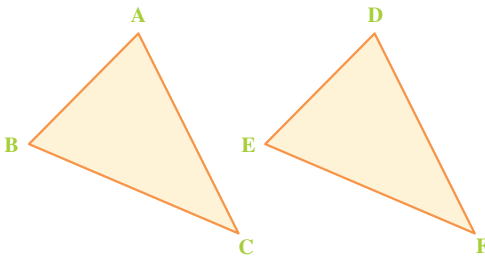




تساوی مثلث‌ها

اجزای متناظر



دو مثلث به نام‌های ABC و DEF را در شکل مقابل مشاهده می‌کنید. اگر روی مثلث ABC کاغذی قرار دهید و از روی آن یک مثلث بکشید و سپس این مثلث روکش شده را طوری روی مثلث DEF قرار دهید که بر آن منطبق

شود، خواهید دید که اضلاع و زوایای متناظر – یعنی اجزای متناظر آن‌ها – برهم منطبق می‌شوند.

دو مثلث که برهم منطبق می‌شوند و یک‌دیگر را کاملاً می‌پوشانند، دو مثلث مساوی خوانده می‌شوند.

در دو مثلث متساوی، اجزای متناظر مساوی‌اند؛ یعنی، در دو مثلث بالا داریم:

$$AB = DE$$

$$AC = DF$$

$$BC = EF$$

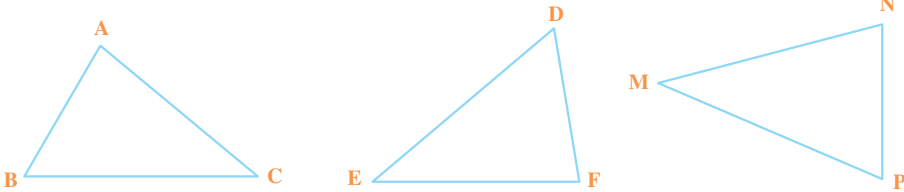
$$\hat{C} = \hat{F}$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$

$$\hat{A} = \hat{D}$$



با استفاده از انطباق، تعیین کنید که مثلث ABC با کدام یک از دو مثلث دیگر مساوی است.



اکنون با در نظر گرفتن اجزای متناظر دو مثلث متساوی، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\hat{A} = \dots\dots\dots \quad \hat{B} = \dots\dots\dots \quad \hat{C} = \dots\dots\dots$$

$$BC = \dots\dots\dots \quad AC = \dots\dots\dots \quad AB = \dots\dots\dots$$

حالت‌های تساوی دو مثلث

اگر دو باغچه به شکل مثلث داشته باشید، چگونه می‌توانید بفهمید که این دو با هم مساوی‌اند یا نه؟ مسلماً از انطباق نمی‌توانید استفاده کنید. از این رو برای تشخیص مساوی بودن یا نبودن این مثلث‌ها باید راهی پیدا کنید. در این درس می‌آموزیم که اگر بعضی از اجزای دو مثلث با هم مساوی باشند، می‌توان نتیجه گرفت که این دو مثلث متساوی‌اند و انطباق آن‌ها ضرورتی ندارد.



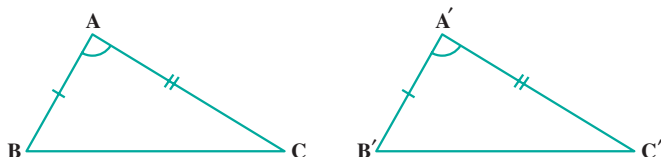
مثلی با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 2\text{cm} , \hat{E} = 40^\circ , CE = 3\text{cm}$$

مثث دیگری با مشخصات زیر رسم کنید.

$$PN = 2\text{cm} , \hat{P} = 40^\circ , PM = 3\text{cm}$$

با استفاده از انطباق، بررسی کنید که آیا دو مثلث با هم برابرند یا نه؟

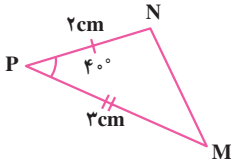
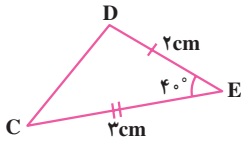


در دو مثلث بالا $AB = A'B'$, $AC = A'C'$, $\hat{A} = \hat{A}'$ است.

این دو مثلث متساوی‌اند. تصور کنید که زاویه‌ی A را بر زاویه‌ی مساوی با آن یعنی A' منطبق کرده‌ایم. چون AB و $A'B'$ با هم مساوی‌اند، رأس B بر B' و به همین ترتیب، رأس C بر C' منطبق می‌شود؛ بنابراین، بدون انطباق می‌توانیم بفهمیم که دو مثلث بر هم منطبق می‌شوند. پس این دو مثلث با هم مساوی‌اند.

اگر دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلثی با دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلث دیگر مساوی باشند، این دو مثلث متساوی‌اند.

با استفاده از اطلاعاتی که در شکل صفحه‌ی بعد داده شده است، می‌توان چنین نتیجه



گرفت که دو مثلث DCE و MNP به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها (ض ض) متساوی‌اند. از تساوی آن‌ها نتیجه می‌گیریم که سایر اجزای متناظر دو مثلث نیز با هم مساوی‌اند.

$$\hat{M} = \hat{C} \quad \hat{D} = \hat{N} \quad MN = DC$$

استدلال بالا را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم.

$$\left. \begin{array}{l} DE = PN = 2\text{cm} \\ \hat{E} = \hat{P} = 40^\circ \\ EC = PM = 3\text{cm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ض ض} \\ \implies \triangle DEC = \triangle PNM \end{array} \begin{array}{l} \text{تساوی اجزای متناظر} \\ \implies \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{M} \\ \hat{D} = \hat{N} \\ DC = MN \end{array} \right.$$



۱- در دفتر خود یک مثلث را با سه ضلع به اندازه‌های ۲، ۳ و ۴ سانتی‌متر در وضعیت مختلف رسم کنید.

با استفاده از انطباق، بررسی کنید که آیا این سه مثلث با هم مساوی‌اند؟ از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟

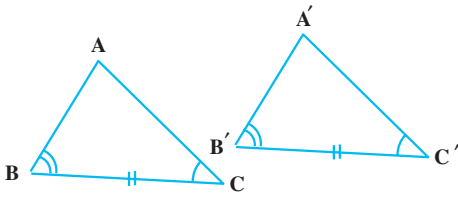
۲- در دفتر خود مثلثی با دو زاویه‌ی ۴۰ و ۶۰ درجه و ضلع بین این دو به اندازه‌ی ۳ سانتی‌متر در ۳ وضعیت مختلف رسم کنید.

با استفاده از انطباق، بررسی کنید که آیا این سه مثلث، با هم مساوی‌اند؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

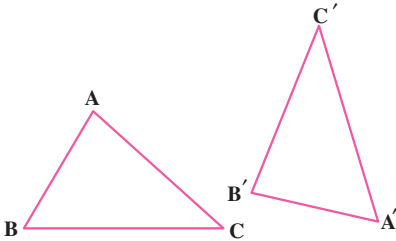
حالت‌های سه‌گانه‌ی تساوی دو مثلث در زیر آمده است.

حالت اول: اگر دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از یک مثلث با دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث با هم مساوی‌اند.

در دو حالت دیگر نیز بدون انطباق می‌توان فهمید که دو مثلث با هم مساوی‌اند.



حالت دوم: اگر دو زاویه و ضلع بین آنها از مثلثی دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم مساوی اند.

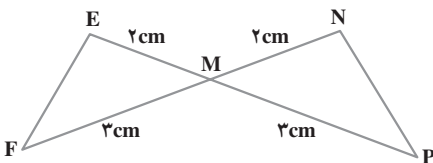
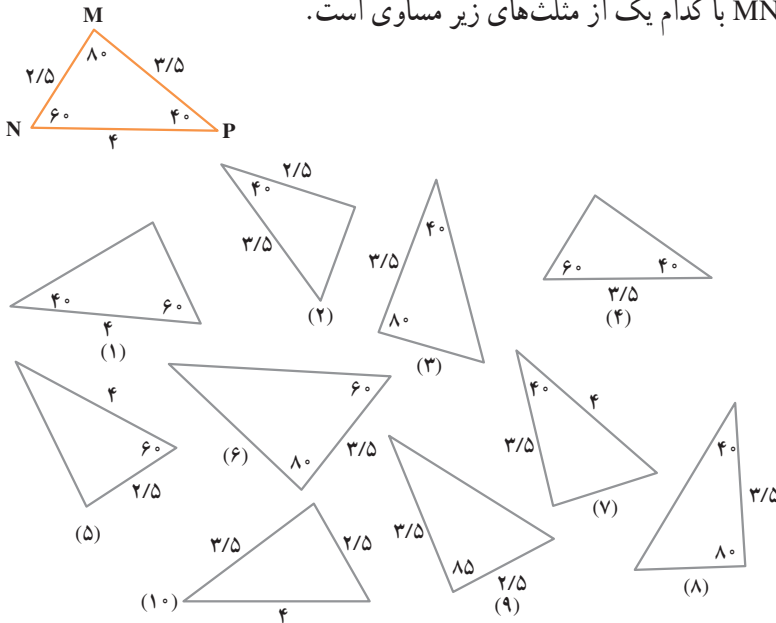


حالت سوم: اگر سه ضلع مثلثی با سه ضلع مثلث دیگری به ترتیب مساوی باشند، این دو مثلث با هم مساوی اند.

کار در کلاس

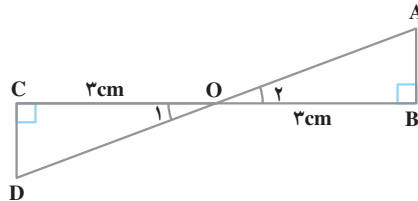


۱- بدون استفاده از انطباق و با توجه به اندازه‌های داده شده، تعیین کنید مثلث MNP با کدام یک از مثلث‌های زیر مساوی است.



۲- با توجه به شکل مقابل، دلیل تساوی دو مثلث MEF و MNP را بیان کنید.

به شکل زیر توجه کنید :

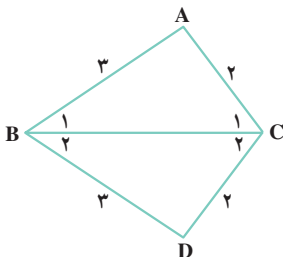


حالات تساوی دو مثلث را یک بار مطالعه کنید.
از روی شکل می‌توان تساوی‌های زیر را نوشت :

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OC = OB \\ \hat{C} = \hat{B} \end{array} \right\}$$

دلیل هر یک از تساوی‌ها را بنویسید.
این دو مثلث در چه حالتی با هم برابرند؟
تساوی سایر اجزای متناظر را بنویسید.

کار در کلاس



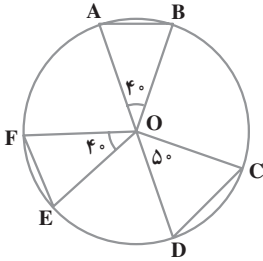
۱- دلیل تساوی دو مثلث ABC و DCB

را بیان کنید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

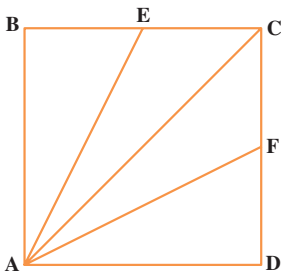
$\hat{A} = \dots\dots\dots$

$\hat{B}_1 = \dots\dots\dots$

$\hat{C}_1 = \dots\dots\dots$



۲- در شکل مقابل، کدام دو مثلث با هم مساوی‌اند؟ در کدام حالت؟



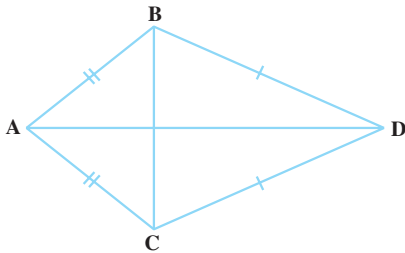
۳- در مربع ABCD، نقطه‌ی E وسط ضلع BC و نقطه‌ی F وسط CD است.

الف- مثلث ABE با کدام مثلث مساوی است؟ دلیل شما براساس کدام حالت تساوی دو مثلث است؟

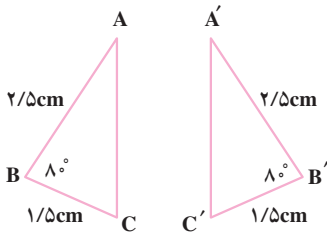
ب- با توجه به قسمت قبل، تساوی مقابل را کامل کنید. $AE = \text{---}$

پ- ثابت کنید که دو مثلث AEC و AFC متساوی‌اند.

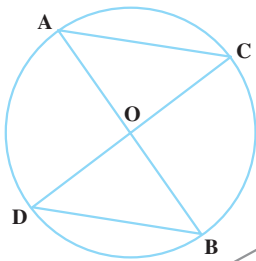
۴- مثلث ABC متساوی‌الساقین است. مثلث DBC هم متساوی‌الساقین است. دو مثلث ABD و ACD بنا بر کدام حالت با هم مساوی‌اند؟



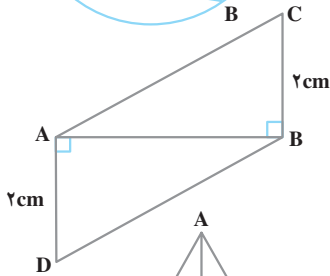
تمرین



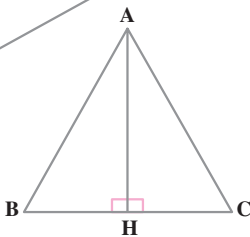
۱- با توجه به شکل مقابل، دلیل تساوی دو مثلث را بیان کنید. سپس، تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.



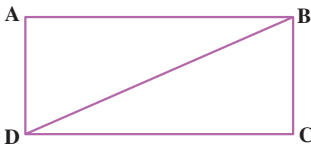
۲- AB و CD قطرهای دایره‌اند. دلیل تساوی دو مثلث OAC و OBD را بیان کنید. سپس، تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.



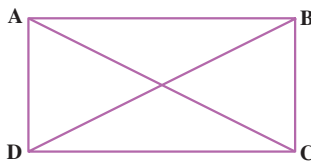
۳- دلیل تساوی دو مثلث ABC و ABD را بیان کنید. سپس، تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.



۴- AH هم نیم‌ساز زاویه‌ی A و هم بر ضلع BC عمود است. دلیل تساوی مثلث‌های ABH و ACH را بیان کنید. سپس تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.



۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. دلیل تساوی دو مثلث ABD و BCD را بیان کنید.



۶- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. دلیل تساوی قطرهای AC و BD را بنویسید.

