

رسم

پس از کسب تجربه از کشیدن ۶ رسم قبلی، این رسم مجموعه‌ای کامل‌تری از نکات طرح شده در مورد رسم است. پیدا کردن مراکز دایره و اندازه‌گیری دقیق شکل ارائه شده، اهمیت ویژه‌ای دارد.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های کلاسی خود، روش کشیدن این رسم و مراحل انجام کار را پیدا کنند؛ سپس، هر فرد در کتاب خود شکلی همانند نمونه رسم کند.

روش کشیدن رسم

ابتدا مفهوم کلمه‌ی مقیاس را به دانش‌آموزان یادآوری کنید. این مفهوم در درس جغرافیا برای آنان بیان شده است اما لازم است مجدداً بررسی گردد. از دانش‌آموزان بخواهید به کمک خط‌کش، اندازه‌ی شعاع دایره‌های موجود در شکل را به دست آورند و به کمک ماشین حساب یا محاسبات عددی، $\frac{2}{5}$ برابر هر کدام را محاسبه کنند. سپس، مراحل زیر را برای دانش‌آموزان شرح دهید. (البته به روش پرسش و پاسخ نیز می‌توان این مراحل را اجرا کرد)

- ۱- مرکز کاغذ را پیدا کنید (چگونه؟ ساده‌ترین راه چیست؟)
- ۲- دایره در وسط شکل وجود دارد. با توجه

به اندازه‌های به دست آمده، این دایره‌ها را رسم کنید.

۳- در شکل نهایی، ۸ دایره‌ی دیگر وجود دارد که از چهار مرکز رسم شده‌اند.

مراکز این دایره‌ها در وسط چهار شعاع عمودی و افقی بزرگ‌ترین دایره قرار دارد؛ بنابراین، ابتدا وسط این چهار شعاع را پیدا کرده و با توجه به اندازه‌های محاسبه شده، ۸ دایره‌ی دیگر را رسم کنید.

۴- با توجه به شکل نهایی، قسمت‌های اضافی دایره‌ها را پاک کنید (این قسمت‌ها از ۸ دایره‌ی دوم‌اند).

نکات مهم رسم

توجه داشته باشید که هدف اصلی این رسم یافتن روش، محاسبه‌ی اندازه و دقت در کشیدن رسم است؛ لذا فرایند کشیدن آن مهم‌تر از سخت‌گیری در نتیجه‌ی به دست آمده، است.

۱- اندازه‌گیری دقیق و محاسبه‌ی آن بعد از بزرگ‌نمایی بسیار مهم است؛ چون در صورت اشتباه در یک اندازه، نظم و الگوی موجود در رسم به هم می‌خورد.

۲- زاویه‌ی ۴۵ درجه در رسم، محل برخورد دو دایره را نشان می‌دهد که با بزرگ‌نمایی اندازه‌ی آن تغییر نخواهد کرد.

حجم

موضوعات در یک نگاه

این بخش با یادآوری واحد حجم و اندازه‌گیری حجم شکل‌های هندسی آغاز می‌شود. در بین حجم‌های هندسی، حجم منشوری معرفی شده و چگونگی پیدا کردن حجم یک شکل منشوری توضیح داده می‌شود.

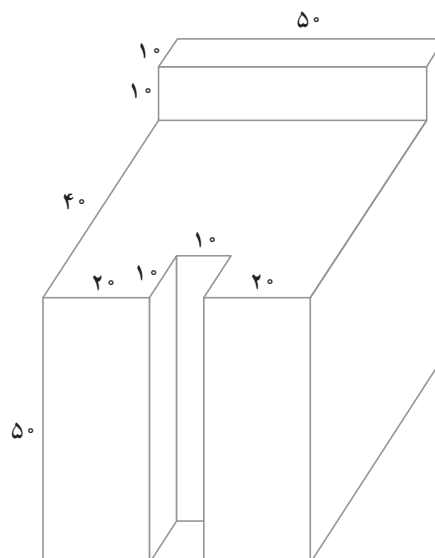
استوانه که یکی از منشورهاست، دقیق‌تر معرفی شده و دستور محاسبه‌ی حجم آن آموزش داده می‌شود. در پایان، مساحت جانبی و مساحت کل حجم‌های منشوری مطرح می‌شود و رابطه‌ی محاسبه‌ی مساحت جانبی تدریس می‌گردد.

اهداف

- در فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- واحدهای حجم را بشناسد و در محاسبه‌ی حجم‌های هندسی به کار برد.
 - ۲- حجم‌های منشوری را از غیر منشوری تشخیص دهد.
 - ۳- چگونگی پیدا کردن دستور محاسبه‌ی حجم‌های منشوری را درک کند.
 - ۴- حجم شکل‌های منشوری را پیدا کند.
 - ۵- مساحت جانبی و مساحت کل حجم‌های منشوری را به دست آورد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

- ۱- حجم شکل زیر را پیدا کنید.



- ۲- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل استوانه‌ای به شعاع ۴ و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر را پیدا کنید.

شناسنامه‌ی مبحث حجم

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
واحد حجم ساتی‌تر مکعب	واحد‌های حجم (مکعب‌های واحد)	— انجام کار در کلاس برای شمردن واحد حجم و بیان اندازه‌ی حجم شکل‌های هندسی	— لزوم استفاده از واحد و واحد استاندارد را برای اندازه‌گیری حجم درک کند.	واحد حجم	۱۸۹	واحد حجم
حجم منشوری قاعده و ارتفاع	خیمه مجمعه‌سازی	— انجام فعالیت برای درک رابطه‌ی دستور حجم منشوری — انجام کار در کلاس برای به‌کار بردن دستور محاسبه‌ی حجم‌های منشوری	— دستور محاسبه‌ی حجم‌های منشوری را نتیجه بگیرد. — دستور محاسبه‌ی حجم‌های منشوری را در پیدا کردن حجم شکل‌های منشوری به‌کار برد.	حجم‌های منشوری	۱۸۹ ۱۹۰ ۱۹۱ ۱۹۲ ۱۹۳ ۱۹۴	محاسبه‌ی حجم‌های منشوری
مساحت جانبی مساحت کل پهلوی منشور گسترده	گسترده‌ی چند حجم منشوری	— انجام فعالیت برای ساختن حجم منشوری و درک ارتباط آن با مساحت کل و جانبی — انجام کار در کلاس برای پیدا کردن حجم‌های منشوری	— حجم‌های منشوری را از سایر حجم‌ها تشخیص دهد. — مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های منشوری را درک و محاسبه کند. — دستور محاسبه‌ی حجم‌های منشوری را در حل مسائل به‌کار برد. — استوانه را به‌عنوان یک حجم منشوری بشناسد و حجم و سطح جانبی و کل آن را پیدا کند.	منشور مساحت جانبی مساحت کل	۱۹۴ ۱۹۵ ۱۹۶ ۱۹۷	منشور

دانستنی‌هایی برای معلم

حجم

می‌رفتند، پرداخته شد؛ مثلاً وقتی که حجم یک ظرف منشوری و مساحت قاعده‌ی آن را معلوم فرض می‌کردند و ارتفاع ظرف را، می‌خواستند.

یونانی‌ها در فاصله‌ی سده‌ی ششم پیش از میلاد تا سده‌ی چهارم میلادی، به هندسه و محاسبه‌های مربوط به آن، رنگ استدلالی و منطقی دادند؛ آن‌ها هندسه را از حساب جدا کرده و منطق را در ریاضیات وارد کردند. اقلیدس در مقاله‌ی یازدهم کتاب «مقدمات» خود، هندسه‌ی فضایی را مطرح می‌کند و در مقاله‌های دوازدهم و سیزدهم آن را ادامه می‌دهد. او به‌خصوص در مقاله‌ی دوازدهم، از حجم مکعب مستطیل، منشور قائم، هرم قائم و کره صحبت می‌کند و روش محاسبه‌ی حجم هر کدام را شرح می‌دهد.

ابوالوفای بوزجانی^۱، در کتابی جالب به نام «آنچه از هندسه، برای صنعت کاران لازم است»، به‌طور معمول مسئله‌ای را مطرح می‌کند و آن را با استدلال به پایان می‌رساند. بعد، راه‌حلی را که به کمک پرگار و خط‌کش می‌توان به آن رسید، شرح می‌دهد؛ به‌طوری که برای صنعت کاران (کسانی که با حلبی و ورق آهن کار می‌کنند) قابل فهم و عمل باشد. وی مسئله‌های زیادی را به این روش، در این کتاب حل کرده است.

هر جسم مادی مقداری فضا اشغال می‌کند و بنابراین، حجمی دارد. حجم برخی جسم‌ها را از زمان‌های باستان در چین، مصر، عیلام و بابل کهن محاسبه می‌کردند. ایجاد انبار، ساختن سدها و جزآن، مردم را بیشتر به راهی انداخت که بتوانند حجم‌ها را محاسبه کنند. آن‌ها هر طرحی را که می‌ساختند و هر بنایی را که برپا می‌کردند، از جهت‌های مختلف اندازه می‌گرفتند و بدین ترتیب، به تدریج، مفهوم حجم جسم‌ها به‌وجود آمد.

عیلامی‌ها – امپراتوری بزرگی که در غرب و جنوب ایران تا قبل از آمدن آریایی‌ها حکومت می‌کردند – بیشتر به هندسه و بابلی‌ها – که در همسایگی آن‌ها بودند – بیشتر به حساب و جبر می‌پرداختند. مصری‌ها حتی حجم هرم ناقص را هم با رابطه‌ای که درست بود به‌دست می‌آوردند ولی همه‌ی این‌ها در درون ریاضیات کاربردی قرار می‌گرفتند. هندسه و حساب که بخش‌های اصلی ریاضیات باستان را تشکیل می‌دادند، از هم جدا نبودند و ضمن حل مسئله‌های کاربردی، با هم مطرح می‌شدند.

البته در هزاره‌های جدیدتر، برای آموزش و آماده کردن افراد کارآمد، اغلب با استفاده از «مسئله‌های عکس» به زمینه‌هایی که در عمل مطرح نبودند و بیشتر برای یادگیری آموزش به کار

یادداشت معلم

۱- بوزجان که ویرانه‌های آن هنوز در نزدیکی تربت‌جام در مرز افغانستان قرار دارد، محل تولد ابوالوفا بوده است. او مقدمات ریاضی را نزد دایی و عموی خود فرا می‌گیرد و بعدها، وقتی کم و بیش مشهور می‌شود، به بغداد می‌رود. بوزجانی در بیش از هزار سال پیش می‌زیسته است.

واحد حجم



ایجاد انگیزه کنید:

۱- از دانش آموزان بخواهید حجم های صفحه ی قبل را بسازند.

۲- دانش آموزان را گروه بندی کنید و به هر گروه ۳۰ عدد مکعب بدهید و از آن ها بخواهید با آن ها اجسام متنوعی بسازند و تعداد مکعب های استفاده شده در آن ها را بشمارند. می توانید از دانش آموزان بخواهید چند مکعب به ضلع ۱ cm و ۱۰ cm بسازند (۱۲ cm برای نمایش واحد حجم و 10^3 cm^3 برای بیان واحد لیتر نیز بعداً استفاده خواهد شد).



هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ کار در کلاس، دانش آموزان با توجه به واحد حجم که مکعبی است به ضلع ۱ سانتی متر، حجم اجسام کشیده شده را به دست می آورند. در این تمرین، بر این نکته تأکید می شود که در واقع، جسم هر شکل تعداد مکعب هایی است که به عنوان واحد در نظر گرفته می شوند.

چون واحد حجم در این تمرین مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر است، پس، واحد حجم سانتی متر مکعب (cm^3) خواهد بود. در تمرین ۲، دانش آموزان درمی یابند که می توان یک حجم را به حجم های کوچک تر شکست و نیز حاصل جمع این حجم ها با حجم اولیه برابر است.



بپرسید!

۱- آیا مطلب بالا در مورد محیط صادق است؟
پاسخ: خیر.

۲- آیا مطلب بالا در مورد مساحت صادق است؟
پاسخ: بله.



فعالیت موازی:

به دانش آموزان بگویید برای ساختن حجم خود فقط اجازه دارند از ۲۰ مکعب مساوی استفاده کنند و با آن ها اجسام مختلف بسازند. از آن ها بپرسید: اگر ما واحد حجم را همان مکعب هایی



که در دست آن هاست فرض کنیم، حجم شکل های ساخته شده هر کدام چه قدر خواهد بود؟ پاسخ خواهند داد: ۲۰ واحد حجم. از آن ها بپرسید: اجسام ساخته شده با ۲۰ مکعب ظاهری تفاوت دارند. آیا حجم آن ها متفاوت است؟
پاسخ: خیر.

ادامه دهید:



اکنون مکعبی به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ را به آن ها نشان دهید و بگویید که اگر ما این مکعب را به عنوان واحد حجم در نظر بگیریم، حجم آن 1 cm^3 است. تعداد مکعب هایی به این ابعاد در هر جسمی نشان دهنده ی حجم آن جسم بر حسب cm^3 است.

توصیه ی آموزشی:



قبل از انجام دادن کار در کلاس، فعالیت بالا انجام شود.



۱- ۱ دسی متر مکعب یعنی چه؟ پاسخ: حجم مکعبی که اضلاع آن ۱ دسی متر است.

۱ دسی متر مکعب چند سانتی متر مکعب است؟

پاسخ: $1 \text{ dec}^3 = 1 \text{ dec} \times 1 \text{ dec} \times 1 \text{ dec}$
 $= 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$

۲- در اصطلاح به جای 1000 cm^3 یا 1 dec^3 ، یک لیتر می‌گوییم. می‌توانید برای آشنایی بیشتر دانش‌آموزان پیمانه‌ای یک لیتری یا جعبه‌ای به گنجایش ۱ لیتر یا یک شیشه‌ی شیر ۱ لیتری را به کلاس ببرید.

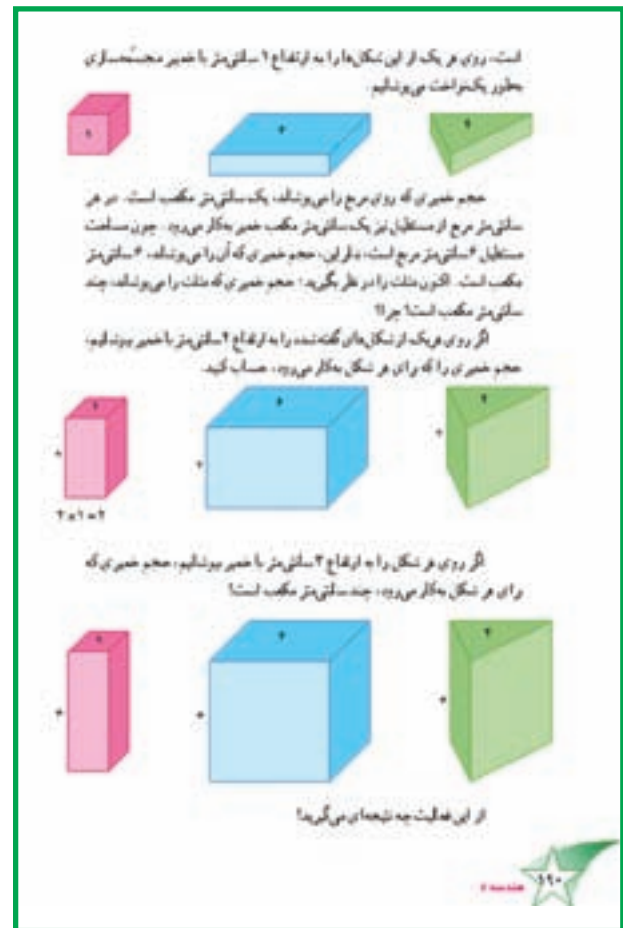
۳- 1 m^3 چند سانتی متر مکعب است؟

پاسخ: 1000 cm^3

۴- ۱ میلی متر مکعب چند متر مکعب است؟

پاسخ: 1000000 cm^3

۵- ارشمیدس، دانشمند معروف، می‌گوید: «اگر جسمی وارد سیالی شود، حجم آن سیال را به اندازه‌ی خودش جابه‌جا می‌کند.» از این روش می‌توان برای محاسبه‌ی حجم اجسامی مانند سنگ و... استفاده کرد.



محاسبه‌ی حجم‌های منشوری



دانش‌آموزان برای انجام دادن این فعالیت، به خمیر بازی نیاز دارند. در این فعالیت، دانش‌آموزان با حسّ لامسه‌ی خود روی قاعده‌های پیشنهادی، حجم‌هایی به ارتفاع‌های مختلف می‌سازند و خود به فرمول محاسبه‌ی حجم دست می‌یابند. با توجه به این که ادراک انتزاعی نسبت به حجم هنوز در دانش‌آموزان رشد لازم را نکرده است، انجام دادن فعالیت با حوصله‌ی زیاد توصیه می‌شود.



از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و نسبت به ساختن حجم‌های گفته شده، به‌طور گروهی اقدام کنند.



دانش‌آموزان با مفهوم حجم به معنای گنجایش نیز آشنا می‌شوند.



یک ظرف را به کلاس ببرید و با یک مکعب توخالی به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ ، آن را از آب پر کنید. از دانش‌آموزان پرسید: حجم ظرف چند واحد حجم است؟ پاسخ: تعداد دفعاتی که با مکعب در ظرف، آب ریخته‌ایم، حجم ظرف خواهد بود. اکنون ظرف را با یک لیوان پر کنید؛ حجم ظرف برحسب واحد لیوان چه قدر خواهد شد؟



چگونه می‌توانیم حجم یک جسم نامشخص (توخالی) را به کمک واحد cm^3 پیدا کنیم؟

با توجه به فعالیت قبل، مشخصه می‌کنید که حجم خمیر به کُل رفته برای جسم روی هر شکل، برابر است با حاصل ضرب مساحت آن شکل در ارتفاع خمیر؟ بفرمایید.
حجم هر یک از این اجسام را با حاصل ضرب مساحت قاعده آن در ارتفاع آن

کارد در کلاس



۱. حجم خمیری که روی مربع را می‌زنیم، چند سانتی‌متر مکعب است؟
۲. برای هر سانتی‌متر مربع از دو شکل دیگر، چند سانتی‌متر مکعب خمیر به‌کار می‌رود؟
۳. حجم خمیر لازم برای دایره چند سانتی‌متر مکعب است؟
۴. حجم خمیر لازم برای پنج‌ضلعی، چند سانتی‌متر مکعب است؟



اگر بخوانیم روی هر یک از شکل‌های گفته شده، را به ارتفاع ۲ سانتی‌متر یا خمیر بزنیم، حجم خمیر لازم برای هر شکل چقدر است؟



کارد در کلاس

مساحت قاعده و ارتفاع هر یک از اجسام زیر داده شده است. حجم آن‌ها را حساب کنید.



هدف کار در کلاس:



در تمرین ۱، دانش‌آموزان فرمول حجم ($v = s \times h$) را می‌نویسند و با جایگزین کردن مقدار مساحت شکل که روی هر یک از اشکال نوشته و ارتفاع هر شکل که روی هر شکل مشخص شده است، حجم اشکال را به دست می‌آورند، تأکید کنید که مساحت قاعده قبلاً محاسبه و داده شده است.

در تمرین ۲، دانش‌آموزان ابتدا مساحت قاعده را به کمک فرمول‌های مساحت که پیش از این فرا گرفته‌اند، به دست می‌آورند و سپس، به کمک فرمول حجم، حجم اشکال را محاسبه می‌کنند.

توصیه‌های آموزشی:



۱- نوشتن واحد حجم در هر مورد از تمرین‌ها توصیه

می‌شود.

در این فعالیت، دانش‌آموزان به‌طور استقرایی به این نتیجه خواهند رسید که حجم اجسام به دو عامل، سطح شکل و ارتفاع آن‌ها، بستگی دارد. برای محاسبه‌ی حجم خمیر به کار رفته برای جسم روی هر شکل، مساحت قاعده را در ارتفاع خمیر ضرب می‌کنیم؛ پس، حجم هر یک از این اجسام برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع آن.

هدف کار در کلاس:



در این تمرین، دانش‌آموزان با درک انتزاعی که از فعالیت قبل به دست آورده‌اند، می‌توانند تصور کنند که، با توجه به سؤال‌های مطرح شده برای هر شکل به چه مقدار خمیر نیاز دارند. عددهایی که روی هر شکل نوشته شده است، مساحت هر شکل است.



منشور

ایجاد انگیزه کنید:



از دانش آموزان بخواهید اجسام صفحه‌ی ۱۹۴ را بسازند.

هدف فعالیت:



دانش آموزان با ساختن منشور، به کمک حس لامسه تصور لازم را از این شکل به دست می‌آورند.

شروع کنید:



به کمک جسم ساخته شده، سطح‌های جانبی، دو قاعده‌ی مساوی و شکل سطح‌های جانبی منشور را که به صورت مستطیل است، نشان دهید.

سطح جانبی منشور به معنای مجموع مساحت‌های مستطیل‌های دور منشور است.

۲- اجسامی را که به شکل بالا هستند و ارتفاع خمیر در همه‌ی نقاط سطح آن‌ها به طور یکسان قرار گرفته است، حجم‌های منشور می‌نامیم.

پرسید:



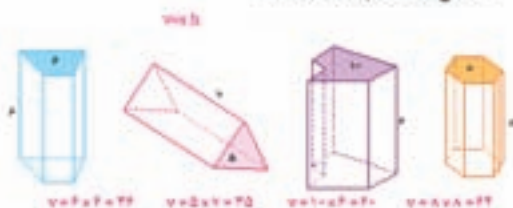
آیا کلاه بوقی یک حجم منشوری است؟
پاسخ: خیر؛ زیرا ارتفاع همه‌ی نقاط آن یکسان نیست.



در یک منشور، با جمع کردن مساحت پهنه‌های توان اندازی سطح جانبی و با دست آوردن با جمع کردن اندازی سطح جانبی با مساحت‌های دو قاعده‌ی منشور، اندازی سطح کل منشور حاصل می‌شود.

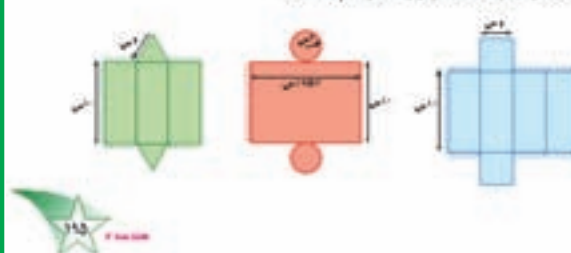
کار در کلاس

در شکل‌های زیر، چند منشور نشان داده شده است؛ با توجه به مساحت قاعده و ارتفاع و یک حجم آن‌ها را حساب کنید.

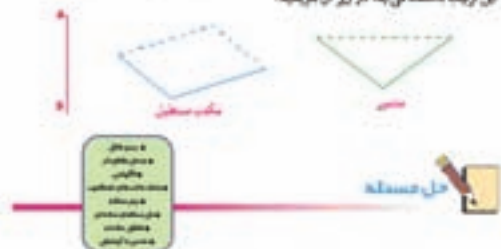


تمرین

۱- هر یک از شکل‌های زیر، شکل گسترده‌ی جسمی است. آن‌ها را با اعدادی در داخلش روی مقوای رسو کنید و جسم مربوط به هر کدام را بسازید.



۱- در شکل‌های زیر، از هر رأس پاره‌خطی موازی و مساوی با پاره‌خط AB رسم کنید. سپس، اشکال پاره‌خط‌هایی را که رسم کرده‌اید، به‌طور متوالی به هم وصل کنید و نام شکل را که به این ترتیب درست می‌آید، در زیر آن بنویسید.



۲- متونی است به‌شکل منشور؟ پهنای آن در ضلع قاعده‌ی آن ۴ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می‌خواهد به‌جای این ستون، آگهی جاساز کند. چند متر مربع کفشی لازم است؟ **۶ متر مربع**
۳- سطح بی‌است به‌شکل استوانه که شعاع قاعده‌ی آن ۴ متر و ارتفاعش ۵ متر است. این سطح چند متر مکعب آب می‌گیرد؟



$$V = \pi r^2 h = 3.14 \times 4^2 \times 5 = 316.8$$

۴- یک جعبه‌ی مستطیل‌الکعبی به‌شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵ سانتی‌متر، عرض آن ۱۹ سانتی‌متر و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. همین‌کدام چند تا از این جعبه‌ها در یک آگهی مکعب مستطیل شکل که ابعاد آن ۵۰ × ۲۰ × ۱۹ سانتی‌متر است، جای‌گیرد؟ **۱۱**

۵- یک بزرگ‌ترت به‌شکل استوانه داریم که شعاع قاعده‌ی آن ۲ متر و ارتفاعش

$$V = \pi r^2 h = 3.14 \times 2^2 \times 5 = 62.8$$

$$V = \pi r^2 h = 3.14 \times 2^2 \times 5 = 62.8$$

$$V = \pi r^2 h = 3.14 \times 2^2 \times 5 = 62.8$$



سطح کل منشور به معنای مجموع سطح جانبی منشور و مجموع دو قاعده‌ی آن است.

هدف کار در کلاس:



در این کار در کلاس، دانش‌آموزان با تنوع شکل در منشورها آشنا می‌شوند و برای محاسبه‌ی حجم، از فرمول $V = S \times h$ استفاده می‌کنند.

توصیه‌های آموزشی:



برای حل کردن تمرین‌های این درس به نکات زیر توجه کنید:

در تمرین ۱، دانش‌آموزان با گسترده‌ی چند منشور آشنا می‌شوند. از آن‌ها بخواهید، خود، گسترده‌ی منشورها را رسم کنند و آن‌ها را بسازند. خط‌چین‌های اضافی کنار شکل‌ها به دانش‌آموزان کمک می‌کند که بتوانند اجسام را بهتر بسازند. بعضی از دانش‌آموزان، توانایی رسم کردن اجسام سه‌بعدی

را در صفحه ندارند.

در تمرین ۲، سعی شده است این توانایی در آن‌ها ایجاد شود و از طرفی دیگر، ارتفاع یکسان در همه‌ی سطوح قاعده به‌گونه‌ای دیگر مطرح گردد.

توسعه:



۱- می‌توان فرض کرد که دایره یک چندضلعی است که رئوس آن بسیار به هم نزدیک‌اند؛ پس، استوانه یک منشور است.
۲- واحدهای دیگری مانند قطر، گالن، بشکه و... را می‌توان به‌عنوان واحد حجم در کلاس مطرح کرد و کاربرد آن‌ها را مورد بحث و بررسی قرار داد.

۳- منشور غیر قائم را می‌توان در کلاس مطرح کرد و در مورد شکل سطح‌های جانبی و ارتفاع آن به گفت‌وگو پرداخت.

فعالیت خارج از کلاس:



۱- دانش‌آموزان در مورد واحدهای قطر و گالن و بشکه

تلفیق با سایر دروس:



۱- تلفیق با هنر؛ ساختن حجم‌های مختلف با استفاده از مقوا لذت بخش است.

۲- تلفیق با زندگی روزمره؛ اجسام بسیار حجیم در طبیعت و زندگی انسان‌ها کاربرد بسیاری دارند.

توصیه‌های آموزشی:



به قسمت حل مسئله در این قسمت دقت کنید.

۱- در تمرین ۱، دانش‌آموزان می‌توانند برای محاسبه‌ی مساحت جانبی هر شکل، از فرمول محیط قاعده ضرب در ارتفاع استفاده کنند. می‌توانید در همین تمرین و با اعداد داده شده در مسئله، به این فرمول دست یابید؛ برای مثال:

$$\begin{aligned} S_{\text{جانبی}} &= \text{مجموع وجه‌های جانبی} \\ &= 6 \times 0/2 + 6 \times 0/2 + 6 \times 0/2 + 6 \times 0/2 + 6 \times 0/2 + 6 \times 0/2 \\ &= 6 \times \underbrace{(0/2 + 0/2 + 0/2 + 0/2 + 0/2 + 0/2)}_{\text{محیط قاعده}} = 6 \times \underbrace{5 \times 0/2}_{\text{محیط قاعده}} \end{aligned}$$

۲- در تمرین ۲، به حجم از دیدگاه گنجایش توجه شده است.
۳- در تمرین ۳، دانش‌آموزان حجم کارتن را بر حجم جعبه‌ی دستمال کاغذی تقسیم می‌کنند. به دانش‌آموزان توصیه کنید که قبل از محاسبات، عددها را تا حد امکان ساده کنند؛ یعنی:

$$\begin{aligned} \text{تعداد} &= \frac{24 \times 30 \times 50}{125 \times 12 \times 4} \\ &= 24 \end{aligned}$$

۴- در تمرین ۴، دانش‌آموزان مساحت جانبی و مساحت قاعده را به دست می‌آورند. برای محاسبه‌ی مساحت جانبی، محیط قاعده را در ارتفاع ضرب می‌کنند. برای بیان این فرمول در استوانه می‌توانید از گسترده‌ی استوانه که یک مستطیل است استفاده کنید.

اگر این مستطیل را به استوانه تبدیل کنیم، مساحت جانبی آن همان مساحت مستطیل (گسترده‌ی استوانه) خواهد بود.



۵ متر است. می‌خواهیم بندهای خارجی و سقف آنرا رنگ کنیم. اگر هزینه‌ی رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چند تومان باید پرداخت کرد؟
 ۱- چنانچه به عرض ۱۶ متر قطر کرده باشد، مساحت دایره‌ی این چاه ۲۰۴ متر است. خاک این چاه را در دیسکی به شکل مستطیل و به ابعاد ۵ و ۴ متر بطور یکپارچه پهن کرده‌اند. ارتفاع این خاک چقدر است؟
 ۲- عرضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۴ و ۲ و ۱/۵ متر است. این حوض خالی است و می‌خواهند آن را با بتن آری که در هر دقیقه ۴۰ لیتر آب از آن خارج می‌شود. و کند چند ساعت طول می‌کشد تا حوض پر شود؟ اگر هر مکعب برای پر کردن آن ۳۰۰۰ لیتر آب است.
 ۳- طرفی به شکل مکعب و به ضلع ۵ سانتی‌متر و از آن آب است. آب این طرف را در ظرف استوانه‌ای به مساحت ۴ سانتی‌متر می‌ریزند. ارتفاع آب در این ظرف با تقریب کمتر از ۰/۱ چقدر می‌شود؟
 ۴- قاعده‌ی یک منشور به قطر ۵ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۸ سانتی‌متر است. اگر ارتفاع این منشور ۸ سانتی‌متر باشد، حجم آن چند سانتی‌متر مکعب است؟
 ۵- می‌خواهیم با یک مکعب به ضلع ۶ سانتی‌متر یک مکعب ۳۰۰۰ سانتی‌متر مربع بسازیم.
 ۶- مکعب مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ و ۶ سانتی‌متر با یک مکعب ساخته شده است. در ساختن آن چند سانتی‌متر مربع مکعب به کار رفته است؟
 ۷- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۴ و ۵ و ۶ سانتی‌متر با یک مکعب ساخته شده است. در ساختن آن چند سانتی‌متر مربع مکعب به کار رفته است؟

تحقیق کنند.

- ۲- حجم خانه‌ی خدا را محاسبه کنند.
- ۳- اخباری جالب در مورد حجم مثلاً حجم گاز کشور، حجم آب مصرفی در سال و ماه‌های مختلف و نیز حجم تولید نفت در سال جمع‌آوری کنند.
- ۴- حجم منبع آب روی پشت‌بام یا کولر خانه‌ی خود را حساب کنند.
- ۵- هر کدام از دانش‌آموزان به کمک مقوا حجم‌هایی بسازند که حجم آن‌ها ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب باشد. تأکید کنید که هر چه اجسام عجیب و غریب‌تر باشند، سازندگان آن‌ها امتیاز بیشتری خواهند گرفت.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



از دانش‌آموزان بخواهید که واحدهای حجم را به کمک ماشین حساب تبدیل کنند.

۵- در تمرین ۵، می‌توانید با تشکیل معادله، مسئله را حل کنید.

حجم خاک باغچه = حجم چاه

$$\pi r^2 h = a \times b \times c$$

ارتفاع خاک

$$\frac{3}{14} \times (\frac{0}{4})^2 \times 12 = 5 \times 4 \times c \Rightarrow c = \frac{\frac{3}{14} \times (\frac{0}{4})^2 \times 12}{5 \times 4}$$

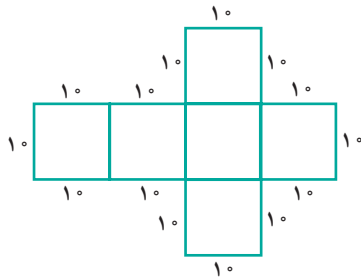
دانش‌آموزان بهتر است یاد بگیرند که ابتدا ساده کنند و سپس، پاسخ نهایی را به دست آورند.

۶- در تمرین ۶، می‌توانند از جدول تناسب برای حل مسئله استفاده کنند.

۷- در تمرین ۷، به روش تمرین ۵ می‌توان عمل کرد.

۸- در تمرین ۸، به کمک فرمول حجم به راحتی می‌توان مسئله را حل کرد.

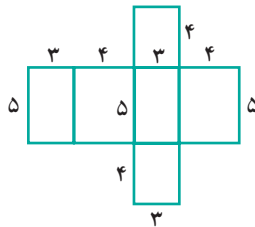
۹- در تمرین ۹، بهتر است گسترده‌ی مکعب را رسم کنید و از روی شکل مسئله را حل نمایید.



$$S_{\text{کل}} = 6 \times S_{\text{یک مربع}}$$

$$= 6 \times 10 \times 10 = 600 \text{ cm}^2$$

۱۰- در تمرین ۱۰، نیز بهتر است از گسترده‌ی مکعب مستطیل برای حل مسئله استفاده کنید.



$$S_{\text{کل}} = 2(4 \times 5) + 2(3 \times 5) + 2(3 \times 4) = 94 \text{ cm}^2$$

یادداشت معلم



چند نکته در مورد تمرین دوره ای ۲

تمرین های این قسمت، به یادآوری و مرور موضوعات آموزش داده شده در کلاس دوم راهنمایی اختصاص یافته است. البته در بخش دوم (قسمتی که در نیمسال دوم آموزش داده می شود) بیشتر تأکید شده و مطالب نیمسال اول سریع تر مرور شده است. در زیر، ابتدا هدف ها و توصیه های موردنظر در بعضی از تمرین ها مطرح می شود و سپس، تمرین های تکمیلی این بخش ارائه می گردد.

۱- در تمرین اول، از آن جا که دانش آموزان با عددهای صحیح منفی نیز آشنا شده اند، بر کلمه ی مثبت تأکید شده است. به طور کلی، مبحث مقسوم علیه و مضرب در دوره ی راهنمایی فقط در مورد مجموعه ی اعداد طبیعی بحث کرده است.

۲- در تمرین ۱۱، توجه دانش آموزان را به این نکته جلب کنید که همه ی واحدهای محور را نمی توان به یک عدد تقسیم کرد؛ برای مثال، همه ی واحدها را نمی توان به ۳ قسمت تقسیم نمود؛ بنابراین، باید هر واحد را با توجه به کسر داده شده و موردنظر تقسیم کرد. برای نمایش عدد $2\frac{1}{5}$ - فاصله ی بین ۲- و ۳- به ۵ قسمت تقسیم می شود.

۳- در تمرین ۲۰، توصیه می شود برای هر یک از عبارت های جبری داده شده، یک جدول رسم شود؛ برای نمونه، جدول عبارت $4x$ رسم شده است.

۲۴- قرنه‌ی شکل A را نسبت به خط k و قرنه‌ی شکل B را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.

۲۵- حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید.

۲۶- مساحت هر شکل را حساب کنید.

۲۷- مساحت هر قسمت رنگی را پیدا کنید.

۲۸- با طای به طول ۳۱/۴ متر، مربعی می‌سازیم. مساحت این مربع چند مترمربع است؟ اگر با همین طای یک دایره درست کنیم، مساحت آن چقدر می‌شود؟

۲۹- مستطیلی بکشید و محورهای تقارن و مرکز تقارن آن را مشخص کنید.

۳۰- شکلی را نام ببرید که فقط چهار محور تقارن داشته باشد. مربع.

۲۸- خارج قسمت هر یک از تقسوهایی زیر را با دو رقم اعشار به دست آورید و بقی‌مانده‌ی هر کدام را تعیین کنید.

۲۹- مساحت هر شکل را حساب کنید.

۳۰- مساحت هر قسمت رنگی را پیدا کنید.

۳۱- با طای به طول ۳۱/۴ متر، مربعی می‌سازیم. مساحت این مربع چند مترمربع است؟ اگر با همین طای یک دایره درست کنیم، مساحت آن چقدر می‌شود؟

۳۲- مستطیلی بکشید و محورهای تقارن و مرکز تقارن آن را مشخص کنید.

۳۳- شکلی را نام ببرید که فقط چهار محور تقارن داشته باشد. مربع.

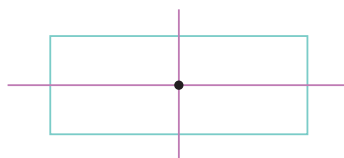
سؤال‌های تکمیلی تمرین دوره‌ای ۲

$$(-3\frac{5}{6}) \times \bigcirc = 1$$

۱- در جای خالی، عدد مناسب بنویسید.

۲- حاصل کسر زیر را به دست آورید.

$$3 + \frac{1}{-1 + \frac{1}{-2 + \frac{1}{-2 + \frac{1}{3}}}}$$



۳- نصف و ربع عدد 2^{16} را به صورت توان بنویسید.

۴- $\sqrt{\sqrt{16}-1}$ را حساب کنید.

۵- عدد $5(123)$ را در مبنای ۴ بنویسید.

۶- عدد بعد از $3(2222)$ را بنویسید.

۷- بزرگ‌ترین عدد در مبنای ۴ بدون تکرار ارقام را بنویسید.

۸- حاصل $\sqrt{3} \times \sqrt{13} \times \sqrt{27} \times 13$ را به دست آورید.

۹- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$1) \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}y - \frac{3}{4}x - \frac{4}{5}y + 2$$

۵- یک صفحه از دفتر فروش شرکت تعاونی مدرسه‌ای به صورت زیر است

جنس	تعداد	قیمت هر واحد به ریال	فروش کل به ریال
دفتر ۴۰۰ برگ	۵	۴۰۰	۲۰۰۰
دفتر	۶۰	۱۵۰	۹۰۰۰
خودکار	۷۷	۲۵۰	۱۹۲۵۰
دفتر تراش	۶۲	۷۰۰	۴۳۴۰۰
دفتر ۶۰۰ برگ	۶۴	۹۰۰	۵۷۶۰۰
جمع کل فروش			۱۲۹۸۵۰

الف- فروش کل هر یک از کلاس‌ها را حساب کنید.

جواب: اگر شرکت هر دفتر ۴۰ برگ را ۵۵۰ ریال و هر دفتر ۶۰۰ برگ را

۹۰۰۰ ریال خریده باشد، از فروش دفاتر چه ضرر سود بوده است؟ ۱۲۵۰۰ ریال

ب- نقشی در سال گذشته کتاب جدیدی منتشر کرده است. $\frac{1}{5}$ کل نشر کل

ایران این کتاب در سال گذشته فروخته شده و ۱۴۰۰ جلد آن بر این نشر مابین است

نشر کل این کتاب در سال گذشته فروخته شده است؟ ۴۰۰۰ جلد اگر قیمت روی هر جلد از این

کتاب ۴۰۰۰ ریال باشد، قیمت کتابهای فروخته شده چه ضرر سود است؟ ۱۲۹۸۰۰۰۰

ج- رای حل کردن مسئله زیر یک معادله بنویسید و سپس آن را حل کنید.

جنب تعدادی دفتر خریده که قیمت هر کدام ۶۰ تومان بود. ۶۰۰ تومان به

فروشنده داد و ۶۰ تومان پس گرفت. جنب چند دفتر خریده؟ $۶۰۰ - ۶۰ = ۵۴۰$

$n = 11$

د- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب a ، b و c متر است. می‌خواهند

کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۰.۳ کیلوگرم رنگ

لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چه مقدار رنگ لازم است؟ $۲۵/۴$

ه- منبع آبی به شکل استوانه و گنجایش آن ۴۲۸۰ لیتر است. اگر ارتفاع این

منبع ۴ متر باشد، شعاع قاعده‌ی آن چه مقدار است؟ $۱ = ۲۲/۵$

و- یک طرف استوانه‌ای داریم که شعاع قاعده‌ی آن ۲۰ سانتی‌متر و ارتفاع آن

۹۰ سانتی‌متر است. چند پالت شیر به این استوانه $۶/۲۸$ و ۱۰ و ۱۵ سانتی‌متر در این طرف

روزمه نای شود؟ ۱۸۰



$$۲) ۲(x-y) - ۳(۲x+۳y) =$$

۱۰- مقدار عددی عبارت‌های زیر را به ازای

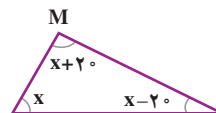
$x = -1$ و $y = 2$ به دست آورید.

الف) $-x - y - 1$

ب) $\frac{x+y}{۲} - \frac{x}{۳}$

۱۱- در شکل روبه‌رو مقدار زاویه‌ی \hat{M} را به دست

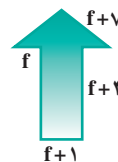
آورید.



۱۲- سیمی به طول ۵۸ سانتی‌متر را به شکل یک

پیکان متقارن درآورده‌ایم. مقدار f را بر حسب سانتی‌متر

به دست آورید.



۱۳- آیا $x = 1$ جواب معادله‌ی $۲x^5 - ۳x + 1 = 0$ است؟ چرا؟

۱۴- آیا $x = 2$ جواب معادله‌ی $۳x^3 + ۲x = 2$ است؟ چرا؟

۱۵- برای مسئله‌ی زیر، یک معادله تشکیل دهید و سپس، آن را حل کنید.

شخصی تعدادی سکه‌ی یک ریالی، ۲ ریالی، ۵ ریالی و ۵۰ ریالی و در مجموع، ۲۰۴ ریال دارد. اگر تعداد

انواع سکه‌ها با هم برابر باشد، تعداد هریک از سکه‌ها چند تا است؟

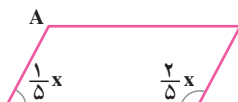
۱۶- قیمت یک جلد کتاب ۲۰۰ تومان بیشتر از ۴ برابر پول مریم و ۳۰۰ تومان کمتر از ۶ برابر پول اوست.

قیمت کتاب چند تومان است؟

۱۷- در بردار \vec{AB} ، $A = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ است. مختصات بردار را حساب کنید.

۱۸- قرینه‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۷ \end{bmatrix}$ را نسبت به مبدأ مختصات به دست آورید.

۱۹- قرینه‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$ را نسبت به محور طول‌ها به دست آورید.

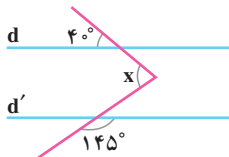


۲۰- در متوازی‌الاضلاع روبه‌رو، \hat{A} چند درجه است؟

۲۱- در ذوزنقه‌ی روبه‌رو، زاویه‌ی \hat{A} چند درجه است؟



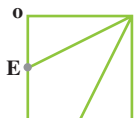
۲۲- یک هفت ضلعی رسم کرده و جمع زوایای داخلی آن را حساب کنید.



۲۳- در شکل روبه‌رو $d \parallel d'$ است زاویه \hat{x} چند درجه است؟

۲۴- در شکل روبه‌رو، مساحت مربع داخلی ۶ سانتی‌متر است. مساحت مربع خارجی برحسب سانتی‌متر

چند است؟ (المپیاد ۱۹۷۷ بلژیک)



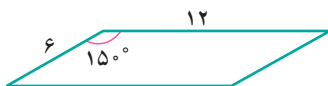
۲۵- سه قسمت مربع به ضلع ۶cm با هم مساوی‌اند. اندازه‌ی OE را حساب کنید.

۲۶- مساحت یک مربع و یک دایره هرکدام ۱ سانتی‌مترمربع است. محیط کدام یک بیشتر است؟

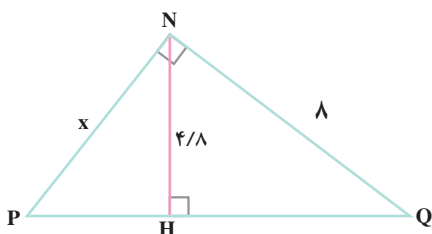


۲۷- مساحت مثلث رنگی چه کسری از مجموع مساحت‌های مثلث دیگر است؟

۲۸- مساحت متوازی‌الاضلاع روبه‌رو را حساب کنید.



۲۹- در شکل روبه‌رو، x را حساب کنید.



۳۰- مساحت کل مکعبی ۹۶ سانتی‌مترمربع است. حجم آن چند سانتی‌مترمکعب است؟

۳۱- اگر ضلع مکعبی $\frac{1}{6}$ شود، سطح کل آن به چه نسبتی کوچک می‌شود؟

۳۲- می‌خواهیم با $\frac{31}{4}$ سانتی‌مترمکعب خمیر مجسمه‌سازی، میله‌ای استوانه‌ای شکل به شعاع قاعده‌ی

$\frac{1}{10}$ متر بسازیم. ارتفاع میله را حساب کنید.

۳۳- حجم مکعبی ۲۷۰۰۰ لیتر است. سطح کل آن چند مترمربع است؟

۳۴- مکعب مستطیلی به حجم ۴۸ و به ابعاد $2a$ ، a و $3a$ مفروض است. مقدار a در این مکعب چند است؟

– نکته‌ی مهم در کشیدن این رسم‌ها، پیدا کردن مرکز دایره و شعاع آن است.

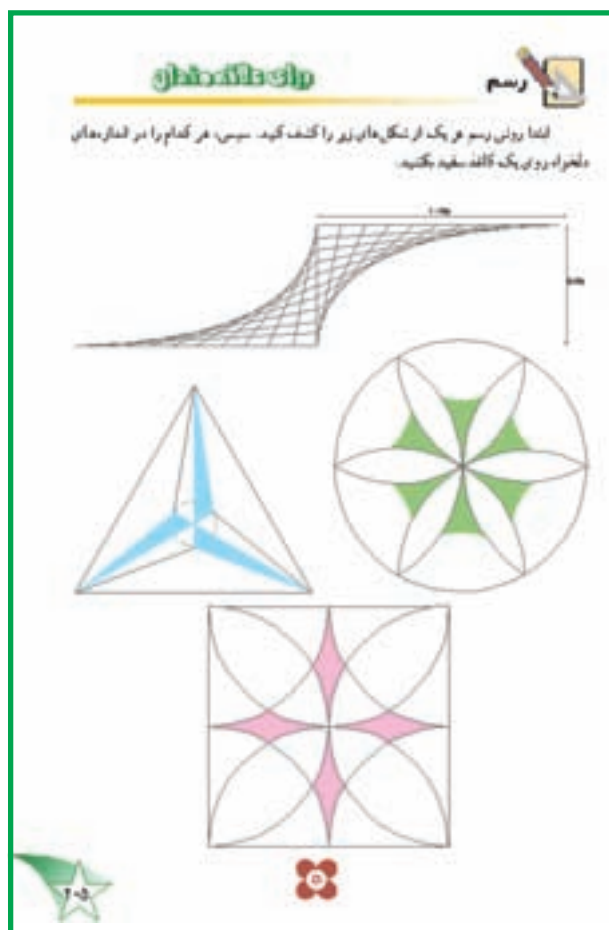
در سال گذشته، دانش‌آموزان مشابه این رسم را کشیده‌اند؛ بنابراین، مشکل خاصی پیش‌بینی نمی‌شود.

دانش‌آموزان می‌توانند با ایده‌ی طرح شده در این رسم، رسم‌های زیبا و جالب دیگری را طراحی کنند.

در این رسم، محل برخورد ارتفاع‌های مثلث متساوی‌الاضلاع، مرکز دایره است و شعاع دایره دلخواه می‌باشد. پس از رسم دایره، خطوط دیگر مشابه شکل نهایی کشیده می‌شوند.

در رسم سوم، محیط دایره به ۱۲ قسمت تقسیم شده که ۶ دایره با شعاع دایره‌ی اصلی و ۶ دایره با شعاع نصف دایره‌ی اصلی از آن‌ها رسم شده است؛ سپس، قسمت‌های اضافی پاک شده و شکل نهایی به دست آمده است.

در این رسم، مرکز دایره‌ها چهار گوشه‌ی مربع و وسط اضلاع آن است. در مجموع، این شکل ۸ دایره و یک مربع است که خطوط اضافی آن باید پاک شوند. شعاع همه‌ی دایره‌ها نصف ضلع مربع است.



از آن جا که رسم یکی از قسمت های دوست داشتنی کتاب ریاضی برای دانش آموزان است، در این صفحه، ۴ رسم اختیاری به دانش آموزان معرفی شده که پیدا کردن روش کشیدن آن ها به عهده ی دانش آموزان است.

— اندازه ی رسم ها قابل تغییر است و به دلخواه دانش آموزان

