



موج‌های مکانیکی (۱)



توماس یانگ
(۱۸۲۹-۱۷۷۳م)

موج های مکانیکی (۱)

نگاهی به فصل: مبحث موج یکی از مباحث های مهم فیزیک است. بیش ترین اطلاعاتی که از جهان اطرافمان دریافت می کنیم، از طریق انتشار موج ها صورت می گیرد.

برخی از موج ها برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند؛ این گونه موج ها را موج های مکانیکی می نامند. تشکیل موج بر سطح آب را کد، در اثر وزش باد یا هر عامل دیگری که باعث برهم زدن تعادل آب شود، نمونه ای آشنا از موج های مکانیکی است. انتقال صوت از منبع به شنونده، با موج های صوتی که در هوا منتشر می شوند، صورت می گیرد. موج صوتی نیز نوعی موج مکانیکی است که در فصل اول فیزیک ۲ با ویژگی های آن بیشتر آشنا می شوید.

نوع دیگری از موج ها که می توانند در محیط های غیر مادی (خلأ) نیز منتشر شوند، موج های الکترومغناطیسی نامیده می شوند؛ برای مثال، هم اکنون که در حال خواندن این نوشته ها هستید، اطلاعات را به صورت نوری که از صفحه ی کتاب باز می تابد دریافت می کنید. نور نوعی موج الکترومغناطیسی است. در فصل دوم فیزیک ۲ با ماهیت و ویژگی های این گونه موج ها آشنا می شوید. هر چند ماهیت موج های مکانیکی و الکترومغناطیسی با یک دیگر تفاوت دارند، اما رفتار و ویژگی های آن ها از جهت های زیادی، مشابه یک دیگر است؛ برای مثال، هر دو در حین انتشار می توانند انرژی را از نقطه ای به نقطه ی دیگر منتقل کنند.

۴-۱- موج

پیش از این با نیروی کشسانی فنر آشنا شدیم. اگر در یک فنر تغییر طولی ایجاد کنیم، بین هر دو حلقه ی مجاور فنر نیروی کشسانی به وجود می آید که می خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند. به فنر یا هر محیط دیگری که مانند فنر عمل می کند محیط کشسان گفته می شود. پس محیط کشسان محیطی است که وقتی در آن تغییر شکلی ایجاد شود نیروهای کشسان ایجاد شده بین اجزای محیط، تمایل

دارند محیط را به حالت اول خود برگردانند. بیش‌تر جامدها، مایع‌ها و گازها محیط‌های کشسان هستند مثلاً اگر یک تیغ‌ی فبری را خم کرده و رها کنیم، به حالت اول برمی‌گردد. اگر تویی را که بر سطح آرام آب درون تشتکی قرار دارد، کمی بیش‌تر در آب فرو برده و رها کنیم، به حالت اول برمی‌گردد. به همین ترتیب، اگر انتهای سُرنگی را با دست مسدود کرده و پیستون را به درون آن فرو ببریم و رها کنیم، پیستون به حالت اول برمی‌گردد. در همه‌ی این مثال‌ها، تیغ‌ی فبری، آب و هوای درون سُرنگ محیط‌هایی کشسان هستند.

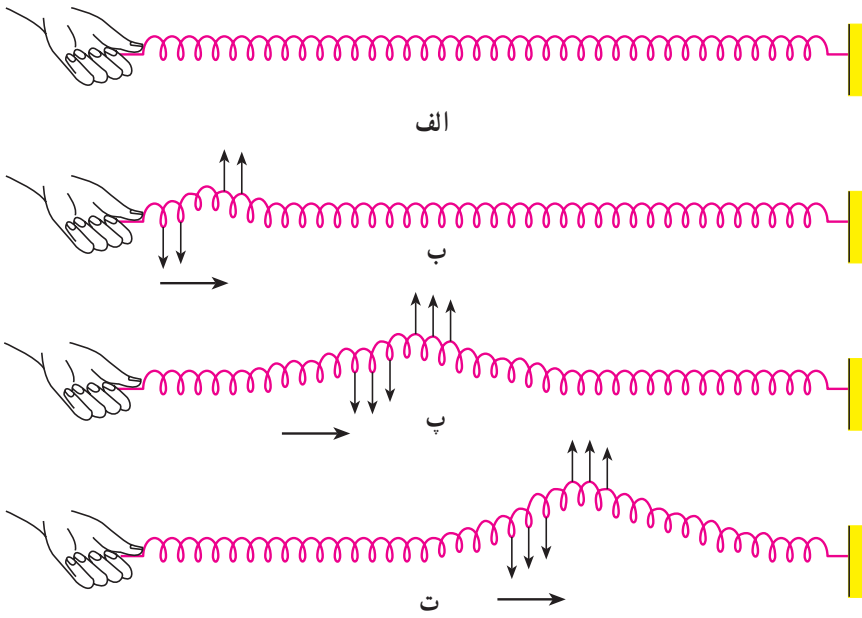
فعالیت ۱-۴

طنابی را مطابق شکل ۱-۴، کشیده و بین دو نقطه‌ی A و B محکم کنید. اکنون با دست جزئی از طناب را پایین بکشید و رها کنید. به این ترتیب تغییر شکلی در آن ایجاد می‌کنید. رفتار بعدی طناب را مشاهده و نتیجه‌ی مشاهده‌های خود را به کلاس گزارش کنید. همین آزمایش را با یک فنر تکرار کنید.



شکل ۱-۴

یک محیط کشسان در حال تعادل را در نظر بگیرید. اگر تغییر شکلی در جزء کوچکی از این محیط ایجاد نموده و آن را به حال خود رها کنیم چه روی می‌دهد؟ مثلاً فبری را در نظر بگیرید که روی یک سطح افقی صاف به حال سکون قرار دارد (شکل ۲-۴ الف). اگر مطابق شکل ۲-۴ ب، چند حلقه‌ی فنر را به یک سمت بکشیم و تغییر شکلی در آن ایجاد کرده و آن را رها کنیم، می‌بینیم که حلقه‌های جابه‌جا شده به جای اول برگشته و حلقه‌های مجاور آن از وضع تعادل خارج می‌شوند و همان شکل حلقه‌های قبلی را به خود می‌گیرند. این تغییر شکل، جزء به جزء در طول فنر منتقل می‌شود و تا آخر در آن پیش می‌رود (شکل‌های ۲-۴ پ و ت) علت انتقال تغییر شکل، وجود نیروی بازگرداننده بین حلقه‌های فنر است.



شکل ۲-۴

به همین ترتیب، هرگاه تغییر شکلی (و یا آشفستگی) در یک جزء از محیط کشسانی که به حال تعادل است، ایجاد کنیم، به علت وجود نیروی کشسانی بین اجزای محیط، آن تغییر شکل، جزء به جزء در محیط منتقل می‌شود. تغییر شکل ایجاد شده در محیط را تپ و انتقال تپ در محیط را انتشار می‌گوییم.

فعالیت ۲-۴

سنگ کوچکی را از بالای سطح آب آرام استخر یا برکه‌ای رها کنید و آن‌چه را که رخ می‌دهد به دقت مشاهده کنید. نتیجه‌ی مشاهده‌ی خود را به کلاس گزارش کنید.

موج سینوسی: اگر یک جزء از محیط کشسانی را که در حال تعادل است با حرکت هماهنگ ساده به نوسان درآوریم، با نوسان آن جزء، تپ‌های متوالی در محیط تولید و به دنبال یک‌دیگر، منتشر می‌شوند. چنین موجی را، موج سینوسی می‌نامیم. چشمه‌ی موج سینوسی، نوسانگری است که

می‌تواند، با بسامد (یا دوره) و دامنه‌ی ثابتی، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. دیپازون یکی از وسیله‌هایی است که به‌عنوان چشمه‌ی موج در آزمایش‌ها به‌کار برده می‌شود.

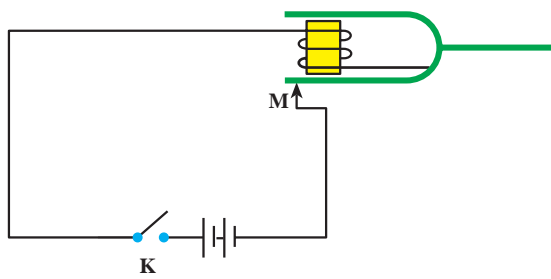
مطالعه‌ی آزاد



شکل ۳-۴

نوسان دیپازون با دامنه‌ی ثابت
 دیپازون، دو شاخه‌ای مانند شکل ۳-۴ است که اگر به یکی از شاخه‌های آن ضربه‌ای وارد کنیم، هر دو شاخه با حرکت هماهنگ ساده نوسان می‌کنند. این نوسان میرا است و دیپازون بعد از تعدادی نوسان از حرکت باز می‌ایستد. برای آن که نوسان‌های دیپازون ادامه یابد، می‌توان آن را در مدار الکتریکی مانند شکل ۴-۴

قرار داد. در این مدار، توسط آهنربای الکتریکی، نیروی مغناطیسی‌ای به‌طور دوره‌ای، بر شاخه‌های دیپازون (که خود از ماده‌ی مغناطیسی ساخته شده است) وارد و آن را به نوسان دائم وادار می‌کند. با اتصال کلید K جریان الکتریکی در مدار برقرار و شاخه‌های دیپازون، جذب آهنربای الکتریکی می‌شوند. در نتیجه در نقطه‌ی M، شاخه‌ی دیپازون از مدار جدا شده و جریان الکتریکی نیز قطع می‌شود. با قطع جریان، خاصیت مغناطیسی

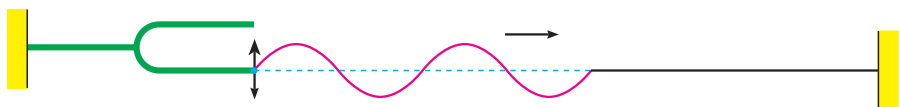


شکل ۴-۴

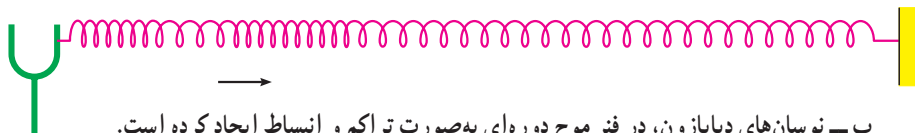
از بین می‌رود و شاخه‌های دیپازون به‌جای اول برمی‌گردند و دوباره اتصال برقرار می‌شود و این عمل ادامه می‌یابد. به این ترتیب، نوسان‌های دیپازون پایدار می‌ماند.

شکل ۴-۵ - الف تا پ ایجاد و انتشار موج سینوسی را در طناب، فنر و سطح آب نشان

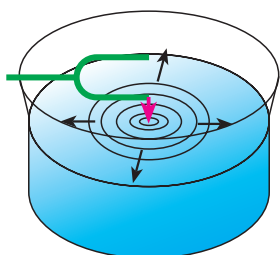
می‌دهد.



الف - دیپازون با نوسان خود در طناب موجی دوره‌ای به صورت برجستگی و فرورفتگی ایجاد کرده است.

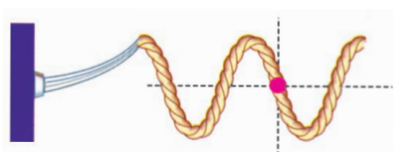


ب - نوسان‌های دیپازون، در فتر موج دوره‌ای به صورت تراکم و انبساط ایجاد کرده است.



پ - موج‌های ایجاد شده در سطح آب به صورت دایره‌های متوالی برجسته و فرورفته منتشر می‌شوند.

شکل ۴-۵



الف

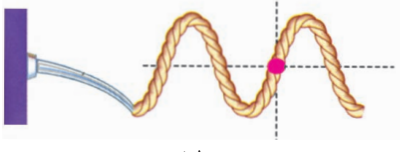
موج‌های ایجاد شده در طناب، فتر و سطح آب، نمونه‌هایی از موج‌های مکانیکی اند. این موج‌ها در محیط‌های مادی کشسان تولید و منتشر می‌شوند.



ب

بسامد موج: وقتی یک چشمه‌ی موج با

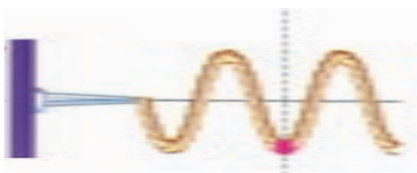
بسامد ν در محیطی کشسان شروع به نوسان می‌کند، ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان وامی‌دارد. به همین ترتیب، همه‌ی ذره‌های محیط با همان بسامد چشمه‌ی موج به نوسان درمی‌آیند.



پ

شکل ۴-۶ - الف تا ت چگونگی نوسان یک

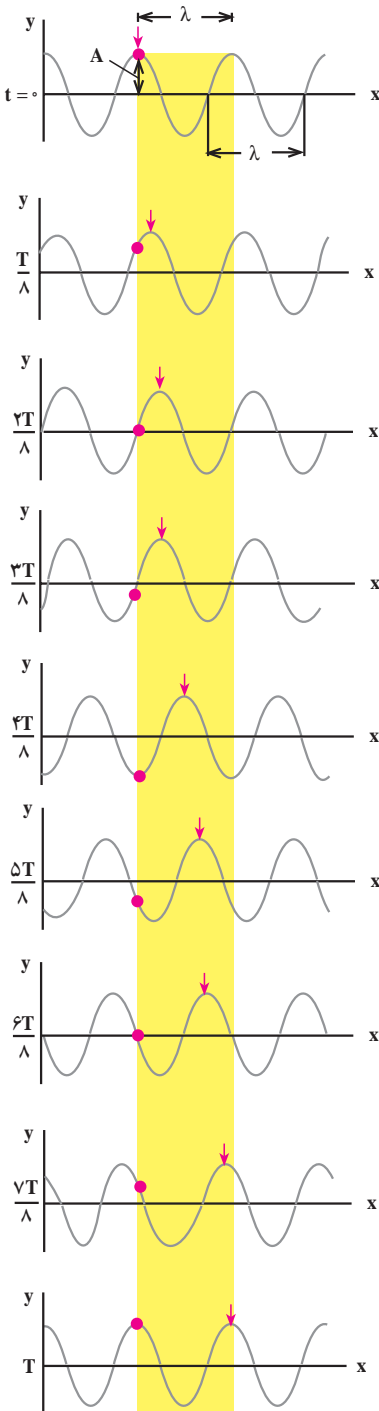
ذره‌ی محیط را که با رنگ قرمز مشخص شده است، ضمن انتشار موج نشان می‌دهد.



ت

شکل ۴-۶ - ضمن انتشار موج به طرف راست، یک ذره از طناب، حرکت هماهنگ ساده با بسامد موج، انجام می‌دهد.

انتشار موج: شکل ۴-۷ حالت‌های مختلف طنابی را نشان می‌دهد که در آن موجی سینوسی



شکل ۴-۷- انتشار موج در طناب

منتشر می‌شود. در این شکل‌ها، یک قلّه‌ی موج را با پیکان مشخص کرده‌ایم. در حالت‌های مختلف شکل مشاهده می‌شود که پیکان در جهت محور x جابه‌جا می‌شود که نشان دهنده‌ی پیشروی موج در طول طناب است. این شکل‌ها، وضعیت نقطه‌های مختلف طناب را در بازه‌های زمانی $\frac{T}{8}$ نشان می‌دهد. اگر در یک لحظه‌ی معین یکی از نقطه‌های طناب در قلّه‌ی موج باشد و پس از t ثانیه نقطه‌ی دیگری که به فاصله‌ی x از آن واقع است به همان وضعیت برسد، سرعت پیشروی موج که آن را سرعت انتشار می‌نامیم برابر است با:

$$v = \frac{x}{t} \quad (۴-۱)$$

سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط (جنس، دما و...) بستگی دارد اما به شرایط فیزیکی چشمه‌ی موج (بسامد، دامنه و...) بستگی ندارد؛ برای مثال، سرعت انتشار موج در یک طناب که با نیروی F کشیده شده است، به نیروی کشش طناب و نیز به جرم واحد طول آن بستگی دارد. سرعت انتشار موج عرضی (در همین فصل با موج‌های طولی و عرضی آشنا می‌شویم) در طناب (و یا در تار) یکنواختی به جرم m و طول L از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/L}} \quad (۴-۲ \text{ الف})$$

برای سادگی، $\frac{m}{L}$ (که جرم واحد طول است) را

با μ نشان می‌دهیم.

$$\mu = \frac{m}{L}$$

در نتیجه، سرعت انتشار موج در یک طناب را می‌توان از رابطه‌ی زیر به‌دست آورد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (4-2 \text{ ب})$$

در این رابطه، F نیروی کشش طناب برحسب نیوتون μ جرم واحد طول طناب برحسب کیلوگرم بر متر و v سرعت انتشار موج مکانیکی در طناب برحسب متر بر ثانیه است.

مثال ۴-۱

ریسمانی به طول یک متر و جرم 100 g بین دو نقطه محکم کشیده شده است. اگر نیروی کشش ریسمان برابر 40 N باشد، سرعت انتشار موج‌های عرضی را در این طناب، محاسبه کنید.

پاسخ

ابتدا جرم واحد طول ریسمان را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{0.1}{1} = 0.1 \text{ kg/m}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی ۴-۲ ب سرعت انتشار را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

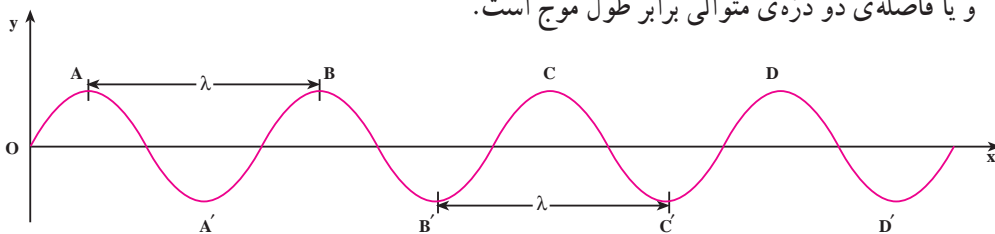
$$v = \sqrt{\frac{40}{0.1}} = 20 \text{ m/s}$$

فعالیت ۴-۳

در فعالیت ۴-۱، مشاهده‌ی انتقال تپ به دلیل آن‌که سرعت انتشار آن در طناب زیاد است، مشکل است. چه راه‌هایی پیشنهاد می‌کنید تا بتوان با کاهش سرعت انتشار، انتقال تپ را مشاهده کرد؟ پیشنهادهای خود را در کلاس به‌بحث بگذارید.

طول موج: به حالت‌های مختلف شکل ۴-۷ توجه کنید. در مدتی که یک نقطه‌ی محیط (مثلاً نقطه‌ی واقع در قلّه‌ی موج) یک نوسان انجام می‌دهد؛ یعنی، در مدت یک دوره T ، قلّه‌ی موج که با علامت پیکان مشخص شده است، به اندازه‌ی پهنای نوار زرد رنگ پیش می‌رود اندازه‌ی این پیشروی را **طول موج** می‌نامیم و آن را با λ نشان می‌دهیم. اگر به هر نقطه‌ی دیگر موج، مثلاً درّه‌ی موج هم توجه کنید، می‌بینید که در مدت یک دوره به اندازه‌ی طول موج منتقل می‌شود. بنابراین، طول موج را می‌توان به صورت مسافتی که موج در مدت یک دوره می‌پیماید، تعریف کرد.

در شکل ۴-۸ که انتشار موج را در یک طناب نشان می‌دهد، فاصله‌ی دو قلّه‌ی متوالی موج و یا فاصله‌ی دو درّه‌ی متوالی برابر طول موج است.



شکل ۴-۸

بار دیگر به شکل ۴-۸ توجه کنید. در این شکل نقطه‌های دیگری نیز می‌توان یافت که فاصله‌ی آن‌ها از یک‌دیگر برابر طول موج است. همچنین می‌توان دریافت که هر دو نقطه که فاصله‌ی آن‌ها از یک‌دیگر برابر طول موج است، همواره در وضعیت نوسانی مشابهی قرار دارند. به چنین دو نقطه‌ای، نقاط هم‌فاز گفته می‌شود؛ برای مثال، نقطه‌های A و B و C و D همه در قلّه‌ی موج واقع‌اند و در نتیجه هم‌فازند. به همین ترتیب، نقطه‌هایی که فاصله‌ی آن‌ها از یک‌دیگر دو، سه و یا $n \dots$ برابر λ (n عددی است صحیح) باشد، همواره در یک وضعیت نوسانی‌اند. پس می‌توان گفت: نقطه‌هایی از محیط که فاصله‌ی آن‌ها از یک‌دیگر مضرب صحیحی از طول موج یا مضرب زوجی از نصف طول موج باشد، هم‌فازند.

اگر فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز را با Δx نشان دهیم داریم:

$$\Delta x = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (۴-۳)$$

اکنون به دو نقطه‌ی متوالی طناب در شکل ۴-۸ که یکی در قلّه‌ی موج (نقطه‌ی A) و دیگری در درّه‌ی موج (نقطه‌ی A') قرار دارد توجه کنید. اگر حرکت این دو نقطه را دنبال کنید، متوجه خواهید شد که حرکت آن‌ها همواره در جهت‌های مخالف یک‌دیگر است. چنین دو نقطه‌ای را در فاز مخالف می‌نامیم. فاصله‌ی این دو نقطه از یک‌دیگر در راستای انتشار، برابر نصف طول موج

است. به همین ترتیب، نقطه‌های دیگری نیز می‌توان مشخص کرد که با یکدیگر در فاز مخالف‌اند. فاصله‌ی این نقطه‌ها از یکدیگر مضرب فردی از نصف طول موج است. بنابراین: نقطه‌هایی از محیط که فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر مضرب فردی از نصف طول موج باشد، در فاز مخالف‌اند. برای این نقطه‌ها داریم:

$$\Delta x = (2n - 1) \frac{\lambda}{2} \quad (4-4)$$

پرسش ۱-۴

روی شکل ۸-۴ نقطه‌هایی را که هم‌فازند و نقطه‌هایی را که در فاز مخالف‌اند پیدا کنید.

رابطه‌ی طول موج با سرعت و بسامد: اگر زمان انتشار برابر یک دوره، یعنی $t = T$ باشد، مسافتی که موج در این مدت می‌پیماید، برابر طول موج می‌شود؛ یعنی $x = \lambda$ است. با توجه به تعریف طول موج و رابطه‌ی ۱-۴ داریم:

$$\lambda = vT \quad (5-4)$$

چون دوره و بسامد، عکس یکدیگرند خواهیم داشت:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \quad (6-4)$$

مثال ۲-۴

نیروی کشش طنابی 12 N و جرم واحد طول آن $30 \frac{\text{g}}{\text{m}}$ است. الف: اگر سر این طناب را با دیافازونی که بسامد آن 100 Hz است، عمود بر راستای طناب به نوسان درآوریم، طول موج در طناب را پیدا کنید. ب: اگر نیروی کشش طناب را نصف کنیم، بسامد و طول موج در طناب را حساب کنید.

$$\mu = 30 \text{ g/m} = 0.03 \text{ kg/m}$$

پاسخ

الف: با استفاده از رابطه‌ی ۲-۴ داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v = \sqrt{\frac{12}{0.03}} = 20 \text{ m/s}$$

طول موج را از رابطه‌ی ۴-۶ محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ m}$$

ب: با تغییر نیروی کشش طناب، سرعت انتشار موج در طناب تغییر می‌کند، اما بسامد موج هم‌چنان برابر بسامد دیپازون است. با تغییر سرعت انتشار، طول موج تغییر می‌کند. داریم:

$$f_1 = f_2 = 100 \text{ Hz}$$

از رابطه‌ی ۴-۲ ب و با توجه به این که $\mu_1 = \mu_2$ است داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{6}{12}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

چون بسامد نوسان‌ها ثابت است، از رابطه‌ی ۴-۶ نتیجه می‌شود:

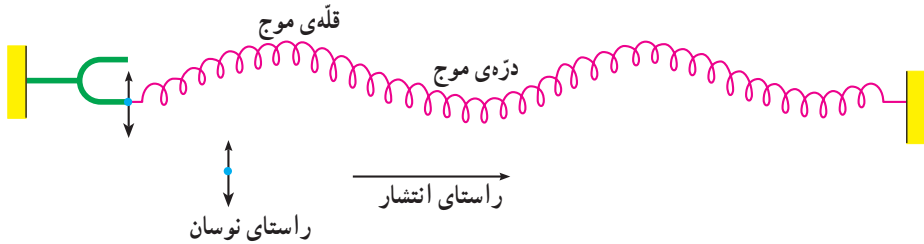
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = 0.2 \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.14 \text{ m}$$

۴-۲- موج‌های عرضی — موج‌های طولی

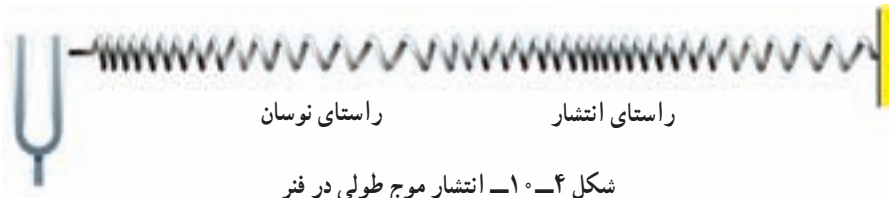
گفتیم وقتی یک چشمه‌ی موج با بسامد f در محیطی کشسان نوسان می‌کند ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان درمی‌آورد و بدین ترتیب، همه‌ی ذرات محیط به نوسان درمی‌آیند. راستای نوسان این ذره‌ها، ممکن است عمود بر راستای انتشار موج و یا موازی با آن باشد.

الف: موج عرضی: اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، عمود بر راستای انتشار موج باشد موج را عرضی می‌نامند؛ برای مثال، موج‌های ایجاد شده در فنر در شکل ۹-۴ عرضی‌اند. موج عرضی در فنر و یا در طناب با قلّه‌ها و درّه‌ها قابل تشخیص است.



شکل ۹-۴- موج عرضی در فنر

ب: موج طولی: اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، موازی با راستای انتشار موج باشد، موج را طولی می‌نامند؛ برای مثال، در شکل ۱۰-۴ وقتی دیاپازون را به نوسان درآوریم، حلقه‌های فنر به چپ و راست، یعنی در امتداد طول فنر، نوسان می‌کنند و موج طولی در طول فنر منتشر می‌شود.



شکل ۱۰-۴- انتشار موج طولی در فنر

وقتی موج طولی در فنر منتشر می‌شود، حلقه‌های فنر به طور متناوب به هم نزدیک یا از هم دور می‌شوند. وقتی به هم نزدیک می‌شوند، حلقه‌ها متراکم شده و وقتی از هم دور می‌شوند، حلقه‌ها انبساط پیدا می‌کنند. موج طولی در فنر را با همین تراکم‌ها و انبساط‌های بی‌در پی می‌توان تشخیص داد. در فنر می‌توان هر دو نوع موج عرضی و طولی را ایجاد کرد.

۳-۴- تابع موج

وقتی یک موج در یک محیط همگن در حال انتشار است، شکل موج، در ضمن انتشار از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر تغییر نمی‌کند؛ مثلاً، اگر شکل یک تپ در یک لحظه (مثلاً در $t=0$) و در نقطه‌ی A به صورت شکل ۱۱-۴ الف باشد، بعد از Δt ثانیه (در لحظه‌ی t) این تپ به نقطه‌ی B

می‌رسد. شکل تپ در نقطه‌ی B و در لحظه‌ی t همان است که Δt ثانیه قبل در نقطه‌ی A بوده است (شکل ۱۱-۴ ب). به بیان دیگر، وضعیت نقطه‌ی B در لحظه‌ی t مانند وضعیت A در Δt ثانیه قبل از آن است.



شکل ۱۱-۴

اکنون فرض کنید چشمه‌ی موجی با دوره‌ی T (بسامد f) و دامنه‌ی A حرکت هماهنگ ساده‌ای انجام دهد و نوسان‌های آن با سرعت v در طنابی همگن منتشر شود. مبدأ مختصات را منطبق بر چشمه‌ی موج (ابتدای طناب) و راستای طناب را پیش از نوسان، محور x انتخاب می‌کنیم. وقتی چشمه به نوسان درآید، نوسان‌ها در طول طناب، منتشر می‌شوند. چشمه‌ی موج و نقطه‌ای از طناب که به آن متصل است در مکان $x = 0$ واقع‌اند. اگر جابه‌جایی هر نقطه‌ی طناب را از وضع تعادل خود با u نشان دهیم، وضعیت نوسانی آن با رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$u = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (7-4)$$

موج بعد از زمان $\Delta t = \frac{x}{v}$ به نقطه‌ای واقع در مکان x می‌رسد. وضعیت این نقطه، همان‌گونه که قبلاً بیان شد، مانند وضعیت چشمه‌ی موج در Δt ثانیه قبل است که با جایگزین کردن مقدار « $t - \frac{x}{v}$ » به جای t در رابطه‌ی ۷-۴ مشخص می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$u = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{\omega x}{v} \right) \quad (8-4)$$

و با توجه به رابطه‌های $\omega = \frac{2\pi}{T}$ و $\lambda = vT$ داریم:

$$u = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad (9-4)$$

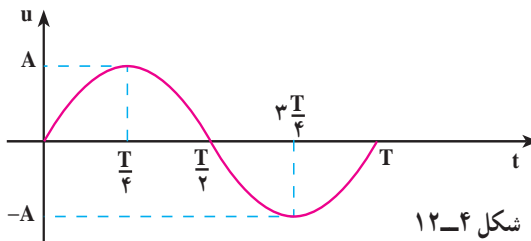
را با k نشان می‌دهند و به آن عدد موج می‌گویند.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} \quad (10-4)$$

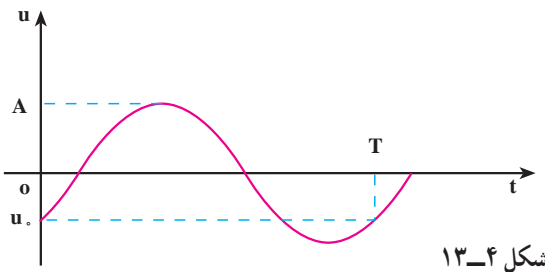
یکای عدد موج در SI رادیان بر متر (rad/m) است؛ در نتیجه رابطه‌ی ۹-۴ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$u = A \sin(\omega t - kx) \quad (11-4)$$

رابطه‌ی ۱۱-۴ وضعیت نوسانی نقطه‌ای از محیط را که به فاصله‌ی x از مبدأ مختصات (چشمه‌ی موج) واقع است، در لحظه‌ی t نشان می‌دهد. به این رابطه تابع موج می‌گوییم. تابع موج، تابعی دو متغیره است؛ یعنی در آن، u تابع دو متغیر زمان (t) و مکان (x) است؛ برای مثال، اگر به یک نقطه‌ی محیط نگاه کنیم (x را ثابت بگیریم) خواهیم دید که این نقطه در لحظه‌های مختلف وضعیت‌های نوسانی متفاوتی پیدا می‌کند؛ یک لحظه در وضعیت تعادل است، لحظه‌ای دیگر از وضع تعادل خارج شده و فاصله‌ی آن از وضع تعادل برابر u می‌شود و در لحظه‌ای دیگر، دورترین فاصله از وضع تعادل قرار می‌گیرد ($u = A$). به عبارت دیگر u تابع زمان است. پس با ثابت گرفتن x می‌توان تابع u را بر حسب زمان (t) برای هر یک از ذره‌های محیط به دست آورد و نمودار آن را نیز رسم کرد؛ مثلاً، این تابع برای چشمه‌ی موج که آن را مبدأ مختصات گرفته‌ایم ($x = 0$) به صورت $u = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ و نمودار آن نیز به صورت زیر است:



تابع u برای یک ذره که به فاصله‌ی $x = d$ از چشمه‌ی موج واقع است، $u = A \sin(\frac{2\pi}{T} t - kd)$ خواهد بود. مقدار $-kd = \varphi$ ، فاز اولیه‌ی این نقطه است. نمودار u برای این نقطه در شکل ۱۳-۴ آمده است. توجه کنید که شروع نمودار به φ و یا d بستگی دارد.



مثال ۴-۳

یک چشمه‌ی موج با بسامد 10^6 Hz نوسان‌هایی با دامنه‌ی 5 mm ایجاد می‌کند که با سرعت 10 m/s در امتداد محور x منتشر می‌شوند. طول موج و عدد موج را محاسبه کنید و تابع موج آن را نیز بنویسید.

پاسخ

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \text{با استفاده از رابطه‌ی ۴-۶ داریم:}$$

$$\lambda = \frac{10}{10^6} = 10^{-5} \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{با توجه به رابطه‌ی ۴-۱۰ خواهیم داشت:}$$

$$k = \frac{2\pi}{10^{-5}} = 2 \cdot 10^5 \pi \text{ rad/m}$$

با استفاده از رابطه‌ی ۴-۱۱ داریم:

$$u = A \sin(\omega t - kx) = A \sin(2\pi f t - kx)$$

$$u = 5 \times 10^{-3} \sin(2 \cdot 10^6 \pi t - 2 \cdot 10^5 \pi x) = 5 \times 10^{-3} \sin 2 \cdot 10^5 \pi (10^2 t - x)$$

تمرین ۴-۱

تابع موجی که در جهت محور x منتشر می‌شود برحسب یکاهای SI به صورت $u = 0.02 \sin(2 \cdot 10^3 \pi t - 4\pi x)$ است. دامنه، بسامد، طول موج و سرعت انتشار این موج را محاسبه کنید.

اگر موج عرضی باشد، نوسان ذره‌های محیط عمود بر محور x (مثلاً در راستای محور y) است. برای نشان دادن راستای نوسان، نام محوری را که نوسان در راستای آن انجام می‌شود زیرنویس u قرار می‌دهیم؛ برای مثال، تابع زیر نشان دهنده‌ی یک موج عرضی است که نوسان آن در راستای محور y و انتشار آن در جهت محور x است:

$$u_y = A \sin(\omega t - kx) \quad (12-4)$$

حال اگر موج طولی در جهت محور x منتشر شود، تابع آن به صورت زیر خواهد بود:

$$u_x = A \sin(\omega t - kx) \quad (13-4)$$

هم چنین می توان نشان داد که اگر موج در خلاف جهت محور x منتشر شود، تابع آن به صورت زیر خواهد بود :

$$u_x = A \sin(\omega t + kx) \quad (۱۴-۴)$$

در رابطه های ۱۲-۴ و ۱۴-۴ به $\varphi = \omega t - kx$ و یا $\varphi = \omega t + kx$ ، فاز موج گفته می شود. چون شکل موج در هنگام انتشار تغییر نمی کند ؛ فاز آن هم با گذشت زمان و انتشار موج، ثابت می ماند.

تمرین ۲-۴

نشان دهید که در تابع های $u = A \sin(\omega t + kx)$ و $u = A \sin(\omega t - kx)$ به ترتیب، سرعت های انتشار موج مثبت و منفی است ؛ یعنی این تابع ها، موج هایی را نشان می دهند که در جهت محور x و در خلاف جهت آن منتشر می شوند.

تمرین ۳-۴

نشان دهید که :

الف : اختلاف فاز دو نقطه ی هم فاز محیط مضرب زوجی از π است.
ب : اختلاف فاز دو نقطه ی محیط که در فاز مخالف اند مضرب فردی از π است.

مثال ۴-۴

با دیابازونی به بسامد 5°Hz سر طناب کشیده شده ای را به نوسان درمی آوریم. دامنه ی نوسان ها 5mm در راستای محور y و سرعت انتشار موج در طناب برابر 10°m/s و نوسان ها در جهت مثبت محور x منتشر می شود.
الف : تابع موج ایجاد شده در طناب را بنویسید.
ب : معادله ی نوسان نقطه ی M از طناب را که به فاصله ی 25cm از سر طناب (نقطه ی O) واقع است بنویسید.

پاسخ

الف : با استفاده از رابطه های $\omega = 2\pi f$ ، $\lambda = \frac{v}{f}$ و $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ داریم :

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{50} = 2 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/m}$$

با استفاده از رابطه‌ی ۴-۱۲ داریم:

$$u_y = A \sin(\omega t - kx)$$

$$u_y = 5 \times 10^{-3} \sin(100\pi t - \pi x)$$

ب: برای نقطه‌ی یاد شده داریم:

$$x = 0.25 \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

با قرار دادن مقدار x در تابع موج، نتیجه می‌شود:

$$u_M = 5 \times 10^{-3} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

تمرین ۴-۴

چشمه‌ی موجی نوسان‌هایی با بسامد 20 Hz و دامنه‌ی 5 cm در یک محیط کشسان و در راستای محور y انجام می‌دهد. اگر این نوسان‌ها در خلاف جهت محور x و با سرعت 10 m/s در این محیط منتشر شوند:

الف: طول موج و عدد موج را محاسبه کنید.

ب: تابع این موج را بنویسید.

پ: کم‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی M از چشمه‌ی موج چه اندازه باشد تا با چشمه‌ی

موج در فاز مخالف قرار گیرد.

فاصله‌ی دو نقطه‌ی محیط از یک‌دیگر: محیطی را در نظر بگیرید که در آن موجی در حال

انتشار است. معادله‌ی نوسان دو نقطه‌ی A و B از این محیط که در یک جهت انتشار موج و به

فاصله‌ی x_A و x_B از مبدأ مختصات واقع‌اند، با توجه به رابطه‌ی ۴-۱۲، به‌صورت زیر است:

$$u_A = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_A\right)$$

$$u_B = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_B\right)$$

اختلاف فاز این دو نقطه برابر است با :

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{\lambda} |x_B - x_A|$$

اگر « $x_B - x_A$ » را با Δx نشان دهیم، داریم :

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x| = k |\Delta x| \quad (15-4)$$

از رابطه‌ی ۱۵-۴ با معلوم بودن اختلاف فاز دو نقطه‌ی محیط که در یک جهت انتشار موج‌اند، می‌توان فاصله‌ی دو نقطه را از یک‌دیگر (یعنی Δx) محاسبه کرد. رابطه‌ی ۱۵-۴ نشان می‌دهد که اختلاف فاز دو نقطه‌ی محیط که به فاصله‌ی $\Delta x = 1\text{m}$ از یک‌دیگر و در یک جهت انتشار موج‌اند، برابر است با :

$$\Delta x = 1\text{m}$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} = k \quad (16-4)$$

رابطه‌ی ۱۶-۴ را می‌توان تعریفی برای عدد موج دانست و گفت : عدد موج برابر اختلاف فاز دو نقطه‌ی محیط است که به فاصله‌ی یک متر از یک‌دیگر و در یک جهت انتشار موج‌اند.

مثال ۵-۴

موجی در یک محیط، در حال انتشار است. معادله‌ی نوسانی نقطه‌های A و B از این محیط، در SI، به صورت $u_A = 0.02 \sin(50\pi t - 0.4\pi)$ و $u_B = 0.02 \sin(50\pi t - 0.7\pi)$ است؛ اگر موج از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B برود، کم‌ترین فاصله‌ی دو نقطه را از یک‌دیگر به دست آورید. سرعت انتشار موج 20m/s است.

پاسخ

ابتدا بسامد نوسان‌ها و سپس طول موج را محاسبه می‌کنیم :

$$\omega = 2\pi f$$

$$2\pi f = 50\pi$$

$$f = 25\text{Hz}$$

با استفاده از رابطه‌ی $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم :

$$\lambda = \frac{20}{25} = 0.8\text{m} = 80\text{cm}$$

اکنون اندازه‌ی اختلاف فاز دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\varphi = |\varphi_B - \varphi_A|$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{10} \Delta x$$

با استفاده از رابطه‌ی ۴-۱۵ داریم:

$$\frac{3\pi}{10} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{10} \Delta x$$

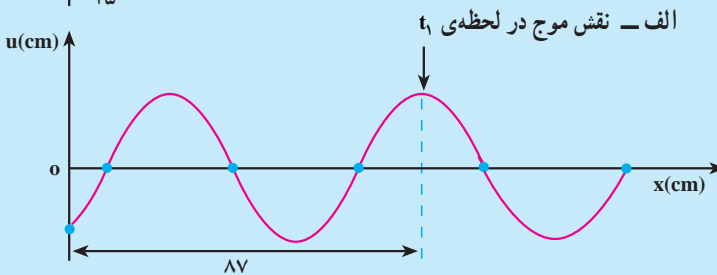
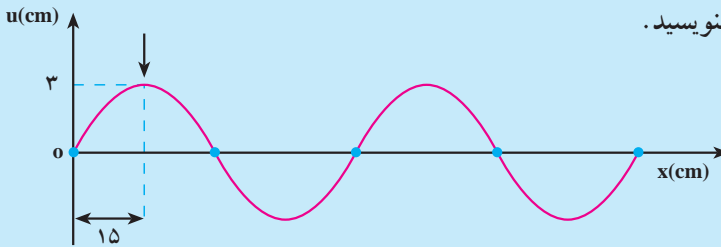
$$\Delta x = AB = 15 \text{ cm}$$

فعالیت ۴-۴

با استدلال توضیح دهید که چرا در مثال ۴-۵، Δx کم‌ترین فاصله‌ی دو نقطه از محیط است که در یک جهت انتشار موج واقع‌اند.

تمرین ۴-۵

شکل‌های ۴-۱۴ الف و ب، نقش یک موج را، در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 ، نشان می‌دهند که در یک محیط و در جهت محور x در حال انتشار است. علامت پیکان، یک قلّه‌ی موج را در این دو لحظه نشان می‌دهد؛ اگر $t_2 - t_1 = 0.6 \text{ s}$ باشد، تابع این موج را بنویسید.



شکل ۴-۱۴
الف - نقش موج در لحظه‌ی t_1
ب - نقش موج در لحظه‌ی t_2

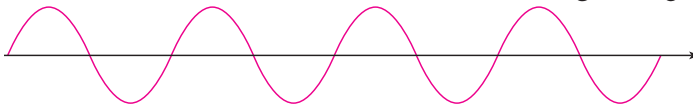
تمرین های فصل چهارم

۱- موج طولی و عرضی را تعریف کنید. تحقیق کنید که چه نوع موجی می تواند در جامد، مایع و یا گاز منتشر شود.

۲- نوسان های حاصل از چشمه ی موجی با بسامد 200 Hz با سرعت 100 m/s در یک محیط منتشر می شود. اگر چشمه ی موج دیگری با بسامد 150 Hz را جایگزین چشمه ی اولی کنیم، نوسان های آن با چه سرعتی در این محیط منتشر می شود؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.

۳- سرعت انتشار موج در طنابی به طول L با نیروی کشش F برابر v است. اگر طول طناب را نصف کنیم، اما نیروی کشش را ثابت نگه داریم سرعت انتشار در آن چند برابر می شود؟

۴- شکل ۴-۱۵، نقش یک موج را در یک لحظه نشان می دهد. این شکل را در دفتر خود کپی کنید و بر روی آن موج دیگری رسم کنید که طول موج آن دو برابر و دامنه ی آن نصف باشد. دامنه و طول موج را روی شکل مشخص کنید.



شکل ۴-۱۵

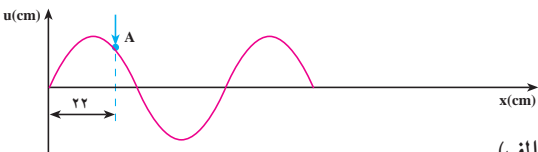
۵- سیمی به چگالی $7/8 \text{ g/cm}^3$ و سطح مقطع 5 mm^2 بین دو نقطه با نیروی 156 N کشیده شده است. سرعت انتشار موج را در این سیم محاسبه کنید.

۶- دو موج با بسامدهای 50 Hz و 75 Hz در یک محیط منتشر می شوند.

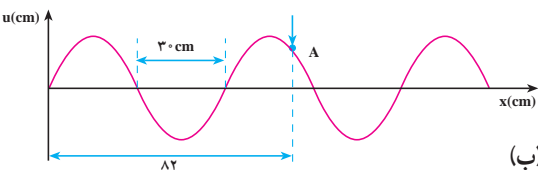
الف: سرعت انتشار موج دوم چند برابر سرعت انتشار موج اول است؟

ب: طول موج برای موج دوم چند برابر طول موج برای موج اول است؟

۷- شکل های ۴-۱۶ الف و ب، نقش یک موج را در دو لحظه ی t_1 و t_2 نشان می دهد که



(الف)



(ب)

شکل ۴-۱۶

در امتداد محور x منتشر می شود. علامت پیکان، یک نقطه از موج را در این دو لحظه نشان می دهد. موردهای زیر را محاسبه کنید:

الف: این موج طولی است یا

عرضی و عدد آن چه اندازه است؟

ب: اگر بسامد نوسان ها 25 Hz

باشد، $t_2 - t_1 = \Delta t$ چند ثانیه است؟