

# کسر، نسبت و اعشار (ادامه)



## تقسیم اعشاری

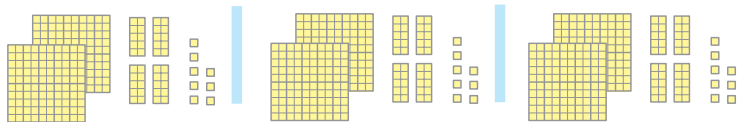
### یادآوری تقسیم

پیش از آن که به تقسیم عددهای اعشاری برسیم، بحث تقسیم را از دوره‌ی ابتدایی یادآوری می‌کنیم.

$$745 \overline{) 3}$$

فرض کنید ۷۴۵ مداد به صورت ۷ بسته‌ی صدتایی، ۴ بسته‌ی ده‌تایی و ۵ یکی دارید و می‌خواهید آن‌ها را بین ۳ نفر تقسیم کنید. به هر نفر ۲ صدتایی می‌رسد و ۱ صدتایی باقی می‌ماند. ۱ صدتایی باقی مانده، با ۴ ده‌تایی می‌شود ۱۴ ده‌تایی. بعد از تقسیم ده‌تایی‌ها، به هر نفر ۴ ده‌تایی می‌رسد و ۲ ده‌تایی باقی می‌ماند. ۲ ده‌تایی باقی مانده با ۵ یکی، می‌شود ۲۵ یکی. بعد از تقسیم یکی‌ها، به هر نفر ۸ یکی می‌رسد و ۱ مداد باقی می‌ماند؛ بنابراین، خارج قسمت ۲۴۸ و باقی مانده ۱ می‌شود.

$$\begin{array}{r} 745 \overline{) 3} \\ -6 \\ \hline 14 \\ -12 \\ \hline 25 \\ -24 \\ \hline 1 \end{array}$$



رابطه‌های تقسیم نشان می‌دهند که عمل تقسیم را درست انجام داده‌ایم.

$$3 \times 248 + 1 = 745 \text{ و } 1 < 3$$



$$87 \overline{) 23}$$

برای تقسیم ۸۷ بر ۲۳ باید ببینیم که با ۸۷ مداد، چند دسته‌ی ۲۳ تایی می‌توانیم درست کنیم. ابتدا باید ببینیم در ۸ ده‌تایی چند دسته‌ی دو ده‌تایی وجود دارد.

$$8 \overline{) 24}$$

اگر خارج قسمت را ۴ بگیریم، می‌بینیم که  $4 \times 23 = 92$  و  $92 > 87$  است.

$$\begin{array}{r} 87 \overline{) 23} \\ -69 \\ \hline 18 \end{array}$$

پس، خارج قسمت را ۳ می‌گیریم.

$$23 \times 3 + 18 = 87 \text{ و } 18 < 23$$

رابطه‌های تقسیم:

$$196 \overline{) 21}$$

برای تقسیم ۸۹۶ بر ۲۱، ابتدا ۸۹ ده‌تایی را بر ۲۱ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت می‌شود ۴ ده‌تایی و ۵ ده‌تایی باقی می‌ماند. ۵ ده‌تایی باقی‌مانده با ۶ یکی می‌شود ۵۶ یکی. پس از تقسیم ۵۶ یکی بر ۲۱، خارج قسمت می‌شود ۲ و باقی‌مانده می‌شود ۱۴ یکی. رابطه‌های زیر درستی تقسیم را نشان می‌دهند.

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 21} \\ -14 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 56 \overline{) 21} \\ -42 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \overline{) 21} \\ -14 \\ \hline 56 \\ -42 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$21 \times 92 + 14 = 196 \text{ و } 14 < 21$$

اگر قبل از انجام دادن عمل تقسیم، خارج قسمت را تخمین بزنیم، مراحل تقسیم سریع تر و ساده تر انجام می شود. هم چنین، از درستی پاسخ خود تا حدی اطمینان پیدا می کنیم.

در تقسیم صفحه ی قبل می توانیم خارج قسمت را تخمین بزنیم:

$$۸۹۶ \div ۲۱ \rightarrow ۹۰۰ \div ۲۰ = ۴۵$$

خارج قسمت تقسیم در حدود عدد ۴۰ است. پس، پاسخ ۴۲ منطقی به نظر می رسد.



### فعالیت

به نظر شما خارج قسمت تقسیم زیر، چه عددی است؟ روش تخمین زدن خود را بیان کنید.

$$۱۲۴۲ \overline{) ۶}$$

اکنون تقسیم را انجام دهید. آیا خارج قسمت تقسیم با عددی که تخمین زده اید، تفاوت دارد؟ چه قدر؟

### کار در کلاس



ابتدا خارج قسمت هر تقسیم را تخمین بزنید. سپس، تقسیم های زیر را عمل کنید و در هر مورد رابطه های تقسیم را بنویسید.

$$۶۳۲ \overline{) ۵} \quad \text{تخمین} \quad \square$$

$$۵۰۸۱ \overline{) ۸} \quad \text{تخمین} \quad \square$$

$$۷۸۳ \overline{) ۲۵} \quad \text{تخمین} \quad \square$$

$$۹۷ \overline{) ۳۱} \quad \text{تخمین} \quad \square$$





شما جواب بعضی از مسئله‌ها را می‌توانید حدس بزنید. هنگامی که یک حدس منطقی مربوط به جواب مسئله را بررسی می‌کنید، ممکن است به جواب، نزدیک یا از آن دور شوید. حدس بعدی را براساس بررسی خود تعیین کنید. ممکن است حدس زدن به حل مسئله منجر نشود ولی به شما کمک می‌کند که به راه حل آن نزدیک شوید.

۱- پدر حسن هنگام تولد او ۲۵ سال داشت. اکنون مجموع سن حسن و پدرش ۵۷ سال است. سن حسن چه قدر است؟

**فهمیدن مسئله:** - عبارتهایی مثل هنگام تولد و سن چه اطلاعاتی به شما می‌دهند؟

- مسئله از شما چه می‌خواهد؟

- آیا می‌توانید برای جواب درست، محدوده‌ای تعیین کنید؟

**انتخاب راهبرد:** با توجه به این که سن حسن یک عدد طبیعی در حدود ۲۰ سال است، می‌توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن سن‌های مختلف برای او، جواب را پیدا کنیم.

**حل مسئله:** برای بهتر نوشتن جواب‌ها و حدس‌های خود، می‌توانیم از جدول زیر استفاده

کنیم.

بررسی	مجموع سن آن‌ها	سن پدر	سن حسن
کم	۴۵	۳۵	۱۰
زیاد	۶۵	۴۵	۲۰
	۵۵	۴۰	۱۵

چگونه با حدس زدن سن حسن می‌توانیم سن پدرش را به دست آوریم؟

**بازگشت به عقب:** - آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد؟

- آیا پاسخ شما منطقی است و برای سن یک پسر درست به نظر می‌رسد؟

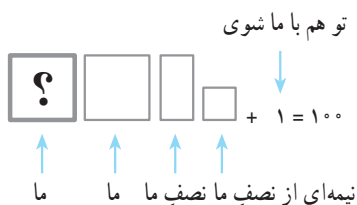


## حدس و آزمایش

۲- تعدادی کبوترها با هم پرواز می‌کردند. کلاغی به آن‌ها رسید و پرسید: شما چند تا هستید؟ یکی از کبوترها پاسخ داد:

ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، جملگی صد می‌شویم. کبوترها چند تا بودند؟

**فهمیدن مسئله:** شکل زیر، به شما در درک بهتر مسئله کمک می‌کند.



**انتخاب راهبرد:** می‌توانیم با چند حدس تعداد پرنده‌ها را تعیین کنیم.

**حل مسئله:** برای نوشتن حدس‌ها از جدول زیر استفاده کنید. حدس‌های بعدی را مانند نمونه بنویسید تا جواب مسئله به دست آید.

تعداد (حدس)	رابطه	حاصل	نتیجه بررسی
۲۰	$۲۰+۲۰+۱۰+۵+۱$	۵۶	کم
۳۲	$۳۲+۳۲+۱۶+۸+۱$	۸۹	کم
۴۰			

**بازگشت به عقب:** جواب به دست آمده را یک بار با اطلاعات مسئله بررسی کنید. اگر عدد ۱۰۰ را به دست آورده‌اید، پاسخ شما درست است.

حدس زدن و آزمایش کردن راه حل قابل قبولی برای مسئله‌ها هستند؛ به شرط این که بتوانید حدس‌های خود را به شکل قابل درک بنویسید و حدس‌های بعدی را با توجه به بررسی حدس قبلی به‌طور منطقی تعیین کنید.



تقسیم‌های زیر را عمل کنید و در هر مورد، رابطه‌های تقسیم را بنویسید.

$$7092 \overline{) 7}$$

$$81 \overline{) 29}$$

$$945 \overline{) 40}$$

$$1457 \overline{) 72}$$

$$345 \overline{) 72}$$

$$285 \overline{) 59}$$

- رسم شکل
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- الگویابی
- جدول نظام‌دار
- حدس و آزمایش



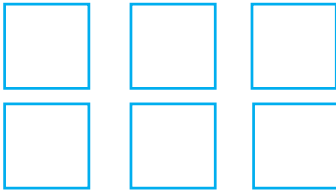
۱- سرعت نور در هر ثانیه  $300,000$  کیلومتر است. اگر فاصله‌ی خورشید از زمین  $150,000,000$  کیلومتر باشد، چه مدت طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد؟ این زمان را برحسب دقیقه و ثانیه حساب کنید.



۲- محصول سیب یک باغ  $18408$  کیلوگرم است. اگر سیب‌ها را در کارتن بگذاریم،  $236$  کارتن می‌شود. وزن هر کارتن را پیدا کنید.

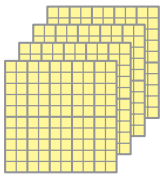
۳- موتور آب در هر ساعت  $12$  متر مکعب آب از یک چاه عمیق استخراج می‌کند. اگر هر هکتار زمین کشاورزی به  $24$  متر مکعب آب نیاز داشته باشد، برای آبیاری  $15$  هکتار زمین، موتور آب چند ساعت باید کار کند؟

۴- یک موتور آب در هر ساعت  $14$  لیتر گازوئیل مصرف می‌کند. هم‌اکنون در منبع آن  $154$  لیتر گازوئیل وجود دارد. این موتور چند ساعت می‌تواند کار کند؟



۵- شش مربع مساوی به ضلع یک سانتی متر را کنار هم قرار دهید؛ به طوری که محیط شکل حاصل یکی از مقادیر، ۱۲، ۱۰ و ۱۸ سانتی متر شود. آیا می توانید با این ۶ مربع، شکلی بسازید که محیط آن از ۱۰ سانتی متر کم تر باشد؟ آیا می توانید با این ۶ مربع، شکلی بسازید که محیط آن از ۲۴ سانتی متر بیش تر باشد؟

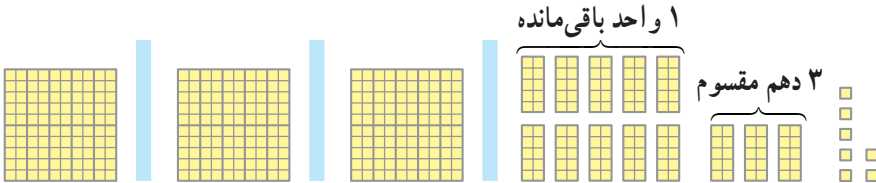
## تقسیم عددهای اعشاری



$$437 \overline{) 3}$$

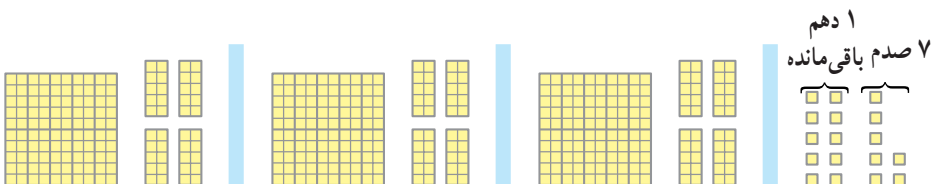
$$\begin{array}{r} 437 \\ -3 \\ \hline 1 \end{array}$$

برای انجام دادن این تقسیم، ابتدا ۴ یکی را به ۳ تقسیم می کنیم.



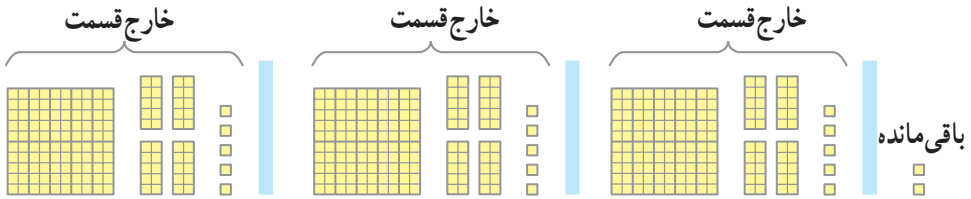
$$\begin{array}{r} 437 \\ -3 \\ \hline 13 \\ -12 \\ \hline 01 \end{array}$$

۱ واحد باقی مانده با ۳ دهم مقسوم، می شود ۱۳ دهم. آن را به ۳ تقسیم می کنیم. خارج قسمت ۴ دهم می شود و ۱ دهم باقی می ماند.



$$\begin{array}{r} 4/37 \quad | \quad 3 \\ -3 \phantom{0} \\ \hline 13 \\ -12 \\ \hline 017 \\ -15 \\ \hline 0/02 \end{array}$$

۱ دهم باقی مانده با ۷ صدم می شود  
 ۱۷ صدم. آن را به ۳ تقسیم می کنیم.  
 خارج قسمت ۵ صدم می شود و ۲ صدم  
 باقی می ماند.



بنابراین، خارج قسمت  $1/45$  و باقی مانده  $2/100$  می شود.  
 اکنون به مراحل تقسیم  $35/98$  بر  $21$  توجه کنید.

$$\begin{array}{r} 35/98 \quad | \quad 21 \\ -21 \\ \hline 14 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 35/98 \quad | \quad 21 \\ -21 \\ \hline 14 \quad 9 \\ -14 \quad 7 \\ \hline 00 \quad 2 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 35/98 \quad | \quad 21 \\ -21 \\ \hline 14 \quad 9 \\ -14 \quad 7 \\ \hline 00 \quad 28 \\ \phantom{00} 21 \\ \hline 0/07 \end{array}$$

بین تعداد رقم های اعشاری باقی مانده و تعداد رقم های اعشاری مقسوم، چه رابطه ای  
 وجود دارد؟

### پیشروی در تقسیم

در تقسیم  $13/4 \quad | \quad 7$  می خواهیم خارج قسمت را تا سه رقم اعشار حساب کنیم.

برای این کار، تقسیم را تا آنجا ادامه می دهیم که در خارج قسمت ۳ رقم اعشار قرار گیرد. اگر  
 قبل از قرار گرفتن ۳ رقم اعشار در خارج قسمت، ارقام مقسوم تمام شوند، به تدریج در سمت  
 راست مقسوم صفر قرار می دهیم و تقسیم را ادامه می دهیم.





$$\begin{array}{r}
 13/4 \quad | \quad 7 \\
 \hline
 -7 \quad | \\
 \hline
 6 \quad | \quad 4 \\
 -6 \quad | \quad 3 \\
 \hline
 0 \quad | \quad 1
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 13/40 \quad | \quad 7 \\
 \hline
 -7 \quad | \\
 \hline
 6 \quad | \quad 4 \\
 -6 \quad | \quad 3 \\
 \hline
 0 \quad | \quad 10 \\
 - \quad | \quad 7 \\
 \hline
 3
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 13/400 \quad | \quad 7 \\
 \hline
 -7 \quad | \\
 \hline
 6 \quad | \quad 4 \\
 -6 \quad | \quad 3 \\
 \hline
 10 \quad | \\
 7 \quad | \\
 \hline
 30 \quad | \\
 -28 \quad | \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

## کار در کلاس



تقسیم‌های زیر را در دفتر خود انجام دهید و باقی‌مانده‌ی آن‌ها را مشخص نمایید.

$$75/3 \quad | \quad 4$$

$$45/27 \quad | \quad 16$$

در دفتر خود خارج قسمت تقسیم  $57/8 \quad | \quad 21$  را تا سه رقم اعشار حساب کنید.

کنید.

## تمرین



۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$128/75 \quad | \quad 31$$

$$8/4 \quad | \quad 2$$

$$0/72 \quad | \quad 9$$

۲- تقسیم‌های زیر را تا ۲ رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید و باقی‌مانده را مشخص کنید.

$$37/45 \quad | \quad 7$$

$$89/94 \quad | \quad 23$$

$$43/4 \quad | \quad 9$$

۳- تقسیم‌های زیر را تا ۳ رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید و باقی‌مانده را حساب کنید.

$$147 \quad | \quad 17$$

$$358/27 \quad | \quad 72$$

$$25/35 \quad | \quad 47$$

## تعیین خارج قسمت و باقی مانده



۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$7 \overline{) 3}$$

$$35 \overline{) 15}$$

$$70 \overline{) 30}$$

بین مقسوم و مقسوم‌علیه هر تقسیم و تقسیم دیگر، چه رابطه‌ای وجود دارد؟

بین خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی هر تقسیم و تقسیم دیگر، چه رابطه‌ای وجود دارد؟

از این تمرین چه نتیجه می‌گیرید؟

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم‌ها را بنویسید.

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{r} 25 \overline{) 7} \\ \underline{21} \\ 4 \end{array} & \xrightarrow{\times 10} & \begin{array}{r} 250 \overline{) 70} \\ \underline{\quad} \\ \dots \end{array} & \begin{array}{r} 2500 \overline{) 700} \\ \underline{\quad} \\ \dots \end{array} & \begin{array}{r} 2/5 \overline{) 7} \\ \underline{\quad} \\ \dots \end{array} \\
 & & \div 10 & & 
 \end{array}$$

کار در کلاس



با توجه به خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم داده شده، خارج قسمت و

باقی‌مانده‌ی تقسیم دیگر را بنویسید.

$  \begin{array}{r} 4/3 \overline{) 7} \\ \underline{\quad} \\ \dots \end{array}  \xrightarrow{\times 10}  \begin{array}{r} 43 \overline{) 7} \\ \underline{\quad} \\ 1 \end{array}  $	$  \begin{array}{r} 39 \overline{) 11} \\ \underline{\quad} \\ 6 \end{array}  \xrightarrow{\times 50}  \begin{array}{r} 1950 \overline{) 550} \\ \underline{\quad} \\ \dots \end{array}  $
$  \begin{array}{r} 45 \overline{) 8} \\ \underline{\quad} \\ 5 \end{array}  \xrightarrow{\times 10}  \begin{array}{r} 450 \overline{) 80} \\ \underline{\quad} \\ \dots \end{array}  $	$  \begin{array}{r} 7/23 \overline{) 11} \\ \underline{\quad} \\ \dots \end{array}  \xrightarrow{\times 100}  \begin{array}{r} 723 \overline{) 1100} \\ \underline{\quad} \\ 8 \end{array}  $

در صفحات گذشته، دیدید که وقتی مقسوم و مقسوم علیه را در  $10^\circ$  یا  $100^\circ$  ضرب می‌کنیم، خارج قسمت تغییر نمی‌کند اما باقی مانده در  $10^\circ$  یا  $100^\circ$  ضرب می‌شود. این خاصیت را در تقسیم‌های زیر هم مشاهده می‌کنید. در هر یک از آن‌ها خارج قسمت را تا یک رقم اعشار حساب کرده‌ایم.

$$\begin{array}{r} 39/0 \quad | \quad 4 \\ -36 \quad | \quad 9/7 \\ \hline 3 \quad | \quad 0 \\ 28 \quad | \quad 0 \\ \hline 0/2 \end{array} \quad \xrightarrow{\times 10} \quad \begin{array}{r} 390/0 \quad | \quad 40 \\ -360 \quad | \quad 9/7 \\ \hline 30 \quad | \quad 0 \\ 280 \quad | \quad 0 \\ \hline 0/20 \end{array}$$

اکنون به تقسیم  $14/5 \quad | \quad 0/19$  توجه کنید. تقسیم را تا یک رقم اعشار در

خارج قسمت، حساب می‌کنیم. ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را در  $100^\circ$  ضرب می‌کنیم. چرا؟ برای به دست آوردن یک رقم اعشار در خارج قسمت، یک صفر در سمت راست مقسوم قرار می‌دهیم و آن را پایین می‌آوریم. تقسیم را مانند تقسیم‌های اعشاری قبلی انجام می‌دهیم.

$$\begin{array}{r} 14/50 \quad | \quad 0/19 \\ \hline \end{array} \quad \xrightarrow{\times 100} \quad \begin{array}{r} 1450 \quad | \quad 19 \\ -133 \quad | \quad 76/3 \\ \hline 120 \quad | \quad 0 \\ -114 \quad | \quad 0 \\ \hline 60 \quad | \quad 0 \\ -57 \quad | \quad 0 \\ \hline 0/3 \end{array}$$

اکنون باید خارج قسمت و باقی مانده را به تقسیم اصلی منتقل کنیم.

$$\begin{array}{r} 14/50 \quad | \quad 0/19 \\ \hline 0/003 \end{array} \quad \xrightarrow{\times 100} \quad \begin{array}{r} 1450/0 \quad | \quad 19 \\ \hline 0/3 \end{array} \quad \xrightarrow{\div 100}$$





۱- تقسیم  $72 \overline{) 170}$  را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت انجام داده ایم.

خارج قسمت  $2/3$  و باقی مانده  $4/4$  شده است. خارج قسمت و باقی مانده ی تقسیم

$72 \overline{) 17}$  را تعیین کنید.

\_\_\_\_\_ = باقی مانده      \_\_\_\_\_ = خارج قسمت

۲- تقسیم های زیر را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید.

$$38 \overline{) 92} \quad 2 \overline{) 15}$$

$$38 \overline{) 18}$$

۳- تقسیم های زیر را در دفتر خود تا ۲ رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید.

$$25 \overline{) 72} \quad 1 \overline{) 4}$$

$$5 \overline{) 80} \quad 0 \overline{) 38}$$



تمرین

۱- خارج قسمت هر یک از تقسیم های زیر را تا دو رقم اعشار حساب کنید و باقی مانده ی هر

تقسیم را بنویسید.

$$357 \overline{) 13}$$

$$47 \overline{) 8} \quad 15$$

$$50 \overline{) 45} \quad 1 \overline{) 4}$$

$$852 \overline{) 7} \quad 0 \overline{) 51}$$





- رسم شکل
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- الگویابی
- جدول نظام‌دار
- حدس و آزمایش

۱- ضخامت  $200$  برگ از دفتری  $12$  میلی‌متر است. ضخامت یک برگ این دفتر را تا دو رقم اعشار برحسب میلی‌متر حساب کنید.

۲- در یک منطقه‌ی روستایی  $15575$  رأس گوسفند وجود دارد. برای واکسن‌زدن به هر رأس گوسفند،  $13/0$  سی‌سی مایع واکسن لازم است. چند سی‌سی از این مایع برای گوسفندان این منطقه مورد نیاز است؟ اگر مایع واکسن در شیشه‌هایی با گنجایش  $65/0$  لیتر باشد، تعیین کنید چند شیشه از آن برای گوسفندان این منطقه لازم است؟

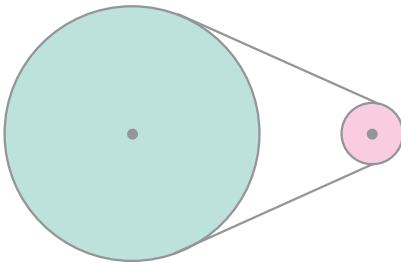
۳- دو چرخه‌سواری  $100$  متر از مسیر مسابقه را طی کرده و در این مدت، یک چرخ دوچرخه‌ی او  $66$  دور زده است (یک دور یعنی محیط چرخ).

الف - محیط این چرخ را برحسب متر تا دو رقم اعشار به‌دست آورید.

ب - شعاع چرخ را برحسب سانتی‌متر حساب کنید.

۴- دو چرخ یک موتور با یک تسمه

به هم مربوط شده‌اند.



محیط چرخ کوچک  $56/0$  متر و

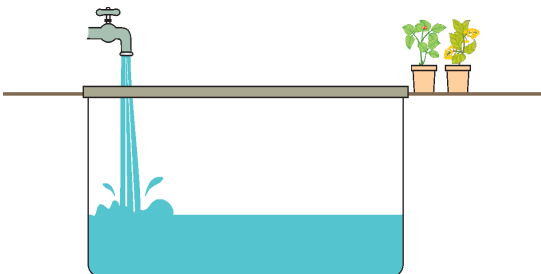
محیط چرخ بزرگ  $1/4$  متر است. اگر

چرخ کوچک در هر دقیقه  $100$  دور

بچرخد، چرخ بزرگ چند دور در دقیقه

می‌چرخد؟ (هر دو چرخ مسافتی مساوی را

طی می‌کنند.)



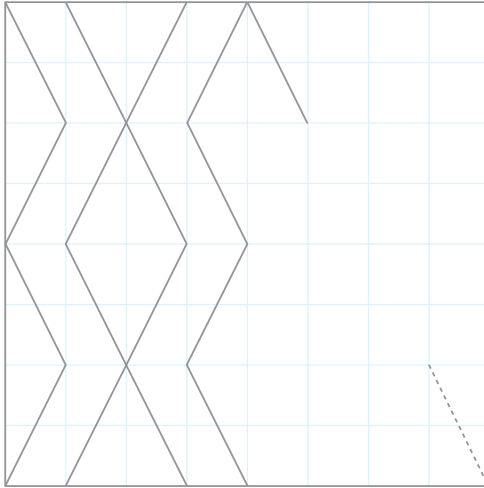
۵- گنجایش یک حوض  $356$  لیتر

است. اگر در هر دقیقه  $8/9$  لیتر آب وارد

حوض شود، پس از چند دقیقه حوض پر

می‌شود؟

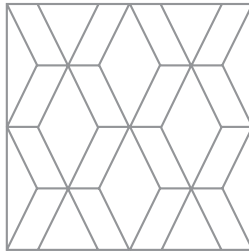
الف - شکل را کامل کنید.



ب -

- ۱- در وسط یک صفحه کاغذ سفید، مربعی به ضلع ۱۶ سانتی‌متر رسم کنید.
- ۲- آن را به ۶۴ مربع به ضلع ۲ سانتی‌متر تقسیم کنید.
- ۳- مانند شکل قسمت الف، خط‌های آن را رسم کنید.
- ۴- قسمت شطرنجی را پاک کنید.

پ - شکل نهایی



ت - با توجه به این که خطوط شطرنجی را پاک می‌کنید، برای تمیز ماندن رسم خود چاره‌ای

بیندیشید.

در این رسم، یک دستی خطوط اهمیت دارد.

چگونه می‌توانید خطوط مورب را در امتداد هم رسم کنید؟