

- ۲- کسب مهارت‌های لازم در رسم پرتوهای نور و نحوه‌ی بازتابش آن‌ها از آینه
- ۳- سازماندهی اطلاعات در مورد بازتابش پرتوهای نور از آینه‌های تخت و کروی

راهنمای تدریس

در صورتی که امکان آزمایش هر یک از شکل‌های این فعالیت فراهم باشد، پاسخ به این سؤالات برای دانش‌آموزان قابل فهم‌تر خواهد شد. در این فعالیت، بهتر است ابتدا پرتوهای همگرا، واگرا و موازی را به دانش‌آموزان معرفی کنیم، می‌توانیم این کار را با کمک چند لیزر قلمی یا چراغ پرتوافکن و یا به روش دیگر انجام دهیم.

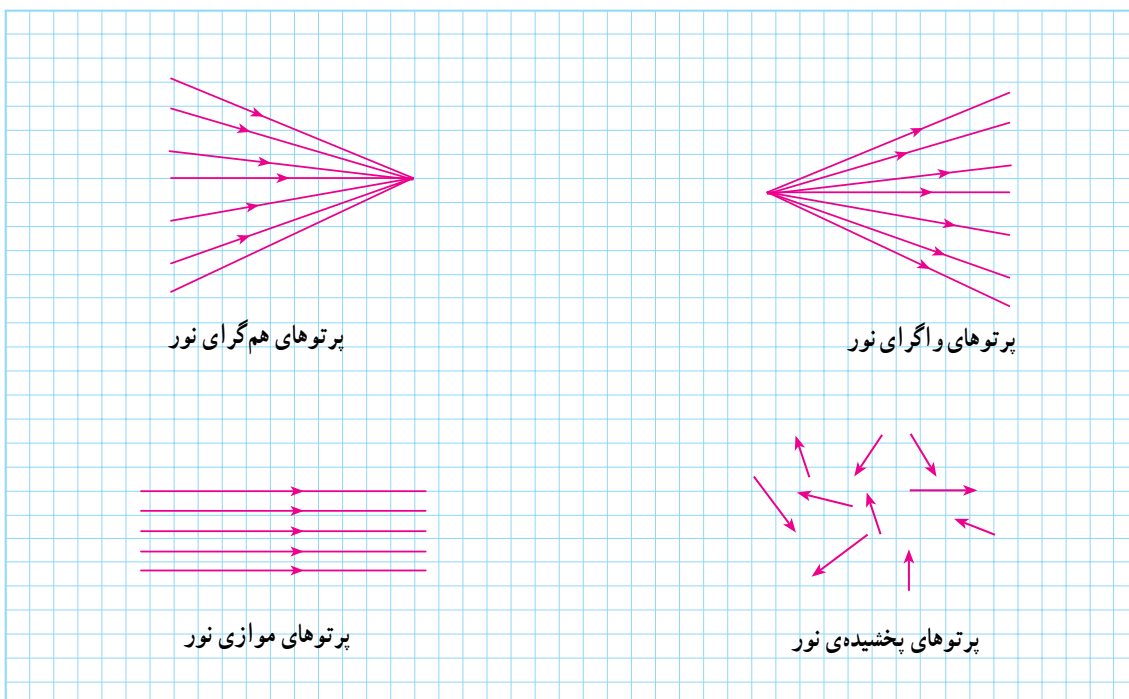
پرتوهای واگرا معمولاً از چشمه‌های نقطه‌ای نور تولید می‌شوند. پرتوهای همگرا و پرتوهای موازی نور را می‌توان به کمک یک چشمه‌ی نور و آینه‌ی مقعر و یا عدسی همگرا و یا ترکیبی از آن‌ها تولید کرد. همچنین پرتوهای موازی نور را می‌توان به کمک لیزر نیز تولید نمود. اما اغلب پرتوهای نور در طبیعت پرتوهای پخشیده‌ی نور هستند (شکل ۵۸).



فعالیت ۹:

هدف:

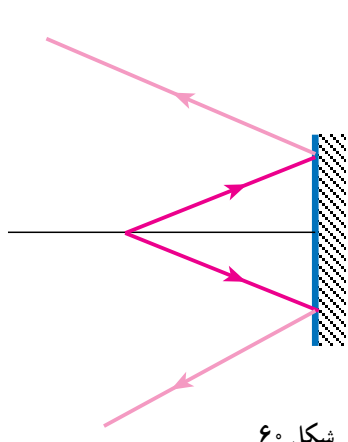
- ۱- آشنایی دانش‌آموزان با دسته‌ی پرتوهای همگرا و واگرا



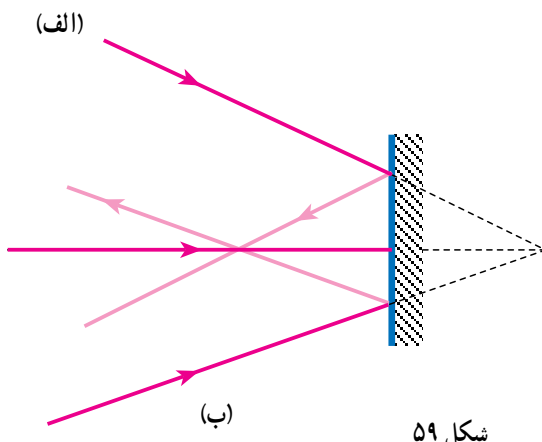
شکل ۵۸

همواره پرتوهای همگرا تولید می‌کند؛ در حالی که یکی از شکل‌ها نشان می‌دهد که آینه‌ی کاو هم می‌تواند پرتوهای واگرا تولید کند. از این خاصیت‌ها در برخی از ابزارهای نوری استفاده شده است. پاسخ قابل انتظار:

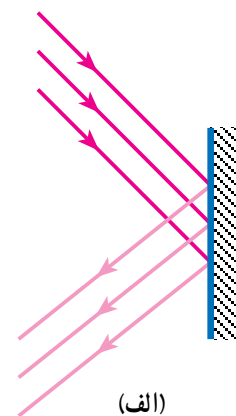
اغلب دانش‌آموزان تصور می‌کنند که آینه‌ی تخت یا کوژ نمی‌تواند تصویر حقیقی تولید کند. در این تمرین، حالت‌های خاصی معرفی شده است که می‌توان با این دو نوع آینه، تصویر حقیقی تولید کرد. همچنین این‌گونه تصور می‌شود که آینه‌ی مقعر



شکل ۶۰



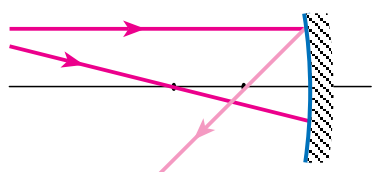
شکل ۵۹



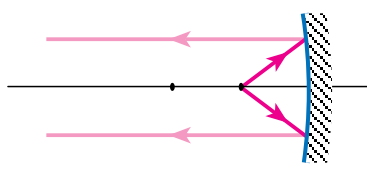
(الف)

همگرا را به صورت همگرا باز می‌تاباند؛ یعنی در این حالت، تصویر حقیقی تولید می‌کند. در برخی از تلسکوپ‌های بازتابی از این خاصیت استفاده شده است.

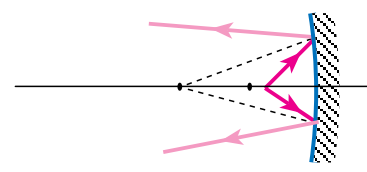
در هر یک از شکل‌های بالا، کافی است خط عمود و پرتوهای بازتابش را چنان رسم کنیم که زاویه‌ی تابش و بازتابش باهم برابر باشند. چنان که دیده می‌شود، آینه‌ی تخت، پرتوهای



شکل ۶۲



(ب)

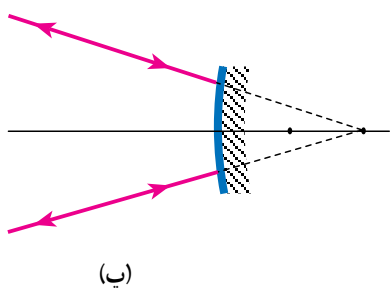


شکل ۶۱

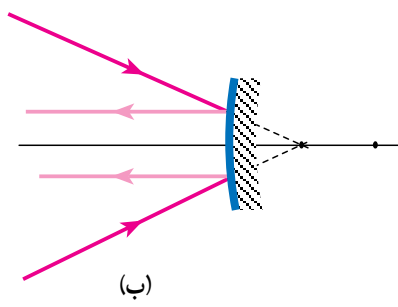
(الف)

در صورتی که چشمه‌ی پرتوهای واگرا بین کانون و آینه باشد، پرتوهای بازتابش، واگرا خواهند شد (طبق یکی از قضیه‌های هندسه می‌دانیم که در هر دایره خط مماس، بر شعاع نقطه‌ی تماس عمود است). برای رسم این پرتوها، محل برخورد هر پرتو با آینه را به مرکز آینه وصل می‌کنیم. این خط، خط عمود بر آینه در محل برخورد پرتو نور با آینه است. پس، زاویه‌ی بازتابش را چنان انتخاب می‌کنیم که با زاویه‌ی تابش برابر باشد.

در جلوی آینه‌ی کاو، اگر چشمه‌ی نور واگرا خارج از فاصله‌ی کانونی باشد، پرتوهای بازتابش همگرا خواهند شد. این پرتوها را می‌توان با استفاده از قانون‌های بازتاب در آینه‌ی کاو رسم کرد ولی اگر چشمه‌ی نور واگرا روی کانون باشد، پرتوهای بازتابش موازی خواهند شد؛ بنابراین اگر چشمه‌ی نور واگرا را از نزدیکی آینه‌ی کاو روی محور اصلی به تدریج دور کنیم، پرتوهای بازتابش که ابتدا واگرا بودند، به تدریج موازی شده و بالاخره وقتی چشمه‌ی نور از کانون بگذرد، همگرا می‌شوند.

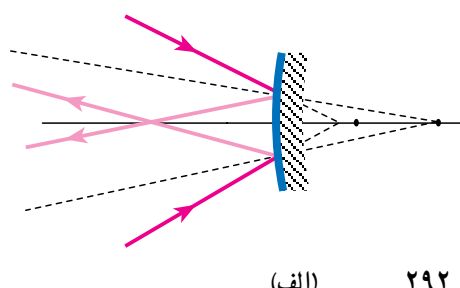


(ب)



(ب)

شکل ۶۳



(الف)

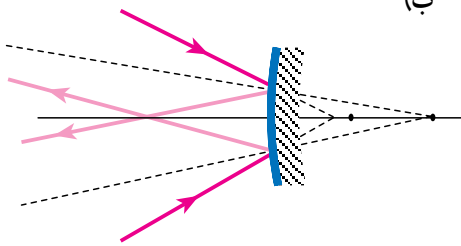
بسط فعالیت ۹:

الف) حالت‌هایی دیده می‌شود که آینه‌ی کاو، کوژ و تخت پرتوهای تابش را به صورت همگرا باز می‌تاباند. همگرایی پرتوهای بازتابش را در شرایط مساوی، در این سه آینه، باهم مقایسه کنید. ب) در کدام یک از حالت‌های فعالیت ۹ در آینه‌ی تخت یا کوژ تصویر حقیقی به وجود آمده است.

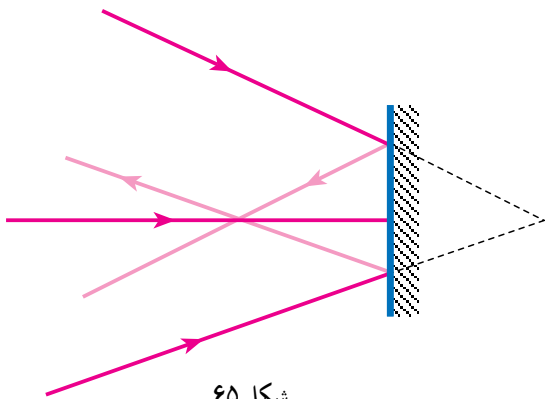
پاسخ قابل انتظار:

الف) در شرایط مساوی، آینه‌ی کاو، پرتوها را همگراتر می‌کند. آینه‌ی کوژ، همگرایی پرتوها را کاهش می‌دهد و در آینه‌ی تخت همگرایی پرتوها تغییر نمی‌کند.

ب)



شکل ۶۴



شکل ۶۵

سازمان اسفندار و تابستانه الف - جدول زیر را کامل کنید.

نوع آینه	پرتو تابش	پرتو بازتاب	موازی
۱	همگرا		
۲	واگرا		
۳	موازی		
۴	از نقطه‌ی نورانی در فاصله‌ی دور (واگرا)		
۵	از نقطه‌ی نورانی در فاصله‌ی نزدیک		
۶	از نقطه‌ی نورانی بین کانون و آینه		
۷	واگرا به سمت مرکز		
۸	واگرا به سمت کانون		
۹	واگرا به سمت نقطه‌ی بین کانون و آینه		

۱۲-۹ محاسبه‌ی فاصله‌ی تصویر تا آینه‌ی مقعر
 همانطور که در شکل ۱۲-۸ مربوط به تصویر از آینه‌ی مقعر دیده می‌شود، در این آینه‌ها فاصله‌ی تصویر تا آینه بیشتر به فاصله‌ی شی تا آینه دارد. در این حالت فاصله‌ی تصویر تا آینه بیشتر از فاصله‌ی شی تا آینه و در مواردی کمتر از آن است. در مواردی تصویر حقیقی و در یک مورد، هر تصویر مجازی است.
 هرگاه فاصله‌ی شی تا آینه را با d و فاصله‌ی تصویر تا آینه را با d' و فاصله‌ی کانونی آینه را با f نشان دهیم، ثابت می‌شود که بین d و d' و f رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$
 هرگاه فاصله‌ی تصویر تا آینه معلوم نباشد، در رابطه‌ی ۱۲-۸ بجای d' و f از عدد مربوطه قرار می‌دهیم و d را محاسبه می‌کنیم. پس از محاسبه اگر عدد بدست آمده مربوط به d مثبت باشد، تصویر حقیقی است و در صورتی که عدد بدست آمده منفی باشد معلوم می‌شود، تصویر مجازی است. در صورتی که فاصله‌ی شی تا آینه معلوم و تصویر مجازی باشد این فاصله را با علامت منفی به جای d قرار می‌دهیم.

در مقابل آینه‌ی کوژ، همان‌طور که در شکل ۶۳ دیده می‌شود، اگر امتداد پرتوهای تابش، روی مرکز و یا خارج از مرکز، همگرا شوند، پرتوهای بازتابش واگرا می‌شوند. اگر امتداد پرتوهای تابش به سمت کانون آینه‌ی کاو همگرا شود، پرتوهای بازتابش موازی خواهد شد ولی اگر امتداد پرتوهای تابش همگرایی که به آینه‌ی کوژ می‌تابند بین کانون و آینه باشد، پرتوهای بازتاب همگرا می‌شوند.

ب)

نوع آینه	پرتو تابش	پرتوهای بازتابش	همگرا	واگرا	موازی
آینه‌ی تخت	همگرا		+		
	واگرا			+	
	موازی				+
آینه‌ی مقعر	از نقطه‌ی نورانی در فاصله‌ی دور (واگرا)		+		
	از نقطه‌ی نورانی واقع در کانون				+
	از نقطه‌ی نورانی بین کانون و آینه			+	
آینه‌ی محدب	پرتو همگرا به سمت مرکز			+	
	پرتو همگرا به سمت کانون				+
	پرتو همگرا به سمت نقطه‌ای بین کانون و آینه		+		

فعالیت پیشنهادی ۲۴:

با توجه به فعالیت ۹ فصل ۴ کتاب درسی جدول زیر را کامل کنید.

هدف:

۱- کسب مهارت‌های لازم در زمینه‌ی سازماندهی و تفسیر

اطلاعات

۲- آشنایی با بازتابش انواع پرتوهای نور از آینه‌ها

آینه	پرتوهای تابش	پرتوهای بازتابش
تخت		موازی
	همگرا	
	واگرا	
کاو	موازی	
	همگرا	
	واگرا	
کوژ	موازی	
	موازی	
	همگرا	

پاسخ قابل انتظار:

آینه	پرتوهای تابش	پرتوهای بازتابش
تخت	موازی	موازی
	همگرا	همگرا
	واگرا	واگرا
کاو	موازی	همگرا
	همگرا	همگرا
	واگرا (مکان چشمه‌ی نقطه‌ای بین کانون و آینه است.)	واگرا
کوژ	موازی	واگرا
	همگرا	موازی
	همگرا (امتداد پرتوها در فاصله‌ی کانونی باشد.)	همگرا

۴-۱۲- محاسبه‌ی فاصله‌ی تصویر تا آینه‌ی کاو

هدف: آشنایی با رابطه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ و نحوه‌ی استفاده

از آن

راهنمای تدریس: بهتر است ضمن ارائه‌ی توضیح‌های

کتاب، بر موارد زیر تأکید کنیم. در رابطه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$:

۱- فاصله هر تصویر مجازی تا آینه را منفی در نظر می‌گیریم.

۲- فاصله‌ی هر تصویر حقیقی یا جسم تا آینه را مثبت

در نظر می‌گیریم.

۳- فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر را مثبت در نظر می‌گیریم.

دانستنی ۱۲

رابطه‌ی نیوتن

۱- نیوتون این رابطه را برحسب فاصله‌ی جسم از کانون

با نماد a ، فاصله‌ی تصویر از کانون با نماد a' و فاصله‌ی کانونی

با نماد f به صورت $aa' = f^2$ نوشت که در آن $p = a \pm f$ و

$q = a' \pm f$ است.

خطای اندازه‌گیری برای استفاده از این رابطه بیش از

رابطه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ است؛ زیرا علاوه بر خطای اندازه‌گیری

معمول در هر اندازه‌گیری خطای تعیین محل کانون نیز به آن

اضافه می‌شود.

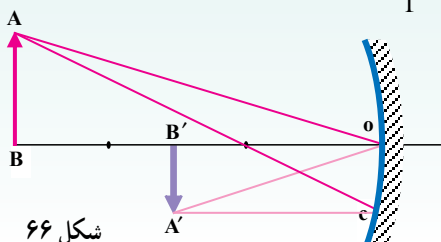
۲- می‌توان رابطه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ را با استفاده از روش

هندسی اثبات کرد. در شکل ۶۶ دو مثلث AOB و $A'OB'$

متشابه هستند. نسبت تشابه آن‌ها را می‌نویسیم: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{p}{q}$

از تشابه دو مثلث ABF و FOC داریم: $OC = A'B'$ و

$$\frac{p-f}{f} = \frac{AB}{OC}$$



شکل ۶۶

فعالیت پیشنهادی ۲۵:

دانش‌آموزی جسمی را در فاصله‌های مختلف از یک آینه‌ی کاو به فاصله کانونی ۴۰ سانتی‌متر قرار می‌دهد و فاصله‌ی تصویر را از آینه اندازه می‌گیرد. نتایج اندازه‌گیری برحسب متر، در جدول زیر آمده است. جدول را کامل کرده و $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ را با $\frac{1}{f}$ مقایسه کرده، نتیجه را به صورت یک رابطه‌ی ریاضی بنویسید.

$$\frac{p-f}{f} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{p}{q}$$

در نتیجه: $(p-f)q = fp$ و بالاخره خواهیم داشت:

$$pq = f(q+p) \cdot \frac{1}{f} = \frac{q+p}{pq} \cdot \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

شماره‌ی آزمایش	p	q	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{q}$	$\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$	$\frac{1}{f}$
۱	۰/۵۰	۲/۰۰				
۲	۰/۶۰	۱/۲۰				
۳	۰/۸۰	۰/۸۰				
۴	۰/۹۰	۰/۷۲				
۵	۱/۰۰	۰/۶۷				
۶	۱/۲۰	۰/۶۰				
۷	۱/۴۰	۰/۵۶				

پاسخ قابل انتظار:

شماره آزمایش	p	q	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{q}$	$\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$	$\frac{1}{f}$
۱	۰/۵۰	۲/۰۰	۲	۰/۵	۲/۵	۲/۵
۲	۰/۶۰	۱/۲۰	$\frac{۲۰}{۱۲}$	$\frac{۱۰}{۱۲}$	۲/۵	۲/۵
۳	۰/۸۰	۰/۸۰	$\frac{۱}{۲۵}$	$\frac{۱}{۲۵}$	۲/۵	۲/۵
۴	۰/۹۰	۰/۷۲	$\frac{۱۰}{۹}$	$\frac{۲۵}{۱۸}$	۲/۵	۲/۵
۵	۱/۰۰	۰/۶۷	۱	$\frac{۶}{۴۰۰}$	۲/۵	۲/۵
۶	۱/۲۰	۰/۶۰	$\frac{۱۰}{۱۲}$	$\frac{۲۰}{۱۲}$	۲/۵	۲/۵
۷	۱/۴۰	۰/۵۶	$\frac{۱۰}{۱۴}$	$\frac{۲۵}{۱۴}$	۲/۵	۲/۵

از مقایسه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ و $\frac{1}{f}$ در این جدول، نتیجه می‌گیریم

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \text{که:}$$

آزمایش کنید (۸)

هدف: تأیید تجربی رابطه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$

توجه

در اندازه‌گیری f و q و p معمولاً دچار خطای اندازه‌گیری

می‌شویم و این عمل سبب می‌شود در تطبیق رابطه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$

با اندازه‌گیری تجربی دچار مشکل شویم. این خطا صرفاً ناشی از وسیله‌ی اندازه‌گیری نیست؛ بلکه به ویژگی‌های آینه‌ی کاو و جسم نیز بستگی دارد. می‌دانیم هرچه دهانه‌ی آینه نسبت به قطر آینه کوچک‌تر باشد، کانون آن به نقطه نزدیک‌تر است. همچنین هرچه جسم ابعاد کوچک‌تری داشته باشد، دقت در اندازه‌گیری q و p بیشتر است.

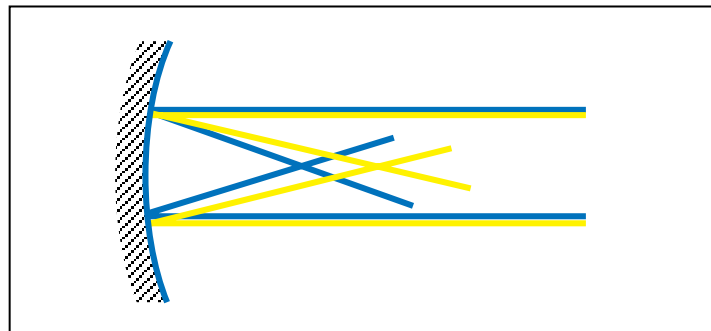
در آینه‌هایی که از جنس شیشه ساخته شده‌اند دو دسته پرتو بازتابش وجود دارد یک دسته از پرتوها از سطح شیشه باز می‌تابند و گروه دیگر از شیشه عبور کرده و پس از برخورد به سطح کدر، بازتاب می‌شوند. این مورد نیز در تعیین محل کانون خطای اندکی به وجود می‌آورد.

راهنمای تدریس

لازم است در این قسمت، مثال‌های کتاب یا مشابه آن را برای دانش‌آموزان حل کنیم، تا با نحوه‌ی استفاده از رابطه‌ی

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

آشنایی بیشتری پیدا کنند.



شکل ۶۷

۴-۱۳- محاسبه‌ی فاصله‌ی تصویر تا آینه‌ی کوژ

هدف: آشنا کردن دانش‌آموزان با نحوه‌ی استفاده از

$$\text{رابطه‌ی } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \text{ در آینه‌ی کوژ}$$

راهنمای تدریس

لازم است در این مرحله، به دو نکته‌ی زیر تأکید کنیم:

- در رابطه‌ی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ فاصله‌ی کانونی آینه‌ی کوژ را

منفی در نظر می‌گیریم.

- علامت q برای تصویر مجازی منفی است.

لازم است در این قسمت نیز، مثال کتاب یا مشابه آن را

برای دانش‌آموزان حل کنیم، تا با نحوه‌ی استفاده از رابطه‌ی

$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ در آینه‌ی کاو، آشنایی بیشتری پیدا کنند.

رابطه‌ی تصویر تا آینه
چون f منفی است تصویر مجازی است
 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$
 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-R/2}$
 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{2}{R}$



۱۹۴:

یادداشت معلم:

۴-۱۴- بزرگ‌نمایی خطی آینه

هدف: آشنا کردن دانش‌آموزان با تعریف بزرگ‌نمایی خطی

و رابطه‌ی آن

راهنمای تدریس

تعریف و رابطه‌ی بزرگ‌نمایی را با استفاده از شکل

دانستنی زیر به دانش‌آموزان معرفی می‌کنیم.

دانستنی ۱۳

اثبات هندسی رابطه‌ی بزرگ‌نمایی :

در شکل ۶۸ از تشابه دو مثلث ABO و $A'B'O$ داریم :

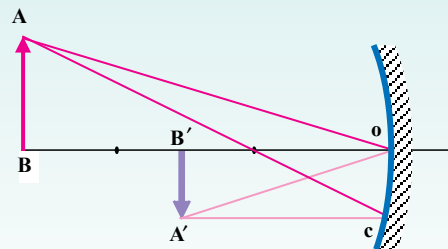
و از طرفی طبق تعریف بزرگ‌نمایی می‌توان

نوشت :

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \text{ پس خواهیم داشت : } m = \frac{A'B'}{AB}$$

توجه

برای بزرگ‌نمایی علامت منفی را در نظر نمی‌گیریم.



شکل ۶۸

فعالیت پیشنهادی ۲۶:

دانش‌آموزی، طی چند آزمایش، جسمی را از آینه‌ی مقعری به فاصله‌ی کانونی 30 سانتی‌متر، با فاصله‌های 5 سانتی‌متر دور می‌کند و کمیت‌های $A'B'$ و AB و q و p را برحسب سانتی‌متر، اندازه می‌گیرد. نتایج اندازه‌گیری در جدول زیر ثبت شده است. این جدول را به دقت مشاهده کنید. سپس به پرسش‌های زیر

مثال ۴
 یک شیء روی مرکز آینه‌ی مقعری که فاصله‌ی کانونی آن ۲ سانتی‌متر است قرار دارد. محل و نوع تصویر و بزرگ‌نمایی خطی آینه را بر این حالت حساب کنید و تصویر آن را بر رسم کنید.
 حل: چون شیء روی مرکز آینه قرار دارد، فاصله‌ی آن تا آینه برابر با شعاع آینه یا دو برابر فاصله‌ی کانونی آینه است. پس:
 $f = ۲$ و $p = ۴$ و $۲f = ۴$ و $۲f = ۴$ و $۲f = ۴$
 $\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{q}$
 $\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{q}$
 $\frac{۱}{۴} = \frac{۱}{q}$
 $q = ۴$
 چون q مثبت است، تصویر حقیقی است.
 در $p = ۲f$ باشد، استوار از این معلوم می‌شود که اگر شیء روی مرکز باشد، تصویر آن روی مرکز تشکیل می‌شود.
 $m = \frac{۴}{۴} = ۱$
 از معادله‌ی بزرگ‌نمایی معلوم می‌شود که در این حالت طول تصویر با طول شیء برابر است.

مثال ۸
 یک شیء ۱۲ سانتی‌متری یک آینه‌ی گوی قرار دارد. اگر بزرگ‌نمایی در این حالت برابر $۱/۲$ و تصویر پشت آینه باشد، نوع تصویر، فاصله‌ی کانونی آینه را مشخص کنید.

پاسخ دهید.

الف) وقتی جسم مقابل آینه‌ی مقعر، به فاصله‌های مساوی جابه‌جا می‌شود، آیا تصویر نیز به فاصله‌های مساوی جابه‌جا می‌شود؟

ب) وقتی جسم مقابل آینه‌ی مقعر، به فاصله‌های مساوی جابه‌جا می‌شود، آیا طول تصویر، به صورت خطی بزرگ می‌شود؟

پ) آیا بزرگ‌نمایی آینه مقدار ثابتی است؟

ت) آیا معادله‌ی $q = mp$ معادله‌ی خط راست است.

با محور باشد، چون محور در آینه منقلب می‌شود این معکوس را با علامت منفی در رابطه قرار می‌دهیم.

مثال ۴
 یک تیر در فاصله ۲۰ متری از پایه در محوری که عمود بر سطح آن ۶۰ سانتی‌متر است قرار دارد. محور آن در چه فاصله‌ای از آینه جدا می‌شود؟
 حل:

$$p = 20 \text{ cm} \quad q = 60 \text{ cm} \quad f = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{3}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4}{60} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$$
 فاصله از محور تا آینه
 علامت منفی نشان می‌دهد که محور مجازی است.

مثال ۱۴ - در گنبدی خطی آینه‌ها
 است طول تصویر (A'B') به طول شی (AB) را در گنبدی خطی می‌دهیم و آن را با m نشان می‌دهیم.

$$m = \frac{A'B'}{AB} \quad (1)$$
 در گنبدی شیب می‌دهد که طول تصویر چند بر طول شی است.
 ثابت می‌شود که در هر دو نوع آینه می‌توان نوشت:

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \quad (2)$$
 یعنی نسبت طول تصویر به طول شی را می‌توان نسبت فاصله از محور تا آینه به فاصله شی تا آینه است.
 بر رابطه (۱) و (۲) عبارتهای (۱) و (۲) را بدون علامت قرار می‌دهیم.

(ب) خیر
 (پ) خیر
 (ت) خیر؛ زیرا در این رابطه، هر سه کمیت تغییر می‌کند.
مثال: در جدول زیر در هر ستون برخی از اندازه‌گیری‌های یک آزمایش داده شده‌اند. از طریق محاسبه و تفسیر جاهای خالی را در هر ستون با عدد یا کلمه‌های مناسب کامل کنید.
هدف: تقویت مهارت محاسبه و تفسیر داده‌ها.

کمیت	اندازه‌ی کمیت		
p	۳۰	۱۵	۱۰
q			۲۰
f	۲۰		
r			
m		۵	
AB	۴	۶	۴
A'B'	۱۲	۲	۸
حقیقی		۰	
مجازی	۰	۰	۰
وارونه		۰	
مستقیم			۰
نوع آینه			کاو

p	q	f	AB	A'B'	m
۲۰	۶۰	۳۰	۶	۱۸	۳
۲۵	۲۵۰	۳۰	۶	۶۰	۱۰
۳۵	۲۱۰	۳۰	۶	۳۶	۶
۴۰	۱۲۰	۳۰	۶	۱۸	۳
۴۵	۹۰	۳۰	۶	۱۲	۲
۵۰	۷۵	۳۰	۶	۹	۱/۵
۵۵	۶۶	۳۰	۶	۷/۲	۱/۲
۶۰	۶۰	۳۰	۶	۶	۱
۶۵	۵۵/۷	۳۰	۶	۵/۱۶	۰/۸۶
۷۰	۵۲/۵	۳۰	۶	۴/۵	۰/۷۵
۷۵	۵۰	۳۰	۶	۴/۰۲	۰/۶۷

هدف: کسب مهارت تفسیر اطلاعات و داده‌ها
پاسخ قابل انتظار:
 الف) خیر

آزمایش کنید (۹)

هدف: مقایسه‌ی روش‌های ترسیمی با روش‌های محاسباتی در آینه‌ی کاو برای تعیین محل تصویر یک جسم و بزرگ‌نمایی آینه در یک حالت خاص.

با توجه به شمارش خانه‌های شطرنجی در شکل ۶۹ داریم:

$$f = 6, r = 12, p = 9, q = 18, AB = 5, A'B' = 10$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \quad q = 18$$

اعداد حاصل از شکل و محاسبه بسیار به هم نزدیک است.

در مورد بزرگ‌نمایی داریم:

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{10}{5} = 2, \quad m = \frac{q}{p} = \frac{18}{9}$$

حالا چون تصویر پشت آینه است تصویر مجازی است و بزرگ‌نمایی کوچکتر از یک است. حتی طول تصویر مجازی کوچکتر از طول جسم است. در نتیجه آینه محدب است (طول تصویر مجازی بر آینه مفر از طول جسم بزرگتر است).

$$p = 17, q = 7, r = 12, p = 9$$

$$20 = \frac{17}{9} + \frac{7}{12} = \frac{68}{36} + \frac{21}{36} = \frac{89}{36}$$

چون تصویر مجازی است: $f = -6$ یا به عبارتی فراموش کردیم

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{-6} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{20} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{3}{60} - \frac{10}{60} = \frac{1}{12} \Rightarrow -\frac{7}{60} = \frac{1}{12} \Rightarrow -\frac{7}{60} = \frac{5}{60} \Rightarrow -7 = 5$$

معنی این است که آینه محدب است.

آزمایش کنید ۹

وسایلهای آزمایش: مرکز آینه، خط‌خطی و خط‌خطی.

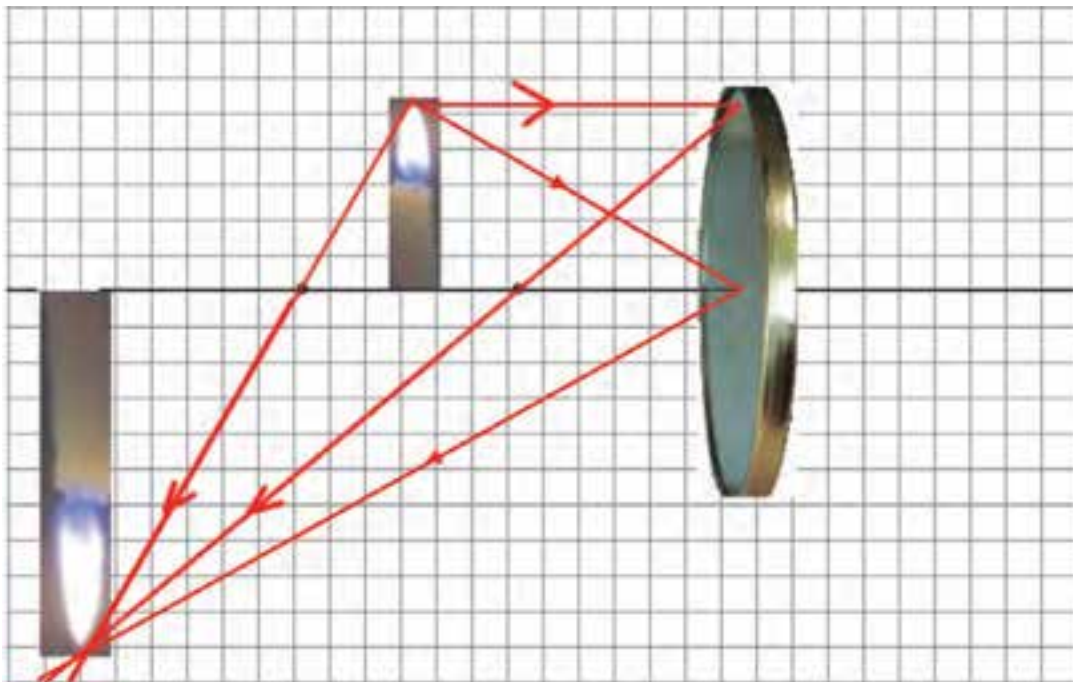
- ۱- بر سطح یک کاغذ شطرنجی آینه‌ی ستونی را اندازه‌گیری کنید و رسم کنید.
- ۲- اندازه‌ی شعاع آن را تعیین و مرکز آینه را مشخص کنید.
- ۳- با نصف کردن شعاع، جای کانون را مشخص کنید.
- ۴- آینه را در محله‌ی عمیق آن آینه قرار داده و تصویر آنرا به روش زیر رسم کنید.

الف- محل تصویر را با شمارش خانه‌های شطرنجی بدست آورید.

ب- محل تصویر را به کمک رابطه‌ی $f = \frac{r}{2}$ محاسبه کنید.

پ- اندازه‌های بدست آمده در قسمت ۴ و ۵ را با هم مقایسه کنید.

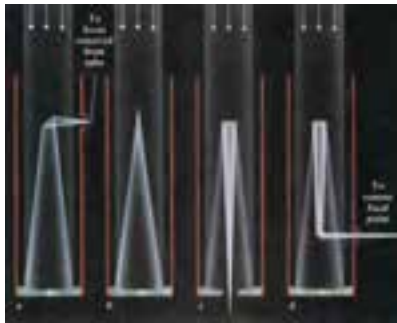
ت- بزرگ‌نمایی خطی را با اندازه‌گیری طول متن و طول تصویر آن کمک خط‌خطی و بر مبنای رابطه‌ی $m = \frac{q}{p}$ بدست آورده و آن‌ها را با هم مقایسه کنید و نتیجه‌ی مقایسه‌ها را بیان کنید.



شکل ۶۹



شکل ۷۰



شکل ۷۱

فتابری کاربرد - کوره‌های آفتابی

این‌ها آفتاب‌پوشته‌ای است که با آن می‌توان انرژی آفتاب خورشید را در یک نقطه متمرکز و آنرا تبدیل به انرژی گرمایی کرد. این وسیله از یک آینه‌ی منفرجه و یک پایه‌ی گردان تشکیل شده است. شکل (۷۰) حرکت آینه توسط یک موتور جوری نظیر می‌شود که دهانه‌ی آینه همواره متوجه خورشید باشد. برآوردان خورشید، نظیر موازی به آینه‌ی خورشید کرده و در کلون آن متمرکز می‌شود و در آن نقطه در صورتی که چینی در آنجا قرار دهیم به چند هزار درجه‌ی سلسیوس می‌رسد. این تمرکز انرژی که به‌صورت انرژی گرمایی ظهور می‌دهد، در صنعت کوره‌های مختلفی دارد.



شکل ۷۲

این شبیه‌سازی‌هایی که تصویرهای آن‌ها را در این جا می‌بینید، روش کار یک تلسکوپ بازتابی را نشان می‌دهد. این شبیه‌سازی‌ها، با نصب Quick time قابل مشاهده است.



کوره‌ی آفتابی

هدف: معرفی کاربرد آینه‌ی کاو

فعالیت: با مشاهده‌ی شکل کوره‌ی آفتابی و توضیح کتاب

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

- الف) به نظر شما کوره‌های آفتابی چه کاربردهایی دارد؟
- ب) چه مناطقی برای استقرار این کوره‌ها مناسب‌ترند؟
- پ) چرا برای کوره‌ی آفتابی و یا تلسکوپ باید آینه‌ی کاو بزرگ باشد.

راهنمای شکل: در شکل‌های ۷۰ و ۷۱، نمونه‌های دیگری

از کاربرد آینه‌ی کاو در تلسکوپ بازتابی را می‌بینید، در این مدل‌ها علاوه بر آینه‌ی کاو بزرگ از آینه‌ی تخت کوچک هم استفاده می‌شود.

دانستنی ۱۴

بی در بی می توان با طولانی تر کردن زمان نور دادن ظاهر نمود، به طوری که از یک شیء واقع در فاصله ی دور سرانجام اطلاعاتی به دست بیاید.

دوربین های نجومی آینه ای بزرگ، روی صفحه های عکاسی بسیار حساس به اندازه ای نور می افکنند که صورت اشیا واقع در فواصل یک میلیارد سال نوری را می توان بر روی این صفحه ها ثبت کرد. نور گرد آمده در چنین دوربین ها را حتی می توان در یک طیف تجزیه و سپس عکس برداری کرد؛ لذا می توان اطلاعاتی راجع به ترکیب ساختمانی ستارگان به دست آورد. اینک معلوم شده است که عناصر ساختمانی کلیه ستارگان همانند عناصر کره ی زمین و خورشید است.

دوربین نجومی آینه ای: تراش اشیا ی دارای فواصل کانونی نسبتاً بزرگ که مجهز به عدسی های قطورند، کاری است دشوار و پرهزینه. وزن این عدسی ها زیاد خواهد شد و بر اثر تغییرات گرما ترک خواهند خورد. علاوه بر این بروز کج راهی رنگی در دوربین موجب مزاحمت می شود؛ لذا برای مشاهدات آسمانی از دوربین های نجومی آینه ای استفاده می شود. این دوربین ها معایب مذکور در فوق را ندارند.

دوربین نجومی آینه ای مقارن ۱۶۶۷ توسط اسحاق نیوتون اختراع شد و در اساس از یک آینه ی بزرگ سهموی که دسته پرتو موازی تابیده شده از ستاره را به نقطه کانونی می افکند تشکیل شده است. اما درست پیش از آن که پرتوها در نقطه ی کانونی جمع بشوند، یک آینه ی کوچک و کج نصب شده این پرتوها را گرفته از سمت جانبی به خارج دوربین می فرستد. اینک در محل خروج این پرتوها می توان تصویر ستاره را مشاهده کرد و از آن عکس برداشت.

چنانکه عبور پرتو نشان می دهد (شکل ۷°)، پرتوهای تابش به وسیله ی دوربین آینه ای نیز در یک فضای کوچک فشرده می شوند. پس در این جا هم بر روشنی تصویر به مقدار زیاد افزوده می شود. این افزایش روشنی تصویر را از طریق عکس برداری از تصویر می توان تشدید کرد؛ چون خفیف ترین اثر نوری را

دوربین های آینه ای بزرگ (بازتابنده ها)		دوربین های عدسی دار بزرگ (شکندنده ها)	
cm به D	m به f	cm به D	m به f
۶۱۰	۲۴/۰ سلین چوسکایا، شوروی	۱۰۲	۱۹/۸ برکس، ایالات متحده آمریکا
۵۰۸	۱۶/۸ مونت پالمار، ایالات متحده آمریکا	۹۱	۱۷/۶ لانک، ایالات متحده آمریکا
۳۰۵	۱۵/۲ لایک، ایالات متحده آمریکا	۸۳	۱۶/۲ پاریس، فرانسه
۲۶۴	۱۰/۰ کریم، شوروی	۸۰	۱۲/۰ پوتسدام، آلمان دموکراتیک
۲۵۴	۱۲/۹ مونت ویلسون، ایالات متحده آمریکا	۷۶	۱۸/۰ نیس، فرانسه

(قطر آینه = D)

(قطر عدسی شیئی = D)

دانستنی ۱۵

زاویه‌ی دید: دو نقطه از یک شیء فقط در صورتی جدا تشخیص داده می‌شود که تصویرهای مربوط به این دو نقطه بر شبکیه، روی دو یاخته‌ی بینایی به‌طور مجزا قرار بگیرد. کوچک‌ترین زاویه‌ای که تحت پرتوهای مربوط به نقاط مرکزی پدید می‌آید، تقریباً به یک دقیقه زاویه‌ای بالغ می‌گردد، پس توانایی دید چشم در حد این زاویه محدود می‌شود. به این معنا که اشیای بسیار ریز یا واقع در فاصله‌های زیاد، در صورتی که «زاویه‌ی دید» از یک دقیقه‌ی زاویه‌ای کمتر باشد، دیده نمی‌شوند. در زندگی روزمره، به‌منظور بزرگ کردن زاویه‌ی دید، شیء مورد نظر را نزدیک چشم می‌برند. در مورد اشیای بسیار ریز یا اشیای بسیار دور مانند دو ستاره، می‌توان از ابزارهای اپتیکی استفاده نمود. با یک ذره‌بین معمولاً می‌توان یک شیء را تا ۲۵ برابر بزرگ‌تر نشان داد.



شکل ۷۲



شکل ۷۳



شکل ۷۴

به عنوان مثال، توان تفکیک چشم با قطر مردمک $D = 3 \text{ mm}$ برای طول موج 600 nm برابر:

$$\theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{600 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-4} \text{ rad} \quad \theta = \frac{\lambda}{D} \text{ است.}$$

پس دو نقطه را فقط در صورتی می‌توان جدا از یکدیگر تشخیص داد، اگر این دو نقطه، تحت زاویه‌ی حداقل یک دقیقه زاویه‌ای دیده شوند.

میزان قدرت تفکیک دستگاه‌های نوری بر اثر طبیعت موجی نور محدود است، می‌دانیم بر اثر عبور نور از یک شکاف، پراش ایجاد می‌شود. هنگامی که نور دو ستاره از یک عدسی می‌گذرد در سطح کانونی، دو تصویر نقطه مانند تشکیل نمی‌شود. بلکه دو قرص پراش ناشی از قاب عدسی در سطح کانونی مشاهده می‌شود. برای آن که دو ستاره در سطح کانونی به‌صورت متمایز تشخیص داده بشوند، قرار بر آن نهاده‌اند که دست کم یک قرص پراش روی نخستین حلقه‌ی تاریک قرص پراش دیگر قرار گرفته باشد. از این‌رو، زاویه‌ی دید θ که دو ستاره‌ی تحت آن متمایز دیده می‌شوند از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید. $\theta = \frac{r}{f}$ که در آن f فاصله‌ی کانونی عدسی و r عرض ناحیه‌ی تداخل دو حلقه‌ی پراش است. هرگاه زاویه‌ی دید از این حد کمتر باشد، تصویر دو ستاره در پشت عدسی از هم تفکیک نمی‌شوند.

دو نقطه به شرطی به‌وسیله‌ی یک عدسی دارای قطر D جدا از یکدیگر تصویر خواهند داد که از محل عدسی تحت یک زاویه‌ی دید دست کم $\theta = \frac{\lambda}{D}$ ظاهر گردند. وارون این زاویه‌ی دید را توان تفکیک می‌خوانند.

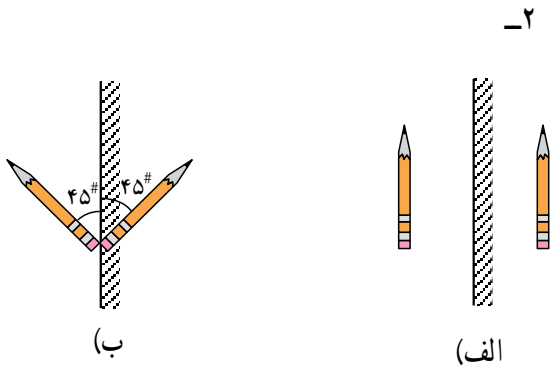
معرفی مراکز جهت بازدید

ردیف	نام مرکز	آدرس
۱	مرکز اپتیک جهاد دانشگاهی شریف	جنب دانشگاه شریف در تهران
۲	کارخانه‌های شیشه و آینه در شهرهای مختلف	کارخانه‌ی شیشه‌ی قزوین کارخانه‌ی شیشه‌ی همدان کارخانه‌ی شیشه‌ی مینا جاده‌ی مخصوص کرج
۳	سازمان انرژی اتمی ایران بخش لیزر	تهران - انتهای خیابان کارگر شمالی
۴	مؤسسه‌ی استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران	کرج - میدان استاندارد
۵	مرکز پزشکی هسته‌ای کرج	کرج - گوهر دشت - بلوار مؤذن - انتهای شهرک بهداری
۶	مرکز علوم و ستاره‌شناسی	تهران - میدان قدس - خیابان نیاوران - خیابان عمار - کوچه‌ی عرفات
۷	فیزیک سرا یا خانه‌ی علم	اصفهان - یزد - ...

معرفی سایت‌های مرتبط

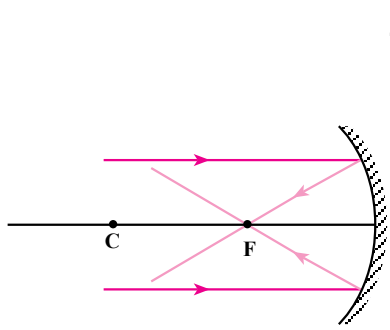


ردیف	نام سایت	شرح مختصر
۱	www.interactivephysics.com/simulation.htm	شبیه‌سازی آزمایش‌های فیزیک
۲	www.energyquest.ca.gov/art_gallery/2002_contest/index.htm	نمایشگاه نقاشی مربوط به انرژی
۳	www.physsofts.20m.com	نرم افزارهای مربوط به فیزیک
۴	www.exploratorium.edu/try_this/neaclivities	ساخت ابزارهای نوری
۵	www.edisonlabs.com	چند نرم افزار شبیه نرم افزار ادیسون
۶	www.vrocodile.clipsphy	کاربر می‌تواند یک نرم افزار قوی در زمینه‌ی نور و سایر بخش‌های فیزیک را مشاهده کرده و از آن استفاده کند.

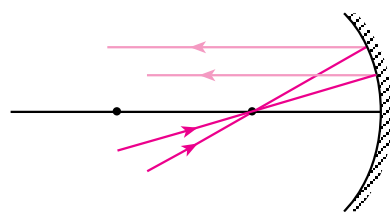


شکل ۷۸

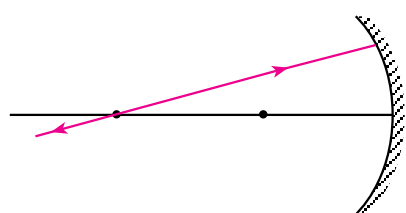
در حالت الف راستای مداد با سطح آینه زاویه‌ی صفر می‌سازد اما در حالت ب مداد با سطح آینه زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌سازد.



الف) از کانون باز می‌تابد



ب) موازی با محور اصلی باز می‌تابد



ب) روی خودش باز می‌تابد

شکل ۷۹

تمرین‌های فصل چهارم

۱- در شکل‌های ۶۱ تا ۶۳ مسیر نور را در دو آینه ۳۰° و ۳۰° با هم شکل کنید.

شکل ۶۱-۶۳

۲- آینه‌ی تختی را طوری شکل ۶۴-۶۵ روی من و بطور عمود نصب کنید. آیا از تصویر خود بجز خود که آنرا بطور قائم روی من نگاهدارم پس از آن یک مداد یا خودتان را بطوری روی من مطلق آینه قرار ندهد که:

الف: تصویر آنرا با من در یک راستا ببیند.
 ب: تصویر آنرا در جای هر خود ببیند.
 ج: زاویه‌ی بین راستای مناد و سطح آینه را در هر دو مورد اندازه‌گیری و نتیجه را به کلاس گزارش کنید.

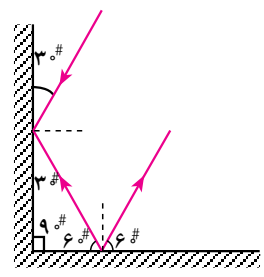
شکل ۶۴-۶۵

۳- در شکل‌های ۶۶ تا ۶۸ مسیر نور را پس از گذشتن به آینه با رنگها شکل کنید.

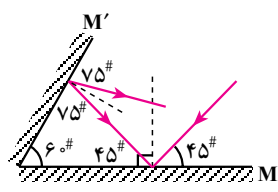
شکل ۶۶-۶۸

پاسخ تمرین‌های فصل ۴

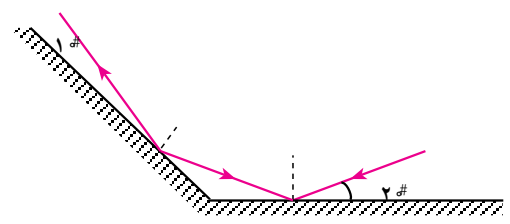
-۱



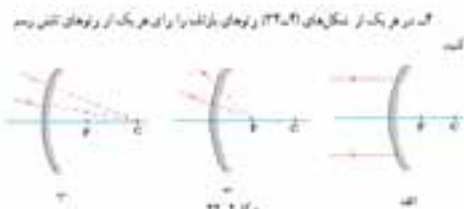
شکل ۷۵



شکل ۷۶



شکل ۷۷



۳- در هر یک از شکل‌های (الف)، (ب) و (ج) نور یک از نوعی تخت رسم کنید.

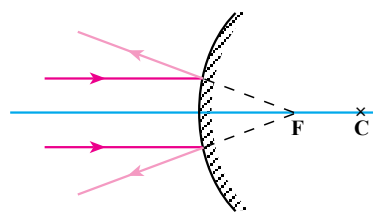
الف: اگر این شخص ۵۰ سانتی متر به آینه نزدیک شود چند سانتی متر به تصویرش نزدیک می‌شود؟
 ب: اگر این شخص در جای خود بماند و فاصله آینه از او ۱۰ سانتی متر شود، تصویر او نسبت به تصویر اولیه چقدر جابجا می‌شود؟
 ج: اگر جسمی در فاصله ۱۵ سانتی متری آینه مقعری به شعاع ۲۰ سانتی متر قرار داده شده است، تصویرش را رسم کنید و مشخص کنید.

ب: شکل را با فاصله‌های داده شده برای جسم و فاصله آینه رسم کنید و فاصله‌ی تصویر تا آینه را با خط‌کش اندازه بگیرید و آن را با عدد بدست آمده از رابطه خطیبه خطیبه کنید. اگر فاصله‌ی جسم تا آینه ۲۰ سانتی متر باشد، فاصله‌ی تصویر تا آینه را حساب کنید.

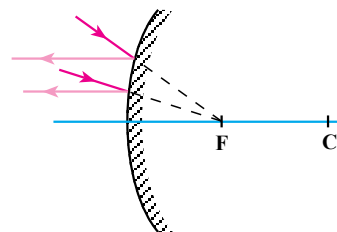
ب: اگر طول جسم ۲ سانتی متر باشد طول تصویر چقدر است؟

ب: شکل را با توجه به فاصله‌های داده شده رسم کنید و پس از آن با خط‌کش فاصله‌ی تصویر تا آینه و اندازه‌ی قطر تصویر را خط‌کش کنید. این فاصله‌ها را با فاصله‌های بدست آمده از رابطه خطیبه خطیبه مقایسه کنید و نتیجه را بنویسید.

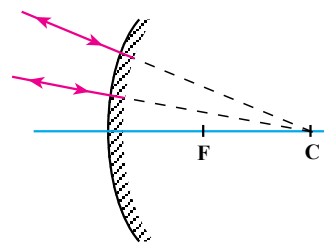
الف: چرا در هیچ خط‌هوا آینه نسبت نمی‌کند؟
 ب: این آینه از چه نوعی است؟
 ج: معمولاً آینه‌ها را در چه مکان‌هایی در داخل دهان از آینه‌ی کوچک استفاده می‌کنند. این آینه از چه نوعی است؟ چرا؟
 ۳- در هر یک از آینه‌ی مقعر، فاصله‌ی جسم تا آینه ۱۵ سانتی متر است. اگر تصویر نسبت به جسم مستقیم



الف) در امتداد کانون بازمی‌تابد



ب) موازی با محور اصلی بازمی‌تابد

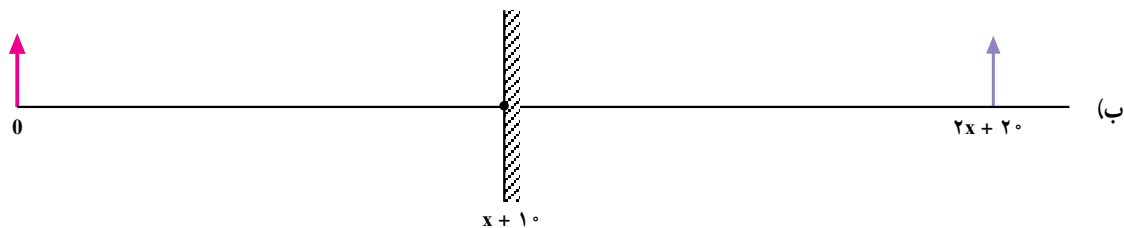
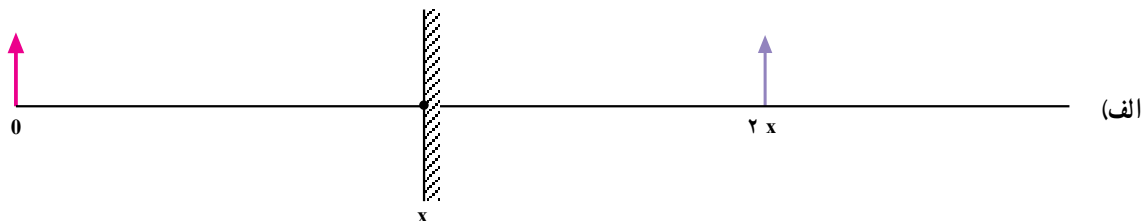


پ) روی خودش بازمی‌تابد

شکل ۸۰

پس شخص 10° سانتی متر به تصویر خود نزدیک می‌شود.
 ب - مکان شخص را مبدأ محور X در نظر گرفته و همهی فاصله‌ها را نسبت به آن می‌سنجیم.

۵- الف - وقتی شخص 5° سانتی متر به آینه نزدیک شود تصویر شخص هم 5° سانتی متر به آینه‌ی تخت نزدیک می‌شود



شکل ۸۱

۷- الف) $f = -10\text{cm}$ $p = 20\text{cm}$

چون آینه محدب است پس فاصله کانونی منفی است.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \frac{1}{20} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-10}$$

$$\frac{1}{q} = -\frac{1}{10} - \frac{1}{20} \quad \frac{1}{q} = \frac{-2-1}{20}$$

$$q = -\frac{20}{3}$$

ب) $AB = 20\text{cm}$

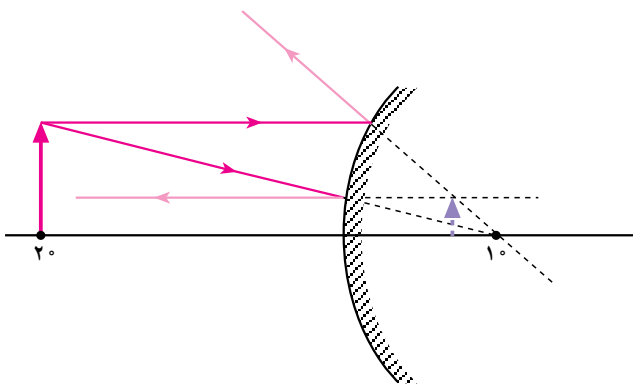
یادآوری: در رابطه‌ی بزرگ‌نمایی علامت منفی مربوط به q را دخالت نمی‌دهیم.

$$\frac{q}{p} = \frac{A'B'}{AB}$$

$$\frac{20}{-\frac{20}{3}} = \frac{A'B'}{20}$$

$$A'B' = \frac{4}{3}$$

ب)



شکل ۸۳

۸- الف و ب- برای اینکه در پیچ جاده، راننده بتواند جاده‌ی مسیر خود را که در پشت پیچ قرار دارد، ببیند در محل پیچ آینه‌های محدب بزرگی را نصب می‌کنند (آینه‌های محدب میدان دید بزرگ‌تری از آینه‌ی تخت دارند).
ب) آینه‌ی دندان‌پزشکی، آینه‌ی کاواست و به کمک آن پزشک می‌تواند تصویر مجازی و بزرگ‌تری از دندان را مشاهده کند. در این صورت لکه‌های ریز آسیب دیده، بهتر دیده خواهند شد.

و فاصله‌ی آن از آینه ۱۰-۹ سانتی‌متر است. فاصله‌ی کانونی و شعاع آن آینه چقدر است؟
۱۰- با توجه به شکل ۲۳-۲
الف) اشعاع نور و جسم را مشخص کنید.
ب) نوع آینه را تعیین کنید.
ج) فاصله‌ی کانونی آینه را با توجه به فاصله‌ی جسم و تصویر از آینه محاسبه کنید. و با استفاده از آن بر روی شکل مسئله بنویسید.

شکل ۲۳-۲

۱۱- نورهای کمر ۸ و ۱۰ را مطابق شکل ۲۳-۳ جوی پاک ۱۰ سانتی‌متری روشن کنید.
قرار داده‌اند. با رسم و توضیح که
آن لامپ‌ها دور آینه‌ها می‌روند.
خطوط کانونی بزرگ را مشخص
کنید.

شکل ۲۳-۳

۱۲- از دیدنی طراحی کنید که به کمک آن بتوانید کانون آینه‌ی طفر را مشخص کنید.
۱۳- تصویر مجازی ساختن بر یک آینه‌ی تخت مطابق شکل ۲۳-۴ است. اگر منظور مستقیم به ساختن نگاه کنید. ساختن را نشان می‌دهد.

شکل ۲۳-۴

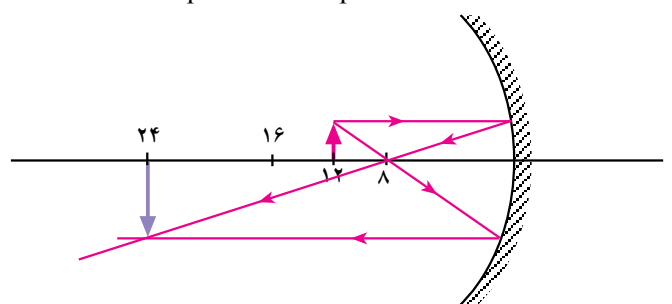
همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنیم، تصویر نسبت به مکان قبلی ۲۰ سانتی‌متر جابه‌جا شده است.

۶- الف - چون شعاع ۱۶ سانتی‌متر است پس فاصله‌ی کانونی تقریباً نصف آن یعنی ۸ سانتی‌متر است. با توجه به این که جسم در ۱۲ سانتی‌متر قرار دارد، لذا، جسم بین کانون و مرکز واقع است. و در این حالت تصویر حقیقی است.

$$f = \frac{r}{2} = \frac{16}{2} = 8\text{cm} \quad , \quad p = 12\text{cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \frac{1}{8} = \frac{1}{12} + \frac{1}{q} \quad \text{ب)}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{q} \quad \frac{3-2}{24} = \frac{1}{q} \quad q = 24\text{cm}$$



شکل ۸۲

۱۲- برای پاسخ به این سؤال روش‌های مختلفی می‌توان طراحی کرد. یکی از روش‌ها به صورت زیر است:
 یک صفحه‌ی کاغذ را عمود بر سطح آینه قرار می‌دهیم به طوری که محور اصلی در این صفحه باشد. دو باریکه‌ی نور را که از این صفحه می‌گذرد به آینه می‌تابانیم تا بازتاب آن روی صفحه‌ی کاغذ همگرا شود. این نقطه کانون اصلی آینه است.
 ۱۳- ساعت ده و بیست و پنج دقیقه است.

۹- $P = 10\text{cm}$ $q = -15\text{cm}$ $f = ?$ $r = ?$
 با توجه به این که تصویر آینه‌ی کاو مستقیم است، پس مجازی است. و به همین دلیل فاصله‌ی تصویر تا آینه را منفی در نظر می‌گیریم.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3-2}{30}$$

$$f = 30\text{cm} \quad r = 2f$$

$$r = 2 \times 30 = 60\text{cm}$$

۱۰- الف - اگر به کمک خط‌کش اندازه‌گیری کنیم اندازه‌های زیر به دست می‌آید.

$$AB = 1\text{cm} \quad A'B' = 0.5\text{cm}$$

ب - چون تصویر از تلاقی پرتوهای حقیقی تشکیل شده است پس تصویر حقیقی است و می‌توان نتیجه گرفت که آینه، مقعر است.

پ - با اندازه‌گیری از روی شکل داریم:

$$p = 6/4\text{cm} \quad q = 3/2\text{cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{6/4} + \frac{1}{3/2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1+2}{6/4} \quad f = \frac{6/4}{3} \quad f = 2/13\text{cm}$$

اندازه‌ی به دست آمده از طریق محاسبه با فاصله‌ی کانونی اندازه‌گیری شده از روی شکل مطابق است.

۱۱-

