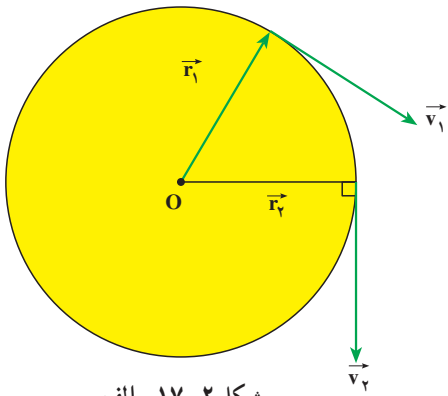
فاصله‌ی آبادان از محور چرخش زمین، با توجه به شکل ۲ــ۱۶ برابر است با :

$$r = ۶/۴ \times ۱۰^{۶} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۵/۵۴ \times ۱۰^{۶}\,m$$

و سرعت خطی شخص در آبادان برابر است با :

$$v = r\omega \quad ۵/۵۴ \times ۱۰^{۶} \times ۷/۲۷ \times ۱۰^{-۵} = ۴۰۲/۷۶\ m/s$$

شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت : ذره‌ای را در نظر بگیرید که دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت است (شکل ۲ــ۱۷ــ الف). در فصل قبل دیدیم که بردار سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر است. اگر مکان ذرّه در لحظه‌ی $t_۱$ ، $\vec{r}_۱$ و در لحظه‌ی $t_۲$ ، $\vec{r}_۲$ باشد، بردارهای سرعت متحرّک در این نقاط به ترتیب بر $\vec{r}_۱$ و $\vec{r}_۲$ عمودند.



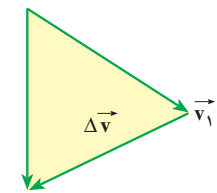
شکل ۲ــ۱۷ــ الف

بردار $\Delta\vec{v} = \vec{v}_۲ - \vec{v}_۱$ در شکل ۲ــ۱۷ــ ب رسم شده است. ملاحظه می‌شود با این که بزرگی بردار سرعت ثابت است، به علت تغییر راستای بردار سرعت $\Delta\vec{v} \neq ۰$ است. اندازه‌ی شتاب متوسط حرکت در این حالت را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی $|\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$ به‌دست آورد. می‌توان نشان داد، هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، شتاب حرکت از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید :

$$a = \frac{v^{۲}}{r} \quad (۲ــ ۱۳ــ \text{الف})$$

و یا

$$a = r\omega^{۲} \quad (۲ــ ۱۳ــ \text{ب})$$



شکل ۲ــ۱۷ــ ب

راستای این شتاب در راستای شعاع دایره و سوی آن به طرف مرکز است،به این ترتیب، این شتاب را شتاب مرکزگرا گویند.

تمرین ۲ــ۷

شتاب مرکزگرای ماه به دور زمین را محاسبه کنید.
فاصله‌ی ماه از زمین $۳/۸\times۱۰^{۸}\,m$ و دوره‌ی ماه را ۲۹ روز بگیرید.

مثال ۲ــ۸

خودرویی در یک جاده به شعاع انحنای ۲۰۰m با سرعت ثابت ۲۰m/s در حرکت است. شتاب مرکزگرای این خودرو را حساب کنید.

پاسخ

$$a=\frac{v^{۲}}{r}=\frac{۴۰۰}{۲۰۰}=۲\,m/s^{۲}$$

۲ــ۶ ــ دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

در بخش ۲ــ۵ دیدیم که در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنابر قانون دوم نیوتون نیرو و شتاب هم‌جهت‌اند، درنتیجه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع و به سوی مرکز است. از این‌رو برایند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شوند **نیروی مرکزگرا** می‌نامند.

با توجه به رابطه‌های ۲ــ۱۳ قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به‌صورت زیر درمی‌آید :

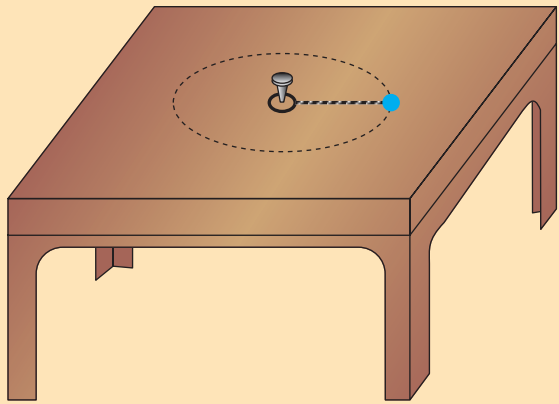
$$F=\frac{mv^{۲}}{r} \qquad (۲ــ۱۴ــ\text{الف})$$

$$F=mr\omega^{۲} \qquad (۲ــ۱۴ــ\text{ب})$$

در این رابطه، F بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع دایره است.

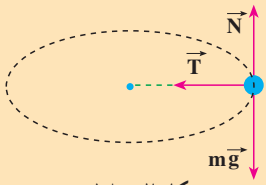
مثال ۲ــ۹

مهره‌ای به جرم ۲۰g را به نخی می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقه‌ی کوچکی وصل می‌کنیم، سپس حلقه را مطابق شکل ۲ــ ۱۸ــ الف با میخ کوتاهی در وسط یک میز ثابت می‌کنیم. نیروی اصطکاک مهره با میز ناچیز است.



شکل ۲ــ ۱۸ــ الف

فاصله‌ی مهره از میخ ۲۵cm است، با یک ضربه که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌ای به‌حرکت درمی‌آوریم. نیروهای وارد بر مهره را با رسم شکل مشخص کنید. اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، بزرگی نیروی کشش نخ را محاسبه کنید.



شکل ۲ــ ۱۸ــ ب

پاسخ

نیروهای وارد بر مهره در شکل ۲ــ۱۸ــ ب نشان داده شده است.

در راستای قائم، نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر جسم اثر می‌کنند. برایند این دو نیرو صفر است :

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$

تنها نیروی کشش نخ می‌ماند که در این‌جا همان نیروی مرکزگرا، یعنی : $T = m\frac{v^2}{r}$ است. سرعت زاویه‌ای برابر است با :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \ \text{rad/s}$$

و سرعت خطی نیز برابر است با :

$$v = r\omega = 0/25 \times 2\pi = \frac{\pi}{2} \simeq 1/57 \ \text{m/s}$$

و نیروی کشش نخ برابر است با :

$$T = m\frac{v^2}{r} = 200 \times 10^{-3} \times \frac{\pi^2}{4} \times \frac{1}{0/25} \simeq 0/2\text{N}$$

تمرین ۲ــ۸

در هر یک از موارد زیر نیروی مرکزگرا را مشخص کنید.

۱ــ در حرکت لباس‌هایی که در ماشین‌لباس‌شویی می‌چرخند.

۲ــ در چرخش الکترون به‌دور هسته.

۳ــ در گردش سیاره‌ها به دور خورشید.

ابوریحان بیرونی

ابوریحان محمدبن‌احمد بیرونی، دانشمند برجسته‌ی ایرانی، در نیمه‌ی دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم می‌زیست. وی در بیرونِ (حومه‌ی) شهر کاث، پایتخت خوارزمشاهیان، به دنیا آمد. او تا سن بیست و پنج سالگی در زادگاه خود مشغول فراگیری علومی چون جغرافیا، ریاضیات، ستاره‌شناسی، پزشکی، فقه، کلام و ... بود. بیرونی اولین فعالیت‌های علمی خود را در حدود سال ۳۸۰ هجری در شهر کاث با رصد آسمان به کمک وسایل نه چندان دقیق آغاز کرد. در سال ۳۸۷ هجری بار دیگر در شهر کاث خسوفی را با هماهنگی انجام شده بین او و ابوالوفاء بوزجانی، از برجسته‌ترین منجمان آن دوره، رصد کرد. در واقع، ابوالوفاء نیز همین خسوف را در بغداد رصد کرده بود. با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از این دو رصد، بیرونی اختلاف طول جغرافیایی بغداد و کاث را پیدا کرد. او در ری با دو ستاره‌شناس معروف ایرانی، کوشیارِبن‌لبان گیلانی و ابومحمد خجندی، آشنا شد و رساله‌ای کوتاه در مورد وسیله‌ای که خجندی برای رصد آسمان ساخته بود، نگاشت (حکایة الالة المسماة السدس الفخری). هم‌چنین، بیرونی در مقدمه‌ی کتاب «**مقالید علم الهیئة مایحدث فی‌سطح بسیط الکره**»، که یکی از مهم‌ترین آثار او و نخستین کتاب کامل در باب مثلثات کروی است، از دیدارها، مکاتبات و مباحثات علمی خود با خجندی، لبان گیلانی و ابوالوفاء بوزجانی سخن گفته است. در سال ۳۹۱ هجری در جُرجان و نزد قابوس وشمگیر نخستین کتاب مشهور خود، «**آثارالباقیه عن القرون الخالیه**» را درباره‌ی گاه‌شماری تاریخی و علمی نگاشت. در سال‌های ۴۰۶ و ۴۰۷ فرصتی کوتاه برای پرداختن به رصد پیدا کرد و با بهره‌گیری از کمک‌های مالی پادشاه، آلتی رصدی به نام **حلقه‌ی شاهیه** ساخت. او پس از رصد خورشید گرفتگیِ سال ۴۰۹ در نزدیکی لمغان (جایی میان کابل و قندهار)، از سال ۴۱۰ تا ۴۱۲ هجری یک سلسله رصدهای مختلف و منظم را در غزنه آغاز کرد. او در سال ۴۱۶ هجری پس از دست کم هفت سال تحقیق، نگارش کتاب «**تحدید نهایات الاماکن فی‌تصحیح مسافات المساکن**» را به پایان رساند. سپس در سال ۴۲۰، کتاب مهم «**التفهیم لاوائل الصناعة التنجیم**» را به دو زبان عربی و فارسی نوشت؛ روایت فارسی این کتاب از کهن‌ترین متون فارسی علمی و کهن‌ترین متن ریاضی نجومی به شمار می‌رود. وی سپس کتاب «**القانون المسعودی**» را که دانش‌نامه‌ای از آگاهی‌های نجومی آن دوران بود، تألیف کرد.

با توجه به اطلاعات به دست آمده، تعداد آثار ابوریحان بیرونی شامل تألیف‌ها، ترجمه‌ها و آثار نیمه تمام او به ۱۸۰ عنوان می‌رسد که دست کم ۱۱۵ عنوان از آن‌ها به ریاضیات و نجوم اختصاص دارد و از این تعداد تنها ۲۸ عنوان به دست ما رسیده است.

بیرونی در کتاب «**افراد المقال فی امر الظلال**»، یکی از نظریات مشهور ارسطو را با تکیه بر آزمایش رد می‌کند. نکته‌ی مهم و مورد توجه در آزمایش‌های بیرونی، شیوه‌ی علمی او در انجام‌دادن آزمایش‌هاست. وی مانند یک محقق امروزی در آزمایش خود به نکاتی توجه می‌کند ؛ از جمله هنگام مقایسه‌ی خاصیتی ویژه از دو ماده می‌کوشد تا سایر شرایط برای آن‌ها یکسان باشد و نیز به تکرار در آزمایش تأکید می‌کند تا مطمئن شود که نتایج حاصل از فرایند اتفاقی نیست.

دیدگاه بیرونی درباره‌ی چیستی کهکشان راه شیری که در کتاب التفهیم آمده از اهمیتی بسزا برخوردار است ؛ زیرا در میان طبیعی‌دانان مسلمان کم‌تر کسی به آن پرداخته است و همگی از نظریات ارسطو در این زمینه پیروی می‌کرده‌اند. تنها بیرونی و ابن هیثم نظریاتی نو دراین زمینه مطرح کرده‌اند. بیرونی چنین می‌گوید : «مجرّه را پارسیان راه کاهکشان خوانند و هندوان راه بهشت و آن جمله‌شدن ستارگان است از جنس ستارگان ابری و ...»

بیرونی در بخشی از کتاب افراد المقال فی‌امر الظلال سخن احمد بن‌طیب سرخسی در کتاب «**ارکان الفلسفه**» درباره‌ی سیاهی هوا بر فراز نقاط مرتفع را نشانه‌ی مبالغه‌ی وی در پیروی از نظریه‌ای که از کتاب «**الحس و المحسوس**» ارسطو برمی‌آید، می‌داند. ابوریحان بر آن است که در این باره باید فقط با استناد به آزمایش و تجربه سخن گفت و می‌گوید که هیچ‌گاه از تغییر رنگ هوا در سرما یا نبود گرما سخنی نرفته است و قله کوه دماوند با بلندی بسیارش دیده می‌شود و هیچ نشانه‌ای از سیاهی در آن نیست.

ابوریحان بیرونی علاوه بر کتاب‌های نام برده شده کتاب‌های دیگری چون «**استیعاب الوجوه الممکنه فی صنعة الاسطرلاب**»، رساله‌ای مهم در تاریخ نجوم اسلامی درباره‌ی بررسی و مقایسه‌ی روش‌های گوناگون ساخت انواع اسطرلاب، و «**تسطیح الصور و تبطیح اکور**»، رساله‌ای درباره‌ی تصویرکردن شکل‌های روی کره بر سطح صاف، را نگاشته است.

تمرین‌های فصل دوم

۱ــ براساس قانون سوم نیوتون، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

الف : نیروهای وارد بر یک شخص، هنگامی که جسمی را هُل می‌دهد و هم‌چنین نیروهای وارد بر جسم چگونه است؟

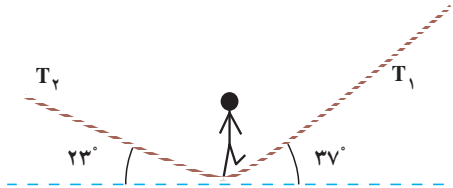
ب : نقش نیروهای مختلف در هنگام راه رفتن ما بر روی زمین چگونه است؟

۲ــ به جسمی به جرم ۱۰۰kg نیروی ثابت F در راستای قائم به‌طرف بالا وارد می‌شود. جسم از حال سکون با شتاب $۵\ m/s^۲$ به‌طرف بالا حرکت می‌کند و پس از ۲۰s نیروی F حذف می‌شود.

الف : مقدار نیروی F را تعیین کنید.

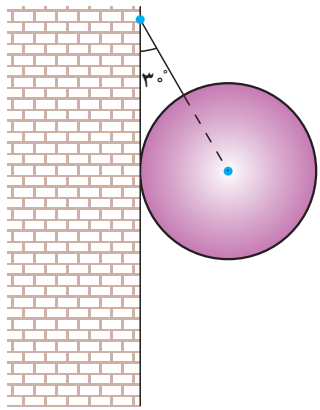
ب : ارتفاعی که جسم بالا می‌رود؟ $g = ۱۰\ m/s^۲$ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

۳ــ یک بازیگر سیرک به وزن ۶۰۰N روی طنابی مطابق شکل ۲ــ۱۹ درحال تعادل است. نیروهای کشش طناب را محاسبه کنید.



شکل ۲ــ۱۹

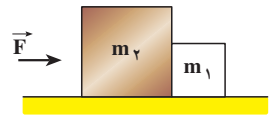
۴ــ کره‌ای به جرم ۲۰kg را مطابق شکل ۲ــ۲۰، به وسیله‌ی کابلی به دیوار قائم و بدون اصطکاک آویزان می‌کنیم. نیروی کشش کابل و واکنش دیوار را محاسبه کنید.



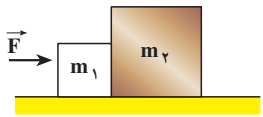
شکل ۲ــ۲۰

۵ــ دو جسم به جرم‌های $m_۱ = ۱kg$ و $m_۲ = ۲kg$ مطابق شکل ۲ــ۲۱ روی سطح افقی صافی قرار دارند. نیروی افقی $\vec{F}$ باعث می‌شود که دو جسم با شتاب $۳\ m/s^۲$ به حرکت درآیند. اندازه‌ی نیروی F و نیروی تماسی‌ای که دو جسم بر یک‌دیگر وارد

می‌کنند را در هر یک از دو شکل «الف» و «ب» محاسبه کنید.



(الف)



(ب)

شکل ۲ــ۲۱

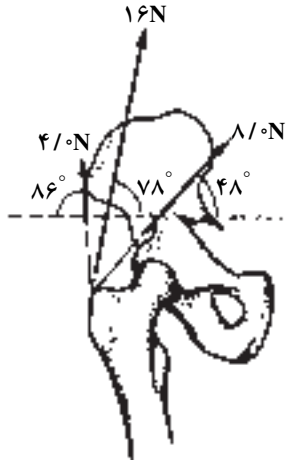
۶ــ کتابی را مانند شکل ۲ــ۲۲ به دیوار فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف : آیا نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است؟ چرا؟

ب :اگر کتاب را بیش‌تر به دیوار بفشاریم آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیرویی افزایش می‌یابد؟

شکل ۲ــ۲۲

۷ــ سه ماهیچه، استخوان ران را به لگن متصل می‌کنند. در شکل ۲ــ۲۳ مقدار و جهت نیروهایی که این ماهیچه‌ها به استخوان ران وارد می‌کنند، نشان داده شده است. برایند نیروهای وارد بر استخوان ران از طرف این ماهیچه‌ها را به دست آورید.



شکل ۲ــ۲۳

۸ــ پره‌های یک بالگرد (هلیکوپتر) در هر دقیقه ۹۰۰ دور می‌گردد. کمیّت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

الف : دوره، بسامد و سرعت زاویه‌ای

ب : سرعت خطی و شتاب مرکزگرای نقطه‌ای که فاصله‌ی آن از محور دوران ۳m است.

۹ــ ماهواره‌ای روی مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. اگر جرم ماهواره $m = ۲۵۰ kg$ ، جرم زمین $M_e = ۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴} kg$ ، ثابت جهانی گرانش $G = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} N.m^۲/kg$ ، فاصله‌ی ماهواره از سطح زمین $۲۶۰۰ km$ و شعاع زمین $۶۴۰۰ km$ باشد، کمیّت‌های زیر را محاسبه کنید :

الف : نیروی گرانش بین ماهواره و زمین

ب : سرعت ماهواره

پ : دوره‌ی گردش ماهواره

۱۰ــ یک ماهواره در چه فاصله‌ای از مرکز زمین باید قرار گیرد، تا همواره در یک نقطه در بالای خط استوا باشد؟