰) و B(۱۰، ۳۰، ۳۰)، A(۶۰، ۰، ۰)
- ۵- از نقطه A خطی رسم کنید که با خط زمین و با خط نیمرخ BC برخورد کند. داریم : (۱۰، ۵۰، ۶۰)، A(۱۰، ۱۰، ۷۰)، B(۶۰، ۱۰، ۶۰) و C(۶۰، ۰، ۰)

فصل نهم



قسمتی از اسکلت یک اتوبوس



در یک نقشه آنچه را که دیده می شود دید و آنچه را که دیده نمی شود، ندید می نامند.

دید و ندید

هدفهای رفتاری : در پایان این فصل از فرآگیر انتظار می‌رود:

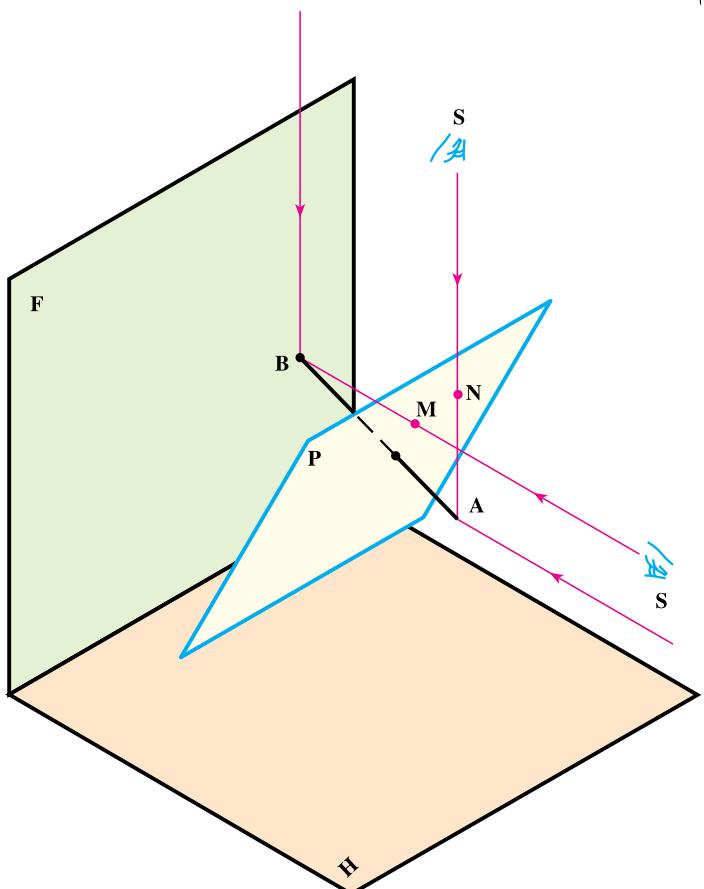
- ۱- اصول دید و ندید کردن را بیان کند.
- ۲- نقطه، خط و صفحه را دید و ندید کند.

۱-۹- تعریف

دید و ندید کردن به این معنی است که در نقشه، نقاط، خطوط و صفحاتی را که دیده می‌شوند از آن‌ها که دیده نمی‌شوند جدا کنیم و بر طبق قواعد نقشه‌کشی آنها را با خط دید و یا ندید مشخص نماییم.

۲-۹- اصول دید و ندید کردن خطوط

به شکل ۱-۹ توجه کنید.



شکل ۱-۹

در این شکل ناظر S در دید از جلو به صفحه P و پاره خط AB می‌نگرد. بدیهی است که او نقطه A را می‌بیند، اما نقطه B را نمی‌بیند، زیرا قبل از آن نقطه‌ای مثل M از صفحه، جلوی دید او را می‌گیرد. در دید افقی ناظر نقطه B را می‌بیند، اما نقطه A را نمی‌بیند، چرا؟ با توجه به این نمونه ساده دو قاعدة بسیار مهم را در دید و ندید کردن نقاط نتیجه‌گیری می‌کنیم:

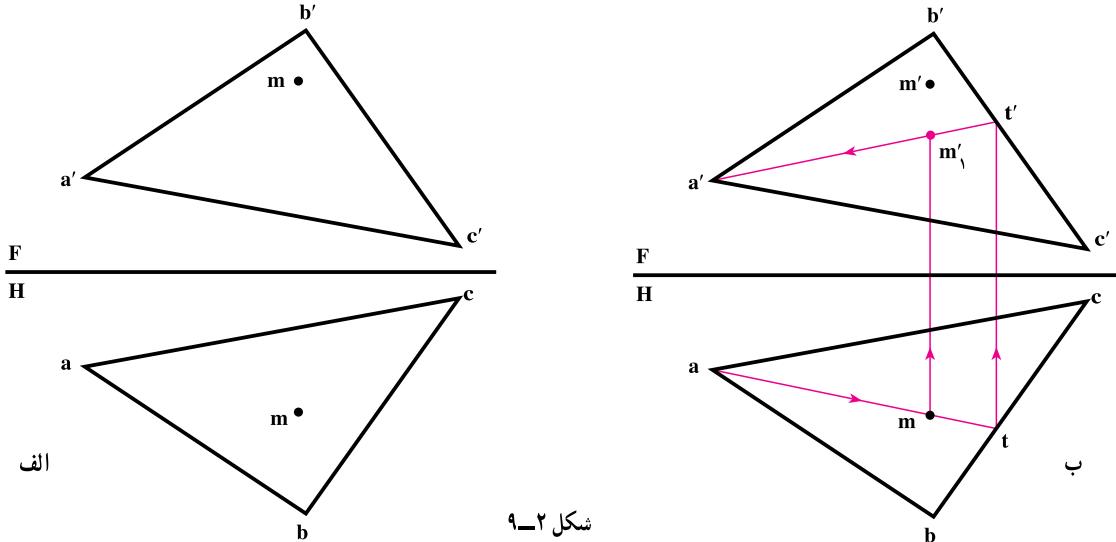
اول: در تصویر رو به رو نقطه‌ای دیده می‌شود که دارای بعد بیشتر است، مانند M.

دوم: در تصویر افقی، نقطه‌ای دیده می‌شود که دارای ارتفاع بیشتری است؛ یعنی به چشم ناظر تزدیک‌تر می‌باشد، مانند نقطه N که به چشم ناظر تزدیک‌تر است.

۹-۳- نقطه و صفحه

صفحه' $abca'b'c'$ و نقطه' M مفروضند، میخواهیم تحقیق کنیم که در تصویر رو به رو و افقی نقطه' M دیده میشود یا نه

(شکل الف ۹-۲).



شکل ۹-۲

موقعیت را در دو بخش بررسی میکنیم :

اول - اگر منظور تحقیق آن است که m در تصویر افقی دیده میشود یا خیر، کافی است که ابتدا :

- m را نقطه‌ای از صفحه فرض نماییم؛

- با استفاده از یک خط کمکی m' را مشخص کنیم؛

- اگر m' دارای ارتفاع کمتری نسبت به m باشد، طبق قاعده دوم، m در تصویر افقی دیده خواهد شد (شکل ب ۹-۲) که در

اینجا نقطه' m در تصویر افقی دید است.

دوم - اگر منظور تحقیق آن است که m در تصویر رو به رو دید است یا نه باید :

- m را نقطه‌ای از صفحه فرض و براساس آن m' را تعیین کنیم؛

- اگر m' دارای بُعد کمتری نسبت به m باشد، m در تصویر رو به رو دید است و در غیر این صورت دید نیست «حل به عهده

هنرجویان است».

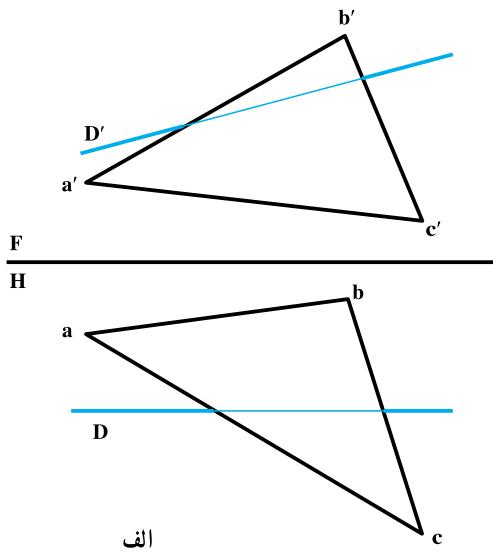
۹-۴- خط و صفحه

صفحه' $abca'b'c'$ و خط' DD' را در نظر میگیریم (شکل الف ۹-۳).

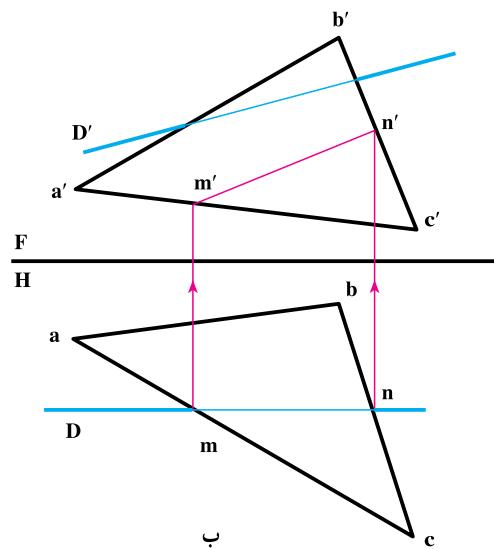
همانگونه که میدانید، خط' DD' نسبت به صفحه محدود $abca'b'c'$ فقط دو حالت دارد : یا آن را قطع میکند و یا اینکه آن را قطع نمیکند.

حالت اول : ابتدا با فرض اینکه D در صفحه ABC است، تصویر رو به روی خط را معین میکنیم (شکل ب ۹-۳).

طبق این شکل خط' DD' با محدوده' $abca'b'c'$ متقاطع نیست. اکنون لازم است که تحقیق شود که در نقشه D و D' دید هستند یا نه.

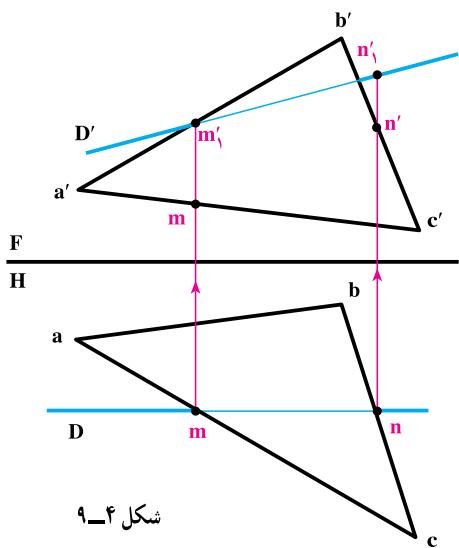


الف



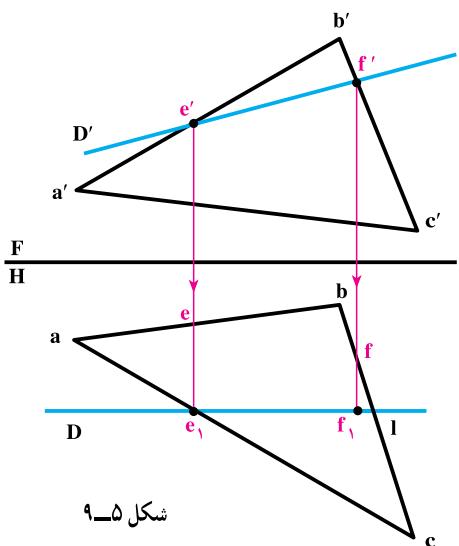
ب

شکل ۹-۳



شکل ۹-۴

نخست در مورد تصویر افقی بررسی می کنیم.
– محل برخورد ظاهری خط D را با اضلاع صفحه abc ، با m و n نامگذاری کردیم؛
– به کمک رابط n' و m' ، تصاویر رو به روی n و m را «اگر در صفحه باشند» تعیین می کنیم (شکل ۹-۴).



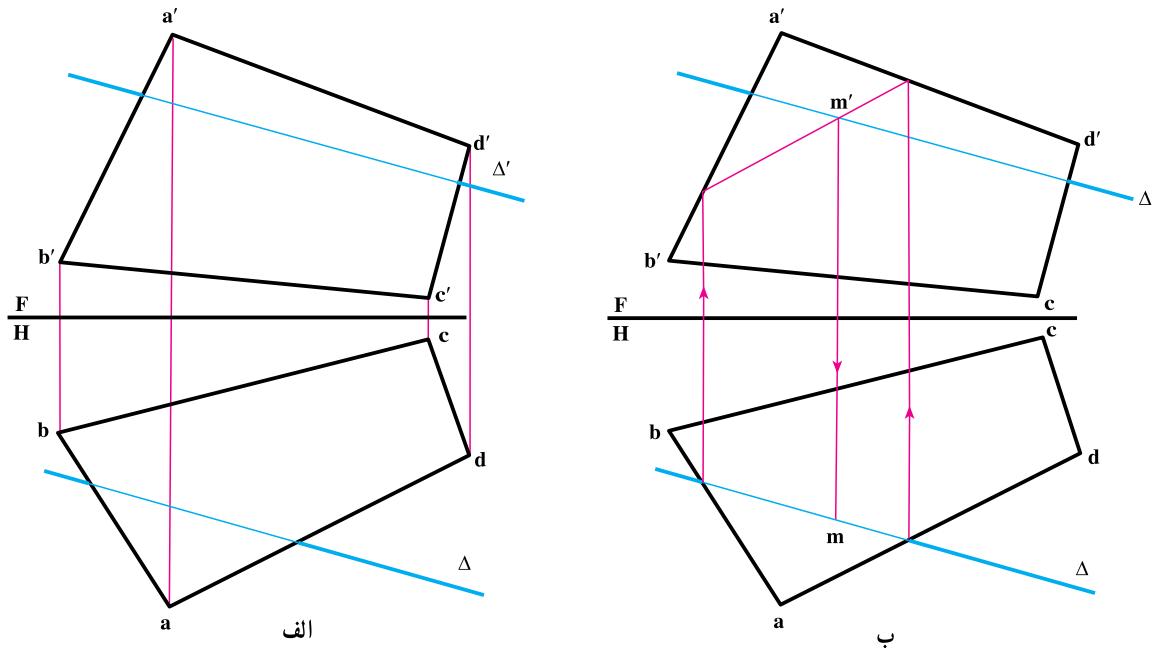
شکل ۹-۵

– به همین ترتیب n' و m' مربوط به خط را هم مشخص می کنیم؛
– اگر m' و n' دارای ارتفاع پیشتری نسبت به m' و n' باشند، n و m در تصویر افقی دید خواهند بود. در نتیجه تصویر افقی خط، یعنی D دید است.
نظیر چنین تحقیقی را در مورد تصویر رو به رو انجام می دهیم (شکل ۹-۵).

– ابتدا نقاط e' و f' را در نظر می گیریم؛
– e و f را مشخص می کنیم (به کمک رابط)؛

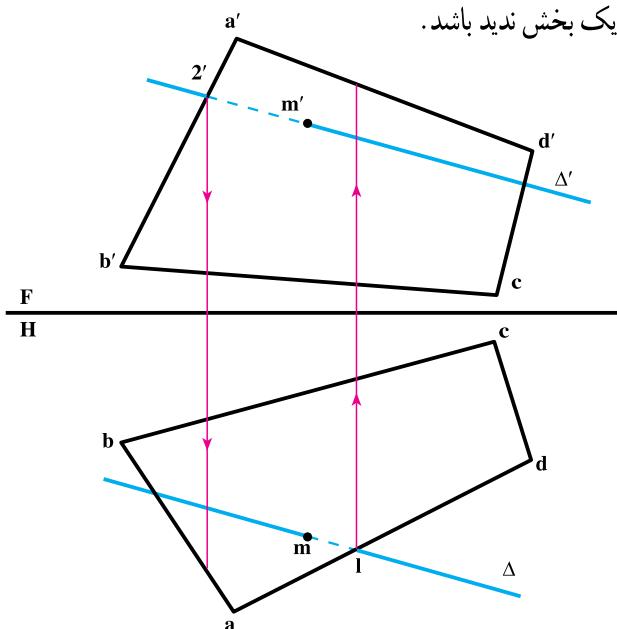
نقطه e' و f' چون دارای بُعد بیشتری هستند، تصویر رو به روی آنها دید است. در نتیجه پاره خط $e'f'$ که در تصویر رو به رو جلوی صفحه $a'b'c'$ قرار گرفته است، دید خواهد بود که با خط دید ترسیم شده است.

حالت دوم: صفحه $abcd$ و خط $\Delta\Delta'$ را در نظر می‌گیریم (شکل الف ۹-۶).



شکل ۹-۶

در این مورد خط $\Delta\Delta'$ با صفحه برخورد دارد و نقطه mm' برخورد می‌باشد. براساس شکل ب ۹-۶ این موضوع تأیید شده است. در صورتی که یک بار دیگر به شکل ۹-۱ و با دقت بیشتر نگاه کنید خواهید دید که یک پاره خط به هر صورت که با یک صفحه برخورد کند، در تصاویر رو به رو و افقی، باید دارای یک قسمت دید و یک بخش ندید باشد.



شکل ۹-۷

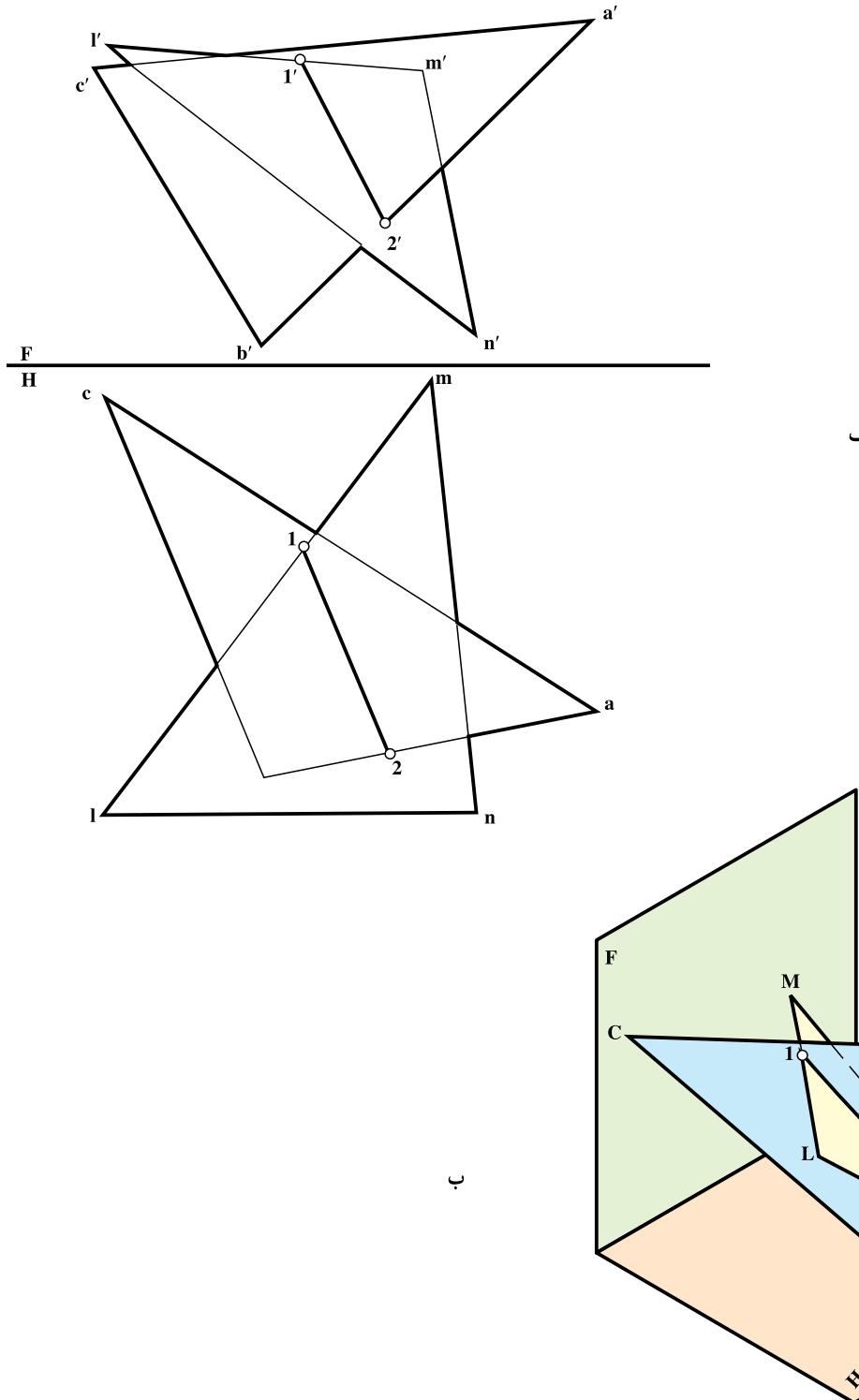
در این شکل یک نقطه از تصویر افقی خط به نام ۱ و یک نقطه از تصویر رو به روی خط به نام ۲ را انتخاب و دید یا ندید بودن آنها را تحقیق کرده‌ایم. برای توضیح بیشتر، برای نمونه در مورد نقطه انتخابی ۱ می‌گوییم:

با ترسیم رابط در تصویر رو به رو مشخص می‌شود که ارتفاع این نقطه از Δ بیشتر است یا از $a'd'$. البته در این شکل چون نقطه واقع بر خط Δ ارتفاع کمتری دارد، قسمت سمت راست m از خط Δ ندید خواهد بود «که با خط‌چین رسم شده است». نیمه دیگر خط در تصویر افقی هم دید است. همچنین به کمک رابط از ۲، مشخص می‌شود که نیمه سمت چپ Δ در تصویر رو به رو، ندید است. «چرا؟»

۹-۵ صفحه و صفحه

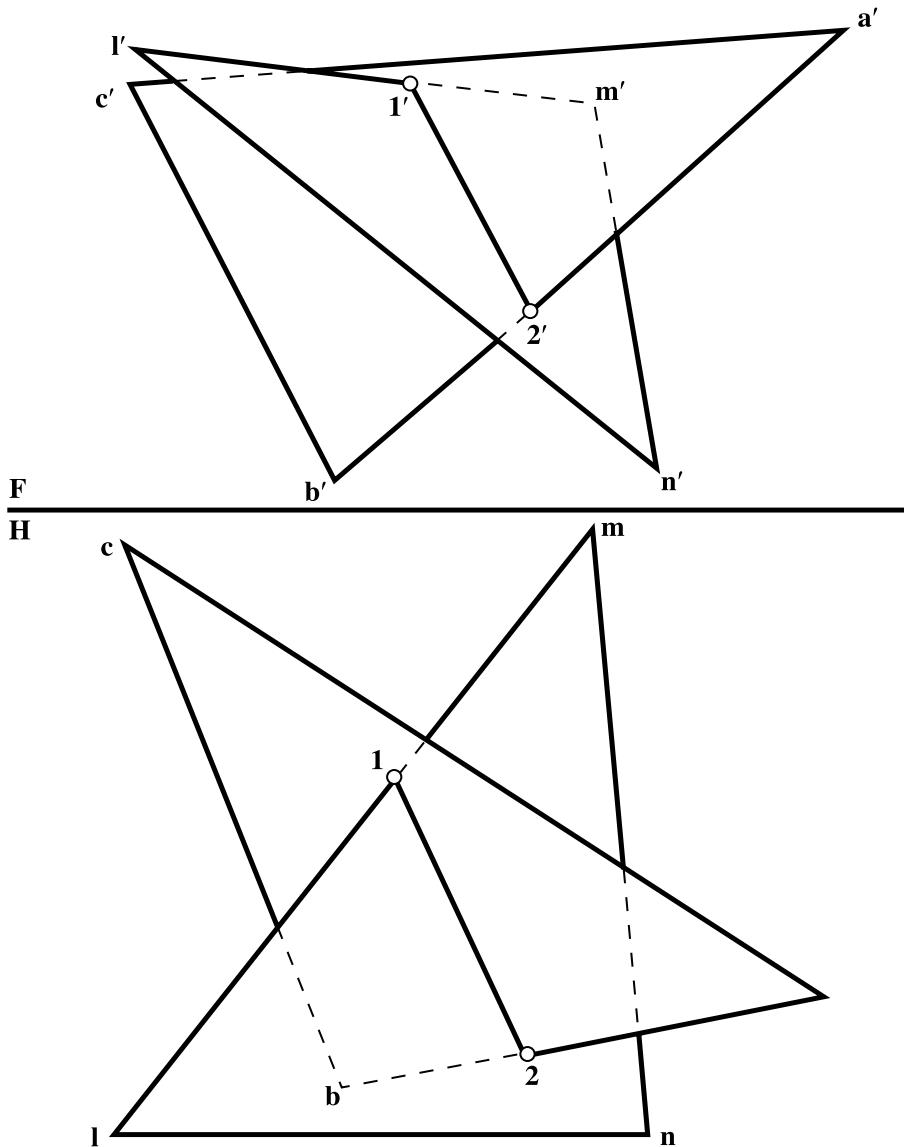
دو صفحه $a'b'c'$ و $m'n'l'$ را در نظر می‌گیریم و فصل مشترک آنها را معین می‌کنیم. روشن است که پاره خط $121'2'$ ، در هر حالت دیده می‌شود (شکل ۹-۸).

آیا می‌توانید بگویید چرا؟



شکل ۹-۸

هدف از بررسی این مسئله، تعیین بخش‌های دید و ندید هر صفحه در محدوده مشترک در تصویر روبرو و افقی است. روش ساده آن است که قسمت‌های دید و ندید خطوط AB ، MN و AC را تشخیص دهیم و ترسیم کنیم. پس بخش‌های دید و ندید هر خط را به طور جداگانه و در هر دو تصویر معین می‌کنیم که در این صورت، شکل ۹-۹ به دست می‌آید.^۱



شکل ۹-۹

۱- البته می‌توان هر تصویر را با تشخیص وضعیت تنها یک نقطه از آن و یا استدلال دید و ندید کرد. در این مورد اساتید محترم می‌توانند در صورت نیاز توضیح بیشتری بدهند.

۱- منظور از دید و ندید کردن چیست؟ آیا به جای دید و ندید، اصطلاح دیگری می‌شناسید؟

۲- اصول دید و ندید کردن را بیان کنید (با رسم شکل دستی).

۳- با رسم شکل دستی چگونگی تشخیص دید یا ندید بودن نقطه را شرح دهید.

۴- با رسم شکل دستی چگونگی دید و ندید کردن

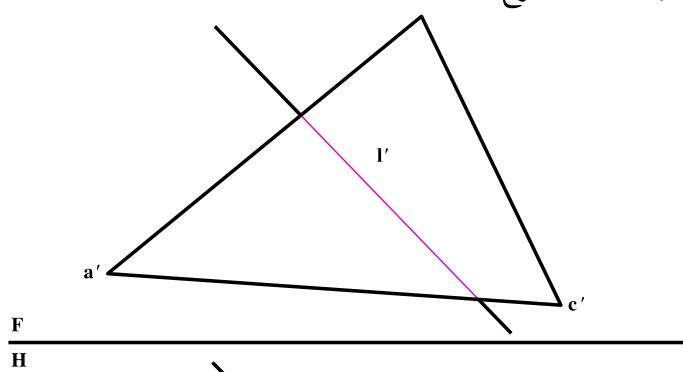
خط و صفحه را بگویید.

۵- شکل ۹-۸ الف را با مقیاس ۱:۲ رسم و

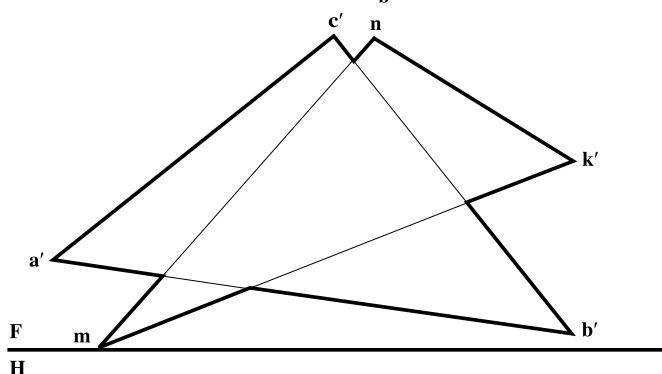
پس از تعیین فصل مشترک، دید و ندید کنید.

۶- در شکل ۹-۱۰ پس از تعیین برخورد خط

و صفحه، شکل را دید و ندید کنید.



شکل ۹-۱۰



شکل ۹-۱۱

۷- در شکل ۹-۱۱ پس از تعیین فصل مشترک دید و ندید را انجام دهید «مقیاس ترسیم ۱:۲».

۸- دو صفحه‌ی ABCD و MNLK را که هر دو متوازی‌الاضلاع هستند نمایش دهید به شرطی که داشته باشیم :

(۷۰° و ۶۰°) C و (۷۰° و ۶۰°) B و (۱۰۰° و ۱۰۰°) A و (۳۰° و ۳۰°) N و (۷۰° و ۷۰°) M و (۷۰° و ۷۰°) K و

آنگاه، پس از تعیین برخورد، دید و ندید کنید.

برای مطالعه

به دست آوردن برخورد و دید و ندید. هر مربع برابر 1°

