سیمای فصل پنجم

۵- فشار مذاب روی قالب

- **۵-۱- رابطه فشار درون مایع**
- **۵-۲- قانون پاسکال**
- **۵-۳- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب**
  - **۵-۳-۱- نیروی وارد بر کف قالب**
  - **۵-۳-۲- نیروی وارد بر جداره اطراف قالب**
- **۵-۴- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)**
  - **۵-۴-۱- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب**
- **۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)**
  - **۵-۵-۱- حالت‌های مختلف وزن ظاهری**
- **۵-۶- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه**
- **۵-۷- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه گذاری روی درجه**

۵- فشار مذاب روی قالب :

پر شدن کامل قالب توسط مذاب برای تولید قطعه ریختگی سالم امری ضروری است. لذا با توجه به اهمیت این مسأله به‌دست آوردن فشار مذاب روی دیواره‌های قالب بسیار مهم است، و برای به‌دست آوردن فشار مذاب نیاز به دانستن قوانین هیدرواستاتیک (علم تعادل مایعات) و هیدرودینامیک (علم حرکت مایعات) می‌باشد.

۵-۱- رابطه فشار درون مایع :

فشار در هر نقطه از یک مایع برابر است با نسبت وزن ستونی از مایع به ارتفاع h که در بالای آن نقطه قرار دارد بر واحد سطح قاعده ظرفی که مایع در آن می‌باشد. به عبارت دیگر با توجه به شکل زیر خواهیم داشت.

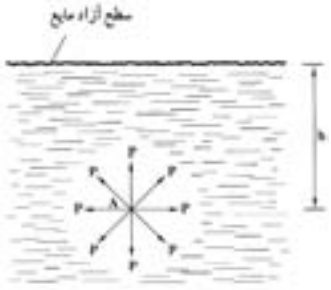
$$\text{فشار در نقطه A} = \frac{\text{وزن ستون مایع به ارتفاع h}}{\text{سطح قاعده}}$$

وزن مخصوص مایع × حجم ستون مایع = وزن ستون مایع

سطح قاعده × ارتفاع ستون مایع = حجم ستون مایع

در نتیجه :

وزن مخصوص مایع × سطح قاعده × ارتفاع ستون مایع = وزن ستون مایع



شکل ۱-۵- فشار درون مایع

با توجه به موارد فوق خواهیم داشت :

$$\text{فشار در نقطه A} = \frac{\text{وزن مخصوص مایع} \times \text{سطح قاعده} \times \text{ارتفاع ستون مایع}}{\text{سطح قاعده}}$$

وزن مخصوص مایع × ارتفاع ستون مایع = فشار در نقطه A

h : ارتفاع ستون مایع

d : وزن مخصوص

p : فشار در نقطه A

بنابراین خواهیم داشت :

$$P = hd$$

که واحدهای آنها عبارتند از :

P : فشار برحسب gf/cm^2

h : ارتفاع برحسب cm

d : وزن مخصوص برحسب gf/cm^3

با توجه به رابطه فوق فشار درون مایعات فقط به ارتفاع مایع و وزن مخصوص مایعات بستگی دارد و به عوامل دیگر نظیر شکل ظرف، جنس ظرف و... بستگی ندارد.

رابطه وزن مخصوص چگالی :

$$d = \rho \times g$$

که در آن :

ρ : چگالی و g : شتاب ثقل

با توجه به این رابطه، فشار درون مایع برابر است با :

$$\left.\begin{array}{l} P = hd \\ d = \rho \times g \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{P = \rho.g.h}$$

که در آن :

ρ :چگالی برحسب kg/cm^3 در سیستم SI

g : شتاب ثقل برحسب N/kg

h : ارتفاع ستون مایع برحسب m

با توجه به موارد فوق واحد فشار برابر خواهد بود با :

$$P = \rho.g.h$$

واحد $P = \rho \times g \times h$

واحد $P = kg/m^3 \times N/kg \times m$

واحد $\boxed{P = N/m^2}$

بنابراین واحد فشار در سیستم SI برابر است با $\frac{N}{m^2}$ می‌باشد که به اصطلاح به آن پاسکال گفته می‌شود با Pa نشان می‌دهند.

واحدهای دیگر فشار عبارتند از: $\frac{kgf}{cm^2}$ و $\frac{gf}{cm^2}$ که واحدهای عملی فشار نامیده می‌شوند.

روابط تبدیل واحد Pa به $\frac{kgf}{cm^2}$ و $\frac{gf}{cm^2}$ به شرح زیر است :

$$1p_a = 1/02 \times 10^{-5} \frac{kgf}{cm^2}$$

$$1p_a = 1/02 \times 10^{-2} \frac{gf}{cm^2}$$

مثال ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع $3\ m$ موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال Pa (چگالی آب $1000\ kg/m^3$ و $g = 9/8\ N/kg$)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$P = ?\ Pa$	$h = 3\ m$ $\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$ $g = 9/8\ N/kg$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$p = \rho.g.h$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقایر داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$p = 3 \times 1000 \times 9/8$$
$$p = 29400 pa$$

تمرین ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع $400\ cm$ موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال (Pa). (چگالی آب $1000\ kg/m^3$ و $g = 9/8\ N/kg$)

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با $1000\ Pa$ می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. با فرض این‌که چگالی جیوه برابر $13600\ kg/m^3$ و $g = 9/8\ N/kg$ باشد.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$h = ?$	$P_{Hg} = 1000\ Pa$ $\rho = 13600\ kg/m^3$ $g = 9/8\ N/kg$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$p = \rho.g.h$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

تمرین ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با $1250\ Pa$ می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. (چگالی جیوه برابر $13600000\ g/m^3$ و $g = 9/8\ N/kg$.

حل (توسط هنرجو):

$$۱۰۰۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۹/۸ \times h$$

$$۱۰۰۰ = ۱۳۳۲۸۰ \times h$$

مرحله ۴) طرفین تساوی را بر ضریب مجهول (h) تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۱۰۰۰}{۱۳۳۲۸۰} = \frac{۱۳۳۲۸۰ \times h}{۱۳۳۲۸۰}$$

$$h = ۷/۵ \times ۱۰^{-۳}\, m$$

مثال ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۸۰ Pa است. مطلوبست محاسبه فشار برحسب واحدهای $kgf/cm^۲$ و $gf/cm^۲$:

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$p = ?\ kgf/cm^۲$ $p = ?\ gf/cm^۲$	$P = ۸۰\ Pa$

مرحله ۲) نوشتن رابطه بین واحدها :

$$۱pa = ۱/۰۲ \times ۱۰^{-۵}\ kgf/cm^۲$$

$$۱pa = ۱/۰۲ \times ۱۰^{-۲}\ gf/cm^۲$$

مرحله ۳) جای‌گذاری و محاسبه ریاضی :

خواسته اول :

$$\begin{cases} ۸۰pa = ۸۰ \times (۱pa) \\ ۱pa = ۱/۰۲ \times ۱۰^{-۲}\ kgf/cm^۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۸۰pa = ۸۰ \times (۱/۰۲ \times ۱۰^{-۵}\ kg/cm^۲) \\ ۸۰pa = ۸۰ \times ۱/۰۲ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m^۲ \end{cases}$$

$$\boxed{۸۰pa = ۸/۱۶ \times ۱۰^{-۴}\ kgf/cm^۲}$$

خواسته دوم

$$\begin{cases} ۸۰pa = ۸۰ \times (۱pa) \\ ۱pa = ۱/۰۲ \times ۱۰^{-۲}\ gf/cm^۲ \end{cases}$$

تمرین ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۶۵Pa است. مطلوبست محاسبه برحسب $kgf/cm^۲$ و $gf/cm^۲$

حل (توسط هنرجو):

$$\begin{cases} ۸۰pa = ۸۰\times(۱/۰۲\times۱۰^{-۲}\ gf/cm^۲) \\ ۸۰pa = ۸۰\times۱/۰۲\times۱۰^{-۲}\ gf/cm^۲ \end{cases}$$

$$\boxed{۸۰pa = ۰/۸۱۶\ gf/cm^۲}$$

مثال ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب $۱۰۰\ kgf/cm^۲$است. مطلوبست تعیین فشار برحسب پاسکال.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده
$P = (Pa)\ ?$	$p = ۱۰۰\ kgf/cm^۲$

مرحله ۲) نوشتن رابطه بین واحدها :

$$۱pa = ۱/۰۲\times۱۰^{-۵}\ kgf/cm^۲$$

طرفین تساوی را بر $۱/۰۲\times۱۰^{-۵}$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۱/۰۲\times۱^{-۵}}pa = \frac{۱/۰۲\times۱۰^{-۵}}{۱/۰۲\times۱۰^{-۵}}\ kgf/cm^۲$$

$$۱\frac{kgf}{cm^۲} = \frac{۱}{۱/۰۲\times۱۰^{-۵}}pa$$

$$\boxed{۱\frac{kgf}{cm^۲} = \frac{۱۰^۵}{۱/۰۲}pa}$$

مرحله ۳) محاسبات ریاضی

$$\begin{cases} ۱۰۰\ kgf/cm^۲ = ۱۰۰\times\left(۱\ kgf/cm^۲\right) \\ ۱\ kgf/cm^۲ = \frac{۱۰^۵}{۱/۰۲}pa \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱۰۰\ kgf/cm^۲ = ۱۰۰\times\left(\frac{۱۰^۵}{۱/۰۲}pa\right) \\ ۱۰۰\ kgf/cm^۲ = ۱۰۰\times\frac{۱۰^۵}{۱/۰۲}pa \end{cases}$$

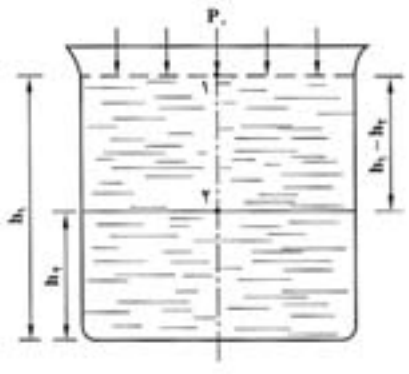
$$\boxed{۱۰۰\ kgf/cm^۲ = ۹۸۰۳۹۲۱/۵۷pa}$$

تمرین ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب $۸۵\ kgf/cm^۲$ می‌باشد. فشار را برحسب پاسکال (Pa) حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

۲-۵- قانون پاسکال

اگر فشار یک نقطه در درون یک سیال آرام و در حال تعادل مشخص باشد می‌توان فشار نقاط دیگر را با توجه به اختلاف ارتفاع آنها با نقطه ای که فشار آن معلوم است به‌دست آورد. به عنوان مثال در شکل ۲-۵ فشار در نقطه ۲ را می‌توان برحسب اختلاف ارتفاع با نقطه ۱ به‌دست آورد. در نقطه ۱ تنها فشار اتمسفر $(p_\circ)$ وجود دارد. بنابراین براساس قانون پاسکال خواهیم داشت :



قانون پاسکال $p_۲ = p_\circ + \rho.g(h_۱ - h_۲)$

که در آن :

ρ : چگالی سیال برحسب $kg/m^۳$

$h_۱ - h_۲$: اختلاف ارتفاع بین نقاط ۱ و ۲ برحسب m

$p_\circ$: فشار هوا وارد بر سطح مایع که همان فشار در نقطه ۱ است $p_۱ = p_\circ$

$p_۲$: فشار در نقطه ۲

شکل ۲-۵- تعیین فشار درون مایع تحت فشار

با توجه به این مسأله فشار هر نقطه داخل سیال برحسب ارتفاع آن از سطح آزاد مایع عبارت است از :

$$p = p_\circ + \rho.g.h$$

که در آن h فاصله نقطه از سطح مایع است.

در مورد مذاب فشار $\rho.g.h$ را فشار متالواستاتیک می‌گویند که نشان دهنده فشار در یک نقطه درون مذاب نسبت به فشار در سطح مذاب است.

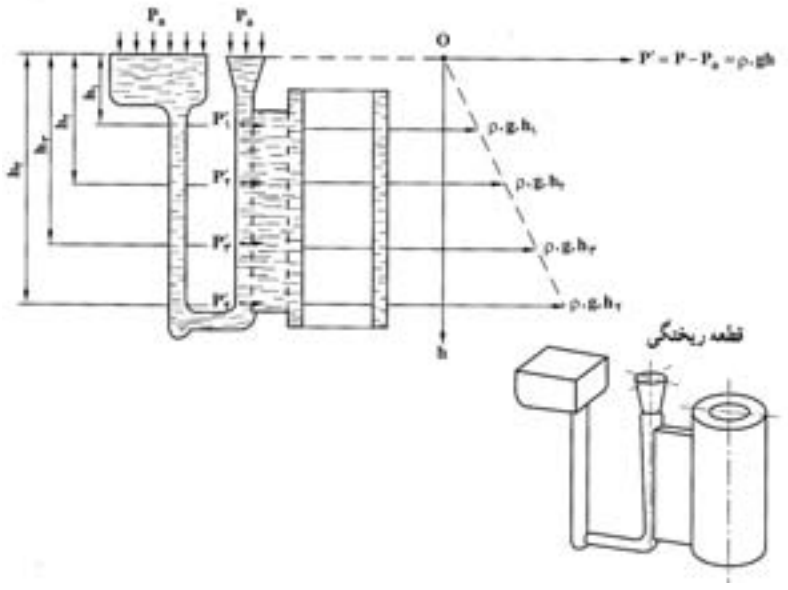
فشار در سطح آزاد مذاب برابر $pa = p_\circ$ است.

با توجه به این مسأله خواهیم داشت :

فشار نسبی مذاب $\boxed{p - pa = dh = \rho.g.h}$

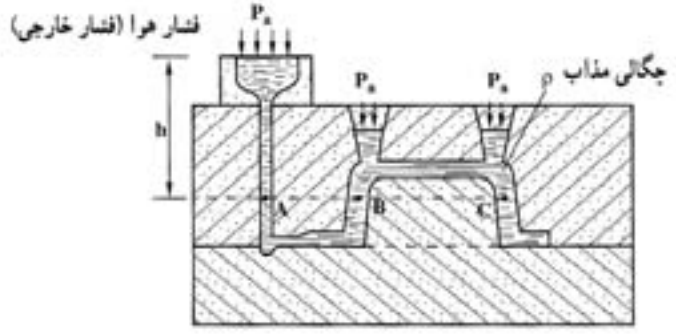
$$\left.\begin{matrix} p - p_\circ = \rho.g.h \\ p_\circ = pa \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} p - pa = \rho.g.h \\ \rho.g.h = dh \end{cases} \Rightarrow \boxed{p - pa = dh = \rho.g.h}$$

در این رابطه P برابر مجموع فشار متالواستاتیک $(\rho.g.h)$ و فشار هوا است که در نهایت فشار مطلق آن نقطه درون مذاب است. با توجه به این رابطه مشخص است که فشار متالواستاتیک رابطه مستقیم با ارتفاع مذاب دارد. هرچه ارتفاع (عمق) مذاب بیشتر باشد فشار متالواستاتیکی بیشتر است.



شکل ۳-۵- افزایش فشار متالواستاتیکی مذاب برحسب عمق آن

با توجه به قانون پاسکال داریم : اگر چند ظرف به هم مرتبط باشند و درون آنها سیالی موجود باشد فشار در تمام نقاطی که در یک ارتفاع یکسان قرار دارند، یکسان خواهد بود.



شکل ۴-۵- فشار نقاط واقع بر روی یک سطح افقی قالب

$$P_A = P_B = P_C = P_a + \rho.g.h$$

از طرفی فشار در هر نقطه مایع برابر است با فاصله آن تا سطح آزاد مایع (h) ضربدر چگالی مایع ضربدر شتاب ثقل به علاوه فشار خارجی که بر مایع اعمال می‌شود.

$$P = P_a + \rho.g.h$$

نکته : اگر در یک نقطه درون سیال آرام و غیرقابل تراکم (مانند آب و روغن و...) فشار افزایش یابد، افزایش فشار بدون هیچ تغییری به تمام نقاط مایع و همه نقاط ظرف نگهدارنده مایع، منتقل می‌شود. به عنوان مثال در ریخته‌گری تحت فشار با اعمال فشار به یک نقطه مذاب، فشار به‌طور یکسان به همه نقاط مذاب و دیواره قالب

وارد می‌شود. بنابراین با توجه به موارد فوق می‌توان فشار وارد بر دیواره قالب را به‌دست آورد. البته فشار وارد شده از طرف مذاب بر سطوح داخلی قالب همواره برابر فشار نسبی است.

۳-۵- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب :

مطابق تعریف فشار برابر است با نیروی وارد بر واحد سطح معین. (مثلاً سطوح و دیواره‌های قالب) رابطه فشار عبارت است :

$$P = \frac{f(\text{نیرو})}{A(\text{سطح})} \Rightarrow \frac{P}{1} = \frac{f}{A} \xrightarrow{\text{طرفین و وسطین}} f \times 1 = P \times A \Rightarrow f = P \times A$$

با توجه به رابطه فشار نسبی در درون مایع خواهیم داشت :

$$\left.\begin{array}{l} P = \rho.g.h \\ f = PA \end{array}\right\} \Rightarrow f = \rho.g.h.A$$ نیروی وارد بر سطح قالب — فشار نسبی درون مایع

که در آن :

ρ : چگالی مذاب برحسب kg/m^3

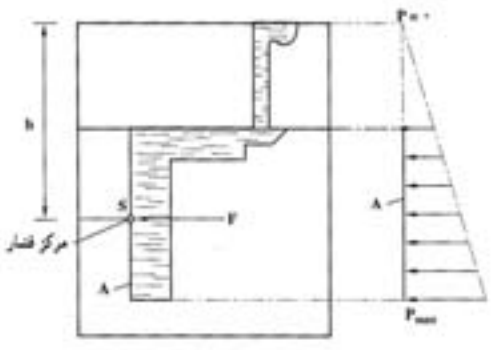
g : شتاب ثقل زمین $(g = 9/8\ m/s^2)$

h : ارتفاع مرکز فشار واقع بر سطح A تا سطح آزاد مذاب برحسب m

A : سطح مورد نظر قالب برحسب m^2

لازم به ذکر است که نیروی f عمود بر سطح A است و جهت آن از طرف مذاب به دیواره است که مطابق قانون عمل و عکس العمل نیوتن این نیرو برابر با نیرویی است که از طرف دیواره به مذاب وارد می‌شود. بنابراین این دو نیرو همدیگر را خنثی خواهند کرد. شکل ۵-۵ نیروی وارد بر یک سطح قائم را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشخص می‌شود که کمترین فشار نسبی مربوط به سطح آزاد مذاب است که در آنجا $h = 0$ است.

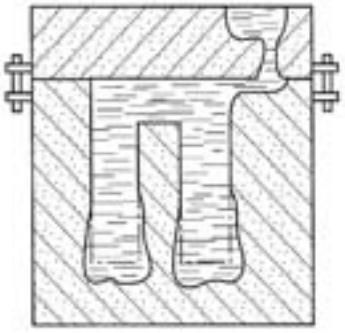
بنابراین مطابق رابطه $P = \rho.g.h$ ، فشار برابر صفر است، و بیشترین فشار را در کف قالب خواهیم داشت که h بیشترین مقدار را دارد. نقطه S که عبارت است از مرکز فشار که در وسط سطح A قرار می‌گیرد، به شرطی که سطح A دارای مرکز تقارن باشد.



شکل ۵-۵- نیروی وارد از طرف مذاب بر دیواره قائم قالب

با توجه به این مسأله واضح است که نیروهای وارد بر جداره‌ها و سطوح قالب، باعث بزرگ شدن حجم قالب (بخصوص در نقاط عمیق) و بلند شدن و ایجاد گشتاور در درجه فوقانی می‌شوند. که این مسأله در مورد فلزات و آلیاژهائی با چگالی بالاتر، بیشتر مشکل ساز است.

معمولاً در مورد سطوح صاف و مستوی که به موازات سطح آزاد هستند نقطه اثر نیرو را مرکز ثقل آن سطح در نظر می‌گیرند. اما به‌طور کلی نقطه اثر نیروها بستگی به شکل و شیب جداره قالب دارد، همان‌طوری که در شکل ۶-۵ دیده می‌شود، با توجه به این‌که ارتفاع قطعه زیاد است در نتیجه نیروهای وارد از طرف مذاب به دیواره قالب افزایش یافته که این امر سبب افزایش حجم قالب گردیده است.



شکل ۶-۵

نیروهای وارد بر سطوح قالب را می‌توان در حالات مختلف تعیین نمود که عبارتند از :

۱-۳-۵- نیروی وارد بر کف قالب :

نیروی مذاب وارد بر کف قالب شکل ۷-۵ را می‌توان با توجه به رابطه $f = \rho.g.h.A$ به‌دست آورد که در آن :

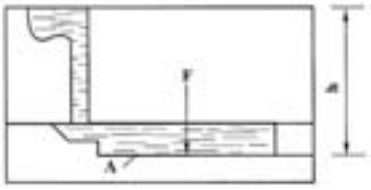
f : نیروی مذاب وارد بر کف قالب N

A : سطح کف قالب (m^2)

h : ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب برحسب m

ρ : چگالی مذاب kg/m^3

g : شتاب ثقل



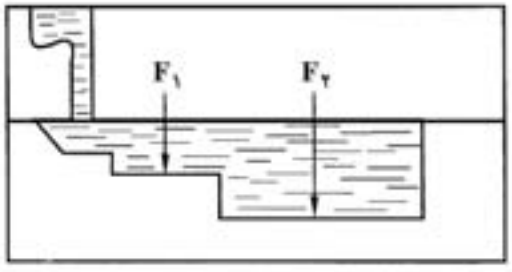
شکل ۷-۵

درصورتی‌که کف قالب از چند سطح تشکیل شده باشد مانند شکل ۸-۵ از سطح A_1, A_2, A_3 و... تشکیل شده باشد نیروی وارد بر سطح قالب عبارت است از مجموع نیروهای وارد شده بر هر سطح.

$$f = f_1 + f_2 + ...$$

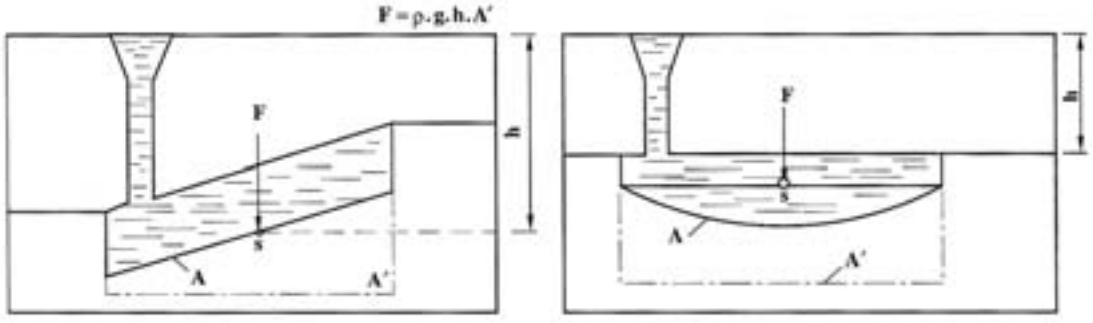
$$f_1 = \rho g h_1 A_1$$

$$f_2 = \rho g h_2 A_2$$



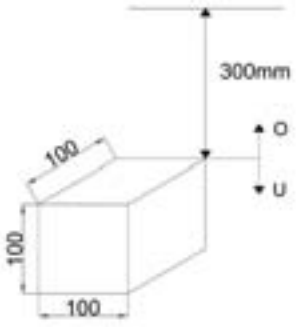
شکل ۸-۵

در مورد سطوح خمیده و شیب‌دار مانند شکل ۹-۵، برای به‌دست آوردن نیروی وارد بر کف قالب از رابطه $f = \rho g h A'$ استفاده می‌شود که A' تصویر سطح کف قالب بر روی سطح افقی است، که این سطح معمولاً از سطوح خمیده و شیب‌دار کوچکتر است.



شکل ۹-۵

مثال ۵-۵ مطلوب است تعیین نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب در قطعه زیر، درصورتی‌که چگالی مذاب $۷۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر ۳۰۰mm است $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$.



شکل ۱۰-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
F= ؟	$\rho = ۷۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ H = ۳۰۰ mm $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ ارتفاع قطعه = ۱۰۰ mm

مرحله ۲) محاسبه سطح کف قالب

$$A = ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰ mm$$

$$A = ۱۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A = ۰/۰۱ m^۲}$$

مرحله ۳) محاسبه ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب

$$h = H + \text{ارتفاع قطعه} = ۳۰۰ + ۱۰۰ = ۴۰۰ mm$$

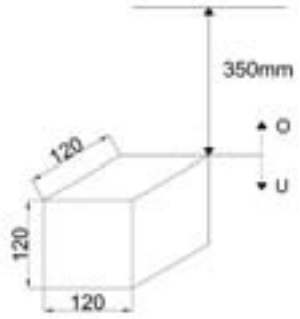
$$h = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h = ۰/۴ m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

$$F = \rho g h A$$

مرحله ۵) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی

تمرین ۵-۵ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب را تعیین کنید. درصورتی‌که چگالی مذاب $۷۸۰۰۰۰۰ \frac{g}{m^۳}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب ۳۵۰ mm باشد $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$.

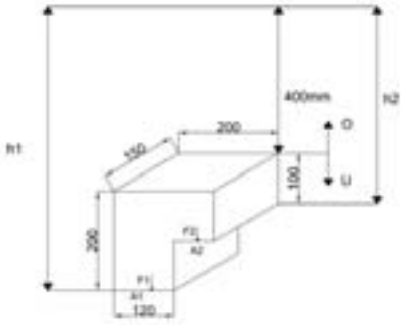


شکل ۱۱-۵

حل (توسط هنرجو):

$$F = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴ \times ۰/۱ \Rightarrow \boxed{F = ۳/۲N}$$

مثال ۶-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب در قطعه زیر، درصورتی‌که چگالی مذاب $۸۵۰۰ \, kg/m^۳$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر ۴۰۰ mm است $(g = ۱۰ \, m/s^۲)$



شکل ۱۲-۵

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F = ?$	$\rho = ۸۵۰۰ \, kg/m^۳$ $H = ۴۰۰ \, mm$ $g = ۱۰ \, m/s^۲$

مرحله ۲) به‌دست آوردن سطح کف قالب

$$A_۱ = ۱۲۰ \times ۱۵۰ = ۱۵۰۰۰ mm^۲$$

$$A_۱ = ۱۵۰۰۰ \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۱ = ۰/۰۱۵ m^۲}$$

$$A_۲ = ۸۰ \times ۱۵۰ = ۱۲۰۰۰ mm^۲$$

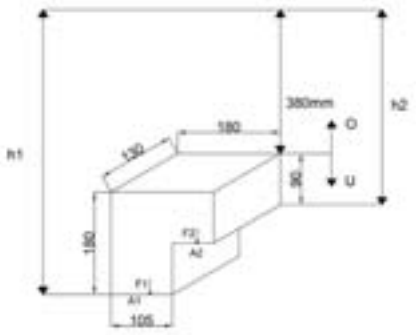
$$A_۲ = ۱۲۰۰۰ \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۲ = ۰/۰۱۲ m^۲}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع سطوح $A_۱$ و $A_۲$ از سطح آزاد مذاب

$$h_۱ = H + ۲۰۰ = ۴۰۰ + ۲۰۰ = ۶۰۰ mm$$

$$h_۱ = ۶۰۰ \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{h_۱ = ۰/۶ m}$$

تمرین ۶-۵ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب را محاسبه نمائید. چگالی مذاب $۸۵۰۰ \, kg/m^۳$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب ۳۸۰ mm می‌باشد $(g = ۱۰ \, m/s^۲)$



شکل ۱۳-۵

حل (توسط هنرجو):

$$h_۲ = H + ۱۰۰ = ۴۰۰ + ۱۰۰ = ۵۰۰mm$$

$$h_۲ = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{h_۲ = ۰/۵m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

$$F = F_۱ + F_۲$$

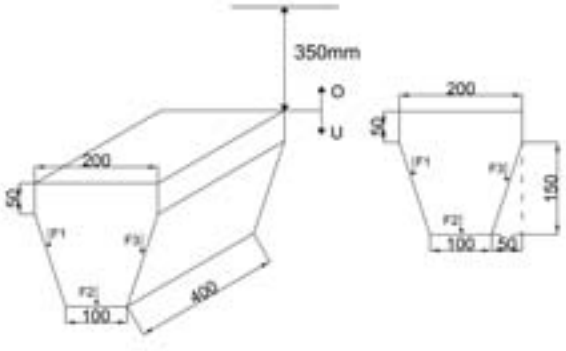
$$F = \rho g h_۱ A_۱ + \rho g h_۲ A_۲$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبات ریاضی

$$F = (۸۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۶ \times ۰/۰۱۵) + (۸۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ \times ۰/۰۱۲)$$

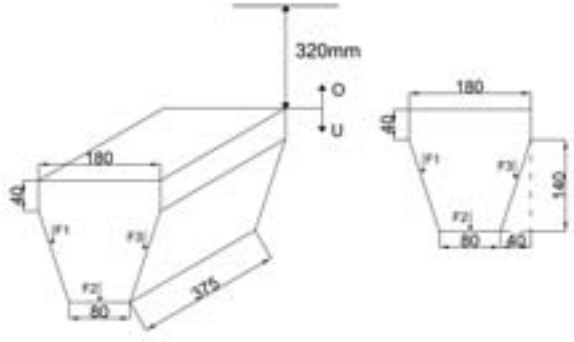
$$F = ۷۶۵ + ۵۱۰ \Rightarrow \boxed{F = ۱۲۷۵N}$$

مثال ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن داکتیل را نشان می‌دهد که چگالی آن $۶۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ است. مطلوبست تعیین نیروی وارد بر کف قالب. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر ۳۵۰ mm است $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$



شکل ۱۴-۵

تمرین ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن نشکن را نشان می‌دهد که چگالی آن $۶۷۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ می‌باشد نیروی وارد بر کف قالب را محاسبه کنید. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر ۳۲۰mm می‌باشد $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$



شکل ۱۵-۵

حل (توسط هنرجو):

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$\rho = ۶۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ $H = ۳۵۰ \ mm$ $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$	F- ؟

مرحله ۲) به‌دست آوردن سطح کف قالب :

مساحت قسمت $A_۱ = ۱۰۰ \times ۴۰۰ = ۴۰۰۰۰ mm^۲$ مستوی

$$A_۱ = ۴۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۱ = ۰/۰۴ m^۲}$$

مساحت تصویر $A_۲ = ۵۰ \times ۴۰۰ = ۲۰۰۰۰ mm^۲$ یکی از قسمت‌های یک سطح شیب‌دار

$$A_۲ = ۲۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۲ = ۰/۰۲ m^۲}$$

با توجه به شکل داریم $A_۳ = A_۱ = ۰/۰۲ m^۲$

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب

در $h_۱ = H + \text{ارتفاع قطعه} = ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۲۰۰ \ mm$ قسمت مستوی

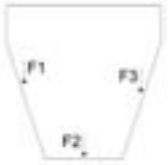
$$h_۱ = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h_۱ = ۰/۲ m}$$

در قسمت شیب‌دار

$$h_۲ = H + ۵۰ + \frac{۵۰}{۲} = ۱۰۰ + ۵۰ + ۲۵ = ۱۷۵ mm$$

$$h_۲ = ۱۷۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h_۲ = ۰/۱۷۵ m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب



$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

$$F = \rho g h_1 A_1 + \rho g h_2 A_2 + \rho g h_3 A_3$$

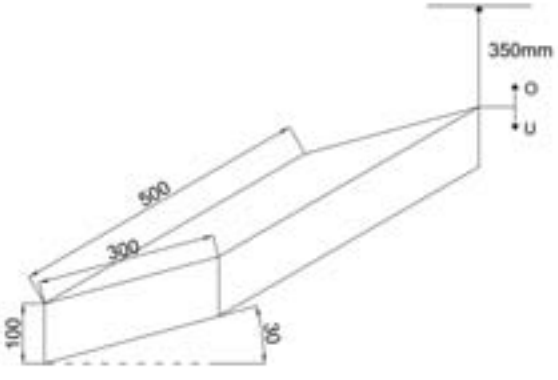
مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و محاسبات ریاضی:

$F = ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲ \times ۰/۰۴ + ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۷۵ \times ۰/۰۲ +$

$۶۸۰۰ \times ۰/۱۷۵ \times ۰/۰۲ \times ۱۰ =$

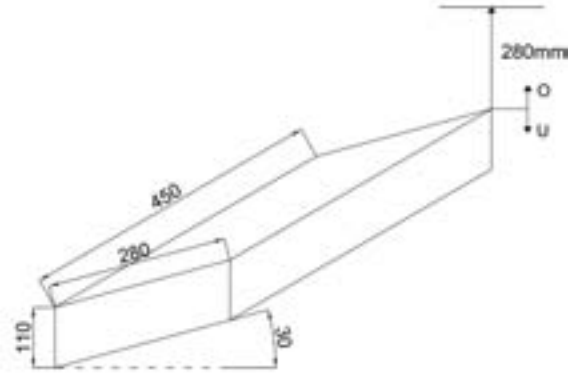
$$F = ۵۴۴ + ۲۳۸ + ۲۳۸ \Rightarrow \boxed{F = ۱۰۲۰N}$$

مثال ۸-۵ مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن، برای ریخته‌گری قطعه‌ای به شکل زیر، چگالی مذاب $۷۰۰۰ \frac{kg}{m^3}$ ، ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب ۳۰۰mm و $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$



شکل ۱۶-۵

تمرین ۸-۵ نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن برای ریخته‌گری قطعه ای به شکل زیر، چگالی مذاب $۶۹۰۰ \frac{kg}{m^3}$ و ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب ۳۸۰ mm. $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$



شکل ۱۷-۵

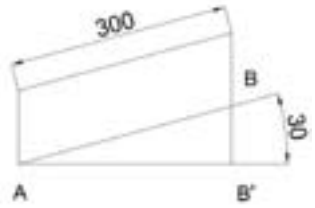
حل (توسط هنرجو):

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_B = ?$	$\rho' = ۷۰۰۰ \, kg/m^۳$ $H = ۳۰۰ \, mm$ $g = ۱۰ \, m/s^۲$

مرحله ۲) به‌دست آوردن تصویر کف قالب



شکل ۱-۱۶-۵

ابتدا باید تصویر ضلع AB را به‌دست آوریم و با توجه به روابط مثلثاتی داریم :

$$\cos\alpha = \frac{AB'}{AB} \Rightarrow \cos ۳۰^\circ = \frac{AB'}{۳۰۰}$$

$$\Rightarrow AB' \times ۱ = \cos ۳۰^\circ \times ۳۰۰ \Rightarrow AB' = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۳۰۰ \Rightarrow \boxed{AB' = ۲۵۹/۸ mm}$$

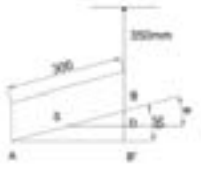
$$AB' = ۲۵۹/۸ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{AB' = ۰/۲۵۹ m}$$

$$\text{طول کف قالب} = ۵۰۰ mm = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) = ۰/۵ m$$

با توجه به این‌که تصویر به شکل مستطیل است مساحت آن برابر است با :

$$A' = ۰/۵ m \times ۰/۲۵۹ m \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۱۲۹۵ m^۲}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن h، ارتفاع مرکز کف قالب از سطح آزاد مذاب



شکل ۲-۱۶-۵

با توجه به شکل داریم

$$h = H + BC + BD$$

$$(H = ۳۰۰ \quad , \quad BC = ۱۰۰)$$

BD با توجه به مثلث SBD به‌دست می‌آید

$$\frac{\sin\alpha}{۱} = \frac{BD}{SB} \Rightarrow BD \times ۱ = SB \times \sin\alpha$$

مقدار SB را حساب می‌کنیم

$$SB = \frac{AB}{۲} = \frac{۳۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{SB = ۱۵۰mm}$$

$$BD = SB \times \sin ۳۰^\circ = ۱۵۰ \times ۰/۵ \Rightarrow \boxed{BD = ۷۵mm}$$

$$h = ۳۰۰ + ۱۰۰ + ۷۵ = ۴۷۵mm$$

$$h = ۴۷۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{h = ۰/۴۷۵m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب :

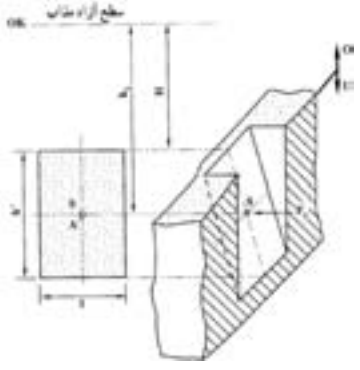
$$F = \rho g h A'$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی

$$F = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴۷۵ \times ۰/۱۲۵۹ \Rightarrow \boxed{F = ۴۱۸۶/۱۷۵N}$$

۲-۳-۵- نیروی وارد بر جداره اطراف قالب :

با توجه به شکل ۱۸-۵ برای به‌دست آوردن نیرو در دیواره جانبی باید نقطه اثر نیرو یا مرکز تقارن سطح را به‌دست آوریم و با توجه به این‌که سطح شیب‌دار است، باید تصویر سطح را بر روی سطح عمودی به‌دست آوریم تا بتوانیم از رابطه $F_s = \rho g h_s . A'$ ، نیرو را به‌دست آوریم.



شکل ۱۸-۵

همان‌طوری که از شکل مشخص است مرکز ثقل دیواره قالب با S مشخص شده است که ارتفاع آن h_s می‌باشد، از طرف دیگر مساحت تصویر سطح بر روی سطح عمودی با A' نمایش داده شده است که برابر است با :

h_s = (ارتفاع سطح آزاد مذاب تا ابتدای دیواره) + $\frac{h'}{۲}$ (نصف ارتفاع تصویر دایره بر سطح عمودی)

$A' = I'$ (عرض تصویر دیواره بر سطح عمودی) × h' (ارتفاع تصویر دیواره بر سطح عمودی)

بنابراین $F_s = \rho.g.h_s.A'$:

که در آن :

F_s : نیروی وارد بر نقطه اثر S دیواره

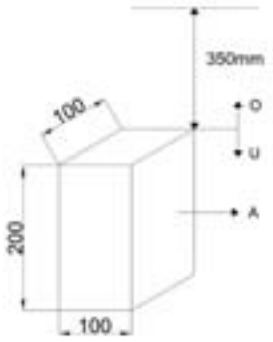
h_s : ارتفاع نقطه اثر S تا سطح آزاد مذاب

A' : مساحت تصویر دیواره بر روی سطح عمودی

ρ' : چگالی مذاب برحسب kg/m^3

g : شتاب ثقل m/s^2

مثال ۹-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی $۸۰۰۰ kg/m^3$ بر جداره مستطیل شکل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۳۵۰ mm می‌باشد $(g = ۱۰ m/s^2)$



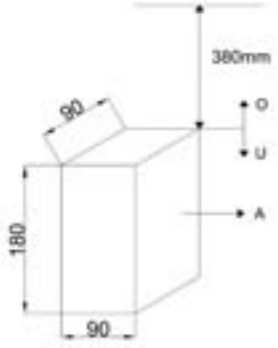
شکل ۱۹-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_s = ?$	$\rho' = ۸۰۰۰ kg/m^3$ $g = ۱۰ m/s^2$ H =۳۵۰ mm

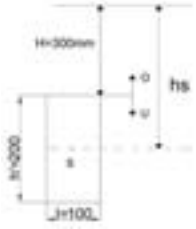
مرحله ۲) مشخص کردن ارتفاع مؤثر

تمرین ۹-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی $۸۱۰۰ kg/m^3$ بر جداره مستطیل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۳۸۰ mm و $g = ۱۰ m/s^2$ می‌باشد.



شکل ۲۰-۵

حل (توسط هنرجو):



شکل ۱-۱۹-۵

با توجه به شکل مشخص است که ارتفاع نقطه S تا سطح جدایش برابر $h' = ۱۰۰$ است. بنابراین خواهیم داشت :

$$h_s = H + \frac{h'}{۲} = ۳۵۰ + ۱۰۰ = ۴۵۰mm$$

$$h_s = ۴۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{h_s = ۰/۴۵m}$$

مرحله ۳) مشخص کردن سطح جداره :

با توجه به این‌که جداره مستطیل شکل است خواهیم داشت :

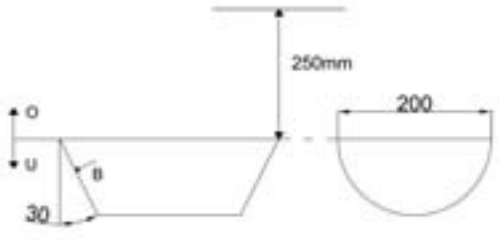
$$A' = h' \times I \Rightarrow A' = ۱۰۰ \times ۲۰۰ = ۲۰۰۰۰mm^۲$$

$$A' = ۲۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right)^۲ \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۰۲m^۲}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره قالب

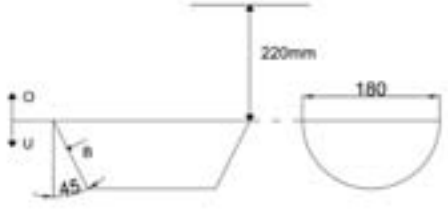
$$F_s = \rho g h_s . A' = ۸۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۲ \times ۰/۴۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۷۲۰N}$$

مثال ۱۰-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف فولاد مذاب با چگالی $۷۸۰۰ kg/m^۳$ بر جداره قالب B قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۲۵۰ mm. ($g = ۱۰ m/s^۲$ و $\pi = ۳$)



شکل ۲۱-۵

تمرین ۱۰-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف فولاد مذاب با چگالی $۷۶۰۰ kg/m^۳$ بر جداره قالب B قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۲۲۰ mm می‌باشد ($g = ۱۰ m/s^۲$ و $\pi = ۳$)



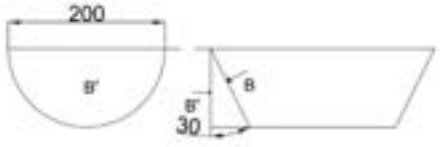
شکل ۲۲-۵

حل (توسط هنرجو):

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$H = ۲۵۰\ mm$ $\rho' = ۷۸۰۰\ kg/m^۳$ $g = ۱۰\ m/s^۲$ $\pi = ۳$	$F_s = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن سطح جداره



شکل ۱-۲۱-۵

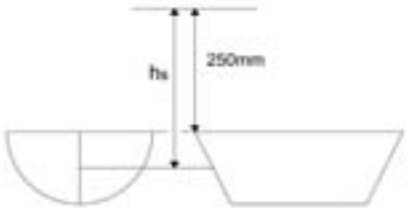
با توجه به این‌که شکل نیم استوانه ای است، تصویر سطح B روی سطح عمودی B' است که برای سطح نیم دایره به قطر ۲۰۰ mm.

$$d = ۲۰۰mm = ۲۰۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{d = ۰/۲m}$$

B' سطح =

$$: \frac{۱}{۲}\frac{\pi d^۲}{۴} = \frac{۳\times(۰/۲)^۲}{۴} \Rightarrow \boxed{B' = \frac{۰/۰۳}{۲}m^۲ = ۰/۰۱۵}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع h_s :



شکل ۲-۲۱-۵

$$h_s = H + \frac{\text{شعاع نیم دایره}}{۲} = ۲۵۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{h_s = ۳۰۰mm}$$

$$h_s = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{h_s = ۰/۳m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره

$$F_s = \rho' g h_s B'$$

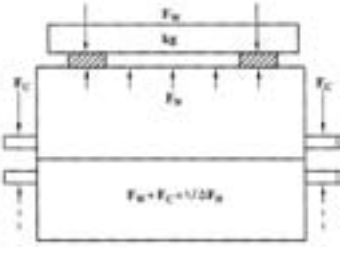
مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و محاسبه ریاضی

$$F_s = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳ \times ۰/۰۱۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۳۵۱N}$$

لازم به ذکر است نیروهای وارد بر کف و دیواره‌های قالب به علت استحکام و فشردگی ماسه خنثی می‌شوند و درصورتی‌که قالب به اندازه کافی فشرده نباشد، دیواره، نمی‌تواند در برابر نیروهای وارد شده مقاومت نماید، در نتیجه این نیروها سبب تغییر شکل قالب و دیواره می‌شود که این عمل را بادکردن قالب می‌نامند. از طرف دیگر فشردگی زیاد ماسه سبب می‌شود که گازهای موجود در قالب به راحتی از قالب خارج نشده و در نتیجه در یک نقطه از قالب جمع شوند که این خود سبب می‌شود مذاب آن قسمت را پر نکرده و قطعه معیوب شود، برای این منظور علاه بر فشردگی کافی، ماسه باید منافذ و کانال‌های هوا به دقت ایجاد شود.

۴-۵- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)

نیروهای متالواستاتیکی وارد شده از مذاب به دیواره‌های قالب علاوه بر کف و دیواره‌های جانبی به سطح فوقانی قالب نیز وارد می‌شود و درصورتی‌که بیشتر از وزن قالب رویی باشد سبب بلند شدن قالب و خروج مذاب از دو نیمه قالب و ایجاد عیوب در قطعه و خطرات دیگر می‌شود. لذا باید درجه‌ها کاملاً به یکدیگر جفت شده و با استفاده از پیچ و مهره‌ها و حتی وزنه از بلند شدن قالب رویی جلوگیری نمود. به‌طور کلی برای این منظور باید مجموع وزن ماسه موجود در قالب رویی به همراه وزنه‌های قرار داده شده روی آن حداقل ۱/۵ برابر نیروی بالا برنده باشد که در این‌جا نیروی بالا برنده فقط نیروی وارد بر سطح فوقانی مذاب در نظر گرفته شده است، البته نیروهای وارد بر تکیه گاه‌های ماهیچه که نقش مهمی در نیروی بالا برنده دارند در قسمت‌های بعدی بحث خواهد شد. بنابراین با توجه به شکل ۲۳-۵ کتاب خواهیم داشت :



شکل ۲۳-۵

$$f_w + F_C = 1/5 F_N \rightarrow \boxed{F_W = 1/5 F_N - F_C}$$

که در آن :

f_w : اندازه وزنه لازم روی درجه

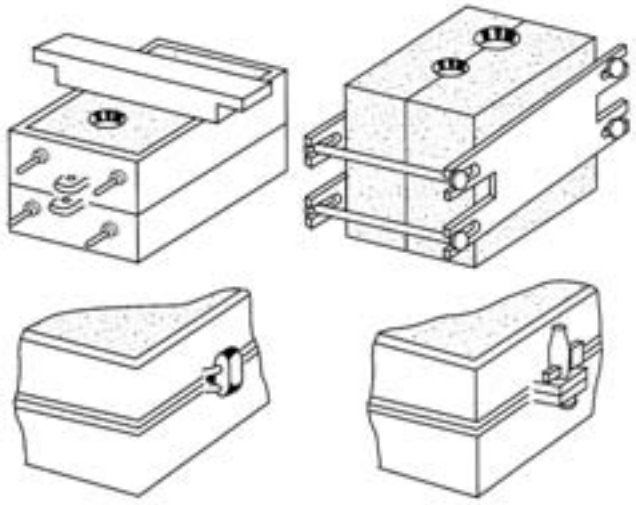
f_c: وزن درجه فوقانی و محتوای آن

F_N : نیروی بالابرنده درجه فوقانی

نیروی f_N متناسب با چگالی مذاب (ρ')، ارتفاع مذاب از سطح آزاد تا سطح فوقانی قالب (h_s) و سطح فوقانی قالب A' است.

$$F_N = \rho.g.h.A$$

با توجه به این مسأله همواره باید سعی کرد که ارتفاع راهگاه کمتر باشد و سیستم راهگاهی مناسب طراحی شود تا اولاً مذاب قالب را پر نماید، از طرف دیگر فشار بیش از حد نباشد و در صورت پر شدن قالب انجماد از دیواره شروع شود، شکل ۲۴-۵ چند روش جفت کردن قالب را نشان می‌دهد.

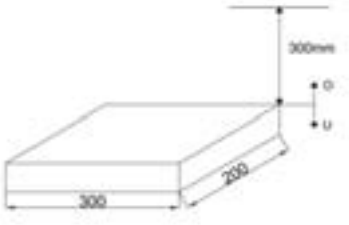


شکل ۲۴-۵- چند روش جفت کردن در نیمه قالب

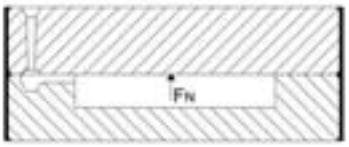
ذکر این نکته لازم است که بلند شدن قالب تنها ناشی از درجه فوقانی نیست بلکه وجود گازهای متراکم در قالب نیز سبب ایجاد این پدیده می‌شود. با توجه به این مسأله در صورت وجود رطوبت در قالب زمانی که فلز با نقطه ذوب بالاتر وارد قالب می‌شود امکان تبخیر رطوبت افزایش می‌یابد و با توجه به قانون گازها در اثر درجه حرارت، حجم گاز بیشتر شده که در صورت عدم امکان افزایش حجم گاز، گاز متراکم شده و فشار زیادی به درجه بالایی وارد می‌کند که سبب بلند شدن درجه رویی می‌شود. بنابراین در ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب بالاتری مانند چدن و فولاد نسبت به ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب پایین تر مثل قلع، سرب و... وزنه‌های بیشتری

استفاده می‌شود.

مثال ۱۱-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب برنز با چگالی $۸۲۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ در ریخته‌گری قطعه مکعب مستطیل به شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب $۳۵۰mm$ می‌باشد $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$.



شکل ۲۵-۵



شکل ۲۶-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_N = ?$	$H = ۳۰۰\ mm$ $\rho' = ۸۲۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$

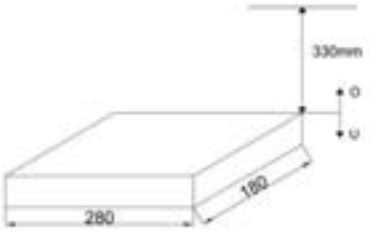
مرحله ۲) محاسبه سطح فوقانی :

با توجه به این‌که سطح فوقانی به شکل مستطیل است خواهیم داشت :

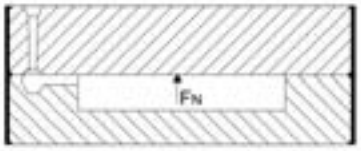
$$A = ۳۰۰ \times ۲۰۰ = ۶۰۰۰۰۰ mm^۲$$

$$A = ۶۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right)^۲ \Rightarrow \boxed{A = ۰/۰۶ m^۲}$$

تمرین ۱۱-۵ نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب برنج با چگالی $۸۳۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ در ریخته‌گری قطعه مکعب مستطیل شکل زیر را محاسبه کنید. ارتفاع از سطح آزاد مذاب $۳۳۰\ mm$ می‌باشد $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$



شکل ۲۷-۵



شکل ۲۸-۵

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع سطح فوقانی قالب از سطح آزاد مذاب

$$h_N = H = ۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m \Rightarrow \boxed{h_N = ۰/۳m}$$

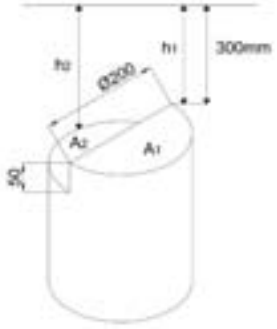
مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

$$F_N = \rho'.g.h_N.A$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم و محاسبه ریاضی

$$F_N = ۸۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳ \times ۰/۶ \Rightarrow \boxed{F_N = ۱۴۷۶N}$$

مثال ۱۲-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب چدن با چگالی $۷۸۰۰ \, kg/m^۳$ در ریخته‌گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب ۳۰۰mm. ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ \, m/s^۲$)



شکل ۲۹-۵

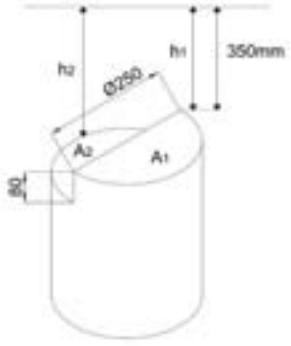
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$F_N = ?$	$H = ۳۰۰ \, mm$ $g = ۱۰ \, m/s^۲$ $\rho' = ۷۸۰۰ \, kg/m^۳$ $R = ۱۰۰ \, mm$ $\pi = ۳$

مرحله ۲) محاسبه سطوح $A_۱$ و $A_۲$:

تمرین ۱۲-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب چدن برنج با چگالی $۷۶۰۰ \, kg/m^۳$ در ریخته‌گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب ۳۵۰ mm ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ \, m/s^۲$)



شکل ۳۰-۵

حل (توسط هنرجو):

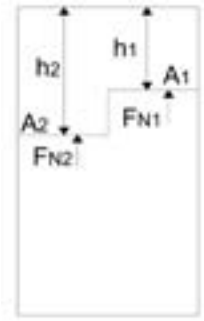
سطوح A_1 و A_2 به شکل نیم دایره است و مساحت آنها برابر است

$$R = ۱۰۰mm \Rightarrow R = ۱۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m \Rightarrow \boxed{R = ۰/۱m}$$

$$A_۱ = A_۲ = \frac{\pi R^۲}{۲} = \frac{۳ \times (۰/۱)^۲}{۲}$$

$$A_۱ = A_۲ = ۰/۰۱۵ m^۲$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن h_1 و h_2



شکل ۱-۲۹-۵

فاصله $h_۱ = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{h_۱ = ۰/۳m}$ سطح A_1 از سطح آزاد مذاب

فاصله سطح $h_۲ = H + ۵۰ = ۳۰۰ + ۵۰ = ۳۵۰mm$ A_2 از سطح آزاد مذاب

$$h_۲ = ۳۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m \Rightarrow \boxed{h_۲ = ۰/۳۵m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

$$F_{N_۱} = \rho' g h_۱ A_۱$$

$$F_{N_۲} = \rho' g h_۲ A_۲$$

$$F_N = F_{N_۱} + F_{N_۲}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه‌ها و محاسبه ریاضی

$$F_{N_۱} = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳ \times ۰/۰۱۵ \Rightarrow F_{N_۱} = ۳۵۱N$$

$$F_{N_۲} = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۱۵ \Rightarrow F_{N_۲} = ۴۰۹/۵N$$

$$F_N = ۳۵۱ + ۴۰۹/۵ \Rightarrow \boxed{F_N = ۷۶۰/۵N}$$

۱-۴-۵- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب :

درصورتی‌که سطح فوقانی قالب مسطح و هموار نبوده و به صورت خمیده و غیر مستوی باشد برای محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی می‌توان سطحی مستوی و موازی با سطح آزاد را به صورتی در نظر گرفت که فاصله این سطح تا سطح آزاد مذاب برابر با متوسط ارتفاع‌های سطح غیرمستوی تا سطح آزاد مذاب باشد. یعنی اگر یک سطح غیرمستوی در نقاط مختلف دارای ارتفاع‌های مختلف باشد می‌توان با محاسبه میانگین این ارتفاع‌ها، ارتفاع سطح مستوی موازی با سطح آزاد مذاب را به‌دست آورد که با توجه به آن می‌توان نیروی وارد بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب را با توجه به روابط زیر به‌دست آورد.

$$h_m = H - \frac{V}{A_1}$$

که در آن :

h_m : میانگین ارتفاع‌های سطح غیرمستوی که برابر است با ارتفاع سطح مستوی معادل

H : ارتفاع راهگاه

V : حجم فضای محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش دو نیمه قالب

A' : مساحت سطح مستوی مؤثر که برابر است با تصویر سطح فوقانی قالب روی سطح جدایش با سطح موازی آن

لذا نیروی وارده بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$F_N = \rho' g h_m A'$$

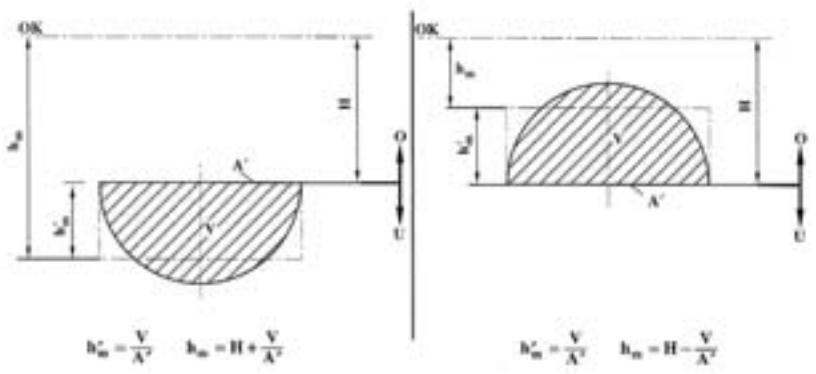
که در آن :

F_N : نیروی وارد بر سطح فوقانی N

ρ' : چگالی مذاب kg/m^3

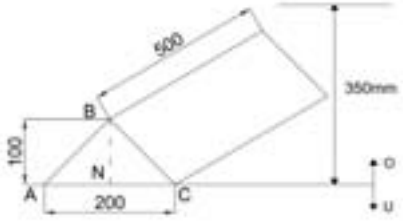
نکته ۱ : V حجم فضای بین سطح فوقانی قالب و سطح جدایش است و نباید با حجم محفظه قالب و مذابی که آن را پر می‌کند اشتباه گرفته شود چون ممکن است در این فضا ماهیچه وجود داشته باشد.

نکته ۲ : از این روش علاوه بر محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب می‌توان در محاسبه نیروی وارد بر کف و دیواره‌های قالب نیز استفاده کرد. ولی باید توجه کرد که در مورد قسمت‌های فوقانی قالب، ارتفاع متوسط (h'_m) از ارتفاع راهگاه (H) کاسته می‌شود، اما برای قسمت‌های کف قالب این ارتفاع راهگاه جمع می‌شود. (شکل ۳۱-۵)



شکل ۳۱-۵- ارتفاع متوسط نقاط سطح قالب تا سطح آزاد مذاب

مثال ۱۳-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$.$۸۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$



شکل ۳۲-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

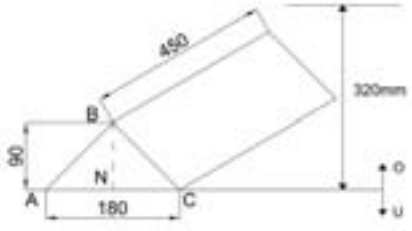
داده‌ها	خواسته
$H= ۳۰۰ mm$ $\rho = ۸۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$	$F_N = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطوح فوقانی قالب تا سطح جدایش.

$$BN = ۱۰۰ mm = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{BN = ۰/۱ m}$$

$$AC = ۲۰۰ mm = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{AC = ۰/۲ m}$$

تمرین ۱۳-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$.$۸۶۰۰ \frac{kg}{m^۳}$



شکل ۳۳-۵

حل (توسط هنرجو):

$$CD = ۵۰۰mm = ۵۰۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{CD = ۰/۵m}$$

سطح مثلث $ABC = \frac{BN \times AC}{۲} = \frac{۰/۱\times ۰/۲}{۲} = ۰/۰۱m^۲$

= حجم محصور بین سطوح فوقانی تا سطح جدایش

$= CD \times$ مساحت مثلث $ABC = ۰/۰۱\times ۰/۵ = ۰/۰۰۵m^۳$

مرحله ۳) بدست آوردن تصویر سطوح فوقانی قالب بر روی سطح جدایش

تصویر سطح فوقانی قالب بر روی سطح جدایش به صورت مستطیل است

$$A' = ۰/۲\times ۰/۵ \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۱m^۲}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$

$$F_N = \rho.g.h_m.A'$$

مرحله ۵) به‌دست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب

$$H = ۳۵۰mm = ۳۵۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{H = ۰/۳۵m}$$

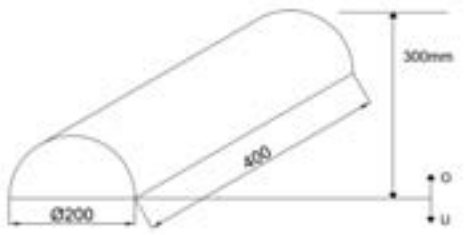
$$h_m = ۰/۳۵ - \frac{۰/۰۰۵}{۰/۱} = ۰/۳۵ - ۰/۰۵ \Rightarrow \boxed{h_m = ۰/۳m}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

$$F_N = ۸۵۰۰\times ۱۰\times ۰/۳\times ۰/۱ \Rightarrow \boxed{F_N = ۲۵۵۰N}$$

مثال ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی $۸۲۰۰\ kg/m^۳$ $(\pi = ۳$ و $g = ۱۰\ m/s^۲)$

تمرین ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی $۸۳۰۰\ kg/m^۳$ $(\pi = ۳$ و $g = ۱۰\ m/s^۲)$



شکل ۳۴-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$H = ۳۰۰\ mm$ $R = ۱۰۰\ mm$ $\rho = ۸۲۰۰\ {kg}/{m^۳}$ $\pi = ۳$ $g=۱۰$	$F_N = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش قالب.

نکته : حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش به صورت نیم استوانه می‌باشد.

$$R = ۱۰۰mm = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow \boxed{R = ۰/۱m}$$

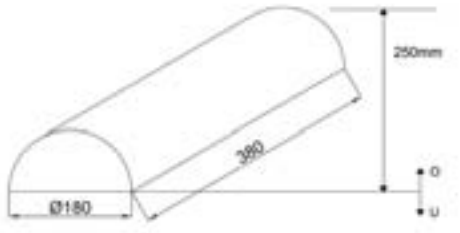
$$\text{طول قطعه} = ۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) = ۰/۴m$$

$$\text{سطح نیم‌دایره} = \frac{\pi R^۲}{۲} = \frac{۳ \times (۰/۱)^۲}{۲} = ۰/۰۱۵m^۲$$

V = حجم محصور = سطح نیم دایره × طول قطعه

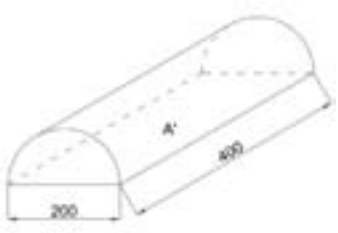
$$V = ۰/۰۱۵ \times ۰/۴ \Rightarrow \boxed{V = ۰/۰۰۶m^۳}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن مساحت تصویر سطح فوقانی قطعه که به شکل مستطیل است.



شکل ۳۵-۵

حل (توسط هنرجو):



شکل ۱-۳۴-۵

طول مستطیل $400mm = 400 \times \frac{1}{1000} m = 0/4m$

عرض مستطیل $= 200mm = 200 \times \frac{1}{1000} m = 0/2m$

$A' = 0/4 \times 0/2m \Rightarrow \boxed{A' = 0/08m^2}$

مرحله ۴) به‌دست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب

شکل ۲-۳۴-۵

$H = 300mm = 300 \times \left(\frac{1}{1000} m\right) \Rightarrow \boxed{H = 0/3m}$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = 0/3 - \frac{0/006}{0/08}$$

$$h_m = 0/3 - 0/075 \Rightarrow \boxed{h_m = 0/225m}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

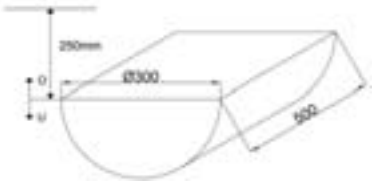
$$F_N = \rho g h_m A'$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق و محاسبه ریاضی

$F_N = 8200 \times 10 \times 0/225 \times 0/08 \Rightarrow \boxed{F_N = 1476N}$

مثال ۱۵-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی $7200 \frac{kg}{m^3}$ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\pi = 3$)

تمرین ۱۵-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی $7400 \frac{kg}{m^3}$ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\pi = 3$)



شکل ۳۶-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$H = ۲۵۰\ mm$ $R = ۱۵۰\ mm$ $\rho = ۷۲۰۰\ {kg}/{m^۳}$ $g = ۱۰\ {m}/{s^۲}$ $\pi \approx ۳$	$F_s = ?$

مرحله ۲) محاسبه مساحت تصویر کف قالب.

کف قالب به شکل مستطیل است به طول ۵۰۰mm در عرض ۳۰۰mm

$$\text{طول} = ۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) = ۰/۳m$$

$$\text{عرض} = ۵۰۰mm = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) = ۰/۵m$$

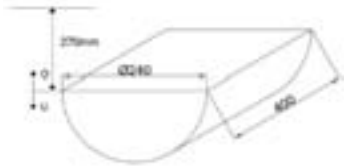
$$A' = ۰/۳ \times ۰/۵ \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۱۵m^۲}$$

مرحله ۳) محاسبه حجم محصور بین کف قالب و سطح جدایش

نکته : این قطعه به شکل نیم استوانه است بنابراین حجم آن برابر است با مساحت قاعده (نیم دایره) در ارتفاع

$$R = ۱۵۰mm = ۱۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) \Rightarrow R = ۰/۱۵m$$

$$\text{طول قطعه} = ۵۰۰mm = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) = ۰/۵m$$



شکل ۳۷-۵

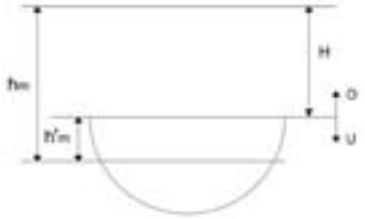
حل (توسط هنرجو):

سطح دایره $= \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3 \times (0/15)^2}{2} = 0/03375 m^2$

V = سطح دایره × طول قطعه = ۰/۰۳۳۷۵ × ۰/۵

$\boxed{V = 0/016875 m^3}$

مرحله ۴) محاسبه ارتفاع متوسط قطعه تا سطح آزاد مذاب



شکل ۱-۳۶-۵

$H = 250 mm = 250 \times \left(\frac{1}{1000} m\right) \Rightarrow \boxed{H = 0/25 m}$

$h_m = H + \frac{V}{A'} = 0/25 + \frac{0/016875}{0/15}$

$h_m = 0/25 + 0/1125 \Rightarrow \boxed{h_m = 0/3625 m}$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح کف قالب

$$F_s = \rho g h A'$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و محاسبه ریاضی

$F_s = 7200 \times 10 \times 0/3625 \times 0/15 \Rightarrow \boxed{F_s = 3915 N}$

۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)

مطابق اصل ارشمیدس هنگامی که یک جسم داخل سیال قرار می‌گیرد به اندازه وزن سیال هم حجم جسم از وزن جسم کاسته می‌شود. وزن سیال هم حجم جسم را نیروی ارشمیدس می‌نامند. این اصل از قانون پاسکال نتیجه می‌شود زیرا اگر جسمی استوانه‌ای شکل به طور قائم در داخل سیال به حالت تعادل قرار گرفته باشد مطابق شکل ۳۷-۵ خواهیم داشت :

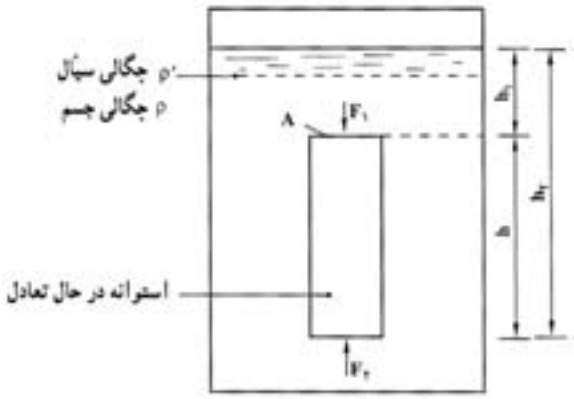
$$F_A = F_2 - F_1$$

که در آن :

F_A : نیروی ارشمیدس

$F_۲$: برابر نیرویی است که از طرف سیال به ارتفاع $h_۱$ به جسم داده می‌شود.

$F_۱$: برابر با نیرویی است که از طرف سیال با ارتفاع $h_۲$ به جسم وارد می‌شود.



شکل ۳۷-۵- اندازه نیروی ارشمیدس

بنابراین خواهیم داشت : $\left.\begin{array}{l} F_A = \rho'.g.h_۲.A - \rho'.g.h_۱.A = \rho' gA(h_۲ - h_۱) \\ h = h_۲ - h_۱ \end{array}\right\} \Rightarrow F_A = \rho' g \times A$

از طرفی Ah برابر است با حجم استوانه = V

$\rho' g$ برابر است با وزن مخصوص مذاب = d'

در نتیجه خواهیم داشت، F_A یا نیروی ارشمیدس :

وزن سیال هم حجم استوانه $F_A = d' \times V = W_f$ نیروی ارشمیدس

نیروی ارشمیدس همواره در امتداد عمودی و جهت آن به طرف بالاست. در این صورت اگر جسمی به جرم w در داخل یک سیال غوطه‌ور شود و نیروی ارشمیدس F_A باشد، لذا نیروی وارد بر جسم تفاضل این دو نیرو خواهد بود که به آن وزن ظاهری در داخل سیال گویند و با w' نشان می‌دهند.

$$w' = w - F_A$$

درصورتی‌که حجم جسم غوطه‌ور شده V و چگالی آن ρ و چگالی سیال ρ' فرض شود، خواهیم داشت :

وزن حقیقی جسم $w = \rho.g.V$

نیروی ارشمیدس $F_A = \rho'.g.V$

وزن ظاهری $w' = w - F_A = \rho.g.V - \rho'.g.V = \rho.g.V\left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right)$

$$\Rightarrow w' = \rho g V\left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right) \Rightarrow \boxed{w' = w\left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right)}$$

که در آن :

w : وزن حقیقی جسم برابر ρgV

w' : وزن ظاهری جسم

ρ : چگالی جسم

ρ' : چگالی سیال (مذاب)

۱-۵-۵- حالت‌های مختلف وزن ظاهری

برحسب اینکه چگالی جسم نسبت به چگالی سیال بزرگ‌تر، مساوی و یا کوچک‌تر باشد می‌توان سه حالت را تشخیص داد

الف) اگر $\rho > \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال فرو رفته و با حرکت شتابدار به ته ظرف می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه کمتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به سمت پایین است.

ب) اگر $\rho < \rho'$باشد، جسم در داخل سیال صعود می‌کند و به سطح سیال می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه بیشتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به طرف بالاست.

ج) اگر $\rho = \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال بدون حرکت باقی می‌ماند. در این حالت نیروی ارشمیدس برابر نیروی وزن قطعه خواهد بود و به جسم نیرویی وارد نمی‌شود.

مثال ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع ۱۰cm از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست :

الف – وزن حقیقی قطعه

ب – نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج – وزن ظاهری قطعه در داخل آب

(چگالی فولاد $۷۸۰۰ \frac{kg}{m^3}$ و چگالی آب $(۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3})$

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
قطعه w =?	ضلع =۱۰cm
$F_A = ?$	فولاد $\rho = ۷۸۰۰ \frac{kg}{m^3}$
$w' = ?$	آب $\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3}$

تمرین ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع ۱۵ cm از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست:

الف – وزن حقیقی قطعه

ب – نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج – وزن ظاهری قطعه در داخل آب

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) محاسبه وزن حقیقی قطعه

$$\text{ضلع} = ۱۰\text{cm} = ۱۰ \times \frac{۱}{۱۰۰}\text{m} = ۰/۱\text{m}$$

ابتدا حجم قطعه را حساب می‌کنیم

$$\text{مکعب } V = (\text{ ضلع })^۳ = (۰/۱)^۳ \Rightarrow \boxed{V = ۰/۰۰۱\text{m}^۳}$$

مرحله ۳) نوشتن روابط مربوط به حل مسأله

$w = \rho.g.v$ وزن حقیقی

$F_A = \rho'.g.v$ نیروی ارشمیدس

$w' = w - F_A$ وزن ظاهری

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن حقیقی و محاسبه ریاضی

$$w = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱ \Rightarrow \boxed{w = ۷۸\text{N}}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه نیروی ارشمیدس و محاسبه ریاضی

$$F_A = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱ \Rightarrow \boxed{F_A = ۱۰\text{N}}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن ظاهری و محاسبه ریاضی

$$w' = ۷۸ - ۱۰ \Rightarrow \boxed{w' = ۶۸}$$

راه دیگر :

$$w' = w\left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right) = ۷۸\left(۱ - \frac{۱۰۰۰}{۷۸۰۰}\right)$$

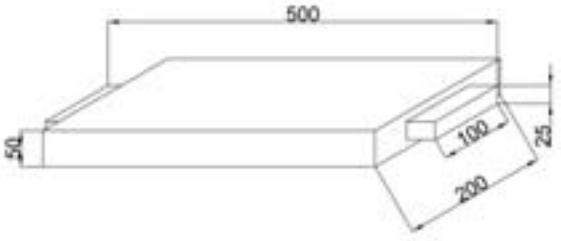
$$w' = ۷۸(۱ - ۰/۱۲۸) \Rightarrow \boxed{w' = ۶۸\text{N}}$$

۶-۵- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه :

زمانی که قالب پر می‌شود تمام قسمت‌های مختلف قالب شامل جداره‌ها و سطوح قالب در اثر فشار مذاب تحت نیرو قرار می‌گیرند، این نیرو می‌تواند سبب تغییرات و جابجایی قسمت‌های ضعیف قالب و حتی ماهیچه‌ها گردد. مطابق قانون پاسکال و اصل ارشمیدس در اثر فشار مناسب وزن ماهیچه‌ها از وزن واقعی آنها کمتر می‌شود، از

طرف دیگر چگالی ماهیچه‌ها اغلب کمتر از چگالی مذاب می‌باشد که این خود سبب بلند شدن ماهیچه می‌شود. نیروی وارد شده بر ماهیچه توسط سطوح قالب در تماس با تکیه گاه ماهیچه‌ها خنثی می‌شود، در غیراینصورت ماهیچه حرکت کرده و باعث تولید قطعه معیوب می‌شود، نیروهای وارد به تکیه گاه‌ها معمولاً به قالب‌های فوقانی منتقل می‌شود که اگر این نیروها بیشتر از وزن قالب رویی باشد باعث تکان خوردن درجه روئی و در نتیجه معیوب شدن قطعه ریختگی می‌شود. (چنانچه ماهیچه‌ها استحکام کافی نداشته باشند شکسته می‌شوند به همین علت از آرماتور و لوله مشبک در داخل ماهیچه استفاده می‌گردد)

مثال ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $۲۴۰۰ \, kg/m^3$ و $۷۸۰۰ \, kg/m^3$ باشد. مطلوبست : وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی، $(g = ۱۰ \, m/s^2)$



شکل ۳۹-۵

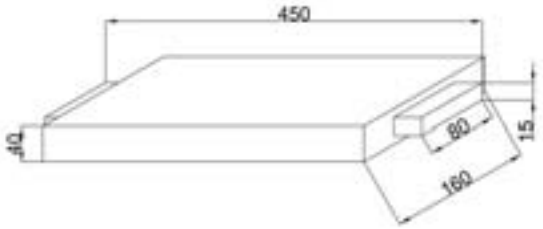
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$w = ?$ $F_A = ?$ $w'_k = ?$	$\rho_k = ۲۴۰۰ \, kg/m^3$ $\rho' = ۷۸۰۰ \, kg/m^3$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم کل ماهیچه

تمرین ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $۲۱۰۰ \, kg/m^3$ و $۷۶۰۰ \, kg/m^3$ باشد. وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی را حساب کنید $(g = ۱۰ \, m/s^2)$



شکل ۴۰-۵

حل (توسط هنرجو):

ماهیچه به همراه تکیه گاه به شکل مکعب مستطیل با ابعاد ۵۰۰ × ۱۰۰ × ۲۵ میلی‌متر می‌باشد، بنابراین حجم آن برابر است با :

$$۲۵۰\text{mm} = ۲۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m} \right) = ۰/۰۲۵\text{m}$$

$$۱۰۰\text{mm} = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m} \right) = ۰/۱\text{m}$$

$$۵۰۰\text{mm} = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m} \right) = ۰/۵\text{m}$$

حجم کل ماهیچه $V_k = ۰/۵ \times ۰/۱ \times ۰/۰۲۵ \Rightarrow \boxed{V_k = ۰/۰۰۱۲۵\text{m}^۳}$

مرحله ۳) محاسبه حجم قسمتی از ماهیچه که در تماس با مذاب است.

با توجه به شکل داریم که ۴۰۰mm از طول ماهیچه در تماس با مذاب است. بنابراین ابعاد ماهیچه در تماس با مذاب عبارت است از :

$$۴۰۰\text{mm} = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m} \right) = ۰/۴\text{m}$$

حجم ماهیچه در تماس با مذاب $V_A = ۰/۰۲۵ \times ۰/۱ \times ۰/۴ \Rightarrow \boxed{V_A = ۰/۰۰۱\text{m}^۳}$

مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل مسأله

$$w_k = \rho.g.V_k$$

$$F_A = \rho'.g.V_A$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

مرحله ۵) محاسبه وزن حقیقی براساس رابطه آن :

$$w_k = ۲۴۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱۲۵ \Rightarrow \boxed{w_k = ۳۰\text{N}}$$

مرحله ۶) محاسبه نیروی ارشمیدس با توجه به رابطه آن :

نکته : با توجه به اینکه ۴۰۰ mm از ماهیچه در تماس با مذاب است برای محاسبه نیروی ارشمیدس باید حجم این ۴۰۰ mm از ماهیچه در رابطه قرار داده شود.

$$F_A = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱ \Rightarrow \boxed{F_A = ۷۸N}$$

مرحله ۷) محاسبه وزن ظاهری

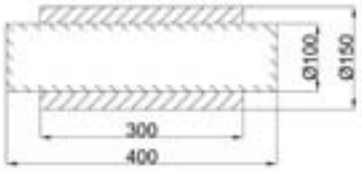
$$w'_k = ۳۰ - ۷۸ \Rightarrow \boxed{w'_k = -۴۸N}$$

مثال ۱۸-۵ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $۱۵۰۰ \, kg/m^۳$ و $۶۴۰۰ \, kg/m^۳$ باشد. مطلوبست

الف – وزن حقیقی ماهیچه (w_k)

ب- نیروی ارشمیدس (F_A)

ج - وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر تکیه گاه $(\pi = ۳ \text{ و } g = ۱۰ \, m/s^۲)$



شکل ۴۱-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

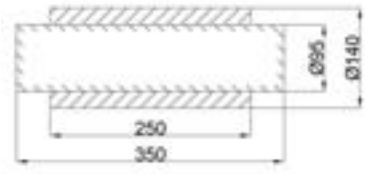
خواسته‌ها	داده‌ها
$w_k = ?$ $F_A = ?$ $w'_k = ?$? = نیروی وارد بر تکیه گاه	$\rho_k = ۱۵۰۰ \, kg/m^۳$ $\rho' = ۶۴۰۰ \, kg/m^۳$ $g = ۱۰ \, m/s^۲$ $\pi = ۳$

تمرین ۱۸-۵ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $۱۴۰۰ \, kg/m^۳$ و $۶۳۰۰ \, kg/m^۳$ باشد. مطلوبست :

الف – وزن حقیقی ماهیچه

ب – نیروی ارشمیدس

ج – وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر هر تکیه گاه ($(\pi = ۳ \text{ و } g = ۱۰ \, m/s^۲)$



شکل ۴۲-۵

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم کل ماهیچه

ماهیچه استوانه‌ای شکل است و حجم آن برابر است با حاصلضرب مساحت قاعده (دایره) در ارتفاع آن.

$$D_k = ۱۰۰mm = ۱۰۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{D_k = ۰/۱m}$$ ماهیچه

$$\text{مساحت دایره} = \frac{\pi D^۲}{۴} = \frac{۳\times(۰/۱)^۲}{۴} = ۰/۰۰۷۵m^۲$$

$$\text{طول ماهیچه} = ۴۰۰mm = ۴۰۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۴m$$

V_k = مساحت دایره × طول ماهیچه

$$V_k = ۰/۰۰۷۵\times۰/۴ \Rightarrow \boxed{V_k = ۰/۰۰۳m^۳}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن حجم قسمتی از ماهیچه که در تماس با مذاب است. طولی از ماهیچه که در تماس با مذاب است برابر است با طول قطعه یعنی ۳۰۰ mm می‌باشد.

$$۳۰۰mm = ۳۰۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۳m$$

$$V_A = \text{مساحت دایره} \times ۰/۳$$

$$V_A = ۰/۰۰۷۵\times۰/۳ \Rightarrow \boxed{V_A = ۰/۰۰۲۲۵m^۳}$$

مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز

$$w_k = \rho g V_k$$
$$F_A = \rho' g V_A$$
$$w'_k = w_k - F_A$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن حقیقی

$$w_k = ۱۵۰۰\times۱۰\times۰/۰۰۳ \Rightarrow \boxed{w_k = ۴۵N}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی ارشمیدس

$$F_A = ۶۴۰۰\times۱۰\times۰/۰۰۲۲۵ \Rightarrow \boxed{F_A = ۱۴۴N}$$

مرحله ۷) به‌دست آوردن وزن ظاهری

$$w'_k = ۴۵ - ۱۴۴ \Rightarrow \boxed{w'_k = -۹۹N}$$

علامت منفی نشان دهنده این است که نیرو به سمت بالا می‌رود.

مرحله ۸) به‌دست آوردن نیروهای وارد بر تکیه گاه با توجه به اینکه ماهیچه دارای دو تکیه گاه می‌باشد. نیروی وارد بر تکیه گاه برابر است با نصف وزن ظاهری ماهیچه.

نیروی وارد بر هر تکیه گاه $= \frac{w'}{۲} = \frac{۹۹}{۲} = ۴۹/۵N$

۷-۵- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه‌گذاری روی درجه : (F_A)

معمولاً نیروی بالابرنده درجه فوقانی F برابر است با مجموع برآیند نیروهای وارد شده به سطح فوقانی قالب (F_N) و همچنین وزن ظاهری ماهیچه (w'_k) است، که این نیرو مزاحم است و باید با وزنه‌گذاری صحیح روی قالب فوقانی اثر آن خنثی شود. در عمل باید وزن قالب فوقانی و محتوی آن (F_C) وزنه (f_w) مجموعاً ۱/۵ برابر نیروی بالابرنده قالب باشد.

$$F_w + F_C = ۱/۵(F_N + w'_k)$$

معادله فوق زمانی صادق است که وزن ظاهری ماهیچه (w'_k) هم جهت با نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب (F_N) باشد که با یکدیگر جمع شوند. یا به عبارت دیگر نیروی ارشمیدس (F_A) بزرگ‌تر از وزن حقیقی ماهیچه (w_k) باشد. در غیر اینصورت جهت وزن ظاهری به سمت پایین بوده و در بالا بردن درجه فوقانی تأثیری ندارد، در این صورت وزن ظاهری به سطوح تکیه گاه‌های ماهیچه در قالب پایین منتقل می‌شود که با نیروی عکس‌العمل این سطوح خنثی خواهد شد.

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

که در آن :

F_w : مقدار وزنه

F_N : نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

F_A : نیروی ارشمیدس

w_k : وزن حقیقی ماهیچه

F_C : وزن درجه رویی و محتوای آن

شرط برقراری این رابطه عبارت است از : $F_A - w_k \geq ۰$

مثال ۱۹-۵ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب $F_N = ۴۰۰N$ ، درصورتی‌که وزن درجه فوقانی با محتویات آن $F_C = ۲۰۰N$ باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلندشدن قالب رویی می‌شود، چقدر است. ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد.

حل :

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$f_w = ?$	$F_N = ۴۰۰N$ $F_C = ۲۰۰N$ ۱/۵ = ضریب اطمینان

مرحله ۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$f_w = ۱/۵(f_N + f_A - w_k) - f_C$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و محاسبه ریاضی

- با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه می‌باشد، w_k و (F_A) برابر صفر است.

$$f_w = ۱/۵(۴۰۰+۰-۰)-۲۰۰$$

$$f_w = ۴۰۰N$$

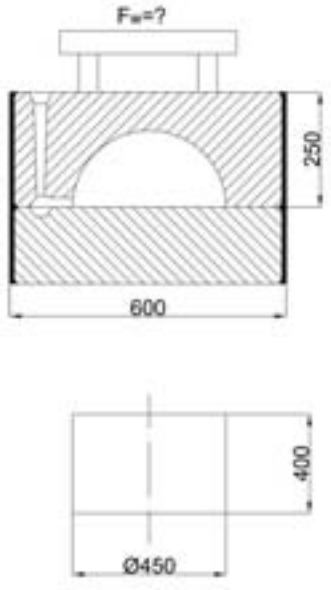
تمرین ۱۹-۵ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب N ۴۸۰ است. درصورتی‌که وزن درجه فوقانی با محتویات آن $F_C = ۲۵۰N$باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلندشدن قالب رویی می‌شود چقدر است. ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۵ با توجه به شکل زیر درصورتی‌که مذاب از جنس برنز با وزن مخصوص $۸۲۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ باشد. مطلوب است تعیین اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار داده شود و قطعه به شکل نیم استوانه‌ای و ابعاددرجه فوقانی برحسب میلی‌متر عبارت است از ۲۵۰ × ۶۰۰ × ۶۰۰ وزن درجه فوقانی ۴۰ kgf و فرض می‌شود که سیستم راهگاهی از ماسه پر است، ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد. $\rho' = ۱۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و $F_N = ?$

تمرین ۲۰-۵ مطلوبست محاسبه وزنه لازم جهت وزنه‌گذاری قالب ریخته شده از چدن در صورتیکه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب ۳kN و نیروی وارد بر تکیه‌گاههای ماهیچه ۲kN و وزنه درجه رویی ۱۰۰kg و ماسه محتوی آن ۲۰۰ کیلوگرم باشد. ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):



شکل ۴۳-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$F_N = ?$	برنز $\rho = ۸۲۰۰ \, kg/m^۳$ ابعاد درجه = $۶۰۰ \times ۶۰۰ \times ۲۵۰$
$F_C = ?$	وزن مخصوص ماسه فشرده شده $\rho' = ۱۸۰۰ \, kg/m^۳$
$F_w = ?$	وزن درجه فوقانی = ۴۰ Kgf ضریب اطمینان = ۱/۵

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه است F_A (نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه) و w_k (وزن حقیقی ماهیچه) برابر صفر است بنابراین خواهیم داشت :

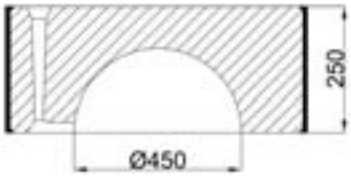
$$F_w = ۱/۵F_N - F_C$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن F_N نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

با توجه به اینکه سطح فوقانی قالب به شکل نیم استوانه است نیروی وارد بر سطح فوقانی از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$F_N = \rho.g.h_m.A' \quad \text{برنز}$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$



شکل ۱-۴۳-۵

سطح مقطع $\times$ طول = حجم نیم استوانه = V حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش

$$d = ۴۵۰mm = ۴۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰} m = ۰/۴۵m \quad \text{قطر دایره}$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = \frac{\frac{۱}{۲}\pi d^۲}{۴} = \frac{\frac{۱}{۲} \times ۳ \times (۰/۴۵)^۲}{۴}$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = ۰/۰۷۶m^۲$$

$$\text{طول قطعه} = ۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۴m$$

$$\text{حجم محصور} \quad V = ۰/۴ \times ۰/۰۷۶ = ۰/۰۳۰۴m^۳$$

=تصویر سطح فوقانی روی سطح جدایش

$$A' = \text{سطح مستطیل} = ۰/۴۵ \times ۰/۴ = ۰/۱۸m^۲$$

$$\text{طول راهگاه} = ۲۵۰mm = ۲۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۲۵m$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = ۰/۲۵ - \frac{۰/۰۳۰۴}{۰/۱۸}$$

$$h_m = ۰/۲۵ - ۰/۱۶۸ \Rightarrow \boxed{h_m = ۰/۰۸۲m}$$

$$F_N = \rho \times g \times h_m \times A'$$

$$F_N = ۸۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۸ \times ۰/۰۸۲$$

$$\boxed{F_N = ۱۲۱۰/۳N}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن حجم ماسه داخل درجه :

حجم نیم استوانه – حجم داخل درجه = حجم ماسه داخل درجه

=حجم مکعب مستطیل = حجم داخلی درجه

$= ۶۰۰\ mm \times ۶۰۰\ mm \times ۲۵۰\ mm$

$= ۰/۶\ m \times ۰/۶\ m \times ۰/۲۵\ m$

$= ۰/۰۹ m^۳$ = حجم مکعب مستطیل = حجم داخل درجه

$V = \frac{\frac{۱}{۲}\pi \times (۰/۴۵)^۲}{۴} \times ۰/۴$ حجم نیم استوانه

$V = ۰/۰۳۰۴ m^۳$ حجم نیم استوانه

$= ۰/۰۹ - ۰/۰۳۰۴ = ۰/۰۵۹۶ m^۳$ = حجم ماسه

مرحله ۴) به‌دست آوردن وزن ماسه

وزن ماسه = $\rho' \times$ حجم ماسه $\times g$

$= ۱۸۰۰ \times ۰/۰۵۹۶ \times ۱۰ = ۱۰۷۲/۸ N$ = وزن ماسه

مرحله ۵) به‌دست آوردن F_C :

F_C = وزن ماسه + وزن درجه

$= ۴۰ kgf = ۴۰ \times (۱ \times ۱۰ N) = ۴۰۰ N$ وزن درجه

$F_C = ۴۰۰ + ۱۰۷۲/۸ = ۱۴۷۲/۸ N$

مرحله ۶) به‌دست آوردن F_w :

$F_w = (۱/۵ \times F_N) - F_C$

$F_w = (۱/۵ \times ۱۲۱۰/۳) - ۱۴۷۲/۸$

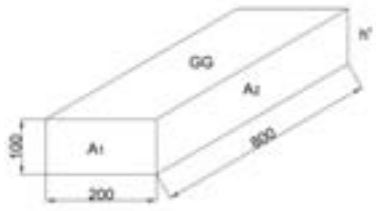
$F_w = ۳۴۲/۶۵ N$

$F_w = ۳۴۲/۶۵ \times \frac{۱}{۱۰} kgf =$

$\boxed{F_w = ۳۴/۲۶۵ kgf}$

مثال ۲۱-۵ مطلوبست محاسبه نیروهای وارد بر سطوح $A_۱$ و $A_۲$ در شکل زیر درصورتی‌که ارتفاع راهبار $H = ۳۰۰\ mm$ و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $\rho' = ۷۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ باشد. $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

تمرین ۲۱-۵ با توجه به شکل زیر نیروهای وارد بر سطوح $A_۱$ و $A_۲$ درصورتی‌که ارتفاع راهبار ۲۵۰ mm و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $۶۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ باشد را حساب کنید. $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$



شکل ۴۴-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_۲ = ?$ $A_۱ = ?$ $F_{s_۱} = ?$ $F_{s_۲} = ?$	$H = ۳۰۰\ mm$ $\rho = ۷۰۰۰\ kg/m^۳$ $g = ۱۰\ m/s^۲$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله

$$h_s = H + \frac{h'}{۲}$$

$$F_s = \rho'.g.h_s.A$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن $A_۲, A_۱$ و h' و h_s

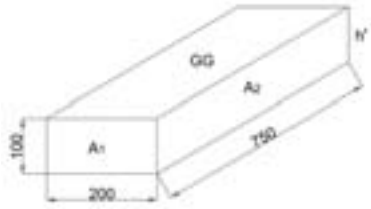
$$\begin{cases} A_۱ = ۱۰۰ \times ۲۰۰ = ۲۰۰۰۰ mm^۲ \\ ۲۰۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} m^۲ = ۰/۰۲ m^۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_۲ = ۱۰۰ \times ۸۰۰ = ۸۰۰۰۰ mm^۲ \\ ۸۰۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} m^۲ = ۰/۰۸ m^۲ \end{cases}$$

$$h' = ۱۰۰ mm$$

$$\begin{cases} h_s = ۳۰۰ + \frac{۱۰۰}{۲} = ۳۵۰ mm \\ ۳۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۰/۳۵ m \end{cases}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و محاسبه ریاضی



شکل ۴۵-۵

حل (توسط هنرجو):

$$F_{s_1} = \rho.g.h_s \times A_1$$

$$F_{s_1} = ۷۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۲$$

$$\boxed{F_{s_1} = ۴۹۰N}$$

$$F_{s_2} = \rho.g.h_s \times A_2$$

$$F_{s_2} = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۸$$

$$\boxed{F_s = ۱۹۶۰N}$$

مثال ۲۲-۵ دریک قالب نیروی بالابرنده $F_N = ۶۰۰N$ و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن $F_C = ۵۰۰N$ می‌باشد. مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_w = ?$	$F_N = ۶۰۰N$ $F_C = ۵۰۰N$ ۱/۵ = ضریب اطمینان

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

نکته : با توجه به اینکه ماهیچه در قالب وجود ندارد F_A و w_k صفر خواهد بود.

$$F_w = ۱/۵(۶۰۰ + ۰ - ۰) - ۵۰۰$$

$$\boxed{F_w = ۴۰۰N}$$

تمرین ۲۲-۵ در یک قالب نیروی بالابرنده ۵۰۰ N و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن ۴۱۵۰ N می‌باشد مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

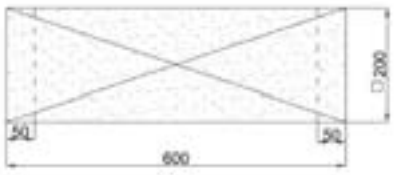
مثال ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی $\rho_k = ۱۲۰۰ \frac{kg}{m^3}$، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی $\rho' = ۷۰۰۰ \frac{kg}{m^3}$ باشد مطلوبست : $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

تمرین ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی $۱۳۰۰ \frac{kg}{m^3}$ ، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی $۶۹۰۰ \frac{kg}{m^3}$ باشد، مطلوبست : $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب N

ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب N

ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب N



شکل ۴۶-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$w_k = ?$	ماهیچه $\rho_k = ۱۲۰۰ \, kg/m^۳$
$F_A = ?$	مذاب $\rho' = ۷۰۰۰ \, kg/m^۳$
$w'_k = ?$	$g = ۱۰ \, m/s^۲$

مرحله ۲) محاسبه حجم ماهیچه

طول و عرض و قاعده ماهیچه $= ۲۰۰mm = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) = ۰/۲m$

ارتفاع ماهیچه و تکیه گاه $= ۶۰۰mm = ۶۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) = ۰/۶m$

حجم ماهیچه با تکیه گاه $V_k = ۰/۲ \times ۰/۲ \times ۰/۶ = ۰/۰۲۴m^۳$

ارتفاع ماهیچه بدون تکیه گاه $= ۶۰۰ - ۵۰ - ۵۰ = ۵۰۰mm$

$$= ۵۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۵m$$

الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب نیوتن

ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب نیوتن

ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب نیوتن

شکل ۴۷-۵

حل (توسط هنرجو):

$V' = ۰/۲ \times ۰/۲ \times ۰/۵ = ۰/۰۲ m^۳$ حجم ماهیچه بدون تکیه گاه

مرحله ۳) نوشتن رابطه و محاسبه ریاضی

$$w_k = \rho_k g V_k$$

$$F_A = \rho' g V_k'$$

$$w_k' = w_k - F_A$$

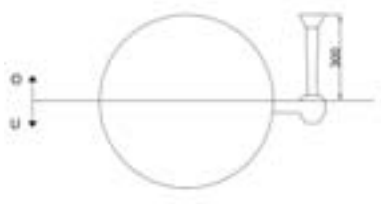
$$w_k = ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۲۴ \Rightarrow \boxed{w_k = ۲۸۸ N}$$

$$F_A = ۷۰۰۰ \times ۰/۰۲ \times ۱۰ \Rightarrow \boxed{F_A = ۱۴۰۰ N}$$

$$w_k' = ۲۸۸ - ۱۴۰۰ \Rightarrow \boxed{w_k' = -۱۱۱۲ N}$$

با توجه به اینکه نیروی وارد بر ماهیچه از طرف مذاب بیشتر از وزن حقیقی ماهیچه می‌باشد، وزن ظاهری ماهیچه منفی است که نشان دهنده این است که مذاب تمایل دارد ماهیچه را از محل خود در قالب به سمت بالا حرکت دهد.

مثال ۵-۲۴ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه کروی شکل به قطر ۴۰۰ mm را نشان می‌دهد، چنانچه مذاب نوعی فولاد ریختگی به چگالی $\rho = ۷۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ باشد، نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. $(\pi = ۳ \text{ و } g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$



شکل ۴۸-۵

حل:

تمرین ۵-۲۴ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه به شکل نیمکره به قطر ۲۰۰ mm را نشان می‌دهد. چنانچه مذاب نوعی برنج به چگالی $۸۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ باشد. نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. $(\pi = ۳ \text{ و } g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

شکل ۴۹-۵

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = ۴۰۰\ mm$ $H = ۳۰۰\ mm$ $\rho = ۷۰۰۰\ kg/m^۳$ $g = ۱۰\ m/s^۲$ $\pi = ۳$	$F_N = ?$ $F'_N = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها و حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش.

با توجه به اینکه شکل قطعه کروی است حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها با حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش درجه برابر حجم نیمکره است.

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳$$

$$r = \frac{۴۰۰}{۲} = ۲۰۰mm$$

$$r = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow r = ۰/۲m$$

$$\text{کره } V_s = \frac{۴}{۳}\pi \times (۰/۲)^۳ \Rightarrow V_s = ۰/۰۳۲m^۳$$

= حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش

حجم محصور بین سطح جدایش و سطح تحتانی قالب

چون هر کدام نصف کره می‌باشند.

$$V = \frac{V_s}{۲} = \frac{۰/۰۳۲}{۲} \Rightarrow V = ۰/۰۱۶m^۳$$

مرحله ۳) محاسبه مساحت سطح مستوی موازی با سطح آزاد مذاب

نکته : این سطح به شکل دایره با شعاع کره است.

$$A' = \pi r^۲ \Rightarrow A' = ۳ \times (۰/۲)^۲ \Rightarrow A' = ۰/۱۲m^۲$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوطه

سطح فوقانی $h_m = H - \frac{V}{A'}$

سطح تحتانی $h_m = H + \frac{V}{A'}$

نیروی وارد بر سطح فوقانی و تحتانی

$$F_N = \rho g . h_m . A'$$

مرحله ۵) محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$

$$H = ۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m \right) = ۰/۳m$$

$$h_m = ۰/۳ - \frac{۰/۰۱۶}{۰/۱۲} \Rightarrow h_m = ۰/۱۶۷m$$

$$F_N = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۶۷ \times ۰/۱۲ \Rightarrow$$

$$\boxed{F_N = ۱۴۰۲/۸N}$$

مرحله ۶) محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب

$$h_m = H + \frac{V}{A'}$$

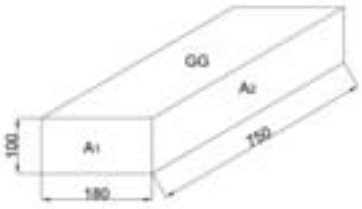
$$h_m = ۰/۳ + \frac{۰/۰۱۶}{۰/۱۲} \Rightarrow h_m = ۰/۴۳$$

$$F'_N = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴۳ \times ۰/۱۲$$

$$\boxed{F'_N = ۳۶۱۲N}$$

مثال ۲۵-۵ مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطوح A_1 و A_2 و کف قالب شکل زیر درصورتی‌که ارتفاع راهگاه ۳۰۰ mm و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $۶۵۰۰ \, kg/m^3$ باشد $(g = ۱۰ \, m/s^2)$

تمرین ۲۵-۵ مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطح A_1 و A_2 و کف قالب شکل زیر درصورتی‌که ارتفاع راهگاه ۲۵۰mm و مذاب از فولاد با چگالی $۷۲۰۰ \, kg/m^3$ باشد. $(g = ۱۰ \, m/s^2)$



شکل ۵۰-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$A = ?$ سطح کف قالب	$H =$ ۳۰۰ mm
$A_۱ = ?$ $A_۲ = ?$	ارتفاع قطعه $h' =$ ۱۰۰cm
$f_۱ = ?$	$\rho =$ ۶۵۰۰ $kg/m^۳$
$f_۲ = ?$	$g =$ ۱۰ $m/s^۲$
$f = ?$	

مرحله ۲) به‌دست آوردن مساحت سطح $A_۱$ و $A_۲$ و A_N

$$A_۱ = ۱۸۰ \times ۱۰۰ = ۱۸۰۰۰ mm^۲$$

$$A_۱ = ۱۸۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۱ = ۰/۰۱۸ m^۲}$$

$$A_۲ = ۷۵۰ \times ۱۰۰ = ۷۵۰۰۰ mm$$

$$A_۲ = ۷۵۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۲ = ۰/۰۷۵ m^۲}$$

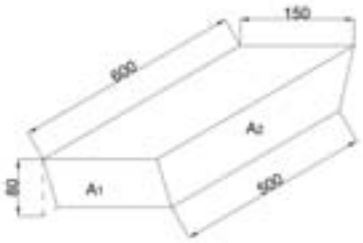
$$A = ۷۵۰ \times ۱۸۰ = ۱۳۵۰۰۰ mm^۲$$

$$A = ۱۳۵۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{A = ۰/۱۳۵ m^۲}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوطه :

: نیروی وارد بر جداره جانبی قالب

$F_s = \rho.g.h_s.A'$ برای دیواره



شکل ۵۱-۵

حل (توسط هنرجو):

$h_s = H + \frac{h'}{۲}$ برای اندازه‌های $A_۱$ و $A_۲$

: نیروی وارد بر کف قالب

$$F = \rho g h A$$

$$h = H + h'$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه به‌دست آمده نیروهای وارد بر سطوح $A_۱$ و $A_۲$

$$h_{s_۱} = ۳۰۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{h_{s_۱} = ۳۵۰mm}$$

$$h_{s_۱} = ۳۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow h_{s_۱} = ۰/۳۵m$$

$$h_{s_۲} = ۳۰۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow h_{s_۲} = ۳۵۰mm$$

$$h_{s_۲} = ۳۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow h_{s_۲} = ۰/۳۵m$$

$$F_{s_۱} = ۶۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۱۸ \Rightarrow \boxed{F_{s_۱} = ۴۰۹/۰۵N}$$

$$F_s = ۶۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۷۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۱۷۰۶/۲۵N}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در روابط نیروی وارد برکف قالب و محاسبه ریاضی

$$h = ۳۰۰ + ۱۰۰ = ۴۰۰mm$$

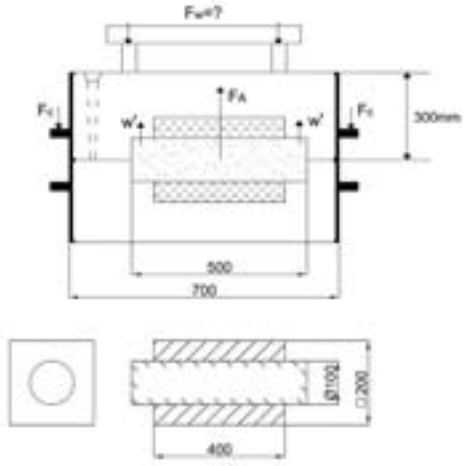
$$h = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow h = ۰/۴m$$

$$F_N = ۶۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴ \times ۰/۱۳۵ \Rightarrow \boxed{F_N = ۳۵۱۰N}$$

مثال ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن $۷۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ باشد، اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. درصورتی‌که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی ۳۰۰ × ۴۰۰ × ۷۰۰ میلی‌متر و وزن ۵۰kgf باشد.

تمرین ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن $۷۶۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ باشد،اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. درصورتی‌که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی ۲۰۰ × ۵۰۰ × ۶۰۰ میلی‌متر و وزن ۴۰kgf باشد

(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی $۲۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و چگالی ماسه ماهیچه $۱۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری ۱/۵ و $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و $\pi = ۳$، فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌باشد)



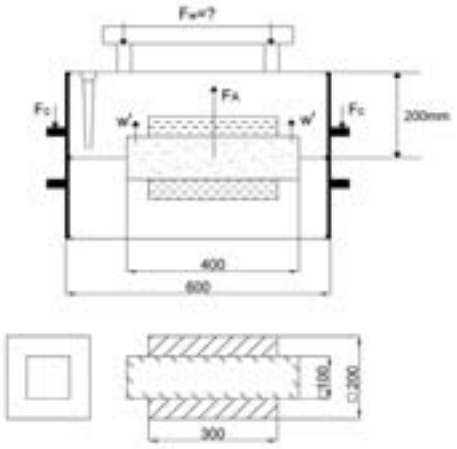
شکل ۵-۵۲

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$F_N = ?$ نیروی وارد بر سطح فوقانی	$\rho = ۷۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ چدن
$F_A = ?$ نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه	وزن درجه فوقانی = ۵۰Kgf
$w_k = ?$ وزن حقیقی ماهیچه	$\rho_۱ = ۲۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ ماسه فشرده و مرطوب
$F_C = ?$ وزن درجه و محتوای آن	$\rho_۲ = ۱۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ ماسه ماهیچه
$F_w = ?$ اندازه وزنه	۱/۵ = ضریب اطمینان
	$g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$
	$\pi = ۳$

(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی $۱۴۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و چگالی ماسه ماهیچه $۱۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری ۱/۵، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و $\pi = ۳$ فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌شود.



شکل ۵-۵۳

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

مرحله ۳) محاسبه F_N نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب.

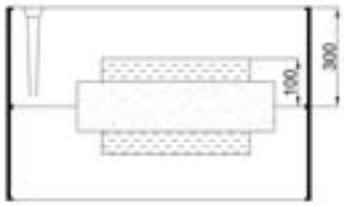
با توجه به اینکه قطعه مکعب مستطیل است، سطح فوقانی قالب به شکل مستطیل به ابعاد ۴۰۰×۲۰۰ میلی‌متر است.

بنابراین رابطه F_N برای سطوح مستوی خواهیم داشت :

$$F_N = \rho g h A$$

$$A = \text{طول} \times \text{عرض} = ۲۰۰ \times ۴۰۰ = ۸۰۰۰۰۰ mm^۲$$

$$A = ۸۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} m^۳ \right) \Rightarrow \boxed{A = ۰/۰۸ m^۲}$$



شکل ۱-۵۲-۵

$h = ۳۰۰ - ۱۰۰$ فاصله سطح فوقانی از سطح آزاد مذاب

$$h = ۲۰۰ mm$$

$$h = ۲۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m$$

$$h = ۰/۲ m$$

چدن $\rho = ۷۸۰۰ \, kg/m^۳$

$$g = ۱۰ \, m/s^۲$$

$$F_N = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲ \times ۰/۰۸ \Rightarrow F_N = ۱۲۴۸ N$$

مرحله ۳) محاسبه F_A نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه که به سمت بالا است.

$F_A = \rho g.V'_۲$ نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه

$\rho = ۷۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ چدن

$V_۲ =$ حجم قسمتی از ماهیچه که در مذاب غوطه‌ور است.

سطح مقطع ماهیچه $\times$ طول قطعه

$$\text{طول قطعه} = ۴۰۰m = ۴۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۰/۴m$$

$$\text{قطر ماهیچه} = ۱۰۰mm = ۱۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۰/۱m$$

$$V'_۲ = ۰/۴ \times \frac{\pi \times (۰/۱)^۲}{۴} = \frac{۰/۴ \times ۳ \times (۰/۱)^۲}{۴}$$

$$\boxed{V'_۲ = ۰/۰۰۳m^۳}$$

$$F_A = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۳ \Rightarrow \boxed{F_A = ۲۳۴۰N}$$

مرحله ۴) محاسبه w_k وزن حقیقی ماهیچه

$$w_k = \rho_۲ g V_۲$$

$\rho_۲ = ۱۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}, g = ۱۰, \pi = ۳$

سطح مقطع ماهیچه $\times$ طول ماهیچه $= V_۲$ حجم کل ماهیچه

$$\text{طول ماهیچه} = ۵۰۰ = ۵۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۰/۵m$$

$$\text{قطر ماهیچه} = ۰/۱m$$

$$V_۲ = ۰/۵ \times \frac{\pi \times (۰/۱)^۲}{۴} = \frac{۰/۵ \times ۳ \times ۰/۰۱}{۴}$$

$$V_۲ = ۳/۷۵ \times ۱۰^{-۳}$$

$$w_k = ۱۵۰۰ \times ۱۰ \times ۳/۷۵ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \boxed{w_k = ۵۶/۲۵N}$$

مرحله ۵) محاسبه F_C : وزن لنگه درجه فوقانی محتوی ماسه لنگه درجه فوقانی از خود درجه و ماسه محتوی آن تشکیل شده است. بنابراین باید وزن ماسه مرطوب فشرده شده را به‌دست آورد. با توجه به اینکه

چگالی ماسه فشرده داده شده است با استفاده از حجم ماسه فشرده مرطوب می‌توان جرم وزن ماسه را نیز به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن حجم ماسه باید حجم واقعی درجه را از نصف حجم مذاب و ماهیچه کم کرد. بنابراین ابتدا حجم واقعی درجه محاسبه می‌شود و ابعاد درجه عبارتند از ۳۰۰mm × ۴۰۰ × ۷۰۰

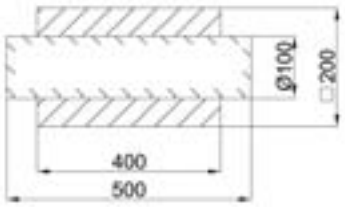
$$۷۰۰mm = ۷۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۷m$$

$$۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۴m$$

$$۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۳m$$

حجم داخلی درجه $= ۰/۷ \times ۰/۴ \times ۰/۳ = ۰/۰۸۴m^۳$

سپس حجم کل قطعه و ماهیچه را به‌دست می‌آوریم.



شکل ۲-۵۲-۵

مطابق شکل قطعه مکعب مستطیل است که حجم آن از مساحت قاعده × ارتفاع به‌دست می‌آید که دو ریشه ماهیچه استوانه‌ای شکل در دو طرف آن وجود دارد که حجم آنها نیز به‌دست می‌آید.

حجم قطعه مکعب مستطیل $= ۴۰۰mm \times ۲۰۰m \times ۲۰۰mm$

$$= ۰/۴m \times ۰/۲m \times ۰/۲m = ۰/۰۱۶m^۳$$

برای به‌دست آوردن حجم دو ریشه ماهیچه کافی است

سطح ماهیچه را حساب کنیم و در طول دو ریشه ماهیچه ضرب کنیم. طول دو ریشه ماهیچه برابر است با طول ماهیچه منهای طول قطعه.

$$\text{قطر ماهیچه} = ۱۰۰\text{mm} = ۱۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m} = ۰/۱\text{m}$$

$$\text{حجم دو ریشه ماهیچه} = \frac{\frac{۱}{۲}\pi \times (۰/۱)^۲}{۴} \times (۰/۵ - ۰/۴)$$

$$\text{حجم دو ریشه ماهیچه} = \frac{\frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۰/۰۱}{۴} \times ۰/۱ = \boxed{۳/۷۵ \times ۱۰^{-۴}\text{m}}$$

بنابراین حجم کل قطعه با ماهیچه برابر است با :

$$۰/۰۱۶ + ۳/۷۵ \times ۱۰^{-۴} = ۱/۶۳۷۵ \times ۱۰^{-۳}\text{m}^۳$$

حال برای به‌دست آوردن حجم ماسه تر کافی است که حجم داخلی درجه را از نصف حجم کل قطعه با ماهیچه کم نمود.

$$\text{حجم ماسه } V_۱ = ۰/۰۸۴ - \frac{۱}{۲}(۱/۶۳۷۵ \times ۱۰^{-۴})$$

$$V_۱ = ۰/۰۸۳۹\text{m}^۳$$

حال برای به‌دست آوردن حجم ماسه کافی است که در چگالی ماسه تر و شتاب و جاذبه ضرب شود.

$$\text{وزن ماسه} = \rho_۱ \times V_۱ \times g$$

$$\text{وزن ماسه} = ۲۰۰۰ \times ۰/۰۸۳۹ \times ۱۰ = ۱۶۷۸\text{N}$$

برای به‌دست آوردن F_C باید وزن درجه با وزن ماسه را جمع کرد.

وزن درجه

$$= ۵۰\text{kgf} = ۵۰ \times (۱\text{kgf}) = ۵۰ \times (۱ \times ۱۰\text{N}) = ۵۰۰\text{N}$$

F_C = وزن ماسه + وزن درجه = ۱۶۷۸ + ۵۰۰

$$\boxed{F_C = ۲۱۷۸\text{N}}$$

مرحله ۶) محاسبه F_w مقدار وزنه

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

$$F_w = ۱/۵(۱۴۲۸ + ۲۴۳۰ - ۵۶/۲۵) - ۲۱۷۸$$

$$F_w = ۳۵۲۴/۶۲۵N$$

$$F_w = ۳۵۲۴/۶۲۵ \times (۱ \times N) = ۳۵۲۴/۶۲۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰}kgf\right)$$

$$\boxed{F_w = ۳۵۲/۴۶۲۵kgf}$$