تمرین ۲ــ۳

دو خودروی A و B دارای مشخصات فنی متفاوت‌اند. جرم خودروی A برابر $۱۰۰۰kg$ و جرم خودروی B برابر $۸۰۰kg$ است. سرعت خودروی A حداقل پس از $۱۱/۷s$ از صفر به $۹۶\,km/h$ می‌رسد، ولی سرعت خودروی B حداقل پس از $۱۲/۱s$، همین مقدار افزایش پیدا می‌کند.

حداکثر برایند نیروهای وارد بر هر کدام از خودروهای A و B را حساب کنید.

مطالعه‌ی آزاد

نقش کیسه‌ی هوا در تصادف‌های رانندگی

شکل ۲ــ۹

حوادث ناشی از سوانح رانندگی هر روز عدّه‌ای را به کام مرگ می‌کشاند و یا موجب آسیب‌ها و خسارت‌های فراوان می‌شود. از این‌رو، شرکت‌های خودروسازی، همواره می‌کوشند خودروهای خود را با امکانات جدیدی، به منظور کاهش ضایعات ناشی از تصادف، مجهّز کنند.

جاسازی کیسه‌ی هوا در خودروها، یکی از تازه‌ترین روش‌های ایجاد ایمنی

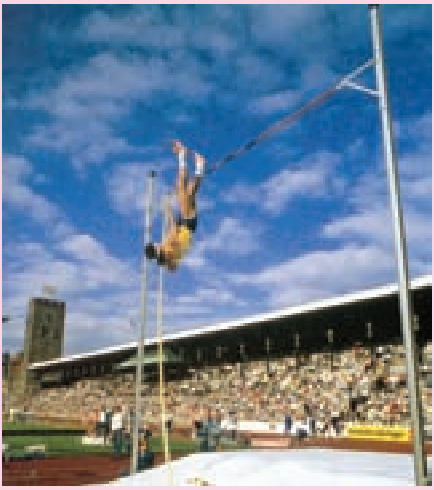
است. ساز و کار این وسیله، به این صورت است که هنگام بروز حادثه که به تغییر سرعت ناگهانی خودرو می‌انجامد، در اثر یک واکنش شیمیایی سریع، گازی در یک کیسه‌ی پلاستیکی تولید می‌شود و کیسه‌ی پر از گاز در مقابل راننده و سرنشین قرار می‌گیرد. برخورد آن‌ها به کیسه‌ی هوا، مدت زمان تغییر سرعت یا زمان توقف آن‌ها را بسیار طولانی‌تر می‌کند؛ در نتیجه بر طبق رابطه‌ی $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ ، با افزایش Δt نیروی متوسط وارد بر سرنشینان کاهش می‌یابد و بدین‌ترتیب از وارد آمدن آسیب جدی به آن‌ها جلوگیری می‌شود.

زمان توقف در برخورد با جسم سخت در حدود هزارم ثانیه است، درحالی‌که کیسه‌ی هوا، این زمان را تا چند ثانیه افزایش می‌دهد از این‌رو، نیروی وارد بر سرنشین تا حدود یک هزارم، کاهش می‌یابد.

فعالیت ۲ــ۳

در یک مسابقه‌ی پرش با نیزه، ورزش‌کاری از مانعِ پرش با ارتفاع 6m بدون خطا عبور می‌کند.

نقش تشک را در جلوگیری از آسیب رسیدن به ورزش‌کار مورد بحث و بررسی قرار دهید.

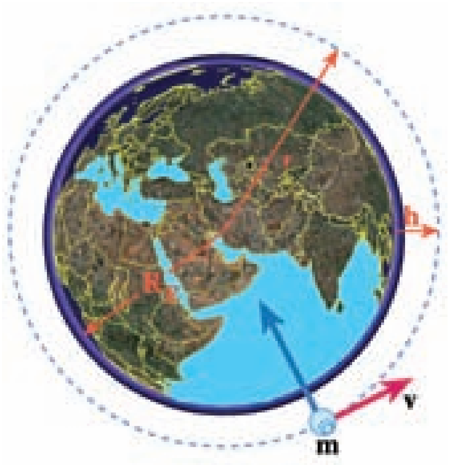


شکل ۲ــ۱۰

۲ــ۴ــ حرکت دایره‌ای

حرکت یک جسم در مسیر دایره‌ای، نمونه‌ی دیگری از حرکت در صفحه است. مسیر حرکت ماه و ماهواره‌ها به دور زمین و برخی سیاره‌ها به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است. در بعضی وسایل خانگی مانند لباس‌شویی، آب‌میوه‌گیری و... اجسام درون آن‌ها در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر نمونه‌هایی از حرکت اجسام بر مسیر دایره را مشاهده می‌کنید.

شکل ۲ــ۱۱ــ الف

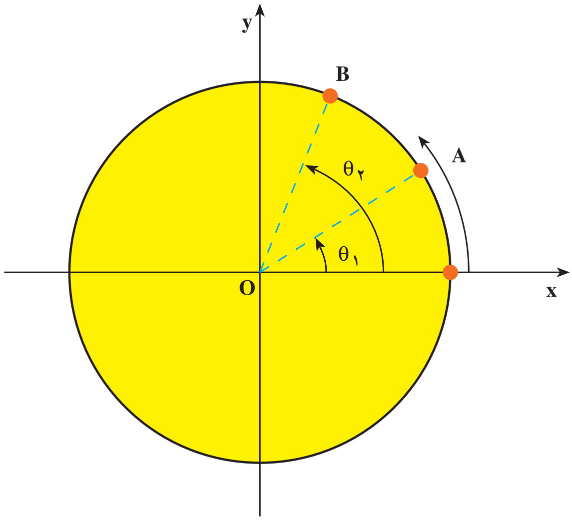


شکل ۲ــ۱۱ــ ب

شکل ۲ــ۱۱ــ پ

اکنون به بررسی حرکت دایره‌ای و دینامیک آن می‌پردازیم.

سرعت زاویه‌ای متوسط: ذره‌ای را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌ای در جهت مخالف عقربه‌های ساعت در حرکت است (شکل ۲ــ۱۲). در این‌جا منظور از ذرّه، جسم کوچکی است که ابعاد آن در برابر شعاع دایره ناچیز باشد. مکان ذرّه را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویه‌ی θ نسبت به محور ox نمایش داد. به θ ، مکان زاویه‌ای می‌گوییم. بنابراین هنگامی که ذرّه در نقطه‌ی A قرار دارد مکان آن را با زاویه‌ی θ_1 و هنگامی که در نقطه‌ی B قرار دارد، مکان آن را با زاویه‌ی θ_2



شکل ۲ــ۱۲

نشان می‌دهیم. $\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$ را جابه‌جایی زاویه‌ای ذرّه می‌نامیم. سرعت زاویه‌ای متوسط ذرّه در حرکت دایره‌ای، به‌صورت نسبت جابه‌جایی زاویه‌ای به زمان آن تعریف می‌شود ؛ یعنی :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (۲ــ۵)$$

یکای سرعت زاویه‌ای، رادیان بر ثانیه (rad/s) است.

مثال ۲ــ۵

حرکت زمین به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است، سرعت زاویه‌ای متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه کنید.

پاسخ

زمین در مدّت ۳۶۵ روز، یک بار به دور خورشید می‌چرخد و در این مدت ۲π رادیان طی می‌کند ؛ بنابراین :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{۲\pi}{۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰} = \frac{۲\pi}{۳۱۵۳۶۰۰۰} \simeq ۲\times۱۰^{-۷}\,(\mathrm{rad/s})$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای: سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را، مانند آن‌چه در مورد تعریف سرعت لحظه‌ای در فصل ۱ دیدیم، چنین تعریف می‌کنیم :

$$\omega = \underset{\Delta t \to 0}{\text{حدّ}} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

و یا :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad (۲\_۶)$$

از این به بعد، سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را به اختصار **سرعت زاویه‌ای** می‌گوییم.

تمرین ۲ــ۴

مکان زاویه‌ای ذرّه‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، با رابطه‌ی $\theta = 2t^2 + 6t$ بیان شده است. (t برحسب ثانیه و θ برحسب رادیان)

الف : سرعت زاویه‌ای متوسط ذرّه را بین لحظه‌های $t_1 = 1\,s$ و $t_2 = 2\,s$ و

ب : سرعت زاویه‌ای آن را در لحظه‌ی $t_3 = 3\,s$ حساب کنید.

۲ــ۵ــ حرکت دایره‌ای یکنواخت

هرگاه اندازه‌ی سرعت زاویه‌ای ذرّه‌ای که بر روی مسیر دایره‌ای در حرکت است ثابت بماند، می‌گوییم ذره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌ای متوسط در هر بازه‌ی زمانی با سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای ذره برابر است.

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - 0}$$

و یا :

$$\theta = \omega t + \theta_0 \qquad (۲\_۷)$$

برای بررسی حرکت دایره‌ای یکنواخت، کمیت‌های زیر را تعریف می‌کنیم :

دوره: زمانی که طول می‌کشد تا ذرّه روی مسیر دایره‌ای یک دور کامل طی کند، دوره نامیده می‌شود. دوره را با T نمایش می‌دهند و یکای آن ثانیه است.

بسامد: تعداد دورهای ذرّه را در یک ثانیه بسامد (فرکانس) می‌گویند. بسامد را با f نمایش می‌دهند. یکای بسامد $\frac{1}{s}$ یا هرتز (Hz) است.

روشن است که :

$$T = \frac{۱}{f} \qquad (۲\text{ــ}۸)$$

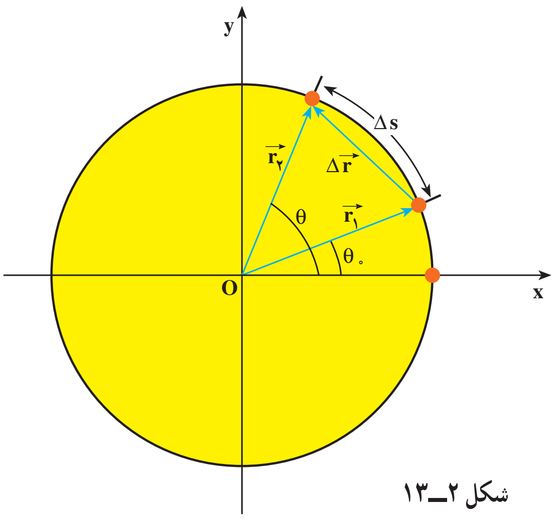
چون ذرّه در هر دور، ۲π رادیان طی می‌کند، سرعت زاویه‌ای آن برابر است با :

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi f \qquad (۲\text{ــ}۹)$$

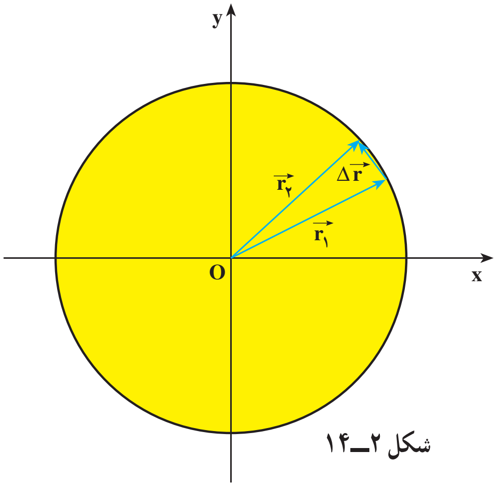
تمرین ۲ــ۵

سرعت زاویه‌ای گردش ماه به دور زمین را محاسبه کنید (دوره‌ی گردش ماه به دور زمین را ۲۹ روز و حرکت آن را دایره‌ای یکنواخت فرض کنید).

سرعت خطی در حرکت دایره‌ای: در فصل قبل دیدید که موقعیت ذرّه را در صفحه می‌توان با بردار مکان مشخص کرد (شکل ۲ــ۱۳). اگر بردار مکان ذرّه در لحظه‌ی $t_۱$، $\vec{r}_۱$ و در لحظه‌ی $t_۲$، $\vec{r}_۲$ باشد، جابه‌جایی ذرّه در بازه‌ی زمانی $\Delta t = t_۲ - t_۱$ برابر $\Delta\vec{r} = \vec{r}_۲ - \vec{r}_۱$ خواهد بود. ذرّه در این بازه‌ی زمانی کمان Δs را می‌پیماید. اگر بازه‌ی زمانی Δt بسیار کوچک باشد، کمان Δs کوچک می‌شود و می‌توان طول کمان Δs را تقریباً با طول وتر مقابل آن، یعنی $|\Delta\vec{r}|$ برابر گرفت.



شکل ۲ــ۱۳



شکل ۲ـ۱۴

در فصل قبل دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می‌توان از رابطه‌ی ۱ـ۲۲ به‌دست آورد و بزرگی سرعت لحظه‌ای نیز با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود :

$$|\vec{v}| = \underset{\Delta t \to ۰}{\text{حدّ}} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

از آن‌جایی که در حالت حد، $|\Delta \vec{r}| \simeq \Delta s$ داریم :

$$|\vec{v}| = \underset{\Delta t \to ۰}{\text{حدّ}} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad (۲ـ۱۰)$$

در درس ریاضی خوانده‌اید که زاویه‌ی θ برحسب رادیان برابر است با نسبت طول کمان مقابل به آن زاویه، به شعاع دایره.

یعنی :

$$\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

و یا :

$$\Delta s = r\theta \qquad (۲ـ۱۱)$$

بنابراین رابطه‌ی ۲ـ۱۰ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت :

$$v = r\frac{d\theta}{dt}$$

و یا :

$$v = r\omega \qquad (۲ـ۱۲)$$

در فصل ۱ دیدیم که بردار سرعت جسم، همواره مماس بر مسیر حرکت است. v را سرعت خطی متحرک نیز می‌نامند.

مثال ۲ــ۶

در یک شهربازی، گردونه‌ای افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌ای می‌گرداند (شکل ۲ــ۱۵). به‌طوری که هر فرد حرکت دایره‌ای یکنواختی دارد. اگر گردونه در هر ۱۰ ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر ۵ متر باشد، سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی هر شخص را در این گردونه محاسبه کنید.

شکل ۲ــ۱۵

پاسخ

دوره‌ی چرخش $T = ۱۰s$ است.

پس سرعت زاویه‌ای برابر است با :

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۵} \ \text{rad/s}$$

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بود با :

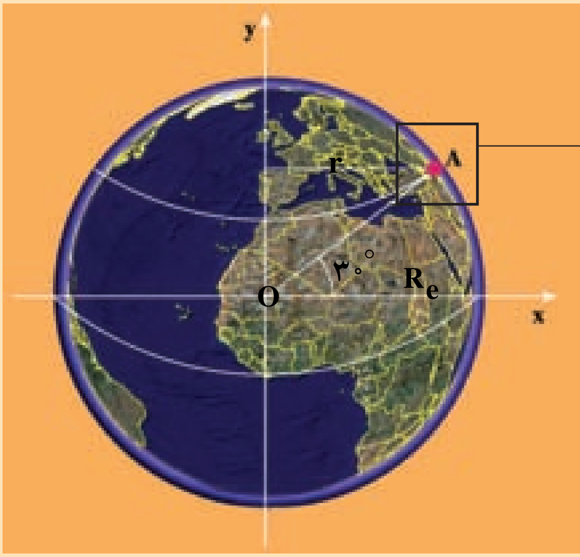
$$v = r\omega = ۵\times\frac{\pi}{۵} = ۳/۱۴\,\text{m/s}$$

تمرین ۲ــ۶

طول عقربه‌های ساعت‌شمار، دقیقه‌شمار و ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری به‌ترتیب ۸cm، ۱۲cm و ۱۲cm است. سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را محاسبه کنید.

مثال ۲ــ۷

شهر آبادان در مدار جغرافیایی °۳۰ شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی شخصی را که در این شهر زندگی می‌کند حساب کنید. شعاع زمین را $R_e = ۶/۴ \times ۱۰^۶ m$ بگیرید.



شکل ۲ــ۱۶

پاسخ

سرعت زاویه‌ای حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است (چرا؟).

با توجه به این‌که دوره‌ی چرخش زمین به دور خود، ۲۴ ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌ای هر نقطه از زمین را محاسبه کنیم.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T}$$

$$T = ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰ = ۸۶۴۰۰ s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{۸۶۴۰۰} = ۷/۲۷ \times ۱۰^{-۵} \quad rad/s$$