

فصل پنجم

اعداد شاخص

هدفهای رفتاری: در پایان این فصل، از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- مفهوم و تعریف عدد شاخص را بیان کند.
- ۲- کاربرد اعداد شاخص را در زمینه‌های بازرگانی، مالی و اقتصادی توضیح دهد.
- ۳- فواید محاسبه اعداد شاخص را برشمارد.
- ۴- انواع شاخصها را نام ببرد.
- ۵- شرایط یک شاخص خوب را بیان کند.
- ۶- روشهای درصد ساده مجموع، موزون مجموع و میانگین ساده نسبتها را در محاسبه اعداد شاخص به کار بگیرد.
- ۷- منحنی تغییرات اعداد شاخص را رسم کند.
- ۸- چگونگی تغییر دوره پایه را توضیح دهد.
- ۹- روشهای محاسبه اعداد شاخص را ارزیابی کند.

مفهوم کلی و تعریف اعداد شاخص^۱

واژه «شاخص» به معنای وسیله تشخیص است و عدد شاخص عددی است که به وسیله آن

تغییرات ایجاد شده در یک پدیده را در فاصله دو زمان مختلف (یا دو مکان مختلف) تشخیص می‌دهیم. بنابراین می‌توان گفت که شاخص عددی است که برای اندازه‌گیری و سنجش تغییرات عوامل مختلف در فواصل زمانی (یا در فواصل مکانی) به کار برده می‌شود. معمولاً اعداد شاخص به صورت درصد بیان می‌شوند. و به بیان کوتاه، می‌توان گفت که: عدد شاخص نسبت دو عدد یا دو گروه از اعداد است که به صورت درصد بیان می‌شود. به عنوان مثال وقتی می‌شنویم که شاخص قیمت‌ها در سال ۱۳۷۲ نسبت به سال ۱۳۷۰ مساوی ۱۲۰ شده است، درخواهیم یافت که قیمت یک کالا یا یک خدمت مصرفی که در سال ۷۰ مساوی ۱۰۰ ریال بوده است، در سال ۷۲ قیمت همان کالا یا خدمت برابر ۱۲۰ ریال شده است. (یعنی ۲۰٪ رشد داشته است.)

کاربرد شاخصها در مسائل اقتصادی و بازرگانی

با محاسبه اعداد شاخص بسادگی می‌توان هزینه‌های زندگی، میزان تولید محصولات کشاورزی یا صنعتی، مقدار صادرات و واردات، مرگ و میر، حقوق و دستمزد، بیکاری یا اشتغال، قیمت کالاها و خدمات مصرفی و سایر پدیده‌های اقتصادی را در دو زمان مختلف (یا در دو مکان متفاوت) با همدیگر مقایسه کرده، تغییرات ایجاد شده را بررسی کرد. در این کتاب فقط شاخصهای زمانی (یعنی شاخصهایی که بیان‌کننده تغییرات ایجاد شده در پدیده‌های مختلف در طول زمان هستند.) را مورد مطالعه قرار خواهیم داد. ضمناً موضوع شاخصها را بیشتر در ارتباط با زمینه‌هایی نظیر قیمت‌ها، مقادیر و ارزشها که جنبه اقتصادی دارند، مطرح خواهیم کرد.

فواید محاسبه اعداد شاخص

- به‌طور کلی می‌توان فواید زیر را برای اعداد شاخص برشمرد :
- بررسی تغییرات احتمالی در زمانهای آینده.
- بررسی تغییرات یک یا چند پدیده در دو زمان مختلف.

- بررسی تغییرات یک یا چند پدیده در دو مکان مختلف.
 - شناخت ارزش واقعی اعداد و ارقام.
 - محرمانه نگهداشتن اطلاعات اقتصادی یا سیاسی از رقبای.
 - بیان کلی اطلاعات و کنار گذاشتن جزئیات امر.
 - استفاده از اعداد شاخص در تجزیه و تحلیل‌های آماری نظیر شاخصهای مرکزی و انحرافات (پراکندگیها) و رسم نمودارهای آماری در فعالیت سازمانها و...
 بدین ترتیب، آگاهی از اعداد شاخص به ما توانایی می‌دهد که :
 - وضعیت مالی مؤسسات مختلف را با همدیگر مقایسه کنیم.
 - تغییرات ایجاد شده در قیمت یا مقدار کالاها یا خدمات را در دو زمان مختلف بشناسیم.
 - تغییرات ایجاد شده در قیمت یا مقدار کالاها یا خدمات را در دو مکان مختلف بشناسیم.
 - ارزش واقعی حقوق و دستمزدها را در رابطه با تغییرات قیمت‌ها، درک کنیم.
 - تغییرات ایجاد شده در مسائلی مانند اشتغال، بیکاری، بهداشت، کشاورزی، آموزش و پرورش، هنر و... را بررسی کنیم.

در اینجا به عنوان نمونه کاربرد اعداد شاخص را در تعیین قدرت خرید پول مطرح می‌کنیم :
قدرت خرید پول - منظور از قدرت خرید پول، ارزش پول در مبادله کالاها و خدمات می‌باشد، که رابطه معکوسی با سطح قیمت‌ها خواهد داشت. یعنی هرچه سطح قیمت‌ها افزایش می‌یابد، قدرت خرید پول کاهش خواهد یافت.
 بنابراین، اگر سطح قیمت‌ها دو برابر شود، قدرت خرید پول نصف خواهد شد.
 برای تعیین قدرت خرید پول می‌توانید از رابطه زیر استفاده کنید :

$$\text{قدرت خرید پول} = \frac{1}{\text{شاخص قیمت‌ها}} \times 100 \quad (\text{فرمول ۱})$$

مثال ۱- اگر شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی در سال ۱۳۷۲ نسبت به سال ۱۳۷۰ مساوی ۲۵۰ شده باشد، قدرت خرید پول در سال ۱۳۷۲ نسبت به سال ۱۳۷۰ به صورت زیر محاسبه خواهد شد :

$$\frac{1}{250} \times 100 = \frac{100}{250} = 0/4$$

مفهوم عدد ۰/۴ این است که قدرت خرید هر تومان در سال ۱۳۷۲ مساوی قدرت خرید ۴ ریال

در سال ۱۳۷۰ شده است، یعنی همان کالایی را که در سال ۱۳۷۰ می توانسته ایم با ۴ ریال بخریم، در سال ۱۳۷۲ باید با ۱۰ ریال خریداری کنیم.

حقوق و دستمزد واقعی

حقوق یا دستمزدی که کارکنان یک مؤسسه (بخش دولتی یا بخش خصوصی) دریافت می کنند یک مبلغ اسمی است که باید قدرت خرید واقعی آن را در زمانهای مختلف معلوم کرد. برای تعیین حقوق و دستمزد واقعی کارمندان یا کارگران یک سازمان باید حقوق و دستمزد اسمی آنها را (حقوق یا دستمزدی که در حال حاضر دریافت می کنند) در قدرت خرید پول، که در بالا توضیح داده شد، ضرب کنیم. برای مثال اگر شاخص قیمتها در سال ۱۳۸۶ نسبت به سال ۱۳۸۰ مساوی ۲۴۰ شده باشد و فردی به نام X در سال ۱۳۸۶ حقوق یا دستمزدی معادل ۴۰۰ هزار تومان دریافت کند، حقوق و دستمزد واقعی او در سال ۸۶ از رابطه زیر به دست خواهد آمد :

$$480000 \times \frac{100}{240} = 200000$$

در واقع حقوق واقعی آقای X در سال ۱۳۸۶ نسبت به سال ۱۳۸۰ معادل ۲۰۰ هزار تومان

است.

$\frac{100}{\text{شاخص قیمتها}} \times \text{حقوق و دستمزد اسمی} = \text{حقوق و دستمزد واقعی}$
--

انواع شاخصهای اقتصادی

کارشناسان مختلف، شاخصها را به شکلهای متنوعی (باتوجه به دیدگاههای متفاوت) دسته بندی می کنند. برای مثال می توان به موارد زیر اشاره کرد :

انواع شاخصها از نظر موضوع مورد بررسی

شاخصهای اقتصادی، مانند شاخص هزینه های زندگی

شاخصهای اجتماعی، مانند شاخص مرگ و میر

انواع شاخصها از نظر اجزای مورد بررسی در عدد شاخص

شاخصهای ساده (بدون ضریب)

شاخصهای موزون (وزن دار = ضریب دار)

انواع شاخصها از نظر هدف مورد بررسی

شاخصهای اطلاع دهنده

شاخصهای پیش بینی کننده

شاخصهای شناخت مشکلات و حل آنها

شاخصهای ارزیابی کننده برنامه ها و کنترل آنها

انواع شاخصها از نظر روش محاسبه

شاخص درصد ساده مجموع (غیر وزنی)

شاخص موزون مجموع (وزنی)

شاخص میانگین نسبتها (نسبتی) و ...

در این کتاب، دسته بندی اخیر (دسته بندی ۴-۴) مورد مطالعه دقیق قرار خواهد گرفت.

شرایط یک شاخص خوب

برای اینکه بتوان به یک عدد شاخص اعتماد کرد، باید شرایط زیر را داشته باشد :

حتی الامکان بیشترین اطلاعات را دربر داشته باشد. مثلاً اگر شاخص قیمتها را محاسبه می کنیم، باید نمونه ای نسبتاً بزرگ و جامع از انواع کالاها و خدمات را در اکثر نقاط کشور مورد بررسی قرار داده باشیم. نمی توان با داشتن قیمت چند قلم محدود از کالاها و خدمات، در چند نقطه محدود، شاخص قیمتها را برای یک مملکت محاسبه کرد.

زمان پایه آنها، مناسب انتخاب شده باشد. مقصود از زمان پایه، زمانی است که سایر زمانها را نسبت به آن می سنجیم. این زمان باید حتی المقدور از شرایط عادی و متعالی برخوردار باشد. این

درست نیست که مثلاً قیمت‌ها را در زمان صلح نسبت به زمان جنگ مقایسه کنیم. همچنین زمان پایه، نباید نسبت به زمان انجام بررسی، خیلی نزدیک یا خیلی دور باشد. برای مثال، مقایسه قیمت‌های سال ۱۳۷۳ نسبت به سال ۱۳۵۳ نتایج گمراه‌کننده‌ای به دنبال خواهد داشت.

ضرایب لازم در محاسبه اعداد شاخص به کار گرفته شده باشند. برای مثال اگر شاخص قیمت‌ها را در سال‌های مختلف نسبت به سال مشخصی به نام سال پایه محاسبه می‌کنیم، از ضرایب مقدار و عرضه کالاها یا خدمات مذکور نیز استفاده لازم را کرده باشیم. زیرا می‌دانیم که همواره کم و زیاد شدن عرضه کالا در قیمت آن تأثیر خواهد داشت.

هدف اصلی محاسبه عدد شاخص، مشخص باشد تا استفاده کنندگان از شاخص گمراه نشوند. فرضاً اگر بخواهیم در مورد اشتغال در کل جامعه قضاوت کنیم، نمی‌توانیم از شاخص پرداخت حقوق و دستمزد در بخش معینی از اقتصاد استفاده کنیم.

روش‌های محاسبه اعداد شاخص

تذکر: به منظور سهولت بخشیدن در طرح روش‌های محاسبه اعداد شاخص، در این کتاب بیشتر شاخص قیمت‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. شما می‌توانید با تغییر نمادهای لازم، این روش‌ها را در هر زمینه‌ای که لازم باشد، به کار ببرید. ضمناً حرف «P» از واژه Price به عنوان نماد قیمت به کار رفته است و P_n را به عنوان شاخص قیمت‌ها در سال n ام نسبت به سال پایه، مورد استفاده قرار داده‌ایم.

روش درصد ساده مجموع

در این روش، مجموع داده‌های آماری مربوط به یک متغیر «مثلاً قیمت» را در هر سال (یا هر زمان مورد نظر دیگر) بر مجموع داده‌های آماری مربوط به همان متغیر در سال پایه، تقسیم کرده، در عدد صد ضرب می‌کنیم. مثلاً برای شاخص قیمت‌ها خواهیم داشت:

$$P_n = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100 \quad (\text{فرمول ۲})$$

علت ضرب کردن اعداد شاخص در عدد صد، این است که به این ترتیب درک تغییرات ساده‌تر

خواهد شد. هرگاه عدد شاخص از عدد صد بزرگتر باشد، در متغیر مورد بررسی، به اندازهٔ اختلاف عدد شاخص با عدد صد، افزایش حاصل شده و هرگاه عدد شاخص از عدد صد کوچکتر باشد، به اندازهٔ اختلاف عدد شاخص با عدد صد، در متغیر مورد مطالعه، کاهش ایجاد شده است. برای مثال اگر شاخص قیمتها در سالهای ۷۲ و ۷۳ نسبت به سال ۷۰ به ترتیب ۱۲۰ و ۹۰ شده باشد، می توان قضاوت کرد که قیمتها در سال ۷۲ نسبت به سال ۷۰ به اندازه ۲۰٪ افزایش و در سال ۷۳ نسبت به سال ۷۰ به اندازه ۱۰٪ کاهش را نشان می دهند.

مثال ۲- اگر قیمت پنج نوع کالای مختلف در چهار سال متوالی طبق جدول زیر بوده باشد، شاخص قیمتها را برای سالهای ۷۰، ۷۱ و ۷۲ نسبت به سال ۶۹، که سال پایه است، از طریق در صد ساده مجموع محاسبه کنید :

جدول ۱

سالها کالاها	۱۳۶۹	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲
کالای الف	۲۰	۲۸	۱۵	۳۰
کالای ب	۱۰	۱۲	۸	۱۵
کالای ج	۵۰	۵۷	۴۵	۶۰
کالای د	۶۵	۶۸	۶۰	۷۰
کالای هـ	۵۵	۶۰	۵۲	۶۵
	$\Sigma P_0 = 200$	$\Sigma P_1 = 225$	$\Sigma P_2 = 180$	$\Sigma P_3 = 240$

تذکر: برای حل یک مسأله شاخص، ابتدا به سؤالات زیر پاسخ داده، سپس به حل مسأله بپردازید :

اول- چه نوع شاخصی محاسبه می شود؟ (در این مثال شاخص قیمتها محاسبه می شود).
دوم- از چه روش محاسبه می شود؟ (در این مثال از روش درصد ساده مجموع محاسبه می شود).

سوم- برای چه سالهایی و نسبت به چه سالی محاسبه می شود؟ (در این مثال برای سالهای ۷۰، ۷۱ و ۷۲ نسبت به سال ۶۹ محاسبه می شود).

حل:

$$P_{\circ 1} = \frac{\sum P_1}{\sum P_{\circ}} \times 100 = \frac{225}{200} \times 100 = 112.5$$

(شاخص قیمت‌ها در سال ۷۰ نسبت به سال ۶۹)

$$P_{\circ 2} = \frac{\sum P_2}{\sum P_{\circ}} \times 100 = \frac{180}{200} \times 100 = 90$$

(شاخص قیمت‌ها در سال ۷۱ نسبت به سال ۶۹)

$$P_{\circ 3} = \frac{\sum P_3}{\sum P_{\circ}} \times 100 = \frac{240}{200} \times 100 = 120$$

(شاخص قیمت‌ها در سال ۷۲ نسبت به سال ۶۹)

تذکر: اگر عدد شاخص را برای سال پایه محاسبه کنیم، حتماً عدد ۱۰۰ حاصل می‌شود.

روش موزون مجموع

در این روش، بجز داده‌های آماری از ضرایب با اهمیت هر یک از اعداد نیز، استفاده می‌شود. به این ترتیب که ابتدا هر یک از اعداد را در ضرایب مربوط ضرب می‌کنیم. آنگاه، مطابق روش درصد ساده مجموع به محاسبه اعداد شاخص می‌پردازیم. در محاسبه شاخص قیمت‌ها غالباً از مقادیر سال پایه و در محاسبه شاخص مقادیر از قیمت‌های سال پایه به عنوان ضرایب با اهمیت استفاده می‌کنند. مثلاً شاخص قیمت‌ها را در این روش به صورت زیر محاسبه می‌کنند:

$$P_{\circ n} = \frac{\sum P_n Q_{\circ}}{\sum P_{\circ} Q_{\circ}} \times 100 \quad (\text{فرمول ۳})$$

حرف Q در فرمول ۳ از واژه «Quantity» به معنای «مقدار» گرفته شده است.

فرمول ۳ را فرمول لاسپیرز^۱ Laspeyres نیز می‌نامند.

توجه دارید که در این روش، علاوه بر مقادیر متغیر مورد بررسی «مثلاً قیمت‌ها» باید مقادیر ضریب با اهمیت مربوط «مثلاً مقادیر سال پایه» را نیز در اختیار داشت. (به همین دلیل به این گونه شاخص‌ها، شاخص مرکب گفته می‌شود.)

مثال ۳- در جدول زیر، شاخص قیمت‌ها را برای سال‌های ۷۱ و ۷۲ نسبت به سال ۷۰ که سال

پایه است، از روش موزون مجموع «لاسپیرز» محاسبه کنید.

۱- لاسپیرز نام یک دانشمند آلمانی است که اولین بار این روش را پیشنهاد کرده است.

جدول ۲

نوع محصولات	۱۳۷۰		۱۳۷۱	۱۳۷۲
	Q.	P.	P _۱	P _۲
A	۲۰۰	۱۰	۱۵	۸
B	۵۰۰	۲	۳	۲
C	۴۰۰	۲۰	۳۰	۲۰
D	۱۰۰	۹۰	۹۰	۸۰

حل:

جدول ۳

نوع محصولات	۱۳۷۰		۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۰	۷۰ و ۷۱	۷۰ و ۷۲
	Q.	P.	P _۱	P _۲	P _۰ Q.	P _۱ Q.	P _۲ Q.
A	۲۰۰	۱۰	۱۵	۸	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۱۶۰۰
B	۵۰۰	۲	۳	۲	۱۰۰۰	۱۵۰۰	۱۰۰۰
C	۴۰۰	۲۰	۳۰	۲۰	۸۰۰۰	۱۲۰۰۰	۸۰۰۰
D	۱۰۰	۹۰	۹۰	۸۰	۹۰۰۰	۹۰۰۰	۸۰۰۰
					Σ P _۰ Q. = ۲۰۰۰۰	Σ P _۱ Q. = ۲۵۵۰۰	Σ P _۲ Q. = ۱۸۶۰۰

$$P_{.۱} = \frac{\sum P_1 Q.}{\sum P_0 Q.} \times 100 = \frac{25500}{20000} \times 100 = 127.5 \quad (\text{شاخص قیمت‌های سال ۷۱})$$

$$P_{.۲} = \frac{\sum P_2 Q.}{\sum P_0 Q.} \times 100 = \frac{18600}{20000} \times 100 = 93 \quad (\text{شاخص قیمت‌های سال ۷۲})$$

تذکره ۱: توجه داشته باشید که فرمول لاسپیرز برای شاخص مقادیر، به صورت
صفحه بعد نوشته خواهد شد:

$$Q_n = \frac{\sum Q_n P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100$$

(فرمول ۴)

که مقصود از نماد Q_n ، شاخص مقدار در سال n م نسبت به سال پایه و منظور از علامت P_0 ، قیمت در سال پایه می باشد.

تذکر ۲: دانشمند دیگری به نام پاشه (Paasche)، که او هم آلمانی است، به جای مقادیر سال پایه در شاخص قیمتها، از مقادیر هر سال به عنوان ضریب با اهمیت استفاده می کند (و در شاخص مقدار از قیمتهای هر سال به عنوان ضریب با اهمیت یاد می کند). و به این ترتیب، فرمولهای پاشه، در روش موزون مجموع برای شاخص قیمتها و شاخص مقادیر به صورت زیر خواهند بود:

$$P_n = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_0 Q_n} \times 100 \quad (\text{فرمول ۵})$$

$$Q_n = \frac{\sum Q_n P_n}{\sum Q_0 P_n} \times 100 \quad (\text{فرمول ۶})$$

مثال ۴- در جدول زیر شاخص قیمتها برای سال ۱۳۸۰ نسبت به سال ۱۳۷۹ از دو روش لاسپیرز و پاشه محاسبه شده است. (طریقه پاشه را طریقه موزون مجموع برای سال مورد نظر، نیز می نامند.)

جدول ۴

کالاها	۱۳۷۹		۱۳۸۰		۷۹ و ۸۰	۸۰	۷۹	۷۹ و ۸۰
	Q_0	P_0	Q_1	p_1	$P_0 Q_1$	$P_1 Q_1$	$P_0 Q_0$	$P_1 Q_0$
A	۱۰۰	۵۰	۱۲۰	۶۰	۶۰۰۰	۷۲۰۰	۵۰۰۰	۶۰۰۰
B	۲۰۰	۴۰	۲۵۰	۵۰	۱۰۰۰۰	۱۲۵۰۰	۸۰۰۰	۱۰۰۰۰
C	۵۰	۲۰	۶۰	۲۴	۱۲۰۰	۱۴۴۰	۱۰۰۰	۱۲۰۰
D	۲۰	۱۰	۲۵	۱۲	۲۵۰	۳۰۰	۲۰۰	۲۴۰
					$\sum P_0 Q_1 =$ ۱۷۴۵۰	$\sum P_1 Q_1 =$ ۲۱۴۴۰	$\sum P_0 Q_0 =$ ۱۴۲۰۰	$\sum P_1 Q_0 =$ ۱۷۴۴۰

$$P_{\cdot 1} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100 = \frac{21440}{17450} \times 100 = 122/86$$

شاخص قیمت‌ها از طریقهٔ پاشه

$$P_{\cdot 1} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 = \frac{17440}{14200} \times 100 = 122/81$$

شاخص قیمت‌ها از طریقهٔ لاسپیرز

روش میانگین نسبت‌ها

در این روش، همانگونه که از اسم آن معلوم است، ابتدا نسبت هر یک از داده‌های آماری را به مقدار متناظر آن در سال پایه محاسبه کرده، سپس میانگین نسبت‌های به‌دست آمده را به‌عنوان شاخص در نظر می‌گیریم. بهتر است ابتدا نسبت‌ها را در عدد صد ضرب کرده، آنگاه میانگین نسبت‌ها را محاسبه کنیم. با این توضیح، فرمول شاخص قیمت‌ها طبق روش میانگین نسبت‌ها به‌صورت ۷ خواهد بود:

$$P_{\cdot n} = \frac{\sum \left(\frac{P_n}{P_0} \times 100 \right)}{n} \quad (\text{فرمول ۷})$$

در فرمول ۷، n تعداد نمونه کالاها یا خدماتی است که شاخص قیمت‌ها برای آنها محاسبه می‌شود.

تذکر: در فرمول ۷ اگر به‌جای حرف P (برای قیمت) از حرف Q (برای مقدار) استفاده کنیم، فرمول شاخص مقدار حاصل خواهد شد.

مثال ۵- در جدول صفحه بعد شاخص قیمت‌ها را برای سالهای ۷۹ و ۸۰ نسبت به سال ۱۳۷۸ از طریقهٔ میانگین سادهٔ نسبت‌ها محاسبه کرده‌ایم.

$$P_{\cdot 1} = \frac{\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \times 100 \right)}{n} = \frac{360}{3} = 120 \quad (\text{شاخص قیمت‌ها در سال ۷۹})$$

$$P_{\cdot 2} = \frac{\sum \left(\frac{P_2}{P_0} \times 100 \right)}{n} = \frac{247/5}{3} = 82/5 \quad (\text{شاخص قیمت‌ها در سال ۸۰})$$

جدول ۵

محصولات	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰	۷۸ و ۷۹	۷۸ و ۸۰
	P_0	P_1	P_2	$\frac{P_1}{P_0} \times 100$	$\frac{P_2}{P_0} \times 100$
الف	۲۰۰	۲۸۰	۱۶۰	$\frac{280}{200} \times 100 = 140$	$\frac{160}{200} \times 100 = 80$
ب	۴۰۰	۴۴۰	۳۵۰	$\frac{440}{400} \times 100 = 110$	$\frac{350}{400} \times 100 = 87.5$
ج	۵۰	۵۵	۴۰	$\frac{55}{50} \times 100 = 110$	$\frac{40}{50} \times 100 = 80$
				$\sum (\frac{P_1}{P_0} \times 100) = 360$	$\sum (\frac{P_2}{P_0} \times 100) = 247.5$

تذکره ۱: اگر شاخصها را در روش میانگین نسبتها به صورت ضریب دار حل کنیم، مثلاً طبق روش پیشنهادی لاسپیرز از مقادیر سال پایه به عنوان ضریب، در شاخص قیمتها استفاده کنیم، نتیجه عیناً مساوی طریقه موزون مجموع خواهد شد؛ زیرا با اندکی دقت در فرمولهای زیر درمی یابیم که این دو فرمول هم ارز هستند. (= یکسان هستند.)^۱

$$P_{0n} = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 \quad (\text{فرمول ۳ تکراری})$$

شاخص قیمتها از طریقه لاسپیرز

$$P_{0n} = \frac{\sum (\frac{P_n}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0)}{\sum P_0 Q_0} \quad (\text{فرمول ۸})$$

شاخص قیمتها از طریقه میانگین موزون نسبتها

اما اگر اطلاعات آماری به صورت نسبت در اختیار ما باشند و بخواهیم از شاخصهای ضریب دار و موزون استفاده کنیم، طبیعی است که از فرمول مربوط به روش میانگین موزون نسبتها، استفاده

۱- در فرمول ۸ اگر در صورت کسر P_0 ها را با هم ساده کنید، فرمول ۳ حاصل خواهد شد.

خواهیم کرد.

تذکره ۲: اگر در هر یک از روشهای عنوان شده، واژه «زنجیره‌ای» در دنباله اسم روش اضافه شود، مقصود این است که هر سال را نسبت به سال قبل از آن مقایسه کنید. یعنی در روش زنجیره‌ای سال قبل همان سال پایه محسوب می‌شود.

تذکره ۳: بجز روشهای عنوان شده در این کتاب، روشهای دیگری نیز برای محاسبه اعداد شاخص وجود دارد که خارج از برنامه درسی است. بنابراین از ذکر آنها خودداری می‌کنیم. (برای مطالعه بیشتر می‌توانید به منابع آخر کتاب مراجعه کنید.)

منحنی تغییرات اعداد شاخص

به منظور مقایسه اعداد شاخص، می‌توان از نمایش هندسی اعداد شاخص (نمودار) استفاده کرد. برای این مقصود، کافی است، روی محور Ox ، سالهای مختلف و روی محور Oy ، اعداد شاخص مربوط به آن سالها را قرار داده، برای هر سال متناسب با عدد شاخص نقطه‌ای به دست آوریم. از اتصال نقاط حاصل، منحنی تغییرات اعداد شاخص به دست خواهد آمد.

مثال ۶— در جدول زیر، قیمت چهار نوع محصول را در پنج سال متوالی مشاهده می‌کنید. اولاً، شاخص قیمتها را برای سالهای ۷۷، ۷۸، ۷۹ و ۸۰ از طریق درصد ساده مجموع نسبت به سال ۷۶ محاسبه کنید. ثانیاً، نمودار تغییرات اعداد شاخص را روی محورهای مختصات نشان دهید.

جدول ۶

کالاها	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰
الف	۱۰۰	۱۲۰	۸۰	۲۰۰	۷۰
ب	۱۲۰	۱۳۰	۱۰۰	۱۸۰	۹۰
ج	۸۰	۱۰۰	۶۰	۱۲۰	۵۰
د	۲۰۰	۲۵۰	۱۶۰	۲۸۰	۱۳۰
مجموع	۵۰۰	۶۰۰	۴۰۰	۷۸۰	۳۴۰

فرمول کلی شاخص قیمتها از طریقه درصد ساده مجموع

$$P_{\cdot n} = \frac{\sum P_n}{\sum P_{\cdot 0}} \times 100$$

$$P_{\cdot 1} = \frac{\sum P_1}{\sum P_{\cdot 0}} \times 100 = \frac{600}{500} \times 100 = 120$$

(شاخص قیمت در سال ۷۷ نسبت به سال ۷۶)

$$P_{\cdot 2} = \frac{\sum P_2}{\sum P_{\cdot 0}} \times 100 = \frac{400}{500} \times 100 = 80$$

(شاخص قیمت در سال ۷۸ نسبت به سال ۷۶)

$$P_{\cdot 3} = \frac{\sum P_3}{\sum P_{\cdot 0}} \times 100 = \frac{780}{500} \times 100 = 156$$

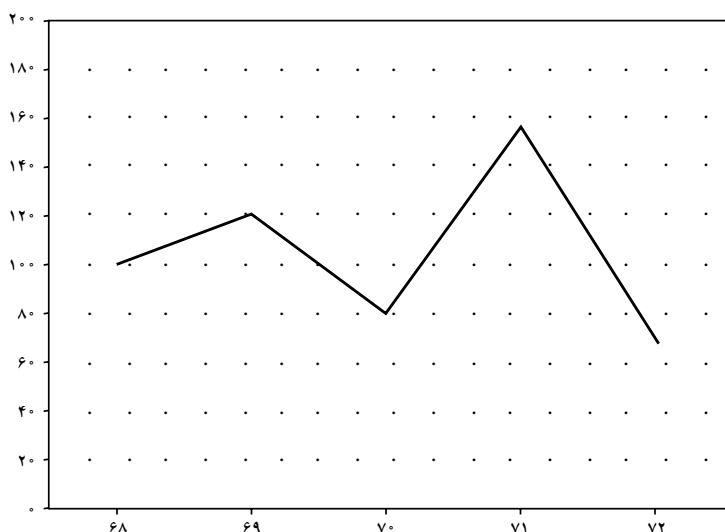
(شاخص قیمت در سال ۷۹ نسبت به سال ۷۶)

$$P_{\cdot 4} = \frac{\sum P_4}{\sum P_{\cdot 0}} \times 100 = \frac{340}{500} \times 100 = 68$$

(شاخص قیمت در سال ۸۰ نسبت به سال ۷۶)

$$P_{\cdot 0} = \frac{\sum P_{\cdot 0}}{\sum P_{\cdot 0}} \times 100 = \frac{500}{500} \times 100 = 100$$

(شاخص سال ۷۶ نسبت به سال ۷۶)



نمودار ۱

تذکر: عدد شاخص در همه روشها برای سال پایه، مساوی صد خواهد بود به این معنا که سال پایه نسبت به خودش هیچ تغییری را نشان نمی دهد.

چگونگی تغییر دوره پایه (سال پایه)

در صفحات قبل گفتیم که سال پایه، یا به طور کلی زمان و دوره پایه، باید طوری انتخاب شود که نسبت به زمان محاسبه اعداد شاخص خیلی دور نباشد. در غیر این صورت، تجزیه و تحلیل و تفسیر اعداد شاخص مفهوم خود را از دست خواهد داد. بنابراین با گذشت زمان، عملاً باید سال پایه «یا دوره پایه» را تغییر داد و آن را جلوتر کشید. به این عمل اصطلاحاً «تغییر دوره پایه» گفته می شود. با تغییر دوره پایه، اعداد شاخص محاسبه شده قبلی نیز تغییر خواهند کرد. در عمل برای تعیین اعداد شاخص جدید، بعد از تغییر دوره پایه، دو شیوه مرسوم است.

تمام محاسبات اعداد شاخص را مجدداً از اوّل انجام دهیم.
تمام اعداد شاخص قبلی را به شاخص دوره ای که می خواهد دوره پایه محسوب شود، تقسیم کنیم.

روش دومی روش ساده تری است و هزینه کمتری را نیز به همراه خواهد داشت. و به این ترتیب، شاخص سال پایه، خود بخود مساوی ۱۰۰ خواهد شد.

مثال ۷- فرض کنید قبلاً اعداد شاخص قیمتها را برای سالهای ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱ و ۷۲ نسبت به سال ۶۷ (که سال پایه بوده است) محاسبه کرده ایم و اعداد ۱۲۰٪، ۱۱۰٪، ۹۰٪، ۹۵٪ و ۱۴۰٪ حاصل شده اند. اگر بخواهیم سال ۷۰ را سال پایه جدید در نظر بگیریم، شاخصهای جدید قیمتها را محاسبه کنید.

حل: چون در این مثال، اطلاعات و اعداد مربوط به محاسبه شاخصها را در اختیار نداریم، بنابراین از روش ۸-۲ استفاده می کنیم و برای این مقصود، هر یک از اعداد شاخص را بر ۹۰، که شاخص قبلی ۱۳۷۰ می باشد، تقسیم خواهیم کرد:

$$\frac{120}{90} \times 100 = 133 \frac{1}{3} \longrightarrow \text{شاخص جدید سال ۶۸ نسبت به سال ۷۰}$$

$$\frac{110}{90} \times 100 = 122 \frac{2}{9} \longrightarrow \text{شاخص جدید سال ۶۹ نسبت به سال ۷۰}$$

$$\frac{90}{90} \times 100 = 100 \longrightarrow \text{شاخص سال پایه}$$

$$\frac{95}{90} \times 100 = 105/5 \longrightarrow \text{شاخص جدید سال ۷۱ نسبت به سال ۷۰}$$

$$\frac{140}{90} \times 100 = 155/5 \longrightarrow \text{شاخص جدید سال ۷۲ نسبت به سال ۷۰}$$

ارزیابی روشهای محاسبه اعداد شاخص

در ارزیابی روشهای مختلف محاسبه اعداد شاخص، نکات زیر قابل توجه است:

— هرگاه اطلاعات آماری، محدود به اندازه‌های یک متغیر آماری «مثلاً قیمت» در چند سال مختلف باشد، روش درصد ساده مجموع، روش مناسبی است؛ اما اگر بجز اندازه‌های متغیر مربوط، ضریب با اهمیتی «مثلاً قیمت‌های سال پایه» در محاسبه شاخص مقدار یا مقادیر تولید در سال پایه برای محاسبه اعداد شاخص قیمت نیز در اختیار باشد، روش موزون مجموع مناسب‌تر خواهد بود و چنانچه به‌جای اندازه‌های مطلق متغیرهای مختلف، نسبت تغییرات اندازه‌ها در زمانهای مختلف در اختیار باشند، از روش میانگین نسبتها، اعداد شاخص را محاسبه خواهیم کرد.

— اگر همه امکانات برای استفاده کردن از روشهای مختلف در اختیار باشند، روش موزون مجموع روش مناسبتری است، مگر اینکه هدف بررسی نسبت تغییرات باشد، که در این صورت روش میانگین نسبتها را ترجیح خواهیم داد.

— در تفسیر یک عدد شاخص، باید همه جوانب را در نظر گرفت.

مثلاً وقتی می‌گویند، شاخص پرداخت حقوق کارمندان دولت در سال ۱۳۷۰ نسبت به سال ۱۳۶۰ مثلاً ۲۴۰٪ شده است، باید شاخص قیمت را نیز در نظر گرفت، در غیر این صورت، ممکن است تصور کنیم که حقوق کارمندان ۱۴۰٪ زیاده‌تر شده است، درحالی که اگر درآمد ظاهری کارمندان را بر شاخص هزینه‌های زندگی تقسیم کنیم، درآمد واقعی آنان معلوم خواهد شد.

به‌عنوان مثال، اگر درآمد آقای x در سال ۱۳۷۰، ۱۴۰٪ درآمد او در سال ۱۳۶۰ شده باشد، (یعنی درآمد او ظاهراً ۴۰٪ افزایش یافته باشد.) و شاخص هزینه‌های زندگی در سال ۱۳۷۰ نسبت به سال ۱۳۶۰ مثلاً ۲۰۰٪ (یعنی دو برابر) شده باشد، درآمد واقعی آقای x از تقسیم عدد ۱۴۰ به ۲۰۰

$$(\frac{140}{200} \times 100 = 70\%) \text{ معلوم خواهد شد، که حتی } 30\% \text{ هم کاهش نشان می‌دهد.}$$

– برای درک و تفسیر بهتر اعداد شاخص، در صورت امکان اعداد شاخص را از روشهای مختلف محاسبه کرده، میانگین اعداد شاخص را به عنوان شاخص تعدیل شده، مورد تفسیر قرار خواهیم داد.

– بجز سه روش – درصد ساده مجموع، موزون مجموع و میانگین ساده نسبتها –، روشهای دیگری نیز برای محاسبه اعداد شاخص وجود دارد که ضرایب با اهمیت آنها متفاوت است. به طور نمونه، همانگونه که قبلاً گفته شد «پاشه» در طریقه موزون مجموع، به جای ضرایب مربوط به سال پایه، از ضرایب سالهای جاری استفاده کرده است، به عنوان مثال شاخص قیمتها را با استفاده از فرمول زیر محاسبه می کند :

$$P_n = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_0 Q_n} \times 100 \quad \text{(فرمول ۵ تکراری)}$$

ملاحظه می کنید که اگر اطلاعات لازم در اختیار باشند، روش پاشه کاملتر از روش پیشنهادی «لاسپیرز» است. به طور کلی هر چه اطلاعات آماری کاملتر باشند، محاسبه شاخصها دقیق تر و معتبرتر خواهد شد.

تمرینهای فصل پنجم -----

- ۱- «واژه شاخص» را تعریف کنید.
- ۲- «عدد شاخص» یعنی چه؟
- ۳- مفهوم کلی اعداد شاخص را بیان کنید.
- ۴- در چه مواردی از اعداد شاخص در زمینه‌های مالی استفاده می‌کنید؟
- ۵- فواید محاسبه اعداد شاخص را بیان کنید.
- ۶- یک شاخص خوب، چه شرایطی باید داشته باشد؟
- ۷- در جدول زیر، شاخص قیمت‌ها را از طریق درصد ساده مجموع و شاخص مقدار را از طریق میانگین ساده نسبت‌ها برای سالهای ۷۹ و ۸۰ نسبت به سال ۱۳۷۸ محاسبه کنید.

محصولات نمونه	۱۳۷۸		۱۳۷۹		۱۳۸۰	
	P _۰	Q _۰	P _۱	Q _۱	P _۲	Q _۲
الف	۱۲۰	۲۰۰	۱۴۰	۲۵۰	۱۰۰	۱۴۰
ب	۸۰	۴۰۰	۱۰۰	۵۰۰	۶۰	۲۵۰
ج	۱۰۰	۱۰۰	۱۲۰	۱۵۰	۹۰	۸۰
د	۵۰	۵۰۰	۷۰	۶۰۰	۴۵	۴۰۰

- ۸- در جدول مسأله (۷) شاخص قیمت‌ها و شاخص مقادیر را در سالهای ۱۳۷۹ و ۱۳۸۰ نسبت به سال ۱۳۷۸ از طریق موزون مجموع «لاسیرز» محاسبه کنید.
- ۹- در جدول زیر شاخص مقادیر تولید را برای سالهای مختلف، از طریق میانگین ساده نسبت‌های زنجیره‌ای محاسبه کرده، نمودار منحنی تغییرات شاخصها را رسم کنید.

محصولات نمونه	۷۸	۷۹	۸۰	۸۱	۸۲
	مقدار	مقدار	مقدار	مقدار	مقدار
الف	۲۰	۲۵	۱۸	۳۰	۱۰
ب	۵۰	۶۵	۴۲	۶۰	۴۰
ج	۱۰	۱۵	۸	۱۵	۶
د	۱۲۰	۱۲۵	۱۲۰	۱۴۵	۷۴

۱۰- اگر قیمت یک کالای مصرفی در سال ۱۳۷۰، مساوی ۲۵ ریال و در سال ۱۳۸۰ مساوی ۳۰ ریال شده باشد، شاخص ساده قیمت این کالا را در سال ۱۳۸۰ نسبت به سال ۱۳۷۰ محاسبه کنید.

۱۱- در جدول زیر شاخص مقادیر را در سالهای ۱۳۸۱ و ۱۳۸۲ نسبت به سال ۱۳۸۰ از طریقه پائنه محاسبه کرده، درصد تغییرات را نشان دهید.

نمونه‌ها	۱۳۸۰	۱۳۸۱		۱۳۸۲	
	مقدار	قیمت	مقدار	قیمت	مقدار
الف	۱۰	۸	۱۲	۱۵	۲۰
ب	۲۰	۱۰	۲۴	۲۰	۲۵
ج	۱۰۰	۲۰	۱۲۰	۲۰	۱۴۰
د	۵۰	۱۰	۶۰	۱۲	۸۰

۱۲- در جدول زیر شاخص قیمتها را در سالهای ۱۳۸۱ و ۱۳۸۲ نسبت به سال ۱۳۸۰ از طریق میانگین موزون نسبتها محاسبه نموده و درصد تغییرات را نشان دهید.

نمونه کالاها	۱۳۸۰		۱۳۸۱	۱۳۸۲
	قیمت	مقدار	قیمت	قیمت
A	۲۰	۱۰	۲۵	۱۸
B	۴۰	۵	۶۰	۳۰
C	۱۰۰	۴	۱۴۰	۷۵
D	۱۰	۲۰	۱۲	۷/۵

----- تستهای چهار گزینه‌ای -----

۱- اعداد شاخص، تغییرات ایجاد شده در یک متغیر را، در :

(۱) طول زمان نشان می‌دهند.

(۲) دو مکان مختلف نشان می‌دهند.

(۳) طول زمان یا در دو مکان مختلف نشان می‌دهند.

(۴) هیچکدام

۲- عدد شاخص را غالباً به صورت :

(۱) نسبت عددی نشان می‌دهند.

(۲) مطلق نشان می‌دهند.

(۳) درصد نشان می‌دهند.

(۴) نسبت هندسی نشان می‌دهند.

۳- ارزش واقعی حقوق دریافتی یک کارگر یا کارمند از :

(۱) تقسیم کردن شاخص هزینه‌های زندگی به شاخص پرداختهای حقوق مؤسسات حاصل

می‌شود.

(۲) تقسیم کردن شاخص پرداختهای حقوق مؤسسات به شاخص هزینه‌های زندگی حاصل

می‌شود.

(۳) تقسیم کردن شاخص قیمتها به شاخص هزینه‌های زندگی حاصل می‌شود.

(۴) تقسیم کردن شاخص پرداختهای حقوق مؤسسات به شاخص قیمتها حاصل می‌شود.

۴- قدرت خرید پول برابرست با :

$$(1) \frac{\text{شاخص قیمتها}}{100}$$

$$(2) \frac{100}{\text{شاخص قیمتها}}$$

$$(3) \text{شاخص قیمتها} \times \text{صد}$$

$$(4) \frac{1}{\text{شاخص قیمتها}}$$

۵- اعداد شاخص می‌توانند :

(۱) اطلاع دهنده باشند.

(۲) پیش‌بینی‌کننده باشند.

(۳) ارزیابی‌کننده باشند.

(۴) هر سه مورد درست است.

۶- علت ضرب کردن اعداد شاخص در عدد صد، این است که :

(۱) درک تغییرات ایجاد شده در متغیر مورد بررسی، ساده‌تر و سریع‌تر انجام می‌پذیرد.

- (۲) باید به صورت درصد بیان شوند.
- (۳) امکان مقایسه با سایر اعداد شاخص فراهم می‌شود.
- (۴) همه کشورها، اعداد شاخص را به صورت درصد بیان می‌کنند.
- ۷- جواب حاصل از کدام روشها برای اعداد شاخص یکسان و مساوی است؟
- (۱) درصد ساده مجموع و موزون مجموع
- (۲) درصد ساده مجموع و میانگین ساده نسبتها
- (۳) میانگین موزون نسبتها و موزون مجموع «لاسیرز»
- (۴) میانگین ساده نسبتها و میانگین موزون نسبتها
- ۸- مقصود از روش «زنجیره‌ای» در محاسبه اعداد شاخص :
- (۱) همان روش درصد ساده مجموع است.
- (۲) این است که سال قبل را سال پایه در نظر بگیریم.
- (۳) این است که سال بعد را سال پایه در نظر بگیریم.
- (۴) شاخصها را برای سالهای متوالی محاسبه کنیم.
- ۹- در کدام روش، از مقادیر سالهای جاری، به عنوان ضرایب با اهمیت استفاده می‌شود؟
- (۱) روش میانگین موزون نسبتها
- (۲) روش پاشه
- (۳) روش لاسیرز
- (۴) در هر سه مورد
- ۱۰- محاسبه اعداد شاخص، غالباً در کدام زمینه کاربرد بیشتری دارد؟
- (۱) در مسائل مالی
- (۲) در مسائل بازرگانی
- (۳) در مسائل حسابداری
- (۴) در مسائل اقتصادی
-

جدول آزمون معنی دار بودن ضریب همبستگی پیرسون

α d. f.	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,9877	0,9969	0,9995	0,9999
2	0,9000	0,9500	0,9800	0,9900
3	0,8054	0,8783	0,9343	0,9587
4	0,7293	0,8114	0,8822	0,9172
5	0,6694	0,7545	0,8329	0,8745
6	0,6215	0,7067	0,7887	0,8343
7	0,5822	0,6664	0,7498	0,7977
8	0,5494	0,6319	0,7155	0,7646
9	0,5214	0,6021	0,6851	0,7348
10	0,4973	0,5760	0,6581	0,7079
11	0,4762	0,5529	0,6339	0,6835
12	0,4575	0,5324	0,6120	0,6614
13	0,4409	0,5139	0,5923	0,6411
14	0,4259	0,4973	0,5742	0,6226
15	0,4124	0,4821	0,5577	0,6055
16	0,4000	0,4683	0,5425	0,5897
17	0,3887	0,4555	0,5285	0,5751
18	0,3783	0,4438	0,5155	0,5614
19	0,3687	0,4329	0,5034	0,5487
20	0,3598	0,4227	0,4921	0,5368
25	0,3233	0,3809	0,4451	0,4869
30	0,2960	0,3494	0,4093	0,4437
35	0,2746	0,3246	0,3810	0,4182
40	0,2573	0,3044	0,3578	0,3932
45	0,2428	0,2875	0,3384	0,3721
50	0,2306	0,2732	0,3218	0,3541
60	0,2108	0,2500	0,2948	0,3248
70	0,1954	0,2319	0,2737	0,3017
80	0,1829	0,2172	0,2565	0,2830
90	0,1726	0,2050	0,2422	0,2673
100	0,1638	0,1946	0,2301	0,2540

منابع و مآخذ

- ۱- آلدِر، هنری و ادوارد راسلر، مقدمه‌ای بر احتمالات و آمار، ترجمه زالی و شبستری، دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۶۵.
- ۲- اردبیلی، محمدحسن، احتمالات و آمار، دهخدا، تهران، ۱۳۴۵.
- ۳- باتاچاریا، گوری و ریچارد جانسون، مفاهیم و روشهای آماری، ترجمه مرتضی ابن شهرآشوب و فتاح میکائیلی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۶۴.
- ۴- بهبودیان، جواد، آمار و احتمال مقدماتی، آستان قدس رضوی، شیراز، ۱۳۶۸.
- ۵- زهره بخش، محمدعلی و عبدالله زاده، یحیی، مقدمه‌ای بر آمار و احتمالات، نشر بشارت، ۱۳۷۳.
- ۶- عادل آذر، منصور مؤمنی، آمار و کاربرد آن در مدیریت، سازمان سمت، تهران ۱۳۷۹.
- ۷- لارسن، هرولد، نظریه احتمالات و نتیجه‌گیری آماری، ترجمه غلامحسین همدانی، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۱۳۶۵.
- ۸- لیشوتز، سیمور، تئوری و مسائل احتمالات، ترجمه عادل ارشقی، نشر نی، تهران، ۱۳۶۶.
- ۹- معین تقوی، احمد، آمار کاربردی در اقتصاد و بازرگانی، مؤسسه مطالعات و پژوهشهای بازرگانی، تهران، ۱۳۷۶.
- ۱۰- منصورفر، کریم، روشهای آماری، دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۶۹.
- ۱۱- نصفت، مرتضی، اصول و روشهای آماری، دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۵۶.
- ۱۲- وزارت آموزش و پرورش، آمار، تهران، ۱۳۷۰. (کتاب درسی)
- ۱۳- وزارت آموزش و پرورش، آمار بازرگانی، تهران. (کتاب درسی)
- ۱۴- ووناکات، توماس و راندووناکات، آمار مقدماتی، ترجمه محمدرضا مشکانی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۶۵.

۱۵- رنجبران، هادی، آمار و احتمال، نشر کتاب دانشگاهی، تهران، ۱۳۸۴.

16 – Chris. Spatz - James O. Johnston Basic Statistics Thomson Information Publishing Group.

17 – G.Klimov Probability Theory and Mathematical Statistics - Mir Publishers Moscow.

18 – Murray. R. Spiegel Theory and Problems of Statistics Mc Graw - Hill Book Company.

