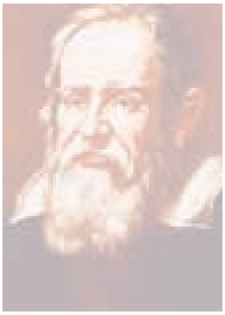
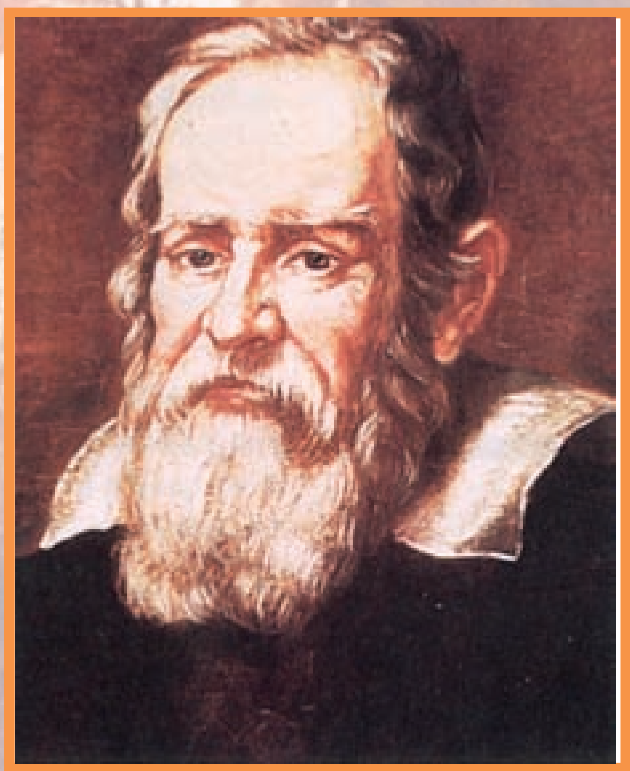
فیزیک ۱




۱

حرکت شناسی در دو بعد



گالیلئوگالیله

(۱۶۴۲ـ۱۵۶۴م)

حرکت شناسی در دو بعد

نگاهی به فصل : درباره‌ی حرکت‌هایی که در اطراف ما رخ می‌دهد، اغلب پرسش‌های زیادی برای ما مطرح می‌شود. پرسش‌هایی چون : سیاره‌ها در چه مسیرهایی به دور خورشید حرکت می‌کنند؟ چرا هنگامی که فنری را می‌کشیم و رها می‌کنیم نوسان می‌کند؟ ماهواره‌ها را چگونه در مدار زمین قرار می‌دهند؟ و... پاسخ این پرسش‌ها را باید در علم مکانیک جست‌وجو کرد. علمی که در آن حرکت اجسام مورد بررسی قرار می‌گیرد. هنگامی که چگونگی حرکت را توصیف می‌کنیم، با بخشی از علم مکانیک سروکار داریم که **حرکت‌شناسی** نامیده می‌شود. بخش دیگری از علم مکانیک **دینامیک** است که به بررسی رابطه‌ی بین حرکت و نیرو می‌پردازد.

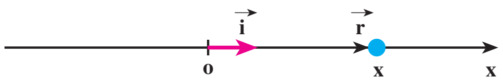
در فیزیک (۲) و آزمایشگاه تا اندازه‌ای حرکت‌شناسی در یک بُعد را مورد بررسی قرار دادیم، با کمیت‌های مکان، جابه‌جایی، سرعت متوسط و ... آشنا شدیم، و حرکت یکنواخت و حرکت با شتاب ثابت برروی یک خط راست را نیز بررسی کردیم. ما در زندگی روزمره بیش‌تر با حرکت‌هایی که در دو بعد و سه بعد انجام می‌شوند، سروکار داریم و بررسی آن‌ها اهمیت زیادی دارد. از این رو، در این فصل، پس از یادآوری مطالبی که در کتاب فیزیک (۲) و آزمایشگاه خوانده‌اید، به بررسی حرکت در دو بعد می‌پردازیم.

۱ــ۱ــ حرکت در یک بعد

در شکل ۱ــ۱ جسمی بر روی محور x نمایش داده شده است. مکان جسم در این شکل با بردار $\vec{r}$ مشخص شده است. بردار $\vec{r}$ را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$\vec{r} = x\vec{i} \qquad (۱ــ۱)$$

در این رابطه $\vec{i}$ بردارِ یکّه در جهت محور x است.



شکل ۱ــ۱

هنگامی که جسم روی محور x حرکت می‌کند، در هر لحظه بردار مکان آن تغییر می‌کند، برای توصیف حرکت جسم، یعنی برای مشخص کردن بردار مکان جسم در لحظه‌ی t کافی است که x را به صورت تابعی از زمان داشته باشیم :

$$x = f(t) \qquad (۱\_۲)$$

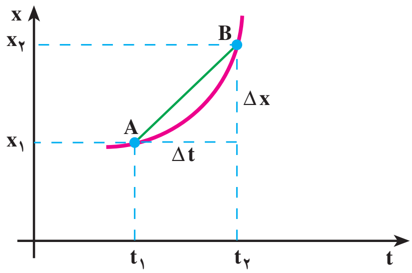
این رابطه، **معادله‌ی حرکت** جسم نامیده می‌شود.

در کتاب فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که حرکت جسم را می‌توان به صورت نموداری در دستگاه مختصات مکان ــ زمان نمایش داد. به عبارت دیگر، این نمودار با رسم تابع $x = f(t)$ در دستگاه مختصات $x\text{-}t$ به‌دست می‌آید.

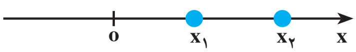
تمرین ۱ــ۱

معادله‌ی حرکت جسمی در یک بعد در SI با رابطه‌ی $x = -t^۲ + ۶t - ۸$ بیان شده است. الف : نمودار مکان ــ زمان آن را رسم کنید. ب : بردار مکان جسم را در زمان‌های $t = ۰$، ۱، ۳ (s) روی محور x نمایش دهید.

سرعت متوسط: نمودار مکان ــ زمان جسمی در شکل ۱ــ۲ــ الف نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱ــ۲ــ ب نشان داده شده است، متحرک در لحظه‌ی $t_۱$ در مکان $x_۱$ (نقطه‌ی A) روی نمودار مکان ــ زمان و در لحظه‌ی $t_۲$ در مکان $x_۲$ (نقطه‌ی B) قرار دارد.



شکل ۱ــ۲ــ الف



شکل ۱ــ۲ــ ب

در این شکل، $\Delta x = x_۲ - x_۱$ مقدار جابه‌جایی متحرک در بازه‌ی زمانی $\Delta t = t_۲ - t_۱$ ، و نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ که شیب خط AB در دستگاه مکان ــ زمان است، سرعت متوسط متحرک نامیده می‌شود ؛ این کمیت را با $\bar{v}_x$ نشان دادیم :

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (۱\_۳)$$

زیرنویس x مشخص می‌کند که حرکت در راستای محور x انجام می‌شود.

مثال ۱ــ۱

معادله‌ی حرکت جسمی در SI با رابطه‌ی $x=۲t^۲+۱$ بیان شده است. سرعت متوسط آن را در بازه‌های زمانی الف: ۱ تا ۲ ثانیه، ب: ۱ تا ۱/۱ ثانیه، پ: ۱ تا ۱/۰۱ ثانیه و ت: ۱ تا ۱/۰۰۱ ثانیه به دست آورید.

پاسخ

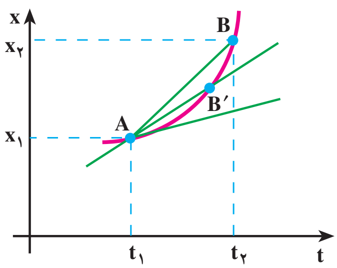
الف:
$$\bar{v}_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$
$$\bar{v}_x=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۹-۳}{۲-۱}=۶\,m/s$$

ب:
$$\bar{v}_x=\frac{۳/۴۲-۳}{۱/۱-۱}=۴/۲\,m/s$$

پ:
$$\bar{v}_x=\frac{۳/۰۴۰۲-۳}{۱/۰۱-۱}=۴/۰۲\,m/s$$

ت:
$$\bar{v}_x=\frac{۳/۰۰۴۰۰۲-۳}{۱/۰۰۱-۱}=۴/۰۰۲\,m/s$$

سرعت لحظه‌ای: در فیزیک(۲) و آزمایشگاه دیدیم که اگر بازه‌ی زمانی Δt کوچک و کوچک‌تر شود، نقطه‌ی B به نقطه‌ی A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود و سرانجام خط AB در نقطه‌ی A بر نمودار مماس می‌گردد (شکل ۱ــ۳). شیب خط مماس را در این حالت، سرعت لحظه‌ای جسم در لحظه‌ی $t_۱$ می‌نامیم.



شکل ۱ــ۳

به‌عبارت دیگر، هنگامی که $t_۲$ به $t_۱$ نزدیک می‌شود، یعنی وقتی Δt به سمت صفر میل می‌کند، نسبت $\bar{v}_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت لحظه‌ای جسم را در لحظه‌ی $t_۱$ به دست می‌دهد. پس، **سرعت لحظه‌ای حدّ سرعت متوسط است هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند.** سرعت لحظه‌ای را با v_x نمایش می‌دهیم؛ در نتیجه داریم:

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (۱\_۴)$$

در درس ریاضی دیده‌اید که این حد، برابر مشتق تابع x نسبت به زمان است که به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad (۱\_۵)$$

اگر $x = f(t)$ معلوم باشد، از رابطه‌ی ۱ــ۵ می‌توان v_x را به صورت تابعی از زمان به دست آورد، این تابع، معادله‌ی سرعت نامیده می‌شود. در حالت حدی وقتی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، وتر AB در نقطه‌ی A بر نمودار مکان ــ زمان مماس می‌شود. این، همان تعبیر هندسی **مشتق** است که در درس ریاضی خوانده‌اید. از این به بعد، سرعت **لحظه‌ای** را برای اختصار سرعت می‌نامیم.

مثال ۱ــ۲

در مثال ۱ــ۱، معادله‌ی حرکت متحرک به صورت $x = ۲t^۲ + ۱$ است.

الف : معادله‌ی سرعت آن را به دست آورید.

ب : نمودار سرعت ــ زمان را برای آن رسم کنید.

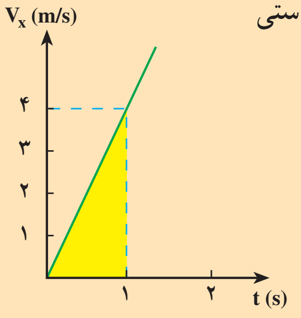
پ : سرعت متحرک را در لحظه‌ی $t = ۱s$ به دست آورید.

پاسخ

الف : با استفاده از رابطه‌ی ۱ــ۵ داریم :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = ۴t$$

ب : نمودار سرعت ــ زمان به صورت خط راستی است که از مبدأ دستگاه v - t می‌گذرد.



شکل ۱ــ۴

پ :

$$v_x = ۴t$$

$$t = ۱s \Rightarrow v_x = ۴m/s$$

این نتیجه را می‌توانستیم از مثال ۱ــ۱ حدس بزنیم ؛ زیرا در آن مثال، با نزدیک شدن $t_۲$ به $t_۱$ ، سرعت متوسط جسم نیز به مقدار ۴m/s (سرعت جسم در لحظه‌ی $t = ۱s$) نزدیک می‌شود.

بردار سرعت متحرک را در حرکت یک بعدی می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

$$\vec{v} = v_x \, \vec{i} \qquad (۱ــ۶)$$

هنگامی که جسم در جهت محور x حرکت می‌کند، v_x مثبت است (چرا؟) و در نتیجه بردار سرعت جسم در جهت این محور قرار می‌گیرد. هنگامی که جسم در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، v_x منفی است و بردار سرعت در جهت عکس این محور قرار می‌گیرد.

مثال ۱ــ۳

معادله‌ی حرکت جسمی در SI با رابطه‌ی $x = -t^۲ + ۴t - ۳$ بیان شده است.

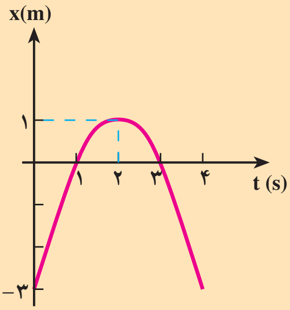
الف : معادله‌ی سرعت آن را به دست آورید. ب : نمودارهای مکان ــ زمان و سرعت ــ زمان متحرک را در ۴ ثانیه‌ی اول رسم کنید. پ : نمودار مسیر حرکت جسم را رسم و چگونگی حرکت را توصیف کنید.

پاسخ

الف : با استفاده از رابطه‌ی ۱ــ۵ داریم :

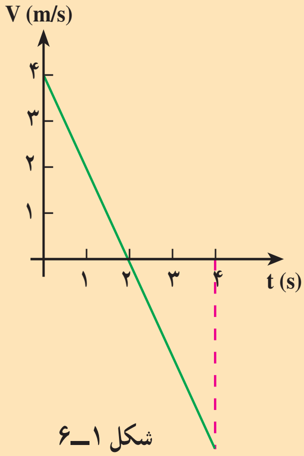
$$v_x = \frac{dx}{dt} = -۲t + ۴$$

ب : نمودار مکان ــ زمان متحرک به صورت یک سهمی (شکل ۱ــ۵) است که بیشینه‌ی آن در لحظه‌ی $t = ۲s$ است (چرا؟) هم‌چنین جسم در لحظه‌های $t = ۱s$ و $t = ۳s$ در مبدأ و در لحظه‌ی $t = ۰$ ، در نقطه‌ی $x = -۳m$ قرار دارد.



شکل ۱ــ۵

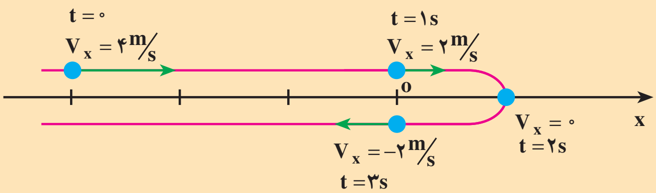
نمودار سرعت ــ زمان متحرک به صورت یک خط راست است (شکل ۱ـ۶) که در بند (الف) معادله‌ی آن را به دست آوردیم.



شکل ۱ـ۶

پ : با توجه به این نمودارها ملاحظه می‌شود که متحرک در لحظه‌ی $t = ۰$ در مکان $x = -۳m$ قرار دارد و با سرعت $۴m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند ؛ سپس سرعت آن به‌تدریج ، کاهش می‌یابد (شیب مماس بر نمودار مکان ــ زمان در شکل ۱ـ۵ به‌تدریج ، کم می‌شود) تا در لحظه‌ی $t = ۲s$ که سرعت آن صفر می‌شود. می‌توان گفت شیب مماس بر نمودار مکان ــ زمان در این لحظه صفر می‌شود.

از لحظه‌ی $t = ۲s$ به بعد متحرک برمی‌گردد و در خلاف جهت محور x شروع به‌حرکت می‌کند و v_x منفی می‌شود. در برگشت، اندازه‌ی سرعت افزایش می‌یابد و در لحظه‌ی $t = ۳s$ دوباره از مبدأ می‌گذرد. در این لحظه سرعت آن $-۲m/s$ است.
مسیر حرکت جسم در شکل ۱ـ۷ رسم شده و بردار سرعت آن نیز روی شکل نمایش داده شده است.



شکل ۱ـ۷

در شکل ۱ـ۷ باید مسیر روی محور x رسم شود، ولی ما برای این که مسیر را بهتر مشخص کنیم، آن را در بالا و پایین این محور رسم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که در تمام مسیر رفت و برگشت، معادله‌ی مکان و معادله‌ی سرعت جسم، به ترتیب به صورت زیر بیان می‌شود :

$$x = -t^۲ + ۴t - ۳$$

$$v_x = -۲t + ۴$$

مثال ۱ــ۴

متحرکی با سرعت ثابت $5\,m/s$، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. این متحرک در لحظه‌ی $t=0$ از نقطه‌ی $x=10\,m$ می‌گذرد. الف : معادله‌ی حرکت را بنویسید. ب : تعیین کنید که متحرک پس از چه زمانی به مبدأ مختصات می‌رسد.

پاسخ

الف : در فیزیک ۲ و آزمایشگاه دیدیم که معادله‌ی حرکت یکنواخت یک جسم روی خط راست با رابطه‌ی

$$x = v_x t + x_0 \qquad (1\text{–}7)$$

بیان می‌شود که در آن v_x سرعت (ثابت) جسم و x_0 مکان جسم در لحظه‌ی $t=0$ است.

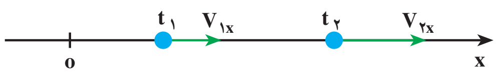
در نتیجه، چون در این مثال، $x_0 = +10\,m$ و $v_x = -5\,m/s$ است، معادله‌ی حرکت جسم به صورت زیر خواهد بود.

$$x = -5t + 10$$

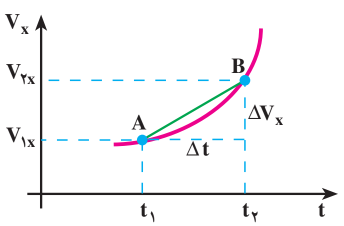
ب :

$$x = 0 \Rightarrow 0 = -5t + 10 \Rightarrow t = 2\,s$$

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای: می‌دانید هنگامی که سرعت جسم تغییر می‌کند، حرکت را **شتاب‌دار** می‌نامند. در شکل ۱ــ۸ــ الف نمودار سرعت ــ زمان یک حرکت شتاب‌دار و در شکل ۱ــ۸ــ ب بردار سرعت متحرک، در زمان‌های t_1 و t_2، نشان داده شده است.



شکل ۱ــ۸ــ ب



شکل ۱ــ۸ــ الف

هم‌چنین می‌دانید که $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$ را تغییر سرعت متحرک در بازه‌ی زمانی Δt و نسبت $\frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ را که شیب خط AB در نمودار سرعت ــ زمان است، شتاب متوسط متحرک در این بازه‌ی

زمانی می‌نامند. این کمیت را با نماد $\bar{a}$ نشان می‌دهیم؛ در نتیجه داریم:

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \qquad (۱\text{ـ}۸)$$

در این‌جا هم هنگامی که Δt بسیار کوچک و کوچک‌تر می‌شود، نقطه‌ی B، در شکل ۱ــ۸ــالف، به نقطه‌ی A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود و سرانجام خط AB در نقطه‌ی A بر نمودار سرعت ــ زمان مماس می‌گردد. شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ی A را شتاب لحظه‌ای جسم در لحظه‌ی t_1 می‌نامیم.

اکنون می‌توان شتاب لحظه‌ای را، مانند سرعت لحظه‌ای، به‌طور دقیق تعریف کرد که: هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، نسبت $\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ شتاب لحظه‌ای جسم را در لحظه‌ی t_1 به دست می‌دهد. به عبارت دیگر، **شتاب لحظه‌ای حد شتاب متوسط است هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند.** شتاب لحظه‌ای را با a_x نمایش می‌دهیم. در نتیجه داریم:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to ۰} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad (۱\text{ـ}۹)$$

به بیان ریاضی، شتاب لحظه‌ای مشتق سرعت نسبت به زمان است. از این به بعد برای اختصار شتاب لحظه‌ای را شتاب می‌نامیم. اکنون با استفاده از رابطه‌های ۱ــ۵ و ۱ــ۹ شتاب را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$a_x = \frac{d^۲x}{dt^۲}$$

مثال ۱ــ۵

معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^۳ - ۶t^۲ + ۹t$ بیان شده است.

الف: شتاب متوسط آن را در بازه‌ی زمانی ۱ تا ۲ ثانیه به دست آورید. ب: شتاب آن را در لحظه‌های $t = ۰$ و $t = ۱$ ثانیه پیدا کنید.

پاسخ

الف: برای به دست آوردن شتاب متوسط در این بازه‌ی زمانی لازم است سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = ۱s$ و $t = ۲s$ داشته باشیم. ابتدا معادله‌ی سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = ۳t^۲ - ۱۲t + ۹$$

از این معادله در لحظه‌های $t = ۱s$ و $t = ۲s$ به ترتیب، مقادیر ۰(صفر) و $-۳\,m/s$ برای سرعت به دست می‌آید.

$$\bar{a}_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{-3-0}{2-1} = -3\,m/s^2$$

ب : ابتدا معادله‌ی شتاب متحرک را می‌نویسیم :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6t - 12$$

با استفاده از این رابطه، شتاب متحرک در لحظه‌های $t=0$ و $t=1s$ چنین به دست می‌آید :

$$t = 0 \rightarrow a_x = -12\,m/s^2$$

$$t = 1 \rightarrow a_x = -6\,m/s^2$$

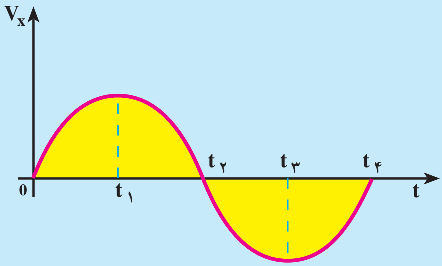
بردار شتاب را می‌توان به صورت زیر نمایش داد :

$$\vec{a} = a_x\,\vec{i} \qquad (1-10)$$

در رابطه‌ی بالا اگر a_x مثبت باشد، $\vec{a}$ در جهت محور x و اگر منفی باشد در خلاف جهت محور x قرار می‌گیرد.

تمرین ۱ــ۲

نمودار سرعت ــ زمان متحرکی در شکل ۱ــ۹ نشان داده شده است. تعیین کنید در چه بازه‌ی زمانی بردار شتاب در جهت محورx و در کدام بازه‌ی زمانی در خلاف جهت محور x است.



شکل ۱ــ۹

هنگامی که اندازه‌ی سرعت متحرکی زیاد می‌شود حرکت را **تندشونده** و هنگامی که اندازه‌ی سرعت متحرکی کاهش می‌یابد، حرکت را **کند شونده** می‌نامند.

فعالیت ۱ــ۱

در تمرین ۱ــ۲، سرعت متحرک در بازه‌ی زمانی ۰ تا t_1 مثبت است. a_x نیز مثبت است ؛ زیرا شیب مماس بر نمودار در این بازه‌ی زمانی مثبت است و حرکت تندشونده است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ نیز مثبت است. اکنون جاهای خالی را در گزاره‌های زیر پر کنید.

الف : در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 سرعت متحرک ...... است. a_x ...... است. حرکت ...... است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ ...... است.

ب : در بازه‌ی زمانی t_2 تا t_3 سرعت متحرک ...... است. a_x ...... است. حرکت ...... است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ ...... است.

پ : در زمان‌های بزرگ‌تر از t_3، سرعت متحرک ...... است. a_x ...... است. حرکت ...... است. حاصل‌ضرب $a_x v_x$ ...... است.

در فعالیت بالا ملاحظه می‌کنید که وقتی $a_x v_x > 0$ باشد حرکت تندشونده و وقتی $a_x v_x < 0$ باشد، حرکت کندشونده است.

مثال ۱ــ۶

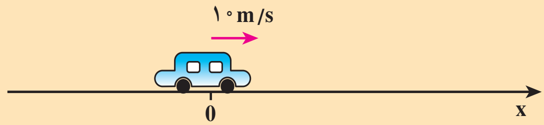
خودرویی با سرعت $10\,m/s$ در حال حرکت است. راننده ترمز می‌کند و سرعت خودرو با شتاب $2\,m/s^2$ کاهش می‌یابد. الف : چه زمانی طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود؟ ب : در این بازه‌ی زمانی خودرو چه مسافتی را می‌پیماید؟

پاسخ

الف : در کتاب فیزیک ۲ و آزمایشگاه دیدیم که در حرکت با شتاب ثابت معادله‌ی سرعت به‌صورت زیر است :

$$v_x = a_x t + v_{0x} \qquad (۱ــ۱۱)$$

که در آن a_x شتاب (ثابت) جسم و v_{0x} سرعت جسم در لحظه‌ی $t = 0$ است. در شکل ۱ــ۱۰ حرکت خودرو را در جهت محور x در نظر گرفته‌ایم.



شکل ۱ــ۱۰

بنابراین $v_{\circ x} = ۱۰m/s$ و چون حرکت کندشونده است، علامت a_x مخالف علامت $v_{\circ x}$ است ؛ در نتیجه $a_x = -۲m/s^۲$. با استفاده از معادله‌ی سرعت داریم :

$$v_x = -۲t + ۱۰$$

هنگامی که خودرو متوقف می‌شود $v_x = ۰$ است ؛ در نتیجه :

$$۰ = -۲t + ۱۰ \Rightarrow t = ۵s$$

ب : می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت معادله‌ی حرکت به صورت زیر است :

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ + v_{\circ x}t \qquad (۱ــ۱۲)$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲ + ۱۰(۵) + ۰ = ۲۵m$$

این نتیجه را می‌توانستیم از رابطه‌ی مستقل از زمان زیر نیز به دست آوریم :

$$v_x^۲ - v_{\circ x}^۲ = ۲a_x(x - x_\circ) \qquad (۱ــ۱۳)$$

$$۰ - (۱۰)^۲ = ۲(-۲)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = ۲۵m$$

حرکت سقوط آزاد: در فیزیک ۲ و آزمایشگاه دیدیم که سقوط آزاد اجسام در نزدیکی سطح زمین یکی از نمونه‌های مهم حرکت با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیم است. شتاب این حرکت در خلأ برابر شتاب گرانش (g) و جهت آن،رو به پایین است.

مثال ۱ــ۷

سنگی را از بالای ساختمان بلندی به ارتفاع ۴۵m رها می‌کنیم، الف : سنگ پس از چه زمانی به زمین می‌رسد؟ ب : سرعت آن، هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه و چند کیلومتر بر ساعت است؟ ($g=۱۰m/s^۲$)

پاسخ

الف : با توجه به آن‌چه در فیزیک ۲ و آزمایشگاه خوانده‌اید، برای بررسی حرکت سقوط آزاد اجسام، محور y را در راستای قائم و رو به پایین و مبدأ آن را نقطه‌ی رها کردن جسم در نظر می‌گیریم. در این صورت، معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت ۱ــ۱۲ به صورت زیر به دست می‌آید :

$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲$$

$$۴۵=\frac{۱}{۲}(۱۰)t^۲ \Rightarrow t=۳s$$

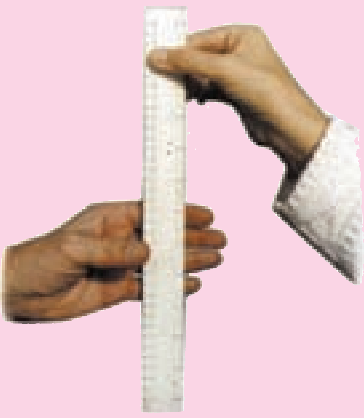
ب : با استفاده از معادله‌ی سرعت ۱ــ۱۱ داریم :

$$v=gt$$

$$v=۱۰\times ۳=۳۰m/s=۱۰۸km/h$$

فعالیت ۱ــ۲

از دوست خود بخواهید، مطابق شکل ۱ــ۱۱، خط‌کش مدرج بلندی را بین انگشتان شما نگه دارد و در یک لحظه آن را رها کند. چگونه می‌توانید زمان واکنش خود را (یعنی زمانی که طول می‌کشد تا پس از مشاهده‌ی رها شدن خط‌کش، آن را بگیرید) اندازه‌گیری کنید.



شکل ۱ــ۱۱

اکنون، مسئله‌ی پرتاب جسمی را در راستای قائم به طرف بالا بررسی می‌کنیم. جهت محور y را به طرف بالا در نظر می‌گیریم. معادله‌های حرکت و سرعت با رابطه‌های زیر بیان می‌شود :

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \qquad (۱۴ــ۱)$$

$$v_y = -gt + v_{0y} \qquad (۱۵ــ۱)$$

و معادله‌ی مستقل از زمان آن به صورت زیر است :

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g(y - y_0) \qquad (۱۶ــ۱)$$

مثال ۱ــ۸

سنگی را با سرعت $20 m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. الف : چه زمانی طول می‌کشد تا سنگ به بالاترین ارتفاع برسد؟ ب : سنگ تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ پ : چه زمانی طول می‌کشد تا سنگ به نقطه‌ی پرتاب برگردد؟ ت :سرعت سنگ در این نقطه چه‌قدر است؟

پاسخ

الف : محور y را روبه بالا و مبدأ آن را در نقطه‌ی پرتاب فرض می‌کنیم. درنتیجه، در لحظه‌ی پرتاب داریم $v_{0y} = +20 m/s$ و $y_0 = 0$. در شروع حرکت، جسم در جهت محور y حرکت می‌کند، با استفاده از رابطه‌های ۱ــ۱۴ و ۱ــ۱۵ داریم :

$$y = -5t^2 + 20t$$

$$v_y = -10t + 20$$

در بالاترین نقطه، $v_y = 0$ ، در نتیجه :

$$0 = -10t + 20 \Rightarrow t = 2s$$

$$t = 2s$$

ب : بالاترین ارتفاعی که سنگ به آن می‌رسد از معادله‌ی حرکت به دست می‌آید :

$$y = -5(2)^2 + 20(2) = 20m$$

پ : در بازگشت سنگ به نقطه‌ی پرتاب، داریم $y = 0$ ، در نتیجه :

$$-5t^2 + 20t = 0$$

و یا

$$t(-5t + 20) = 0$$

جواب‌های این معادله $t=۰$ و $t=۴s$ است. $t=۰$ مربوط به لحظه‌ی پرتاب است و $t=۴s$ زمانی است که طول می‌کشد تا سنگ به نقطه‌ی پرتاب برگردد.

ت : سرعت متحرک در این لحظه از معادله‌ی سرعت به‌دست می‌آید :

$$v_y = -۱۰(۴)+۲۰ = -۲۰\,m/s$$

علامت منفی نشان می‌دهد که در هنگام بازگشت سنگ به نقطه‌ی پرتاب، سوی سرعت آن، رو به پایین است. ملاحظه می‌شود که با معادله‌های حرکت و سرعت، می‌توان چگونگی حرکت سنگ را در هر لحظه از رفت و برگشت، توصیف کرد.

مثال ۱ـ۹

از بالای ساختمانی به ارتفاع $۵۰m$ سنگی را در راستای قائم با سرعت $۱۵m/s$، به بالا پرتاب می‌کنیم. چه مدت زمانی طول می‌کشد تا سنگ به زمین برسد؟

پاسخ

محور مختصات را رو به بالا و مبدأ آن را در بالای ساختمان در نظر می‌گیریم. در نتیجه، معادله‌ی حرکت سنگ به صورت زیر است :

$$y = -۵t^۲ + ۱۵t$$

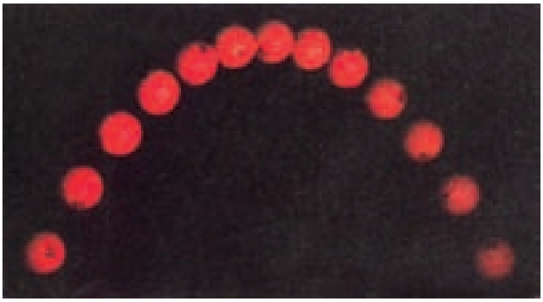
در پایین ساختمان $y = -۵۰m$ ، در نتیجه :

$$-۵۰ = -۵t^۲ + ۱۵t$$

با حل این معادله، دو مقدار $t = -۲s$ و $t = ۵s$ به دست می‌آید ؛چون حرکت از لحظه‌ی $t=۰$ شروع شده است، جواب اول قابل قبول نیست ؛ در نتیجه زمان رسیدن سنگ به زمین $۵s$ است.

۱ـ۲ـ حرکت در دو بُعد یا حرکت در صفحه

در بخش ۱ـ۱ حرکت در یک بعد را مرور کردیم. در این بخش به بررسی حرکت در صفحه که آن را حرکت دو بُعدی نیز می‌نامیم، می‌پردازیم. حرکت گلوله‌ی توپی که شلیک می‌شود و یا حرکت یک سیاره به دور خورشید و یا حرکت اتومبیل در پیچ جاده و … مثال‌هایی از حرکت دو بعدی هستند.



شکل ۱ــ۱۲ــ مسیر توپ گلف

در فیزیک ۲ و آزمایشگاه دیدیم که مکان جسم در یک صفحه، با بردار $\vec{r}$ نمایش داده می‌شود. این بردار را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \qquad (۱ــ۱۷)$$

که در آن $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به ترتیب بردارهای یکّه در جهت‌های x و y هستند.

چون هنگام حرکت جسم، در هر لحظه بردار مکان آن تغییر می‌کند، برای مشخص کردن مکان جسم در حین حرکت، کافی است که مؤلفه‌های x و y را به صورت تابع‌هایی از زمان داشته باشیم :

$$x = f(t) \text{ و } y = g(t) \qquad (۱ــ۱۸)$$

رابطه‌های ۱ــ۱۸ معادله‌های حرکت یک جسم را در دو بُعد نشان می‌دهند. واضح است که در حرکت دو بعدی، بردار مکان نیز تابعی از زمان است :

$$\vec{r} = f(t)\,\vec{i} + g(t)\,\vec{j} \qquad (۱ــ۱۹)$$

جابه‌جایی و سرعت متوسط: برای بررسی حرکت جسم روی مسیری مطابق شکل ۱ــ۱۳، فرض کنید متحرکی در لحظه‌ی $t_۱$ در نقطه‌ی A (مکان $\vec{r_۱}$) و در لحظه‌ی $t_۲$ در نقطه‌ی B (مکان $\vec{r_۲}$) باشد. برداری که از A به B رسم می‌شود جابه‌جایی (تغییر مکان) جسم را در بازه‌ی زمانی $\Delta t = t_۲ - t_۱$ نمایش می‌دهد. این بردار که در شکل ۱ــ۱۳ رسم شده است از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r_۲} - \vec{r_۱} \qquad (۱ــ۲۰)$$

$$\Delta\vec{r} = (x_۲\,\vec{i} + y_۲\,\vec{j}) - (x_۱\,\vec{i} + y_۱\,\vec{j})$$

$$\Delta\vec{r} = (\Delta x)\,\vec{i} + (\Delta y)\,\vec{j} \qquad (۱ــ۲۱)$$