

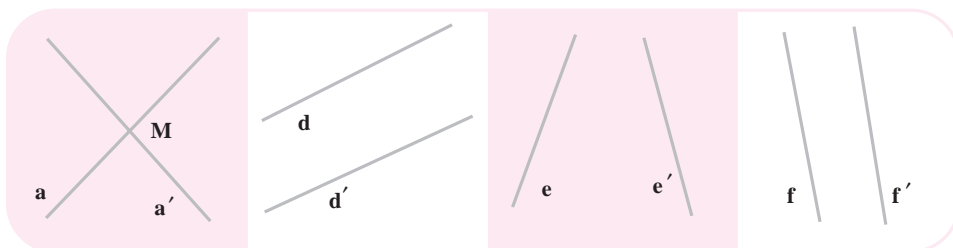


## توازی

### علائم و قراردادهای



به اطراف خود نگاه کنید. خطوط موازی را که می بینید، نام ببرید. در این مورد با دوستان خود گفت و گو کنید.



در شکل بالا اگر دو خط  $d$  و  $d'$  را امتداد دهیم، یک دیگر را قطع نمی کنند. دو خط  $f$  و  $f'$  نیز همین خاصیت را دارند. این گونه خطوط، موازی نامیده می شوند و این مطلب را به این صورت می نویسیم.

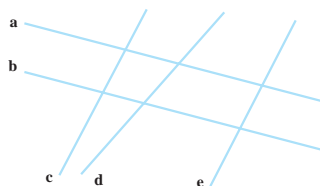
$$d \parallel d' \text{ و } f \parallel f'$$

دو خط  $a$  و  $a'$  متوازی نیستند و می نویسیم  $a \nparallel a'$ . این دو خط متقاطع اند و نقطه ی تقاطع آن هاست. آیا  $e$  و  $e'$  نیز متقاطع اند؟ نقطه ی تقاطع آن ها کجاست؟

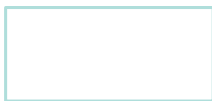
### کار در کلاس

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

۱- با توجه به شکل زیر، جدول را کامل کنید.



۲- در هر شکل، خط‌های متوازی را مانند نمونه مشخص کنید.



سرگرمی و ریاضی



## اقلیدس



اقلیدس در اواخر قرن چهارم پیش از میلاد متولد شد و در آکادمی افلاطون تحصیل کرد. پس از آن که بطلمیوس، جانشین اسکندر، دانشگاه اسکندریه را تأسیس کرد، اقلیدس به دعوت او برای تدریس به اسکندریه رفت و تا آخر عمر در آن جا ماند. مهم‌ترین کار اقلیدس، تنظیم و تدوین هندسه است. او کارهای دانشمندان قبل از خود را جمع‌آوری و با دقت مطالعه کرد، مطالبی را به آن‌ها افزود و هندسه‌ای را بنا نهاد که پس از او هندسه‌ی اقلیدسی نام گرفت.

## اصول اقلیدس



دو خط دلخواه بر خط  $d$  عمود کنید. آن‌ها را امتداد دهید و بررسی کنید که آیا یک‌دیگر را قطع می‌کنند.

دو خط عمود دیگر رسم کنید و همین بررسی را انجام دهید.

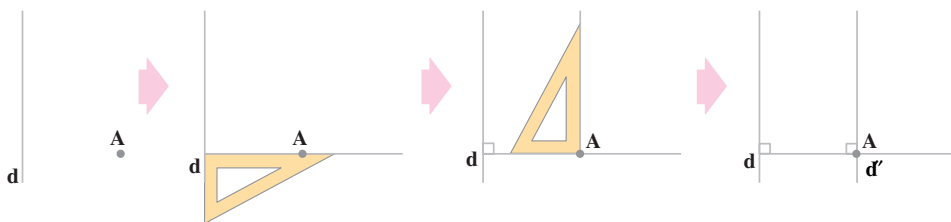
از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  $d$  \_\_\_\_\_



دو خط  $d$  و  $d'$  بر خط  $a$  عمودند. این دو خط با هم موازی اند؛ زیرا اگر موازی نباشند، باید متقاطع باشند. در این صورت، از نقطه‌ی تقاطع آن‌ها دو عمود بر خط  $a$  رسم شده است و این درست نیست؛ بنابراین،

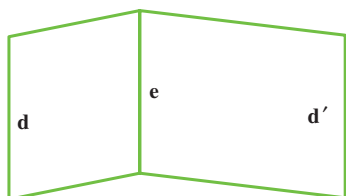
**دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.**

از این مطلب برای رسم دو خط موازی استفاده می‌شود. در شکل‌های زیر، روش رسم کردن یک خط موازی با خطی دیگر را از نقطه‌ای واقع در خارج آن مشاهده می‌کنید.



اگر بخواهیم از نقطه‌ی  $A$  خط دیگری موازی با خط  $d$  رسم کنیم، بر خط  $d'$  منطبق خواهد شد.

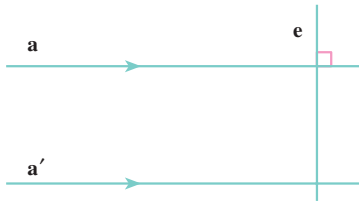
**از یک نقطه در خارج یک خط، فقط یک خط موازی با آن می‌توان رسم کرد.**



۱- در شکل مقابل  $d \parallel e$  و  $d' \parallel e$  است. با امتداد دادن بررسی کنید که آیا دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی اند.

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

نتیجه‌ی خود را با استفاده از نمادها و علائم بنویسید.



۲- دو خط  $a$  و  $a'$  متوازی اند و خط  $e$  بر  $a$  عمود است. زاویه‌ی بین  $a'$  و  $e$  را اندازه بگیرید و تحقیق کنید که آیا  $e$  بر  $a'$  نیز عمود است. از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟

## کار در کلاس



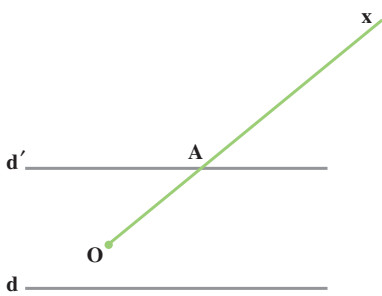
۱- یک خط موازی خط  $d$  و به فاصله‌ی  $۱/۵$  سانتی‌متر از آن رسم کنید.



۲- خطی رسم کنید و آن را  $d$  بنامید. دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  را در یک طرف  $d$  و به فاصله‌های  $۲$  سانتی‌متر و  $۱/۵$  سانتی‌متر از آن اختیار کنید. سپس، خط  $d'$  را بر  $A$  و  $B$  رسم کنید. آیا دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی‌اند؟ چرا؟

۳- خط  $d$  را رسم کنید. دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  را در یک طرف آن و به یک فاصله از آن اختیار کنید. خطی که از  $A$  و  $B$  رسم می‌شود، نسبت به  $d$  چه وضعی دارد؟ آیا این خط با خط  $d$  موازی است؟ چرا؟

۴- خطی رسم کنید و یک نقطه خارج از آن اختیار کنید. از این نقطه خطی موازی با خط مزبور رسم کنید.

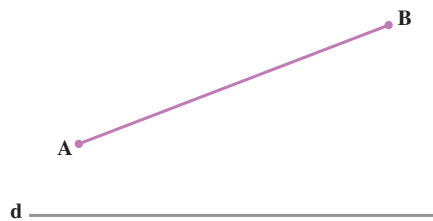


۱- در شکل مقابل، خط  $d'$  موازی با خط  $d$  و به فاصله‌ی ۲ سانتی متر از آن رسم شده و نیم خط  $Ox$  آن را در نقطه‌ی  $A$  قطع کرده است.

الف - فاصله‌ی نقطه  $A$  از خط  $d$  چه قدر است؟

ب - آیا روی نیم خط  $Ox$  نقطه‌ای غیر از  $A$  می توان

یافت که فاصله‌ی آن از خط  $d$ ، ۲ سانتی متر باشد؟



۲- در شکل مقابل، روی پاره خط  $AB$

نقطه‌ای تعیین کنید؛ به طوری که فاصله‌ی آن از خط

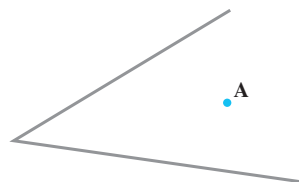
$d$ ، ۲ سانتی متر شود.



۳- روی دایره‌ی  $C$  نقطه‌ای را تعیین کنید؛ به طوری که فاصله‌ی

آن از خط  $d$  برابر ۲ سانتی متر باشد. چند نقطه با این خاصیت به دست

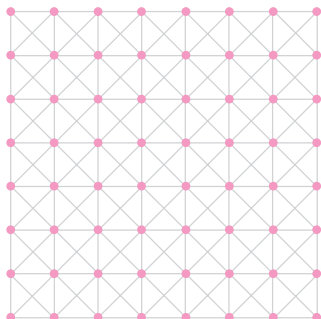
می آورید؟



۴- از نقطه‌ی  $A$  خط‌هایی موازی با ضلع‌های زاویه‌ی مقابل

رسم کنید.

سرگرمی و ریاضی



در شکل مقابل، هشت دایره‌ی قرمز را

انتخاب کنید که هیچ دو تا از آن‌ها روی یک

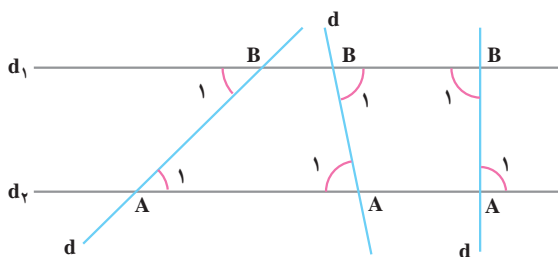
خط قائم، افقی یا مورب نباشند. این دایره‌ها

را با رنگ سیاه، پررنگ کنید.

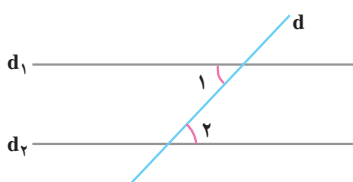
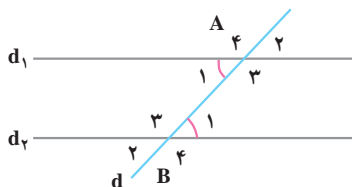
## خطوط موازی و مورب



۱- در شکل زیر، خط‌های  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند. خط مورب  $d$  در سه حالت این دو خط را قطع کرده است. در هر حالت، زاویه‌های  $A_1$  و  $B_1$  را اندازه بگیرید. از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۲- در شکل زیر،  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند. خط مورب  $d$  آن دو را قطع کرده است. با استفاده از نتیجه‌ی بالا توضیح دهید؛ چرا  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2$  است؟  
 $\hat{A}_3 = \hat{A}_4 = \hat{B}_3 = \hat{B}_4$  است؟

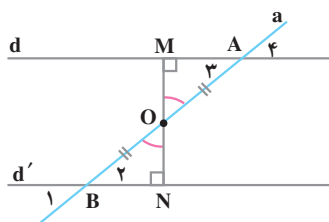


در شکل مقابل، دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی‌اند و خط مورب  $d$  آن‌ها را قطع کرده است. در نتیجه، دو زاویه‌ی ۱ و ۲ با هم مساوی‌اند. می‌نویسیم:

$$(d_1 \parallel d_2 \text{ و مورب } d) \Rightarrow \hat{1} = \hat{2}$$

توجه داشته باشید که ضلع‌های زاویه‌های ۱ و ۲ همان خطوط موازی و مورب‌اند.

## کاردرکلاس

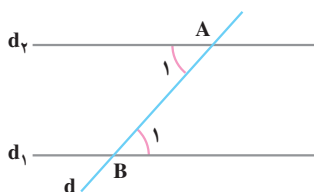
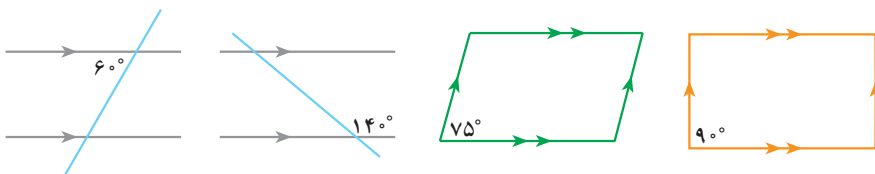


۱- دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی‌اند و از وسط  $AB$  پاره خط  $MN$  بر  $d$  عمود رسم شده است.  
الف - چرا  $MN$  بر  $d'$  هم عمود است؟

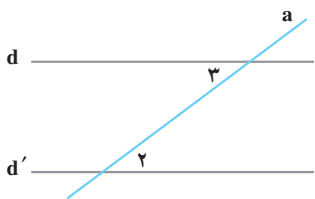
ب - چرا دو مثلث قائم‌الزاویه  $OAM$  و  $OBN$  با هم مساوی‌اند؟

پ - چرا دو زاویه‌ی ۲ و ۳ با هم مساوی‌اند؟

۲- در هر یک از شکل‌های زیر، اندازه‌ی هر زاویه را داخل آن بنویسید.



در شکل مقابل، دو زاویه‌ی  $A_1$  و  $B_1$  با هم برابرند. خطوط را امتداد دهید و بررسی کنید که آیا دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

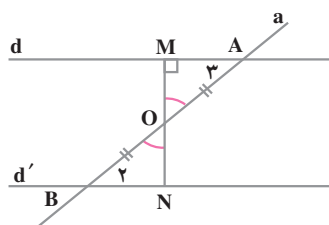
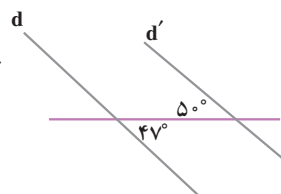
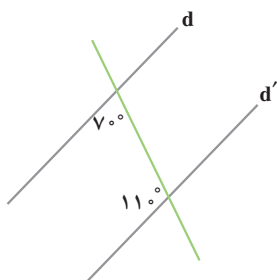
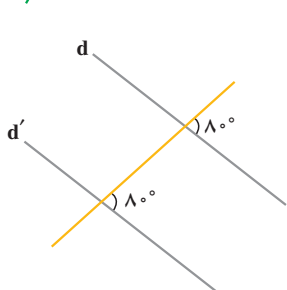
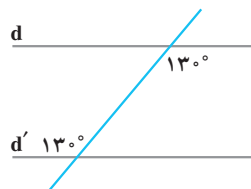
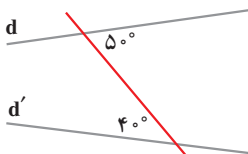
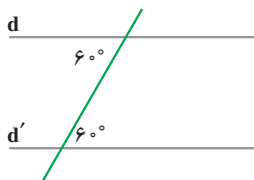


اگر خط  $a$  دو خط  $d$  و  $d'$  را طوری قطع کند که دو زاویه ی ۲ و ۳ با هم مساوی باشند، می توان نتیجه گرفت که دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی اند.

## کاردرکلاس



۱- در کدام یک از شکل های زیر، دو خط  $d$  و  $d'$  موازی اند؟ آن ها را مشخص کنید.



۲- خط  $a$  دو خط  $d$  و  $d'$  را طوری قطع کرده است که دو زاویه ی ۲ و ۳ با هم مساوی اند و از نقطه ی  $O$  وسط  $AB$  خط  $MN$  بر خط  $d$  عمود رسم شده است.

الف - چرا دو مثلث  $OAM$  و  $OBN$  با هم مساوی اند؟

ب - چرا  $MN$  بر  $d'$  هم عمود است؟

پ - چرا دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی اند؟



برای رسیدن به پاسخ یک مسئله چه مراحل را طی می کنید؟ برای پیدا کردن خواسته ی یک مسئله چند مسئله ی مقدماتی را باید حل کنید؟ یک مسئله ی پیچیده را می توانید به چند مسئله ی ساده تبدیل کنید. حل مسئله های ساده به حل مسئله ی اصلی منجر می شود.


۱- مسئولان فروشگاه تعاونی یک مدرسه ی راهنمایی نوعی پارچه ی روپوشی را در سه نوبت به صورت زیر خریداری کردند:


نوبت اول ۱۱۶/۱ متر از قرار متری ۷۰۰۰ ریال


نوبت دوم ۱۲۸/۲۵ متر از قرار متری ۶۷۲۰ ریال

نوبت سوم ۹۳/۱۵ متر از قرار متری ۸۰۰۰ ریال

آن ها برای هزینه ی حمل و نقل نیز در مجموع، ۱۰۲۶۰ ریال پرداختند. در صورتی که هر روپوش ۱/۳۵ متر پارچه لازم داشته باشد و مزد دوخت هر روپوش ۱۲۰۰ تومان باشد، بهای تمام شده ی هر روپوش چند تومان می شود؟

 **فهمیدن مسئله:** - اطلاعات داده شده و خواسته ی مسئله را مشخص کنید.

 **انتخاب راهبرد:** برای رسیدن به پاسخ مسئله، باید به مسئله های کوچکی هم پاسخ دهید؛ از جمله کل هزینه ها، تعداد روپوش ها، هزینه ی پارچه ی یک روپوش و .... پس، راهبرد مناسب برای این سؤال، زیر مسئله است.

 **حل مسئله:** فهرستی از زیر مسئله ها را تهیه می کنیم.

۱- هزینه ی پارچه ی نوبت اول ۲- هزینه ی پارچه ی نوبت دوم

۳- هزینه ی پارچه ی نوبت سوم ۴- کل هزینه

۵- کل متراژ پارچه ی خریداری شده

۶- تعداد روپوش هایی که با این مقدار پارچه به دست می آید.

۷- هزینه ی پارچه ی یک روپوش ۸- هزینه ی تمام شده ی یک روپوش

هر مسئله را پاسخ دهید تا جواب مسئله ی اصلی پیدا شود.

 **بازگشت به عقب:** - عملیات هر قسمت مسئله را بررسی کنید.

- مراحل حل مسئله را نیز بررسی کنید.



## زیر مسئله

۲- نقاطی را پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از خط  $d$ ، ۲ سانتی‌متر و از نقطه‌ی  $A$ ،  $1/5$  سانتی‌متر باشد.

$d$

$A$

**فهمیدن مسئله:** با کشیدن یک شکل فرضی، خواسته‌ی مسئله را برای خود روشن و مشخص کنید.

– شرایط مسئله چیست؟

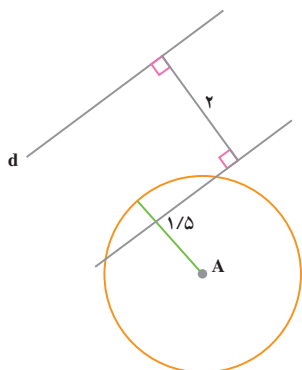
**انتخاب راهبرد:** – برای پیدا کردن جواب مسئله باید به سؤال‌های زیر پاسخ دهیم.

۱- کدام نقاط به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از خط  $d$  قرار دارند؟

۲- کدام نقاط به فاصله‌ی  $1/5$  سانتی‌متر از نقطه‌ی  $A$  قرار دارند؟

۳- کدام نقاط هر دو شرط بالا را با هم دارند؟

با حل کردن مسئله‌های ۱ و ۲، می‌توانید به مسئله‌ی اصلی جواب دهید.



**حل مسئله:** نقاطی که به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از خط

$d$  هستند، روی خطی موازی خط  $d$  و

به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از آن قرار دارند.

نقاطی که به فاصله‌ی  $1/5$  سانتی‌متر از

نقطه‌ی  $A$  هستند، روی دایره‌ای به مرکز

$A$  و شعاع  $1/5$  سانتی‌متر قرار دارند.

اکنون پاسخ مسئله را پیدا کنید.

**بازگشت به عقب:** – آیا این مسئله همیشه جواب دارد؟

– تعداد جواب‌ها در حالت‌های مختلف چیست؟

حل کردن بعضی مسئله‌ها با استفاده از نتایج و درک آن‌ها به فهم بهتر مسئله‌ی اصلی کمک

می‌کند و راه حل آن را مشخص می‌سازد. تشخیص دادن زیر مسئله قسمت اصلی حل مسئله است.



## هندسه‌های ناقلیدسی

شما در بخش‌های هندسه با احکامی از هندسه‌ی اقلیدسی آشنا شده‌اید؛ مثلاً می‌دانید که از نقطه‌ای خارج یک خط، می‌توان فقط یک خط موازی با آن رسم کرد. دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

مجموع زاویه‌های هر مثلث،  $180^\circ$  درجه است.

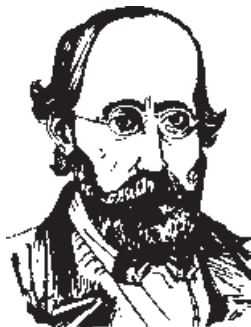
ریاضی‌دان‌ها هندسه‌های دیگری را نیز پایه‌گذاری کرده‌اند که به هندسه‌های ناقلیدسی موسوم‌اند. در این هندسه‌ها احکام بالا به صورت دیگری بیان می‌شوند. در نتیجه، سایر احکام آن هندسه‌ها هم با هندسه‌ی اقلیدسی متفاوت است.



نیکولای ایوانوویچ لوبافسکی نخستین کسی بود که رساله‌ای در این زمینه منتشر کرد. او در سال ۱۷۹۳ در روسیه متولد شد. در دانشگاه قازان تحصیل کرد و به استادی همان دانشگاه رسید. لوبافسکی در مدت ۶۳ سال عمر خود انسانی فعال، ثمربخش و نمونه‌ی کامل یک دانشمند بود. انسان دوستی، پشتکار، وظیفه‌شناسی

و مهربانی او مانند دانش و ابتکارش در تاریخ زندگی وی ثبت شده است. او سرانجام، موفق به تنظیم هندسه‌ای ناقلیدسی شد که به هندسه‌ی لوبافسکی مشهور است.

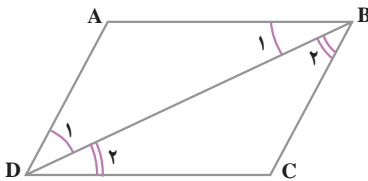
از جمله کارهای دیگر در این زمینه، رساله‌ای است با عنوان فرض‌هایی که بنیان هندسه را تشکیل می‌دهند از گئورگ فردریش ریمان، ریاضی‌دان آلمانی.



ریمان در سال ۱۸۲۶ در شهر هانور آلمان متولد شد و در دانشگاه گوتینگن به تحصیل پرداخت. این ریاضی‌دان بزرگ در زمینه‌های مختلف علم ریاضی تحقیقات مهمی انجام داده است و در گسترش هندسه‌های ناقلیدسی نیز سهم زیادی دارد.

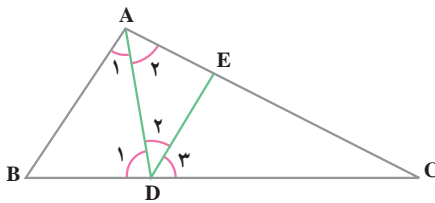
- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله ی ساده تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

## حل مسئله



۱- شکل مقابل یک متوازی الاضلاع است.

چرا  $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$  و  $\hat{B}_2 = \hat{D}_2$  است؟



۲- در شکل مقابل، DE

متوازی AB است. کدام زاویه ها با هم برابرند؟



۳- در یک مدرسه ی راهنمایی،

تعداد دانش آموزان ۱۲۰ نفر است. ۳۶ نفر در مسابقات ورزشی شرکت کرده اند. ۴۸ نفر برای فعالیت های هنری نام نویسی کرده اند. ۳۰ نفر در فعالیت های حرفه ای فوق برنامه شرکت دارند و بقیه در تهیه ی مجله ی دیواری مدرسه همکاری می کنند. در هر یک

از این فعالیت ها چند درصد از دانش آموزان شرکت دارند؟

کدام یک از شکل های سمت راست، ادامه ی شکل های سمت چپ است؟



(a)

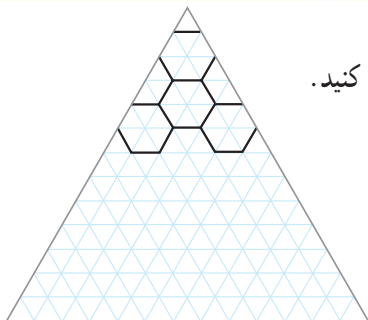


(b)



(c)

a	
b	
c	

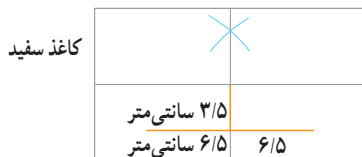


الف - شکل زیر را به همان ترتیب ادامه دهید و کامل کنید.

ب -

۱- وسط کاغذ سفید خود را پیدا کنید.

۲- با توجه به شکل زیر، قاعده‌ی مثلث را پیدا کنید.



۳- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی ۱۳ سانتی متر باز کنید و از دو سر پاره خط دو کمان به اندازه‌ی

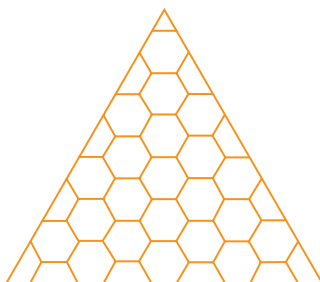
۱۳ سانتی متر بزنید. به این ترتیب، رأس دیگر مثلث به دست می‌آید.

۴- مثلثی به ضلع ۱۳ سانتی متر را رسم کنید. این مثلث تقریباً در وسط کاغذ شما قرار دارد.

۵- ضلع‌های مثلث را به ۱۳ قسمت مساوی تقسیم کنید. با توجه به قسمت الف، خط‌ها را

رسم کنید و سپس، شکل را بکشید. خط‌های اضافی را پاک کنید تا شکل زیر به دست آید.

پ - شکل نهایی



ت - با توجه به این که خط‌ها را پاک خواهید کرد، از ابتدا برای کشیدن رسم راه‌حلی پیدا کنید

که رسم شما تمیز بماند.

یک دستی خطوط و در امتداد بودن پاره خط‌ها، مسئله‌ی اصلی این رسم است.