

آمار و احتمال

فصل

٩



جمع آوری و نمایش داده‌ها

نگاه کلی به درس اول

دانش‌آموزان در این درس لزوم استفاده از داده‌های آماری و علم آماری را با توجه به کاربردهای مختلف آن درک می‌کنند. در مورد نحوه جمع‌آوری داده‌های آماری توضیحات مختصری ارائه می‌کنند. برای سازماندهی داده‌ها از رسم جدول استفاده می‌کنند. داده‌های جمع‌آوری شده را در جدول داده‌ها سازماندهی کرده و از روی جدول به سوالات مطرح شده، پاسخ می‌دهند. فایده نمودار میله‌ای را برای تشخیص بهتر و مقایسه داده‌ها درک می‌کنند. برای داده‌های جمع‌آوری شده نمودار میله‌ای رسم کرده و با توجه به نمودار رسم شده به سوالات پاسخ می‌دهند.

اهداف درس اول

- در مورد علم آمار، جمع‌آوری داده‌ها و لزوم استفاده از آمار توضیح دهند.
- داده‌ها را در جدول داده‌ها سازماندهی کنند.
- برای داده‌های آماری نمودار میله‌ای رسم کنند و به سوالات مربوط به آن پاسخ دهند.

ورود به مطلب

علم آمار علم جمع‌آوری اطلاعات، سازماندهی و بررسی آنهاست. اطلاعات جمع‌آوری شده را داده‌های آمار می‌گویند. اطلاعات عددی به دست آمده، داده نامیده می‌شود. قبل از ورود به کلاس روزنامه‌های موجود را بررسی کنید و یک نمونه اطلاعات را که به صورت جدول داده‌ها و نمودار آمده است، به کلاس نشان دهید. از دانش‌آموزان بخواهید کاربردهایی از آمار را در اطراف خود مثال بزنند.

توصیه‌های آموزشی

– درباره مفید بودن چوب خط در کلاس بحث کنید. درباره تعداد دسته‌ها در هر بررسی آماری در کلاس بحث کنید. به دانش‌آموزان توصیه کنید داده‌ها را از کوچکتر به بزرگتر مرتب کنند. دانش‌آموزان را با علم آمار، مفهوم داده در این علم و احساس نیاز به جمع‌آوری داده‌ها آشنا کنید. سعی کنید سختی کار با داده‌های خارج جدول داده‌ها، برای دانش‌آموزان ملموس شود، به عبارت دیگر پیدا کردن کمترین، بیشترین و... در بین داده‌های منظم نشده در جدول داده‌های تنظیم نشده کار مشکل و کم دقتی است. در مورد هر سؤال به کاربرد و فایده جمع‌آوری اطلاعات اشاره گردد.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

از دانش‌آموزان بخواهید در مورد موضوع خاصی از دوستان خود نظر خواهی کنند و داده‌ها را در یک جدول ثبت کنند.

سازماندهی داده‌ها

چون حجم یا اندازه اکثر جامعه‌های تحقیقی بسیار بزرگ است، بنابراین اندازه‌گیری ویژگی مورد پژوهش برای تک تک افراد یا عناصر جامعه غیر ممکن است. به عنوان مثال، اندازه‌گیری قد همه دانش‌آموزان مدارس ابتدایی شهر تهران غیر عملی است و یا به وقت و هزینه زیاد نیاز دارد. خوشبختانه به طور معمول اندازه‌گیری ویژگی مورد پژوهش برای تک تک اعضای جامعه ضروری نیست. بلکه کافی است تا نمونه‌ای از جامعه انتخاب و اندازه‌گیری شود و بر اساس یافته‌های حاصل از نمونه، این نتایج به کل جامعه تعمیم داده شود.

نمونه عبارت است از زیر جامعه‌ای که از کل جامعه انتخاب می‌شود و معرف آن است.

سرشماری یک نوع روش جمع‌آوری آماری است در این روش ابتدا فرم‌های مخصوصی آماده می‌شود که در آن اطلاعات مورد نیاز ثبت خواهد شد. در این روش به تک تک افراد جامعه آماری مراجعه می‌شود و از تک تک افراد اطلاعات مربوطه پرسیده و ثبت می‌شود.

توصیه‌های آموزشی

– دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از نرم افزار Excel جدول داده‌ها را رسم کنند. اگر بخواهید عدد ۶ را با چوب خط نمایش دهید، می‌دانید که عدد ۶ از ۵ و ۱ تشکیل شده است بنابراین برای نمایش عدد ۶ از یک چوب خط ۵ تایی و یک چوب خط تکی

استفاده کنید و یا عدد ۱۰ از دو تا چوب خط ۵ تایی تشکیل شده است. از دانش‌آموزان بخواهید در این مورد اظهار نظر کنند که کدام سؤالات را با جدول داده‌ها بهتر می‌توان جواب داد و کدام سؤالات را با نمودار میله‌ای. اگر مقدار و نسبت یک موضوع را می‌خواهند جدول داده‌ها مناسب‌تر است و اگر در مقایسه چند قسمت می‌خواهند نتیجه‌ای را بیان کنند نمودار میله‌ای کمک بهتری است.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

داده‌های جمع‌آوری شده به صورتی هستند که شمردن، مقایسه و بررسی آنها مشکل است. اولین قدم این است که داده‌ها را در جدول داده‌ها سازماندهی کنید. برای این که اطلاعات به دست آمده را راحت‌تر بررسی کنید آنها را در جدول (به صورت زیر) می‌نویسید. برای سرشماری داده‌ها از چوب خط استفاده کنید؛ به این ترتیب که تک تک داده‌ها توسط یک نفر خوانده شود و نفر بعدی برای هر داده در زیر رنگ آن یک چوب خط (خط مایل) بکشد. زمانی که می‌خواهید چوب خط پنجم را رسم کنید، آن را به صورت یک خط کج روی چهار چوب خط قبلی بکشید. تعداد رنگ‌های جدول اول ۶ مورد و تعداد رنگ‌های جدول دوم ۳ مورد است. چون تعداد رنگ‌های دو جدول با هم برابر نیستند پس در هنگام نظرخواهی از دانش‌آموزان تعداد فراوانی‌های جدول اول (به علت تنوع رنگ‌ها) با جدول دوم متفاوت خواهد شد زیرا دانش‌آموزان می‌توانند از میان رنگ‌های بیش‌تری انتخاب کنند پس نظرهای آنها در بین تعداد رنگ‌های بیش‌تری تقسیم می‌شود. پس آمار رنگ‌های جدول دوم با جدول اول متفاوت است.

نمودار

برای مقایسه و بررسی داده‌های آماری از انواع نمودارها استفاده می‌کنند. هر نمودار با توجه به موضوعی که جمع‌آوری شده است و نوع اطلاعات به دست آمده کارایی دارد. برای مثال نمودار میله‌ای جهت مقایسه تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین در یک قسمت به کار می‌رود. در حال حاضر نرم‌افزارهای زیادی برای رسم نمودارها وجود دارند. آن چه اهمیت دارد رسم نمودار نیست بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر و هم‌چنین بررسی و تغییر نمودار و استخراج نتایج مناسب برای تصمیم‌گیری‌هاست.

توصیه‌های آموزشی

– در مورد هر سؤال به کاربرد و فایده جمع‌آوری اطلاعات اشاره گردد. از دانش‌آموزان بخواهید در این مورد اظهار نظر کنند که کدام سؤالات را با جدول داده‌ها بهتر می‌توان جواب داد و کدام سؤالات را با نمودار میله‌ای. اگر مقدار و نسبت یک موضوع را می‌خواهند جدول داده‌ها مناسب‌تر است و اگر در مقایسه چند قسمت می‌خواهند نتیجه‌ای را بیان کنند نمودار میله‌ای کمک بهتری است. توجه داشته باشید رسم نمودار بدون بررسی و تحلیل نتایج عملاً هیچ توانایی جدیدی به دانش‌آموز نمی‌دهد بنابراین سعی کنید در طول این درس نحوه استفاده از اطلاعات را نیز به دانش‌آموزان منتقل کنید.

– بهترین روش برای توسعه این درس بحث در مورد نحوه تحلیل داده‌هاست، به عبارت دیگر اطلاعاتی را به دانش‌آموزان بدهید و از آنها بخواهید آن را بررسی کنید و نتیجه‌گیری و تحلیل نمایید و مشخص کنید این اطلاعات چه نکاتی را برای ما بیان می‌کند. در کتاب درسی دیگر خود یا روزنامه و مجلات جست‌وجو کنید و نمودارهای آماری را پیدا کنید. هر دانش‌آموز یک نمودار را به کلاس بیاورد و در مورد آن توضیح دهد و بگوید که چه چیزی از مشاهده این نمودار متوجه شده است.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

برای درک مفهوم استفاده از نمودار و کاربرد آن بهتر است دو نوع نمودار را با یک دیگر به شرح زیر مقایسه کنند.

نمودار اول دارای سه رنگ و ۳۳ داده:

- ۱- سه داده را بررسی و مقایسه می‌کند زیرا نظر همه دانش‌آموزان در مورد رنگ مورد علاقه شان با محدودیت (انتخاب رنگ از بین سه رنگ تعیین شده) پرسیده شده است.
- ۲- چون تعداد رنگ‌ها محدود است، تصمیم‌گیری آسان‌تر است.
- ۳- پراکندگی داده‌ها کم است.
- ۴- سازماندهی و بررسی داده‌ها (به علت محدود بودن داده‌ها) با سرعت بیشتری انجام می‌شود.
- ۵- و ...

نمودار دوم دارای ۵ رنگ و ۳۳ داده:

- ۱- شش داده را بررسی و مقایسه می‌کند زیرا نظر همه دانش‌آموزان در مورد رنگ مورد علاقه شان بدون محدودیت پرسیده شده است.
- ۲- چون تعداد رنگ‌ها زیاد است، تصمیم‌گیری سخت‌تر است.
- ۳- پراکندگی داده‌ها زیاد است.
- ۴- سازماندهی و بررسی داده‌ها (به علت نامحدود بودن داده‌ها) با سرعت کمتری انجام می‌شود.
- ۵- و ...

نمودار اول برای مقایسه راحت‌تر است زیرا تعداد داده‌های آن کمتر است مقایسه تعداد داده‌ها (میله‌ها)، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده در آن راحت‌تر است و ...
نمودار دوم اطلاعات را دقیق‌تر می‌دهد زیرا نظر شخصی همه دانش‌آموزان پرسیده شده است، چون تعداد داده‌های آن بیشتر است اطلاعات بیشتر و دقیق‌تری را می‌دهد و ...

میانگین

از دانش‌آموزان بخواهید درک خود را از مفهوم معدل بیان کنند. این بحث را در کلاس به خوبی هدایت کنید. دانش‌آموزان ذهنیت‌های مختلفی درباره مفهوم معدل دارند که شنیدن آن برای همه جالب خواهد بود. یک سیستم ارزشیابی نمره الف - ب - ج - د است. از دانش‌آموزان بخواهید برای معدل‌گیری در این سیستم راه حلی پیشنهاد کنند.

متوسط بارندگی در یک ماه یعنی میانگین میزان بارندگی در تمام روزهای یک ماه. برای محاسبه متوسط بارندگی در یک ماه باید میزان بارندگی تک تک روزهای یک ماه را باهم جمع کنید و سپس بر تعداد روزهای ماه تقسیم کنیم. به طور مثال اگر متوسط بارندگی در ماه آذر را بخواهیم. میزان بارندگی تک تک روزهای ماه آذر (۳۰ مورد) را باهم جمع می‌کنیم و سپس حاصل را بر ۳۰ (تعداد روزهای ماه آذر) تقسیم می‌کنیم. بلندترین میله نمودار بیش‌ترین مقدار بارندگی کوتاه‌ترین میله نمودار کمترین مقدار بارندگی را نشان می‌دهد.

توصیه‌های آموزشی

— از دانش‌آموزان بخواهید با جست و جو در روزنامه‌ها و مجلات، اطلاعاتی را که با میانگین بیان شده‌اند را در کلاس ارائه دهند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

متوسط بارندگی در یک هفته یعنی میانگین میزان بارندگی در تمام روزهای یک هفته. بنابراین هر روز به اخبار گوش کنید و میزان بارندگی شهر یا استان خود را یادداشت کنید. این کار را به مدت یک هفته انجام دهید سپس متوسط بارندگی در یک هفته در شهر یا استان خود را محاسبه کنید و نمودار آن را رسم کنید.

نمودار و تعبیر نتایج

نگاه کلی به درس دوم

در این درس دانش آموزان با نمودار خط شکسته آشنا می‌شوند و کاربرد آن را برای مقایسه تغییرات داده‌ها درک می‌کنند. با توجه به تقریب مورد نظر جدول داده‌های تقریبی را تشکیل می‌دهد. با توجه به داده‌های تقریبی نمودار تصویری مناسب را رسم کند کاربرد نمودار دایره‌ای را برای نشان دادن جز از کل داده‌ها و یا سهم هر بخش به صورت درصد را درک کند. با توجه به جدول داده‌ها نمودار مورد نظر را رسم می‌کند. با توجه به نمودار رسم شده به سوالات پاسخ دهد.

اهداف درس دوم

- برای داده‌های آماری نمودار خط شکسته رسم کنند و به سوالات مربوط به آن پاسخ دهند.
- برای داده‌های تقریبی نمودار تصویری رسم کنند و به سوالات مربوط به آن پاسخ دهند.
- برای داده‌های آماری نمودار دایره‌ای رسم کنند و به سوالات مربوط به آن پاسخ دهند.

ورود به مطلب

نمودار خط شکسته برای نمایش تغییرات کاربرد دارد. بنابراین در موضوعاتی که تغییرات اهمیت دارد از این نمودار استفاده می‌شود. برای مثال تغییرات در بازارهای مالی مثل قیمت طلا، نفت، سهام و... از این نمودار استفاده می‌شود. با نصب نمودارهای خط شکسته در ابتدای شروع درس به همراه تصاویری چون نوار قلب و چیزهای مشابه آن به دیوار یا تخته کلاس باعث ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان شوید. از دانش‌آموزان بخواهید قبل از انجام فعالیت در مورد آب و هوای شهر مورد نظر با توجه به جدول داده‌ها، نظرهای خود را بیان کنند. سپس فعالیت کتاب را انجام دهند. از دانش‌آموزان بخواهید در مورد مزایا و معایب این نمودار نظر بدهند و احساسات خود را بیان کنند.

توصیه‌های آموزشی

– تمیزی کار و استفاده از خط کش در رسم نمودار خط شکسته می‌تواند در نتیجه‌گیری بهتر دانش‌آموزان مؤثر باشد، سعی کنید حتماً این نکته را به دانش‌آموزان تذکر دهید.

– به کمک رایانه و با استفاده از نرم افزارهایی چون Spss، Excel و... می‌توان نمودارهای مختلفی را رسم کرد. در صورت توانایی دانش‌آموزان جهت استفاده از این نرم افزارها، امکان کار با این نرم افزارها را در کلاس توصیه کنید.

نمودار تصویری

گاهی اوقات به جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم. در برنامه ریزی‌های کلان نیاز به عدددهای واقعی و دقیق نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به صورت چند هزار تن بیان می‌کنند یعنی مقدار کمتر از ۱۰۰۰ تن یا یک میلیون کیلوگرم در آن بررسی اهمیت ندارد. در نمودار تصویری **نیازمندیم واحدی برای نمایش** انتخاب کنیم. در نمودار تصویری نیازمندیم براساس واحد انتخاب شده اطلاعات جدول داده‌های خود را تقریب بزیم (براساس نوع اطلاعات و نحوه استفاده از آن تقریب را انتخاب می‌کنیم). موضوعات مورد نظر را در یکی از محورها می‌نویسیم و به تعداد لازم مقابل آن علامت مربوطه را رسم می‌کنیم، توجه داشته باشید که رسم منظم و با فاصله یکسان آن بسیار اهمیت دارد. در برنامه‌ریزی‌های کلان که نیاز به عدددهای واقعی و دقیق نداریم، زمانی که به جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم و... از نمودار تصویری برای سازماندهی و بررسی داده‌ها استفاده می‌کنیم.


توصیه‌های آموزشی

– چون وقت در منظم کشیدن این نمودار جز اهداف فعالیت است و نمودار نامنظم کارایی لازم را برای تحلیل اطلاعات نخواهد داشت لذا لازم است وقت کافی در اختیار دانش‌آموزان قرار گیرد تا این فعالیت را به صورت قابل قبولی حل کنند. پس از انجام این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید احساس خود را از این نمودار بیان کنند و نظر خود را نسبت به مزایا و معایب آن و نیز موارد کاربرد آن بیان کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش آموزان توصیه می‌شود.

- ۱- ابتدا مقدار تقریبی جمعیت هر استان را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰۰ گرد کنید.
مثال: اگر جمعیت یک استان ۳۷۲۴۶۲۰ نفر باشد با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ و به روش گرد کردن جمعیت این استان برابر ۴۰۰۰۰۰۰ نفر می‌شود.
- ۲- مانند نمونه با رسم یک  برای هر ۱۰۰۰۰۰۰۰ نفر نمودار تصویری آن را رسم کنید.
به طور مثال برای رسم نمودار تصویری جمعیت استان مربوط به بند ۲ باید برای این استان تعداد ۴ آدمک رسم کنیم.

استان	آذربایجان شرقی	البرز	خراسان شمالی	هرمزگان	ایلام
جمعیت	۳۷۲۴۶۲۰	۲۴۱۲۵۱۳	۸۶۷۷۲۷	۱۵۷۸۱۸۳	۵۵۷۵۹۹
مقدار تقریبی					

نمودار دایره‌ای

بعضی آمار و اطلاعات جمع‌آوری شده مشخص می‌کند که چگونه یک مقدار مشخص به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود. در این موارد می‌توان تقسیم شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را با تقسیم دایره مشخص کرد. در نمودار دایره‌ای به طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه و سپس روی نمودار نمایش می‌دهند.

توصیه‌های آموزشی

– پس از انجام این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید احساس خود را از این نمودار بیان کنند و نظر خود را نسبت به مزایا و معایب آن و نیز موارد کاربرد آن بیان کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش آموزان توصیه می‌شود.

چگونه در صد مربوط به هر چیز به طور مثال نوع کتاب را به دست می‌آورید؟
ابتدا مجموع کل کتاب‌ها را محاسبه می‌کنیم. در صد هر یک از کتاب‌ها را با کمک جدول تناسب یا هر روش دل‌خواه دیگر محاسبه می‌کنیم. درصد محاسبه شده را به صورت تقریبی محاسبه می‌کنیم. درصد را با کسری به مخرج ۱۰ تقریب می‌زنیم. دایره‌ای رسم می‌کنیم، آن را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. با توجه به کسرهای تقریبی قسمت‌های دایره را رنگ می‌کنیم.

حل مسئله: راهبرد حدس و آزمایش

نگاه کلی

دانش‌آموزان در این درس رابطه بین اعداد و اشکال را کسب می‌کنند و از آن در حل مسئله‌ها استفاده می‌کنند. در این درس دانش‌آموزان مهارت و توانایی به کارگیری راهبرد حدس و آزمایش در حل مسئله‌ها می‌آموزند. بعضی از مسئله‌ها روش و راه حل مستقیم ندارند و یا رسیدن به جواب از روش‌های معمول طولانی‌تر و دشوار است اما می‌توان با یک روش منطقی و منظم جواب مسئله را با حدس زدن و آزمایش پیدا کرد.

اهداف

- آشنایی دانش‌آموزان با راهبرد حدس و آزمایش برای حل مسئله.
- درک کاربرد راهبرد حدس و آزمایش و توانایی به کارگیری آن در حل مسئله.

توصیه‌های آموزشی در حل مسئله با راهبرد حدس و آزمایش

- در حل بعضی از مسئله‌های ریاضی، حدس و آزمایش می‌تواند مسئله را ساده کند.
- الگوهای عددی شامل رابطه بین اعداد و الگوهای هندسی شامل رابطه بین اشکال است.
- دانش‌آموزان با فعالیت‌های دست‌ورزی می‌توانند رابطه‌های بین بعضی از اشکال هندسی را بهتر درک کنند.
- معلم بایستی راهبرد الگویابی را همراه با حل مسئله به کمک دانش‌آموزان توضیح دهد. سپس با حل مسائل متنوع و با استفاده از این راهبرد، دانش‌آموزان توانایی به کارگیری از آن را در حل مسائل می‌آموزند.
- به دانش‌آموزان آموزش دهید که حدس‌ها، بررسی، آزمایش و نتیجه‌گیری خود را ثبت کنند.
- به دانش‌آموزان آموزش دهید که حدس‌های خود را منطقی بزنند، یعنی پس از بررسی و نتیجه‌گیری حدس اول خود، حدس دوم را براساس آن تعیین کنند نه این‌که بدون منطق و دلیل حدس‌های پراکنده بزنند تا شاید یکی از آنها درست از کار درآید.
- برای حل مسئله با راهبرد حل مسئله ساده‌تر بهتر است مراحل فهمیدن مسئله – انتخاب راهبرد – حل مسئله – بازگشت به عقب را طی کنید.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۱۰: در یک مزرعه ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. تعداد پاهای آنها روی هم ۵۶ عدد است. در این

مزرعه چند مرغ و چند گاو وجود دارد؟

نکته مسئله ۱ صفحه ۱۱۰:

- ۱- این مسئله را در فصل اول با روش رسم شکل حل کردید. حالا با راهبرد حدس زدن، پاسخ مسئله را پیدا می‌کنیم.
- ۲- جدول زیر مراحل حدس زدن و نحوه آزمایش کردن و نتیجه‌گیری منطقی برای مرحله بعدی را نشان می‌دهد. همچنین آموزش می‌دهد که چگونه حدس‌ها و آزمایش‌های خود را برای رسیدن به جواب بنویسید.

نتیجه‌گیری	آزمایش کردن	تعداد گاو	تعداد مرغ
پس باید تعداد گاوها را کم کرد.	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	۱	۱۰
نتیجه‌گیری	آزمایش کردن	۹	۱۱

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۱ صفحه ۱۱۰:

فهمیدن مسئله:

- ۱- عبارتهایی مثل تعداد مرغ و گاو و تعداد پاهای آنها چه اطلاعاتی به شما می‌دهد؟
 - ۲- مسئله از شما چه می‌خواهد؟ (تعداد مرغ‌ها و گاوهای مزرعه)
 - ۳- آیا می‌توانید برای جواب درست، محدوده‌ای تعیین کنید؟ (بله کمتر از ۲۰ تا)
- انتخاب راهبرد:** با توجه به این که تعداد مرغ‌ها و گاوها یک عدد طبیعی مساوی یا کمتر از ۲۰ است. می‌توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن تعداد مختلف مرغ‌ها و گاوها جواب را پیدا کنیم.
- حل مسئله:** برای بهتر نوشتن جواب‌ها و حدس‌های خود، می‌توانیم از جدول زیر استفاده کنیم.

نتیجه‌گیری	آزمایش کردن	تعداد گاو	تعداد مرغ
پس باید تعداد گاوها کم شود.	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	۱۰	۱۰
پس باید تعداد گاوها کم شود.	$11 \times 2 + 9 \times 4 = 58$	۹	۱۱
این جواب صحیح است.	$12 \times 2 + 8 \times 4 = 56$	۸	۱۲

- چگونه با حدس زدن تعداد مرغ‌ها می‌توانیم تعداد گاوها را به دست آوریم؟ (تعداد مرغ‌ها و گاوها ۲۰ تا است پس بعد از حدس زدن تعداد مرغ‌ها، تعداد گاوها را طوری انتخاب می‌کنیم که مجموع آن دو عدد ۲۰ شود).
- بازگشت به عقب:

- ۱- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد؟ (بله)
- آیا پاسخ شما منطقی است و برای تعداد مرغ‌ها و گاوها درست به نظر می‌رسد؟ (بله)

مفهوم احتمال

نگاه کلی به درس سوم

در این درس دانش آموزان با احتمال پیشامدهای گوناگون آشنا می‌شوند و احتمال پیشامدهای گوناگون را با یک دیگر مقایسه می‌کنند. آنان می‌آموزند که احتمال اتفاق افتادن پیشامد را بین ۰ تا ۱ انتخاب کنند.

اهداف درس سوم

- آشنایی با مفهوم احتمال
- شناخت احتمال‌های قطعی، ممکن و غیر ممکن
- اگر پیشامدی قطعاً اتفاق بیفتد آن را با عدد ۱ و عدم امکان را با عدد صفر نشان می‌دهیم.
- در بعضی از مواقع احتمال اتفاق افتادن دو پیشامد مساوی است.

ورود به مطلب

در هر مورد اتفاق افتادن پیشامد را مانند نمونه بین \circ تا $\mathbf{1}$ انتخاب کنید، \circ را به پدیده‌های غیر ممکن و $\mathbf{1}$ را به پدیده‌های قطعی نسبت می‌دهیم. احتمال را با یک کسر کوچک تر از یک بیان می‌کنیم. برای این که امکان وقوع یک پیشامد را در ریاضی مشخص کنیم از کلمه احتمال استفاده می‌کنیم. بعضی از پیشامدها امکان اتفاق افتادن ندارند و گاهی بعضی از پیشامدها به طور قطع اتفاق می‌افتد. در ریاضیات تلاش می‌کنیم تا احتمال را با یک کسر کوچک تر از یک بیان کنیم تا به این ترتیب پیش‌بینی بیش‌تری از آن اتفاق داشته باشیم. در بعضی از مواقع احتمال اتفاق افتادن دو پیشامد مساوی است. اصطلاحات شانس و احتمال در توصیف پدیده‌هایی به کار می‌روند که نمی‌توان نتیجه آنها را پیش از وقوع به طور قطع تعیین کرد زیرا نسبت به آن چه رخ خواهد داد اطمینان نداریم. شاید مهم‌ترین کاربرد احتمال کمک به تصمیم‌گیری در جریان زندگی روزمره است. مثلاً اگر احتمال زیادی بدهید که باران خواهد بارید و قصد بیرون رفتن از منزل را داشته باشید، با خود یک چتر یا بارانی همراه می‌برید. پدیده‌هایی که می‌توان نتیجه آنها را پیش از وقوع به طور قطع تعیین کرد، پدیده‌های قطعی و پدیده‌هایی که نمی‌توان نتیجه آنها را پیش از وقوع به طور قطع معین نمود، پدیده‌های تصادفی نامیده می‌شود.

توصیه‌های آموزشی

– یکی از جملاتی که در اخبار یا روزنامه و مجلات دیده یا شنیده در آن عبارت «احتمال دارد» استفاده شده است را بنویسید و با دوستانتان در باره آن صحبت کنید.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

از دانش‌آموزان بخواهید یک چرخنده درست کنند و احتمال آمدن هر رنگ را بیان کنند. چرخنده‌های خود را با دوستانشان عوض کنند و حالا احتمال آمدن هر رنگ را بیان کنند. پاسخ‌های خود را با دوستانشان مقایسه کنند. درباره پاسخ‌های خود دلیل بیاورند.

احتمال تجربی و ریاضی

نگاه کلی به درس چهارم

دانش‌آموزان در این درس تجربه کردن پیشامدها را می‌آموزند. ثبات نتایج به دست آمده را از راه تجربه می‌آموزند. مقایسهٔ احتمال‌های به دست آمده را به دوروش ریاضی و تجربی محاسبه می‌کنند.

اهداف درس چهارم

- درک عمیق‌تر مفهوم احتمال (احتمال تجربی و احتمال ریاضی)
- اندازه‌گیری احتمال به روش محاسبه

ورود به مطلب

بسیاری از پدیده‌ها و اتفاقات در زندگی روزانه شانس و یا تصادفی هستند. یعنی نتیجه آنها را از پیش به طور قطع نمی‌دانیم اما شاید بتوانیم نتایج ممکن را فهرست کنیم. با مشاهده و بررسی تعداد دفعاتی که هر کدام از آن نتایج رخ می‌دهد، می‌خواهیم به پیشامدها، عددهایی رانسبت دهیم که معرف شانس یا احتمال وقوع آنها هستند. در علم آمار به عملی که برای جمع‌آوری داده‌ها صورت می‌پذیرد، آزمایش می‌گوییم. اگر نتیجه آزمایش را از پیش نتوان به طور قطع معین کرد، آن را آزمایش تصادفی می‌نامیم. آزمایش پرتاب سکه یک آزمایش تصادفی است زیرا پیش از پرتاب سکه نمی‌توان به طور قطع معین کرد که رو یا پشت خواهد آمد. با این حال، تمام نتایج ممکن در این آزمایش همین دو تا هستند. آن طرفی از سکه را که عدد روی آن نوشته شده است رو و طرف دیگر را پشت می‌نامیم. در هر بار پرتاب سکه فقط دو نتیجه ممکن وجود دارد و شانس ظاهر شدن آنها یکسان است یعنی احتمال رو یا پشت آمدن در پرتاب سکه با هم برابر و مساوی $\frac{1}{2}$ است. در هر بار پرتاب تاس، ۶ نتیجه ممکن برای اعدادی که ظاهر می‌شوند وجود دارد که شانس ظاهر شدن آنها نیز برابر است. مثلاً احتمال مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس $\frac{1}{6}$ است. با استفاده از احتمال ریاضی، می‌توان احتمال وقوع پیشامد را در دراز مدت به دو طریق حدس زد: ۱- اگر بتوانیم احتمال ریاضی یک پیشامد را معین کنیم، می‌توانیم از آن برای اندازه‌گیری احتمال پیشامدها استفاده کرد. ۲- اگر نتوانیم احتمال ریاضی یک پیشامد را معین کنیم، باید آزمایش را انجام دهیم و با تعیین جدول (فراوانی نسبی) وقوع پیشامدها، احتمال وقوع آن را تخمین بزنیم.

توصیه‌های آموزشی

- برای هر گروه یک کیسه ریاضی تهیه کنید، تا هر گروه عملاً احتمال‌های تجربی را نشان دهند.
- زمان کافی جهت انجام تمرین‌ها را به دانش‌آموزان بدهید تا با حوصله و دقت جدول احتمالات را کامل کنند.
- به دانش‌آموزان اجازه دهید تا جدول‌های خود را با دوستانشان مقایسه کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱: در یک کیسه تعدادی مهره قرار دهید به طور مثال:

- ۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۱۰ مهره آبی قرار دارد.
- ۲- پس از هر بار بیرون آوردن مهره از کیسه و یادداشت کردن رنگ آن، دوباره مهره را به کیسه برگردانید.
- ۳- پس از ۱۰ بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد ۰ تا ۱۰ بار مهره به رنگ آبی بیرون بیاید.
- ۴- پس از ۱۰ بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد ۰ تا ۱۰ بار مهره به رنگ قرمز بیرون بیاید.
- ۵- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه جدول ما با جدول دفعه قبل متفاوت باشد.
- ۶- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه تعداد رنگ‌های مهره‌های آبی و قرمز که از کیسه بیرون می‌آیند با دفعه قبل متفاوت باشد.

فعالیت ۲: در هر بار پرتاب سکه فقط دو نتیجه ممکن وجود دارد (رو یا پشت) و شانس ظاهر شدن آنها یکسان است یعنی احتمال رو یا پشت آمدن در پرتاب سکه با هم برابر و مساوی $\frac{1}{2}$ است. و ارتباطی به نتیجه دفعات قبلی ندارد.

حالا سکه‌ای را بردارید و 10° بار آن را بیندازید جدولی را تهیه کنید. و هر دفعه رو یا پشت آمدن سکه را یادداشت کنید. دوباره 10° بار دیگر سکه را بیندازید و نتایج را در جدول دیگری یادداشت کنید. دو جدول را با هم مقایسه کنید و نتایج دو جدول را بررسی کنید. آیا این دو جدول همانند یکدیگر هستند. اگر بار دیگری این فعالیت را انجام دهید، فکر می‌کنید چه نتیجه‌ای، حاصل خواهد شد؟

فعالیت ۳: چرخنده‌ای تهیه کنید و آن را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید. قسمت‌های آن را به دلخواه رنگ کنید. احتمال آمدن کدام رنگ بیشتر است. حالا چرخنده را بچرخانید. 10° بار این کار را انجام دهید. جدولی را تهیه کنید و نتایج را در جدول ثبت کنید. آیا نتایج حاصل با حدس شما یکی بود؟ دلایل خود را توضیح دهید؟

فعالیت ۴: در یک کیسه تعدادی مهره قرار دهید به طور مثال:

۱- در این کیسه ۴ مهره آبی و ۱ مهره قرمز قرار دارد.

۲- پس از هر بار بیرون آوردن مهره از کیسه و یادداشت کردن رنگ آن، دوباره مهره را به کیسه برگردانید.

۳- پس از 10° بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد 0° تا 10° بار مهره به رنگ آبی بیرون بیاید.

۴- پس از 10° بار بیرون آوردن مهره از داخل کیسه احتمال دارد 0° تا 10° بار مهره به رنگ قرمز بیرون بیاید.

۵- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه جدول ما به جدول دفعه قبل متفاوت باشد.

۶- اگر چند بار این فعالیت را انجام دهیم احتمال دارد در هر دفعه تعداد رنگ‌های مهره‌های آبی و قرمز که از کیسه بیرون می‌آیند

با دفعه قبل متفاوت باشد.

۷- بنابراین در هر دفعه آزمایش احتمال دارد که نسبت‌ها با دفعه قبل متفاوت باشد زیرا در هر دفعه احتمال دارد که تعداد

رنگ‌های مهره‌های آبی و قرمز که از کیسه بیرون می‌آیند با دفعه قبل متفاوت باشد.

اگر تعداد دفعات آزمایش را زیاد کنیم احتمال تجربی به احتمال ریاضی نزدیک و نزدیک تر می‌شود.

فعالیت ۵:

۱- در هر بار پرتاب تاس، ۶ نتیجه ممکن، برای اعدادی که ظاهر می‌شوند وجود دارد که شانس ظاهر شدن آنها نیز برابر است.

مثلاً احتمال مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس $\frac{1}{6}$ است.

۲- تاس را چهار بار می‌اندازیم پس تعداد کل احتمالات چهار می‌باشد. بنابراین مخرج کسر ما چهار است.

۳- در هر بار پرتاب کسر یک عدد خواهد آمد. بنابراین چهار عدد (داده) خواهد آمد که این چهار عدد می‌تواند تکراری یا

غیر تکراری باشد اما در کل چهار پیشامد می‌آید که مجموع این داده‌ها چهار چهارم خواهد بود.

۴- صورت کسر چهار و مخرج آن نیز چهار است بنابراین این کسر برابر یک می‌باشد.

۵- اگر تعداد دفعات آزمایش را زیاد کنیم احتمال تجربی به احتمال ریاضی نزدیک و نزدیک تر می‌شود.

فعالیت ۶: یک سکه بردارید و احتمال ریاضی و تجربی آمدن رو یا پشت آن را در 20° بار پرتاب بیان کنید.

۱- احتمال ریاضی آمدن رو در یک بار پرتاب سکه $\frac{1}{2}$ است پس اگر سکه را 20° مرتبه بیندازیم احتمال ریاضی آمدن رو

$\frac{10}{20}$ است.

۲- احتمال ریاضی آمدن پشت در یک بار پرتاب سکه $\frac{1}{4}$ است. پس اگر سکه را 20° مرتبه بیندازیم احتمال ریاضی آمدن پشت $\frac{1}{2}$ است.

۳- در احتمال تجربی در 20° بار پرتاب احتمال آمدن رو یا پشت از 0° تا 20° وجود دارد.

۴- پس از انجام تجربی فعالیت، جدول و نسبت رو آمدن به پشت آمدن سکه، از دانش آموزی به دانش آموز دیگر متفاوت است.

۵- می دانیم که اگر تعداد دفعات آزمایش را زیاد کنیم احتمال تجربی به احتمال ریاضی نزدیک و نزدیک تر می شود پس نسبت

رو آمدن به $\frac{1}{4}$ و نسبت پشت آمدن نیز به $\frac{1}{4}$ نزدیک می شود.

۶- بنابراین نسبت رو آمدن یا پشت آمدن سکه به کسر $\frac{1}{4}$ یا $\frac{1}{2}$ نزدیک خواهد شد.

اندازه‌گیری سطح و حجم

فصل

۷



درس اول

مقایسه و اندازه‌گیری سطح

نگاه کلی به درس اول

در این درس دانش‌آموزان اندازه‌گیری تقریبی یک سطح را با واحدهای گوناگون انجام می‌دهند. برای سطح‌های گوناگون واحد مناسب انتخاب می‌کنند. تصور ذهنی درست از واحدهای مختلف سطح را کسب می‌کنند. تبدیل واحدهای سطح به یک دیگر را می‌آموزند.

اهداف درس اول

- شناخت عمیق‌تر مفهوم سطح
- اندازه‌گیری تقریبی یک سطح با واحدهای گوناگون و مقایسهٔ پاسخ‌ها
- معرفی دسی متر
- شناخت واحدهای استاندارد سطح
- انتخاب واحد مناسب برای سطح‌های مختلف
- به‌کارگیری جدول تناسب برای تبدیل واحدهای سطح

ورود به مطلب

برای مقایسهٔ سطح‌ها به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر سطحی را می‌توان به عنوان واحد اندازه‌گیری به کار برد. هدف این درس یادآوری مفهوم مساحت است. دانش‌آموزان باید روش مناسبی برای شمارش تعداد واحدها پیدا کنند و تعداد واحدهای هر شکل را به صورت تقریبی به دست آورند. برای این که هر سطح اندازهٔ معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، واحدهای استاندارد را به کار می‌بریم. واحد استاندارد اندازه‌گیری سطح، متر مربع است. برای دقیق‌تر شدن اندازه‌گیری‌ها از واحدهای کوچکتر مانند دسی متر مربع، سانتی متر مربع و میلی متر مربع استفاده می‌کنیم.

توصیه‌های آموزشی

– دانش‌آموزان ممکن است روش‌های مختلفی برای شمارش انتخاب کنند. بررسی نظرات دانش‌آموزان در این مورد، برای کلاس بسیار مفید است. پاسخ‌های متفاوت دانش‌آموزان به سؤال‌های تمرین‌ها باید در کلاس مورد توجه قرار گیرد. داشتن عکس‌العمل مناسب در برابر همهٔ پاسخ‌ها، انگیزهٔ دانش‌آموزان را برای شرکت در بحث‌های کلاسی تقویت خواهد کرد. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که اصولاً هر شکل مسطحی می‌تواند واحد اندازه‌گیری مساحت باشد. ولی مشکل این انتخاب در پوشاندن کامل سطح با آن واحد است.

– در اندازه‌گیری سطح با واحدهای گوناگون دانش‌آموزان با این چالش روبه‌رو می‌شوند که به راحتی نمی‌توان کل سطح را پوشاند و اگر بخواهیم همهٔ سطح را ببوشانیم قسمت‌هایی از واحدها بیرون از سطح شکل قرار می‌گیرد. کنار هم قرار دادن واحدها کمی مشکل است. بنابراین در بعضی از موارد مجبور می‌شوند که واحدها را برعکس قرار دهند تا بتوانند سطح شکل را بهتر ببوشانند. در بعضی از موارد مجبور می‌شوند که واحدها را نصف کنند و بعضی قسمت‌ها را با نصف واحد یا قسمتی از واحد ببوشانند. توصیه می‌شود، قسمت‌های باقی مانده که با واحد کامل پوشیده نمی‌شود را با کسری از واحد سطح تقریب بزنید و اندازهٔ سطح را هر بار با یک عدد مخلوط بیان کنید.

– برای تبدیل واحدهای سطح به یک دیگر توصیه می‌شود دانش‌آموزان از جدول تناسب استفاده کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱ :

- ۱- یک کاغذ پوستی (شفاف) روی شکل اول از سمت راست قرار دهید.
- ۲- شکل (شکل اول از سمت راست) را روی آن بکشید.
- ۳- حالا با قیچی دور تا دور شکل را ببرید.
- ۴- شکل بریده شده را روی شکل دوم قرار دهید.
- ۵- اگر شکل اول داخل شکل دوم قرارگیرد، سطح شکل اول کمتر است، اگر مقداری از شکل اول خارج شکل دوم قرارگیرد، سطح شکل اول بیشتر است و اگر شکل اول روی شکل دوم را به طور کامل ببوشاند، سطح شکل اول برابر سطح شکل دوم است

۶- وقتی شکل اول را روی شکل دوم قرار دهید خواهید دید شکل اول داخل شکل دوم قرار می‌گیرد و سطح کمتری را نسبت به شکل دوم دارد بنابراین شکل دوم از سمت راست سطح بیش‌تری دارد.

فعالیت ۲ :

- ۱- سطح دو شکل را شطرنجی می‌کنیم و با شمارش خانه‌های شطرنجی دو سطح را با یک دیگر مقایسه می‌کنیم.
- ۲- به جای کاغذ پوستی از کاغذ شطرنجی برای مقایسهٔ دو شکل به روش بالا استفاده می‌کنیم.
- ۳- طول و عرض دو شکل را به کمک ابزار (مثلاً خط‌کش) اندازه می‌گیریم و مساحت دو شکل را محاسبه و مقایسه می‌کنیم.
- ۴- یک شکل واحد انتخاب می‌کنیم، تعداد زیادی از این شکل می‌بریم، با قراردادن تعدادی از شکل واحد در داخل شکل‌ها به طوری که سطح آنها را بپوشاند و شمارش تعداد واحدها، دو سطح را با یک دیگر مقایسه می‌کنیم.
- ۵- و ...

مساحت اشکال هندسی

نگاه کلی به درس دوم

در این درس دانش آموزان اندازه‌گیری سطح شکل‌های هندسی را به کمک صفحه شطرنجی انجام می‌دهند. و نحوه محاسبه مساحت جسم‌های سه بعدی را می‌آموزند.

اهداف درس دوم

- مفهوم مساحت و واحد سطح را درک کند.
- دستور محاسبه مساحت مستطیل، مربع، متوازی الاضلاع، لوزی و ذوزنقه را به دست آورد و با عبارات‌های جبری بیان کند.
- دستور محاسبه مساحت شکل‌های هندسی را در پیدا کردن مساحت شکل‌های هندسی به کار برد.
- درک مساحت دایره از طریق استفاده از مثلث‌های برابر و هم رأس با مرکز دایره.

ورود به مطلب

برای محاسبه مساحت شکل‌های هندسی ابتدا باید طول ضلع‌ها و دیگر اجزای مورد نیاز را اندازه بگیریم. در این اندازه‌گیری می‌توانید از عدد تقریبی استفاده کنید. از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به نتایج به دست آمده و به کمک عبارت جبری، رابطه جبری محاسبه لوزی، دوزنقه، مثلث، متوازی‌الاضلاع، مربع و مستطیل را به دست آورند سپس با کمک این رابطه‌ها به حل تمرین‌ها بپردازند.

توصیه‌های آموزشی

– به طریقه نوشتن دانش‌آموزان توجه کنید. از آنها بخواهید ابتدا رابطه جبری مورد نظر خود را بنویسند و سپس مقدار عددی را جایگزین کنند. به دانش‌آموزان نشان دهید که شکل‌های مختلف می‌توانند چندین ارتفاع داشته باشند که محاسبه مساحت با هر کدام از آنها نتیجه یکسان دارد. این موضوع در شکل‌های مثلث و متوازی‌الاضلاع بسیار مورد استفاده است.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

برای محاسبه مساحت شکل‌های هندسی ابتدا باید طول ضلع‌ها و دیگر اجزای مورد نیاز را اندازه بگیریم. در این اندازه‌گیری می‌توانید از عدد تقریبی استفاده کنید. به کمک کاغذ یا مقوا شکل‌های هندسی کتاب را کشیده و مساحت آنها به صورت جبری محاسبه کنید. بار دیگر شکل‌ها را روی صفحه شطرنجی قرار داده و مساحت تقریبی هر شکل را محاسبه کنید. پاسخ‌های محاسبه شده را با یک دیگر مقایسه کنید.

مساحت دایره: دانش‌آموزان در پایه پنجم نحوه مساحت دایره و رابطه مساحت دایره را آموخته‌اند. در کلاس ششم به روش جدیدی از راه محاسبه مساحت مثلث در تعداد مثلث پوشانده شده در سطح دایره مساحت دایره را به طور تقریبی محاسبه می‌کنند.

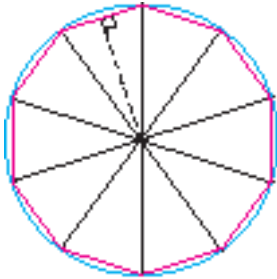
توصیه‌های آموزشی

– از دانش‌آموزان بخواهید یک دایره رسم کنند. سپس آن را به قطعه‌های دلخواه تقسیم کنند و با چینش جدید به یکی از شکل‌های اصلی که مساحت آن قابل محاسبه باشد، تبدیل کنند.

– اگر بخواهیم مقدار مساحت دایره از روش محاسبه مساحت مثلث به اندازه واقعی نزدیک تر باشد توصیه می‌شود که تعداد مثلث را بیشتر کنیم یا مثلث‌های برابر ظریف‌تری را رسم کنیم. با توجه به وضعیت کلاس می‌توانید برای انجام دادن فعالیت از مقوا و قیچی استفاده کنید و شکل‌های رسم شده در کلاس را بسازید.



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.



در شکل روبه‌رو طول ضلع و ارتفاع یک مثلث را با خط کش و با تقریب کمتر از 0.1 (با واحد سانتی‌متر) اندازه بگیرید. با توجه به اندازه‌های به دست آمده مساحت دایره را به دو صورت به دست آورید.

روش اول: $\text{مساحت دایره} = \frac{3}{14} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$

سانتی‌متر مربع $\text{مساحت دایره} = 2 \times 2 \times \frac{3}{14} = \frac{12}{56}$

روش دوم: $\text{مساحت دایره} = 10 \times \text{مساحت مثلث}$

سانتی‌متر مربع $\text{مساحت دایره} = 10 \times ((\frac{1}{2} \times 1 / 8) \div 2) = 10 \times (\frac{2}{16} \div 2) = 10 / 8$

زمانی که از روش دوم مساحت دایره را محاسبه می‌کنیم قسمتی از سطح دایره خارج از شکل مثلث‌ها قرار دارد که این قسمت‌ها در محاسبه مساحت دایره منظور نمی‌شوند. بنابراین مقدار محاسبه شده مساحت روش اول با روش دوم اختلاف دارد.

حل مسئله: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

نگاه کلی

دانش‌آموزان در این درس رابطه بین اعداد و اشکال و استفاده از آن در حل مسئله‌ها را استفاده می‌کنند و مهارت و توانایی به‌کارگیری راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب در حل مسئله‌ها را می‌آموزند. برای حل بعضی از مسئله‌ها می‌توانید همه حالت‌های ممکن را در نظر بگیرید، سپس با توجه به شرایط و موضوعی که در مسئله طرح شده است. حالت‌های نامطلوب یا ناممکن را حذف کنید تا پاسخ مسئله را پیدا کنید. برای نوشتن همه حالت‌های ممکن می‌توانید تفکر نظام‌دار را به کار ببرید. سپس از بین همه حالت‌ها و با توجه به شرایط مسئله، پاسخ را پیدا کنید.

اهداف

- آشنایی دانش‌آموزان با راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب برای حل مسئله.
- درک کاربرد راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب و توانایی به‌کارگیری آن در حل مسئله.

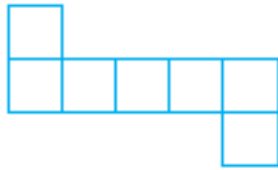
توصیه‌های آموزشی در حل مسئله با راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

- آموزش این راهبرد، دو هدف را دنبال می‌کند. (توصیه ۲ و ۳)
- این راهبرد کمک می‌کند تا از بین پاسخ‌های ممکن با توجه به اطلاعات و دلایل منطقی بتوان پاسخ‌های نادرست احتمالی را حذف کرد و به پاسخ صحیح رسید.
- دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که این راهبرد را در حل مسئله‌ها به کار ببرند. در به‌کاربردن این راهبرد، نصف کردن، یکی از راه‌های خوب است. (مسئله ۲ صفحه ۱۳۰)
- اگر بتوانیم برای پاسخ یک مسئله حالت‌های نامطلوب مختلف زیادی را در نظر بگیریم باید به کمک دلایل منطقی و اطلاعات دیگر مسئله، پاسخ‌های احتمالی را محدود کنیم تا به خواسته‌های مسئله برسیم. پس حذف حالت‌های نامطلوب ما را به خواسته مسئله نزدیک می‌کند.
- برای حذف حالت‌های نامطلوب باید دلایل منطقی داشته باشیم. دانش‌آموزان باید دلایل و روند فکر خود را برای حذف جواب‌های نادرست در مسئله‌ها مشخص کنند و توضیح دهند، این کار بخشی از راه حل مسئله است.

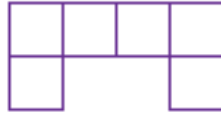
مراحل زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود:

سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۳۰: کدام یک از شکل‌های زیر باز شده (گسترده) یک مکعب است؟ توضیح دهید که چرا بقیه

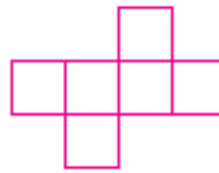
نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند. یک دلیل برای هر شکل بنویسید.



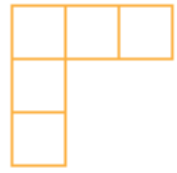
شکل ۴



شکل ۳



شکل ۲



شکل ۱

نکته مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

- ۱- هر مکعب، شش سطح (وجه) دارد.
- ۲- هر شش سطح (وجه) مکعب با هم برابر است.
- ۳- از این شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک ردیف و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است.

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

فهمیدن مسئله :

- ۱- مسئله را با بیان خود توضیح دهید.
- ۲- با استفاده از تجسم فضایی و به طور ذهنی، سعی کنید با شکل‌های گسترده، مکعب بسازید.

انتخاب راهبرد :

- ۱- تعداد مربع‌های هر شکل را بشمارید.
- ۲- هر شکلی که تعداد مربع‌های آن برابر شش، نیست را حذف کنید.
- ۳- می‌دانیم که از شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است. بنابراین از شکل‌های باقی مانده هر شکلی که این شرایط را ندارد حذف کنید.

حل مسئله : با پاسخ به سؤال‌های زیر حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

- ۱- کدام یک از شکل‌ها از شش مکعب تشکیل نشده است؟ شکل ۱ و ۴.
- ۲- کدام یک از شکل‌های حذف نشده شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین نیست؟ شکل شماره ۳

بنابراین فقط شکل شماره ۲ باقی ماند و حذف نشد که این شکل حالت مطلوب و پاسخ سؤال است.

بازگشت به عقب

- ۱- آیا با طرح سؤال‌های کمتری می‌توانستید گسترده مکعب مورد نظر را پیدا کنید؟
- ۲- کدام سؤال شما مناسب نبود؟

ادامه سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

توضیح دهید که چرا بقیه نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند. یک دلیل برای هر شکل بنویسید.

پاسخ پیشنهادی ادامه سؤال مسئله ۱ صفحه ۱۳۰ :

- ۱- شکل شماره ۱ از ۵ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که هر مکعب از شش مربع تشکیل شده است پس با این شکل نمی‌توانیم مکعب بسازیم.
- ۲- شکل شماره ۴ از ۷ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که هر مکعب از شش مربع تشکیل شده است پس با این شکل نمی‌توانیم مکعب بسازیم.
- ۳- شکل شماره ۳ از ۶ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که از شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است. بنابراین این شکل شرایط گسترده مکعب را ندارد و آن را حذف می‌کنیم، زیرا دو سطح کف و سقف در یک جهت قرار دارند.
- ۴- شکل شماره ۲ پاسخ مطلوب است. زیرا این شکل از ۶ مربع تشکیل شده است، می‌دانیم که از شش سطح (وجه) مکعب، چهار سطح (وجه) دیوارها و دو سطح (وجه) کف و سقف آن را تشکیل می‌دهد. بنابراین گسترده مکعب شامل چهار سطح (وجه)، پشت سرهم یا در یک جهت و یک سطح (وجه) در بالا و یک سطح (وجه) در پایین است. بنابراین این شکل شرایط گسترده مکعب را دارد و پاسخ مطلوب و صحیح است.

مقایسه و اندازه‌گیری حجم

نگاه کلی به درس سوم

دانش‌آموزان در این درس اندازه‌گیری تقریبی یک حجم با واحدهای گوناگون را می‌آموزند، برای حجم‌های گوناگون واحد مناسب انتخاب می‌کنند. به یک تصور ذهنی درست از واحدهای مختلف حجم پی می‌برند و تبدیل واحدهای حجم به یک‌دیگر را می‌آموزند. سپس مساحت جانبی و مساحت کل حجم‌ها را محاسبه می‌کنند.

اهداف درس سوم

- واحدهای حجم را بشناسد و در محاسبه حجم‌های هندسی به کار برد.
- مساحت جانبی و مساحت کل حجم‌ها را به دست آورد.
- شناخت عمیق‌تر مفهوم حجم
- اندازه‌گیری تقریبی یک حجم با واحدهای گوناگون و مقایسه پاسخ‌ها
- معرفی دسی متر مکعب
- شناخت واحدهای استاندارد حجم
- انتخاب واحد مناسب برای حجم‌های مختلف
- به کارگیری جدول تناسب برای تبدیل واحدهای حجم

ورود به مطلب

با مفهوم گنجایش و حجم در پایه قبل آشنا شده‌اند. و روش محاسبه حجم مکعب و مکعب مستطیل را می‌دانند. اما تاکنون به‌طور تقریبی حجم اشکال را محاسبه نکرده‌اند. برای مقایسه حجم‌ها به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر حجمی را می‌توان به عنوان واحد اندازه‌گیری به کار برد.

توصیه‌های آموزشی

— از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های مختلف محاسبه حجم را بیان کنند. این کار باعث افزایش قدرت تفکر در دانش‌آموزان می‌شود.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت ۱: می‌خواهیم حجم دو تکه سنگ را باهم مقایسه کنیم. با استفاده از لیوان مدرج چگونه می‌توان این کار را انجام داد؟ توضیح دهید؟

- ۱- در داخل لیوان مدرج مقداری آب می‌ریزیم.
- ۲- عددی را که آب داخل لیوان نشان می‌دهد (حجم آب) را یادداشت می‌کنیم.
- ۳- سنگ اول را داخل لیوان آب می‌اندازیم و عددی را که نشان می‌دهد (حجم آب و سنگ اول) را یادداشت می‌کنیم.
- ۴- مقدار محاسبه شده حجم آب و سنگ اول را از حجم آب کم می‌کنیم تا مقدار حجم سنگ اول را به دست آوریم.
- ۵- سنگ دوم را داخل لیوان آب می‌اندازیم و عددی را که نشان می‌دهد (حجم آب و سنگ دوم) را یادداشت می‌کنیم.
- ۶- مقدار محاسبه شده حجم آب و سنگ دوم را از حجم آب کم می‌کنیم تا مقدار حجم سنگ دوم را به دست آوریم.
- ۷- حالا مقدار محاسبه شده حجم سنگ اول و دوم را باهم مقایسه می‌کنیم.

فعالیت ۲: به چه روش‌هایی می‌توان حجم یک قطعه سنگ را محاسبه کرد؟

۱- لیوان مدرج را پر از آب می‌کنیم. پس از انداختن سنگ‌ها در درون لیوان، مقدار حجم آبی را که سرریز می‌کند (حجم سنگ) محاسبه می‌کنیم.

- ۲- سنگ‌ها را مدرج می‌کنیم و با محاسبه تقریبی اندازه طول، عرض و ارتفاع آنها، حجم هر سنگ را محاسبه می‌کنیم.
- ۳- یک شکل واحد انتخاب می‌کنیم، تعداد زیادی از این شکل تهیه می‌کنیم، با قراردادن تعدادی از شکل‌های واحد بر روی هم، به طوری که تقریباً شکل سنگ‌ها تشکیل شود و شمارش تعداد واحدها، دو حجم را با یک دیگر مقایسه می‌کنیم.
- ۴- و.....

واحد اندازه‌گیری حجم

بیشتر حجم‌ها را می‌توانیم با واحد مکعب بهتر اندازه بگیریم. اگر حجمی را که می‌خواهیم محاسبه کنیم به شکل مکعب مربع، مکعب مستطیل و... باشد با واحد مکعب بهتر می‌توانیم آن حجم را اندازه بگیریم. اگر حجمی را که می‌خواهیم محاسبه کنیم به شکل هرم و... باشد با واحد کره کوچک بهتر می‌توانیم آن حجم را اندازه بگیریم. اگر حجمی را که می‌خواهیم محاسبه کنیم به شکل کره و... باشد با واحد کره کوچک بهتر می‌توانیم آن حجم را اندازه بگیریم و...

برای این که هر جسم حجم معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، واحدهای استاندارد را به کار می‌بریم. بعضی از واحدهای استاندارد حجم، متر مکعب، دسی متر مکعب و سانتی متر مکعب است.

از دانش‌آموزان بخواهید حجم شکل‌های کتاب را بسازند. آنها را گروه‌بندی کنید و به هر گروه ۲۰ عدد مکعب بدهید و از آنها بخواهید با آنها اجسام متنوعی بسازند و تعداد مکعب‌های استفاده شده در آنها را بشمارند.

توصیه‌های آموزشی

– دانش‌آموزان برای تبدیل واحدهای حجم به یک دیگر می‌توانند از جدول تناسب استفاده کنند.

– نوشتن واحد حجم در هر مورد از تمرین‌ها توصیه می‌شود.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

از دانش‌آموزان بخواهید مکعب‌هایی به اندازه $1 \times 1 \times 1$ بسازند. با این مکعب‌ها چند شکل بسازند و حجم آنها را محاسبه کنند. سپس با قرار دادن مکعب‌ها در داخل بعضی از شکل‌ها، گنجایش آنها را محاسبه کنند.

حجم اشکال هندسی

نگاه کلی به درس چهارم

دانش‌آموزان در این درس محاسبه حجم شکل‌های هندسی را می‌آموزند. تشخیص نمای بالای جسم‌های هندسی را درک می‌کنند که این کار باعث تقویت تجسم فضایی آنان می‌شود. به کمک جدول تناسب، واحدهای حجم را به یک دیگر تبدیل می‌کنند.

اهداف درس چهارم

- مفهوم حجم و واحد سطح را درک کند.
- دستور محاسبه حجم‌های مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و... را به دست آورد و با عبارات‌های جبری بیان کند
- دستور محاسبه حجم شکل‌های هندسی را در پیدا کردن حجم شکل‌های هندسی به کار برد.
- تقویت تجسم فضایی دانش‌آموزان
- تشخیص جسم‌های هندسی از نمای بالا
- یادآوری گنجایش
- حل مسئله از راه تبدیل واحدها
- استفاده از جدول تناسب برای تبدیل واحدهای حجم به یک دیگر

ورود به مطلب

حجم اجسام به دو عامل، سطح شکل و ارتفاع آنها بستگی دارد. برای محاسبه حجم هر شکل باید مساحت قاعده را در ارتفاع آن شکل ضرب کنیم.

توصیه‌های آموزشی

- نوشتن واحد حجم در هر مورد از تمرین‌ها توصیه می‌شود. دانش‌آموزان با گسترده بعضی از اشکال هندسی آشنا هستند. اما برخی از آنها توانایی رسم اشکال هندسی را ندارند. از آنها بخواهید با قرار دادن همه وجه‌های شکل روی کاغذ گسترده آن شکل را رسم کنند.
- در بعضی از تمرین‌ها دانش‌آموزان مساحت جانبی و مساحت قاعده را محاسبه می‌کنند. برای محاسبه این مساحت و درک بهتر آن می‌توانند شکل را به صورت گسترده رسم کرده سپس مساحت قسمت‌های آن را محاسبه کنند.

فعالیت



فعالیت‌های زیر جهت افزایش مهارت در دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

- فعالیت ۱:** تعدادی اشیاء مختلف را به دانش‌آموزان بدهید و از آنها بخواهید اشیاء را بردارند و روی کاغذ بگذارند، دور تا دور آن را خط بکشند. بعد از برداشتن بیان کنند که چه شکلی دیده می‌شود.
- حالا تعدادی حجم‌های هندسی به آنها نشان بدهید و از آنها بخواهید که حدس بزنند اگر قاعده آنها را روی کاغذ بگذاریم و دور آن خط بکشیم، چه شکلی دیده خواهد شد. سپس از آنها بخواهید شکل را روی کاغذ بگذارند، دور آن خط بکشند و شکل کشیده شده را با حدس خود مقایسه کنند.
- فعالیت ۲:** درون یک استوانه یک مکعب مستطیل بگذارید، طوری که گوشه‌های مکعب روی لبه‌های استوانه باشد. اگر این حجم را از بالا و به‌طور عمودی نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟
- چند شیء مختلف توخالی بردارید، هر بار دو شکل را به دلخواه داخل یک دیگر قرار دهید و بگویید اگر این حجم را از بالا و به‌طور عمودی نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟
- فعالیت ۳:** داخل یک مکعب مستطیل را با مکعب‌های کوچک واحد پر کرده‌ایم. اگر در این مکعب مستطیل چهار ردیف مکعب واحد به همین ترتیب چیده شده باشد، حجم مکعب مستطیل تقریباً چند مکعب واحد است؟
- (ابتدا تعداد مکعب‌های یک ردیف را به دست می‌آوریم. حجم مکعب‌های یک ردیف را به دست می‌آوریم. برای محاسبه حجم مکعب مستطیل، حاصل ضرب حجم مکعب‌های یک ردیف را در تعداد ردیف‌ها به دست می‌آوریم.)

مختصات و عددهای صحیح

فصل

۸



محورهای مختصات

نگاه کلی به درس اول

تا پیش از این دانش‌آموزان با محور اعداد آشنا شده‌اند و می‌توانند عددهای صحیح، کسری و اعشاری مثبت را روی محور اعداد نشان دهند. در این درس دانش‌آموزان با دو محور افقی و عمودی و در واقع با صفحه مختصات آشنا می‌شوند. به علاوه شکل‌های هندسی را از دیدگاهی جدید، با مختصات رأس آنها خواهند شناخت.

اهداف درس اول

- شناخت صفحه مختصات
- شناخت محورهای افقی و عمودی
- به دست آوردن مختصات یک نقطه در صفحه مختصات
- پیدا کردن مکان یک نقطه در صفحه مختصات از روی مختصات آن
- کشف رابطه‌های بین مختصات رأس‌های شکل‌های گوناگون در صفحه مختصات

صفحه مختصات

تدریس را روی یک صفحه مختصات شطرنجی بزرگ آغاز کنید. نقطه‌ای روی یکی از تقاطع‌های این صفحه شطرنجی انتخاب کنید و گام به گام به کمک دانش آموزان مختصات آن را بیابید. ابتدا مختصات افقی نقطه را بیابید و برای این کار از دانسته‌های دانش‌آموزان در محور افقی استفاده کنید.

پس از این که نماد مختصات نقطه [] را نیز به دانش‌آموزان آموختید. مثال‌هایی برای عکس فعالیت بالا بیاورید یعنی مختصات نقطه‌ای را بدهید و سپس مکان نقطه را در صفحه مختصات پیدا کنید.

توصیه‌های آموزشی

– توصیه می‌شود برای فعالیت‌های مربوط به صفحه مختصات، دانش‌آموزان در ابتدای کار از صفحه‌های شطرنجی استفاده کنند.

– به عنوان یک فعالیت عملی، اگر زمین کلاس شما از موزاییک‌های مربع شکل ساخته شده است (در غیر این صورت می‌توانید با گچ، طناب یا کاموا زمین کلاس یا حیاط را شطرنجی کنید). با کشیدن دو محور در نزدیکی دو دیوار کلاس، به بچه‌ها مختصات نقطه‌هایی را بدهید و آنان از محل برخورد محورها شروع کرده خانه‌ها را بشمارند و مکان خود را بیابند. در این حین توجه بچه‌ها را به چند واحد به جلو و چند واحد به بالا، نیز جلب کنید.

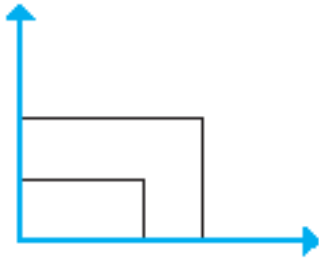
شکل‌های هندسی در صفحه مختصات

با شکل‌های هندسی آشناتر و ساده‌تر شروع کنید. مثلاً مربع یا مستطیلی را در صفحه مختصات بکشید و رأس‌های آن را نام‌گذاری کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مختصات رأس‌ها را بیابند.

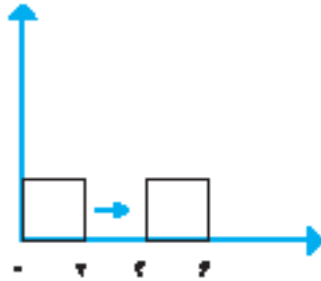
برای نام بردن رأس‌های یک شکل ترتیب نام بردن آنها مهم است (باید پشت سرهم بیابند) ولی جهت نام بردن و این که از کجا شروع کنیم فرقی نمی‌کند.

کشف ارتباط بین مختصات رأس‌های شکل‌های هندسی در صفحه مختصات

در برخی از تبدیل‌های هندسی رابطه‌ای بین مختصات رأس‌های یک شکل هندسی و تبدیل یافته آن وجود دارد که دانش‌آموزان قادر به کشف آن هستند. نمونه‌هایی مانند: انتقال یا جابه‌جایی یک شکل در صفحه مختصات



(طول‌ها و عرض‌ها ۲ برابر یا $\frac{1}{4}$ برابر شده‌اند)



(به مختص افقی رأس‌ها ۲ واحد اضافه شده)

توصیه‌های آموزشی

– می‌توانید شکل‌هایی را با توجه به واحد صفحه مختصاتی که رسم کرده‌اید روی مقوای رنگی ببرید و آن را در صفحه مختصات جابه‌جا کنید. دانش‌آموزان در این صورت می‌توانند جابه‌جایی افقی، عمودی و هردو را باهم ببینند.

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

از دانش‌آموزان بخواهید مختصات چهار رأس یک شکل هندسی را که شما به آنها می‌گویید، مانند لوزی یا متوازی‌الاضلاع یا ... حدس بزنند و بنویسند. سپس نقطه‌های خود را در صفحه مختصات پیدا کنند و ببینند که آیا درست حدس زده بودند یا نه. پس از آن اشتباه خود را تصحیح کنند.

تقارن مختصات

نگاه کلی به درس دوم

تا پیش از این دانش‌آموزان با تقارن و قرینه‌سازی نسبت به یک محور تقارن آشنایی داشته‌اند. در این فصل علاوه بر تکمیل دانسته‌هایشان در تقارن محوری، تقارن نقطه‌ای را نیز می‌آموزند. همچنین با دوران 180° و ارتباط آن با تقارن نقطه‌ای آشنا خواهند شد.

اهداف درس دوم

- تقارن نسبت به محورهای افقی و عمودی در صفحه مختصات
- کشف ارتباط بین مختصات رأس‌های یک شکل هندسی در صفحه مختصات و قرینه آن
- شناخت تقارن نقطه‌ای
- شناخت دوران 180°
- ارتباط بین تقارن و دوران

رسم قرینه یک شکل در صفحه مختصات نسبت به محور داده شده

تدریس را با شکل‌هایی آغاز کنید که قرینه شدن را به خوبی نشان دهند مانند صفحه کتاب 1 و نه شکل‌هایی مانند

. از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا قرینه شکل را رسم کنند، سپس مختصات هر دو شکل را بیابند و در پایان باهم مقایسه کنند.

این فعالیت را برای محورهای تقارن افقی نیز انجام دهید و نتیجه‌های به دست آمده را باهم مقایسه کنید. در اولی مختص عمودی نقطه‌ها فرقی نمی‌کند، در دومی مختص افقی آنها.

توصیه‌های آموزشی

– تا می‌توانید از شکل‌های گوناگون که از مقواهای رنگی بریده شده‌اند کمک بگیرید و با قرینه کردن آنها پای تخته درک شهودی دانش‌آموزان را تقویت کنید.

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

از دانش‌آموزان بخواهید در برگه‌هایی جدا از دفترشان شکل‌هایی کمی پیچیده‌تر را نسبت به محورهای داده شده قرینه کنند. سپس با تا کردن کاغذ از روی محور تقارن با دیدن این که آیا شکل و قرینه‌اش روی هم افتاده‌اند یا نه، پاسخ خود را تصحیح کنند.

قرینه نسبت به یک نقطه

تدریس را با شکل‌های ساده و شکل‌هایی که تعداد رأس‌های کمتری دارند آغاز کنید. در این مبحث همواره از صفحه شطرنجی کمک بگیرید. روش قرینه‌یابی را با قرینه کردن تک‌تک رأس‌های یک شکل نسبت به نقطه داده شده تدریس کنید. هرکجا لازم بود از شمردن خانه‌های شطرنجی کمک بگیرید.

توصیه‌های آموزشی

– در اینجا نیز از به کار بردن شکل‌هایی که با مقوای رنگی درست کرده‌اید بهره ببرید.
– توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب کنید که در تقارن نقطه‌ای برعکس تقارن‌های محوری، با یک بار تا کردن کاغذ شکل‌ها روی هم نمی‌افتند.

دوران ۱۸۰ درجه

شکل‌های مقوایی را که بریده‌اید از یک رأس آنها با سوزن روی یک صفحه ثابت کنید و سپس 180° دوران بدهید. این کار را با چند شکل گوناگون و از چند رأس مختلف آن انجام دهید.
سپس از بچه‌ها بخواهید پیش از این که به صورت دستی دوران داده شود شکل پس از دوران را با تجسم دوران در ذهن‌شان بیابند.
در ادامه دوران را روی صفحه شطرنجی انجام دهید.

توصیه‌های آموزشی

– در مبحث دوران، فعالیت‌ها را با شکل‌های ساده و حول نقطه‌ای روی یکی از گوشه‌های شکل آغاز کنید.



– در گام بعدی نقطه را کمی در یک جهت (افقی یا عمودی) از شکل فاصله دهید.



– و در گام بعدی نقطه می‌تواند در هر دو جهت از شکل فاصله بگیرد.



ارتباط بین دوران 180° و تقارن نقطه‌ای

از دانش‌آموزان بخواهید در یک صفحه مختصات قرینه یک شکل را نسبت به یک نقطه به دست آورند. سپس همان شکل را حول آن نقطه 180° دوران بدهند. دانش‌آموزان خودشان کشف کنند که حاصل این دو عمل یکی است.

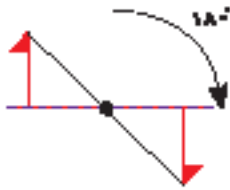
توصیه‌های آموزشی

– از به کارگیری شکل‌هایی که ممکن است ظاهر هندسی ساده‌ای نداشته باشند، ولی درک قرینه و دوران یافته آنها از دیدگاه شهودی برای بچه‌ها ساده باشد، کمک بگیرید؛ مانند تمرین ۳ کتاب.

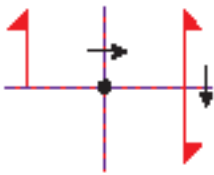
فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان



با فعالیت‌های عملی، تکرار، چرخاندن و ... به دانش‌آموزان کمک کنید که بتوانند ارتباط بین تقارن نقطه‌ای و دوران 180° را خود کشف کنند.



به علاوه با دست‌ورزی‌های مشابه ارتباط بین دو تقارن محوری افقی و عمودی پشت سرهم و تقارن نقطه‌ای و دوران 180° نسبت به محل برخورد دو محور تقارن را مشاهده کنند.

حل مسئله

راهبرد «کاربرد راه‌بردها»

نگاه کلی به درس

در آخرین بخش حل مسئله راهبرد جدیدی آموزش داده نمی‌شود. در عوض دانش‌آموزان آزادند تا هریک از راهبردهایی را که آموخته‌اند به کار گیرند.

اهداف

انتخاب راهبرد مناسب یک مسئله

توصیه‌های آموزشی

– هنگام حل مسئله، راهبرد خاصی را به دانش‌آموزان توصیه نکنید. از آنان بخواهید هفت راهبردی را که آموخته‌اند در ذهن‌شان مرور کنند و هر کدام را که به نظرشان مناسب‌تر می‌آید انتخاب کنند. توصیه می‌شود پیش از شروع حل مسئله‌ها یک بار هفت راهبرد آموزش داده شده را با دانش‌آموزان دوره کنید.

– اگر دانش‌آموزی راهبرد مناسبی را برای مسئله‌ای انتخاب نکرد پس از این که حل او به پایان رسید، از او بخواهید راهبرد دیگری را امتحان کند و سپس بگوید کدام راه به نظرش ساده‌تر و سریع‌تر است.

عددهای صحیح

نگاه کلی به درس سوم

در این بخش دانش آموزان عددهای صحیح را به طور کامل می‌شناسند (تا پیش از این تنها با عددهای صحیح مثبت و صفر آشنا بوده‌اند.) همچنین با جهت منفی محور اعداد آشنا می‌شوند و در ادامه به انجام محاسبات در مجموعه عددهای صحیح می‌پردازند.

اهداف درس سوم

- آشنایی با قرینه عددهای صحیح مثبت (عددهای منفی)
- آشنایی با جهت منفی محور اعداد
- آشنایی با کاربرد عددهای علامت‌دار در زندگی

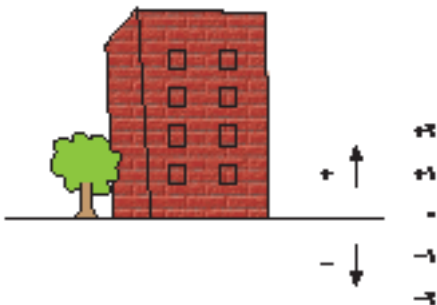
قرینه یک عدد

پیش از معرفی علامت عددهای منفی، آنها را به عنوان قرینه یک عدد مثبت نسبت به صفر معرفی کنید. از واژه‌هایی مانند «قرینه ۳» استفاده کنید.

سپس جهت مثبت و منفی محور اعداد را معرفی کنید و نماد منفی را برای علامت یک عدد روی محور آموزش دهید.

توصیه‌های آموزشی

– یک وسیله درجه‌بندی شده که در زندگی با آن سروکار داریم را به دانش‌آموزان نشان دهید. مانند دماسنج‌هایی که دماهای زیر صفر را نشان می‌دهند. قرینه یک عدد مثبت را روی آن وسیله به دانش‌آموزان نشان دهید و شهودی از یک عدد منفی در ذهن‌شان ایجاد کنید.



– از کشیدن شکل‌هایی که دانش‌آموزان با آنها آشنا هستند و مفهوم مثبت و منفی را می‌رساند کمک بگیرید. مانند ساختمان چند طبقه‌ای که چند طبقه پارکینگ زیرزمین دارد. سطح زمین را صفر در نظر بگیرید و جهت روبه بالا را مثبت و جهت روبه پایین را منفی معرفی کنید.

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

از یک صفحه ساعت کمک بگیرید. ساعت ۱۲ را صفر (مبدأ) در نظر بگیرید و از بچه‌ها بخواهید عبارت‌هایی را که شما می‌گویید به صورت علامت‌دار بیان کنند. (مثلاً سه ساعت مانده به ساعت ۱۲) با کشیدن یک محور بزرگ در حیاط مدرسه نیز می‌توانید با قرارداد جهت مثبت و منفی عددهای علامت‌دار را تمرین کنید. به علاوه با حرکت به جهت‌های مثبت و منفی به اندازه‌ای که شما تعیین می‌کنید، دانش‌آموزان عددهای حاصل را بیان کنند، این فعالیت همچنین پیش‌نیازی برای جمع و تفریق عددهای صحیح در درس‌های آینده است.

مقایسه عددهای صحیح

درس را با مرور مقایسه عددهای مثبت و آنچه دانش‌آموزان از پیش می‌دانند شروع کنید. با پرسش‌هایی که مطرح می‌کنید توجه دانش‌آموزان را به جهت مثبت در مقایسه عددها روی محور جلب کنید. سپس به مقایسه عددهای مثبت و منفی با یکدیگر و سپس

عددهای منفی با یکدیگر بپردازید. برای مقایسهٔ عددهای منفی و مثبت همواره از محور کمک بگیرید و به حرکت در جهت مثبت و نزدیک تر شدن عددها تأکید کنید.

توصیه‌های آموزشی

– از مثال‌هایی شهودی برای مقایسهٔ درست و درک واقعی آن کمک بگیرید. برای نمونه بپرسید دمای فضایی با $+3$ درجه گرم‌تر است یا با -5 درجه. یا یک ماهی در عمق 7 متری دریا (یعنی -7) بالاتر است یا کبوتری در 1 متری سطح زمین (یعنی $+1$).

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

گوی‌هایی در دو رنگ (مثلاً سفید و سیاه) در اختیار بچه‌ها بگذارید. هر رنگ را برای یک علامت ($+$ یا $-$) قرارداد کنید. سپس جمع و تفریق‌هایی را اعلام کنید و از بچه‌ها بخواهید به کمک گوی‌ها و این حقیقت که حاصل یک جفت گوی از 2 رنگ مختلف برابر با صفر است را به دست آورند.

کاربرد عددهای صحیح در جمع و تفریق

نگاه کلی به درس چهارم

در این درس یکی از روش‌های کارآمد جمع و تفریق آموزش داده می‌شود. این روش که به کمک گسترده نویسی و با آغاز محاسبه از مرتبه بالاتر عددها (برعکس روش معمول که از پایین‌ترین مرتبه آغاز می‌شود) یکی از روش‌های سریع و کم‌خطا برای جمع و تفریق عددهای صحیح است.

اهداف درس چهارم

- آشنایی با گسترده نویسی عددهای صحیح منفی
- کاربرد گسترده نویسی در جمع و تفریق
- جمع و تفریق عددهای صحیح به کمک محور

گسترده نویسی عددهای صحیح منفی و کاربرد

گسترده نویسی در جمع و تفریق

تدریس را با مرور گسترده نویسی آغاز کنید. سپس گسترده نویسی را برای عددهای صحیح منفی آموزش دهید. از بچه‌ها بخواهید دلیل اشتباه‌های خود را بیابند و بیان کنند؛ مثلاً در

$$-321 = -300 + 20 + 1$$

از آنها بخواهید بگویند ۳۲۱ گوی سیاه یعنی چه. یعنی ۳۰۰ گوی سیاه به علاوه ۲۰ گوی سیاه به علاوه ۱ گوی سیاه. اما آنچه نوشته شده است یعنی ۳۰۰ گوی سیاه و ۲۰ گوی سفید و یک گوی سفید. پس نادرست است. سپس روش جدید جمع و تفریق را به روش گسترده نویسی آموزش دهید.

توصیه‌های آموزشی

– توجه بچه‌ها را به این موضوع جلب کنید که در روش قبلی، از یکان عددها جمع و تفریق را شروع می‌کردیم و در این روش از مرتبه بالاتر شروع می‌کنیم. مثلاً در جمع

$$\begin{array}{r} 327 \\ +155 \\ \hline 300 + 20 + 7 \\ +100 + 50 + 5 \\ \hline \end{array}$$

ابتدا ۳۰۰ و ۱۰۰ یعنی ابتدا مرتبه صدگان عددها را جمع می‌کنیم، سپس ده‌گان و در پایان یکان.

$$\begin{array}{r} \vdots \\ 400 \\ + 70 \\ + 12 \\ \hline 482 \end{array}$$

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

همان‌گونه که در سال‌های اول دبستان از دسته‌های نی (یا چینه) برای آموزش جمع و تفریق استفاده می‌کردید، اینجا نیز از دسته‌های ۱۰۰ تایی و ۱۰ تایی و یکی استفاده کنید. با این تفاوت که جمع کردن دسته‌ها را از دسته‌های بزرگ‌تر شروع می‌کنیم.

تفریق‌هایی با حاصل منفی و کاربرد آن در جمع و تفریق به کمک گسترده نویسی

در انجام تفریق به روش گسترده نویسی به تفریق‌هایی مانند $\frac{5}{7} - \frac{5}{7}$ برمی‌خوریم. یعنی در واقع به دنبال پاسخ $50 - 70$ یا $50 + (-70)$ هستیم برای این منظور تفریق‌هایی مشابه آن را با عددهای کوچک‌تر تدریس می‌کنیم.

توصیه‌های آموزشی

– برای آموزش جمع و تفریق‌های مذکور از محور عددها کمک بگیرید. استفاده از محور به درک روش تفریق‌هایی مانند $-2 = 7 - 5$ بسیار کمک می‌کند.

– پس از صورت گرفتن مفهوم چنین محاسباتی، آنها را در تکمیل مبحث محاسبه به کمک گسترده‌نویسی به کار ببرید. مانند:

$$\begin{array}{r}
 353 \\
 -176 \\
 \hline
 \begin{array}{l}
 \textcircled{300} + \textcircled{50} + \textcircled{3} \\
 -\textcircled{100} - \textcircled{70} - \textcircled{6} \\
 \hline
 200 \\
 -20 \\
 -3 \\
 \hline
 200 \\
 -22 \\
 \hline
 177
 \end{array}
 \end{array}$$

فعالیت



فعالیت برای افزایش مهارت دانش‌آموزان

پس از این که دانش‌آموزان در روش جدید تا حدودی مهارت یافتند به صورت دوه‌دو آزمایش‌هایی را ترتیب دهند. چند جمع و تفریق را به هر دو نفر در یک گروه بدهید و هریک از آنان به یک روش آنها را انجام دهند. در پایان خود بچه‌ها قضاوت کنند که کدام یک از روش‌ها سریع‌تر و کم‌خطاتر است.

– یکی دیگر از مهارت‌هایی که دانش‌آموزان کم‌کم و با تمرین و تکرار کسب می‌کنند، انجام محاسبه به روش جدید بدون نوشتن همه مرحله‌های گسترده‌نویسی است. مثال زیر را ببینید.

$ \begin{array}{r} 597 \\ -842 \\ \hline 500 + 90 + 7 \\ -800 - 40 - 2 \\ \hline -300 \\ +50 \\ +5 \\ \hline -300 \\ +55 \\ \hline -245 \\ 597 \\ -842 \\ \hline -300 \\ +50 \\ +5 \\ \hline -300 \\ +55 \\ \hline -245 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 597 \\ -842 \\ \hline -300 \\ +50 \\ +5 \\ \hline -300 \\ +55 \\ \hline -245 \end{array} $
---	---

